

A nyírás ellenőrzése

A nyírási ellenállás számítása

Ellenőrzés és tervezés nyírásra

7. előadás

Nyírásvizsgálat repedésmentes állapotban (I. feszültségi állapotban)

A feszültségek az ideális keresztmetszetet felhasználva számíthatók.

Az axiális feszültség a nyomott szélső szálban:

$$\sigma_c = \pm \frac{N_{Ed}}{A_I} - \frac{M_{Ed}}{I_I} x_I$$

a húzott szélső szálban:

$$\sigma_t = \pm \frac{N_{Ed}}{A_I} + \frac{M_{Ed}}{I_I} (h - x_I)$$

A tangenciális feszültség a nyomott szélső száltól x távolságra lévő vízszintes metszetben (Zsuravszkij – tétel felhasználásával):

$$\tau = \frac{V_{Ed} S_{Ix}}{I_I b_i}$$

N_{Ed} normálerő (húzás vagy nyomás),

M_{Ed} hajlítónyomaték,

V_{Ed} nyíróerő

A_I ideális keresztmetszet területe az I. feszültségállapotban,

I_I ideális keresztmetszet inercianyomatéka az I. feszültségállapotban,

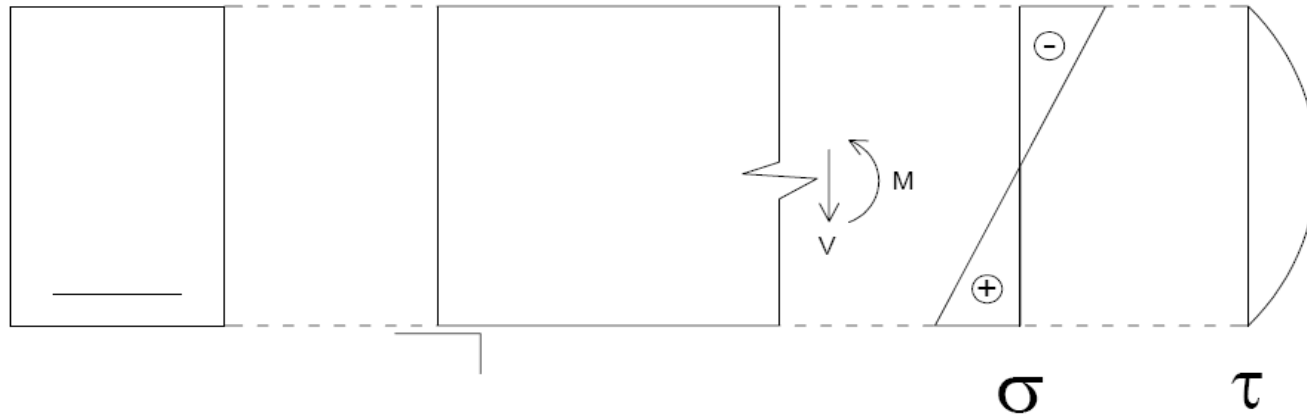
x_I semleges tengely távolsága a nyomott szélső száltól az I. feszültségállapotban,

h a keresztmetszet magassága,

S_{Ix} a vizsgált ponton átmenő vízszintes sík alatti elcsúszni akaró rész statikai nyomatéka a súlyponti tengelyre,

b_i a vizsgált metszetben a keresztmetszet szélessége.

A feszültségek eloszlása:



A főfeszültségek ($\sigma_{1,2}$):
$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

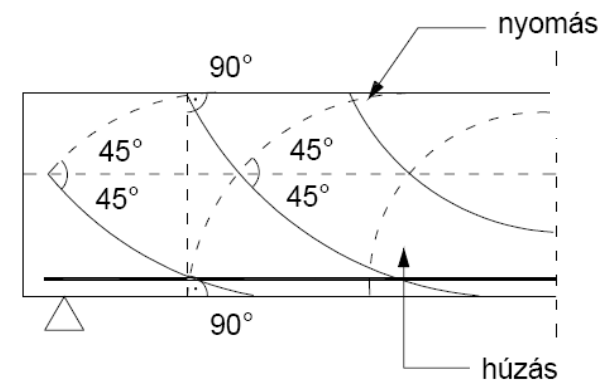
σ axiális feszültségek,
 τ tangenciális feszültségek

A megfelelőség ellenőrzése:
$$\sigma_{1,2} \leq \begin{cases} 0,6 f_{ck} \\ f_{ctd} \end{cases}$$

f_{ck} a beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke,

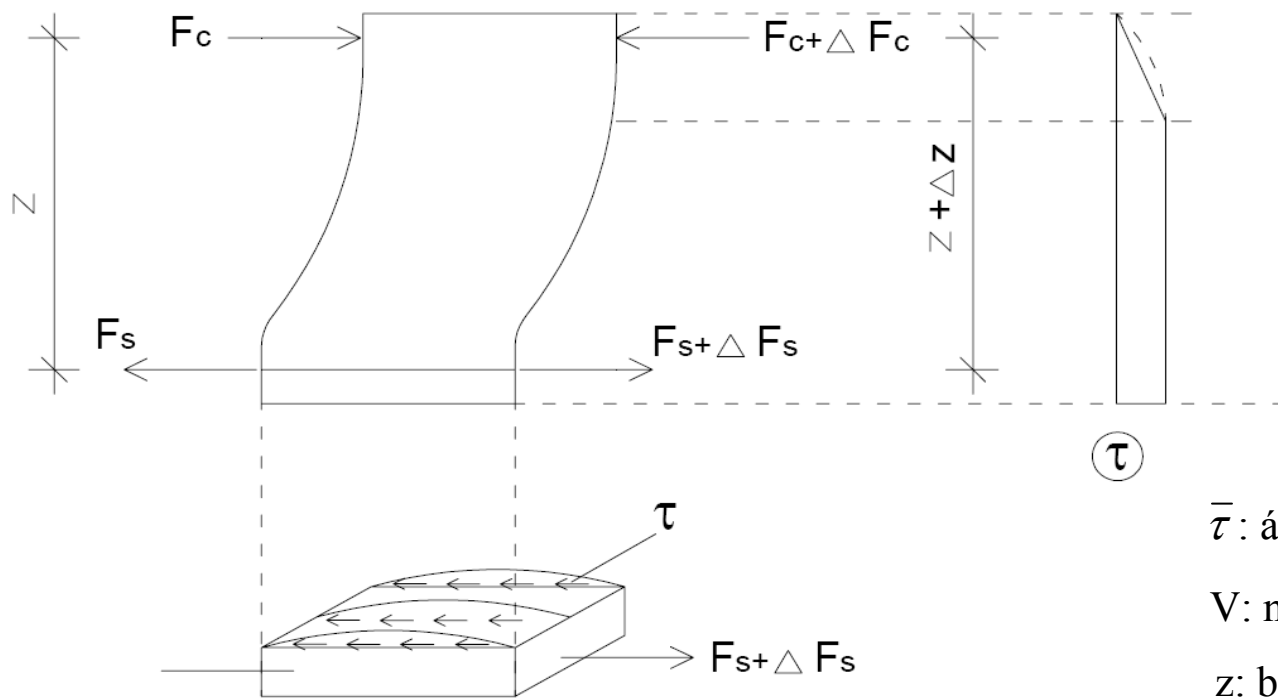
f_{ctd} a beton húzószilárdságának tervezési értéke ($f_{ctd} = 0,7 f_{ctk}$)

