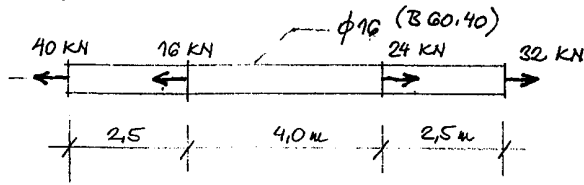
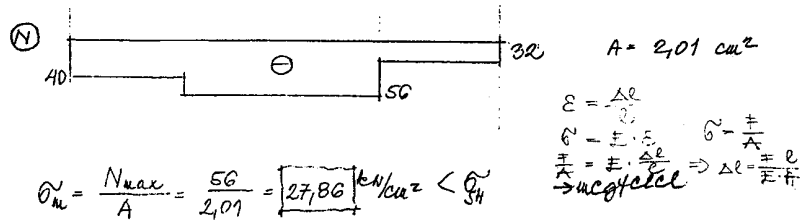


1/1 KÖZPONTOS HÚZÁS



- a) Ellenőrizzük a húzást a legveszélyesebb keresztmetszetben! ( $\sigma_{SH} = 35 \text{ kN/cm}^2$ )
- b) Határozzuk meg a húzal megnyúlását és keresztirányú méretcsökkenését! (középen)  $E = 20600 \text{ kN/cm}^2$ ;  $\mu = 0,3$



$\sigma_m = \frac{N_{max}}{A} = \frac{56}{2,01} = 27,86 \text{ kN/cm}^2 < \sigma_{SH}$

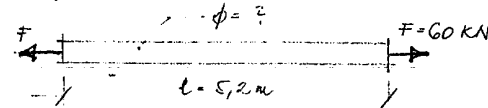
$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = \frac{40 \cdot 2,5 + 56 \cdot 4,0 + 32 \cdot 2,5}{20600 \cdot 2,01} = 0,98 \text{ cm}$

$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad \mu = \frac{\epsilon}{\epsilon_k} \quad \epsilon_k = \mu \cdot E$

$\epsilon_k = \mu \cdot E \rightarrow \frac{\Delta d}{d} = \mu \cdot \frac{\Delta l_2}{l_2} \rightarrow \Delta d = \mu \cdot d \cdot \frac{\Delta l_2}{l_2}$

$\Delta d = 0,3 \cdot 1,6 \cdot \frac{56 \cdot 4,0}{20600 \cdot 2,01 \cdot 4,0} = 0,00065 \text{ cm} = 6,5 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$

1/2



- a)  $\phi_{min} = ?$  esetén lesz a megnyúlás max 50 mm?
- b) Mekkora a háradsz kontrakció?

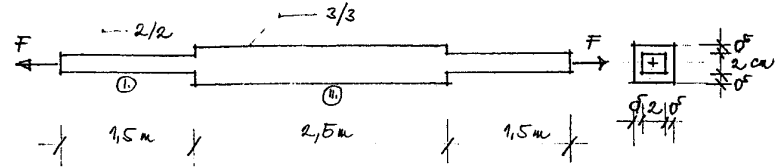
$E = 2,06 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$

$\mu = 0,3$

$A_{szüks} = \frac{F \cdot l}{E \cdot \Delta l} = \frac{60 \cdot 5,2}{20600 \cdot 0,98} = 3,1 \text{ cm}^2 \rightarrow d_{szüks} = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = 1,98 \text{ cm} \rightarrow \phi 20$

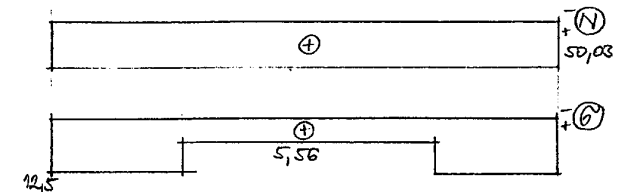
$\Delta d = -0,3 \cdot \frac{60 \cdot 2 \cdot 5,2}{20600 \cdot 3,14 \cdot 1,98} = 0,00056 \text{ cm} = 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$

1/3. KÖZPONTOS HÚZÁS



- a) Mekkora F erő hatására nyúlik meg a rúd 0,25 cm-nel?
- b) N és σ-ábra a rúd hossza mentén!

$\sigma_H = 24 \text{ kN/cm}^2 \quad E = 20600 \text{ kN/cm}^2$

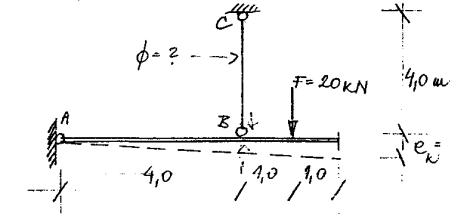


$0,25 = 2 \cdot \frac{F \cdot 1,5}{20600 \cdot 4} + \frac{F \cdot 2,5}{20600 \cdot 9} \rightarrow F = 50,03 \text{ kN}$

$\sigma^I = \frac{50,03}{4} = 12,5 \text{ kN/cm}^2 \quad \sigma^II = \frac{50,03}{9} = 5,56 \text{ kN/cm}^2$

c)  $F_H = ? \quad F_H = \sigma_H \cdot A_{min} = 24 \cdot 4 = 96 \text{ kN}$

1/4.



- a) Mekkora legyen a húzal átmérője?
- b) Mekkora feszültség lép fel az alkalmazott húzalban?
- c)  $\epsilon_k = ?$  (a gerenda négy-teljes méter!)

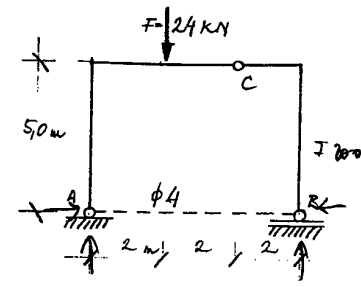
$\sum m_A = 0 \quad 20 \cdot 5 - 8 \cdot 4 = 0 \rightarrow B = 25 \text{ kN} \uparrow$

$\sigma_H = \sigma_m = \frac{F_B}{A} \rightarrow A_{szüks} = \frac{25}{21} = 1,19 \text{ cm}^2 \rightarrow d_{szüks} = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = 1,23 \text{ cm} \rightarrow \phi 14$

$\sigma_m = \frac{25}{1,54} = 16,23 \text{ kN/cm}^2 \quad A_{ténl} = 1,54 \text{ cm}^2$

$\epsilon_k = \Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot A} = \frac{25 \cdot 4,0}{20600 \cdot 1,54} = 0,31 \text{ cm} \quad \frac{\epsilon_k}{\epsilon_k} = \frac{4}{6} \rightarrow \epsilon_k = 0,47 \text{ cm}$

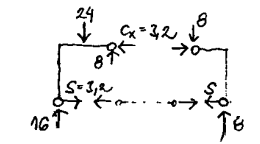
1/5 KÖZPONTOS KÖZELÉS (ACÉL)



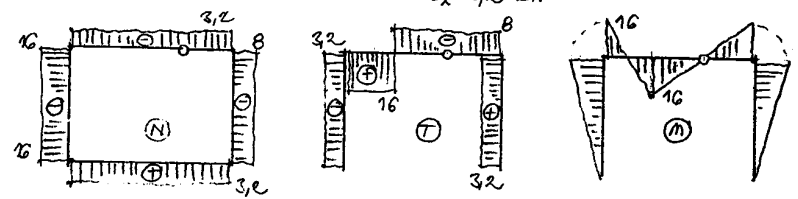
- a) N, T, M - ábra
- b) Mekkora legyen a rúdcsúcshatárteherterhelés minimum?
- c)  $e_2 = ?$  (támaszmozdulás)

