

3.3.6. Kölcsönhatások

Alapelvek

A 3.2.5 fejezetben láthattuk, hogy összetett igénybevételek esetén a keresztmetszetek ellenállásának számításakor mikor és hogyan kell figyelembe vennünk az egyes igénybevételek kölcsönhatását.

Természetesen amennyiben egy szerkezeti elem teherbírását nem (vagy nem csak) a keresztmetszet ellenállása, hanem stabilitásvesztés határozza meg, a kölcsönhatást ismét vizsgálni kell. Ez alapján a következő tönkremeneteli módok interakcióját kell ellenőrizni:

- szilárdsági tönkremeneteli módok (keresztmetszet ellenállása),
- globális stabilitásvesztési módok (kihajlás, kifordulás),
- lokális stabilitásvesztési módok (nyomott lemezelemek horpadása, nyírási lemezhorpadás).

Globális stabilitásvesztési módok egymással és szilárdsági tönkremenetellel való kölcsönhatása

Nyomásnak és hajlításnak kitett szerkezeti elem esetén a szilárdsági tönkremenetel kölcsönhatási összefüggései mellett vizsgálni kell a globális stabilitásvesztési módok (kifordulás és kihajlás) egymásra hatásait is.

Az Eurocode 3 szerinti általános eljárásban ezt elvégezhetjük megfelelő imperfekció figyelembevételével és másodrendű analízis végrehajtásával. Ennek bemutatásától most eltekintünk.

A szabvány egy egyszerűsített – de egyszerűnek koránt sem nevezhető – eljárást ad kétszeresen szimmetrikus, alaktartó keresztmetszetű tartók esetére. Ekkor a következő két feltétel teljesülését kell vizsgálni:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$
$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

ahol

N_{Ed} , $M_{y,Ed}$, $M_{z,Ed}$ a ható igénybevételek tervezési értékei (normálerő, hajlítónyomaték az y és a z tengely körül);

$\Delta M_{y,Ed}$, $\Delta M_{z,Ed}$ 4. keresztmetszeti osztály esetén az effektív keresztmetszet súlyponteltolódásából származó nyomatéktöbbletek (lásd 3.14. táblázat);

N_{Rk} , $M_{y,Rk}$, $M_{z,Rk}$ a normálerő és a hajlítónyomatéki ellenállás karakterisztikus értékei (lásd 3.14. táblázat);

χ_y , χ_z , χ_{LT} a kihajláshoz és kiforduláshoz tartozó csökkentő tényezők, melyek számítását az előző fejezetek alapján hajthatjuk végre;

k_{yy} , k_{yz} , k_{zy} , k_{zz} pedig az interakciós tényezők (lásd 3.15. -3.16. táblázat).

A fenti képletek egyszerre fejezik ki a kifordulás és kihajlás interakcióját, illetve a kihajlás – hajlítás vagy nyomás – kifordulás interakcióját.

Krm. osztály	1	2	3	4
A_i	A	A	A	A_{eff}
W_y	$W_{pl,y}$	$W_{pl,y}$	$W_{el,y}$	$W_{eff,y}$
W_z	$W_{pl,z}$	$W_{pl,z}$	$W_{el,z}$	$W_{eff,z}$
$\Delta M_{y,Ed}$	0	0	0	$e_{N,y} N_{Ed}$
$\Delta M_{z,Ed}$	0	0	0	$e_{N,z} N_{Ed}$

$$N_{Rk} = f_y A_i; \quad M_{y,Rk} = f_y W_y; \quad M_{z,Rk} = f_y W_z$$

3.14. táblázat: Keresztmetszeti ellenállások karakterisztikus értékei és nyomatóbblet.

Az interakciós tényezőkre kétféle alternatív számítást ajánl az Eurocode. Jelenleg a két eljárás bármelyike alkalmazható (későbbiekben az ún. Nemzeti Függelék – melyet minden egyes, az Eurocode-ot alkalmazó tagország el kell készítsen – előírhatja, hogy mely eljárás alkalmazandó). A továbbiakban most csak az egyszerűbb eljárást ismertetjük.

Eszerint különbséget kell tenni a szerkezeti elemek között az alapján, hogy

- csavarásra nem érzékeny szelvényű (csavarás ellen megtámasztott I-keresztmetszetek vagy cső illetve zárt szelvények, amelyekre tehát csak a síkbeli kihajlás lehet mértékadó) lásd 3.15 táblázat,
- csavarásra érzékeny (jellemzően a nyitott szelvényű elemek, ahol elcsavarodó kihajlás vagy kifordulás mértékadó lehet) 3.16 táblázat,

Interakciós tényező	Km. típusa	A keresztmetszet	
		3., 4. km-i osztályú	1., 2. km-i osztályú
k_{yy}	I vagy RHS	$\min \begin{cases} C_{my} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \\ C_{my} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \end{cases}$	$\min \begin{cases} C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \\ C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \end{cases}$
k_{yz}	I vagy RHS	k_{zz}	$0,6 k_{zz}$
k_{zy}	I vagy RHS	$0,8 k_{yy}$	$0,6 k_{yy}$
k_{zz}	I	$\min \begin{cases} C_{mz} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \\ C_{mz} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \end{cases}$	$\min \begin{cases} C_{mz} \left(1 + (2\bar{\lambda}_z - 0,6) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \\ C_{mz} \left(1 + 1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \end{cases}$
	RHS		$\min \begin{cases} C_{mz} \left(1 + (\bar{\lambda}_z - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \\ C_{mz} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \end{cases}$

I-, H- és RHS szelvényeknél egyidejű nyomás és egytengelyű hajlítás esetén ($M_{y,Ed}$) felvehető $k_{zy} = 0$.

