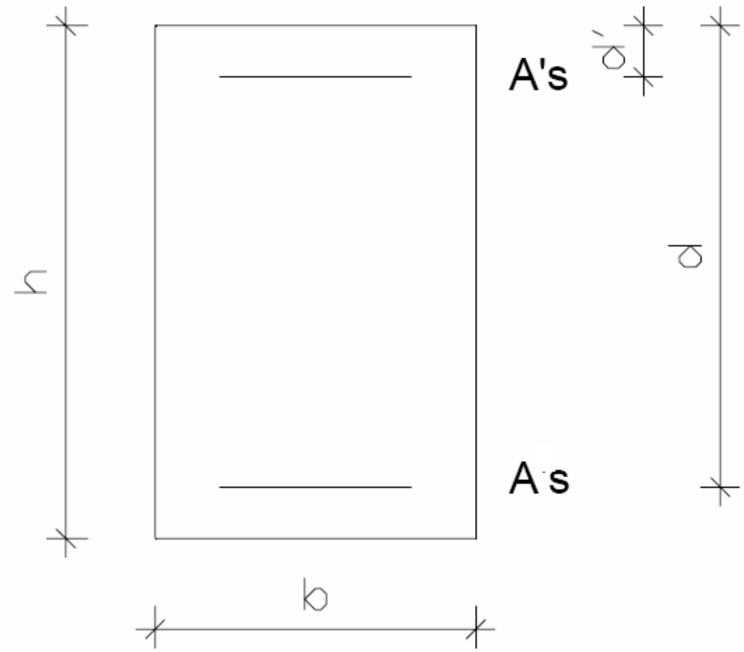
Hajlított vasbeton keresztmetszet I. és II. feszültségi állapota

3. előadás

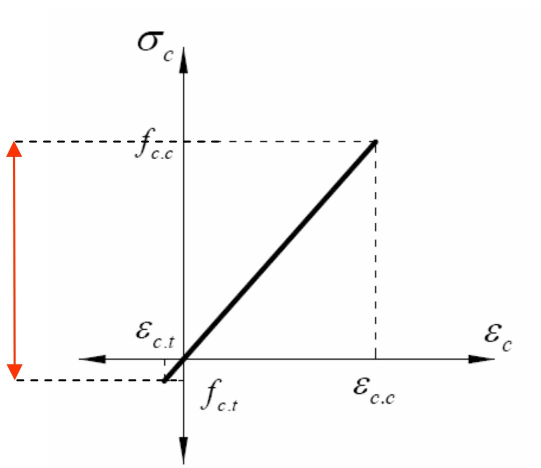
Jelölések

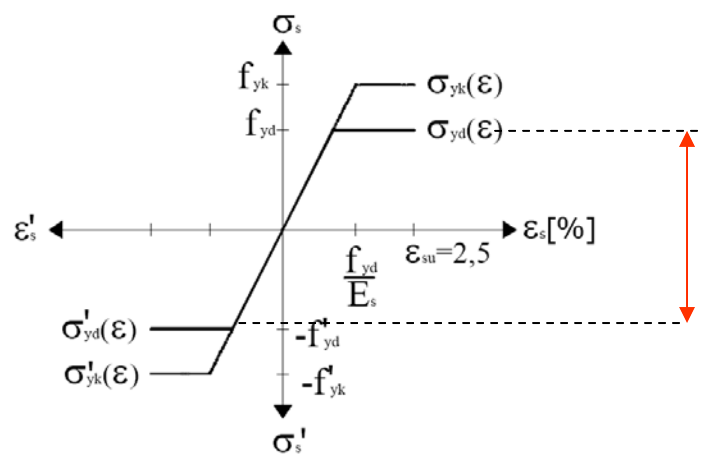


b	a keresztmetszet szélessége,
h	a keresztmetszet magassága,
A_s	a húzott betonacél keresztmetszeti mérete,
d	a húzott betonacél hasznos magassága (a húzott betonacél súlypontjának a távolsága a nyomott szélső száltól,
A'_s	a nyomott betonacél keresztmetszeti mérete,
d'	a nyomott betonacél hasznos magassága (a nyomott betonacél súlypontjának a távolsága a nyomott szélső száltól,
E_c	a beton rugalmassági modulusa,
E_s	a betonacél rugalmassági modulusa,
x	a semleges tengely helye a nyomott szélső száltól,
κ	a keresztmetszet görbülete.