főfeszültségi trajektóriák



Nyírásvizsgálat berepedt állapotban (II. feszültségi állapotban)

Az ideális keresztmetszet súlypontján átmenő semleges tengely egyben a "dolgozó", azaz nyomott betonkeresztmetszet határa.



$$\bar{\tau} = \frac{\Delta F_s}{b \Delta x} = \frac{V}{bz}$$

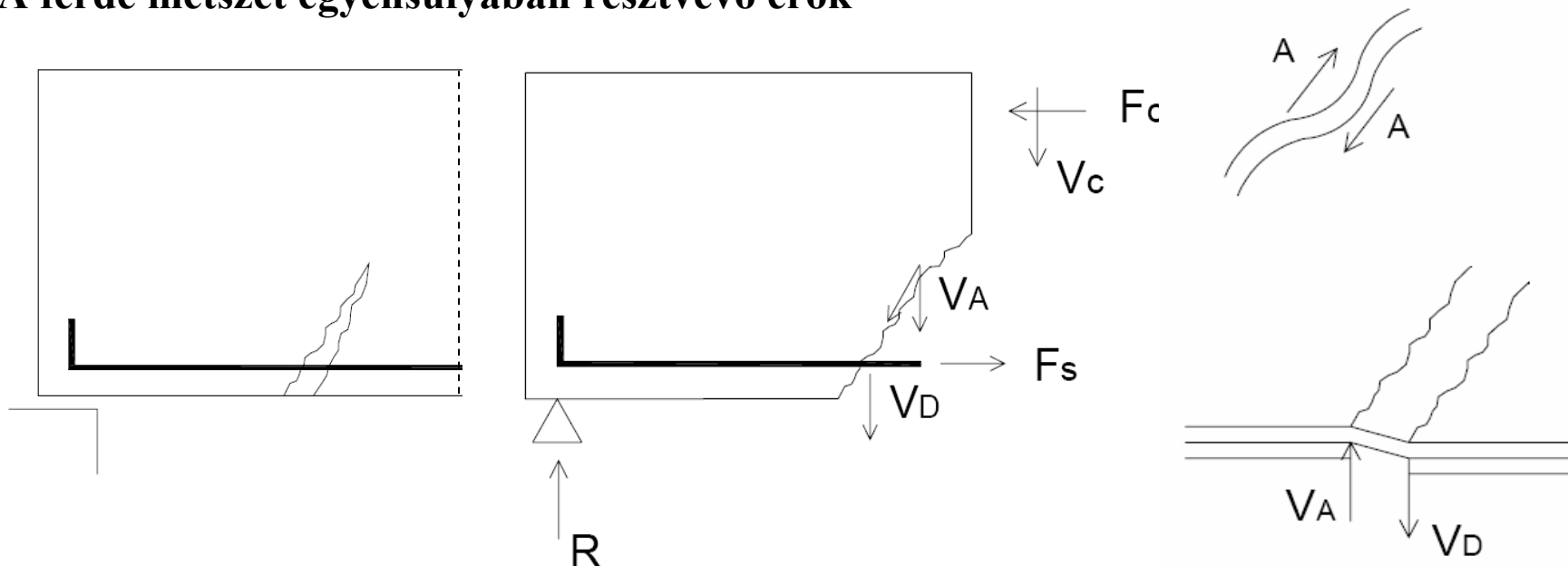
$\bar{\tau}$: átlagos nyírófeszültség

V: nyíróerő

z: belső erő karja

- A repedéscsúcs alatt a nyírófeszültség eloszlása állandó.
- A repedéscsúcs felett a τ feszültségek eloszlása a σ feszültség eloszlásától is függ. Ha a σ feszültség eloszlása állandó, a τ feszültség eloszlása lineáris. Ha a σ feszültség eloszlása lineáris, a τ feszültség eloszlása másodfokú parabola.
- A τ feszültségek teljes keresztmetszeten vett integrálja a keresztmetszetre ható V nyíróerővel egyezik meg.

