# A.2. Acélszerkezetek határállapotai

## A.2.1. A teherbírási határállapotok első osztálya: a szilárdsági határállapotok

A szilárdsági határállapotok (melyek között a fáradt és rideg törést e helyütt nem tárgyaljuk) közös jellemzője, hogy a korlátok elsősorban (adott teherelrendezés és szerkezeti méretek esetén) az anyag szilárdsági jellemzőitől, elsősorban a  $\sigma_F = f_v$  folyáshatártól függnek.

Statikus terhelés esetén öt szilárdsági határállapotot szokás megkülönböztetni: az első folyás, a korlátozott maradó alakváltozások, a halmozódó maradó alakváltozások, a korlátozatlan folyás és a képlékeny törés határállapotát [HALÁSZ és PLATTHY, 1987].

Az elemzést a A.2.1. ábrán bemutatott egyszerű szerkezeten végezzük el [HALÁSZ, 1976].

A *A.2.1. ábrán* mutatott szerkesztés segítségével előállítható a *P–e erő–elmozdulás* diagram. Ennek jellemző pontjai adják a megfelelő határállapotokat.



A.2.1. ábra Az első folyás és a korlátozatlan folyás határállapota

A.2.1

A.2.1.1. Az első folyás határállapota Az ezen elvet követő módszert *rugalmas méretezésnek* nevezzük.(*A.2.1. ábra*)

A.2.1.2. A korlátozott maradó alakváltozások határállapota ( $P_F < P < P_{FT}$ ) (A.2.1. ábra)

A.2.1.3. A korlátozatlan folyás határállapota

Az erő növelésével elérünk a korlátozatlan folyás határállapotába ( $P = P_{FT}$ ) (A.2.1. ábra)

A.2.1.4. A halmozódó maradó alakváltozások határállapota (beállási határállapot) (*A.2.2. ábra*)

$$P_F \leq P_{FB} \leq P_{FT}$$
 .



A.2.2. ábra Többciklusú terhelési folyamatok

Ezt a halmozódó képlékeny alakváltozás határterhének vagy beállási határtehernek ( $F_B$ ) nevezzük.

A.2.1.5. A képlékeny törés határállapota

A A.2.3. ábrán megismételtük a vizsgálatokat [HALÁSZ, 1976]. Ennek tanulságai szerint a képlékeny törés (példánkban a "2" jelű rúd szakadása miatt) egy  $P_T \ge P_{FT}$  erőnél következik be. Helyesen tervezett szerkezetekben ez az általános – és kívánatos – eset.



A.2.3. ábra A képlékeny törés határállapota

Speciális körülmények között azonban előfordulhat, hogy a képlékeny törés kisebb erőnél következik be, mint az ideálisan rugalmas–képlékeny tulajdonság feltételezésével számított  $P_{FT}$  erő (A.2.4. ábra) [HALÁSZ, 1976].

Ezért statikus terhelésnél a kapcsolatok méretezése a képlékeny törés határállapotán alapszik, ennek megfelelő biztonsági tényezők alkalmazásával. A teherbirás kimerülésének típusai a A.2.5. ábrén láthatók.

Legveszedelmesebb a "C" típusú teherbírásvesztés, amikor a szerkezet a csúcspont után veszít teherhordó képességéből. Ide tartoznak egyes instabilitási jelenségek és a törés. Következménye a gyorsan bekövetkező összedőlés.



A.2.4. ábra A képlékeny törés kedvezőtlen hatása



A.2.5. ábra A teherbírás kimerülésének típusai

### A.2.2. A teherbírási határállapotok második osztálya: a stabilitási határállapotok

A stabilitási határállapotok közös jellemzője, hogy esetükben elvileg közvetlenül csak a teher nagyságára lehet korlátot megadni. E korlátok a szerkezet erő–elmozdulás diagramja különleges pontjainak (elágazás, tetőpont) vizsgálatából vezethetők le, és nagymértékben a szerkezet és a szerkezeti anyag merevségi jellemzőitől (például a rugalmassági modulustól) függenek.

Négy stabilitási határállapotot szokás megkülönböztetni:

- az egyensúlyi út elágazása,
- az egyensúlyi út elágazása utáni teherbírás,
- a képlékeny instabilitás és
- a geometriai instabilitás

határállapotát [HALÁSZ, 1987].

