

A.6. A mérnöki rugalmasságtan acélszerkezeti alkalmazása

A.6.1. Egyenes hajlítás

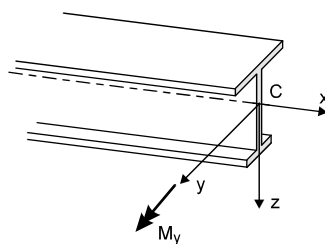
A rúdelem hajlítva van, ha olyan erőpárok működnek rá, amelyek síkja merőleges, azaz vektoruk a keresztmetszet síkjában fekszik [KALISZKY, KURUTZNÉ és SZILÁGYI, 1990].

A rúdelem homogén, izotrop és rugalmas anyagú, a rúdelem keresztmetszetei a *Bernoulli* és *Navier* által javasolt sík keresztmetszetek elve értelmében merev lapként elfordulnak.

Egyenes hajlítás esetén a rúdelemre működő hajlítónyomaték vektora megegyezik a keresztmetszeti síkidom valamelyik, a *C* súlyponton átmenő tehetetlenségi főirányával (*A.6.1. ábra*).

Ekkor a geometriai elemzés arra az eredményre vezet, hogy a hajlítónyomaték hatására az elemi szálak csak megnyúlnak vagy megrövidülnek, míg szögtorzulásuk zérussal egyenlő. Ebből az következik, hogy a keresztmetszetekre csak σ_x normálfeszültségek működnek. Mivel a normálfeszültségek térbeli párhuzamos erőrendszert alkotnak, az egyensúlyi feltétel az *x* tengelyre vonatkozó vetületi egyenlettel, valamint az *y* és a *z* tengelyekre vonatkozó két nyomatéki egyenlettel fejezhető ki.

Végeredményben a σ_x normálfeszültség:



A.6.1. ábra A rúdelem terhei és igénybevételei

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} \cdot z,$$

ahol M_y a hajlítónyomaték, I_y az *y* tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték, *z* pedig a semleges tengelytől mért távolság.

A.6.2. Hajlítás és nyírás

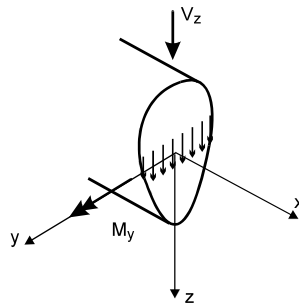
A.6.2.1. Szimmetriasíkjában terhelt tömör rúdelem

A hajlítással egy idejű nyírás vizsgálata során – a tiszta hajlítás esetéhez hasonlóan – a teher síkjának és a keresztmetszet alakjának megkülönböztetett szerepe van. A következőkben olyan tömör keresztmetszetekkel foglalkozunk, amelyek legalább egy szimmetriatengellyel rendelkeznek, továbbá feltételezzük, hogy a teher működési síkja vagy a keresztmetszet szimmetriasíkjába esik, vagy arra merőleges (*A.6.2. ábra*).

A keresztmetszetben a normálfeszültség az A.6.1. pont szerint alakul, a függőleges nyírófeszültség pedig

$$\tau_{xz} = -\frac{V_z \cdot S'_y}{I_y \cdot s},$$

ahol V_z a keresztmetszetre működő nyíróerő nagysága; S'_y a vizsgált ponton átmenő vízszintes sík alatti, elcsúszni akaró rész keresztmetszeti területének statikai nyomatéka az y súlyponti tengelyre; I_y a teljes keresztmetszeti síkidom inercianyomatéka szintén az y súlyponti tengelyre; továbbá s a vizsgált ponton át húzott vízszintes metszet szélessége.



A.6.2. ábra Hajlítás és nyírás tömör rúdelemben

A Zsuravszkij által levezetett képlet megadja a keresztmetszet tetszőleges z koordinátájú pontjában a

nyírófeszültség függőleges, szimmetriatengellyel párhuzamos összetevőjét, amelynek iránya mindig megegyezik a nyíróerő irányával [KALISZKY, KURUTZNÉ és SZILÁGYI, 1990].