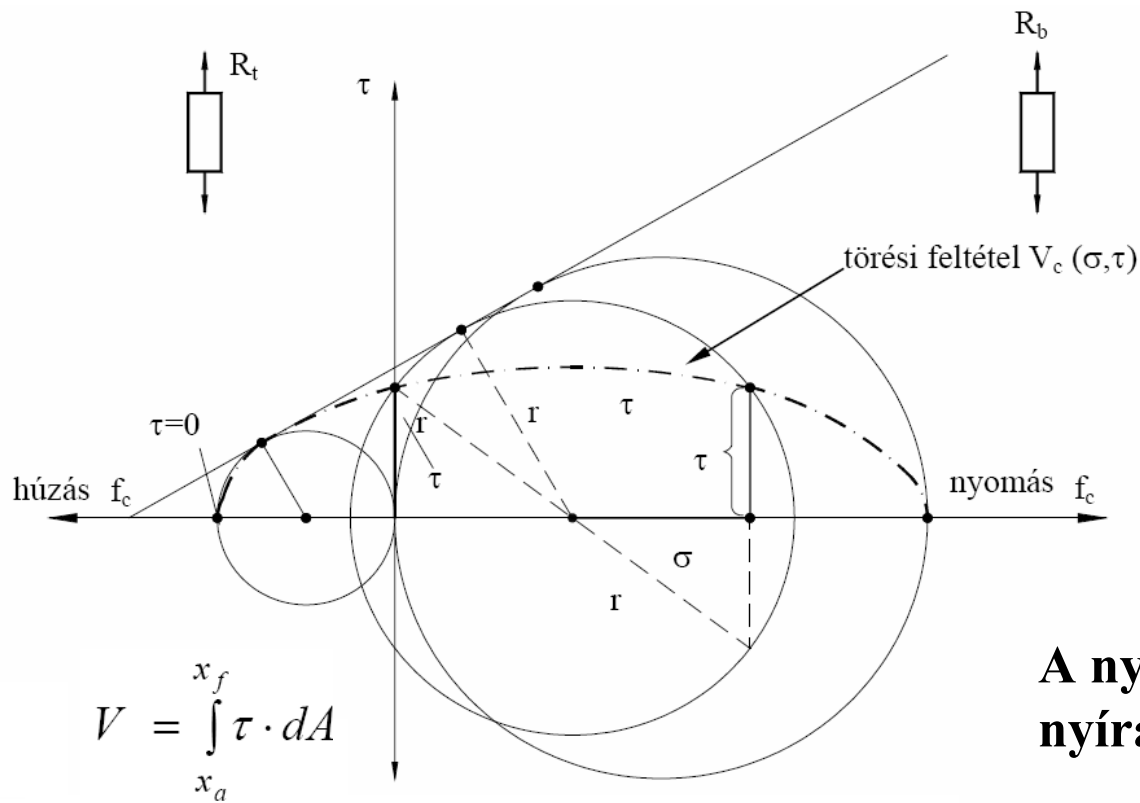
A ferde metszet egyensúlyában résztvevő erők



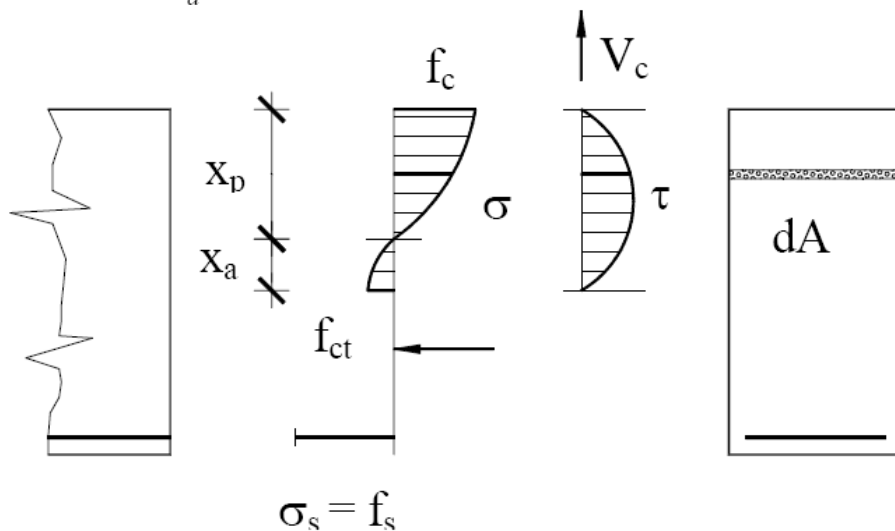
A nyírásra vasalatlan tartó nyírési teherbírása: $V_{Rd} = V_c + V_A + V_D$

- A nyomott zónában a beton nyomóereje (F_c) és nyíróerő (V_c) adódik át;
- A repedés nem tökéletesen sík, emiatt a repedéssel párhuzamosan súrlódás jellegű erőt képes átadni, amelyet szemcsehatásnak nevezünk. A függőleges komponense (V_A) résztvesz a nyírési teherbírásban.
- A lerepedt betonfedés és a hosszanti betonacél erős alakváltozása is képes függőleges erőt átadni, amit csaphatásnak (V_D) nevezünk.

Nagyságrend: $V_D < V_A < V_C$



A nyomott betonöv nyírési teherbírása (V_c)



$$V_c \approx (0,1 \div 0,2) N_c \quad N_c = \frac{M}{z} + N^{(-)}$$

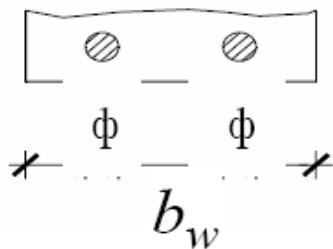
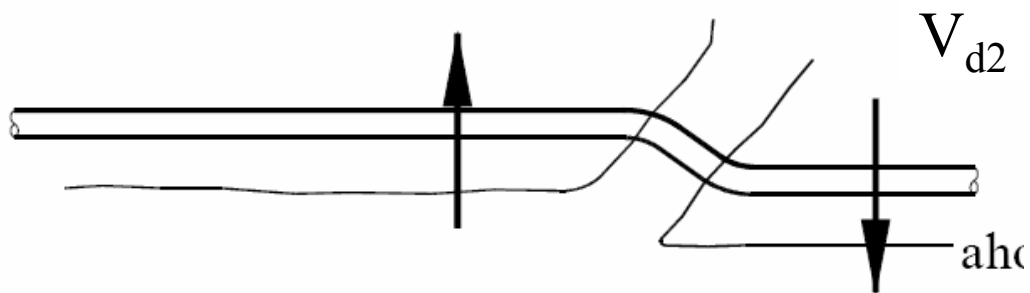
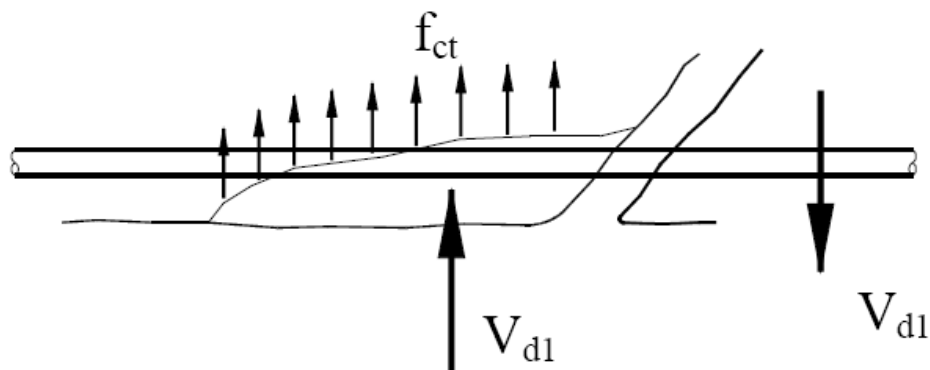
$$V_c = 0,5 \cdot b_w \cdot d \cdot R_t$$

b_w : nyomott öv szélessége

R_t : beton húzási ellenállása

z : belső erő karja

A csaphatás (V_D)



