Térinformatikai elemzések

Gadó Béla

Térinformatikai elemzések

- Geometriai, topológiai adatok elemzése
- Helyhez kötött, attribútum adatok elemzése
- Idő, változások elemzése

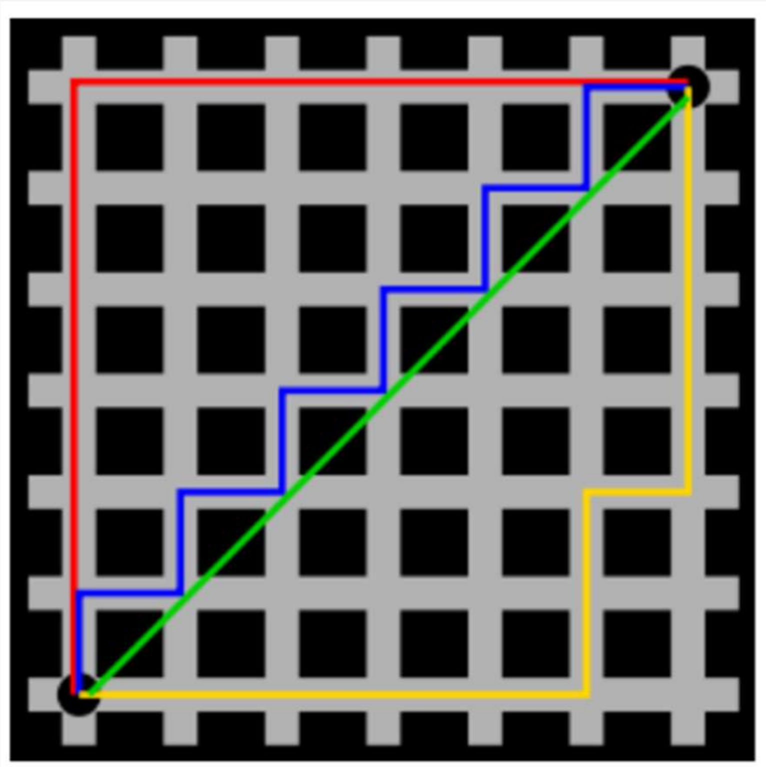
Legegyszerűbb geometriai elemzés: távolság mérés

METRIKÁK

Euklideszi

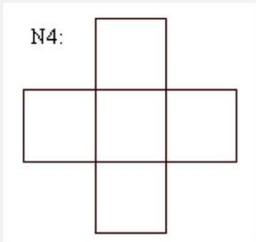
leggyakoribb a térinformatikában

Az ábrán
zöld átló

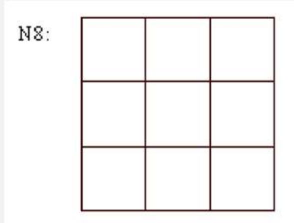


Négyes szomszédság: City-block (Manhattan) (N4)

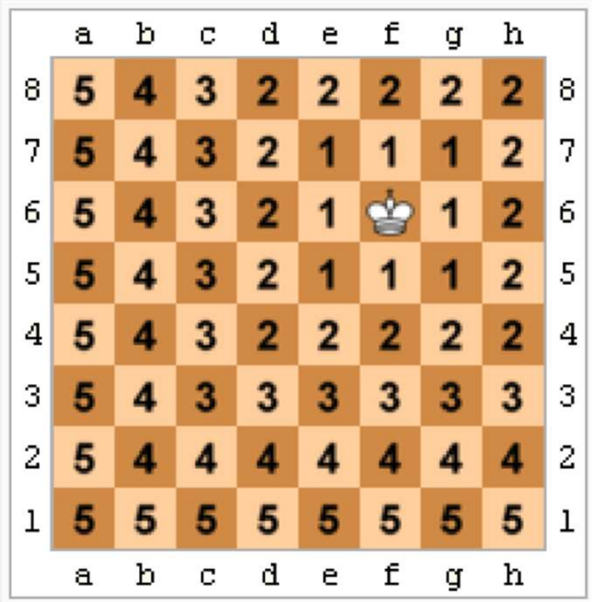
általában raszteres rendszerekben



Nyolcas szomszédság: Sakk tábla (N8)



általában raszteres rendszerekben



Koordinátageometria

COGO - computational geometry (Algoritmikus koordinátageometria)

A térinformatikában az ún. algoritmikus koordinátageometriát használjuk.

Eredetileg az amerikai MIT egyetem építőmérnöki rendszerének csomagja volt.

