BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
ÉPÍTŐMÉRNÖKI KAR

HIDAK ÉS SZERKEZETEK TANSZÉKE

PÉLDATÁR

a Vasbetonszerkezetek I. című tantárgyhoz

Budapest, 2007

Szerzők:	Friedman Noémi Huszár Zsolt Kiss Rita Klinka Katalin Kovács Tamás Völgyi István

Kézirat lezárva:	2007.október 16.

ISBN 978-963-420-903-4

Kiadja: BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke

Tartalomjegyzék

Oldalszám

I. GYAKORLAT

Repedésmentes és berepedt vasbeton tartók

Készítették: Dr. Kiss Rita és Klinka Katalin

Némi elméleti összefoglaló:

A számításokban feltételezzük, hogy:
- a rúd tengelyére merőleges keresztmetszetek a deformációk után síkok és rúd tengelyére merőlegesek maradnak és
- a beton és az acél csúszásmentesen együttdolgozik

Az I. feszültségi állapotot a berepedetlen vasbeton keresztmetszetre értelmezzük, a beton és a betonacél viselkedését rugalmasnak feltételezzük, az I. feszültség állapot határát a beton megrepedése jelenti.

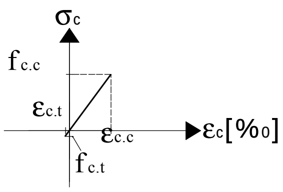
A II. feszültségi állapotot a berepedt vasbeton keresztmetszetre értelmezzük, a beton és a betonacélok viselkedését rugalmasnak feltételezzük, a II. feszültség állapot határát vagy beton képlékeny állapotba kerülése vagy akár csak egy betonacél megfolyása jelenti.

A III. feszültségi állapot szerinti vizsgálat feltevése az, hogy
- vagy a vasbeton keresztmetszet nyomott szélső szálában a legnagyobb keresztmetszeti összenyomódás elérte a beton törési összenyomódásának a határértékét (ε_{cu}-t)
- vagy (akár csak egy) húzott acélbetét nyúlása elérte az acél szakadónyúlásának értékét (ε_{su}-t).

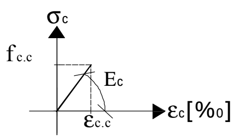
Megjegyzés: Mivel majdnem mindig az első szokott bekövetkezni, ezért a III. feszültségi állapot szerinti hajlítás vizsgálatot (lásd a következő gyakorlatok anyagában) azzal a feltételezéssel indítjuk, hogy a beton nyomott szélső szálában a törési összenyomódás értéke lép fel.

- A feladatok megoldása során a beton esetén a következő egyszerűsített anyagmodelleket használjuk :

- Az I. feszültségi állapotban lévő beton anyagmodellje: lineárisan rugalmas anyagmodell

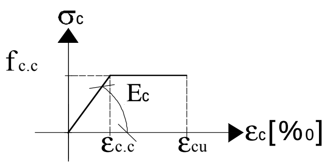


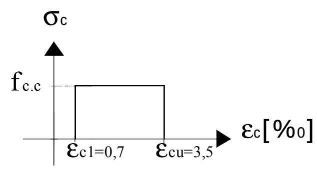
- Az II. feszültségi állapotban lévő beton anyagmodellje: lineárisan rugalmas anyagmodell



- Az III. feszültségi állapotban lévő beton anyagmodellje:
lineárisan rugalmas, tökéletesen képlékeny anyagmodell:

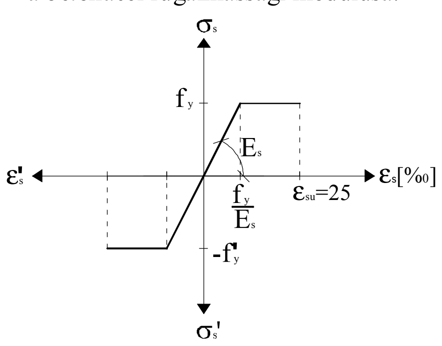
téglap alakú σ(ε)-diagram:
(még tovább egyszerűsített modell)