$E = 20600 \text{ kN/cm}^2$

$\sigma_{SH} \text{ lehet } \begin{cases} 21 \text{ kN/cm}^2 & (\text{§ 38.24}) \\ 31 \text{ ---} & (\text{§ 50.36}) \\ 35 \text{ ---} & (\text{§ 60.40}) \end{cases}$



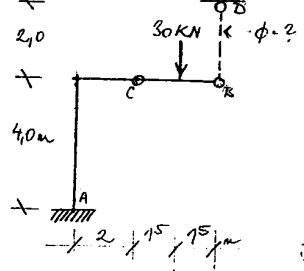
$\sum M_A = 0 \rightarrow B = 8 \text{ kN} \uparrow$   
 $\sum F_y = 0 \rightarrow A = 16 \text{ kN} \uparrow$   
 $C_y = 8 \text{ kN}$   
 $\sum M_C = 0 \rightarrow S = 3,2 \text{ kN}$   
 $C_x = 3,2 \text{ kN}$



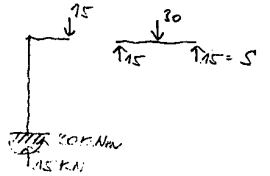
$\sigma_{SH} = \frac{S}{A} = \frac{3,2}{0,126} = 25,39 \text{ kN/cm}^2 \rightarrow \sigma_{SH}' = 31 \text{ kN/cm}^2$

$e_B = \Delta l = \frac{S \cdot l}{E \cdot A} = \frac{3,2 \cdot 600}{20600 \cdot 0,126} = 0,74 \text{ cm}$

1/6



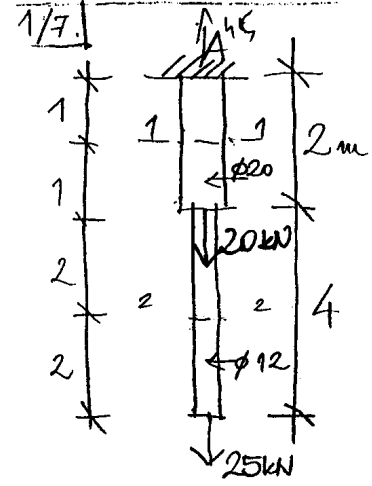
- a) N, T, M - ábra
- b)  $\phi_{min} = ?$  (§ 38.24  $\sigma_{SH} = 21 \text{ kN/cm}^2$ )
- c)  $\Delta l = ?$  ( $E = 20600 \text{ kN/cm}^2$ )



$\sigma = \frac{S}{A}$   
 $A \geq \frac{S}{\sigma} = \frac{15}{21} = 0,71 \text{ cm}^2$   
 $d \geq \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = 0,9$   
 $d \geq 0,998 \rightarrow \phi 10$

$\Delta l = \frac{15 \cdot 200}{0,785 \cdot 20600} = 0,186 \text{ cm}$

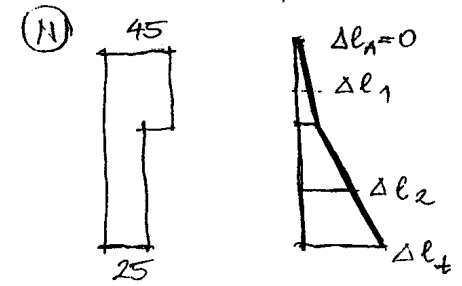
1. KÖZPONTOS HÚZÁS



- keresés-k:  
 N ábra  
 $\sigma_{H1} =$   
 $\sigma_{H2} =$   
 $\Delta l_1 =$   
 $\Delta l_2 =$   
 $\Delta l_{kezes} =$   
 $\Delta d_1 =$   
 $\Delta d_2 =$

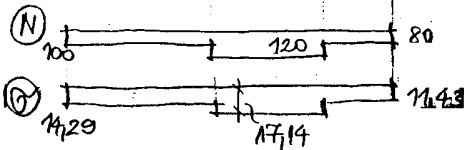
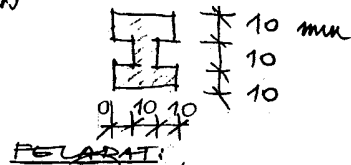
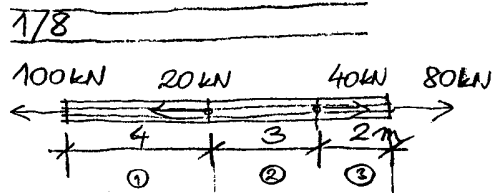
ADATOK:  
 $A_{\phi 12} = 1,13 \text{ cm}^2$   
 $A_{\phi 10} = 3,14 \text{ cm}^2$   
 $\sigma_H = 31 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$   
 $E = 20600 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$   
 $\mu = 0,3$

$\Delta l_1 = \frac{45 \cdot 100}{20600 \cdot 3,14} = 0,0695 \text{ cm}$   
 $\Delta l_2 = 2 \Delta l_1 + \frac{25 \cdot 200}{20600 \cdot 1,13} = 0,35 \text{ cm}$   
 $\Delta l_t = \frac{25 \cdot 400}{E \cdot 1,13} + \frac{45 \cdot 200}{E \cdot 3,14} = 0,563 \text{ cm}$   
 $\Delta d_1 = 0,3 \cdot \frac{45 \cdot 2}{E \cdot 3,14} = 4,17 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$   
 $\Delta d_2 = 0,3 \cdot \frac{25 \cdot 1,2}{E \cdot 1,13} = 3,8 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$



$\sigma_{H1} = \frac{45}{3,14}$   
 $\sigma_{H1} = 14,33 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$   
 $\sigma_{H2} = \frac{25}{1,13} = 22,12 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

1. KÖZPONTOS HÚZÁS



MEGADAT:  
 (1) dbra  
 (2) dbra (TARTÓ HOSSZA MENTEN)

$\Delta l = ?$   
 $E = 20\ 600\ \text{kN/cm}^2$

$A = 7\ \text{cm}^2$

$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{100}{7} = 14,29\ \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{120}{7} = 17,14\ \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

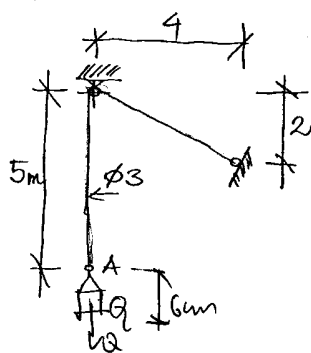
$\sigma_3 = \frac{N_3}{A} = \frac{80}{7} = 11,43\ \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

$\Delta l = \frac{1}{E \cdot A} (N_1 \cdot l_1 + N_2 \cdot l_2 + N_3 \cdot l_3)$

$\Delta l = \frac{1}{20600 \cdot 7} (100 \cdot 400 + 120 \cdot 300 + 80 \cdot 200)$

$\Delta l = 0,64\ \text{cm}$

1/9.



(A) PONT SÜLYVEGÉSE 0,6 cm  
 MEKKORA A (Q) ERŐ?

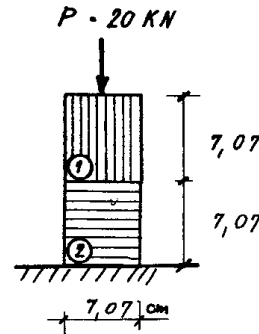
$E = 20\ 600\ \text{kN/cm}^2$

KÖTÉL TÖRÉS HOSSZA  
 $l = 5 + \sqrt{4^2 + 2^2} = 9,47\ \text{m}$

(A) PONT SÜLYVEGÉSE = KÖTÉL NYÚLÁS

$Q = \frac{\Delta l \cdot E \cdot A}{l} = \frac{0,6 \cdot 20600 \cdot 0,071}{9,47}$

$Q = 0,927\ \text{kN}$



Merőleges pillyed a P erő  
 támadáspontja?