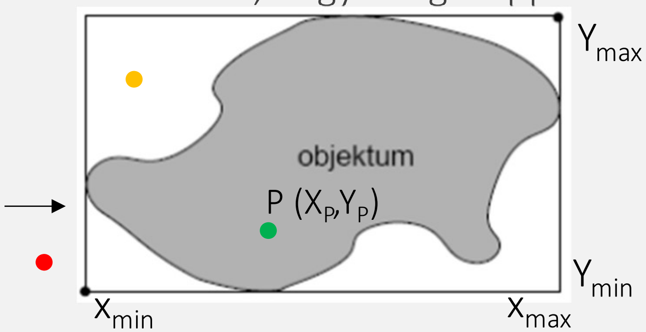
A koordinátageometria célja, hogy **analitikus összefüggések** segítségével a térinformatikában felmerülő mindenféle geometriai feladatra megoldást nyújtson. Ennek érdekében gyakorlatilag egy matematikai „**képletgyűjtemény**”-nek is tekinthetjük a COGO-t.

Clipping-módszerek

A clipping magyarul **téglalapteszt**et jelent. Célja, hogy eldöntsük az éppen vizsgált geometriai elemről, hogy a téglalappal közelített objektumot érinti, metszi, vagy bene van.

Az alapelv a következő **egy pont és egy objektum** esetén

- A vizsgálatban logikai feltételekkel el tudjuk dönteni, hogy a pont beleesik-e a téglalapba.
- Adott “P” koordinátás pont, valamint az objektum (poligon) minimális befoglaló téglalapja → (minimal closing rectangle – MCR) – szintén koordinátákkal: x_{min}, x_{max}, y_{min}, y_{max}
- Akkor van a pont benne a téglalapban, ha igaz: $x_{min} < x_P < x_{max}$, $y_{min} < y_P < y_{max}$
- A fenti feltételek mindegyikének teljesülésekor van benne a pont a téglalapban, ellenkező esetben nincs. Az objektumra nézve ez azt jelenti, hogy ha a pont a téglalapban van, az objektumban LEHET, ha nincs a téglalapban, BIZTOSAN NINCS az objektumban sem.



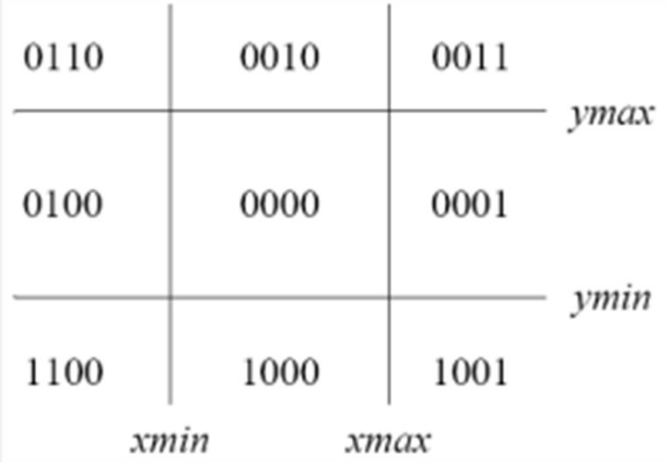
Clipping-módszerek

A ponthoz hasonlóan lehet a többi geometriai alapelemre is definiálni a clipping-et.

Él és téglalap esetén:

- A Cohen-Sutherland algoritmussal a síkot 9 részterületre célszerű felosztani, amelyekhez egy-egy bitkódot kell rendelni. A hozzárendelés úgy történik, hogy a négyjegyű bitkódból jobbról balra haladva (helyiértékenként)
  - az első bit: $y_p < y_{min}$, vagyis a pont a téglalap alatt található
  - a második bit: $x_p < x_{min}$, vagyis a pont a téglalaptól balra található
  - a harmadik bit: $y_p > y_{max}$, vagyis a pont a téglalap felett található
  - a negyedik bit: $x_p > x_{max}$, vagyis a pont a téglalaptól jobbra található

