A.9. Lemezhorpadás

A.9.1 Vizsgálati módszerek fejlődése

Az elágazás jelenségének nemlineáris vizsgálata [KOITER, 1945] [THOMPSON, HUNT, 1973], mely a jelenséget stabil, instabil és aszimmetrikus esetekre bontja, az ideális számítási modelltől való eltérések hatásának jobb becslését teszi lehetővé – sajnos csak a rugalmas tartományban.

Lemezhorpadás esetében különös bonyodalmat jelentenek a következő megállapítások.

Az elágazás – legtöbb esetben – a jóindulatú, stabil csoportba tartozik, ezért emelkedő posztkritikus út létezik. Ugyanilyen jellegűek a kezdeti zavarással (görbeséggel) bíró lemezek erő–elmozdulás diagramjai is. A $\sigma_K = P_K / A$ átlagfeszültségnél bekövetkező teherbíráskimerülés így csak a képlékeny zónák megjelenésére és végül is képlékeny instabilitásra vezethető vissza. A σ_{kr} és σ_K viszonya mellett változó. Zömök lemeznél (a rudak esetéhez hasonlóan) $\sigma_K < \sigma_{kr}$; karcsú lemeznél ellenben $\sigma_K > \sigma_{kr}$, sőt $\sigma_K > \sigma_{kr}$ lehet (*A..9.1. ábra*). Így az említett nagyított tényező érvénytelen, sőt σ_{kr} kritikus feszültség mint viszonyítási alap is nagyban veszít jelentőségéből [SKALOUD, 1978]; a valódi teherbírás csak a posztkritikus viselkedés elemzésével jellemezhető.



A.9..1. ábra. A lineáris kritikus feszültség és a határpontos tönkremenetel viszonya a lemezkarcsúság függvényében

A "kezdeti zavarokkal" terhelt és véges elmozdulásokat végző lemez teherbírásának számítása így nemlineáris, rugalmas–képlékeny analízist kíván.

E problémakör kiinduló egyenletei – pl. Kármán 1910-ben felállított nemlineáris horpadási egyenletei [KÁRMÁN, 1910]:

$$\Delta \Delta w = \frac{t}{D} \Big[\Phi_{yy} w_{xx} + \Phi_{xx} w_{yy} - 2 \Phi_{xy} w_{xy} \Big];$$

$$\Delta \Delta \Phi = E \Big[w_{xy}^2 - w_{xx} w_{yy} \Big]$$

(ahol w a lehajlás, a Φ az *Airy*-féle feszültségfüggvény), melyeket terheletlen állapotban is görbe lemezre [MARGUERRE, 1937], más szerzők ortotróp lemezre [MAQUOI, MASSONNET, 1971] is kiterjesztettek, és amelyek a képlékeny zónában is értelmezhetők [MERRISON, 1974] – ismeretesek, és természetesen megfelelő számítástechnikai ismeretekkel megoldhatók. Mégis a teherbírás kimerülésének "pontos" nyomon követésén alapuló méretezési eljárások speciális esetektől eltekintve nem mutatkoznak célszerűnek az alábbiak miatt.

(i) Egyes alapvető paraméterek (görbeség, maradó feszültségek stb.) szórása igen nagy és statisztikai jellemzésük főleg becsléseken alapul. Így ezek pontatlansága nincs összhangban az eljárás matematikai igényességével. Emellett a kezdeti geometriai zavarok nagyságán kívül azok lehetséges alakjának sokfélesége és ennek eltérő hatása okoz további bonyodalmat.

(ii) Az elemzett lemez (lemezcsík, lemezmező) rendszerint valamely teljes szerkezet egy építőeleme (alkotó lemeze, öve, gerincszakasza). Amennyiben tehát az építőelem viselkedése csak nagy matematikai apparátussal és rendszerint csak numerikus úton írható le, a teljes szerkezet elemzése nehézkessé válik. A lokális instabilitási jelenség bonyolult taglalása tehát nehezen illeszthető be a teljes szerkezet globális vizsgálatának kereteibe.

(iii) A lemezhorpadás és főleg a posztkritikus állapotot lényegesen és meghatározó módon befolyásolja a lemezt megtámasztó szerkezeti elemek tényleges viselkedése. A jelenség csak a lemez és annak "peremezése" együttes vizsgálata útján elemezhető. Különösen kényessé válik a kérdés akkor, ha a peremező elemek egyensúlya is elágazást mutathat, pl. fennáll a gerinchorpadás és tartókifordulás, lemezhorpadás és merevítőborda kihajlás, alkotólemez-horpadás és rúdkihajlás együttes felléptének lehetősége. Ilyen esetekben nemcsak а matematikai nehézségek fokozódnak, de a kritikus teherparaméterek egybeesése vagy közeledése a jelenség lényegét gyökeresen módosíthatja és külön-külön "jóindulatú" esetek párosodása "rosszindulatú" együtteseket hoz létre [AUGUSTI, 1964] [KOITER, PIGNATARO, 1976] [VAN DER NEUT, 1968].

A.9.2 "Cél-modellek" lemezszerkezetek vizsgálatához

Az előzőekben ismertetett nehézségek miatt a "pontos" modellek helyett általában az adott gyakorlati igényekhez alkalmazkodó, korlátozott körben érvényes és korlátozott információt szolgáltató "cél-modellek" kerülnek alkalmazásra. Emiatt megnövekszik a kísérleti kutatás szerepe, egyrészt a cél-modellek megalkotásához szükséges fizikai alapot (és sokszor inspirációt) szolgáltatják, másrészt az érvényességi kör lehatárolását teszik lehetővé. Ez utóbbi különösen akkor termékeny, ha – a nemzetközi munkamegosztás révén – viszonylag nagyszámú kísérletre adódik lehetőség. érdekes



A.9.2. ábra. A hatékony (dolgozó) szélesség

megemlíteni, hogy a hetvenes években az acélhídépítés egyik akut problémájának, az ortotrop pályalemez horpadásának vizsgálatára kidolgozott nyolc cél-modell érvényességét 9 nagy kutatóintézetben végzett 105 igen nagy léptékű (tehát rendkívül költséges) kísérlettel ellenőrizték, aminek során a matematikai statisztika és valószínűségelmélet megfontolásai is alkalmazhatók voltak [DOWLING, CHATTERJEE, 1977]