Rostokkal párhuzamosos  $E = 13 \cdot 10^4\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Rostokkal merőleges  $E = 400\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$E_1 = 1300\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$   
 $E_2 = 40\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$\sigma = \frac{20 \cdot 10^4}{7,07 \cdot 7,07} = 4,0\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$\epsilon = \frac{\sigma}{E}$

$\epsilon_1 = \frac{4,0}{13 \cdot 10^4} = 3,08 \cdot 10^{-4}$

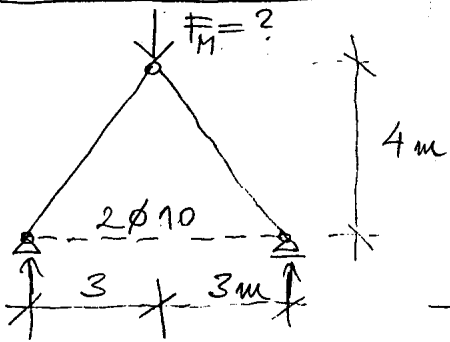
$\epsilon_2 = \frac{4,0}{400} = 0,01$

$\Delta l = (0,000308 + 0,01) \cdot 70,7 = 0,7287\ \text{mm}$

pillyed a P erő támadáspontja.

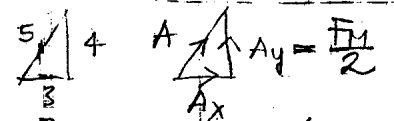
$\Delta l = \frac{P \cdot l}{E_1 \cdot A} + \frac{P \cdot l}{E_2 \cdot A}$

1. KÖZPONTOS HÚZÁS  
1/10.



Mekkora lehet  $F_M$  ha a vonórúd megnövekedése max 20 mm?  
 $B\ 38\ 24\ (\sigma_H = 21 \frac{MN}{cm^2})$   
 $E = 20\ 600\ \frac{MN}{cm^2}$   
 $\sigma_M = ?$  (VONÓRÚDZAN)

$$A_y = B_y = \frac{F_M}{2}$$



$$\frac{A_x}{A_y} = \frac{3}{4} \Rightarrow A_y = \frac{4}{3} \cdot A_x$$

$$\Delta l = \frac{A_x \cdot l}{E \cdot A}$$

$$A_x = \frac{\Delta l \cdot E \cdot A}{l} = \frac{2 \cdot 20\ 600 \cdot 2 \cdot 0,785}{600}$$

$$A_{\phi 10} = 0,785\ \text{cm}^2$$

$$A_x = 107,81\ \text{kN}$$

$$F_M = 2A_y = \frac{8}{3} A_x = 287,18\ \text{kN}$$

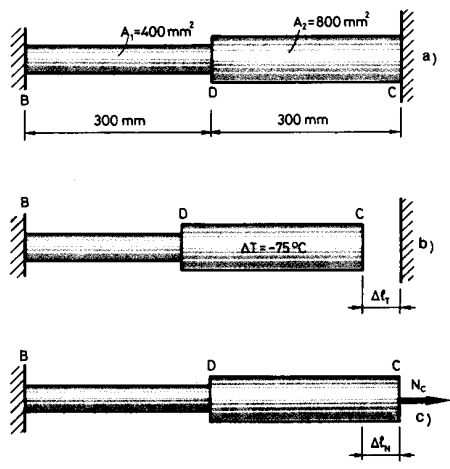
$$\sigma_M = \frac{107,81}{2 \cdot 0,785} = 68,67 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} > \sigma_H, \text{ NEM F. MEG.}$$

$$\frac{107,81}{21} = A_{szüks} = 5,13\ \text{cm}^2 \quad A = \frac{d^2 \pi}{4}$$

↓  
meg kell lennie 2 φ 20

**M-3.6. Rúdszerkezet gátolt hőmérséklet-változása**

Az (a) ábrán látható, két végén mereven rögzített, változó keresztmetszetű acélrudat +25 °C hőmérsékleten készítettek. Határozzuk meg benne ébredő feszültségeket, ha a hőmérséklete -50 °C-ra hűl le. A hőtágulási együttható  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}/^\circ\text{C}$  és a rugalmassági modulus  $E = 200\ \text{GPa}$ .



A fentiek szerint a hőmérséklet változása

$$\Delta T = T_{jelenlegi} - T_{építési} = -50^\circ\text{C} - (+25^\circ\text{C}) = -75^\circ\text{C}$$

Ha a rúd C végpontjának megtámasztását képzeletben eltávolítanánk, akkor a  $\Delta T = -75^\circ\text{C}$  hőmérséklet-változás hatására  $\Delta l_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot l = -75 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 600 = -0,54\ \text{mm}$  mértékben megrövidülne. Ez az alakváltozás azonban a C pontbeli támasz miatt nem jöhet létre, ezért ott egy ismeretlen nagyságú  $N_C$  reakcióerő lép fel. Nagyságát abból a feltételből határozhatjuk meg, hogy

a  $\Delta T$  hőmérséklet-változás és az  $N_C$  reakcióerő együttes hatására a rúd megnyúlása zérus, azaz

$$\Delta l_T + \Delta l_N = 0$$

Mivel a rúd keresztmetszete szakaszonként változik,  $\Delta l_N$  két részből számítható:

$$\Delta l_N = \frac{N_C l_1}{EA_1} + \frac{N_C l_2}{EA_2} = \frac{N_C}{200} \left( \frac{300}{400} + \frac{300}{800} \right) = 0,005\ 625 \frac{\text{mm}}{\text{kN}} \cdot N_C$$

Ezt a fenti egyenletbe behelyettesítve

$$-0,54 + 0,005\ 625 N_C = 0$$

egyenletre jutunk, amelyből

$$N_C = 96\ \text{kN}$$

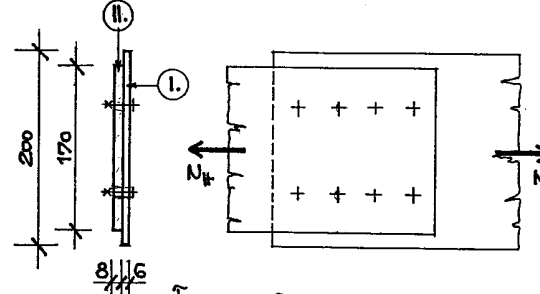
Az egyes rúdszakaszokban ébredő húzófeszültségek értéke:

$$\sigma_1 = \frac{N_C}{A_1} = \frac{96}{400} = 0,24\ \text{kN/mm}^2 = 240\ \text{MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_C}{A_2} = \frac{96}{800} = 0,12\ \text{kN/mm}^2 = 120\ \text{MPa}$$

### 3.1. TISZTA NYIRÁS (HÚZÓT CSAVAROZÓT KAPCS.)

Számítsák ki az  $N_H$  határerő értékét!