  A bitkódokat a következő ábra mutatja be



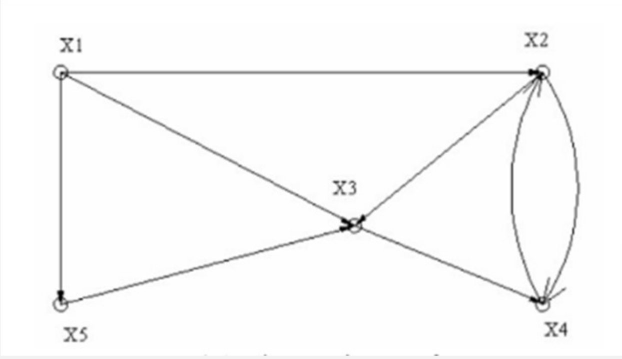
  - Az algoritmus az él és téglalap vizsgálatában bitkódot rendel az él mindkét végpontjához, majd a következő esetek lehetségesek
    - ha a bitkód mindkét végpontra 0000: az él teljes terjedelmében a téglalapban van
    - ha nem 0000 mindkét végpontra, akkor a kérdéses végpont valahol a téglalapon kívül esik; végpontok bitkódjainak logikai ÉS műveletét kell venni, majd a következő esetek lehetségesek:
      - ha az ÉS eredménye 0000: az él metszi a téglalapot
      - minden más esetben: nem metsző élről van szó
  - A metsző helyzet megállapítása után már szűkíthető az érintett élek száma, így előfeldolgozásként sok olyan él hagyható ki, amellyel eleve nem érdemes foglalkozni „drágább”, számításigényesebb műveletekkel.

Poligon és téglalap esetében:

  - A poligon éleire kell sorozatosan alkalmazni a fenti vizsgálatot; így működik például a Sutherland-Hodgman algoritmus. *Megjegyzem, hogy térbeli elemzésre a 3D-s clipping szolgál, ott azonban minimális befoglaló téglatest (minimal closing volume – MCV) szerepel.*

Adjacencia és incidencia mátrixok

Gráfelméleti alapok



	X1	X2	X3	X4	X5
X1		1	1		1
X2			1	1	
X3				1	
X4		1			
X5			1		

Mintagráf és a hozzá tartozó összekötési (kapcsolati) mátrix

Mintagráf – alapfogalmak

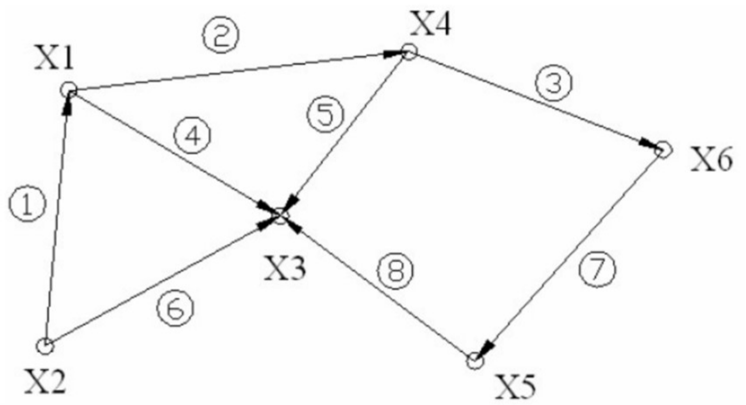
Gráfok leírása - Összekötési (kapcsolati) mátrix

- Elnevezése: adjacencia (szomszédsági) mátrix
- Kitöltés feltételei:
  Ha van kapcsolat i és j csomópontok közt, G_{ij}=1 különben 0.
- Négyzetes:
  A bináris mátrix négyzetes, mivel pontosan ugyanannyi sora, mint oszlopa van.
- Amennyiben a mátrix szimmetrikus, vagyis teljesül rá, hogy $G-G^T=0$, akkor az élek minden csomópont között oda-vissza irányban értelmezhetők. Ekkor a gráf irányítatlan, ellenkező esetben irányított.
- Ha a főátlóban végig nullák szerepelnek, a gráf hurokmentes.
- A gráfban előfordulhat, hogy az egyik él végpontja megegyezik egy másik kezdőpontjával. Ekkor beszélünk útról. Az útnak három fajtája létezik:
  - egyszerű út: amikor az élsorozatban kétszer nem fordul elő ugyanaz az él
  - elemi út: amikor az élsorozatban kétszer nem fordul elő ugyanaz a csomópont
  - körút: amikor az út kezdő és végpontja megegyezik.

Incidencia mátrix

A gráf leírható a digitalizálás során végzett műveletek sorozataként is.

A táblázat annyi oszlopot tartalmaz, ahány csomópont, annyi sort, ahány él van a gráfban.