3.15. táblázat: Interakciós tényezők csavarásra nem érzékeny keresztmetszetek esetén.


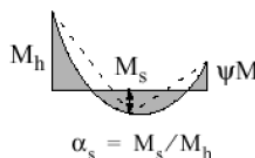
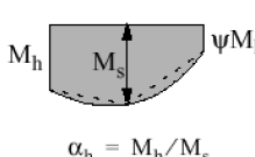
Csavarásra nem érzékeny keresztmetszetek esetén alkalmazandó interakciós tényezők számítását mutatja a 3.15. táblázat, míg a csavarásra érzékeny esetben a 3.16. táblázat szerint kell a számítást végrehajtani. Az interakció – hasonlóan a kifordulásvizsgálathoz – függ az igénybevételek rúd menti eloszlásától is. Ezt fejezik ki a C_{my} , C_{mz} , C_{mLT} paraméterek, melyek számítását a 3.17. táblázatban találjuk meg.

Interakciós tényező	A keresztmetszet	
	3., 4. km-i osztályú	1., 2. km-i osztályú
k_{yy}	lásd 3.15. táblázat	lásd 3.15. táblázat
k_{yz}	lásd 3.15. táblázat	lásd 3.15. táblázat
k_{zy}	$\max \left\{ \begin{array}{l} \left[1 - \frac{0,05\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right] \\ \left[1 - \frac{0,05}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right] \end{array} \right.$	$\bar{\lambda}_z \geq 0,4$ esetén: $\max \left\{ \begin{array}{l} \left[1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right] \\ \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right] \end{array} \right.$ $\bar{\lambda}_z < 0,4$ esetén: $k_{zy} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,6 + \bar{\lambda}_z \\ \left[1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right] \end{array} \right.$
k_{zz}	lásd 3.15. táblázat	lásd 3.15. táblázat

3.16. táblázat: Interakciós tényezők csavarásra érzékeny keresztmetszetek esetén.

Nyomott lemezelemek lemezhorpadásának hatása más tönkremeneteli módokra

A nyomott lemezelemek lemezhorpadásának egyéb tönkremeneteli módokra való hatását a keresztmetszet-osztályozáson és az effektív keresztmetszet számításán keresztül vesszük figyelembe. Az effektív keresztmetszet alapján számított nyomási és hajlítási keresztmetszeti ellenállások így önmagukban tartalmazzák a lemezhorpadás hatását. Emlékezzünk továbbá vissza, hogy a globális stabilitási vizsgálatok során pedig a karcsúságok számításának szintjén játszik szerepet a hatékony keresztmetszet. Így egyéb kölcsönhatási vizsgálatra nincs szükség.

Nyomatéki ábra	Tartomány		C_{my}, C_{mz}, C_{mLT}	
			megoszló terhelés	koncentrált terhelés
	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$	
 $\alpha_s = M_s/M_h$	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,1 - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$-0,8\alpha_s \geq 0,4$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,1(1 - \psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2(-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$
 $\alpha_h = M_h/M_s$	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,95 + 0,05\alpha_h(1 + 2\psi)$	$0,90 - 0,10\alpha_h(1 + 2\psi)$
Természetesen az egyes, különböző irányokhoz tartozó tényezők meghatározásakor a megfelelő nyomatéki ábra megfelelő megtámasztások közötti szakaszát kell figyelembe venni, így:				
tényező	hajlítás tengelye	megtámasztások iránya		
C_{my}	y-y	z-z		
C_{mz}	z-z	y-y		
C_{mLT}	y-y	y-y		
Kilengő kihajlási mód esetén ($\nu > 1,0$) a megfelelő C_{my} és C_{mz} tényezőket 0,9-re kell felvenni.				

3.17. táblázat: A nyomatéki igénybevétel eloszlásától függő tényezők.

Nyírási horpadás kölcsönhatása más tönkremeneteli módokkal

Előzőleg bemutattuk a nyírás és a nyomaték (illetve a normálerő) kölcsönhatását a keresztmetszet ellenállásának számításakor (szilárdsági tönkremenetel). Ott abból a feltételezésből indultunk ki, hogy a vizsgált (gerinc)lemezben nyírási horpadás nem jön létre, azaz annak teljes képlékeny nyírási teherbírását figyelembe vehetjük.

Amennyiben a nyírási horpadás domináns (lásd 3.3.5 fejezet Alapelvek) a következő vizsgálatot kell végrehajtani (az egyes igénybevételekre való külön-külön ellenőrzés mellett).