M10. III. 4.G. :  
 $\tau_{H}^T = 125 \text{ kN/cm}^2$   
 $\sigma_{pH}^T = 25 \text{ kN/cm}^2$   
 A.38. al. anyag:  
 $\sigma_{H}^T = 20 \text{ kN/cm}^2$   
 $\sigma_{pH}^T = 35 \text{ kN/cm}^2$

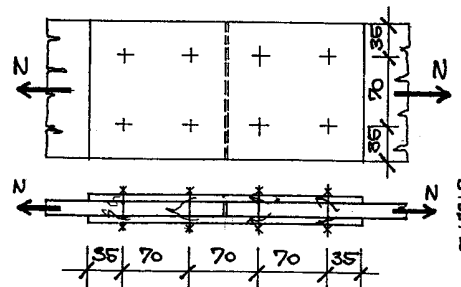
$$N_H^T = n \cdot A_{sz} \cdot \tau_{H}^T = 8 \cdot 0,785 \cdot 12,5 = 78,50 \text{ kN} = N_H^T$$

$$N_H^P = n \cdot d_{sz} \cdot v_{min} \cdot \sigma_{pH}^T = 8 \cdot 1,0 \cdot 0,6 \cdot 25 = 120 \text{ kN}$$

$$N_H^{\sigma} = A_{lap} \cdot \sigma_{H}^T = [20 \cdot 0,6 - 2(0,6 \cdot 1,1)] \cdot 20 = 213,6 \text{ kN}$$

$$N_H^{\sigma} = A_{lap} \cdot \sigma_{H}^T = [17 \cdot 0,8 - 2(0,8 \cdot 1,1)] \cdot 20 = 236,8 \text{ kN}$$

### 3.2. TISZTA NYIRÁS (HÚZÓT SZEGECSEKAPCSOLAT)



Szegecs: A.34. szk.  
 $\tau_{H}^T = 16 \text{ kN/cm}^2$ ;  $\sigma_{pH}^T = 35 \text{ kN/cm}^2$   
 Lemez: A.44.  
 $\sigma_{H}^T = 23 \text{ kN/cm}^2$ ;  $\sigma_{pH}^T = 40 \text{ kN/cm}^2$

$N_H = 250 \text{ kN}$

a) Határozzuk meg a szükséges szegecsméretét!  
 ( $d_{furat} = d_{szár} = d_{név.} + 1 \text{ mm}$ )  $d_{név.}$  lehetséges értékei:  $\phi 10; 12; 14; 16; 20; 22;$   
 - Nyírásra: 4 db kétszer nyírt szegecs  $24; 27; 30$

$$d_{szár} = \sqrt{\frac{250}{2 \cdot 4 \cdot 16}} = 1,57 \text{ cm}$$

$$- \text{Palástnyomásra: } 2 \cdot v_1 = 14 \text{ mm}; v_2 = 16 \text{ mm}$$

$$d_{szár} = \frac{250}{14 \cdot 4 \cdot 35} = 1,27 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} d_{név.} = \phi 16 \\ (d_{szár} = d_{furat} = 17 \text{ mm}) \end{array} \right\} 17 \text{ mm}$$

b) Ellenőrizzük az alapanyagot húzásra!

$$N_{H.L.} = (14 \cdot 1,6 - 2 \cdot 1,7 \cdot 1,6) \cdot 23 = 390 \text{ kN}$$

$$N_{H.h.} = (14 \cdot 1,4 - 2 \cdot 1,7 \cdot 1,4) \cdot 23 = 341,3 \text{ kN} > N_H = 250 \text{ kN}$$

megfelel!

EGYNYÍRÁSÚ SZEGECES

$d_{szár} = d_{furat} = d_{név.} + 1 \text{ mm}$

pl.  $\phi 20$  név. átméretű szegecs

$$F_H^{\sigma} = \left(\frac{2d}{2}\right)^2 \cdot \tau_{H}^T \cdot v_{H2}$$

$$F_H^P = 2d \cdot v_{min} \cdot \sigma_{pH}^T$$

$$F_H^{\sigma} = \tau_{min} \cdot (b - 2d) \cdot \sigma_{H}^T$$

$F_H = F_H^{\min}$

EGYNYÍRÁSÚ NYERS CSAVAR

$d_{furat} = d_{szár} + 1 \text{ mm}$

pl. M20 név. átm. csavar

$$F_H^{\sigma} = \left(\frac{2d}{2}\right)^2 \cdot \tau_{H}^T \cdot v_{H2}$$

$$F_H^P = 2d \cdot v_{min} \cdot \sigma_{pH}^T$$

$$F_H^{\sigma} = \left\{ \begin{array}{l} \tau_1 (b_1 - 2d) \cdot \sigma_{H}^T \\ \tau_2 (b_2 - 2d) \cdot \sigma_{H}^T \end{array} \right\}$$

$F_H = F_H^{\min}$

KÉTNYÍRÁSÚ ILLESZŐCSAVAR

$d_{szár} = d_{furat} = d_{név.}$

pl.  $\phi 21$  ILLESZŐCSAVAR - 2x NYÍRT

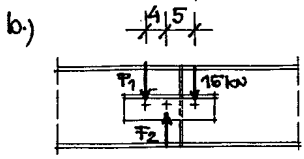
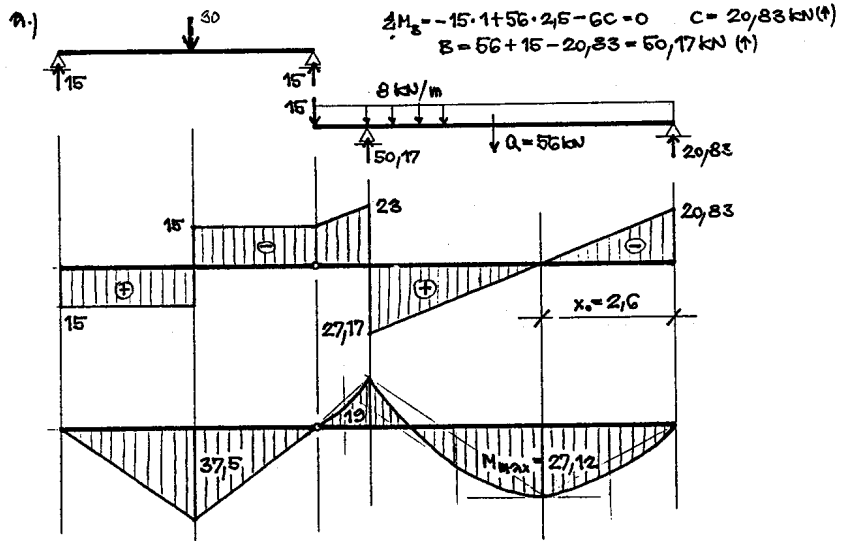
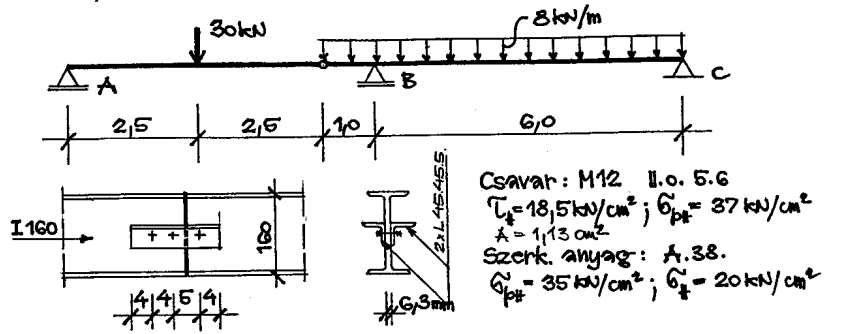
$$F_H^{\sigma} = \left(\frac{2d}{2}\right)^2 \cdot \tau_{H}^T \cdot 2$$

$$F_H^P = 2d \cdot v_{min} \cdot \sigma_{pH}^T$$

$$F_H^{\sigma} = \tau_{min} \cdot (b - 2d) \cdot \sigma_{H}^T$$

### 3.3. TISZTA NYIRÁS (EGYSIKŰ CSAVARKAPCSOLAT)

- a.) Határozza meg a tartó igénybevételi állapotát!
- b.) Ellenőrizze a csavarkötést!



$$F_1 = \frac{15 \cdot 5}{4} = 18,75 \text{ kN (A)}$$

$$F_2 = \frac{15 \cdot 9}{4} = 33,75 \text{ kN (B)}$$

$$F_m = 33,75 \text{ kN}$$

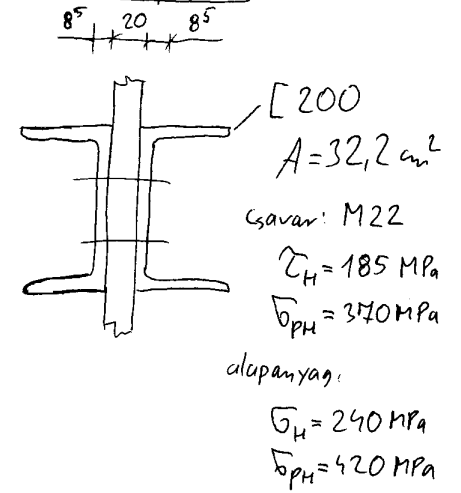
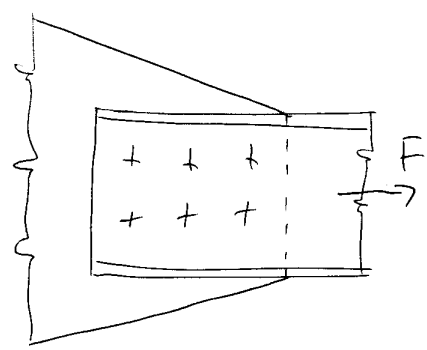
$$N_s^c = 2 \cdot 1,13 \cdot 18,5 = 41,81 \text{ kN}$$

$$N_s^p = 1,2 \cdot 0,83 \cdot 35 = 26,46 \text{ kN}$$

$$N_s = 26,46 \text{ kN} < F_m = 33,75 \text{ kN}$$

nem felel meg!

