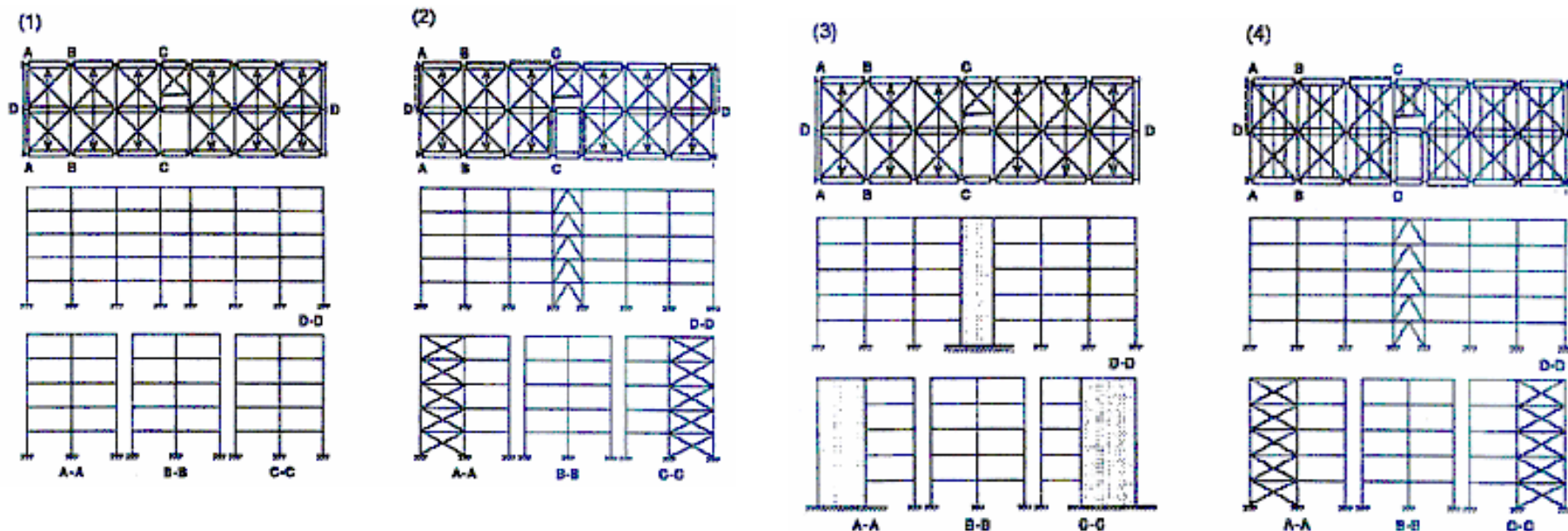


9. Előadás

Többszintes acélvázás rendszerek merevítése

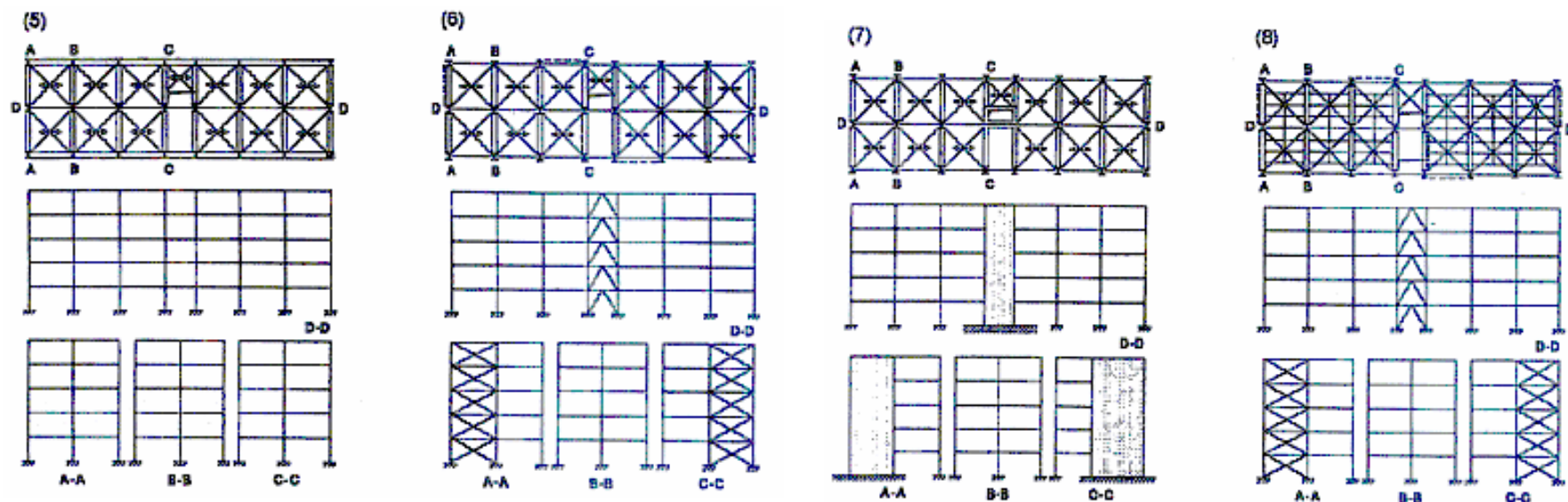
- Merevítések szerepe, kialakítások
- Számítási alapelvek
- Szerelés

Alacsony többszintes épület szerkezeti rendszerei



Alacsonyabb többszintes épületek szerkezeti rendszerei:

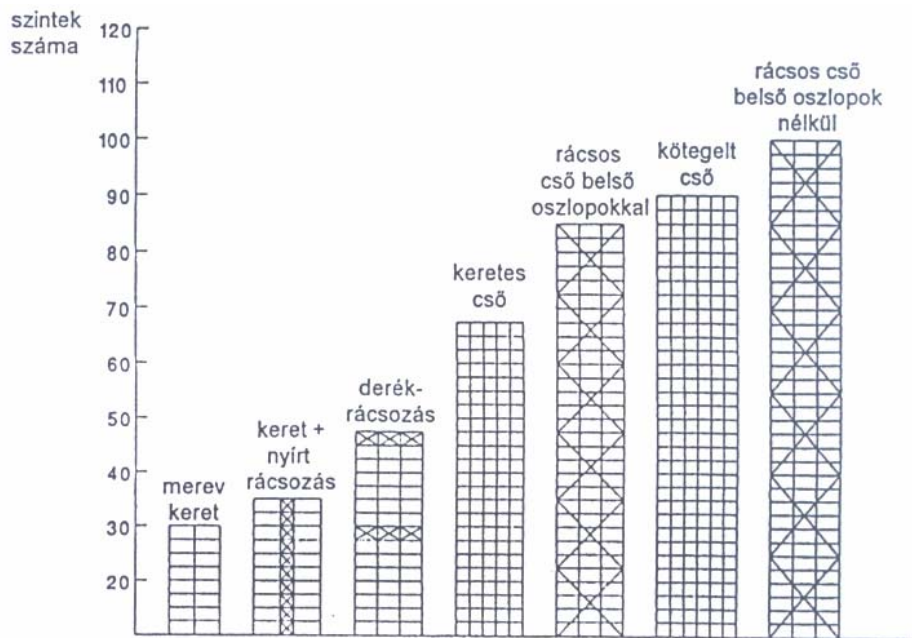
- (1) – hosszirányú merev keret, keresztirányban teherhodó födém;*
- (2) – hosszirányú keret függőleges síkú rácsozással, keresztirányban teherhodó födém;*
- (3) – hosszirányú keret vasbeton falakkal vagy maggal, keresztirányban teherhodó födém;*
- (4) – hosszirányú keret bármely előző merevítéssel, hosszirányban teherhodó födém*



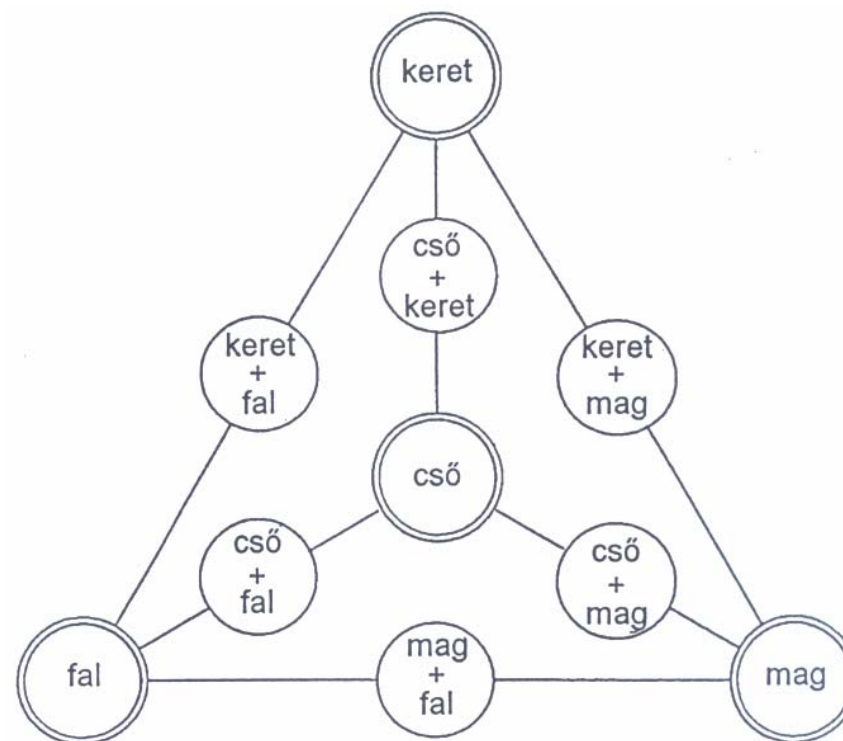
Alacsonyabb többszintes épületek szerkezeti rendszerei:

- (5) – keresztirányú merev keret, keresztirányban teherhodó födém;*
- (6) – keresztirányú keret függőleges síkú rácsozással, keresztirányban teherhodó födém;*
- (7) – keresztirányú keret vasbeton falakkal vagy maggal, keresztirányban teherhodó födém;*
- (8) – keresztirányú keret bármely előző merevítéssel, hosszirányban teherhodó födém*

