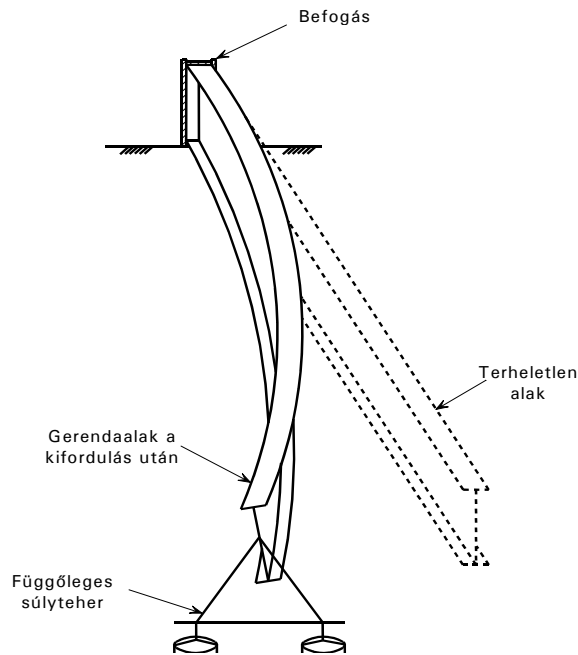


A.15. Oldalirányban nem megtámasztott gerendák

A.15.1. Bevezetés

Amikor egy karcsú szerkezeti elemet a nagyobb merevségű síkjában terhelünk, mindig fennáll annak lehetősége, hogy egy hajlékonyabb síkban tönkremenetel következik be. Erős tengelyük körül hajlított gerendák esetében ez a tönkremenetel kifordulás formájában jelentkezhet, ami a gerenda oldalirányú alakváltozásával és elcsavarodásával jár együtt. Ezt a jelenséget szemlélteti az *A.15.1. ábra* egy karcsú, a végén függőleges erővel terhelt konzoltartón.