Tönkremeneteli módok

lereped a betonfedés

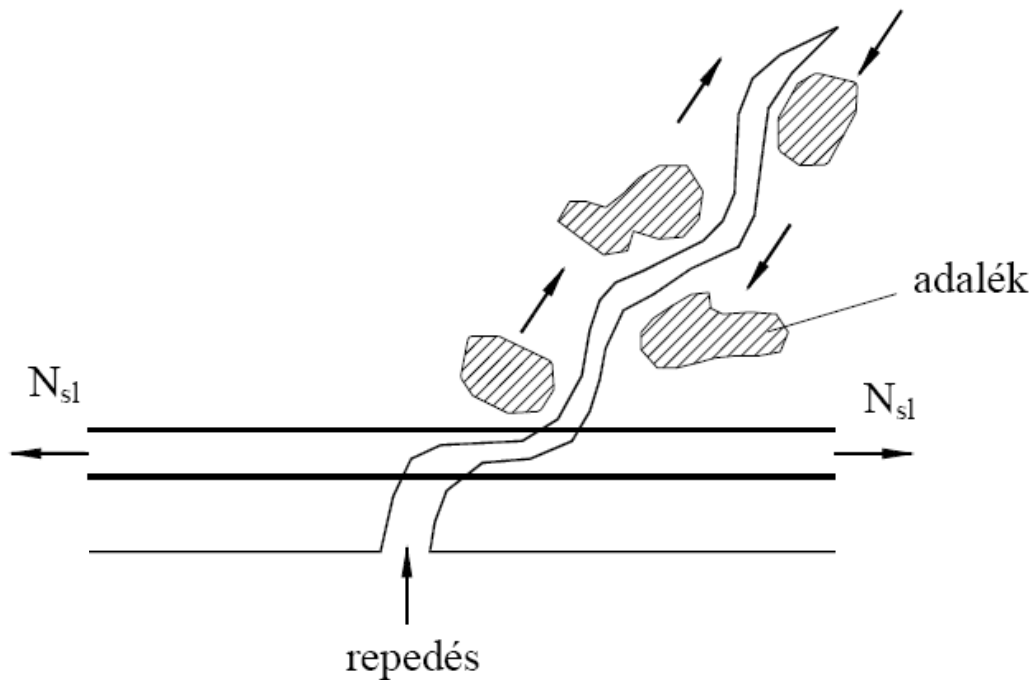
a betonacél erős
alakváltozást szenved

A csaphatás mértéke:

$$V_d = 4\phi^{2/3} \cdot b_{ef} \cdot f_{ct}$$

$$b_{ef} = b_w - n \cdot \phi$$

A szemcsehatás (V_A)



- az eltolódással szemben ellenállást fejtenek ki az adalék szemcséi;

- a két test eltolódását gátolják a keresztező betétek;

a szemcsehatás mértéke:

$$V_a = 40 \cdot A_{sl} \left(1 - \frac{N_{sl}}{A_{sl} \cdot f_{sld}} \right)$$

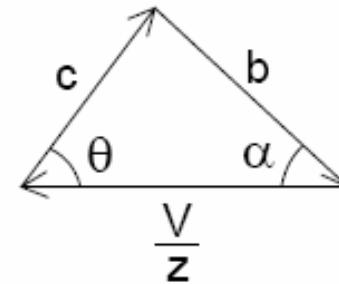
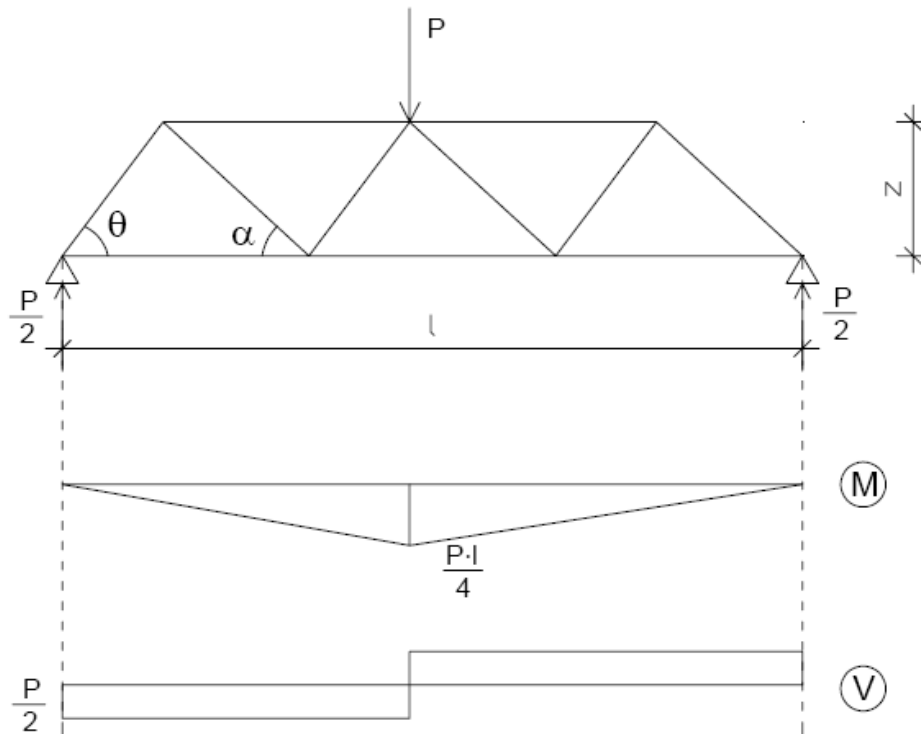
N_{sl} : húzóerő a hosszanti acélban

A_{sl} : a hosszanti acél keresztm. területe

f_{sld} : a hosszanti acél szilárdságának tervezési értéke

Nyírási vizsgálat teherbírési állapotban (III. feszültségi állapotban)