.A.9.2.1 Vékony lemezek vizsgálata

Az alkalmazott cél-modellek lényegében két csoportra oszthatók. Az első csoport igen vékony, és ezért lényeges posztkritikus tartalékkal rendelkező lemezek vizsgálatára alkalmas; és közös vonásuk, hogy a teherbírás számításánál csak a membránfeszültségeket veszik alapul, feltételezve, hogy azok továbbra is a meggörbült lemez eredeti középsíkjában hatnak. A kiinduló gondolat nyomott lemezek esetében Kármántól [KÁRMÁN, SECHLER, DONNEL, 1932], nyírt lemezeknél Wagnertől [WAGNER, 1922] származik. Előbbi igen termékeny ötlete posztkritikus "dolgozó szélesség" fogalmának а bevezetése volt (A..9.2. ábra), mely az eredeti, ill. Winter [WINTER, 1947] által kísérleti alapon korrigált (és ezzel a "kezdeti zavarok" hatását is tükröző)

$$\frac{b_{eff}}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{kr}}{\sigma_{\max}}}, \text{ ill. } \frac{b_{eff}}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{kr}}{\sigma_{\max}}} \left(1 - 0.25 \sqrt{\frac{\sigma_{kr}}{\sigma_{\max}}}\right)$$

alakú egyszerű képletekkel lehetőséget ad arra, hogy a membránfeszültségek átrendeződését a lemezszélen bekövetkező folyás és az ennek hatására bekövetkező "gyűrődés" (posztkritikus teherbírásvesztés) jelenségét egyszerűen leírjuk. E gondolaton alapul az igen vékony lemezekből felépített nyomott szerkezetek kísérleti vizsgálatának interpretációja; a zárt szelvényű nyomott rudak kihajlásának és horpadásának együttes vizsgálata [KLÖPPEL, FRIEMANN, REUSCHLING, 1969] [MAQUOI, MASSONNET, 1976] [SKALOUD, 1967, 1970, 1978], a gerinchorpadás és kifordulás együttesének elemzése [REIS, ROORDA, 1977].

A nyírt lemez posztkritikus vizsgálatának *Wagner*-féle gondolata – mely szerint a posztkritikus állapotban a nyírás ferde irányú membránfeszültségekből felépülő "húzott mező" veszi fel – *Basler* [BASLER, 1961] javaslatai alapján kiterjedt tartószerkezeti alkalmazást nyert és széleskörű kísérleti előkészítés után a merevített gerinclemezek horpadásvizsgálatának új diszciplínájává fejlődött.

A rendkívül kiterjedt vizsgálatok tekintetében [DOWLING, CHATTERJEE, 1977] összefoglalójára kell utalni, kiemelve egyes fontosabb publikációkat [BERGMANN, 1948] [SKALOUD, 1962, 1965, 1970, 1978] [MASSONNET, 1977] [ROCKEY, SKALOUD, 1972]. A posztkritikus teherbírásvesztés számításának egyik elfogadott cél-modelljét a*A.9.3. ábra* szemlélteti.

Hasonló eredményeket értek el kombinált igénybevételű (nyírt és hajlított) lemezmezők esetére is.



A.9.3. ábra. A húzott mező modellje

A.9.2.2 Vastag lemezek vizsgálata

A cél-modellek második csoportja viszonylag vastag lemezek posztkritikus viselkedésének-leírását tűzi célul. Mivel ez esetekben a posztkritikus teherbírási tartalék viszonylag csekély (esetleg nincs is), a horpadás gyakorlatilag a folyással egy időben jön létre. Az alapkérdés a horpadás utáni alakváltozások jellemzése abból a célból, hogy a "horpadó", növekvő vagy csökkenő teherbírású szerkezeti elem leegyszerűsített alakváltozási törvényszerűségei a teljes szerkezet elemzésénél felhasználhatók legyenek. Ugyanezek alkalmasak olyan, a lemezvastagság megválasztására szolgáló kritériumok rögzítésére, melyek a horpadás jelenségének vizsgálatát mellőzhetővé teszik.

E cél-modellek jellegzetessége, hogy a membránfeszültségek mellett a meggörbült lemezben fellépő hajlítónyomatékok szerepét is figyelembe veszik. A vizsgálat egyszerűsítése – a rúdszerkezetek képlékeny teherbírás-vizsgálatánál is alkalmazott – merev-képlékeny "folyási mechanizmusok" segítségével történhet (*A.9.4. ábra*) [IVÁNYI, 1979a], melyek alapján legalább a csökkenő teherbírás tartományában a lemez alakváltozási állapota egyszerű összefüggéssel jellemezhető. E modellek az ideálisan rugalmas–képlékeny anyagtörvények mellett rugalmas–felkeményedő összefüggések esetére is kiterjeszthetők.



A.9..4. ábra. A lemezalakzat folyási mechanizmusa

А hazai kísérleti kutatás mindkét említett modelltípusra kiterjedt. Az első csoportban elsősorban a magasépítési szerkezeteknél lényeges szerepet játszó posztkritikus merevítés nélküli gerinclemezek vizsgálatára került sor: az alapproblémák (kéttámaszú tartó. konzol) mellett összetett feladatok (keretszerkezetek) elemzése is megkezdődött.

A második csoportban az öv- és gerinclemezek horpadásának kölcsönhatása, és horpadó keresztmetszeti elemeket tartalmazó teljes szerkezetek viselkedésének elméleti és kísérleti kutatása történt meg.

A horpadási tényező alakulását a maradó feszültség fűggvényében a *A.9.5 ábra mutatja*.