Gerinclemez tartóknál a kölcsönhatást figyelembe kell venni amennyiben:

$$\bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{bw,Rd}} > 0,5 \text{ és } M_{Ed} > M_{f,Rd}$$

ahol

V_{Ed} a ható nyíróerő tervezési értéke;

M_{Ed} a ható nyomaték tervezési értéke;

- $V_{bw,Rd}$ a gerinclemez nyírási ellenállása a nyírási horpadás figyelembevételével (lásd 3.3.5 fejezet);
- $M_{f,Rd}$ a csak a hatékony övlemezből álló képzeltek keresztmetszet nyomatékú teherbírása (lásd 3.3.5 fejezet).

Ekkor a következő feltételnek kell eleget tenni:

$$\bar{\eta}_1 + \left(1 - \frac{M_{f,Rd}}{M_{pl,Rd}}\right) (2\bar{\eta}_3 - 1)^2 \leq 1,0$$

ahol

$$\bar{\eta}_1 = \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}}$$

Vegyük észre, hogy ugyan más formába öntve, de a 3.2.5 fejezetben ismertetettel teljesen analóg eljárást kell végrehajtani itt is. Lényegi különbség, hogy a képlékeny nyírási ellenállás helyett a horpadás miatt csökkentett ellenállásból kell kiindulnunk.

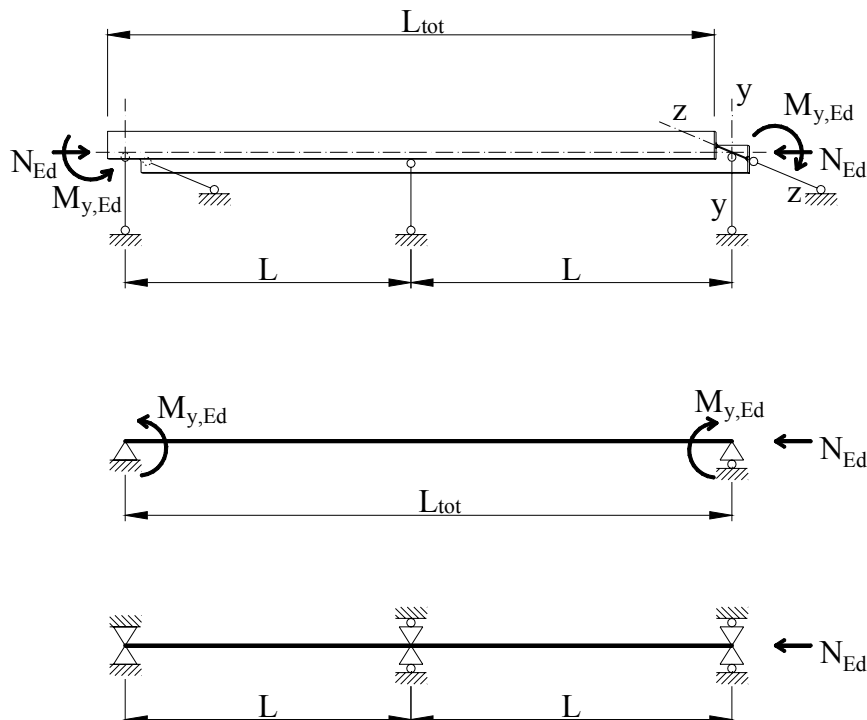
Amennyiben a nyíróerő és a nyomaték mellett normálerő is hat, a 3.2.5 fejezetben ismertetett mód szerint csökkentett nyomatékú ellenállások behelyettesítésével hajtjuk végre a fenti eljárást.

3.15 Példa

Ellenőrizzük az alábbi ábrán látható tartót kihajlásra, kifordulásra és azok interakciójára! A tartó szelvénye megegyezik a 3.6 példában szerepelt hegesztett szelvénnel.

Alapanyag: S235 $f_y = 23,5 \text{ kN/cm}^2$ $\varepsilon = 1,0$ (lsd. 3.2. táblázat) $\lambda_1 = 93,9$

A tartó geometriája és mértékadó igénybevételei: (3.45. ábra)



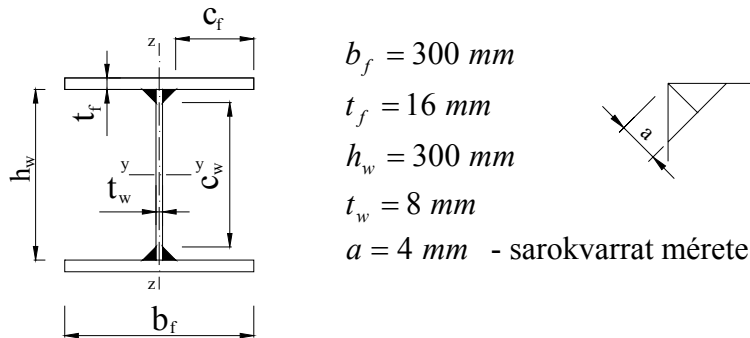
3.45. ábra: Tartó geometria.