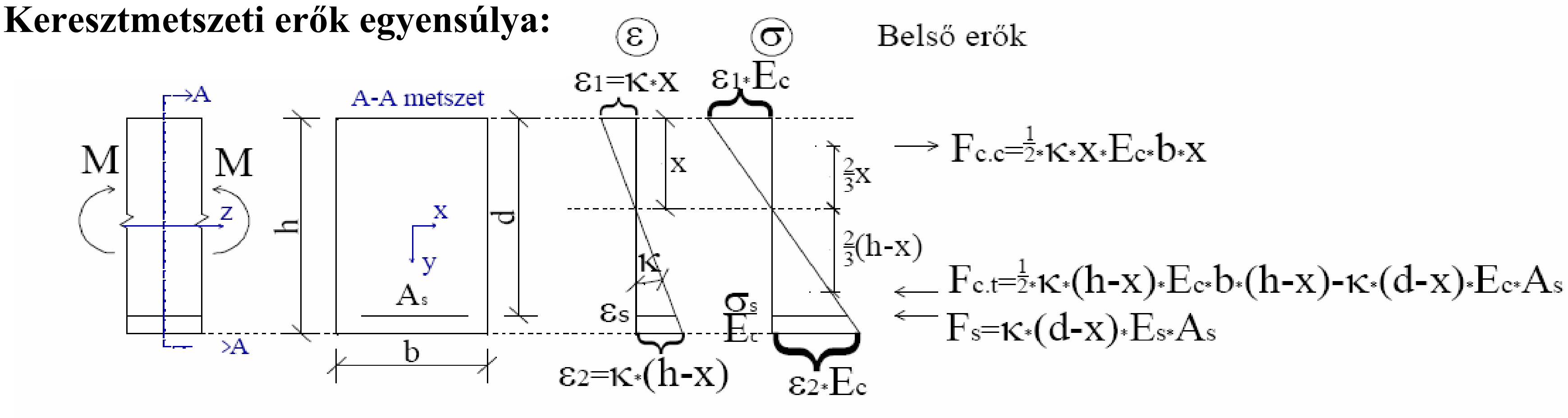
Az I. feszültségi állapot jellemzői

- A keresztmetszet repedésmentes
- beton és a betonacél viselkedését lineárisan rugalmasnak feltételezzük





Keresztmetszeti erők egyensúlya:



Vetületi egyenlet

$$0=\frac{1}{2}bxE_c\kappa x+\left[A_s'E_s\kappa(x-d')-A_s'E_c\kappa(x-d')\right]-\frac{1}{2}b(h-x)E_c\kappa(h-x)-\left[A_sE_s\kappa(d-x)-A_sE_c\kappa(d-x)\right],$$

Az egyenlet felírásánál figyelembe vettük, hogy ahol betonacél van, ott nincs beton. A keresztmetszet görbülete $\kappa\neq 0$ és bevezetve a $\alpha = E_s/E_c$ összefüggést

$$0=\frac{1}{2}bx^2+A_s'(\alpha_E'-1)(x-d')-\frac{1}{2}b(h-x)^2-A_s(\alpha_E-1)(d-x),\text{ innen}$$

$$x=\frac{\frac{1}{2}bh^2+A_s'(\alpha'-1)d'+A_s(\alpha-1)d}{bh+A_s'(\alpha'-1)+A_s(\alpha-1)}$$

Nyomatéki egyenlet a semleges tengelyre

$$M=\frac{1}{2}bxE_c\kappa x\frac{2}{3}x+\left[A_s'E_s\kappa(x-d')^2-A_s'E_c\kappa(x-d')^2\right]-\frac{1}{2}b(h-x)E_c\kappa(h-x)\frac{2}{3}(h-x)-\left[A_sE_s\kappa(d-x)^2-A_sE_c\kappa(d-x)^2\right]$$