és a kísérleti eredmények

A.9.3. A nemlineáris horpadásvizsgálat alkalmazása méretezési kérdések megoldásánál

A.9.3.1. Tiszta nyomás

Kármán a horpadás lineáris egyenletének pontosabb változatát írta fel, mely lehetővé tette az elágazás utáni állapot vizsgálatát is [KÁRMÁN, 1910]. *Marguerre* ezt az egyenletet úgy bővítette ki, hogy az a lemez kezdeti w_0 görbeségét is tekintetbe veszi [MARGUERRE, 1937] [SZILÁRD, 1974]:

$$\frac{Et^{3}}{12(1-v^{2})}(w'''+2w'''+w''') =$$

$$= -t \Big[\phi''(w_{0}+w)''-2\phi''(w_{0}+w)''+\phi''(w_{0}+w)''\Big];$$
(A.9.1)
$$\phi''''+2\phi''''+\phi'''' =$$

$$-E\left[(w_0+w)''\cdot(w_0+w)-w_0''w_0-(w_0+w)'^{2}+w_0'^{2}\right];$$
(A.9.2)

$$\sigma_x = \phi''; \quad \sigma_y = \phi''; \quad \tau_{xy} = -\phi''.$$

Az egyenletrendszerben új ismeretlen szerepel: a $\phi(x, y)$ feszültségfüggvény. Ez juttatja kifejezésre, hogy a lemez horpadása után a lemez belsejében a feszültségek átrendeződnek. Az egyenletnek egy ϕ_0 taggal való kibővítése a kezdeti feszültségek hatását is vizsgálhatóvá teszi. A megoldás csak speciális esetben ismeretes.

Lemezhorpadással kapcsolatos méretezési feladatok megoldásához "cél-modellt" használunk. A "cél-modellt" *Kármán* javaslata alapján kialakíthatjuk.

Kezdeti görbeség nélkül egyenletesen megoszló nyomás esetén a feszültségeloszlás egyenlőtlenné válik (A.9.6.~ dbra), a középső sávok "kitérnek" a teherviselés alól és a lemezszéleken megnő a feszültség. A tönkremenetel – melyet gyűrődésnek nevezhetünk – akkor jön létre, ha a

$$\sigma_{\max} \cong f_{\gamma} \tag{A.9.3}$$

feltétel kielégül. *Kármán* szerint a σ_{max} feszültség meghatározható:

$$\sigma_{\max} = (\sigma_{cr})_{eff} = k_{\sigma} \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b_{eff}}\right)^2 = \sigma_{cr} \left(\frac{b}{b_{eff}}\right)^2$$
(A.9.4)

ahol:

 $\sigma_{cr} = k_{\sigma} \frac{\pi^2 E}{12(1-v^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$ a kritikus feszültség értéke;

 k_{σ} a nyomott–hajlított lemez horpadási tényezője;

E a rugalmassági modulus;

v a Poisson-tényező.

Az előzőek értelmében:

$$(\sigma_{cr})_{eff} = \sigma_{cr} \left(\frac{b}{b_{eff}}\right)^2 = f_y; \qquad (A.9.5)$$

azaz

$$\frac{b_{eff}}{b} = \rho = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y}}, \qquad (A.9.6)$$

ahol ρ az effektív (dolgozó) keresztmetszet tényezője ($\rho{\leq}1$).

Megjegyzendő, hogy ez a teherbírás kimerülésének csak egyik lehetséges feltétele. Figyelembe vehető továbbá, hogy az első folyás után is lehet többletteherbírás. A feltételt a b_{eff} effektív (dolgozó) szélesség bevezetésével helyettesíthetjük, melyet a

$$\overline{\sigma} \cdot b = \sigma_{\max} \cdot b_{eff} \tag{A.9.7}$$

egyenlőség definiál. Ezek után írható:

$$\sigma_u = f_y \frac{b_{eff}}{b} = \sqrt{\sigma_{cr} f_y} ; \qquad (A.9.8)$$

$$\overline{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{b/t}{28,4\varepsilon\sqrt{k_\sigma}}, \qquad (A.9.9)$$

ahol $\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$ (f_y [MPa]). A (6) és (9) egyenletek alapján adódik az ún. *Kármán*-formula:

$$\rho = \frac{1}{\overline{\lambda}_p} \,. \tag{A.9.10}$$

A b_{eff} effektív (dolgozó) szélesség nagyságát numerikus elemzésre támaszkodva, különböző szerzők közelítő képletekkel adják meg. Erre példák az $u = \sigma_{max} / \sigma_{cr}$ jelöléssel:

Kármán:
$$\frac{b_{eff}}{b} = \sqrt{\frac{1}{a}}$$

Marguerre:
$$\frac{b_{eff}}{b} = \sqrt[3]{\frac{1}{u}}; \quad \frac{b_{eff}}{b} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{u}\right);$$

Cox: $\frac{b_{eff}}{b} = 0.14 + \frac{0.86}{\sqrt{u}};$
Papkovits: $\frac{b_{eff}}{b} = 0.44 + \frac{0.56}{u}.$

Elemzéseket végeztek kezdeti görbeséggel rendelkező $w_0 \neq 0$ esetre is. Néhány megoldás:

Winter:
$$\frac{b_{eff}}{b} = \sqrt{\frac{1}{u}} - 0.25\frac{1}{u};$$

Faulkner:
$$\frac{b_{eff}}{b} = \frac{1.052}{\sqrt{u}} - \frac{0.276}{u}$$

A feltétel szerint a gyűrődést okozó σ_u törőfeszültség és a $\overline{\lambda}_p$ karcsúság kapcsolata megadható; pl. a *Kármán*formula alapján:

$$\rho = \frac{\sigma_y}{f_y} = \frac{1}{\overline{\lambda}_p}; \qquad (A.9.11)$$

vagy a Winter-formula alapján:

$$\begin{split} \lambda_p &\leq 0,673: \quad \rho = 1; \\ \overline{\lambda}_p &> 0,673: \quad \rho = \frac{\overline{\lambda}_p - 0,22}{\overline{\lambda}_p^2} \end{split} \tag{A.9.12}$$

Ezeket az összefüggéseket, valamint más képleteket (*Merrison*-jelentés formuláit, a Cseh és Szlovák szabvány görbéit) a *A.9.7. ábrán* tüntettük fel.

Az EC 3 1.5 rész módosított formulát használ (TÁLÁZATOK 2004).



A.9.6. ábra. Nyomott lemezsáv horpadás utáni viselkedését leíró "cél-modell"



A.9.7. ábra. Nyomott lemezsáv horpadás utáni viselkedését leíróhorpadási tényező

Ezekből az alábbi következtetés vonható le:

 Kezdeti görbeség nélkül a végleges tönkremenetel mindig a kritikus feszültség felett jön létre (pl. *Kármán*görbe). A posztkritikus tartalék jelentős és a karcsúsággal növekszik.