	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Σ
①	1	-1					*0*
②	-1			1			*0*
③				-1		1	*0*
④	-1		1				*0*
⑤			1	-1			*0*
⑥		-1	1				*0*
⑦					1	-1	*0*
⑧			1		-1		*0*
Σ+	*1*	*0*	*4*	*1*	*1*	*1*	*8*
Σ-	*2*	*2*	*0*	*2*	*1*	*1*	*8*
Σ	*-1*	*-2*	*4*	*-1*	*0*	*0*	*16*

Mintagráf és a hozzá tartozó él-csomópont (incidencia) mátrix

A táblázat elemeinek definíciója a következő:
C_{ij} = -1 ha i él j-ből indul, + 1 ha i él j-be fut be, egyébként pedig 0.

Sorösszegek értéke 0, ha helyesen vittük fel az adatokat – ellenőrzésre szolgál.

Oszlopösszegeknél célszerű különválasztani a negatív és pozitív elemek összegeit, ezek megadják a csomópontra a befutó és kimenő élek számát.

Pozitív és negatív összegek összegének meg kell egyeznie, ez az élszámot adja.

Ha a fenti C mátrixra elvégezzük a mátrix szorzás szabályai szerint az $A=C^T*C$ műveletet, az alábbi mátrixot kapjuk:

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Σ
X1	3	-1	-1	-1			*0*
X2	-1	2	-1				*0*
X3	-1	-1	4	-1	-1		*0*
X4	-1		-1	3		-1	*0*
X5			-1		2	-1	*0*
X6				-1	-1	2	*0*
Σ	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	

Csomópont-csomópont (adjacencia) mátrix

A most kapott mátrix szintén adjacencia, azonban számos helyen eltér a korábban tárgyalttól.

A mátrix főátlójában pozitív elemek találhatók, mégpedig éppen a csomópontra illeszkedő élek számával egyezően.

A negatív elemek a csomópontok közötti lehetséges kapcsolatot fejezik ki – irányítatlanul. Sajnos az így számított (levezetett) adjacencia mátrix elveszti az irányítottság információját!

Az irányítatlanságból következik, hogy a mátrix szimmetrikus, továbbá a szorzásból (és a tartalmából) eredően négyzetes.

A mátrix nyoma (trace) az összes él számának kétszeresét jelenti.

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Σ
X1	3	-1	-1	-1			*0*
X2	-1	2	-1				*0*
X3	-1	-1	4	-1	-1		*0*
X4	-1		-1	3		-1	*0*
X5			-1		2	-1	*0*
X6				-1	-1	2	*0*
Σ	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	

Csomópont-csomópont (adjacencia) mátrix

A C él-csomópont mátrixra azonban alkalmazhatjuk a szorzást úgy is, hogy $K = C \cdot C^T$. Ekkor a következő eredménymátrix jön létre:

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
①	2	-1		-1		1		
②	-1	2	-1	1	-1			
③		-1	2		1		-1	
④	-1	1		2	1	1		1
⑤		-1	1	1	2	1		1
⑥	1			1	1	2		1
⑦			-1				2	-1
⑧				1	1	1	-1	2

Él-él mátrix

A most kapott mátrix négyzetes, ami következik a tartalmából (él-él), továbbá szimmetrikus. A főátlóban végig 2 szerepel, ami azt jelenti, hogy minden élhez két végpont tartozik. A mátrix nyoma tehát az élek számának kétszerese.

Definíció szerint a mátrix tartalma:

$K_{ij} = 1$, ha egy pont közös i és j élre;

-1, ha i és j élek egymásfolytatása,

egyébként pedig 0.

Kapacitás

A gráf éleihez tartozó szakadatok kifejezhetnek a csomópontok összekötöttségénél többet is.

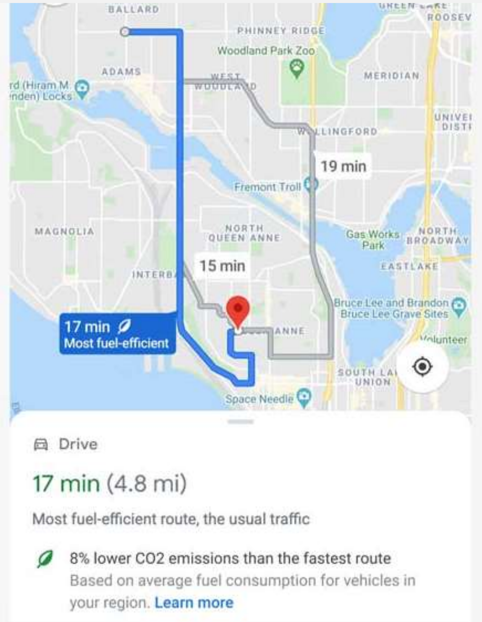
Így tehát lehet az él jelentése, hogy a csomópontok milyen távol vannak egymástól (távolság), mennyi idő szükséges az adott él megtételéhez (idő), de lehet akár fogyasztás, költség stb.