Magasépületek szerkezeti rendszerei



Többszintes acélvázás épületek szerkezeti rendszerei és a szintek száma



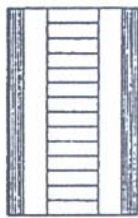
Többszintes épületek szerkezeti rendszereinek csoportosítása Drosdov és Lishak szerint



merevítő fal



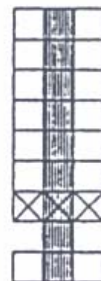
merevítő fal és mag



merevítő fal és merev keret



függesztett felső rácsozás



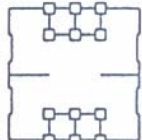
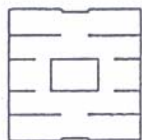
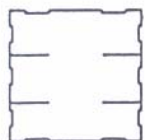
függesztett alsó rácsozás



konzolos födémek



konzolos, kapcsolt födémek



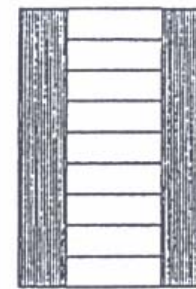
Merevítő falas szerkezeti rendszerek



sarokmag



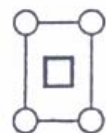
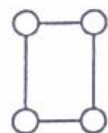
sarok- és belső mag



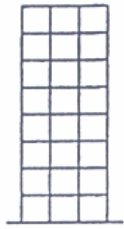
független külső mag



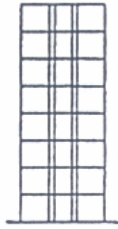
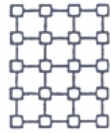
független külső és belső mag



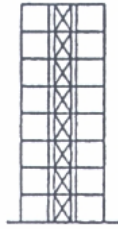
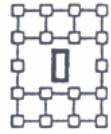
Merevítő magos rendszerek



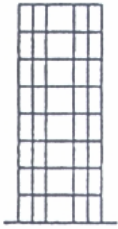
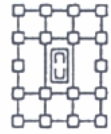
keret



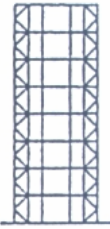
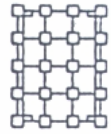
keret és mag



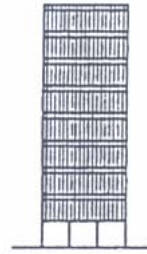
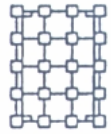
keret és rácsos mag



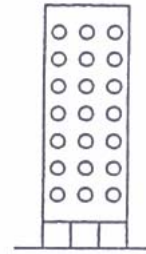
keret és merevítő falak



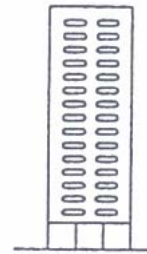
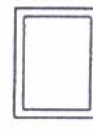
keret és oldalsó rácsozás



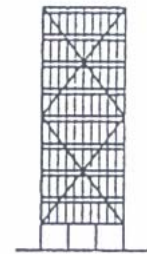
keretes cső



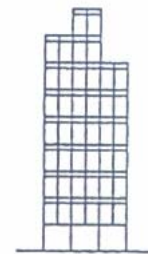
nyílásokkal áttört héjcső



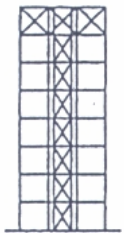
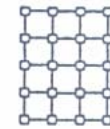
magas boltívcső



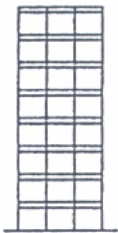
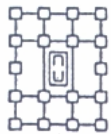
rácsos cső



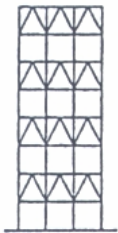
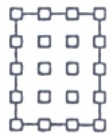
kötөгelt cső



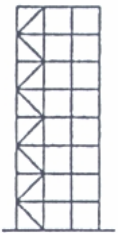
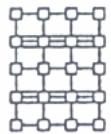
felső rács és rácsos mag



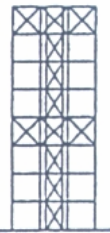
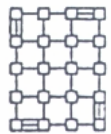
sík födémlemez



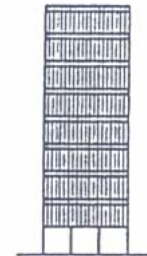
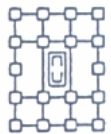
szakaszos rácsozás



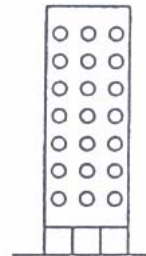
rácsos keret



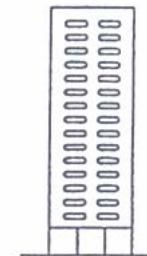
felső rács, derékrács és rácsos mag



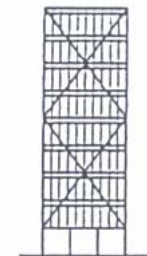
keretes csőben cső



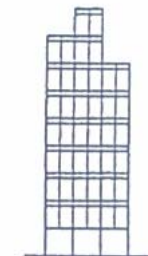
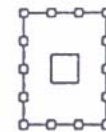
nyílásokkal áttört csőben cső



magas boltívcső belső oszlopokkal



rácsos csőben cső



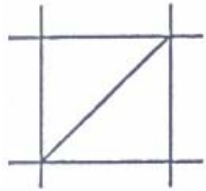
keretes cső felső ráccsal és derékráccsal



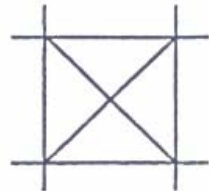
Keretes rendszerek

Csőes rendszerek

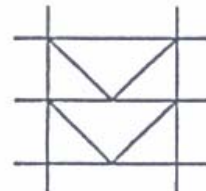
Rácsozás típusok



egyszerű
átlós
rácsozás



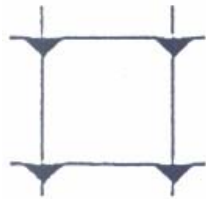
andráskereszt
rácsozás



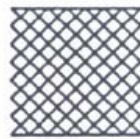
függőleges
K rácsozás



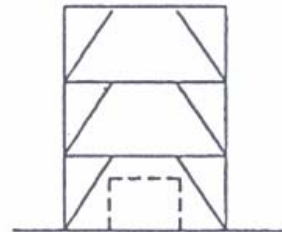
vízszintes
K rácsozás



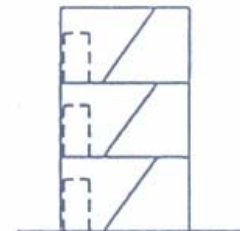
sarok-
merevítés



raszteres
rácsozás



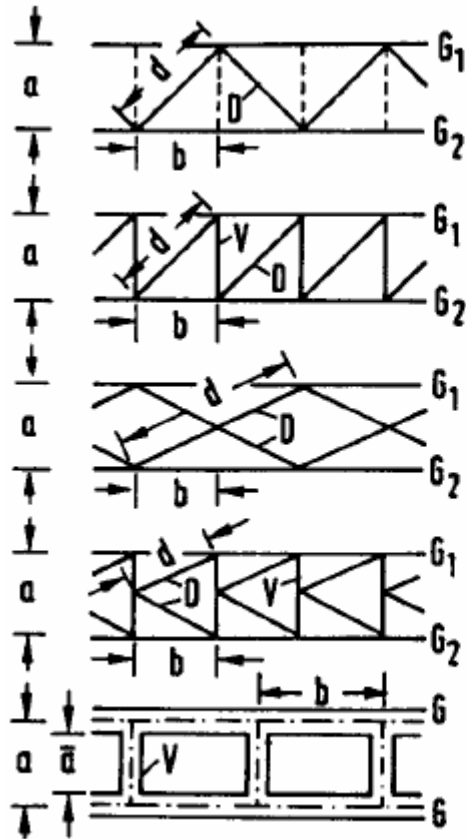
külpontos
K rácsozás



külpontos
átlós rácsozás

Rácsozástípusok

Rácsozás helyettesítése:



$$t_E = \frac{E}{6} \cdot \frac{ab}{\frac{d^3}{A_D} + \frac{b^3}{3} \left(\frac{1}{A_{G_1}} + \frac{1}{A_{G_2}} \right)}$$

$$t_E = \frac{E}{6} \cdot \frac{ab}{\frac{d^3}{A_D} + \frac{a^3}{A_V} + \frac{b^3}{12} \left(\frac{1}{A_{G_1}} + \frac{1}{A_{G_2}} \right)}$$

$$t_E = \frac{E}{6} \cdot \frac{ab}{\frac{d^3}{2A_D} + \frac{b^3}{12} \left(\frac{1}{A_{G_1}} + \frac{1}{A_{G_2}} \right)}$$

$$t_E = \frac{E}{6} \cdot \frac{ab}{\frac{2d^3}{A_D} + \frac{a^3}{4A_V} + \frac{b^3}{12} \left(\frac{1}{A_{G_1}} + \frac{1}{A_{G_2}} \right)}$$

$$t_E = \frac{E}{6} \cdot \frac{1}{\frac{b\bar{a}^3}{12aI_V} + \frac{ab^2}{24I_G}}$$