A tartó teljes hossza $L_{tot} = 10 \text{ m}$, az oldalirányú megtámasztások távolsága $L = 5 \text{ m}$.

A mértékadó igénybevételek:

$$N_{Ed} = 700 \text{ kN}; \quad M_{y,Ed} = 180 \text{ kNm}$$

A szelvény geometriája: (3.46. ábra)



$$b_f = 300 \text{ mm}$$

$$t_f = 16 \text{ mm}$$

$$h_w = 300 \text{ mm}$$

$$t_w = 8 \text{ mm}$$

$$a = 4 \text{ mm} \text{ - sarokvarrat mérete}$$

3.46. ábra: Szelvény geometria.

A keresztmetszeti jellemzők:

$$A = 120 \text{ cm}^2$$

$$I_y = 25786 \text{ cm}^4; \quad W_y = 1553 \text{ cm}^3; \quad i_y = 146,6 \text{ mm}; \quad W_{pl,y} = 1697 \text{ cm}^3$$

$$I_z = 7201 \text{ cm}^4; \quad W_z = 480 \text{ cm}^3; \quad i_z = 77,5 \text{ mm}; \quad W_{pl,z} = 725 \text{ cm}^3$$

$$I_w = \frac{I_z \cdot (h - t_f)^2}{4} = \frac{7201 \cdot (30 + 2 \cdot 1,6 - 1,6)^2}{4} = 1797727,5 \text{ cm}^6$$

$$I_t = \frac{1}{3} \sum b_i t_i^3 = \frac{1}{3} (2 \cdot 30 \cdot 1,6^3 + 30 \cdot 0,8^3) = 87,0 \text{ cm}^4$$

A keresztmetszet osztályozása:

Lsd. 3.6 példa: a keresztmetszet 1. osztályba sorolandó mind tiszta nyomásra, mind tiszta hajlításra.

A keresztmetszet ellenállásának ellenőrzése:

A keresztmetszet ellenállásait a 3.6 példában számítottuk.

Ellenőrzés tiszta nyomásra:

$$N_{c,Rd} = N_{pl,Rd} = 2820,0 \text{ kN} > N_{Ed} = 700 \text{ kN}, \text{ megfelel.}$$

Ellenőrzés tiszta hajlításra:

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = 398,8 \text{ kNm} > M_{y,Ed} = 180 \text{ kNm}, \text{ megfelel.}$$

Ellenőrzés nyomás és hajlítás interakciójára:

$$M_{N,Rd} = 333 \text{ kNm} > M_{y,Ed} = 180 \text{ kNm}, \text{ megfelel.}$$

A tartó kihajlási vizsgálata

A kihajlási hosszak a két irányban:

$$l_y = L_{tot} = 1000 \text{ cm}$$

$$l_z = L = 500 \text{ cm}$$

A rúdkarcsúságok és a viszonyított rúdkarcsúságok:

$$\lambda_y = \frac{l_y}{i_y} = \frac{1000}{14,66} = 68,22 \quad \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_1} = \frac{68,22}{93,9} = 0,726$$

$$\lambda_z = \frac{l_z}{i_z} = \frac{500}{7,75} = 64,54 \quad \bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_1} = \frac{64,54}{93,9} = 0,687$$

Hegesztett I-szelvény és $t_f \leq 40 \text{ mm}$ esetén:

- az y-y tengely körüli kihajlás esetén a **b** kihajlási görbét,
- míg a z-z tengely körüli kihajlás esetén a **c** kihajlási görbét kell használni.

Ez alapján táblázatból a kihajlási csökkentő tényezők:

$$\chi_y = 0,769 \text{ és } \chi_z = 0,733.$$

Látható, hogy a z tengely körüli kihajlás a mértékadó. Innen a nyomott rúd tervezési kihajlási ellenállása:

$$N_{b,Rd} = \chi_z \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 0,733 \cdot \frac{120 \cdot 23,5}{1,0} = 2065,8 \text{ kN} > N_{Ed} = 700 \text{ kN}, \text{ tehát kihajlásra megfelel.}$$

A tartó kifordulási vizsgálata

Az oldalirányú megtámasztások távolsága $l = L = 500 \text{ cm}$.

A kifordulási kritikus nyomaték képlete:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{(k \cdot l)^2} \left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \cdot \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k \cdot l)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z} + (C_2 \cdot z_g - C_3 \cdot z_j)^2} - (C_2 \cdot z_g - C_3 \cdot z_j) \right]$$

ahol:

$$l = 500 \text{ cm} \quad k = k_w = 1,0 \text{ (mindkét vég szabadon elfordul és torzul)}$$

$$z_g = 0 \text{ cm} \quad (\text{a teher a szelvény súlypontjában})$$

$$z_j = 0 \quad (\text{kétszeresen szimmetrikus profil})$$

$$\psi = 1 \quad (\text{a vizsgált szakasz két végén a nyomaték értéke megegyezik})$$

$$E = 21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad G = 8077 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$C_1 = 1,0; C_2 = 0; C_3 = 1,0 \quad (\text{lsd. 3.10. táblázat})$$