 Kezdeti görbeség esetén a kis karcsúság esetében a valóságos tönkremenetel a kritikus feszültség alatt is létrejöhet; posztkritikus tartalék csak karcsú lemezeknél létezik.

A.9.3.2 Tiszta nyírás

Nyírás esetében a posztkritikus teherbírást leegyszerűsített modellekkel kellett vizsgálni. Kezdeti próbálkozások után *Basler* állított fel használható modellt (*A.9.8. ábra*) [BASLER, 1961].



A.9.8. ábra. Nyírt lemezmezők modellje

A nyírt gerinclemezben egy – a vékony ferde vonalakkal határolt – "húzott sávot" tételezett fel, mely a horpadás létrejötte után többletnyíróerő felvételére is alkalmas. A vastagon kihúzott rész egyensúlyának vizsgálatából az alábbi megállapítások tehetők. (Megjegyezzük, hogy a kéttengelyű feszültségi állapot folyási feltételét a *A.9.9. ábrán* látható módon egyenessel közelítjük.)



A felvehető V nyíróerő két részből tehető össze:

$$V = V' + V'', (A.9.13)$$

ahol a

$$V' = b \cdot t \cdot \tau_{cr} \tag{A.9.14}$$

első tag a kritikus állapot előtt elért nyíróerő, melyet a tartó, mint hajlított gerenda egyensúlyoz; míg a

$$V'' = \frac{f_y}{2} \cdot \frac{1 - \frac{\tau_{kr}}{\tau_y}}{\sqrt{1 + \alpha^2}}; \quad \alpha = \frac{a}{b}$$
(A.9.15)

második összetevő a húzott mező által a rácsos tartó analógiájára egyensúlyozott többletnyíróerő. A húzott sávok hajlására tg $2\phi = b/a$ összefüggés adódik.

Így a τ_u "törő" nyírófeszültség

$$\frac{\tau_u}{\tau_y} = \frac{V}{b \cdot t} = \frac{\tau_{cr}}{\tau_y} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1 - \frac{\tau_{cr}}{\tau_y}}{\sqrt{1 + \alpha^2}}.$$
 (A.9.16)

Ugyanezen elemzés alapján a függőleges merevítésben keletkező nyomóerő értéke:

$$P_Q = b \cdot t \cdot f_y \left(1 - \frac{\tau_{cr}}{\tau_y} \right) \frac{\alpha}{2} \left(1 - \frac{\alpha}{\sqrt{1 + \alpha^2}} \right). \quad (A.9.17)$$

Különös gondot kell fordítani a "húzott sáv" lehorgonyzására a végső keresztborda esetén. A húzott sáv geometriai adatai a

$$tg2\phi = \frac{b}{a} = \frac{1}{\alpha}; \qquad (A.9.18)$$

$$tg2\phi = \sqrt{\alpha^2 + 1} - \alpha \qquad (A.9.19)$$

összefüggések segítségével számíthatók. Ezek szerint a végső keresztbordát egy

$$b' = b(1 - \alpha \sqrt{\alpha^2 + 1} + \alpha^2)$$
 (A.9.20)

hosszon megoszló

$$H = S\cos\phi = \frac{b \cdot t \cdot f_y}{2} \left(1 - \frac{\tau_{cr}}{\tau_y} \right)$$
(A.9.21)

erő terheli.

Emellett a bordát a teljes nyíróerőre, mint nyomott (aszimmetrikus elhelyezésnél mint külpontosan nyomott) rudat is vizsgálni kell.

Egyszerűsítésképpen fel lehet tételezni, hogy az S erő (A.9.10. ábra) közel 45°-os. Ebben az esetben ennek mind függőleges, mind vízszintes komponense a V nyíróerővel azonos és így a végső bordára V nagyságú (központos vagy külpontos) nyomóerő és p=V/b vízszintes, a gerinc síkjában hajlítást okozó megoszló teher hat.



A.9.10. ábra. Húzott lemezmező "lehorgonyzása" végső függőleges merevítőbordákkal



A.9.11. ábra. Posztkritikus teherbírási tartalék nyírt lemeznél

Az eredményt a A,9,11. *ábra* szemlélteti; a posztkritikus teherbírás nagyobb a kritikus tehernél, s a tartalék függ a karcsúságtól és az α oldalviszonytól.

Megjegyzendő, hogy *Basler* próbálkozását – mely a kísérletek szerint a biztonság javára közelít – nagyszámú korrekció követte, például *Skaloud* és *Rockey* módszere (A.9.12. *ábra*) [ROCKEY, SKALOUD, 1972]. E módszer a húzott sávot nemcsak a merevítésekbe, hanem az övekbe is lehorgonyozza. Ennek hatására az övekben (körökkel jelzett) képlékeny csuklók keletkeznek.

Az öv feltételezett keresztmetszetét a *A.9.12.b ábra* jelzi. A képlékeny csuklók helye (és így a húzott sáv szélessége) éppen az öv nyomatéki teherbírásától függ. Így a többletnyíróerőt nemcsak a "húzott sáv" veszi fel, de azt a képlékeny csuklók által kifejtett "kerethatás"is növeli. Az övhajlítás következményeit az övek méretezésénél figyelembe kell venni. A modell a kísérletekkel jól egyezik.



A.9.12. ábra. Húzott sáv és az övekben keletkező képlékeny csuklók

A.9.3.3 Tiszta hajlítás

A tiszta hajlítás posztkritikus esetére elsőként szintén *Basler* dolgozott ki közelítő vizsgálati módszert [BASLER, 1961]. Az elképzelést a *A.913. ábra* szemlélteti.