#### A.2.2.1. Az egyensúlyi út elágazásának határállapota

Ezek a megállapítások a A.2.6. ábrán látható P-u erő-elmozdulás diagramban úgy tükröződnek, hogy  $P < P_{kr}$  esetben nincs u oldalirányú elmozdulás,  $P \ge P_{kr}$  esetben létezik ugyan egy (a szaggatott vonalnak megfelelő) elméletileg elképzelt, egyenes tengelyű alak, de a zavarások hatására  $P = P_{kr}$  erőnél a rúd gyakorlatilag egy fokozatosan növekvő kitérésű, meggörbült alakot vesz fel, *az erő-elmozdulás diagrammal ábrázolt egyensúlyi út elágazik, a nyomott rúd kihajlik.* A  $P_{kr}$  erőt *kritikus erőnek* szokás nevezni.



A.2.6. ábra A karcsú nyomott rúd viselkedése

A A.2.7. ábrán szereplő összeállítás egy nyomott rúdhoz hasonló szerkezet modellje, amely, ha  $\kappa = 0$ , akkor mindig egyensúlyban lehet, és benne csak nyomóerő keletkezik. Ha a rudat kismértékben elferdítjük



A.2.7. ábra Az egyensúlyi út elágazásának vizsgálata

 $(\kappa \neq 0)$ , és ezt az állapotot másodrendű elmélettel elemezzük, a megtámasztó rugóra

$$M = N \cdot u = N \cdot L \cdot \kappa$$

nyomaték is hat, és abban  $C \cdot \kappa$  nagyságú megtámasztó nyomaték ébred. A két érték egyeztetéséből kiderül, hogy elferdült állapot (azaz a rúd "kihajlása")

$$N \cdot L \cdot \kappa = c \cdot \kappa$$
$$N_{kr} = \frac{c}{L}$$

erőnél következhet be. Az eredmény szemlélteti, hogy az "elágazás" helye a merevséget jelképező c rugóállandótól függ.

## A.2.2.2. Az egyensúlyi út elágazása utáni ("posztkritikus") teherbírás határállapota

Az egyensúly-elágazás utáni teherbírási határállapotot vizsgáljuk meg merev rúdból és nemlineáris viselkedésű, állandóan vízszintes helyzetű megtámasztó rugóból álló modell segítségével (*A.2.8. ábra*). A modellt [GALAMBOS, 1988] mutatja be, [KOLLÁR, 1991] pedig más módszerrel mutatja be ugyanezt a jelenséget.

Tételezzük fel, hogy a rudat megtámasztó rugóban ébredő rugóerőt felírhatjuk az  $\varepsilon = u/L$  dimenziótlan vízszintes eltolódás függvényében:

$$K = k_1 \cdot \varepsilon - k_2 \cdot \varepsilon^2 + k_3 \cdot \varepsilon^3.$$
(2.1)



A.2.8. ábra Az egyensúlyi út elágazása utáni teherbírás határállapotának vizsgálata

$$P \cdot \varepsilon = K \cdot \left(1 - \varepsilon^2\right)^{\frac{1}{2}} = \left(k_1 \cdot \varepsilon - k_2 \cdot \varepsilon^2 + k_3 \cdot \varepsilon^3\right) \cdot \left(1 - \varepsilon^2\right)^{\frac{1}{2}}.$$
 (2.2)

(i) Legyen ɛ infinitezimálisan kicsi, az egyensúlyi út elágazásához tartozó kritikus erő:

$$P_{kr} = k_1. \tag{2.3}$$

(ii) *Koiter* vizsgálatai alapján megállapítható, hogy az egyensúlyi út elágazása utáni viselkedés lényeges jellemzői meghatározhatóak a másodlagos egyensúlyi út alakjából [KOITER, 1970].

Feltételezve, hogy ɛ kicsi, de véges nagyságú, az

$$\left(1-\epsilon^2\right)^{\frac{1}{2}} \cong 1-\frac{\epsilon^2}{2}$$

közelítést alkalmazva, és csak a harmadik hatványig megtartva a tagokat a (4.2) egyenlet egyszerűsödik:

$$P \cdot \varepsilon = \left(k_1 \cdot \varepsilon - k_2 \cdot \varepsilon^2 + k_3 \cdot \varepsilon^3\right) \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{2}\right) \cong k_1 \cdot \varepsilon - k_2 \cdot \varepsilon^2 + \left(k_3 - \frac{k_1}{2}\right) \cdot \varepsilon^3.$$
(2.4)

A (2.3) egyenlet figyelembevételével (3.4) átírható:

$$P = P_{kr} \cdot \left( 1 - a \cdot \varepsilon + b \cdot \varepsilon^2 \right), \tag{2.5}$$

ahol

$$a = \frac{k_2}{k_1}$$
 és  $b = \frac{k_3 - \frac{1}{2}}{k_1}$ 

Szimmetrikusan viselkednek azok a szerkezetek, amelyeknél az egyensúlyi út elágazása független a deformációk előjelétől. Ez a viselkedés jellemző, ha a = 0, ekkor:

$$P = P_{kr} \cdot \left(1 + b \cdot \varepsilon^2\right). \tag{2.6}$$

Az erő-elmozdulás görbe alakulását a A.2.9. ábra mutatja.