Behelyettesítve:

$$M_{cr} = 1,0 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 7201}{500^2} \left[\sqrt{\frac{1797727,5}{7201} + \frac{500^2 \cdot 8077 \cdot 87}{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 7201}} \right] = 1144,3 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{cr}} = \frac{180}{1144,3} = 0,157 > 0,04, \text{ tehát vizsgálni kell a kifordulást.}$$

A kifordulási viszonyított karcsúság:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{1697 \cdot 23,5}{114430}} = 0,59 > 0,2, \text{ tehát vizsgálni kell a kifordulást.}$$

Hegesztett I-szelvény és $h/b_f = 33,2/30 = 1,107 \leq 2$ esetén a **c** kihajlási görbét kell alkalmazni. Táblázatból a csökkentő tényező:

$$\chi_{LT} = 0,791$$

Innen a tartó kifordulási ellenállása:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{W_{pl,y} f_y}{\gamma_{M1}} = 0,791 \cdot \frac{1697 \cdot 23,5}{1,0} = 315,5 \text{ kNm} > M_{y,Ed} = 180 \text{ kNm}, \text{ megfelel.}$$

A kihasználtság:

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{180}{315,5} = 0,57$$

A kihajlás és kifordulás interakciója

A következő feltételeknek kell eleget tenni:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

A szelvény ellenállásainak karakterisztikus értéke 1. keresztmetszeti osztály esetén:

$$N_{Rk} = f_y A = 23,5 \cdot 120 = 2820 \text{ kN}$$

$$M_{y,Rk} = f_y W_{pl,y} = 23,5 \cdot 1697 = 398,8 \text{ kNm}$$

1-3. keresztmetszeti osztály esetén a nyomatéknövekmény zérus:

$$\Delta M_{y,Ed} = 0 \text{ kNm}$$

Az interakciós tényezők meghatározására alkalmazzuk a 3.16. és 3.17. táblázatban megadott eljárást! Közvetlenül nem terhelt tartó esetében a tényezők a következőképpen alakulnak:

$\psi = 1$ (a vizsgált szakasz két végén a nyomaték értéke megegyezik)

$$C_{my} = C_{mL1} = 0,6 + 0,4\psi = 0,6 + 0,4 = 1,0 > 0,4$$

$$k_{yy} = \min \left\{ \begin{array}{l} C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \\ C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \end{array} \right.$$

$$k_{yy} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1,0 \left(1 + (0,726 - 0,2) \frac{700}{0,769 \cdot 2820 / 1,0} \right) = 1,17 \\ 1 \left(1 + 0,8 \frac{700}{0,769 \cdot 2820 / 1,0} \right) = 1,25 \end{array} \right.$$

$$k_{yy} = 1,17$$

Ha $\bar{\lambda}_z \geq 0,4$, akkor:

$$k_{zy} = \max \left\{ \begin{array}{l} \left[1 - \frac{0,1 \bar{\lambda}_z}{(C_{mLt} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right] \\ \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLt} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right] \end{array} \right.$$

$$k_{zy} = \max \left\{ \begin{array}{l} \left[1 - \frac{0,1 \cdot 0,687}{(1,0 - 0,25)} \frac{700}{0,733 \cdot 2820 / 1,0} \right] = 0,969 \\ \left[1 - \frac{0,1}{(1,0 - 0,25)} \frac{700}{0,733 \cdot 2820 / 1,0} \right] = 0,955 \end{array} \right.$$

$$k_{zy} = 0,969$$

Az interakciós ellenőrzések pedig:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} = \frac{700}{0,769 \cdot \frac{2820}{1,0}} + 1,17 \cdot \frac{180}{0,791 \cdot \frac{398,8}{1,0}} = 0,991 \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} = \frac{700}{0,733 \cdot \frac{2820}{1,0}} + 0,969 \cdot \frac{180}{0,791 \cdot \frac{398,8}{1,0}} = 0,892 \leq 1$$

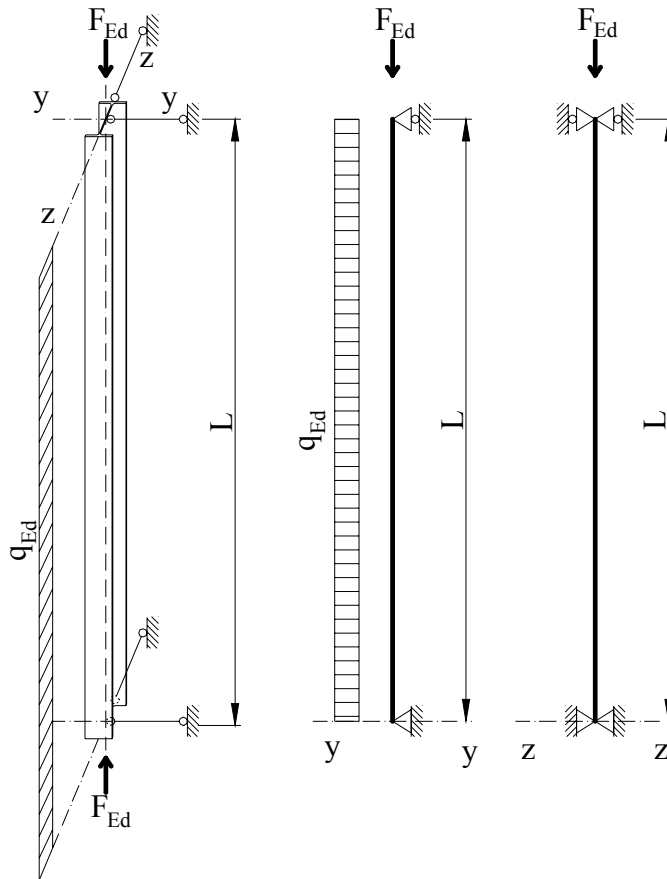
tehát az interakcióra is megfelel.