t_E helyettesítő vastagságú
ideális lemez számítása

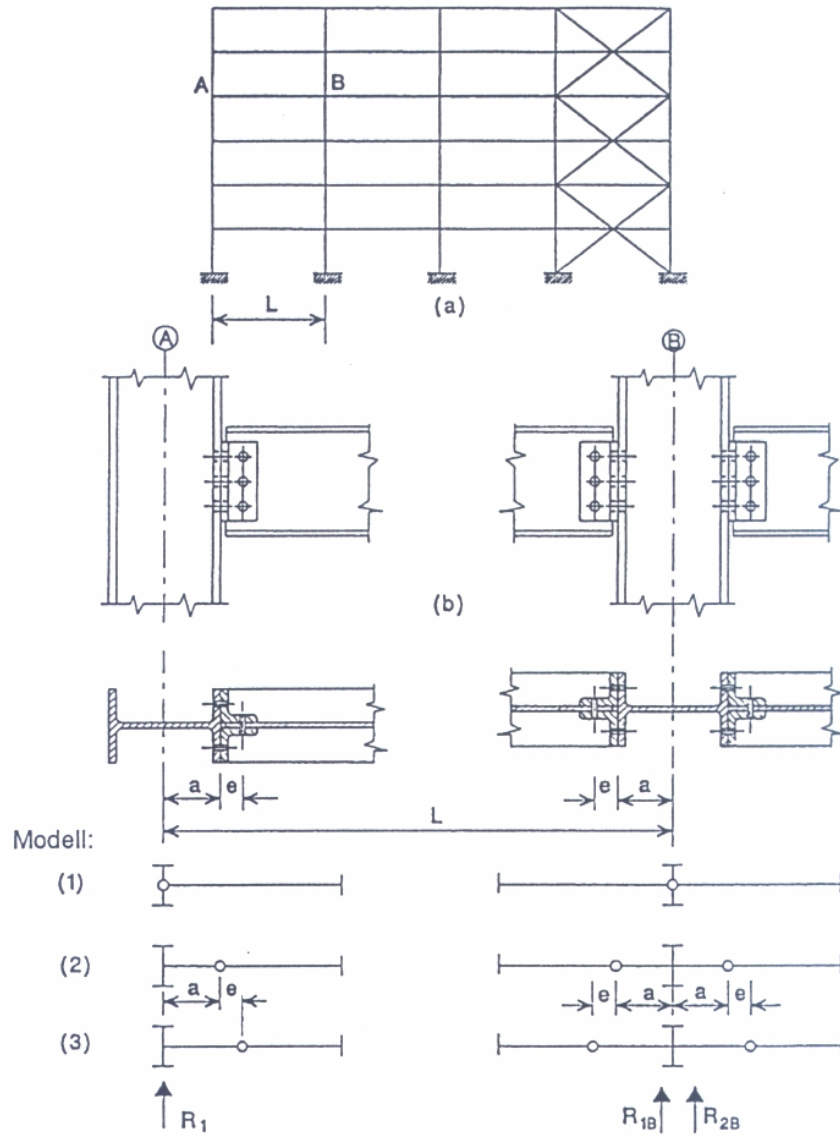
A_D : D ferde rácsrúd
keresztmetszeti területe

A_V : V függőleges rácsrúd
keresztmetszeti területe

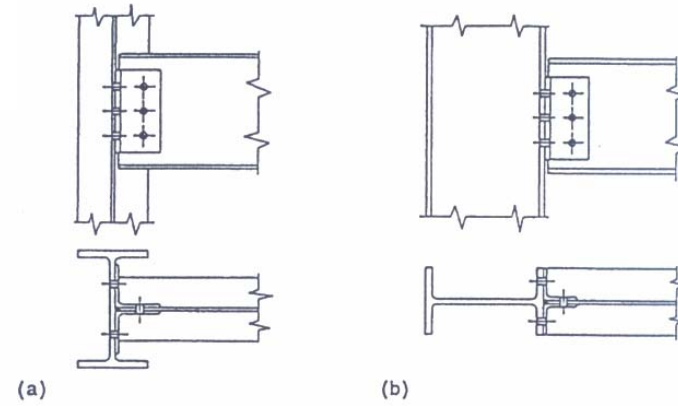
A_G : G₁, ill. G₂ övrúd
keresztmetszeti területe

[Hoyer, Hohaus, 1974]

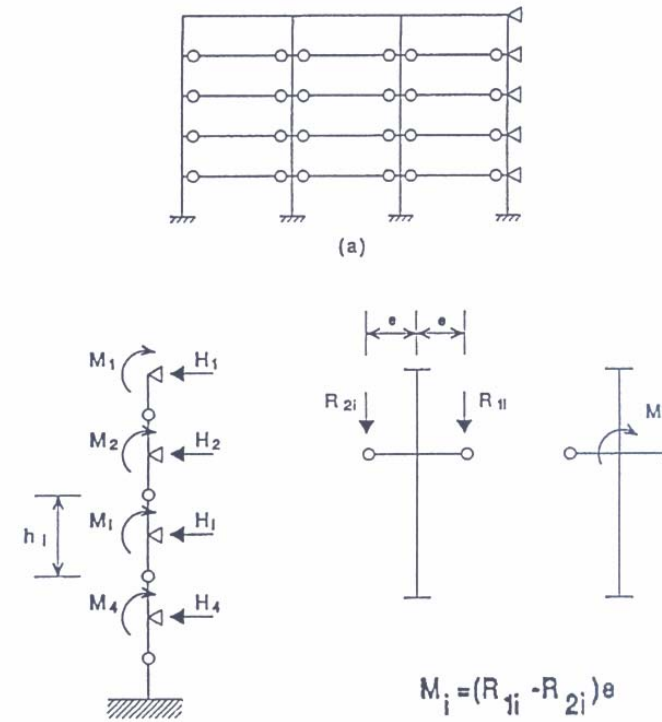
Számítási modellek



A csuklós keret számításai modelljei



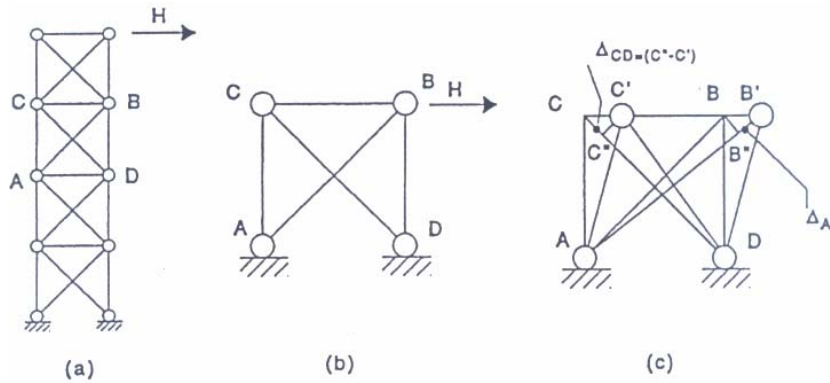
Oszlop-gerenda kapcsolatok: (a) – mellékirányú kapcsolat;
(b) – főirányú kapcsolat



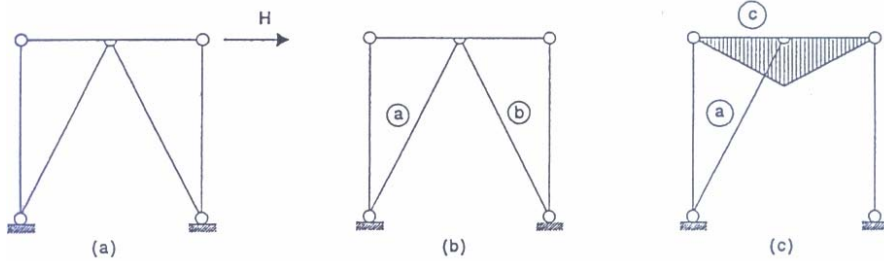
(b)