### Egyentéren bírásiú Kapcsolat



$$F_H = \sigma_H \cdot A_{net} = 24 \cdot (32,2 - 2 \cdot 2,3 \cdot 0,85) \cdot 2 = 1357,92 \text{ kN}$$

### 1 db csavar teherbírási

$$F_H^{\tau} = 2 \cdot \frac{2,2^2 \pi}{4} \cdot 18,5 = 140,65 \text{ kN}$$

$$F_H^{\sigma_p} = 2,2 \cdot 1,7 \cdot 37 = 138,38 \text{ kN}$$

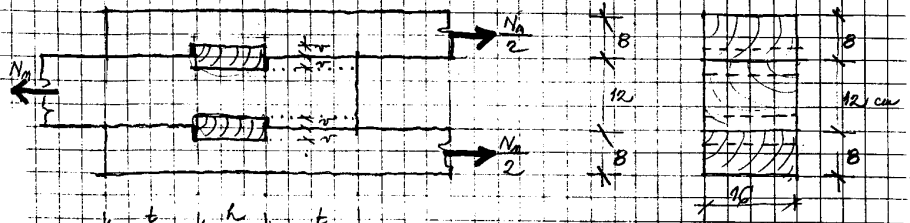
$$F_H^{\text{min}} = 138,38 \text{ kN}$$

### Szükséges csavarok szám

$$n_{sz} = \frac{F_H}{F_H^{\text{min}}} = \frac{1357,92}{138,38} = 9,81 \rightarrow n_{alk} = 10 \text{ db}$$

3.6. TISZTA NYIRÁS - FARKOZÁSOK

$N_m = 90 \text{ kN}$



Törőszélhöz meg a "t", "h", "a", "r" méreteket! (0,5 cm-re kerekítve)

Találjuk a levegő mid levegő  $F = 56 \text{ l}$   $\sigma_{\parallel \text{H}} = 1,53 \text{ kN/cm}^2$   
 $\sigma_{\parallel \text{NH}} = 1,81 \text{ kN/cm}^2$   $\tau_{\text{H}} = 0,20$   $\sigma_{\perp \text{NH}} = 0,82$   $\tau_{\text{H}} = 0,28$   
 betét - tölg  $K = 6 \text{ B l}$

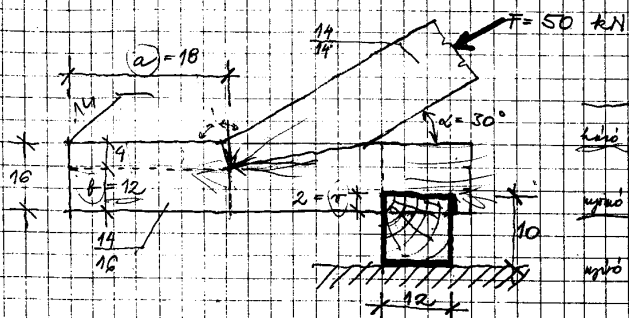
a)  $t = ?$  levegő mid (közép) - nyírási  
 $90 = 2 \cdot t \cdot 16 \cdot 0,20$   
 $t = \frac{90}{0,2 \cdot 2 \cdot 16} = 14,06 \text{ cm} \rightarrow t = 14,5 \text{ cm}$

b)  $r = ?$  mid ill. betét - nyírási  
 $90 = 2 \cdot r \cdot 16 \cdot 1,81$   
 $r = \frac{90}{2 \cdot 16 \cdot 1,81} = 1,53 \text{ cm}$   
 $90 = 2 \cdot r \cdot 16 \cdot 0,82$   $r = \frac{90}{2 \cdot 16 \cdot 0,82} = 3,44 \text{ cm}$   
 $r = 3,5 \text{ cm}$

c)  $h = ?$  betét - nyírási  
 $90 = 2 \cdot h \cdot 16 \cdot 0,28$   
 $h = \frac{90}{2 \cdot 16 \cdot 0,28} = 10,05 \text{ cm} \rightarrow h = 10,5 \text{ cm}$

d) gyengebb km ill. középső  
 $N_H = 16 \cdot 5 \cdot 1,53 = 122,4 \text{ kN} > 90 \text{ kN}$   
 $(\sigma_{\parallel \text{NH}})$  megfelel!

3.4. TISZTA NYIRÁS - FARKOZÁSOK



	$F = 50 \text{ kN}$	$\sigma$	$\tau$
levegő	$\sigma_{\parallel \text{NH}}$	$-3,34$	$\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$
nyíró	$\sigma_{\perp \text{NH}}$	$-2,62$	$\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$
	$\sigma_{\parallel \text{H}}$	$0,64$	$\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$
nyíró	$\tau_{\text{H}}$	$0,29$	$\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$
	$\tau_{\perp \text{H}}$	$-0,86$	$\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

Ellenőriznünk le az "a", "b", "r" méreteket!

$F_x = F \cdot \cos 30^\circ = 50 \cdot 0,866 = 43,3 \text{ kN}$   
 $F_y = F \cdot \sin 30^\circ = 50 \cdot 0,5 = 25,0 \text{ kN}$   
 $A_1 = 14 \cdot 18 = 252 \text{ cm}^2$   
 $F_{xH} = A_1 \cdot \tau_{\text{H}} = 252 \cdot 0,29 = 73,08 \text{ kN} > 43,3$   
megfelel

$A_2 = 12 \cdot 14 = 168 \text{ cm}^2$   
 $F_{yH} = A_2 \cdot \tau_{\perp \text{H}} = 168 \cdot 0,86 = 144,48 \text{ kN} > 25 \text{ kN}$   
megfelel

$F_{xH} = 2 \cdot 14 \cdot 2,62 = 73,36 \text{ kN}$

$F_{xH} = 2 \cdot (2 \cdot 12) \cdot 0,86 + (12 \cdot 14) \cdot 0,29$   
 $= 90 \text{ kN} > 43,3$   
megfelel

$F_{xH} = (2 \cdot 14) \cdot 0,64 + 17,08 \text{ kN}$   
 $17,08 < 43,3$   
megfelel meg!!

3.5. TISZTA ALIRÁS - TARTÓZSÉK

$F_{max} = ?$

OSZLOP:

$\sigma_{IIH} = 2,15 \text{ kN/cm}^2$   
 $\sigma_{IIIH} = 2,33 \text{ --}$   
 $\tau_{IH} = 0,26 \text{ --}$   
 $\tau_{IIH} = 0,27 \text{ --}$   
 $\tau_{IHH} = 0,83 \text{ --}$

GERENDA:

$\sigma_{IIH} = 0,27 \text{ --}$   
 $\tau_{IHH} = 0,83 \text{ --}$

OSZLOP KÍSÉRÉS (kihúzás az oszlopban!)