4.5.13. ábra. Hajlított lemez posztkritikus tartaléka

A horpadás után a gerinclemez nyomott (vízszintes) sávjai nem vesznek részt a teherviselésben, így a szelvény a teljes M_y nyomaték helyett csak az M' csökkentett nyomatékot tudja hordani. Ennek minimális értékét úgy kapjuk, ha a tehetetlenségi nyomaték számításánál csak a húzott gerinclemez részt és a nyomott öv mentén 30t széles darabot vesszük figyelembe (4.5.13.a ábra). Ezt addig vehetjük számításba, amíg az öv – melyet a gerinc támaszt meg függőlegesen – a függőleges síkban ki nem hajlik (4.5.13.c ábra). E feltételből a 4.5.13.a ábra szerint:

$$p = P_{\bar{o}v} \frac{2f_y}{E \cdot b} = k \frac{\pi^2 E}{12(1 - v^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 = \frac{1}{(\bar{\lambda}'_p)^2}$$

összefüggéssel az a $\overline{\lambda}'_p$ lemezkarcsúság számítható, amelynél még az M' nyomaték létrejöhet. Ezután a teherbírás gyakorlatilag megszűnik. A $\overline{\lambda}'_p$ és a hozzárendelt $\varphi = M'/M_y$ csökkentő tényező és – közelítőleg felvett – lineáris összefüggés a horpadás utáni teherbírásra jellemző határgörbét szolgáltat.

A.9.3.4 Nyírás és hajlítás

A kombinált eset viszonylag "pontos" modell alapján való vizsgálata is igen nehézkes; leggyakrabban olyan kölcsönhatási összefüggést használnak melyek a "tiszta" esetek között interpolálnak (4.5.14. ábra).



4.5.14. ábra. Nyírás és hajlítás vizsgálata

A kölcsönhatási görbe jellegzetes pontja (C pont) olyan $M_{\partial v}$ nyomatéknak felel meg, amely a gerinc teljes elhanyagolásával adódik. Ez esetben ugyanis a gerinc csak a nyíróerő viselésére szolgál és így az egyidejű nyomaték még redukciót nem igényel.

A.9.4. Méretezési kérdések az Eurocode szabályzat szerint

A.9.4.1 Síkjukban terhelt lemezszerkezetek

Acélhidak lemezszerkezeteit – a EN 1993-1-5 szabvány szerint – a rugalmas globális analízis segítségével vizsgáljuk, a "shear lag" és a lemezhorpadás merevségre gyakorolt hatását figyelembe kell venni, ha az lényegesen befolyásolja a globális analízist.

a) A keresztmetszet ellenállásának vizsgálata

Teherbírási határállapotban a keresztmetszet ellenállásának vizsgálatánál figyelembe kell venni

- (i) a σ_{x,Ed} lemezsíkban ébredő hosszirányú feszültségeket a shear lag és a lemezhorpadás hatásával;
- (ii) a $\sigma_{z,Ed}$ lemezsíkban ébredő keresztirányú feszültségeket az eloszlásuk és a lemezhorpadás tekintetbe vételével;
- (iii) a τ_{Ed} nyírófeszültségeket a lemezhorpadás tekintetbe vételével;
- (iv) az (i), (ii) és (iii) esetek kombinált hatásait.

A teherbírás igazolása – általában – a következő feltételek kielégítését jelenti:

$$\eta_{1} = \frac{\sigma_{x,Ed}}{f_{yd}} = \frac{N_{Sd}}{f_{yd}A_{eff}} + \frac{M_{Sd} + N_{Sd}e_{N}}{f_{yd}W_{eff}} \le 1,0 ; (A.9.22a)$$
$$\eta_{2} = \frac{\sigma_{z,Ed}}{f_{ywd}} = \frac{F_{Sd}}{f_{ywd}L_{eff}t} \le 1,0 ; (A.9.22b)$$

$$\eta_3 = \frac{\tau_{Ed}}{f_{ywd}} = \frac{V_{Sd}}{f_{ywd}bt_{eff}} \le 1,0, \qquad (A.9.22c)$$

ahol:

A.9.7

 $A_{e\!f\!f}$ az effektív keresztmetszetet csak az N_{Sd} nyomóerőből számított feszültség alapján határozzuk meg, figyelembe véve a lehetséges e_N súlyponteltolódást

- *b* a lemez szélessége;
- e_N a súlypont eltolódása
- F_{Sd} a lemez síkjában támadó keresztirányú erő tervezési értéke;

 $f_{vd} = f_v / \gamma_{M1}$ a folyási határ tervezési értéke;

- L_{eff} a lemez síkjában ébredő keresztirányú erő ellenállásához tartozó effektív hossz [g) pont];
- M_{Sd} a hajlítónyomaték tervezési értéke;
- N_{Sd} a normálerő tervezési értéke;
- *t* a lemez vastagsága;
- *t_{eff}* effektív lemezvastagság nyírási horpadás esetén [*f*) pont];
- *V_{Sd}* a csavarásból is származó nyíróerő tervezési értéke:
- W_{eff} effektív keresztmetszeti tényező csak az M_{Sd} hajlító nyomatékból meghatározva.

Alternatívaként az N_{Sd} és M_{Sd} együttes hatását is figyelembe lehet venni az A_{eff} és W_{eff} értékekre. Az e_N hatását is számításba kell venni.

b) Az interakció vizsgálati módszerei

bi) A nyíróerő, a hajlító nyomaték és a nyomóerő interakciója esetén a következő előírások léteznek:

 $-\eta_3 < 0.5$ esetén a nyíróerő hatását nem kell figyelembe venni;

 $-\eta_3 > 0,5$ esetén a nyíróerő és a hajlító nyomaték interakciója "I" vagy szekrénykeresztmetszeteknél az alábbi módon veendő figyelembe:

$$\eta_1 + \left(1 - \frac{M_{f,Rd}}{M_{pl,Rd}}\right) (2\eta_3 - 1)^2 \le 1,0$$
, (A.9.23)

ahol:

- $M_{f,Rd}$ a keresztmetszet képlékeny nyomatéki ellenállása, ha csak az öveket vesszük számításba;
- $M_{pl,Rd}$ a keresztmetszet képlékeny nyomatéki ellenállása (a keresztmetszeti osztálytól függetlenül).

Ha N_{Sd} normálerő is működik, akkor $M_{pl,Rd}$ meghatározásánál is figyelembe kell venni a redukciót.

bii) A lemez síkjában működő keresztirányú erő, hajlítónyomaték és normálerő interakciója a következő módon vizsgálandó.