A nyírási teherbírás "rácstartó analógia" szerint



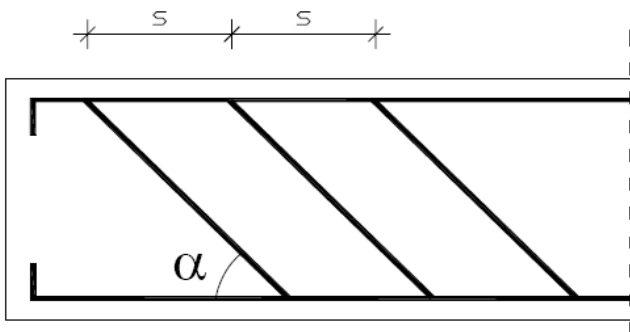
$$c \sin \theta = b \sin \alpha$$

$$\frac{V}{z} = c \cos \theta + b \cos \alpha$$

$$b = \frac{V}{z} \frac{1}{\sin \alpha \operatorname{ctg} \theta + \cos \alpha}$$

$$c = \frac{V}{z} \frac{1}{\cos \theta + \sin \theta \operatorname{ctg} \alpha}$$

A nyomott rácsrúdban keletkező erőt a betonnak, a húzott rácsrúdban keletkező erőt nyírásra vasalatlan tartó esetén a betonnak vagy a betonacélnak kell felvenni.



A betonacél lehet a húzott rácsrúddal párhuzamos, ami felhajlított vas vagy ferde kengyel.

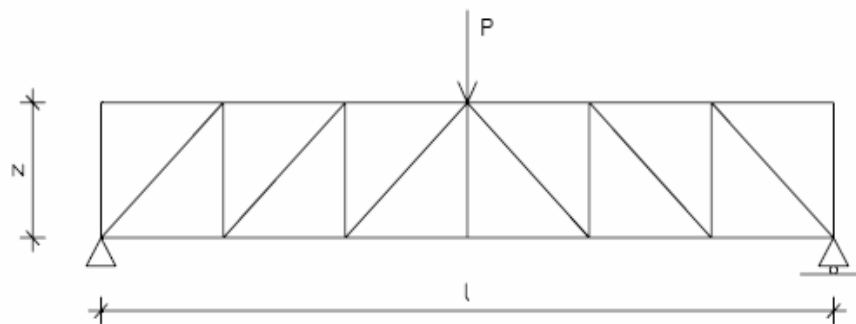
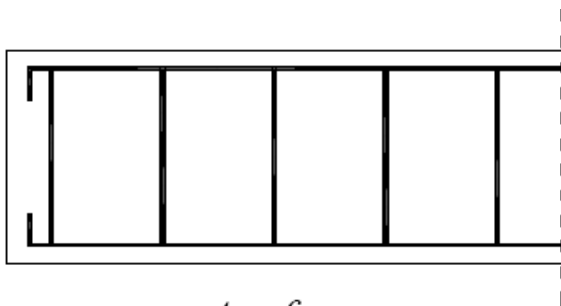
A ferde betonacél maximális fajlagos húzóerő értéke:
$$b_{\max} = \frac{A_{sw} f_{ydw}}{s}$$

A_{sw} a betonacél keresztmetszeti területe,
 f_{ydw} a betonacél határszilárdságának fajlagos értéke,
 s a betonacélok egymástól mért távolsága a rúd tengelyén mérve.

A ferde betonacéllal felvehető maximális nyomóerő értéke a $b = b_{\max}$ feltételből:

$$V_{\max} = \frac{A_{sw} f_{yd}}{s} z (\sin \alpha \operatorname{ctg} \theta + \cos \alpha)$$

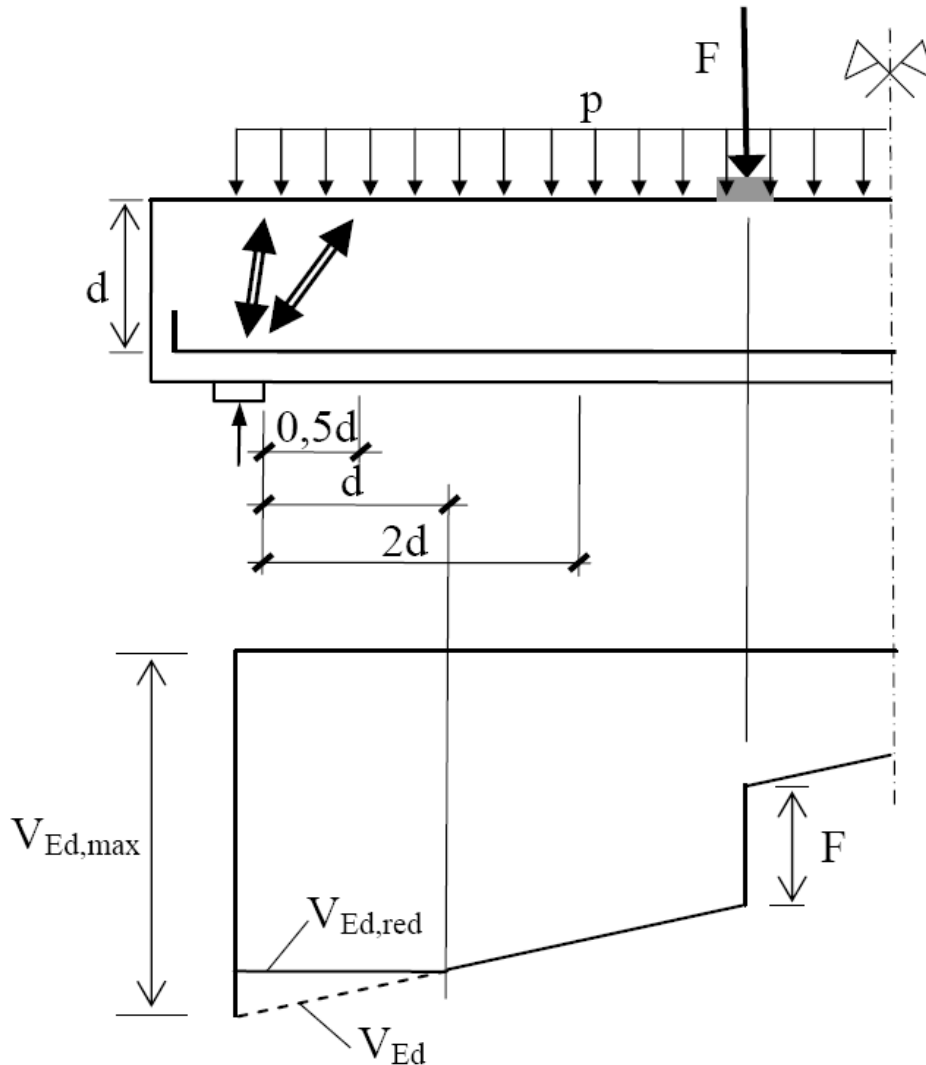
Függőleges vasalás (kengyelek) alkalmazásával:



$$V_{\max} = \frac{A_{sw} f_{yd}}{s} z \operatorname{ctg} \theta \quad (\alpha = 90^\circ)$$