A.6.22. Vékonyfalú, nyitott szelvényű rúdelem nyírása. A nyírófolyam

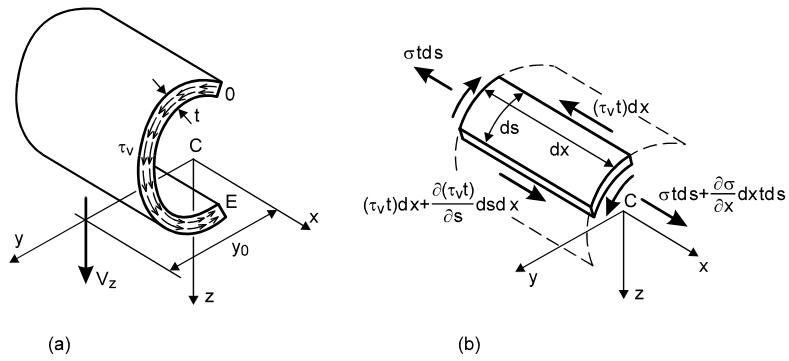
Vékonyfalú, nyitott szelvényű rúdelemben a nyírófeszültségek eloszlása különbözik a tömör rúdelemben feltételezett eloszlástól, nevezetesen: a nyírófeszültségek a keresztmetszet középvonalával és nem az alkalmazott nyíróerővel párhuzamosak (A.6.3.a ábra). Mivel a keresztmetszet vastagsága kicsi, feltételezhető, hogy a nyírófeszültség a vékonyfalú rúdelem vastagsága mentén állandó eloszlású [KALISZKY, KURUTZNÉ és SZILÁGYI, 1990]. A rúdírányú τ_v nyírófeszültségek és a σ normálfeszültségek egyensúlyban vannak. A $t \cdot ds \cdot dx$ elemi hasábra az A.6.3b ábra alapján felírható az egyensúlyi feltétel:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} \cdot dx \cdot t \cdot ds + \frac{\partial (\tau_v \cdot t)}{\partial s} \cdot ds \cdot dx = 0,$$

felhasználva a

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{V_z \cdot z}{I_y}$$

összefüggést, a nyírófeszültség:



A.6.3. ábra A nyírőfeszültségek eloszlása nyitott, vékonyfalú rúdelemben: (a) a nyírőfeszültségek eloszlása; (b) az elemi hasáb vízszintes egyensúlya

$$\tau_v \cdot t = -\frac{V_z}{I_y} \cdot \int_0^s z \cdot t \, ds,$$

amely teljesíti azt a feltételt, hogy a nyírőfeszültség zérus az $s=0$ terheletlen elemszélén [TRAHAIR és BRADFORD, 1988].

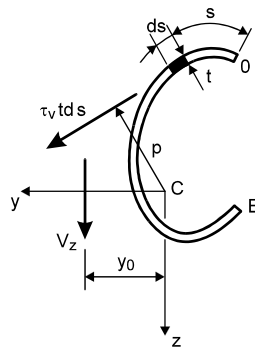
A.6.23. A nyírési középpont

Az A.6.3. ábrán vázolt V_z függőleges nyírőerőből keletkező τ_v nyírőfeszültségeknek a vékonyfalú rúdelem C súlypontja körüli forgatónyomatékával az y_0 távolságban működő V_z függőleges nyírőerő nyomatéka tart egyensúlyt (A.6.4. ábra):

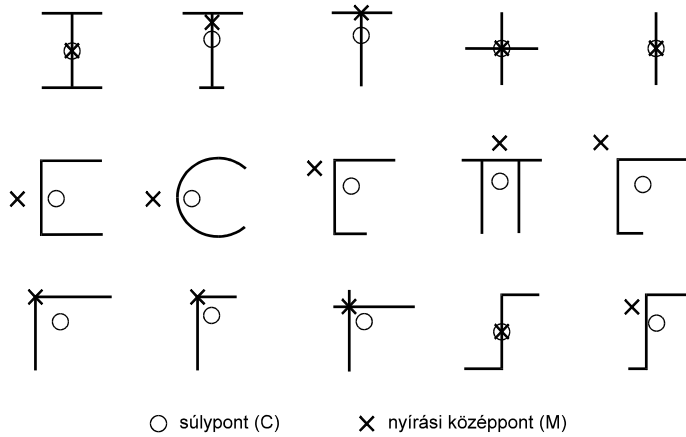
$$y_0 = \frac{1}{V_z} \cdot \int_0^E \tau_v \cdot t \cdot p \cdot ds.$$

A V_y vízszintes nyírőerő esetére hasonló módon meghatározható egy z_0 távolság. Az (y_0, z_0) koordináták meghatározzák a keresztmetszet M nyírési középpontját. Amennyiben a keresztirányú terhek nem mennek át a keresztmetszet nyírési középpontján, a rúdelem csavarva is van, és további nyírőfeszültségek ébrednek.

Az A.6.5. ábra bemutatja néhány keresztmetszet súlypontjának és nyírési középpontjának a helyzetét.