A csuklós keret oszlopának számításai modellje

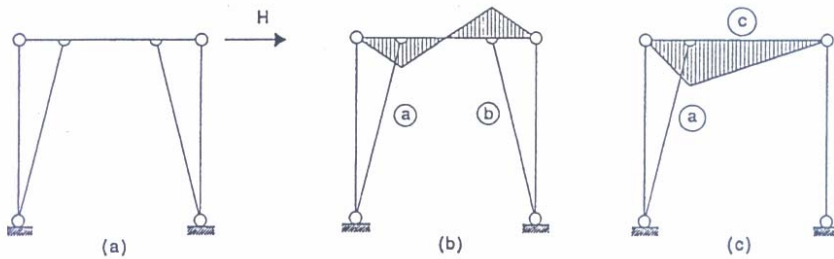
Merevítő rácsozás



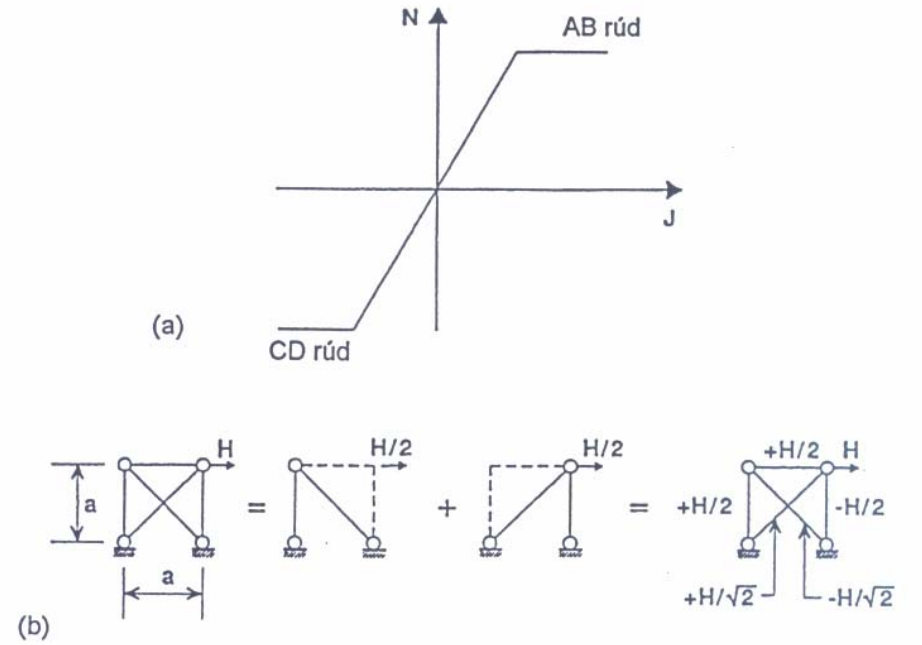
Az andráskereszt rácsozás viselkedése



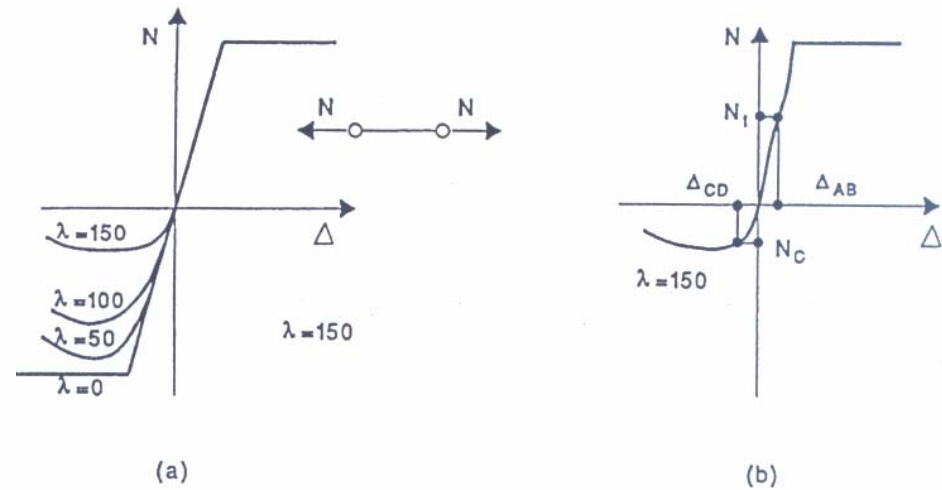
A központos V rácsozás viselkedése



A külponos V rácsozás viselkedése



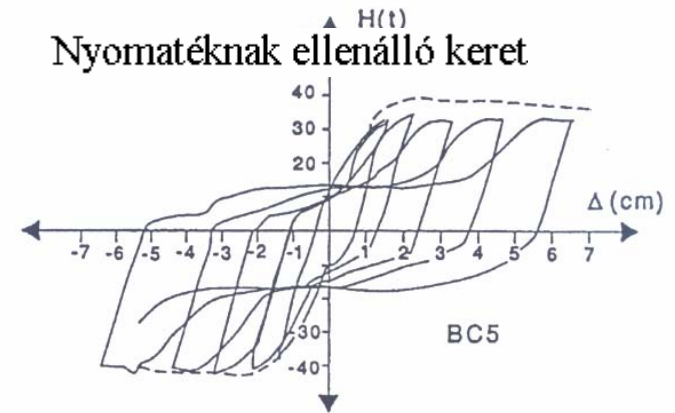
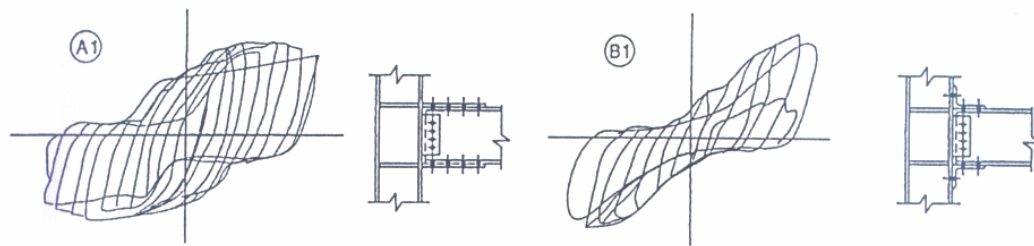
A rácsrudak rúderői



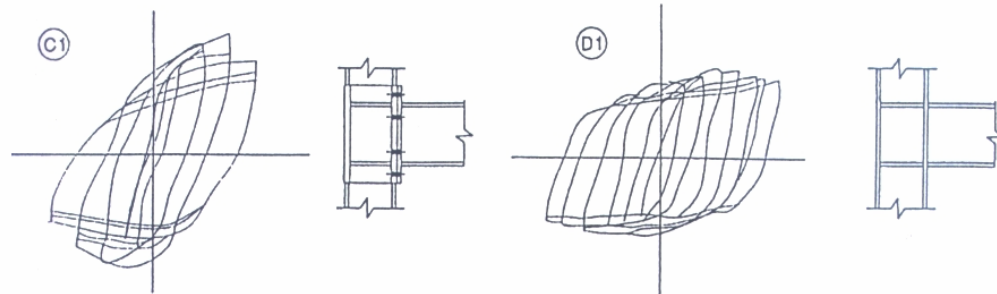
A húzott és a nyomott rácsrúd eltérő viselkedése