Az egyenlet felírásakor a betonacél saját súlyponti tengelyére írt nyomatékát elhanyagoltuk. $\alpha=E_c/E_s$ összefüggést figyelembe véve

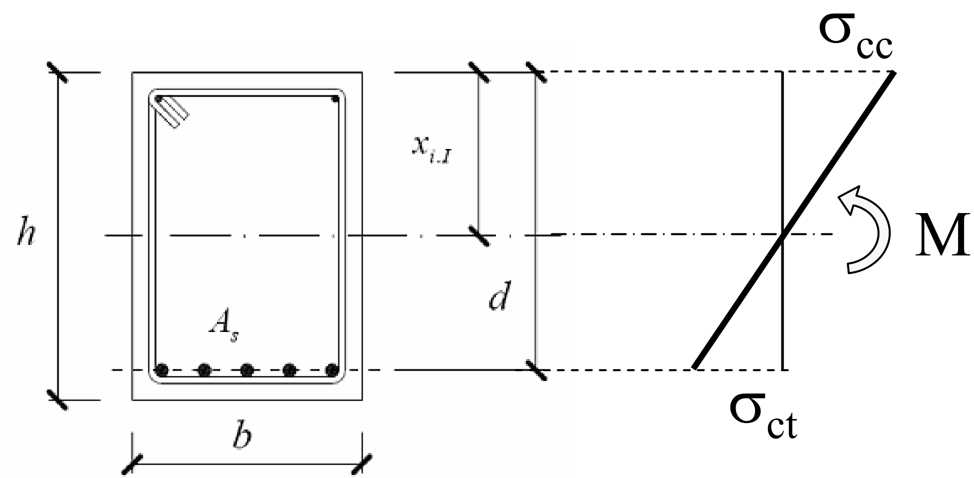
$$M=E_c\kappa\left[\frac{1}{3}bx^3+\frac{1}{3}b(h-x)^3+A_s'(\alpha'-1)(x-d')^2+A_s(\alpha-1)(d-x)^2\right]\Rightarrow\kappa$$

Az *x* és a κ ismeretében a kérdéses alakváltozások (ε ábra) és feszültségek (σ) meghatározhatók.

Alapfeladatok I. feszültségi állapotban

- Mekkora a keresztmetszet repesztő nyomatéka, M_{cr} ?
- A keresztmetszet I. feszültségi állapotban van-e?