3.16 Példa

Ellenőrizzük az alábbi ábrán látható falvázartót kihajlásra, kifordulásra és azok interakciójára! A tartó szelvénye megegyezik a 3.7 példában szerepelt hengerelt szelvényvel. A tartóra az ábra szerinti $q_{Ed} = 6 \text{ kN/m}$ megoszló és normálirányú $F_{Ed} = 450 \text{ kN}$ koncentrált erő hat.

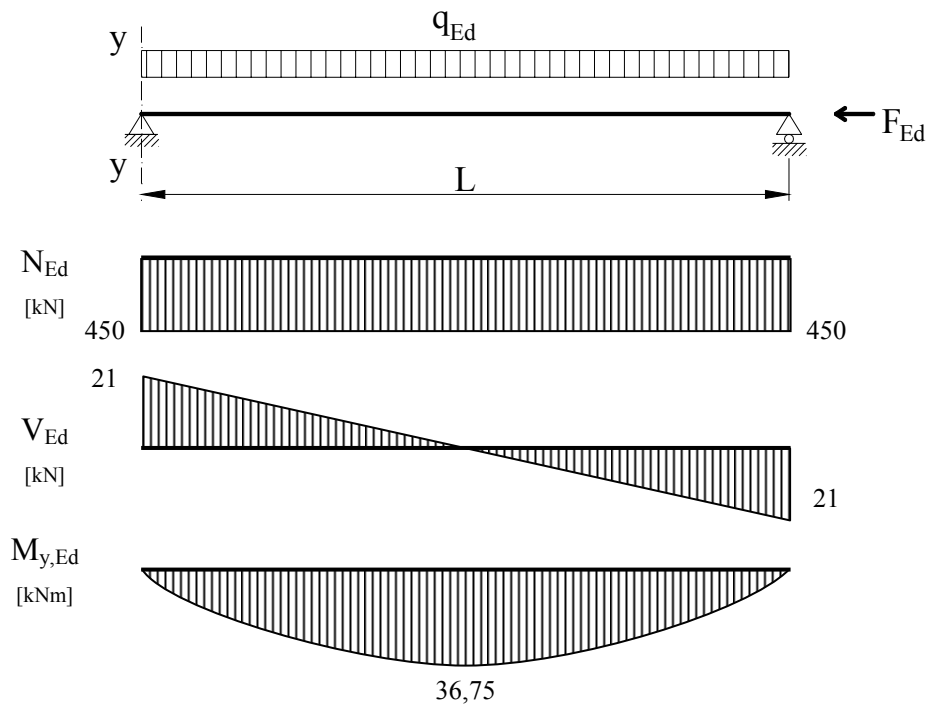
Alapanyag: S275 $f_y = 27,5 \text{ kN/cm}^2$ $\varepsilon = 0,924$ (lsd. 3.2. táblázat) $\lambda_1 = 86,82$

A tartó geometriája és mértékadó igénybevételei: (3.47. ábra)



3.47. ábra: Tartó geometria.

A tartó teljes hossza $L = 7 \text{ m}$, oldalirányú megtámasztás csak a tartóvégeken van. Az igénybevételek eloszlását mutatja az alábbi ábra.



3.48. ábra: Igénybevételek eloszlása.

A mértékadó igénybevételek:

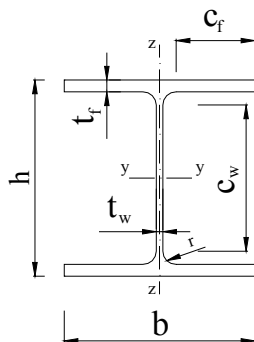
- maximális normálerő és nyomaték, egyidejű nyíróerő:

$$N_{Ed} = 450 \text{ kN}; \quad M_{y,Ed} = 36,75 \text{ kNm}; \quad V_{Ed} = 0 \text{ kN}$$

- maximális nyíróerő:

$$V_{Ed} = 21 \text{ kN}; \quad N_{Ed} = 450 \text{ kN}; \quad M_{y,Ed} = 0 \text{ kNm}$$