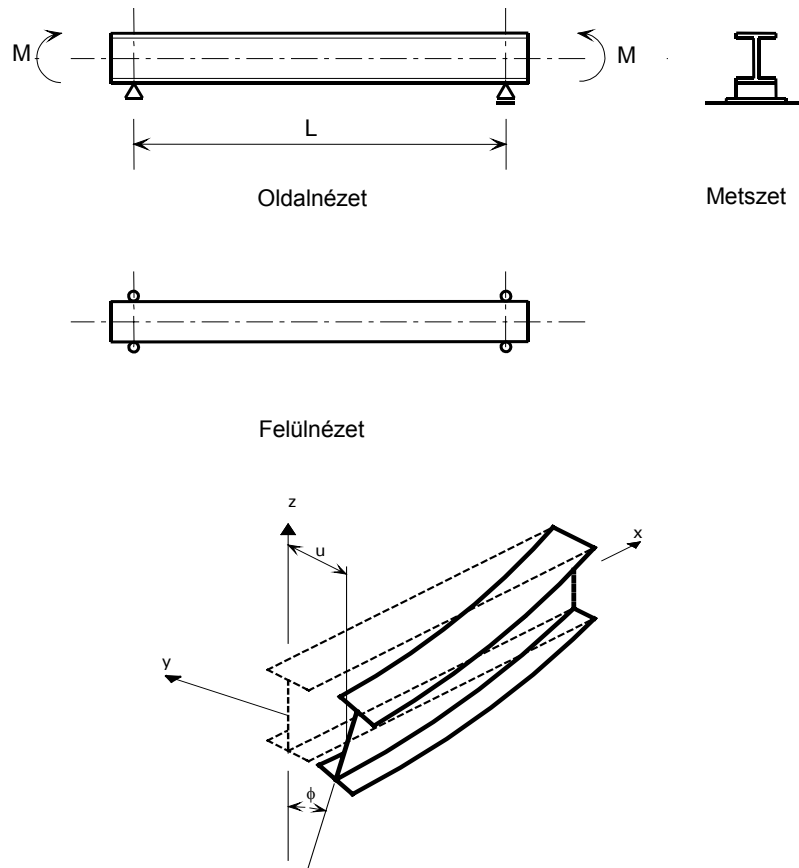


A.15.1. ábra: Karcsú konzoltartó kifordulása

Ha a konzol tökéletesen egyenes, a keresztmetszet pedig sajátfeszültségektől mentes és tökéletesen rugalmas lenne, akkor a konzol vége csak függőlegesen mozdulna el és oldalirányú alakváltozást mindaddig nem tapasztalnánk, amíg a nyomaték el nem ér egy kritikus értéket, amelynél a gerenda oldalirányú elmozdulás és elcsavarodás kíséretében kifordul. A gerendák kifordulásra való méretezésére alkalmas eljárásnak szükségszerűen sokféle tényezőt kell figyelembe venni: többek között a szelvény alakját, az oldalirányú megtámasztások mértékét, a teher típusát, a gyártási sajátfeszültségek eloszlását és a kezdeti imperfekciókat. Ennek megfelelően a méretezési eljárás viszonylag összetett. Érdekes tehát először egy egyszerű alapmodellt vizsgálni, amelyet aztán továbbfejlesztve kiterjeszhetünk az általánosabb esetekre.

A.15.2. Kéttámaszú gerenda rugalmas kifordulása

A *A.15.2. ábra* egy kezdetben egyenes, tökéletesen rugalmas, I keresztmetszetű gerendát mutat, amelyet két végén egy-egy, az erősebb síkban (azaz a gerinc síkjában) működő, egyenlő nagyságú, de ellentétes értelmű nyomaték terhel. A gerenda oldalirányban nincs megtámasztva, kivéve a végeinél, ahol a támaszok megakadályozzák a keresztmetszetek elcsavarodását és oldalirányú elmozdulását, de megengedik az elfordulást a gerinc síkjában és arra merőlegesen is. Az ábrán látható a tartó kifordult alakja és a bekövetkező elmozdulások (az ábrán csak a gerenda fele szerepel, az elmozdulások a középső keresztmetszetre vonatkoznak).



A.15.2. ábra: Állandó nyomatékkal terhelt, kéttámaszú, I szelvényű gerenda kifordulása

A kihajlást okozó nyomatékot meghatározhatjuk, ha figyelembe vesszük, hogy a végnyomatékok kifordult alakon működő zavaró hatása egyenlő a keresztmetszet belső (hajlítási és csavarási) ellenállásával. A végnyomaték kritikus értékére, a rugalmas kritikus nyomatékra (M_{cr}) a következő összefüggés adódik:

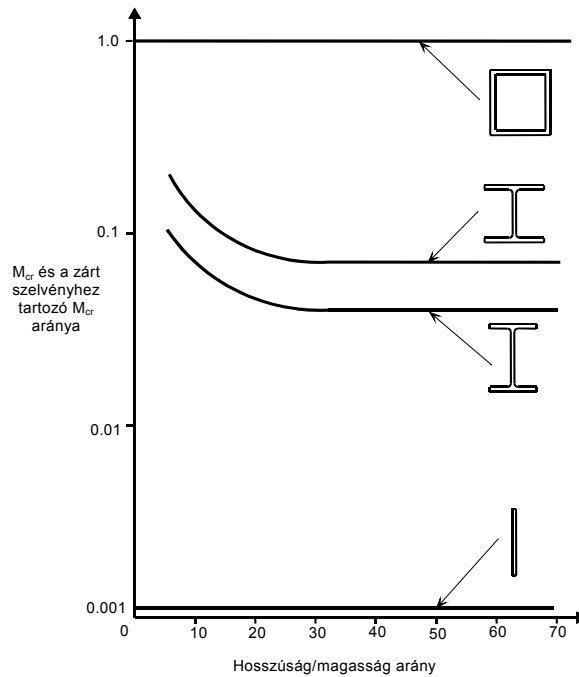
$$M_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2} \left[\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} \right]^{0,5}, \quad (\text{A.15.1})$$