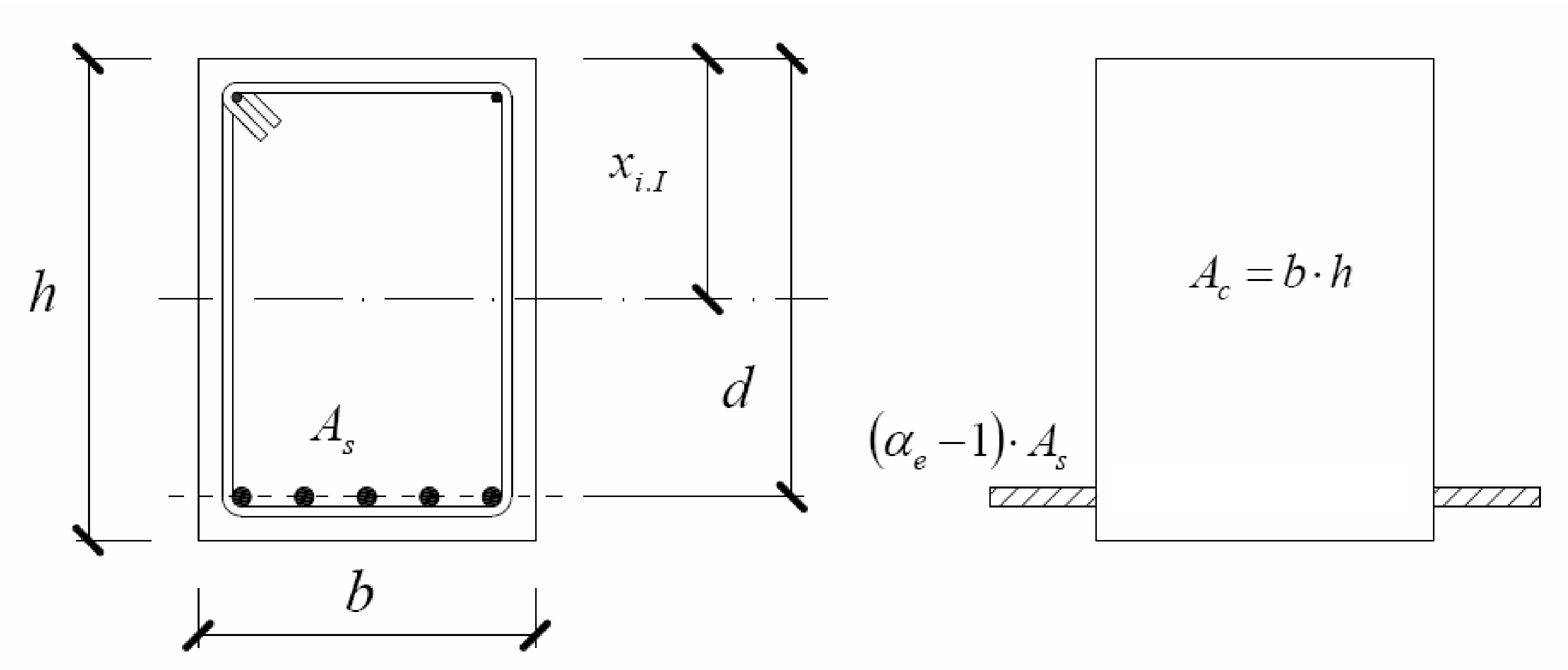
$\sigma_{ct} \leq f_{ctm}$ Igen, ha a számított beton húzófeszültség kisebb vagy egyenlő, mint a beton húzószilárdságának várható értéke.



$M_{cr} \geq M_{Ed}$ Igen, ha az igénybevétel nem haladja meg a keresztmetszet repesztő nyomatékát

Az inhomogenitás kezelése az ideális keresztmetszettel

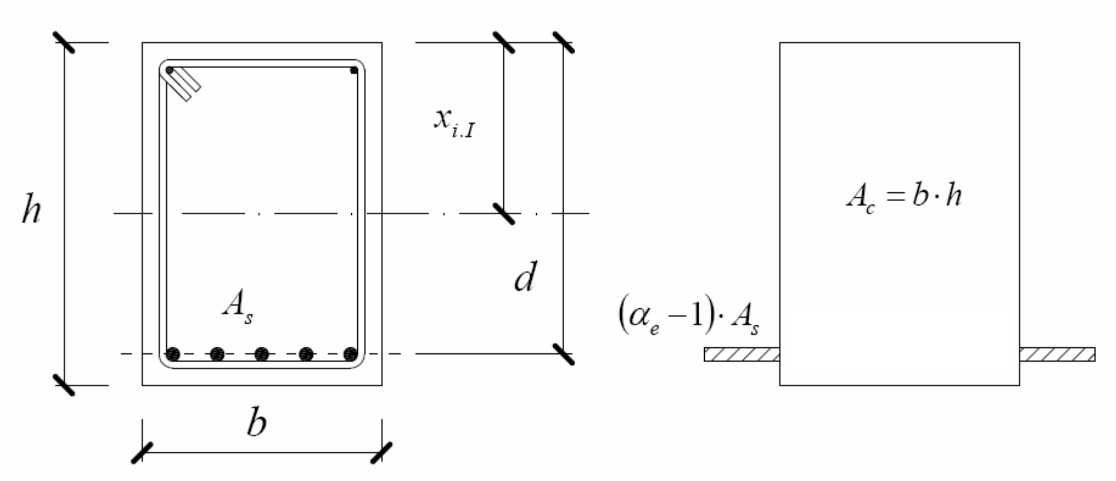
Egyszeresen vasalt km



$$A_{i,I} = b \cdot h + \left(\alpha_e - 1\right) \cdot A_s$$

Az ideális km területe

$$\alpha_E := \frac{E_s}{E_c}$$



Statikai nyomaték a nyomott szélső szálra:

$$S_{i,I} = b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot d$$

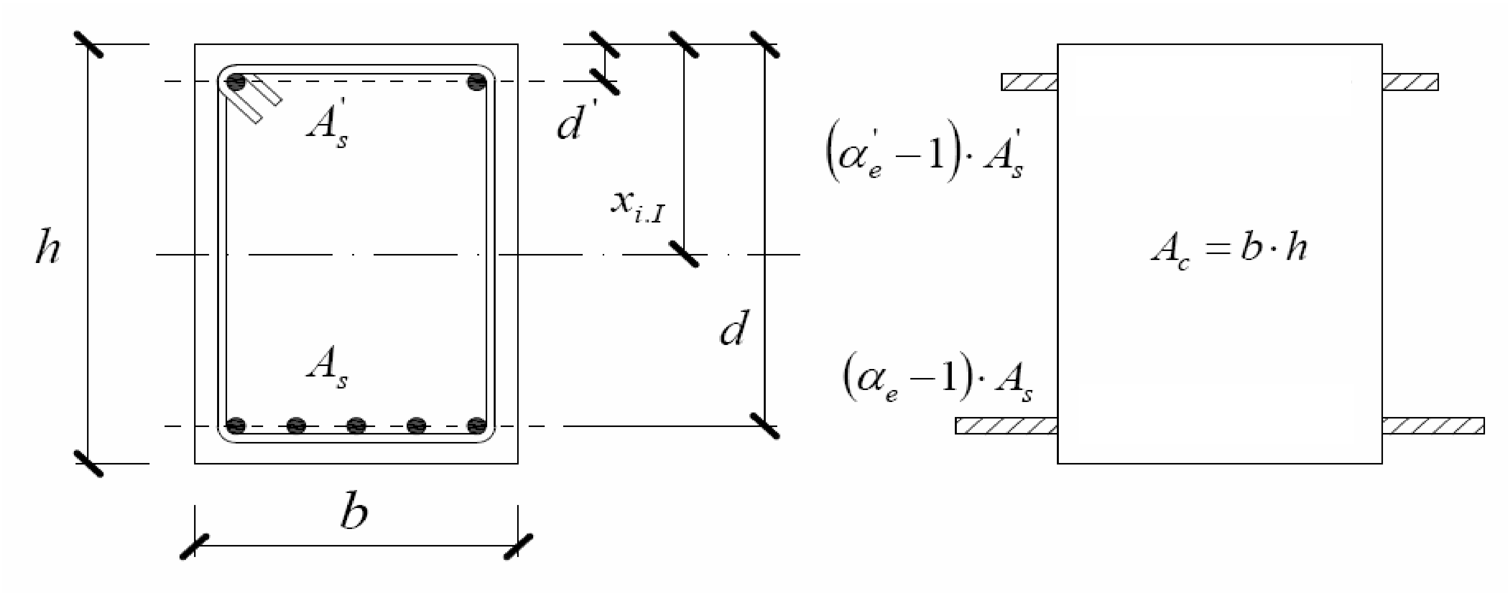
A semleges tengely helye a nyomott szélső száltól:

$$x_{i,I} = \frac{S_{i,I}}{A_{i,I}}$$

Inercianyomaték a semleges tengelyre:

$$I_{i.I} = \frac{b \cdot x_{i,I}^{\ 3}}{3} + \frac{b \cdot (h - x_{i,I})^3}{3} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot (d - x_{i,I})^2$$