Szerkezetek viselkedése vízszintes terhekre

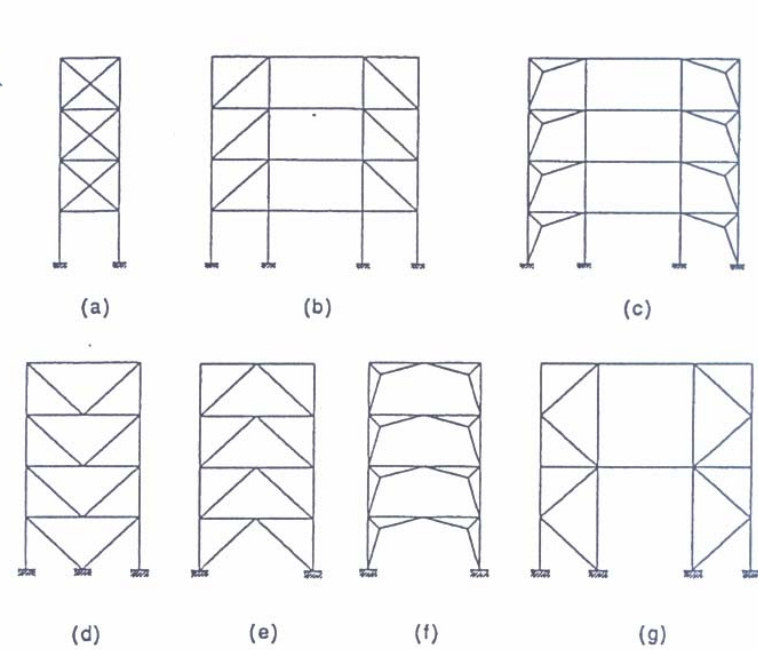
Központos rácsozású merevített keret



A központos rácsozás viselkedése ciklikus teherre

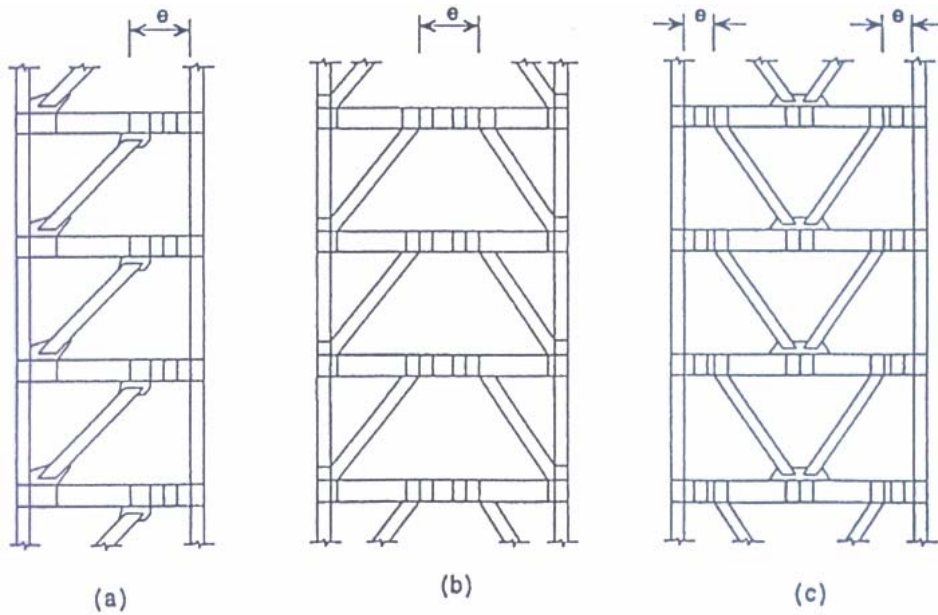


Különböző kialakítású oszlop–gerenda kapcsolatok viselkedése ciklikus teherre

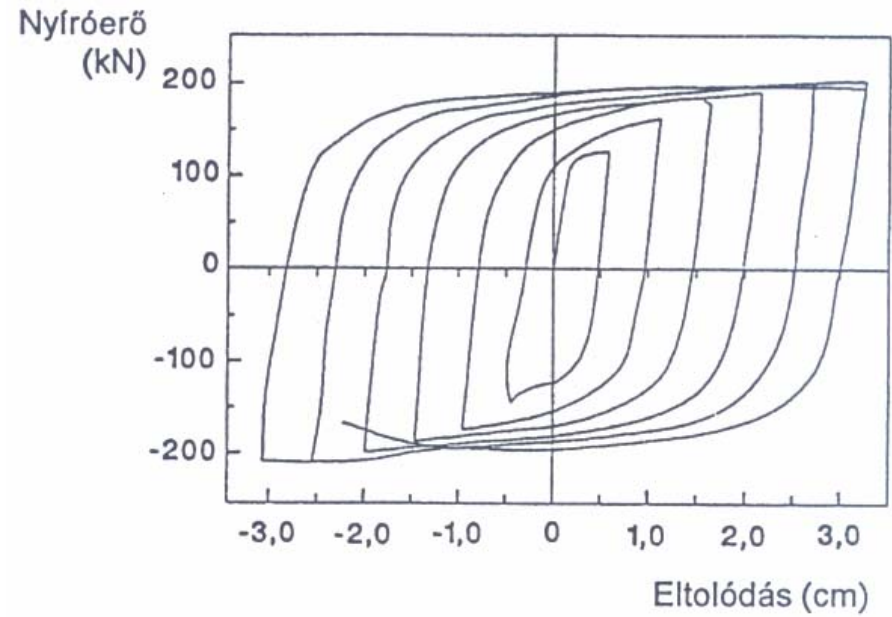


Központos rácsozások

Külpontos rácsozáson merevített keret



Külpontos rácsozások

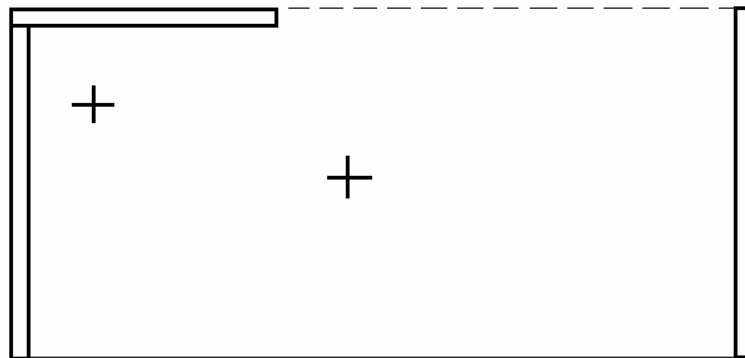


Az aktív kötés viselkedése ciklikus teherre

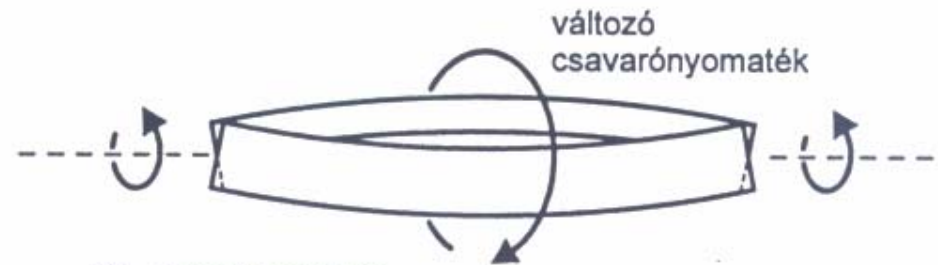
Rugalmas állapotban lévő rúdszerkezet csavarása

Az egyszerű és gátolt csavarás

Merevítőrendszer modellezése:



(a) Egyszerű csavarás



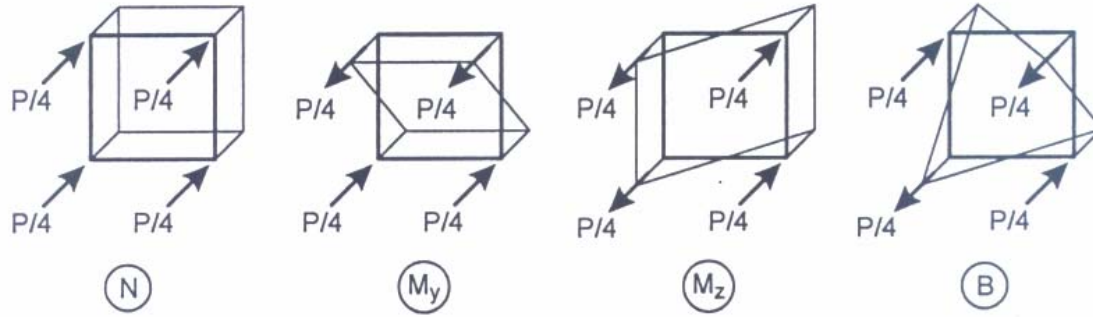
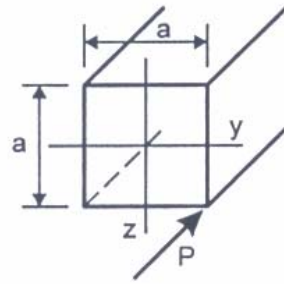
(b) Gátolt csavarás



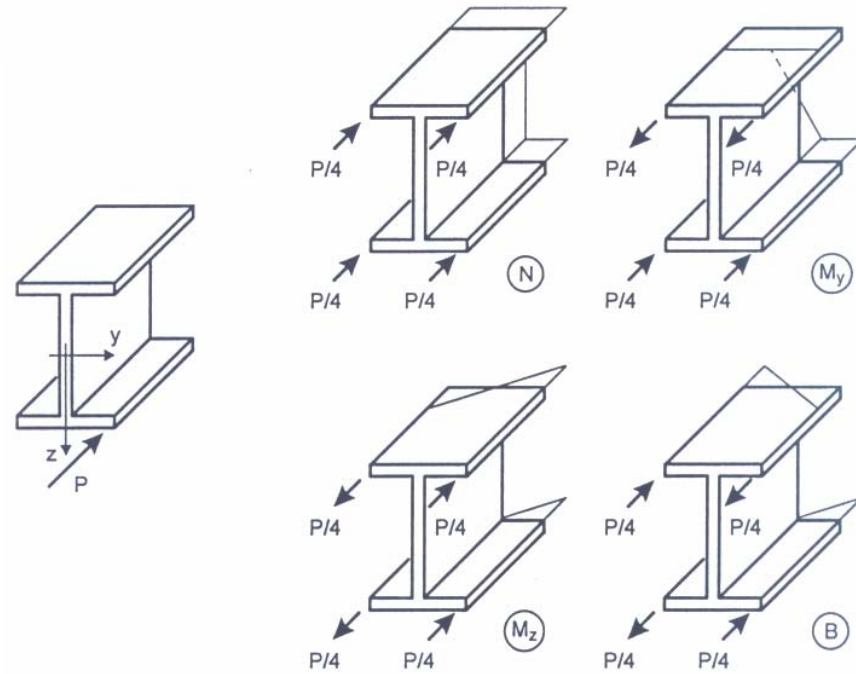
(c) Gátolt csavarás

Az egyszerű és a gátolt csavarás

[Táblázatok 108-112. oldal]



A tömör szelvényű rúdelem viselkedése



A vékonyfalú, nyitott szelvényű rúdelem viselkedése

Szabad (vagy egyszerű) csavarás:

$$\theta = \frac{d\theta}{dX} = \frac{M_T}{GI_t}$$

$$I_t = \frac{1}{3} \int_s t^3 ds$$

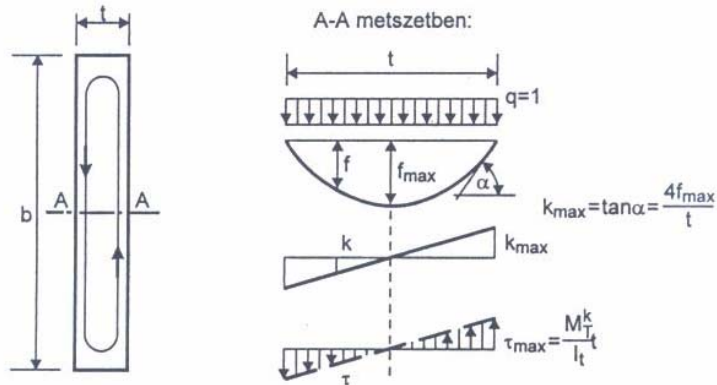
$$f_{\max} = \frac{q \cdot t^2}{8h},$$

illetve $q=h=1$ esetén:

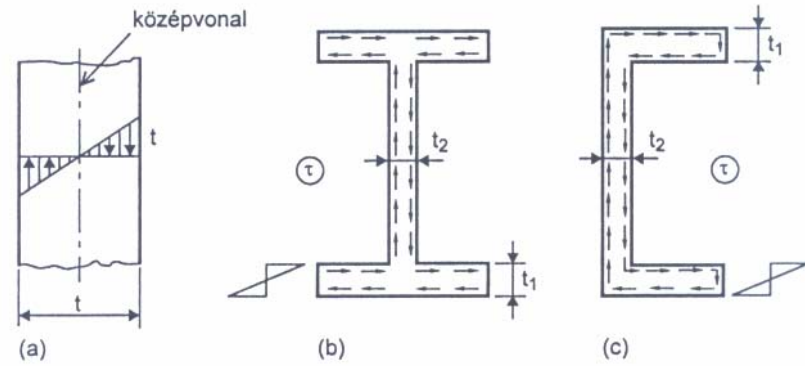
$$f_{\max} = \frac{t^2}{8}.$$

Az esésvonal hajlása egy A–A metszet mentén lineárisan változik.

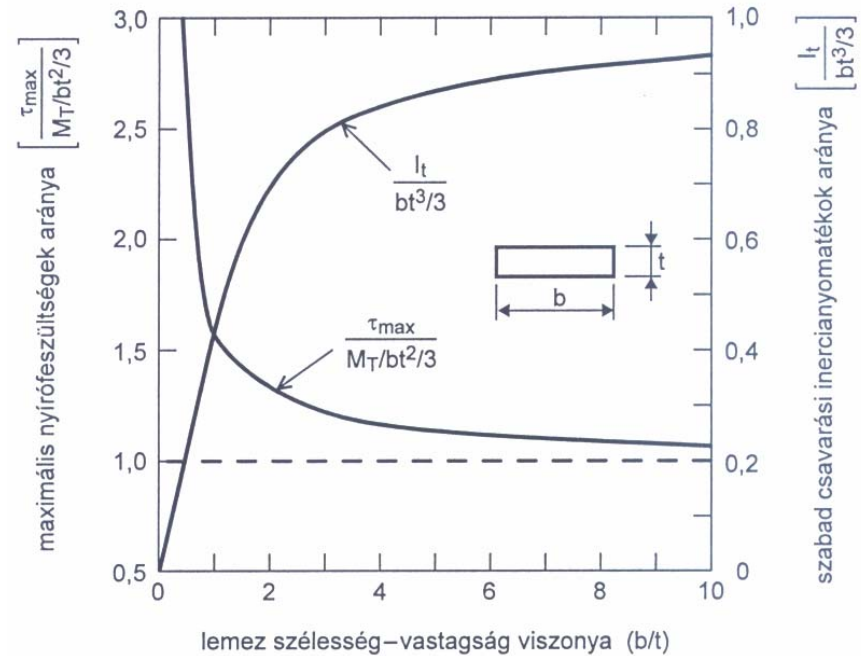
$$I_t = 4V = 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot b \cdot t \cdot f_{\max} = \frac{1}{3} \cdot b \cdot t^3;$$