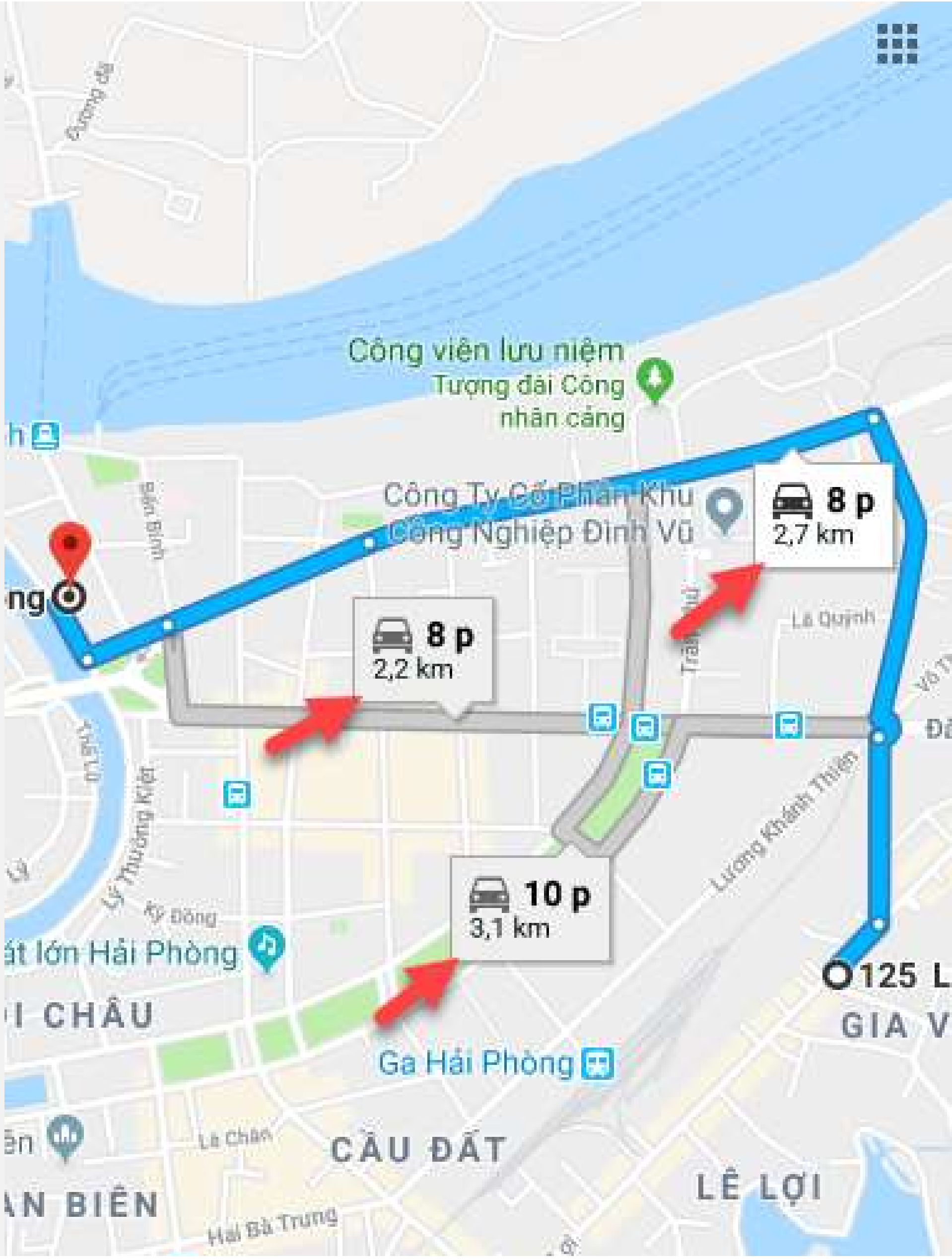
A bináris szomszédságok helyett kapacitásokat tartalmazó gráfleíró mátrix a kapacitás mátrix.

Gyakran ezt is C-vel jelölik.