Kétszeresen vasalt km



$$A_{i,I}=b\cdot h+\left(\alpha_e-1\right)\cdot A_s+\left(\alpha_e-1\right)\cdot A'_s$$

$$S_{i,I}=b\cdot h\cdot\frac{h}{2}+\left(\alpha_e-1\right)\cdot A_s\cdot d+\left(\alpha_e-1\right)\cdot A'_s\cdot d'$$

$$x_{i,I}=\frac{S_{i,I}}{A_{i,I}}$$

$$I_{i.I}=\frac{b\cdot x_{i,I}^{\;3}}{3}+\frac{b\cdot\left(h-x_{i,I}\right)^3}{3}+\left(\alpha_e-1\right)\cdot A_s\cdot\left(d-x_{i,I}\right)^2+\left(\alpha_e-1\right)\cdot A'_s\cdot\left(x_{i,I}-d'\right)^2$$

Ellenőrzés

Feszültség számítás: $$\sigma_{c,t} = \frac{M_{Ed}}{I_{i,I}} \cdot \left(h - x_{i,I}\right)$$

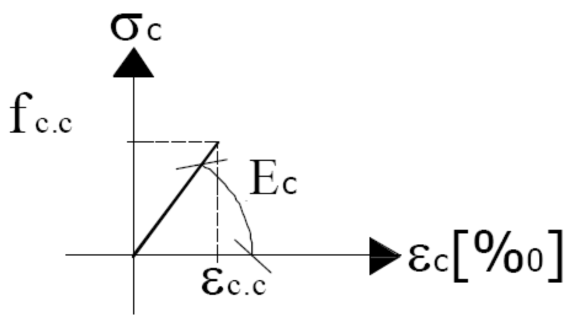
Repesztőnyomaték számítás: $$M_{cr} = \frac{f_{ctm} \cdot I_{i,I}}{\left(h - x_{i,I}\right)}$$

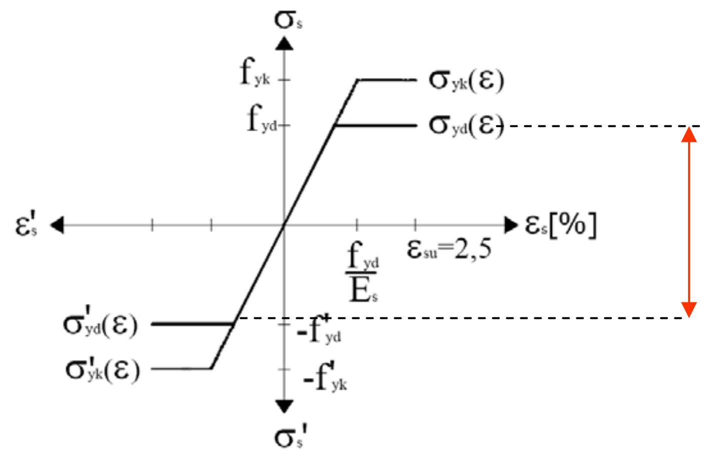
A repedésmentesség feltétele: $$\sigma_{c,t} \leq f_{ctm}$$