$F_H = 2 \cdot (14 - 1,3) \cdot 0,5 \cdot 2,15 = 412,75 \text{ kN}$

OSZLOP TÖRÉSÉNEK

$F_H = 2 \cdot 3,5 \cdot 14 \cdot 2,33 = 228,34 \text{ kN}$

OSZLOP MÉRÉS

$F_H = 2 \cdot 14 \cdot 18 \cdot 0,26 = 131,04 \text{ kN}$

GERENDA MÉRÉS

$F_H = 2 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 0,27 + 4 \cdot 3,5 \cdot 15 \cdot 0,83 = 287,7 \text{ kN}$

$F_H = F_{Hmax} = 131,04 \text{ kN}$

Tervezés meg a b, c értéket, hogy minden irányban befedje megfelelően!

Tervezés:

156 n. fegy:  $\sigma_{IIH} = 1,53 \frac{111}{\text{cm}^2}$   
 $\tau_{IH} = 0,12 \text{ --}$   
 $\sigma_{IIIH} = 1,81 \text{ --}$

EK: KÖZELI TÖRÉS:  $\sigma_{IIH} = 2,15 \frac{111}{\text{cm}^2}$   
 $\tau_{IH} = 0,28 \text{ --}$   
 $\sigma_{IIIH} = 0,22 \text{ --}$

a) TK MÉRÉS: rostok párhuzamos (fegy)

end:  $\frac{H}{4} = \frac{141}{4} = 35,25 \text{ kN}$   
 felület: ①  $A_{fegy} = 18 \cdot a$   
 $\tau_{IH} = \frac{35,25}{18 \cdot a} \rightarrow a = \frac{35,25}{0,28 \cdot 18} = 6,934 \text{ cm}$   
 $a = 7 \text{ cm}$

b) TK KÖZELI HÁTRÓ MÉRÉS: rostok párhuzamos (fegy)

end:  $\frac{H}{4} = \frac{141}{4} = 35,25 \text{ kN}$   
 felület: ②  $A_{fegy} = 18 \cdot b$   
 $\tau_{IH} = \frac{35,25}{18 \cdot b} \rightarrow b = \frac{35,25}{18 \cdot 0,12} = 9,90 \text{ cm}$   
 $b = 10 \text{ cm}$

c) TK MÉRÉS: fegy párhuzamos (fegy)

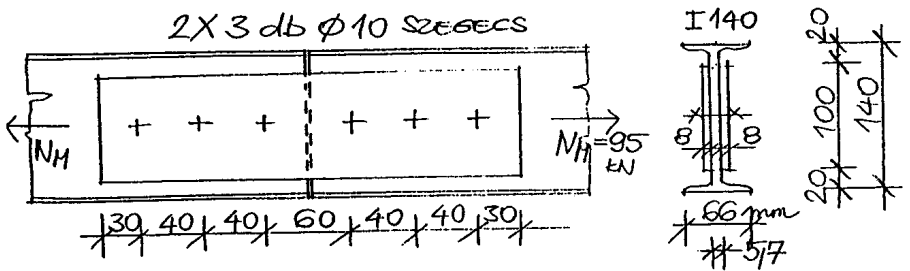
end:  $\frac{H}{4} = 35,25 \text{ kN}$   
 felület: ③  $A_{fegy} = 0,18$   
 $\sigma_{IIIH} = \frac{35,25}{c \cdot 18} \rightarrow c = \frac{35,25}{18 \cdot 1,81} = 1,06 \text{ cm}$   
 $c = 2 \text{ cm}$

d) GERENDA EU. MÉRÉS: ROSTOKAL II IRÁNYBAN

$N_H = F_{fegy} \cdot \sigma_{IIH} = 18(12 - 2 \cdot 2) \cdot 1,53 = 220,32 \text{ kN}$   
 $> N_H = H = 141 \text{ kN}$

④  $A = (12 - 4) \cdot 18$





**ADATOK:**  
 A 34 db SZEGECES:  $\sigma_{RH} = 16 \text{ kN/cm}^2$   
 $\sigma_{PH} = 35 \text{ kN/cm}^2$   
 LEMEZ A 3B:  $\sigma_{RH} = 20 \text{ kN/cm}^2$   
 $\sigma_{PH} = 35 \text{ kN/cm}^2$   
 I 140:  $A = 18,3 \text{ cm}^2$   
 $r = 5,7 \text{ mm}$

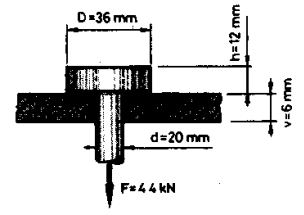
**FELADAT:**  
 a) Ellenőrizze a toldapt!  
 b) Ha nem felel meg, számolja ki milyen átmérőjű szegecs szükséges változatlan szegecskép esetén?

**MEGOLDÁS:**  
 a)  $N_{Hsz} = 3 \cdot 2 \cdot 16 \cdot \frac{11^2 \cdot \pi}{4} = 91,18 \text{ kN} < N_H$   
 $N_{Hsz} = 3 \cdot 0,57 \cdot 1,1 \cdot 35 = 65,84 \text{ kN} = N_H < N_H = 95 \text{ kN}$   
 $A_{gy1} = 2 \cdot 0,8(10 - 1,1) = 14,24 \text{ cm}^2$  *nem felel meg*  
 $A_{gy2} = 18,3 - 1,1 \cdot 0,57 = 17,67 \text{ cm}^2$   
 $N_{HR} = 14,24 \cdot 20 = 284,8 \text{ kN}$   
 b)  $d = \frac{95}{3 \cdot 0,57 \cdot 35} = 1,59 \rightarrow d_{FURAT} = 17 \text{ mm}$   
 $\phi 16$ -OS SZEGECES KELL

**M-3.11. Csapszeg és lemez nyírása**

Ellenőrizzük nyírásra az ábrán látható csapszeget és lemezt. A megengedett nyírófeszültség a lemezben 60 MPa, a csapszegben 90 MPa.

A csapszeg nyírásra úgy megy tönkre, hogy az orsó a fejből kihúzódik és ennek során a  $d$  átmérőjű és  $h$  magasságú hengerpalást mentén az anyag elnyíródik. Eszerint



$$\tau = \frac{F}{d \pi h} = \frac{44 \text{ kN}}{20 \pi 12 \text{ mm}^2} = 58,4 \text{ MPa} < \tau_0 = 90 \text{ MPa}$$

A lemez nyírásra úgy mehet tönkre, hogy a csapszeg fejének kerülete mentén a  $D$  átmérőjű és  $v$  vastagságú hengerpalástnál elnyíródik. Eszerint

$$\tau = \frac{F}{D \pi v} = \frac{44 \text{ kN}}{36 \pi 6 \text{ mm}^2} = 64,9 \text{ MPa} > \tau_0 = 60 \text{ MPa}$$

tehát a lemez nyírásra nem felel meg. Kérdés, mennyire kellene megvastagítani a lemezt, hogy megfeleljen. A lemez szükséges vastagsága:

$$v \geq \frac{F}{D \pi \tau_0} = \frac{44 \text{ kN}}{36 \pi \text{ mm} \cdot 6 \cdot 10^{-2} \text{ kN/mm}^2} = 6,49 \text{ mm}$$

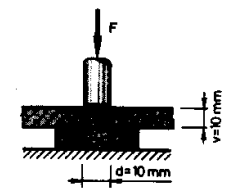
**M-3.12. Lemez nyírásos lyukasztása**

Mekkora  $F$  erővel lehet a  $d=10 \text{ mm}$  átmérőjű nagyszilárdságú hengerrel a  $v=10 \text{ mm}$  vastagságú lemezt átlyukasztani, ha a lemez anyagának folyási határa nyírás esetén  $\tau_f=90 \text{ MPa}$ . Az átlyukasztás feltétele

$$\tau = \frac{F}{d \pi v} = \tau_f$$

amelyből

$$F = \tau_f d \pi v = 9 \text{ kN/cm}^2 \cdot 1 \text{ cm} \cdot \pi \cdot 1 \text{ cm} = 28,26 \text{ kN}$$