Nyírás vizsgálata az Eurocode előírása alapján

A mértékadó nyíróerő ábra meghatározása



redukált nyíróerő:

$$V_{Ed,red} = V_{Ed} - p_d d$$

$V_{Ed,red}$ redukált nyíróerő,

V_{Ed} statikai vázon meghatározott nyíróerő,

p_d a teher tervezési értéke,

d a tartó hasznos magassága.

A nyírási teherbírás ellenőrzése

A keresztmetszetben méretezett nyírási vasalásra nincs szükség, ha: $V_{Ed,red} \leq V_{Rd,c}$

$V_{Ed,red}$ a redukált nyíróerő ábra értéke a vizsgált keresztmetszetben,
 $V_{Rd,c}$ a beton nyírási teherbírása.

A keresztmetszetben méretezett nyírási vasalásra van szükség, ha: $V_{Ed,red} > V_{Rd,c}$

Ekkor ki kell elégíteni a következő feltételeket:

$$V_{Ed,red} \leq V_{Rd,s}$$

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$$

$V_{Ed,red}$ a redukált nyíróerő ábra értéke a vizsgált keresztmetszetben,
 V_{Ed} a nyíróerő ábra értéke a vizsgált keresztmetszetben (nem redukált!),
 $V_{Rd,s}$ a nyíráásra elhelyezett acélok teherbírása
 $V_{Rd,max}$ a nyomott ferde rácsrúd teherbírása

A beton nyírási teherbírásának meghatározása

$$V_{Rd,c} = \max \left\{ \left[\frac{0,18}{\gamma_c} k (100 \rho_\ell f_{ck})^{1/3} + 0,15 \sigma_{cp} \right] b_w d \right. \\ \left. (v_{\min} + 0,15 \sigma_{cp}) b_w d \right\}$$

f_{ck} a beton nyomószilárdságának tervezési értéke,
 k alakhi tényező,

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad \text{ahol } d \text{ mm-ben értendő,}$$

d hasznos magasság,

ρ_ℓ húzott vashányad, $\rho_\ell = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0,02$,

A_{sl} a vizsgált keresztmetszetben megfelelően lehorgonyozott hosszvasalás keresztmetszeti területe, melybe a tapadásos feszítőbetét is beszámítható.

b_w a keresztmetszet legkisebb szélessége a húzott zónában,

σ_{cp} átlagos nyomófeszültség,

$$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c \leq 0,2f_{cd}$$

N_{Ed} a vizsgált keresztmetszetben a külső terhekből és a feszítésből származó normálerő tervezési értéke (nyomás esetén pozitív).

$$v_{\min} = 0,035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$$

A_c a beton keresztmetszeti területe

A nyírásra elhelyezett acélok teherbírása

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} (\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{ctg}\alpha) \sin\alpha \quad (\text{általános esetben})$$

A_{sw} a nyírési vasalás keresztmetszeti területe

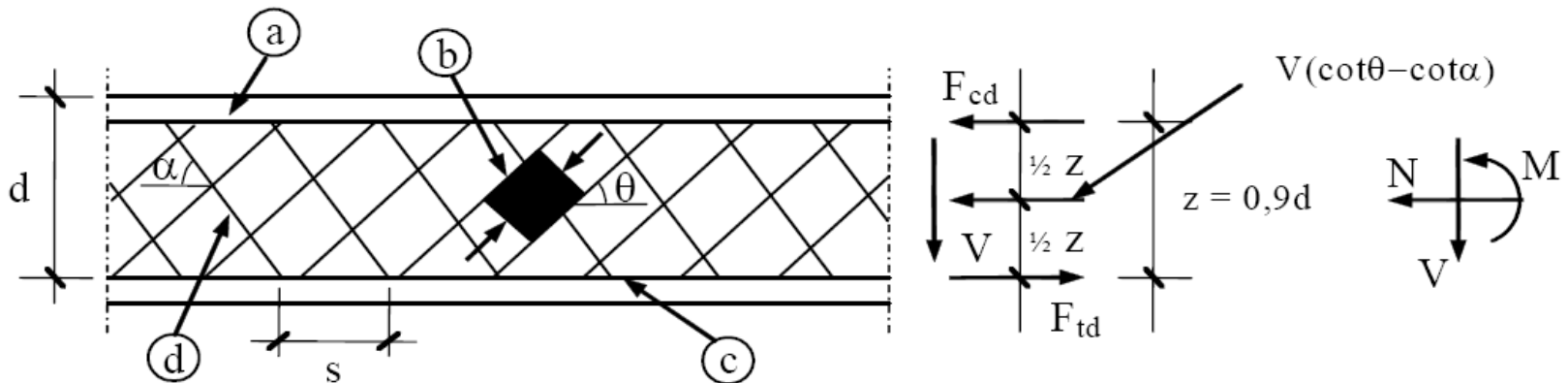
f_{ywd} a nyírési vasalás szilárdságának tervezési értéke.

s nyírési vasalás egymástól mért távolsága a tartó hossz tengelye mentén mérve.

α a nyírési vasalás síkjának a tartó hossz tengelyével bezárt szöge,

θ a ferde nyomott rácsrúd (repedés) a tartó hossz tengelyével bezárt szöge. $1,0 \leq \operatorname{ctg}\theta \leq 2,5$.