A lemezszerkezet ellenállását az

$$\eta_2 + 0.8\eta_1 \le 1.4$$
 (A.9.24)

interakciós kifejezéssel lehet vizsgálni.

c) A 4. keresztmetszeti osztályba tartozó lemezszerkezet ellenállása (a lemezhorpadás figyelembevétele)

ci) A hosszirányú nyomófeszültségek hatására kialakuló lemezhorpadást a hosszirányú merevítő nélküli esetben az *effektív* (dolgozó) *keresztmetszet* elvének segítségével kell figyelembe venni, ami az ún. 4. keresztmetszeti osztály vizsgálatát jelenti

Itt is hangsúlyozni kell, hogy ez a vizsgálati módszer gyökeresen eltér az ún. lineáris lemezhorpadás elve alapján végzett elemzéstől, így a magyar szabályzat előírásaitól!

cii) A 4. keresztmetszeti osztályhoz tartozó effektív keresztmetszet maghatározása hosszirányú merevítőkkel rendelkező tartó esetén a következő módon határozható meg.

Az első lépés keretében meg kell határozni az Aeff

effektív keresztmetszeti területet figyelmebevéve a ρ_{pan} redukciós tényezőt, amely a merevítők közötti lemezrész lemezhorpadását veszi figyelembe. A ρ_{pan} redukciós tényező meghatározását az A.9. fejezet szerint kell elvégezni.

A második lépésben a lemezt vizsgálni kell mint egy ekvivalens ortotrop lemezt és a ρ_c redukciós tényező az ekvivalens lemez globális lemezhorpadását veszi számításba.

– A ρ_c redukciós tényező meghatározásánál interpolálunk a lemezhorpadáshoz tartozó redukciós tényező és a merevítőnek mint a nyomott oszlopnak a redukciós tényezője között.

Az ekvivalens lemez rugalmas kritikus lemez horpadási feszültsége:

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma,p} \sigma_E, \qquad A.9.(25)$$

ahol:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E t^2}{12(1-v^2)b^2} = 189800 \left(\frac{t}{b}\right)^2 \text{ [MPa]};$$

 $k_{\sigma,p}$ a horpadási tényező, amelynél figyelmen kívül hagyjuk a horpadást a merevítők között.

A $k_{\sigma,p}$ meghatározására alkalmazhatjuk a következő formulákat:

$$k_{\sigma,p} = \frac{2\left[(1+\alpha^2)^2 + \gamma\right]}{\alpha^2(\psi+1)(1+\delta)}, \text{ ha } \alpha < (1+\gamma)^{0,25};$$
$$k_{\sigma,p} = \frac{4(1+\sqrt{1+\gamma})}{(\psi+1)(1+\delta)}, \text{ ha } \alpha > (1+\gamma)^{0,25},$$

felhasználva a következő kifejezéseket:

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} > 0; \quad \gamma = \frac{I_x}{I_p} > 50; \quad \delta = \frac{A_{sl}}{A_p}; \quad \alpha = \frac{a}{b} > 1,$$

ahol:

 I_x a teljes lemez inercianyomatéka hosszirányban;

$$I_p = \frac{bt^3}{12(1-v^2)}$$
 a lemezkeresztmetszet
inercianyomatéka;

- A_{sl} a hosszirányú merevítők teljes keresztmetszeti területe (lemez nélkül);
- A_p a lemez teljes keresztmetszeti területe;
- σ_1 a nagyobb lemezszélfeszültség;
- σ_2 a kisebb lemezszélfeszültség;
- a,b,t az A.9.14. ábra alapján értelmezendő.



A.9.14. ábra. A hosszirányú merevítőkkel ellátott lemeznél használt jelölések

Az ekvivalens lemez relatív karcsúsága:

$$\overline{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\beta_A f_y}{\sigma_{cr,p}}}; \qquad \beta_A = \frac{A_{eff}}{A}$$

ahol:

A a merevített lemez nyomott részének teljes keresztmetszeti területe;

 A_{eff} az effektív keresztmetszeti terület a lemezhorpadás figyelembevételére.

A λ_p karcsúság függvényében a ρ redukciós tényező meghatározható.

– Az ekvivalens lemez $\sigma_{cr,c}$ rugalmas kritikus oszlopkihajlási feszültségének meghatározásánál a hosszirányú megtámasztások eltávolításával számolunk. Az egyenletes nyomófeszültség:

$$\sigma_{cr,c} = \frac{\pi^2 E I_x}{A a^2},$$

ahol I_x a merevített lemez hosszirányú másodrendű inercianyomatéka.

A feszültségváltozást figyelembe vehetjük az effektív hossz elvének használatával.

Az ekvivalens lemez relatív oszlop-karcsúsága:

$$\overline{\lambda}_{c} = \sqrt{\frac{\beta_{A} f_{y}}{\sigma_{cr,c}}}$$

A χ_c redukciós tényezőt a nyomott oszlopra előírt alakban határozzuk meg (EN 1993-1-1), ahol

$$\alpha_e = 0,49 + \frac{0,09}{i/e}; \quad i = \sqrt{\frac{I_x}{A}},$$

ahol *e* a *A.9.15. ábra* szerinti külpontosság. (Az α_e tényező meghatározható az a/500 kezdeti imperfekció figyelembevételével.)

– Végül a ρ_c redukciós tényező így határozható meg:

$$\rho_c = (\rho - \chi_c)\xi(2 - \xi) + \chi_c,$$

ahol $\xi = \sigma_{cr,p} / \sigma_{cr,c} - 1$ ($0 \le \xi \le 1$).

A merevített lemez nyomott részének effektív keresztmetszeti területe:

$$A_{c,eff} = \rho_c A_c,$$

ahol A_c az összes merevítő és lemezrész nyomott részének területe:

$$A_c = A_{sl,eff} + \sum_c \rho_{pan} b_{c,pan} t ,$$

ahol:

Asl.eff a hosszirányú merevítők effektív területe;

- $b_{c,pan}$ az egyes lemezrész nyomott részének a szélessége;
- ρ_{pan} az egyes lemezrészekre vonatkozó redukciós tényező.

A húzott részeket teljes keresztmetszetükkel kell figyelembe venni. A W_{eff} effektív keresztmetszeti tényező az effektív keresztmetszet inercianyomatékából és az övlemez közepének az effektív súlyponttól mért távolságából számítható.