Keresztmetszeti adatok: HEB 200 (táblázatból)



$$b = 200 \text{ mm}$$

$$t_f = 15 \text{ mm}$$

$$h = 200 \text{ mm}$$

$$t_w = 9 \text{ mm}$$

$$r = 18 \text{ mm}$$

$$A = 78,1 \text{ cm}^2$$

$$A_{vz} = 24,83 \text{ cm}^2$$

$$I_y = 5696 \text{ cm}^4$$

$$I_z = 2003 \text{ cm}^4$$

$$I_w = 171130 \text{ cm}^6$$

$$W_y = 569,6 \text{ cm}^3$$

$$W_z = 200,3 \text{ cm}^3$$

$$I_t = 59,28 \text{ cm}^4$$

$$i_y = 8,54 \text{ cm}$$

$$i_z = 5,07 \text{ cm}$$

$$W_{pl,y} = 643 \text{ cm}^3$$

$$W_{pl,z} = 305,8 \text{ cm}^3$$

3.49. ábra: Szelvény geometria.

A keresztmetszet osztályozása:

Lsd. 3.7 példa: a keresztmetszet 1. osztályba sorolandó mind tiszta nyomásra, mind tiszta hajlításra.

A keresztmetszet ellenállásának ellenőrzése:

A keresztmetszet ellenállásait a 3.7 példában számítottuk.

Ellenőrzés nyomásra:

$$N_{c,Rd} = N_{pl,Rd} = 2147 \text{ kN} > N_{Ed} = 450 \text{ kN}, \text{ megfelel.}$$

Ellenőrzés hajlításra (középső keresztmetszetben):

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = 176,7 \text{ kNm} > M_{y,Ed} = 36,75 \text{ kNm}, \text{ megfelel.}$$

Ellenőrzés nyírásra (támasznál):

Nyírási horpadással nem kell számolni, így

$$V_{c,Rd} = V_{pl,Rd} = 394,2 \text{ kN} > V_{Ed} = 21 \text{ kN}, \text{ megfelel.}$$

Ellenőrzés nyomás, hajlítás és nyírás interakciójára:

A tartó minden keresztmetszetére $\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} < 0,5$, tehát nyíróerő miatti redukciónak sehol sem kell

alkalmazni. A továbbiakban elegendő a középső – mértékadó – keresztmetszetet vizsgálni hajlítás és nyomás interakciójára:

$$0,25 \cdot N_{pl,Rd} = 0,25 \cdot 2147 = 537 \text{ kN} > N_{Ed} = 450 \text{ kN}$$

$$\frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{0,5 \cdot 17 \cdot 9 \cdot 27,5}{1,0} = 210,4 \text{ kN} < N_{Ed} = 450 \text{ kN}$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = \frac{450}{2147} = 0,21$$

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} = \frac{78,1 - 2 \cdot 20 \cdot 1,5}{78,1} = 0,232 < 0,5$$

$$M_{N,Rd} = M_{pl,Rd} \frac{1-n}{1-0,5a} = 176,7 \frac{1-0,21}{1-0,5 \cdot 0,232} = 158,0 \text{ kNm}$$

$$M_{N,Rd} = 158,0 \text{ kNm} > M_{y,Ed} = 36,75 \text{ kNm}, \text{ megfelel.}$$

A tartó kihajlási vizsgálata

A kihajlási hosszak a két irányban:

$$l_y = l_z = L = 700 \text{ cm}$$

A rúdkarcsúságok és a viszonyított rúdkarcsúságok:

$$\lambda_y = \frac{l_y}{i_y} = \frac{700}{8,54} = 81,97 \quad \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_1} = \frac{81,97}{86,82} = 0,944$$

$$\lambda_z = \frac{l_z}{i_z} = \frac{700}{5,07} = 138,07 \quad \bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_1} = \frac{138,07}{86,82} = 1,59$$

Hengerelt I-szelvénynél $h/b_f \leq 1,2$ és $t_f \leq 100 \text{ mm}$ esetén:

- az y-y tengely körüli kihajlás esetén a **b** kihajlási görbét,
- míg a z-z tengely körüli kihajlás esetén a **c** kihajlási görbét kell használni.

Ez alapján táblázatból a kihajlási csökkentő tényezők:

$$\chi_y = 0,633 \text{ és } \chi_z = 0,287.$$

Látható, hogy a z tengely körüli kihajlás a mértékadó. Innen a nyomott rúd tervezési kihajlási ellenállása:

$$N_{b,Rd} = \chi_z \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 0,287 \cdot \frac{78,1 \cdot 27,5}{1,0} = 616,2 \text{ kN} > N_{Ed} = 450 \text{ kN}, \text{ tehát kihajlásra megfelel.}$$

A tartó kifordulási vizsgálata

Az oldalirányú megtámasztások távolsága $l = L = 700 \text{ cm}$.