- Távolság-mátrix
- Idő-mátrix
- Fogyasztás-mátrix

…

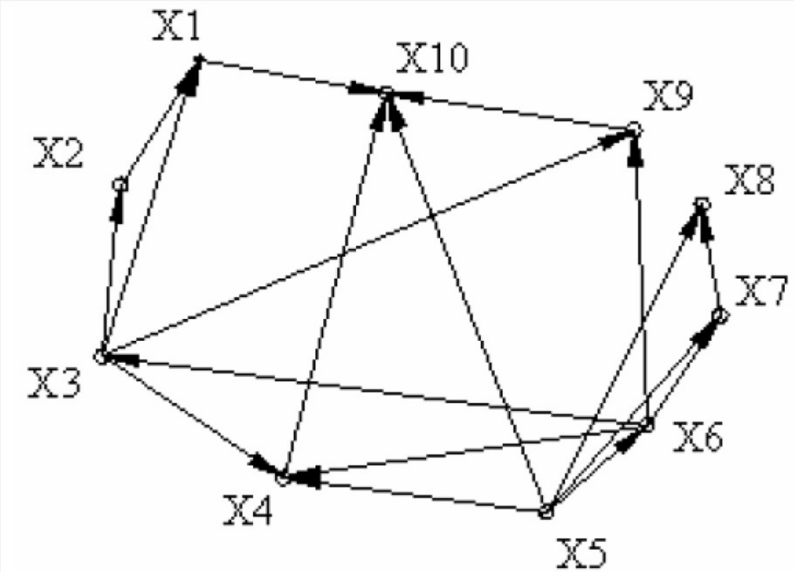




Rang-függvény

Forrás-nyelő vizsgálat

Vegyük az alábbi gráfot:



Mintagráf

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
X1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
X2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X3	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0
X4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
X5	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1
X6	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0
X7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
X8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
X10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Σ	2	1	1	3	0	1	2	2	2	4

Adjacencia mátrix a mintagráfra

A rang-függvény a csomópontokat szintekre tagolja. A tagolás történhet úgy, hogy a forrásokat vagy a nyelőket elemezzük. Előbbiek azok a pontok, amelyek csak kimenő, utóbbiak pedig csak befutó élekkel rendelkeznek. Szemmel láthatóan például a 8. csomópont nyelő, az 5. pedig forrás.

Az algoritmus a következő (forrás esetén): első lépésként meg kell keresni a zérus oszloppal rendelkező csomópontokat, ezek lesznek az első szinten források. Majd az így besorolt pontok sorait és oszlopait töröljük, és megismételjük a vizsgálatot eggyel megnövelt szintszámnál.
A vizsgálat addig folyik, amíg minden sor és oszlop eltűnik, azaz minden csomópontot valamelyik szintre besoroljuk.

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
X1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
X2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X3	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0
X4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
X5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X6	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0
X7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
X8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
X10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Σ	2	1	1	2		0	1	1	2	3

2. szint keresése

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
X1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
X2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X3	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0
X4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
X5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
X8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
X10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Σ	2	1	0	1			0	1	1	3

3. szint keresése

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
X1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
X2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
X5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
X10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Σ	1	0		0				0	0	3

4. szint keresése

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
X1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
X2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Σ	0									1

5. szint keresése

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
X1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Σ										0

6. szint keresése

A rang-függvény futtatható nyelő vizsgálatára is, ekkor nem az oszlopok, hanem a sorok zérus voltát kell figyelni.

Szint	Csomópont
1.	5
2.	6
3.	3,7
4.	2,4,8,9
5.	1
6.	10

A mintagráf rang-függvényének eredménye

Forrás-nyelő vizsgálat

A forrás-nyelő vizsgálatra és a rang használatára a gyakorlatban többször kerül sor. A forrásra elvégzett vizsgálatok alkalmazhatók például az ellátási hálózatokban, ekkor történik meg a befutó élek elhagyása és az ún. „előreszámítás”. Ezzel ellentétben a nyelőre végzett vizsgálatok a betáplálási hálózatok elemzésének eszköze; a kimenő élek elhagyásával „hátraszámítás” történik.

Az elektromos-, víz- vagy közlekedési hálózatokban gyakoriak a fenti forrás-nyelő elemzések.

Felhasznált irodalom

Dr. Barsi Árpád - *Térinformatikai elemzések (BMEEOFTASJ1 - HEFOP/2004/3.3.1/0001.01)*

Köszönöm a figyelmet!

Felhasznált irodalom

Dr. Barsi Árpád - Térinformatikai elemzések (BMEEOFTASJ1 - HEFOP/2004/3.3.1/0001.01)