Egy vagy két merevítő esetén az eljárás egyszerűsíthatő.

d) Követelmények keresztirányú merevítőknél

A keresztirányú merevítők keresztmetszetéhez a szomszédos lemezmezőket is figyelembe vesszük (A.9.15. *ábra*). A keresztirányú merevítőt mint egyszerű megtámasztású gerendát számítjuk $w_0 = s/300$ kezdeti imperfekció figyelembevételével (A.9.16. *ábra*).

A következő követelményeknek kell eleget tenni:

– a maximális feszültség nem haladhatja meg f_{yd} értékét;

- a lehajlás nem lehet nagyobb b/300 -nál.



A.9.15. ábra. A keresztirányú merevítő effektív keresztmetszete



A két követelményt megfelelő merevségű merevítő kielégíti, ezért a keresztirányú merevítő I_{st} inerciája nem lehet kisebb, mint:

$$I_{st} = \frac{\sigma_m}{E} \left(\frac{b}{\pi}\right)^4 \left(1 + w_0 \frac{300}{b}u\right),$$

felhasználva a következő kifejezéseket:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}} \frac{N_{Sd}}{b} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right); \quad u = \frac{\pi^2 E e_{\max}}{f_{yd} \, 300b} \ge 1,0 \,,$$

ahol:

*e*_{max} a merevítő szélsőszáltávolsága a súlyponttól;

 N_{Sd} a szomszédos lemezmezők legnagyobb nyomóerejének tervezési értéke, de nem lehet kisebb, mint a legnagyobb nyomófeszültség és a merevítőket tartalmazó lemezmező effektív területe felének a szorzata;

 $\sigma_{cr,c}$ és $\sigma_{cr,p}$ az előző pontban definiálásra került.

e) Követelmények hosszirányú merevítőknél

Nyitott, 4. keresztmetszeti osztályba tartozó merevítőknél, hogy elkerüljük a merevítők elcsavarodó kihajlását, teljesíteni kell, hogy

$$\frac{I_T}{T_p} \ge 11.0 \left(\frac{t}{b}\right)^2,$$

ahol:

- *b* a lemez szélessége a merevítők között;
- I_p poláris másodrendű inercianyomatéka a merevítőnek a szomszédos lemezrészekkel együtt;
- I_T a *St. Venant*-féle tiszta csavarási inercianyomaték a lemezrészek nélkül;
- *t* a lemez vastagsága.

f) Lemezek horpadása nyírás hatására

A nyírt lemez horpadási ellenállását ellenőrizni kell, ha a b_w/t hányados nagyobb, mint $41\epsilon/\eta$ merevítetlen lemez ill. $18\epsilon\sqrt{k_\tau}/\eta$ merevített lemez esetén.

A nyírt lemez horpadási ellenállását a t_{eff} effektív lemezvastagság figyelembevételével lehet számítani:

$$t_{eff} = t_{eff,w} + t_{eff,f} ,$$

ahol $t_{eff,w}$ a gerinclemez, $t_{eff,f}$ pedig az övlemezek effektív lemezvastagsága, utóbbi számos esetben elhanyagolható. A $t_{eff,w}$ értéke:

$$t_{eff,w} = \chi_v t$$
,

ahol a χ_{ν} effektív vastagsági tényező merev és nemmerev gerendavég esetére a 4.5.3. táblázat és a 4.5.24. ábra alapján definiált.

Merev gerendavég esetén a merevítő területe nem lehet kisebb, mint a $4h_w t^2/e$ érték, ahol a merevítők közötti *e* távolságra teljesülnie kell. hogy $e > 0, 1h_w$.

A $\overline{\lambda}_w$ karcsúsági paraméter meghatározható a következő összefüggésből:

$$\overline{\lambda}_{w} = 0.76 \left(\frac{f_{yw}}{\tau_{cr}}\right)^{0.5}$$

ahol $\tau_{cr} = k_{\tau} \sigma_E$ a kritikus horpadási nyírófeszültség. A σ_E érték ennek a pontnak a *cii*) szakaszában került definiálásra, a k_{τ} tényező pedig az alábbi:

$$k_{\tau} = 5,34 + 4,00 \left(\frac{h_{w}}{a}\right)^{2} + k_{\tau st}, \text{ ha } \frac{a}{h_{w}} \ge 1;$$

$$k_{\tau} = 4,00 + 5,34 \left(\frac{a}{h_{w}}\right)^{2} + k_{\tau st}, \text{ ha } \frac{a}{h_{w}} < 1,$$

 4.5.3. táblázat. A χ_ν effektív vastagsági tényező nyírt lemezek horpadásvizsgálatához

| $\overline{\lambda}_w$ | merev gerendavég | nem-merev gerendavég |
|--|-------------------------------------|-------------------------------|
| $\overline{\lambda}_w < 0,48/\eta$ | η | η |
| $0,48/\eta \leq \overline{\lambda}_w < 1,08$ | $0,48/\overline{\lambda}_{w}$ | $0,48/\overline{\lambda}_{W}$ |
| $1,08 < \overline{\lambda}_w$ | $0,79/(0,7+\overline{\lambda}_{w})$ | $0,48/\overline{\lambda}_{w}$ |

η=0,70 S235, S275 és S355 acélanyagra;

 $\eta = 0,60$ S420 és S460 acélanyagra.



a) keresztmetszeti geometria; b) merev gerendavég; c) nem- merev gerendavég



A.9.19. ábra. A k_F tényező értékei külömböző terhelési esetekre

ahol:

$$k_{\tau st} = 9 \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 \left(\frac{I_{sl}}{t^3 h_w}\right)^{3/4}, \text{ de } k_{\tau st} \ge \frac{2.1}{t} \left(\frac{I_{sl}}{h_w}\right)^{1/3};$$

és itt:

- *a* a keresztirányú merevítők egymástól mért távolsága;
- I_{sl} a hosszirányú merevítő z tengelyre vett inercianyomatéka (két vagy több egyforma méretű, de nem szükségszerűen egyenlő távolságra elhelyezett merevítő esetén az egyes merevítők külön-külön számított inerciájának egyszerű összege).