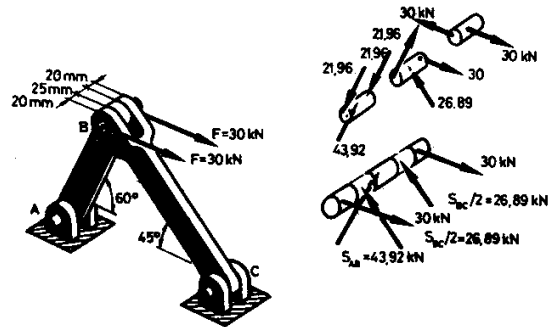
### M-3.13. Csapszeg ellenőrzése

Ellenőrizzük a  $B$  csuklónál lévő csapszeget nyírásra és palástnyomásra, ha  $\tau_0 = \sigma_{p0} = 80$  MPa.  $d = 25$  mm

A statikai egyenletek:

$$60 - S_{AB} \cos 60^\circ - S_{BC} \cos 45^\circ = 0,$$

$$S_{AB} \sin 60^\circ - S_{BC} \sin 45^\circ = 0,$$



amelyekből a rúderők

$$S_{AB} = 43,92 \text{ kN} \quad \text{és} \quad S_{BC} = -53,79 \text{ kN}$$

értékűre adódnak. A csapszegre ható erők elemzése révén megállapíthatjuk, hogy a legnagyobb nyírófeszültség:

$$\begin{aligned} \tau_{\max} &= \frac{30 \text{ kN}}{1,25^2 \pi \text{ cm}^2} = 6,11 \text{ kN/cm}^2 = \\ &= 61,1 \text{ MPa} < \tau_0 = 80 \text{ MPa}, \end{aligned}$$

tehát a csapszeg nyírásra megfelel.

A palástnyomást mindkét számításba jöhető szakaszon meg kell vizsgálni:

$$\sigma_{p1} = \frac{43,92}{2,5 \cdot 2,5} = 70,27 \text{ MPa} < \delta_{p0} = 80 \text{ MPa},$$

és

$$\sigma_{p2} = \frac{26,89}{2,5 \cdot 2,0} = 53,78 \text{ MPa} < \delta_{p0} = 80 \text{ MPa}.$$

A legnagyobb palástnyomás tehát a csapszeg középső szakaszán keletkezik, de ott sem éri el a megengedett feszültség értékét.

### M-3.14. Szegecskapcsolat méretezése

Hány darab  $d = 10$  mm átmérőjű szegecset kell alkalmazni az ábrán látható két lemez összekapcsolásához, ha  $\tau_0 = 80$  MPa és  $\sigma_{p0} = 100$  MPa?



A (3.50) képlet szerint

$$n \geq \frac{F}{\tau_0 \frac{d^2 \pi}{4}} = \frac{120}{8 \cdot \frac{1^2 \pi}{4}} = 19,1 \sim 20 \text{ db.}$$

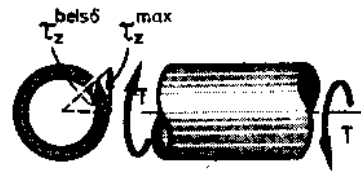
A szegecskapcsolat 20 db szegecs esetén nyírásra megfelel. A kapcsolatot azonban palástnyomás szempontjából is meg kell vizsgálnunk. A (3.51) képlet szerint

$$\sigma_p = \frac{F}{n v_{\min} d} = \frac{120}{20 \cdot 0,8 \cdot 1} = 75 \text{ MPa} < \sigma_{p0} = 100 \text{ MPa},$$

a kapcsolat tehát palástnyomásra megfelel.

### M-3.15. Cső keresztmetszet csavarása

Határozzuk meg a körgyűrű keresztmetszetű csőben ébredő legnagyobb nyírófeszültséget és a gyűrű belső falánál ébredő nyírófeszültséget. A csavarónyomaték nagysága  $T=40\text{ Nm}$ , a külső átmérő  $D=20\text{ mm}$ , a belső pedig  $d=16\text{ mm}$ .



A poláris inercianyomaték

$$J_0 = \frac{(R^4 - r^4)\pi}{2} = \frac{(10^4 - 8^4)\pi}{2} = 9269,28\text{ mm}^4.$$

A legnagyobb nyírófeszültség a külső szélen keletkezik.

$$\begin{aligned}\tau_z^{\max} &= \frac{T}{J_0} R = \frac{40\,000\text{ Nmm}}{9269,28\text{ mm}^4} 10\text{ mm} = 43,15\text{ N/mm}^2 = \\ &= 43,15\text{ MPa},\end{aligned}$$

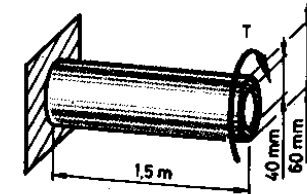
míg a belső felület mentén

$$\tau_z^{\text{belső}} = \frac{T}{J_0} r = \frac{40\,000}{9269,28} 8 = 34,52\text{ N/mm}^2 = 34,52\text{ MPa}.$$

A két érték között a nyírófeszültség lineárisan változik.

### M-3.16. Cső keresztmetszetű konzol csavarása

Mekkora csavarónyomaték működhet a körgyűrű keresztmetszetű konzol végén, ha a megengedett nyírófeszültség  $\tau_0=120\text{ MPa}$ ? Hány fokkal fordul el ennek működésekor a konzolvég keresztmetszete a  $z$  tengely körül?  $G=80\text{ GPa}$ .



A csavarónyomaték nagyságát a

$$\tau_z^{\max} = \frac{T_{\max}}{J_0} R \leq \tau_0$$

feltételből határozzuk meg:

$$T_{\max} \leq \frac{\tau_0 J_0}{R}.$$

A poláris inercianyomaték

$$J_0 = \frac{(R^4 - r^4)\pi}{2} = \frac{(3^4 - 2^4)\pi}{2} = 102,05\text{ cm}^4,$$

így a legnagyobb megengedhető csavarónyomaték

$$\begin{aligned}T_{\max} &= \frac{12\text{ kN/cm}^2 \cdot 102,05\text{ cm}^4}{3\text{ cm}} = 408,2\text{ kNcm} = \\ &= 4,082\text{ kNm}.\end{aligned}$$

Ennek működésekor a konzolvég elcsavarodása

$$\varphi_z = \frac{Tl}{GJ_0} = \frac{408,2\text{ kNcm} \cdot 150\text{ cm}}{8000\text{ kN/cm}^2 \cdot 102,5\text{ cm}^4} = 0,075\text{ radián},$$

amely

$$\varphi_z = 0,075 \frac{360}{2\pi} = 4,3^\circ.$$

### M-3.17. Szakaszonként változó keresztmetszetű rúd csavarása

Határozzuk meg a szakaszonként változó keresztmetszetű,  $B$  és  $D$  pontjában egy-egy csavarónyomatékkal terhelt acélkonzol végkeresztmetszetének elfordulását, ha  $G = 80$  GPa.