A.6.4. ábra A τ_v nyírőfeszültségek nyomatéka a keresztmetszet súlypontjára



A.6.5. ábra Súlypont és nyírási középpont

A.6.24. Vékonyfalú, zárt szelvényű rúdelemek

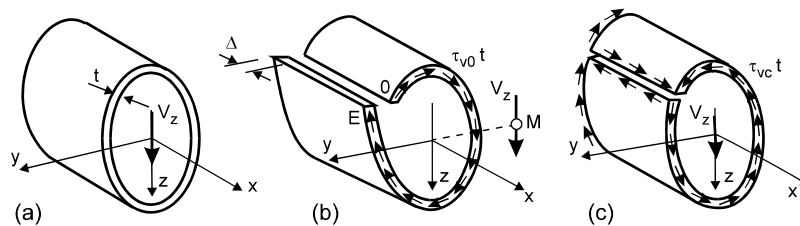
A zárt szelvényű rúdelemekben (A.6.6a ábra) a nyitott szelvényű rúdelemekhez hasonló nyírófeszültségek keletkeznek, kiegészítve egy $\tau_{vc} \cdot t$ állandó nyírófolyammal. Ez a kiegészítő nyírófolyam biztosítja a folytonosságot a rúdelem keresztmetszetében.

A zárt szelvényű rúdelemet hosszirányban felhasítva, a négyszög keresztmetszetben a V_z nyíróerő hatására $\tau_{v0} \cdot t$ nyírófolyam alakul ki (A.6.6b ábra). Mivel a rúdelem nincs csavarva, a hosszirányú elemi szálak párhuzamosak maradnak a rúdelem hossz tengelyével, így a keresztirányú elemi szálak τ_{v0} / G nyírási alakváltozást szenvednek.

Ezek a nyírási alakváltozások eredményezik a w hossz tengely irányú vetemedés kialakulását (A.6.6b ábra). A képzeletbeli felhasításnál keletkező relatív vetemedés:

$$\int_0^E \frac{\tau_{v0}}{G} ds,$$

ez az alakváltozás azonban nem jöhet létre, így:



A.6.6. ábra Vékonyfalú, zárt szelvényű rúdelem nyírása: (a) zárt szelvény nyírása; (b) a felhasított szelvényben keletkező nyírófolyam; (c) a felhasítás megszüntetéséhez szükséges nyírófolyam

$$\oint \frac{\tau_v}{G} ds = 0,$$

ahol $\tau_v = \tau_{vc} + \tau_{v0}$ a teljes nyírófeszültség.

A τ_{v0} a felhasított szelvényben keletkező nyírófeszültség (A.6.6b ábra), a τ_{vc} pedig a felhasítás megszüntetéséhez szükséges egyenletes nyírófolyam (A.6.6c ábra):

$$\tau_v \cdot t = \tau_{vc} \cdot t - \frac{V_z}{I_y} \cdot \int_0^s z \cdot t \cdot ds .$$

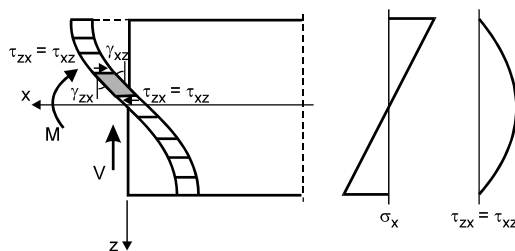
A τ_v teljes nyírófeszültség egyenletéből felírható, hogy:

$$\tau_{vc} \cdot t = - \frac{\oint \tau_{v0} ds}{\oint \frac{1}{t} ds} .$$

Többszellés, vékonyfalú, zárt szelvény esetén, ha m lemezelem n csomópontban találkozik, a független cellák száma $m - n + 1$. Minden lemezelemben ismeretlen $\tau_{vc} \cdot t$ nyírófolyam lép fel.

A folytonossági állapot meghatározásához szükséges $m - n + 1$ darab egyenletet a lemezelemekre és a csomópontokra felírt egyensúlyi egyenletek adják.