ahol

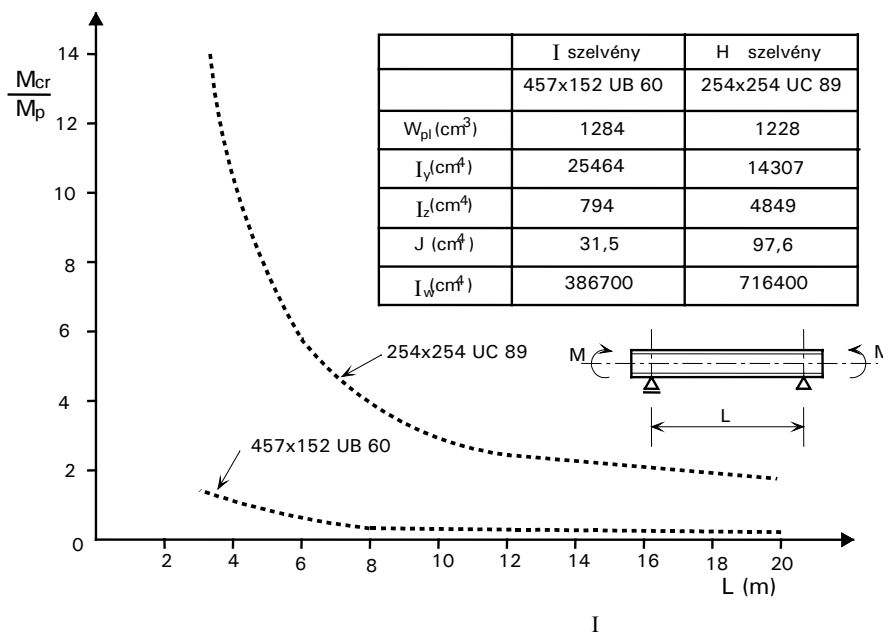
- I_t a csavarási tehetetlenségi nyomaték,
- I_w a torzulási modulus,
- I_z a gyenge tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték,
- L a gerenda megtámasztások közötti hossza.

Az, hogy a hajlítási merevség (EI_z) és csavarási merevségek (GI_t és EI_w) megjelennek az egyenletben, a kifordulással járó deformációk oldalirányú és csavarási komponenseinek a közvetlen következménye. A keresztmetszet típusa tükröződni fog e tényezők egymáshoz viszonyított jelentőségében. Ezt illusztrálja a A.15.3. ábra, amely összehasonlítja a nagy hajlítási és csavarási merevséggel rendelkező zárt szelvények, és különböző alakú nyitott szelvények rugalmas kritikus nyomatékát.

A A.15.4. ábra egy I és egy H keresztmetszetű, hasonló képlékeny nyomatéki teherbírással rendelkező tartó rugalmas kritikus nyomatékait (M_{cr}) hasonlítja össze. A kifordulás sokkal inkább meghatározó az I szelvényű tartó méretezésében, melynek jelentősen kisebb az oldalirányú és csavarási merevsége.



A.15.3. ábra: A keresztmetszet alakjának hatása az elméleti rugalmas kritikus nyomatéokra



A.15.4. ábra: I- és H-szelvények rugalmas kritikus nyomatékainak összehasonlítása