Először határozzuk meg a kétféle keresztmetszet poláris inercianyomatékát:

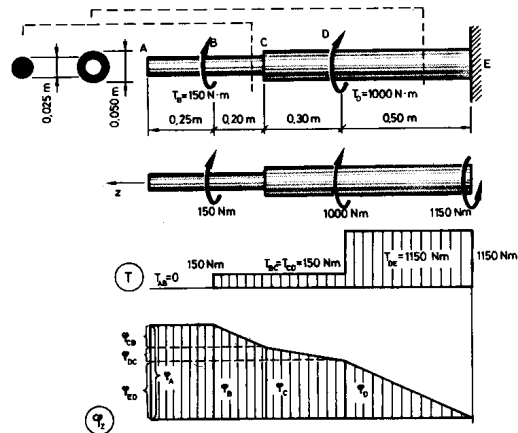
$$J_0^{AB} = J_0^{BC} = \frac{1,25^4 \pi}{2} = 3,833 \text{ cm}^4,$$

$$J_0^{CD} = J_0^{DE} = \frac{(2,5^4 - 1,25^4) \pi}{2} = 57,495 \text{ cm}^4.$$

A csavarónyomatéki ábrát felrajzoltuk. Eszerint a csavarónyomaték értéke:

$$T_{AB} = 0, \quad T_{BC} = T_{CD} = 150 \text{ Nm} = 15 \text{ kNcm},$$

$$T_{DE} = 1150 \text{ Nm} = 115 \text{ kNcm}.$$



A konzolvég  $\varphi_z^A$  elfordulása a különböző terhelésű és csavarási merevségű elemek elfordulása összegeként kapható, amint azt az elfordulási ábrán is láthatjuk:

$$\varphi_z^A = \varphi_{DE} + \varphi_{CD} + \varphi_{BC} + \varphi_{AB}.$$

Mivel szakaszonként minden jellemző mennyiség állandó:

$$\varphi_z^A = \frac{T_{DE} l_{DE}}{G J_0^{DE}} + \frac{T_{CD} l_{CD}}{G J_0^{CD}} + \frac{T_{BC} l_{BC}}{G J_0^{BC}} + \frac{T_{AB} l_{AB}}{G J_0^{AB}}.$$

Behelyettesítve a számértékeket:

$$\varphi_z^A = \frac{115 \cdot 50}{8000 \cdot 57,495} + \frac{15 \cdot 30}{8000 \cdot 57,495} + \frac{15 \cdot 20}{8000 \cdot 3,833} = 0,0125 + 0,001 + 0,0098 = 0,0233 \text{ radián},$$

azaz

$$\varphi_z^A = 1,33^\circ.$$

### M-3.23. Vékonyfalú, zárt szelvényű rúd csavarása

Egy vékonyfalú, zárt keresztmetszetű alumíniumrudat  $T = 3$  kNm csavarónyomaték terhel. Határozzuk meg a legnagyobb nyírófeszültséget, ha a  $60 \times 100$  mm külső méret mellett mindenütt 4 mm állandó falvastagságot alkalmazunk, és akkor is, ha a rudat változó, 3 mm, ill. 5 mm falvastagságúra készítjük. Végül határozzuk meg, mekkorára növekszik a nyírófeszültség, ha a rudat az  $A$  éle mentén felhasítjuk.

Az állandó falvastagságú rúd esetén az (a) ábrát és a (3.90) képletet figyelembe véve a középfelület

$$A_k = (100 - 2 \cdot 2) (60 - 2 \cdot 2) = 96 \cdot 56 = 5376 \text{ mm}^2,$$

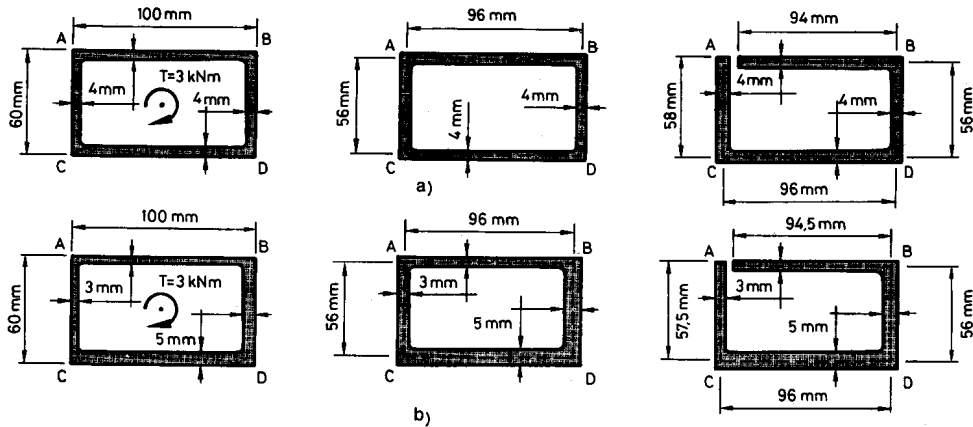
a nyírófeszültség pedig az állandó falvastagság miatt mindenütt egyforma:

$$\tau_z = \frac{T}{2 A_k v} = \frac{300 \text{ kNcm}}{2 \cdot 53,76 \text{ cm}^2 \cdot 0,4 \text{ cm}} = 6,98 \text{ kN/cm}^2 = 69,8 \text{ MPa}.$$

A változó falvastagságú rúd esetén a (b) ábra alapján

$$A_k = (100 - 1,5 - 2,5) (60 - 1,5 - 2,5) = 96 \cdot 56 = 5376 \text{ mm}^2.$$

Ez megegyezik az állandó falvastagságú rúdnál nyert értékkel, a keletkező nyírófeszültség azonban itt már nem állandó. A legnagyobb feszültség a vékonyabb  $AB$  és  $AC$  szakaszon ébred:



$$\tau_z^{\max} = \frac{T}{2A_k v_{\min}} = \frac{300 \text{ kNcm}}{2 \cdot 53,76 \text{ cm}^2 \cdot 0,3 \text{ cm}} = 9,3 \text{ kN/cm}^2 = 93 \text{ MPa.}$$

A *BD* és *BC* szakaszon pedig

$$\tau_z = \frac{T}{2A_k v} = \frac{300}{2 \cdot 53,76 \cdot 0,5} = 55,8 \text{ MPa}$$

nyírófeszültség lép fel.

Ha a rudat az *A* sarok mentén felhasítjuk, akkor a vékonyfalú, nyitott keresztmetszetű rúdelemre vonatkozó (3.87) képlet szerint a keletkező legnagyobb nyírófeszültséget a

$$\tau_z^{\max} = \frac{T}{J_a} b_{\max}$$

összefüggésből számítjuk, ahol *b* a falvastagság és

$$J_a = \frac{1}{3} \sum a_i b_i^3.$$

Az állandó falvastagságú rúd esetén az inercianyomaték az (a) ábra alapján

$$J_a = \frac{1}{3} 4^3 \sum a_i = \frac{4^3}{3} (58 + 56 + 94 + 96) = 6485 \text{ mm}^4$$

és így

$$\tau_z^{\max} = \frac{300 \text{ kNcm}}{0,6485 \text{ cm}^4} \cdot 0,4 \text{ cm} = 185 \text{ kN/cm}^2 = 1850 \text{ MPa.}$$

Ebből látható, hogy a legnagyobb nyírófeszültség mintegy huszonöt-szöröse a növekedett azáltal, hogy a csövet hosszában felhasítottuk.

A változó falvastagságú rúd esetén

$$J_a = \frac{1}{3} [3^3(57,5 + 94,4) + 5^3(56 + 96)] = 7700 \text{ mm}^4,$$

így

$$\tau_z^{\max} = \frac{300 \text{ kNcm}}{0,77 \text{ cm}^4} \cdot 0,5 \text{ cm} = 195 \text{ kN/cm}^2 = 1950 \text{ MPa.}$$

A legnagyobb nyírófeszültség most is mintegy hússzorosára emelkedett.

A fentiekből látható, hogy csavarás esetén a vékonyfalú, zárt keresztmetszetű rudak a nyitott keresztmetszetű rudakhoz képest lényegesen kedvezőbben viselkednek. Ezért olyan szerkezeteknél, ahol jelentősebb csavaró igénybevétel is fellép, ha van rá mód, zárt szelvényű rudakat célszerű alkalmazni.