A membránanalógia alkalmazása vékonyfalú szelvényekre



A nyírófeszültségek eloszlása a keresztmetszeten belül



A nyírófeszültség és a szabad csavarási inercianyomaték változása a szélesség–vastagság viszony függvényében

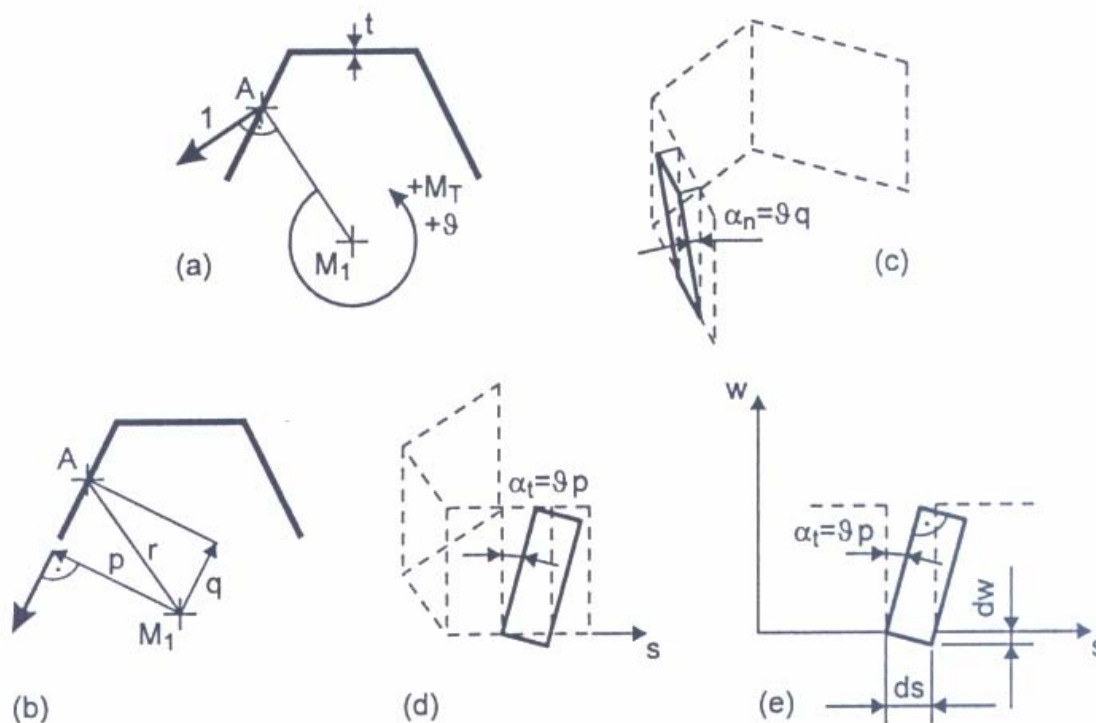
Vetemedési mérték

A középvonal két szomszédos pontjára vonatkozólag az egymástól ds távolságra levő két pont síkból való kilépésének nagysága közötti különbség

$$dw = -\alpha_t \cdot ds = -\vartheta \cdot p \cdot ds ,$$

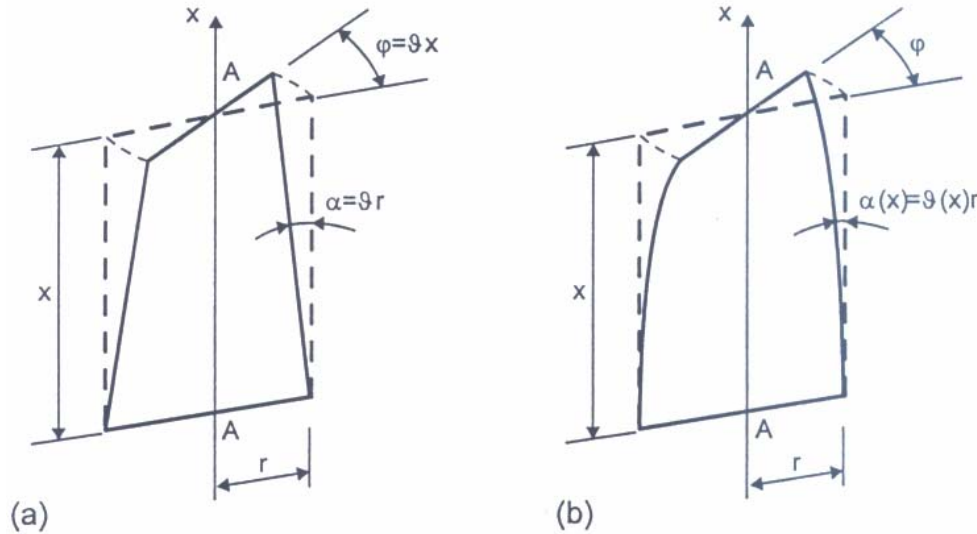
illetve az $\omega = w / \vartheta$ vetemedési mértékre áttérve:

$$d\omega = -p \cdot ds .$$



Vékonyfalú rúdelem vetemedése (torzulása)

Gátolt csavarás



Az alkotók helyzete szabad és gátolt csavarás esetén

$$\vartheta(x) = \frac{d\varphi(x)}{dx}$$

$$w(x, y, z) = \omega(y, z) \cdot \vartheta(x) = \omega(y, z) \cdot \frac{d\varphi(x)}{dx}$$

$$dw = \omega \cdot \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} \cdot dx$$

$$\varepsilon = \frac{dw}{dx} = \omega \cdot \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2}$$

$$\sigma_\omega = E \cdot \varepsilon = E \cdot \omega \cdot \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2}$$

Csavarási középpont

$$\int_A \sigma_\omega dA = E \cdot \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} \cdot \int_A \omega dA = 0;$$

$$\int_A \sigma_\omega \cdot z dA = E \cdot \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} \int_A \omega \cdot z dA = 0;$$

$$\int_A \sigma_\omega \cdot y dA = E \cdot \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} \int_A \omega \cdot y dA = 0.$$

A keresztmetszeten belüli állandókkal való egyszerűsítéssel egyszerűbb alakba írva:

$$\int_A \omega dA = 0;$$

$$\int_A \omega \cdot z dA = 0;$$

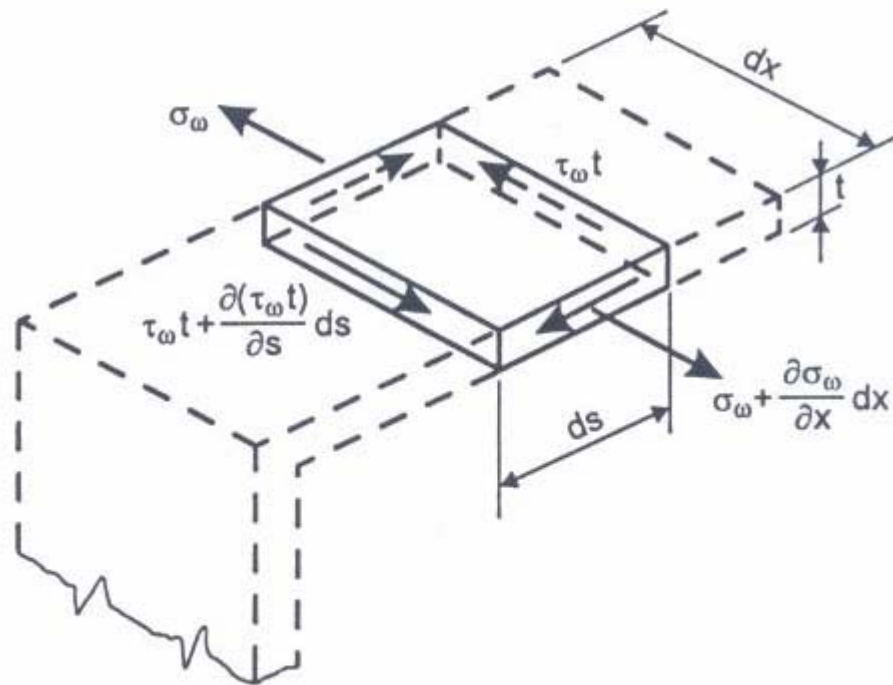
$$\int_A \omega \cdot y dA = 0.$$

A gátolt csavarási nyírófeszültségek

$$\frac{\partial \sigma_{\omega}}{\partial x} \cdot dx \cdot t \cdot ds + \frac{\partial(\tau_{\omega} \cdot t)}{\partial s} \cdot ds \cdot dx = 0,$$

ahonnan

$$\tau_{\omega} = -\frac{1}{t} \cdot \int_0^s \frac{\partial \sigma_{\omega}}{\partial x} \cdot t \, ds$$