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot\theta \quad (\text{csak kengyelezés alkalmazásával})$$



(a) – nyomott öv (b) – ferde nyomott betonrúd (c) – húzott öv (d) – nyírési vasalás

A nyomott beton ferde rácsrúd teherbírása

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v f_{cd} \frac{ctg\theta + ctg\alpha}{1 + ctg^2\theta}$$

α_{cw} nyomás figyelembe vevő módosító tényező, melynek értéke:

1,0 feszítés nélküli szerkezetek esetén,

$$1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} \quad \text{ha } 0 < \sigma_{cp} \leq 0,25f_{cd},$$

$$1,25 \quad \text{ha } 0,25f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0,5f_{cd},$$

$$2,5 \left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} \right) \quad \text{ha } 0,5f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd},$$

σ_{cp} átlagos nyomófeszültség, a támasz szélétől $0,5dctg\theta$ távolságon belül értékét zérusnak lehet tekinteni,

b_w a húzott és nyomott öv közötti legkisebb keresztmetszeti szélesség,

z a belső kar, általános esetben $z = 0,9d$ érték alkalmazható,

v hatékonysági tényező,

$v = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$, ha a nyírási vasalás $0,8f_{yk}$ feszültségnél nincs jobban kihasználva, akkor a v alábbi értékei alkalmazhatók:

$$v = 0,6 \quad \text{ha } f_{ck} \leq 60 \text{ N/mm}^2,$$

$$v = 0,9 - \frac{f_{ck}}{200} > 0,5 \quad \text{ha } f_{ck} > 60 \text{ N/mm}^2,$$

α a nyírási vasalás síkjának a tartó hossz tengelyével bezárt szöge,

θ a ferde nyomott rácsrúd (repedés) a tartó hossz tengelyével bezárt szöge.

A nyírási vasalás szerkesztési szabályai

- A szükséges nyírási vasalás legalább 50%-át függőleges kengyelekkel kell kialakítani.

- A nyírási vasalás fajlagos mennyisége:
$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s b_w \sin \alpha}$$

A nyírási vasalás minimális mennyisége:
$$\rho_{w, \min} = \frac{0,08 \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}$$

| | |
|----------|---|
| f_{ck} | a beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke, |
| f_{yk} | a betonacél húzószilárdságának karakterisztikus értéke, |
| A_{sw} | az s hosszúságú szakaszon elhelyezett nyírási vasalás keresztmetszeti területe, |
| s | a nyírási acélbetétek távolsága a gerenda hossz tengelye mentén mérve, |
| b_w | gerinc szélesség, |
| α | a nyírási vasalás és a gerenda hossz tengelye által bezárt szög. |

A nyírási vasalás maximális értéke:
$$\rho_{w, \max} = \frac{1}{2} \frac{\alpha_{cw} \nu f_{cd}}{1 - \cos \alpha} \frac{1}{f_{yd}}$$

| | |
|---------------|--|
| f_{cd} | a beton nyomószilárdságának tervezési értéke, |
| f_{yd} | a betonacél húzószilárdságának tervezési értéke, |
| α | a nyírási vasalás és a gerenda hossz tengelye által bezárt szög, |
| α_{cw} | nyomás figyelembe vevő módosító tényező, |
| ν | hatékonysági tényező. |

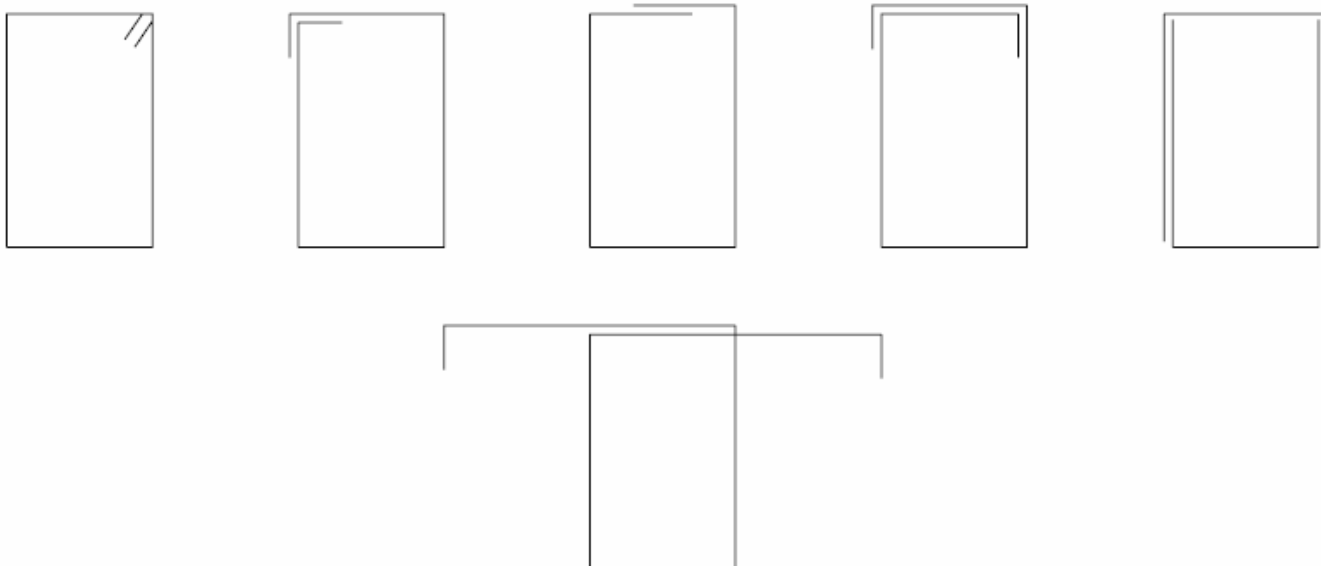
- A nyírási acélbetétek maximális távolsága a hossz tengely mentén mérve:

kengyeleknél: $s_{max} = 0,75 d (1 + \text{ctg}\alpha)$

felhajlított acélbetéteknél: $s_{max} = 0,6 d (1 + \text{ctg}\alpha)$

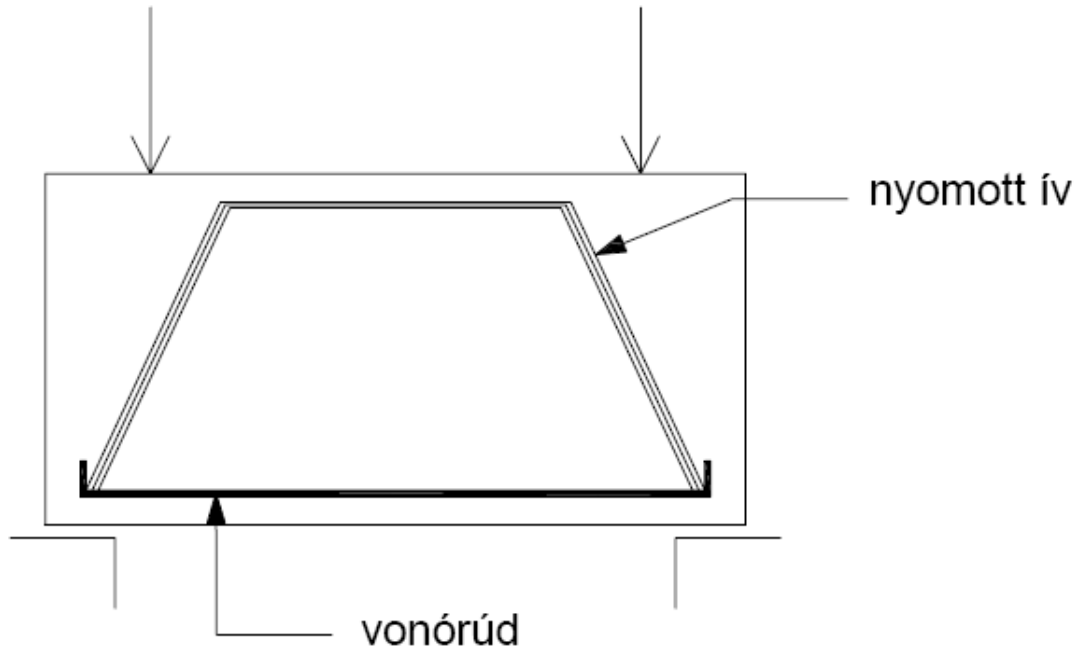
- A kengyelszárak maximális keresztirányú távolsága $0,75d \leq 600$ mm lehet.

A kengyelek lehetséges kialakítása:



Speciális nyírási problémák

Ívhatás



Ekkor a gerenda úgy viselkedik, mint egy ív, ahol a vonórúd az alsó húzott betonacél, a nyomott ív a gerenda betonja.

Az ívhatást figyelembe kell venni magas gerendák, változó magasságú tartók esetén, erőbevezetési helyeken valamint támaszok környékén.

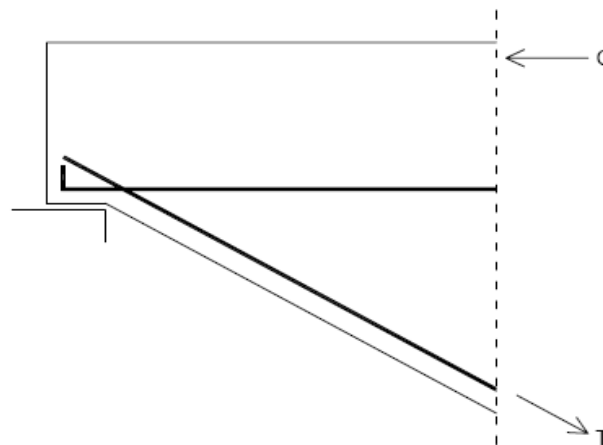
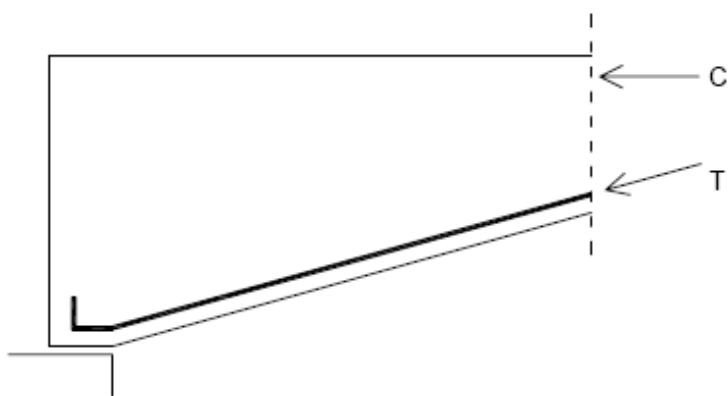
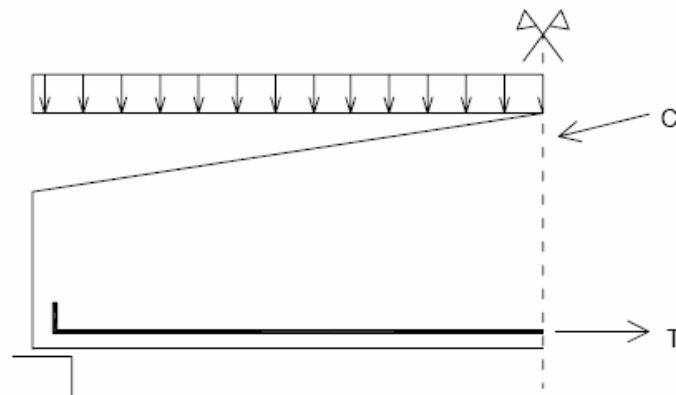
Változó magasságú tartók

A belső erők sem lesznek vízszintesek, azaz lesz nyíróerő komponense.

A nyíróerő módosítandó az alábbiak szerint:

$$V_{\text{mod}} = V \pm \frac{M}{z} \operatorname{tg} \beta \quad \frac{\Delta z}{\Delta x} = \operatorname{tg} \beta$$

Ha a tartó magassága a tartó hossza mentén a nyomaték növekedésével csökken akkor pozitív előjel alkalmazandó, ha a nyomaték növekedésével nő, akkor negatív előjel alkalmazandó.



Az EUROCODE előírása szerint a nyomaték növekedésével növekvő keresztmetszet esetén a számításba veendő nyíróerő értéke:

$$V_{Ed}^* = V_{Ed} - V_{ccd} - V_{td}$$

$V_{ccd} = N \tan(\beta_n)$ a keresztmetszet nyomott zónájában keletkező belső erő (N) nyíróerőt csökkentő tangenciális összetevője

$V_{td} = H \tan(\beta_h)$ a hosszvasalásban keletkező belső erő (H) nyíróerőt csökkentő tangenciális összetevője