$$M_{Ed} \leq M_{cr}$$

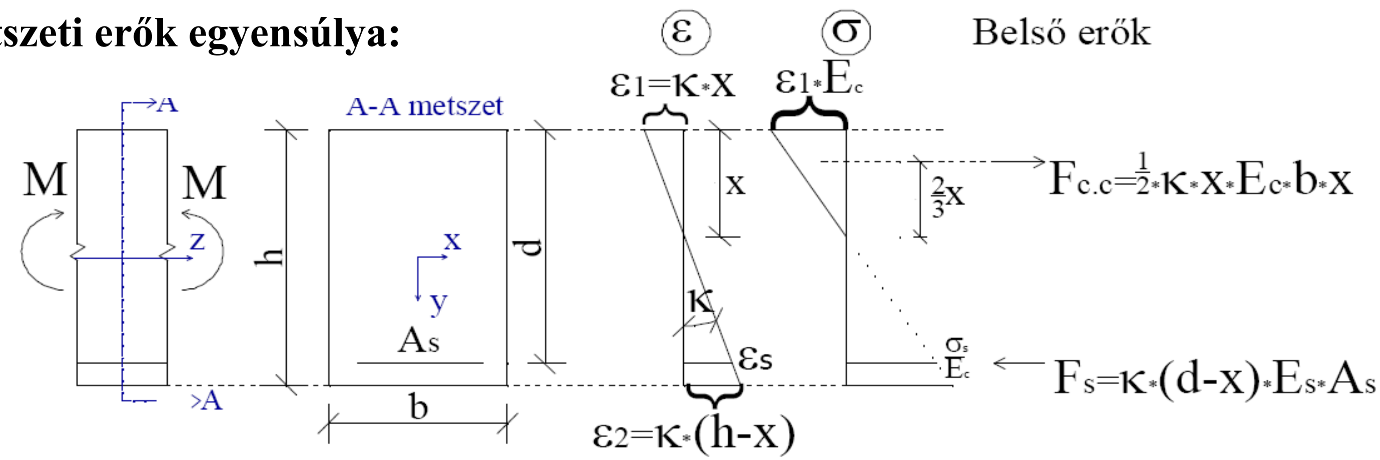
A II. feszültségi állapot jellemzői

- **A keresztmetszet berepedt**
- **beton és a betonacél viselkedését lineárisan rugalmasnak feltételezzük**





Keresztmetszeti erők egyensúlya:



A vetületi egyenletből megkapjuk a keresztmetszet súlypontjának helyét:

$$N(x,\kappa) = F_{c.c} + F_s = 0$$

$$\frac{1}{2}\cdot\kappa\cdot x_{II}\cdot E_c\cdot b\cdot x_{II} - \kappa\cdot(d - x_{II})\cdot E_s\cdot A_s = 0$$ mivel $\kappa \neq 0$ ezért végig oszthatunk vele

$$\boxed{\frac{1}{2}\cdot x_{II}\cdot E_c\cdot b\cdot x_{II} - (d - x_{II})\cdot E_s\cdot A_s = 0} \quad \Rightarrow \mathbf{x_{II}}$$

a súlyvonal által kettéosztott keresztmetszet két részterületének a súlyvonalra vett statikai nyomatéka egymás ellentettje $\boxed{\Sigma S_{xi} = 0}$

bevezethető $\alpha_E := \dfrac{E_s}{E_c} = \alpha$

Ha van nyomott acél is:

$$\frac{1}{2}bx^2 + (\alpha - 1)A'_s(x - d') = \alpha A_s(d - x)$$

$$\frac{b}{2}x^2 + [\alpha A_s + (\alpha - 1)A'_s]x - [\alpha A_s d + (\alpha - 1)A'_s d'] = 0$$

$$I_{II} := x_{II}^3\cdot b\cdot\frac{1}{3} + A_s\cdot\alpha_E\cdot(d - x_{II})^2$$

A húzott acélban ébredő feszültség:

$$\sigma_{s.II} := \alpha_e\cdot\frac{M_{Ed}}{I_{i.II}}\cdot(d - x_{i.II})$$

A nyomott betonban ébredő feszültség:

$$\sigma_c := \frac{M_{Ed}}{I_{i.II}}\cdot x_{i.II}$$

Alapfeladatok II. feszültségi állapotban

Az üzemi terhet —a teher alapértékét— a normál (nem feszített) vasbeton szerkezetek esetén legfőképpen ebben a stádiumban hordja a tartó, ezért a repedéskorlátozási, tartóssági és merevségi előírásokat ezen feszültségi állapotban ellenőrizzük.

A fenti vizsgálatok elvégzéséhez az ideális keresztmetszeti adatokra és a húzott acélszálban (esetleg a nyomott betonban) fellépő feszültségre van szükségünk, ezért II. feszültségi állapotban elsősorban ezen feszültségek meghatározásával foglalkozunk.

Intermedier állapot

- **A keresztmetszet a II. és III. feszültségi állapot határán van**

  ⇒ A beton képlékeny

  ⇒ A betonacél épp a rugalmas és képlékeny állapot határán van