A gátolt csavarási normál- és nyírófeszültségek egyensúlya

$$\begin{aligned} \tau_{\omega} &= -E \cdot \frac{d^3 \varphi(x)}{dx^3} \cdot \frac{1}{t} \cdot \int_0^s \omega \cdot t \, ds \\ &= -E \cdot \frac{d^3 \varphi(x)}{dx^3} \cdot \frac{1}{t} \cdot S_{\omega}, \end{aligned}$$

ahol

$$S_{\omega} = \int_0^s \omega \cdot t \, ds$$

$$M_{\omega} = \int \tau_{\omega} \cdot t \cdot p \, ds,$$

$$M_{\omega} = -E \cdot \frac{d^3 \varphi(x)}{dx^3} \cdot \int_A \omega^2 \, dA,$$

vagy az

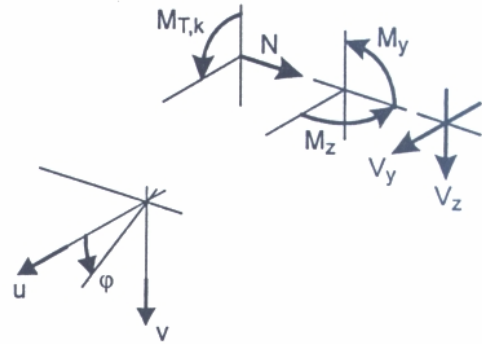
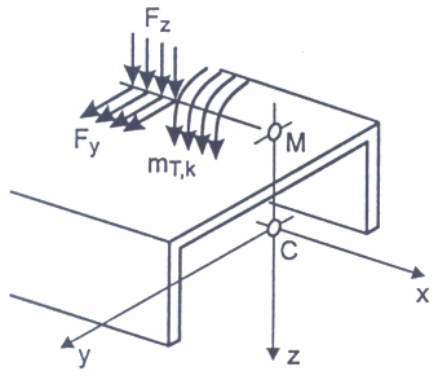
$$I_{\omega} = \int_A \omega^2 \, dA$$

$$M_{\omega} = -EI_{\omega} \cdot \frac{d^3 \varphi(x)}{dx^3}$$

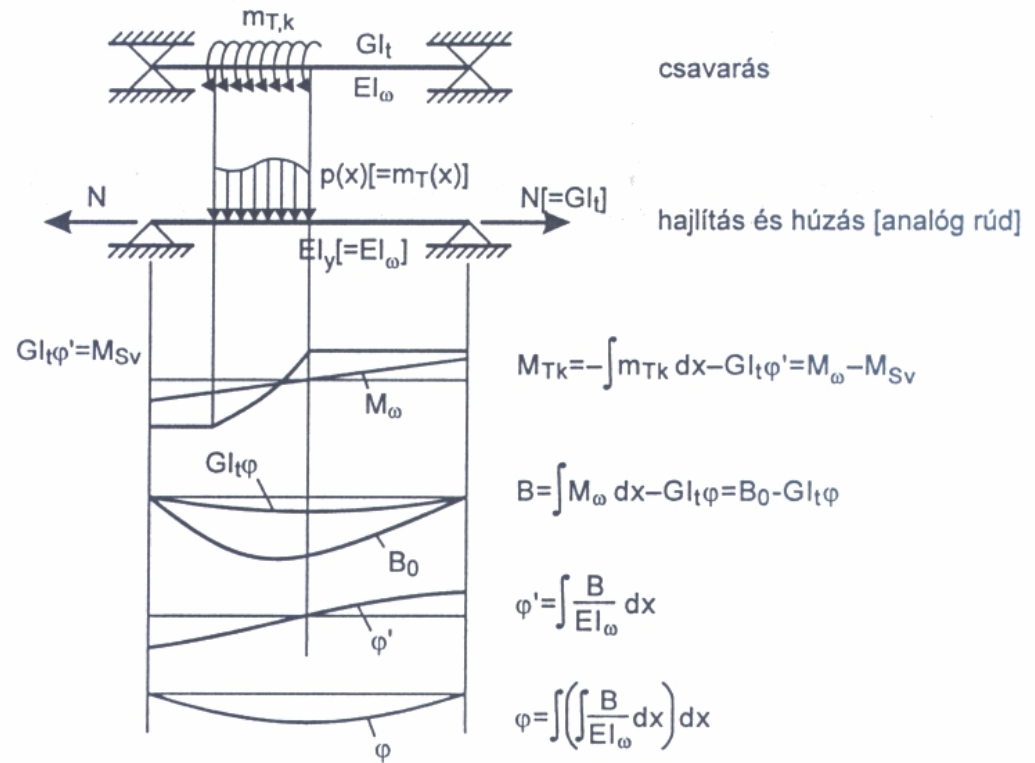
csavarási differenciálegyenlet:

$$M_T^k = GI_T \cdot \frac{d\varphi(x)}{dx} - EI_{\omega} \cdot \frac{d^3 \varphi(x)}{dx^3}$$

Számítási analógiák a hajlítási és csavarási feladatok megoldásánál



A rúdelem térbeli igénybevételei és elmozdulásai



A hajlítás és a csavarás analógiája igénybevételi és elmozdulási ábrák meghatározásához

Első- és másodrendű hajlítás

Összefüggés	Hajlított tartó	Húzott-hajlított tartó
Alapegyenlet	$El_y \cdot u'''' = q_z$	$El_y \cdot u'''' - N \cdot u'' = q_z$
Nyíróerő	$El_y \cdot u''' = \int q_z dx = -\bar{V}_z$	$El_y \cdot u''' = \int q_z dx + N \cdot u' =$ $-\bar{V}_z + N \cdot u' = -V_z$
Nyomaték	$El_y \cdot u'' = \int (-\bar{V}_z) dx = -\bar{M}_y$	$El_y \cdot u'' = \int (-V_z) dx + N \cdot u =$ $-\bar{M}_y + N \cdot u = -M_y$
Elfordulás	$El_y \cdot u' = \int \bar{M}_y dx$	$El_y \cdot u' = \int M_y dx$
Eltolódás	$El_y \cdot u = \iint \bar{M}_y dx dx$	$El_y \cdot u = \iint M_y dx dx$







A hajlítási és a csavarási feladat

Húzott-hajlított tartó	Csavarásra igénybe vett rúd
$EI \cdot u'''' - N \cdot u'' = q$	$EI_{\omega} \cdot \varphi'''' - GI_t \cdot \varphi'' = m_{T,k}$
$EI \cdot u'' - N \cdot u =$ $= \iint q \, dx \, dx + C_1 \cdot x + C_2$	$EI_{\omega} \cdot \varphi'' - GI_t \cdot \varphi =$ $= \iint m_{T,k} \, dx \, dx + C_1 \cdot x + C_2$
$EI \cdot u'' - N \cdot u = -M_0$	$EI_{\omega} \cdot \varphi'' - GI_t \cdot \varphi = -M_{T,0}$
$\varepsilon = l \cdot \sqrt{N / EI}; \quad \xi = x / l$	$\varepsilon_{\omega} = l \cdot \sqrt{GI_t / EI_{\omega}} = l \cdot \lambda_{\omega}; \quad \xi = x / l$
$u = A \cdot \sin h\varepsilon\xi + B \cdot \cos h\varepsilon\xi +$ $+ \frac{1}{N} \cdot \left(M_0 + \frac{l^2}{\varepsilon^2} \cdot M_0'' \right)$	$\varphi = A \cdot \sin h\varepsilon_{\omega}\xi + B \cdot \cos h\varepsilon_{\omega}\xi +$ $+ \frac{1}{GI_t} \cdot \left(M_{T,0} + \frac{l^2}{\varepsilon_{\omega}^2} \cdot M_{T,0}'' \right)$

Hajlítási és csavarási igénybevételek, feszültségek és keresztmetszeti jellemzők

Hajlítási keresztmetszeti jellemzők	Csavarási keresztmetszeti jellemzők
<p>Inercianyomaték [cm⁴]</p> $I_y = \int_{(A)} z^2 dA$ <p>Az elcsúszni akaró szelvényrész statikai nyomatéka az y tengelyre [cm³]</p> $S_y = \int_{(A')} z dA$ <p style="text-align: center;">-</p>	<p>Gátolt csavarási inercianyomaték [cm⁶]</p> $I_\omega = \int_{(A)} \omega^2 dA$ <p>Keresztmetszeti jellemző a gátolt csavarási nyírófeszültségek számításához, vékonyfalú szelvényeknél [cm⁴]</p> $S_\omega = \int_{(A')} \omega dA$ <p>Szabad csavarási inercianyomaték vékonyfalú, nyitott szelvényeknél [cm⁴]</p> $I_t = \frac{1}{3} \cdot c \cdot \sum b_i \cdot t_i^3$

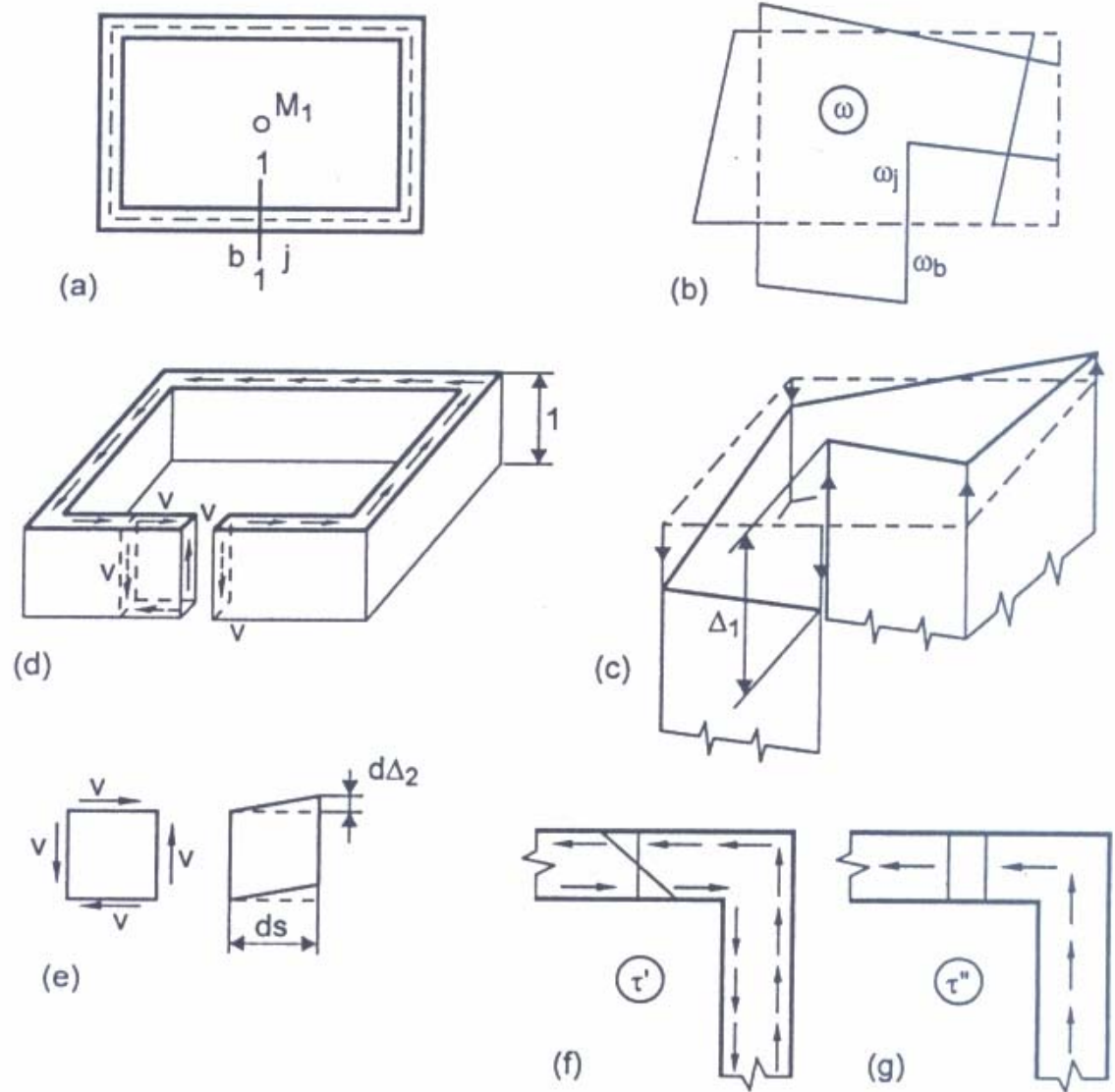
A hajlítási és csavarási kerületi feltételek