A.15.3. Méretezési eljárás

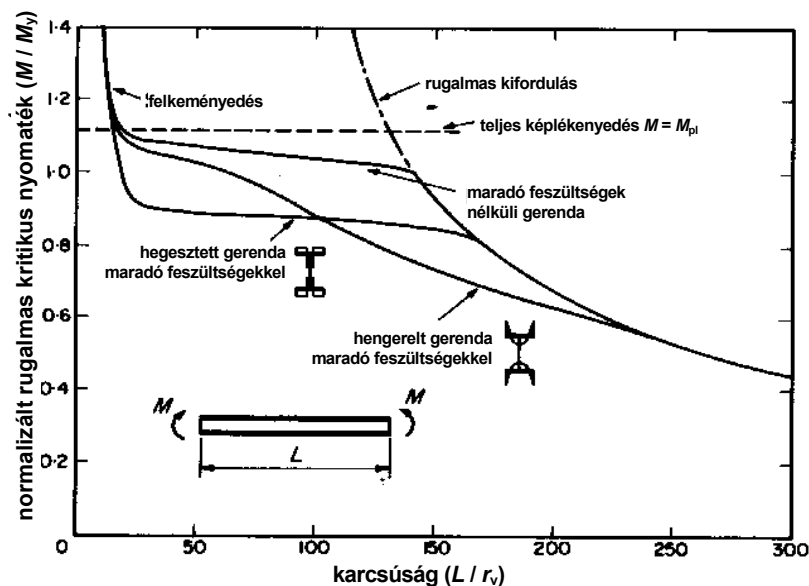
A valóságos gerendák nem tökéletesen egyenesek és anyaguk sem tökéletesen rugalmas. Az 5. ábra bemutatja a gyártási sajátfeszültségek és a felkeményedés hatását a kifordulási ellenállásra. Meg kell jegyezni, hogy a rugalmas kifordulási elmélet nagy karcsúság esetén jól leírja a viselkedést, de zömökebb gerendák esetén bonyolult kölcsönhatás lép fel, mivel a nem rugalmas viselkedés csökkenti a teherbírást, míg nagyon zömök gerendáknál a teherbírást a keresztmetszet képlékeny ellenállása határozza meg. A probléma elméleti kezelése túlságosan bonyolult lenne a mindennapi tervezésben, ezért a rugalmas elmélet és a kísérleti eredmények együttes alkalmazása szükséges a megbízható (biztonságos) méretezési eljárás kidolgozásához.

A 6. ábra a kifordulásra vonatkozó jellegzetes kísérleti adatokat hasonlít össze az (1) képlettel meghatározott elméleti rugalmas kritikus nyomatékokkal. Az ábra dimenziótlan formában adja meg a teherbírást, ami lehetővé teszi különböző keresztmetszetekkel és anyagminőségekkel végrehajtott kísérletsorozatok eredményeinek közvetlen összehasonlítását a $\bar{\lambda}_{LT}$ redukált karcsúságon keresztül. Zömök gerendák ($\bar{\lambda}_{LT} < 0,4$) esetén a kifordulás nincs hatással a viselkedésre; ilyenkor a keresztmetszet képlékeny nyomatéki ellenállása határozza meg a gerenda teherbírását. A karcsú gerendák ($\bar{\lambda}_{LT} > 1,2$) teherbírása közel van az elméleti rugalmas kritikus nyomatékhoz (M_{cr}). Közepes karcsúságú gerendáknál azonban, amelyek a gyakorlatban sokszor előfordulnak, a teherbírást jelentősen és kedvezőtlenül befolyásolja a geometriai imperfekciók jelenléte és a nem rugalmas anyagi viselkedés, és a rugalmas elméletből adódó megoldás a teherbírás felső korlátját jelenti. Szükség van egy olyan méretezési összefüggésre, amely mind a zömök gerendák képlékeny viselkedését, mind pedig a karcsú gerendák rugalmas viselkedését magában foglalja. Az EC3 ezt a χ_{LT} kifordulási csökkentő tényező bevezetésével valósítja meg.

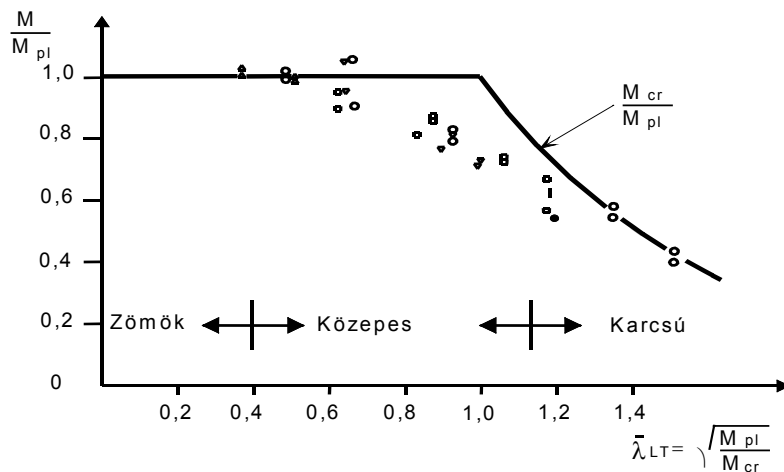
Az oldalirányban nem megtámasztott gerendák kifordulási nyomatéki tervezési ellenállása ($M_{b,Rd}$) a következő összefüggéssel adható meg:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \eta_w \cdot W_{pl,y} \cdot f_y / \gamma_{M1}, \quad (\text{A.15.2})$$