A.6.25. A nyírás hatása: a *shear lag* hatás



A.6.7. ábra A szögtorzulás változása egyidejű hajlítás és nyírás esetén

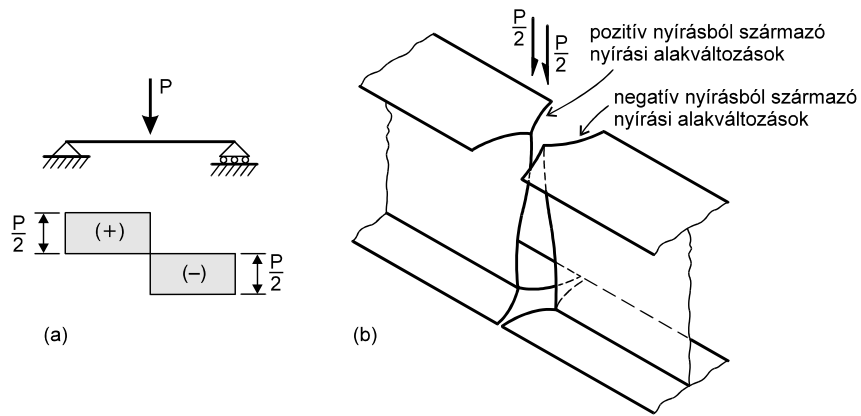
Hajlítónyomaték és nyíróerő együttes működése esetén a keresztmetszetek nem maradnak síkok. Az A.6.7. ábrán látható [KALISZKY, KURUTZNÉ és SZILÁGYI, 1990], hogy a τ_{xz} és ezzel együtt a τ_{zx} vízszintes nyírófeszültségek y irányú változása következtében a keresztmetszet mentén lévő elemi hasábok különböző mértékű, $\gamma_{zx} = \tau_{zx} / G$ nagyságú szögtorzulást szenvednek, és emiatt az eredetileg sík keresztmetszet deformációt szenved. Ez a vízszintes nyírásból származó deformáció azonban a hajlításból származó deformációkhoz képest számos gyakorlati esetben (így mindig, amikor az elemi szilárdságtan alkalmazható) olyan csekély, hogy a hajlítás esetén feltételezett sík keresztmetszetek elve hajlítás és nyírás együttes működése esetén is fenntartható [KALISZKY, KURUTZNÉ és SZILÁGYI, 1990].

A rugalmasságtan vizsgálatai alapján azonban van néhány eset, amikor az elemi hasábok szögtorzulásának hatásai nem hanyagolhatók el, hanem az elemi szilárdságtan vizsgálati eredményeit módosítani kell az ún. nyírási alakváltozások hatásával. Ezt a jelenséget nevezzük *shear lag* hatásnak.

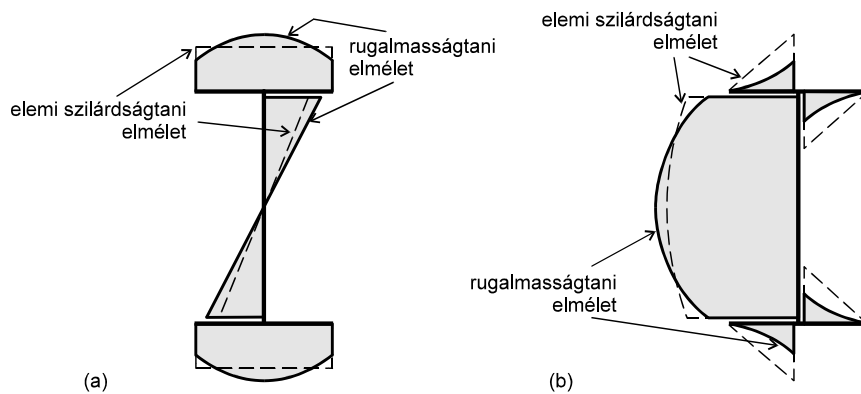
A *shear lag* jelensége [TIMOSHENKO és GOODIER, 1969] tehát azokkal a különbségekkel van kapcsolatban, amelyek az elemi szilárdságtan és a rugalmasságtan eredményei között találhatók, főként a hajlítási normál feszültség növekedésével az öv-gerinc találkozási pont közelében és az öv megfelelő feszültségcsökkenésével az öv-gerinc találkozási pontjától távolabb.

A *shear lag* hatást az A.6.8. ábra szerint koncentrált erővel terhelt I keresztmetszetű gerendán az A.6.9. ábra mutatja.

A *shear lag* hatás a koncentrált teher, illetve a reakcióerő környezetétől eltekintve nem jelentős; jelentős lehet viszont a hidegen hajlított vékonyfalú szelvények és a merevített szekrénytartók esetén. A *shear lag* hatásnak nincs jelentős szerepe olyan szerkezeteknél, ahol az anyag folyása nagy feszültségátrendeződést



A.6.8. ábra A nyírási alakváltozások alakulása: (a) a gerenda nyíróerőábrája; (b) a nyírási alakváltozások hatása



A.6.9. ábra A *shear lag* hatás I keresztmetszetben: (a) a hajlítási normálfeszültségek eloszlása; (b) a nyírófeszültségek eloszlása

eredményez, azonban a *shear lag* hatás következtében kialakuló feszültségnövekedés hatással lehet húzott övekben, ahol a ridegtörési hajlam, a fáradási állapot vagy nyomott övekben, ahol a lemezhorpadás a szilárdságot befolyásolja.

A *shear lag* hatást figyelembe vehetjük a „hatékony lemezszélesség” fogalma segítségével, amelyben a b tényleges övszélességet viszonyítjuk a b_e szélességhez. Ez a megközelítés hasonló a nyomott övben bekövetkező feszültségátrendeződés hatásának figyelembevételéhez, amelynél az átrendeződést a lemezhorpadás okozza. Azonban a *shear lag* hatás és a lemezhorpadás hatásai különböznek egymástól!