Megtámasztás	Hajlítás	Csavarás
Csuklós, villás	 $u = 0$ $u'' = 0 \ (M_y = 0)$	 $\varphi = 0$ $\varphi'' = 0 \ (B = 0)$
Befogás	 $u = 0$ $u' = 0$	 $\varphi = 0$ $\varphi' = 0$
Szabad rúdvég	 $u''' = 0 \ (V_z = 0)$ $u'' = 0 \ (M_y = 0)$	 $\varphi''' = 0 \ (M_\omega = 0)$ $\varphi'' = 0 \ (B = 0)$

Hajlítási és csavarási igénybevételek, feszültségek
és keresztmetszeti jellemzők

Hajlítási igénybevételek	Csavarási igénybevételek
–	Egyszerű csavaráshoz tartozó csavarónyomaték [Nmm]
	$M_T = GI_t \cdot \varphi'$
Nyíróerő [N]	Gátolt csavarási nyomaték [Nmm]
$V_z = -\frac{dM_y}{dx} = EI_y \cdot u'''$	$M_\omega = -\frac{dB}{dx} = -EI_\omega \cdot \varphi'''$
Hajlítónyomaték [Nmm]	Kettősnyomaték [Nmm ²]
$M_y = -EI_y \cdot u''$	$B = EI_\omega \cdot \varphi''$
Hajlítási feszültségek	Csavarási feszültségek
–	Egyszerű csavarásból keletkező nyírófeszültség [N/mm ²]
	$\tau_T = \frac{M_T}{I_t} \cdot \eta = GI_t \cdot \varphi' \cdot \frac{t}{I_t}$
Hajlítási nyírófeszültség [N/mm ²]	Gátolt csavarási nyírófeszültség [N/mm ²]
$\tau_z = \frac{-EI_y \cdot u'''}{t} \cdot \frac{S_y}{I_y} = \frac{V_z}{t} \cdot \frac{S_y}{I_y}$	$\tau_\omega = \frac{-EI_\omega \cdot \varphi'''}{t} \cdot \frac{S_\omega}{I_\omega} = \frac{M_\omega}{t} \cdot \frac{S_\omega}{I_\omega}$
Hajlítási normálfeszültség [N/mm ²]	Gátolt csavarási normálfeszültség [N/mm ²]
$\sigma_x = -EI_y \cdot u'' \cdot \frac{z}{I_y} = M_y \cdot \frac{z}{I_y}$	$\sigma_\omega = -EI_\omega \cdot \varphi'' \cdot \frac{\omega}{I_\omega} = B \cdot \frac{\omega}{I_\omega}$

Vékonyfalú, zárt szelvények



$$\Delta_1 = w_b - w_j =$$

$$\vartheta \cdot (\omega_b - \omega_j) =$$

$$2A_{bj} \cdot \vartheta = -2A_0 \cdot \vartheta$$

$$d\Delta_2 = \frac{v}{G \cdot t} \cdot ds$$

$$\Delta_2 = \frac{v}{G} \cdot \oint \frac{ds}{t}$$

$$\Delta_1 + \Delta_2 = 0$$

$$v = \frac{2A_0 \cdot G \cdot \vartheta}{\oint \frac{ds}{t}}$$

$$\oint \frac{ds}{t} = \sum \frac{b_i}{t_i}$$

$$v = \frac{2A_0 \cdot G \cdot \vartheta}{\sum \frac{b_i}{t_i}}$$

Zárt szelvény egyszerű csavarása

Keresztmetszeti jellemzők, nyírófeszültségek, csavarónyomatékok

$$I_T = \frac{4A_0^2 \cdot t}{\sum b_i}$$

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = \frac{M_T}{I_T} \cdot \left(t_i + \frac{2A_0}{\sum \frac{b_i}{t_i}} \cdot \frac{1}{t_i} \right)$$

$$\omega_j^* - \omega_i^* = 2A_{ji} + \frac{2A_0}{\oint \frac{ds}{t}} \cdot \int_i^j \frac{ds}{t}$$

$$M_T = M_{T1} + M_{T2} = \vartheta \cdot G \cdot \left(I_T + \frac{4A_0^2}{\sum \frac{b_i}{t_i}} \right)$$

Konzoltartó hajlítása és csavarása: példa [Csellár, Halász, Réti, 1965]

$$M_T^k = P \cdot z_\omega \quad M_T^k = GI_T \cdot \frac{d\varphi(x)}{dx} - EI_\omega \cdot \frac{d^3\varphi(x)}{dx^3} = konst.$$

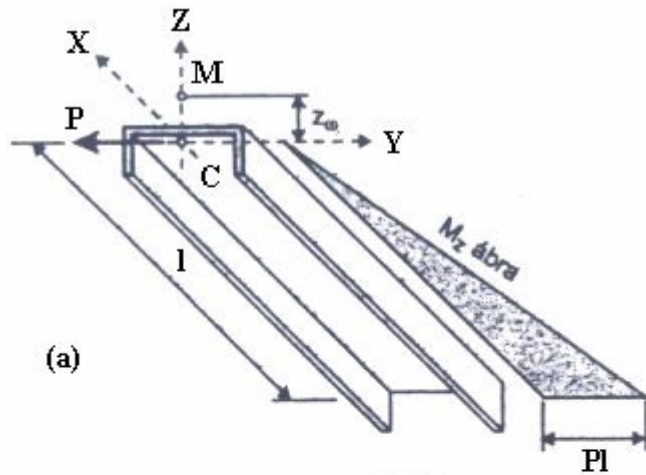
$$M_T = M_T^k \cdot \left[1 - \frac{\text{ch}\alpha(\ell-x)}{\text{ch}\alpha\ell} \right];$$

$$M_\omega = M_T^k \cdot \frac{\text{ch}\alpha(\ell-x)}{\text{ch}\alpha\ell};$$

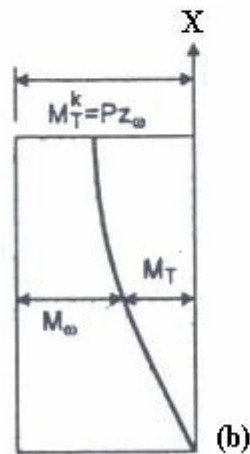
$$B = M_T^k \cdot \frac{\text{sh}\alpha(\ell-x)}{\alpha \cdot \text{ch}\alpha\ell}.$$

$$\sqrt{\frac{GI_T}{EI_\omega}}$$

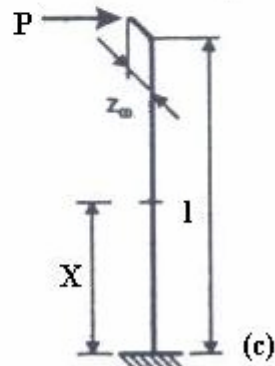
$$\frac{M_T^k}{GI_T} \cdot \left[\frac{\text{sh}\alpha\ell}{\alpha \cdot \text{ch}\alpha\ell} \cdot (\text{ch}\alpha x - 1) + x - \frac{\text{sh}\alpha\ell}{\alpha} \right]$$



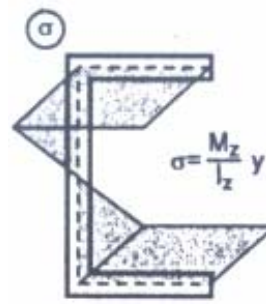
(a)



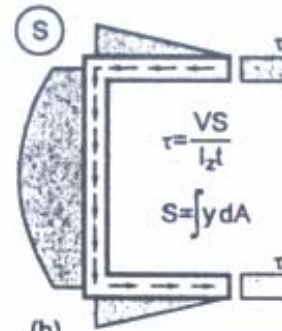
(b)



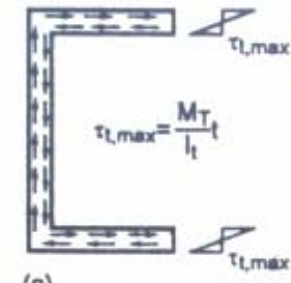
(c)



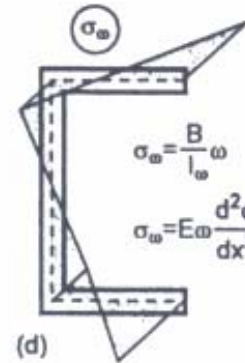
(a)



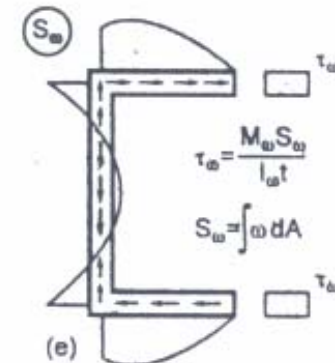
(b)



(c)



(d)



(e)

"U" keresztmetszetű, egyik végén befogott hajlított konzoltartó csavarása

A feszültségek eloszlása a keresztmetszetben belül hajlítás és csavarás esetén