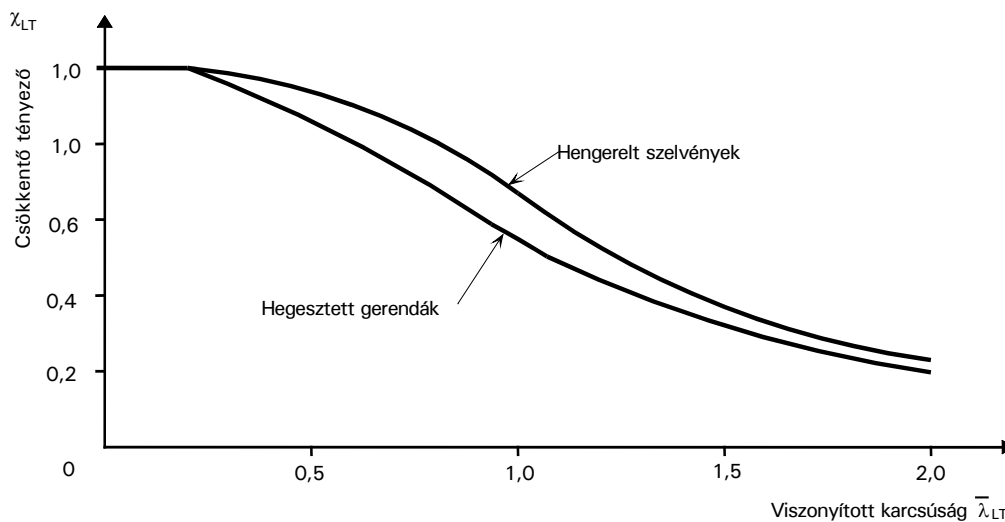
amely tulajdonképpen a keresztmetszet hajlítási ellenállásának és a χ_{LT} csökkentő tényezőnek a szorzata.



A.15.5. ábra: Kéttámaszú I gerendák kifordulási szilárdsága



A.15.6. ábra: Kísérleti eredmények összehasonlítása az elméleti rugalmas kritikus nyomatékokkal



A.15.7. ábra: A kifordulási csökkentő tényező

A χ_{LT} kifordulási csökkentő tényező és a $\bar{\lambda}_{LT}$ redukált karcsúság közötti összefüggést a A.15.7. ábra mutatja.

A bemutatott görbék a következő összefüggéssel lehet megadni:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + (\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2)^{0,5}}, \quad (\text{A.15.3})$$

ahol

$$\phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + a_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (\text{A.15.4})$$

és ϕ_{LT} az úgynevezett imperfekciós tényező, amelynek értéke hengerelt szelvényekre 0,21, míg hegesztett szelvényekre nagyobb gyártási sajátfeszültségeik miatt 0,49.

A $\bar{\lambda}_{LT}$ redukált karcsúság a következő összefüggéssel definiálható:

$$\sqrt{M_{pl.Rd} / M_{cr}}$$

Kiszámítása a képlékeny nyomatéki ellenállás és a rugalmas kritikus nyomaték meghatározásával, vagy – sokszor egyszerűbben – a következő összefüggés segítségével történhet:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \left[\frac{\lambda_{LT}}{\lambda_1} \right] \beta_w^{0,5}, \quad (\text{A.15.5})$$

ahol

$$\lambda_1 = \pi \left[\frac{E}{f_y} \right]^{0,5} \quad (\text{A.15.6})$$

és λ_{LT} kiszámítására megfelelő képletek állnak rendelkezésre különféle szelvényalakok esetén.. Például kétszeresen szimmetrikus I és H szelvények, állandó nyomaték és egyszerű villás megtámasztás esetén:

$$\lambda_{LT} = \frac{L/i_z}{\left[1 + \frac{1}{20} \left[\frac{L/i_z}{h/t_f} \right]^2 \right]^{0,25}}. \quad (\text{A.15.7})$$