A kifordulási kritikus nyomaték képlete:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{(k \cdot l)^2} \left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \cdot \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k \cdot l)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z} + (C_2 \cdot z_g - C_3 \cdot z_j)^2} - (C_2 \cdot z_g - C_3 \cdot z_j) \right]$$

ahol:

$$k = k_w = 1,0 \quad (\text{mindkét vég szabadon elfordul és torzul})$$

$$z_g = h/2 = +10 \text{ cm} \quad (\text{a teher a felső övön hat})$$

$$z_j = 0 \quad (\text{kétszeresen szimmetrikus profil})$$

$$E = 21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad G = 8077 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$C_1 = 1,132; C_2 = 0,459; C_3 = 0,525 \quad (\text{lsd. 3.11. táblázat})$$

Behelyettesítve:

$$M_{cr} = 1,132 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 2003}{700^2} \left[\sqrt{\frac{171130}{2003} + \frac{700^2 \cdot 8077 \cdot 59,28}{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 2003} + (0,459 \cdot 10)^2} - 0,459 \cdot 10 \right] =$$

$$= 204,5 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{cr}} = \frac{36,75}{204,5} = 0,18 > 0,04, \text{ tehát vizsgálni kell a kifordulást.}$$

A kifordulási viszonyított karcsúság:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{643 \cdot 27,5}{20450}} = 0,929 > 0,2, \text{ tehát vizsgálni kell a kifordulást.}$$

Hengerelt I-szelvény és $h/b_f = 20/20 = 1,0 \leq 2$ esetén az **a** kihajlási görbét kell alkalmazni.

Táblázatból a csökkentő tényező:

$$\chi_{LT} = 0,714$$

Innen a tartó kifordulási ellenállása:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{W_{pl,y} f_y}{\gamma_{M1}} = 0,714 \cdot \frac{643 \cdot 27,5}{1,0} = 126,2 \text{ kNm} > M_{y,Ed} = 36,75 \text{ kNm}, \text{ megfelel.}$$

A kihasználtság:

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{36,75}{126,2} = 0,29$$

A kihajlás és kifordulás interakciója

A szelvény ellenállásainak karakterisztikus értéke 1. keresztmetszeti osztály esetén:

$$N_{Rk} = f_y A = 27,5 \cdot 78,1 = 2147 \text{ kN}$$

$$M_{y,Rk} = f_y W_{pl,y} = 27,5 \cdot 643 = 176,7 \text{ kNm}$$

1-3. keresztmetszeti osztály esetén a nyomatóknövekmény zérus:

$$\Delta M_{y,Ed} = 0 \text{ kNm}$$

Az interakciós tényezők meghatározására alkalmazzuk az EC3 szabvány B függelékében megadott eljárást! Közvetlenül terhelt tartó esetében a tényezők a következőképpen alakulnak (3.16 és 3.17 táblázat):

$$M_h = 0 \text{ kNm}; \quad M_s = M_{y,Ed} = 36,75 \text{ kNm} \quad (\text{a vizsgált szakasz végén és közepén a nyomatók értéke})$$

$$\psi = 1 \quad (\text{a vizsgált szakasz két végén a nyomatók értéke megegyezik = 0})$$

$$\alpha_h = \frac{M_h}{M_s} = \frac{0}{36,75} = 0 \text{ (a vizsgált szakasz két végén a nyomaték értéke megegyezik = 0)}$$

$$C_{my} = C_{mLt} = 0,95 + 0,05\alpha_h = 0,95 > 0,4 \text{ (megoszló teher és a fenti tényezők esetén)}$$

$$k_{yy} = \min \left\{ \begin{array}{l} C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \\ C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) \end{array} \right.$$

$$k_{yy} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,95 \left(1 + (0,944 - 0,2) \frac{450}{0,633 \cdot 2147 / 1,0} \right) = 1,184 \\ 0,95 \left(1 + 0,8 \frac{450}{0,633 \cdot 2147 / 1,0} \right) = 1,202 \end{array} \right.$$

$$k_{yy} = 1,184$$

Ha $\bar{\lambda}_z = 1,59 \geq 0,4$, tehát:

$$k_{zy} = \max \left\{ \begin{array}{l} \left[1 - \frac{0,1 \cdot \bar{\lambda}_z}{(C_{mLt} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right] \\ \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLt} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right] \end{array} \right.$$

$$k_{zy} = \max \left\{ \begin{array}{l} \left[1 - \frac{0,1 \cdot 1,59}{(0,95 - 0,25)} \frac{450}{0,287 \cdot 2147 / 1,0} \right] = 0,834 \\ \left[1 - \frac{0,1}{(0,95 - 0,25)} \frac{450}{0,287 \cdot 2147 / 1,0} \right] = 0,896 \end{array} \right.$$

Az interakciós ellenőrzések pedig:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} = \frac{450}{0,633 \cdot \frac{2147}{1,0}} + 1,184 \cdot \frac{36,75}{0,714 \cdot \frac{176,7}{1,0}} = 0,676 \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} = \frac{450}{0,287 \cdot \frac{2147}{1,0}} + 0,896 \cdot \frac{36,75}{0,714 \cdot \frac{176,7}{1,0}} = 0,991 \leq 1$$

tehát az interakcióra is megfelel.