A.9.18. ábra. A nyírási horpadáshoz tartozó effektív lemezvastagsági tényező

Ezek után a λ_w karcsúsági paraméter segítségével a *A.9.18. ábrából* a χ_w csökkentő tényező kiolvasható.

g) A gerinc ellenállása a lemez síkjában keresztirányban működő erő hatására

Háromféle terhelési lehetőség adódik jelen vizsgálatnál (*A.9.19. ábra*). Az ellenállás számításához szükséges effektív hossz meghatározható:

ahol:

$$\chi_F = \frac{0.5}{\lambda_F} \le 1;$$
$$\lambda_F = \sqrt{\frac{l_y t_w f_{yw}}{F_{cr}}};$$
$$F_{cr} = 0.9 k_F E \frac{t_w^3}{h_w}.$$

 $L_{eff} = \chi_F l_v$,

A k_F tényező A.9.19. ábrán látható értékekkel meghatározható; az l_y effektív terhelt hossz meghatározását az előszabvány részletezi.

A.9.4.2. Síkjukra merőlegesen terhelt lemezszerkezetek

Acélhidak síkjukra merőlegesen terhelt lemezszerkezeteit – a prENV 1993-1-7:1997 előszabvány szerint – a rugalmas globális analízis segítségével vizsgáljuk. A lemezszerkezet vizsgálata során gondosan kell meghatározni – a szerkezeti feltételeknek megfelelően – a kerületi feltételeket.

Alapvetően a következő méretezési modellek alkalmazhatók:

 Standard formulák, amelyek a lineáris lemezhajlítás elve alapján vagy a nagy elmozdulások elve (így nemlineáris elmélet) alapján kerültek meghatározásra.

– Globális analízis, amelynek mint numerikus analízisnek a segítségével imperfekt lemez vizsgálatára kerül sor. Ez az imperfekció-rendszer lehet geometriai és anyagi (fizikai) jellegű. Alkalmazható a geometriai helyettesítő imperfekció módszere, közelítésként $e_0 = a/500$ tételezhető fel a maximális geometriai amplitúdóval.

 Egyszerűsített tervezési modell is alkalmazható a belső erők vagy feszültségek meghatározására. Az egyszerűsített tervezési modell alkalmazása során feldaraboljuk a lemezszerkezetet lemezszegmensekre, amelyek lehetnek merevítettek vagy merevítés nélküliek. A lemezszegmensek vizsgálatát a következőképpen hajthatjuk végre:

a) Merevitetlen lemezszegmens

Merevítetlen négyszöglemez vizsgálatát a lemez síkjára merőleges terhek hatására elvégezhetjük mint ekvivalens gerenda az uralkodó teher irányában, ha a következő feltételek teljesülnek:

- a lemez a/b aránya nagyobb 2-nél;
- a lemez egyenletesen megoszló (lineáris vagy konstans eloszlású) keresztirányú teherrel terhelt;

 a keretben vagy gerendában, amelynek szilárdságát, stabilitását és merevségét vizsgáljuk, a lemez részmegtámasztásai megegyeznek az ekvivalens gerenda kerületi feltételeivel.

A belső erőket, nyomatékokat az ekvivalens gerendában az EC 3 alapszabvány alapján rugalmas analízis segítségével határozzuk meg. A vizsgálat során figyelembe kell venni a lemez síkjában működő nyomóerőket is; ha ez a nyomóerő párhuzamos az ekvivalens gerendában működő erőkkel, akkor iterációs formulát kell alkalmazni, ellenkező esetben az interakció figyelembevétele elhanyagolható.



A.9.20. ábra. Az A_i effektív keresztmetszeti terület definiálása

b) Merevített lemezszegmens

Egy merevített lemez vagy egy merevített lemezszegmens modellezhető mint egy tartórács, ha az szabályosan merevített kereszt- és hosszirányban is. A tartórács *i*-edik elemének A_i keresztmetszeti területe a "shear lag" hatásának figyelembevételével határozható meg. A "shear lag" hatása a β redukciós tényező segítségével a A.9.4.1. pont alapján állapítható meg.

A lemez síkjában működő nyomóerőkkel párhuzamos tartórácselemeknél az effektív szélesség segítségével a kapcsolódó lemezrész lemezhorpadásának hatását lehet figyelembe venni (A.9.4.1. pont).

A "shear lag" és a lemezhorpadás hatásának interakcióját az A_i effektív terület segítségével lehet figyelembe venni (A.9.20. ábra):

$$A_{i} = \left[\rho_{c}(A_{L,eff} + \sum \rho_{pan,i}b_{pan,i}t_{pan,i})\right]\beta^{\kappa},$$

ahol:

 $A_{L,eff}$ a merevítő effektív területe, figyelembe véve a merevítő horpadását;

 ρ_c a mervített lemezszekció globális lemezhorpadáshoz tartozó redukáló tényezője (4.5.5.3 pont);

- ρ_{pan,i} az *i*-edik lemezrész lokális lemezhorpadáshoz tartozó redukáló tényezője (A.9.4.1. pont);
- $b_{pan,i}$ az *i*-edik lemezrész szélessége (A.9.4.1. pont);
- *t*_{pan,i} az *i*-edik lemezrész vastagsága;
- β az effektív szélesség tényezője a "shear lag" hatásának figyelembevételére;

A tartórács *i*-edik elemének vizsgálatát végrehajthatjuk az MSZ ENV 1993-1-1 szabvány szerinti interakciós formula felhasználásával, figyelembe véve a következő terhelési állapotokat:

- a lemez síkjára merőleges terhelések hatása;
- ekvivalens nyomóerő az A_i keresztmetszetben az

 $N_{Sd} = \int \sigma_x \, dA_i$ normálfeszülrégből;

az ekvivalens N_{Sd} tengelyirányú erő e excentricitása (A.9.4.1. pont).

Ha a lemez vagy a lemezszegmens merevítői csak a lemez síkjában keletkező nyomóerőkkel párhuzamosan vannak elhelyezve, akkor modellezni lehet mint egy ekvivalens gerendát rugalmas rugókkal (MSZ ENV 1993-2). Ha a lemez vagy a lemezszegmens merevítői merőlegesek a nyomóerőkre, a nyomóerők és a h hajlítónyomatékok interakciójára az interakciós formula

használható.