A.15.4. Az eljárás kiterjesztése más esetekre

A.15.4.1. Teherelrendezés

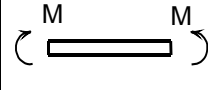
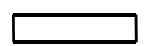
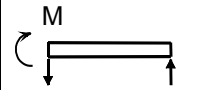
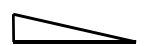
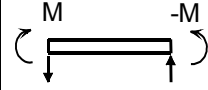
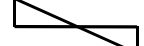
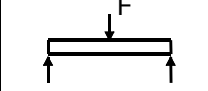
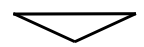
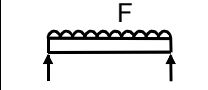

Az oldalirányban nem megtámasztott gerendák kifordulása szempontjából az állandó nyomatéki igénybevétel a legkedvezőtlenebb. Más terhelési esetekre való rugalmas vizsgálat nagyobb rugalmas kritikus nyomatéki értékeket eredményez. Például állandó nyomaték esetén a rugalmas kritikus nyomaték (az (1) egyenlet átrendezésével) a következő alakot ölti:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_z GI_t} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GI_t}}. \quad (\text{A.15.8})$$

Ugyanakkor egy közepén koncentrált erővel terhelt kéttámaszú gerenda esetén a maximális nyomaték a kifordulás pillanatában:

$$M_{cr} = \frac{4,24}{L} \sqrt{EI_z GI_t} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GI_t}}. \quad (\text{A.15.9})$$

Ez utóbbi $4,24/\pi$ -szerese az alapesetnek. Az EC3 ezt a hányadost egy C_1 tényező formájában fejezi ki, amely a teherelrendezést (a nyomatéki ábra alakját) veszi figyelembe. A A.15.8. ábra néhány terhelési esetre megadja C_1 értékét. Az M_{cr} -ra vonatkozó összefüggésben C_1 egy egyszerű szorzótényezőként jelenik meg, míg a λ_{LT} -re vonatkozó összefüggésben $1/\sqrt{C_1}$ -ként.

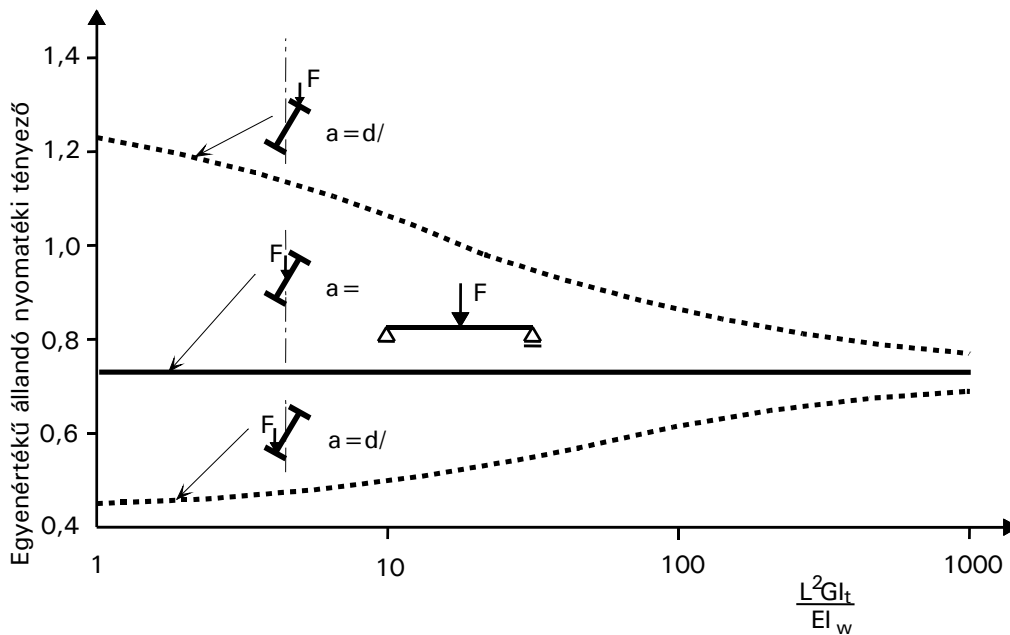
$M_{cr} = C_1 \frac{\pi}{L} \sqrt{EI GJ} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GJ}}$			
Terhek és reakciók	Nyomatéki ábra	M_{max}	C_1
		M	1,00
		M	1,879
		M	2,752
		$\frac{FL}{4}$	1,365
		$\frac{FL}{8}$	1,132