A.2.9. ábra Ideális rendszerek szimmetrikus egyensúlyi útjai: (a) stabil és (b) labilis szimmetrikus viselkedés

Az (a) esetben a rugó egyre merevebb lesz, így ahhoz, hogy a deformációk növekedjenek, a tehernek is növekednie kell; ugyanakkor a (b) esetben a rugó egyre puhább lesz, így a deformációk növekedése csökkenő tehernél következik be. Az (a) esetet stabil szimmetrikus egyensúlyi elágazásnak, a (b) esetet pedig labilis szimmetrikus egyensúlyi elágazásnak nevezzük.

Aszimmetrikus viselkedés az  $a \neq 0$  esetben alakul ki (*A.2.10. ábra*). Tekintve, hogy *b* hatása kis környezetben elhanyagolható, feltételezhető, hogy b = 0; ekkor:

$$P = P_{kr} \cdot (1 - a \cdot \varepsilon). \tag{2.7}$$

A szimmetrikus viselkedéssel ellentétben az aszimmetrikus esetben az egyensúlyi út elágazása utáni állapot elsősorban a kialakuló deformációk előjelétől függ.



A.2.11. ábra Ideális rendszer aszimmetrikus egyensúlyi útja

## A.2.2.3. A képlékeny instabilitás határállapota

A stabilitási határállapotok acélszerkezetek szempontjából egyik legfontosabb esete a képlékeny instabilitás [HALÁSZ, 1987], amely a külpontosan nyomott rúd esetén szemléltethető (*A.2.12. ábra*). Másodrendű elméletet alkalmazva ( $u = l \cdot \kappa$ ;  $v \approx 0$ ) az

$$M = N \cdot u + Q \cdot (L - v) = N \cdot L \cdot \kappa + Q \cdot L$$

egyensúlyi egyenlet és az



A.2.12. ábra A képlékeny instabilitás határállapota

$$M = c \cdot \kappa$$

fizikai egyenlet felhasználásával

$$\kappa^{(II)} = \frac{\kappa^{(I)}}{1 - \frac{N}{N_{kr}}} \quad \text{és} \quad M^{(II)} = \frac{M^{(I)}}{1 - \frac{N}{N_{kr}}}$$

összefüggéseket kapjuk. Ezek rugalmas állapotban érvényesek, és a külpontosan nyomott rúdszerkezetek egy jelentős csoportjánál felhasználhatók arra, hogy a bonyolultabb, *másodrendű elmélet szerinti vizsgálatot megke-rüljük, az elmozdulásokat és igénybevételeket az elsőrendű elmélet eredményeiből a* 

$$\psi = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{kr}}}$$

nagyító tényező segítségével számítsuk, azaz

$$\kappa^{(II)} = \psi \cdot \kappa^{(I)};$$
$$M^{(II)} = \psi \cdot M^{(I)}$$

ahol az index utal a másodrendű, illetve elsőrendű elmélet használatára.

adódik (*A.2.12b ábra*). Látható, hogy az *erő–elmozdulás diagramnak maximuma ("határpontja") van*, ami a teherbírás kimerülését jelenti. Innen a *képlékeny instabilitás* elnevezés.

Ezzel egy stabilitási határállapot vizsgálatát – közelítésképpen – szilárdsági vizsgálatra vezetünk vissza. Innen származik a külpontosan nyomott elemek vizsgálatának

#### A.2.2.4. A geometriai instabilitás határállapota

Különleges, karcsú szerkezeteknél (például lapos ívek, héjak) előfordul, hogy az erő–elmozdulás diagramnak maximuma van anélkül, hogy képlékeny állapot lépne fel. *ponttal határállapotnak* is nevezni. A jelenségre példát egy lapos ív viselkedését érzékeltető egyszerű szerkezet (*A.13. ábra*) esete mutat [HALÁSZ, 1987].



A.2.13. ábra A geometriai instabilitás határállapota