A.15.8. ábra: C_1 egyenértékű állandó nyomatéki tényezők
(a fenti értékek $k = 1,0$ kihajlásihossz-tényező esetén érvényesek)

A.15.4.2. A teher támadáspontjának helyzete

A gerenda oldalirányú stabilitása nemcsak a terhek támaszközön belüli elhelyezkedésétől függ, hanem a teher támadáspontjának a súlyponthoz viszonyított helyzetétől is. A A.15.9. ábra egy közepén koncentrált erővel terhelt kéttámaszú gerendán szemlélteti annak hatását, ha a teher a súlypont felett vagy alatt hat.

A felső övön ható terheknek destabilizáló hatásuk van, köszönhetően annak a többletnyomatéknak, amely amiatt jön létre, hogy a teher hatásvonalára nem megy át a keresztmetszet súlypontján. Ez a hatás jelentősebbé válik, ha a szelvény magassága nő, vagy ha a támaszköz, illetve az $L^2 GI_t / EI_w$ mennyiség csökken. Az EC3 ezt egy C_2 tényező bevezetésével veszi figyelembe, amelyet mind a rugalmas kritikus nyomaték általános egyenletében, mind a \square_{LT} -re vonatkozó összefüggésben alkalmaz.



A.15.9. ábra: A teher támadáspontja helyzetének hatása a gerenda stabilitására

A.15.4.3. Megtámasztási feltételek a gerenda végein

Az eddigiekben mindig olyan megtámasztást feltételeztünk a gerenda végein, mely meggátolja az oldalirányú elmozdulást és elcsavarodást, de megengedi az elfordulást. Az olyan megtámasztások, amelyek meggátolják az elfordulást, megnövelik a rugalmas kifordulási ellenállást (nagy mértékben hasonlóan az oszlopokhoz, amelyeknek a befogás hatására nő a teherbírási). A különböző megtámasztási viszonyok hatásának figyelembevételére kézenfekvő eljárás a megtámasztás nélküli hosszak egy kihajlási hosszal való helyettesítése, vagy pontosabban két, a hatékony hosszakat definiáló tényező, k és k_w , bevezetése. A két tényező a gerendavég kétféle megfogására utal: az oldalirányú hajlítással és az öblösödéssel szembeni megfogásra. Meg kell azonban jegyezni, hogy k_w -t ajánlatos 1,0-ra felvenni, hacsak az öblösödést külön meg nem akadályozzuk. A k tényezőre az EC3 0,5 értéket ajánl, ha mindkét vég befogott, 0,7 értéket, ha az egyik vég befogott a másik szabad, és természetesen 1,0 -t, ha mindkét vég szabad. k megválasztása a tervező belátása szerint történhet.

A.15.4.4. Középső oldalirányú megtámasztás

Ha a gerenda nyílásán belül középső oldalirányú megtámasztások vannak, a megtámasztások közötti szakaszok külön-külön vizsgálhatók, és a méretezés a legkritikusabb szakasz alapján történhet. A megtámasztások közötti gerendaszakaszok kihajlásihossz-tényezőjére nem 0,7, hanem 1,0 értéket kell használni, minthogy a szomszédos szakaszok a kifordulás során ellentétesen deformálódnak.

A.15.4.5. Folytatólagos gerendák

Folytatólagos többtámaszú gerendák nyílásait külön-külön lehet vizsgálni, a C_1 tényezővel minden nyílásban figyelembe véve a nyomatékú ábra folytonosságából adódó alakját.