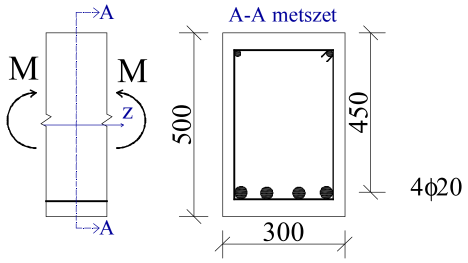
- A feladat megoldások során a betonacél esetén a következő anyagmodelleket használjuk :

- a betonacél rugalmassági modulusa: $E_s := 200 \cdot \frac{kN}{mm^2}$



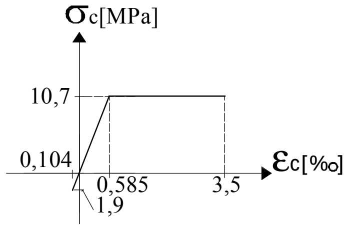
Az acél σ(ε) diagramja az origóra szimmetrikus.

A következő példákban a betonkeresztmetszet geometriai méretei és a felhasznált beton, illetve betonacél szilárdsági jellemzői azonosak:

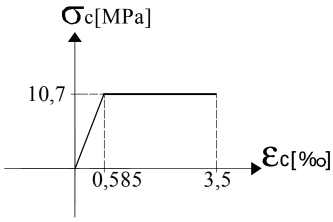


A hajlítónyomaték alul okoz húzást

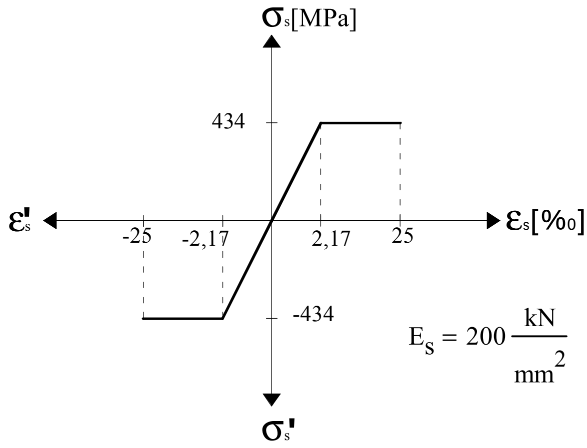
A repedésmentes beton σ(ε) diagramja:



A berepedt beton σ(ε) diagramja:



A betonacél σ(ε) diagramja:



$$E_s = 200\frac{kN}{mm^2}$$

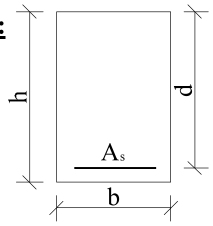
$$E_c = 18.3\frac{kN}{mm^2}$$

Geometria jellemzők definiálása:

$h := 500mm$

$b := 300mm$

$d := 450mm$



- az alkalmazott húzott vasalás: $n := 4$ db $\phi := 20mm$ $\qquad A_s := n\cdot\frac{\phi^2\cdot\pi}{4}$ $\qquad A_s = 1256.6\,mm^2$

Anyagjellemzők definiálása:

A beton anyagjellemzői: A beton nyomószilárdsága: $f_{c.c} := 10.7\cdot\frac{N}{mm^2}$

A beton húzószilárdsága: $f_{c.t} := 1.9\cdot\frac{N}{mm^2}$

A nyomott szélsőszál rugalmas határához tartozó nyúlás: $\varepsilon_1 := \frac{f_{c.c}}{E_c}$ $\qquad \varepsilon_1 = 0.585\,‰$

$\varepsilon_{c.E} := \varepsilon_1$ $\qquad \varepsilon_{c.E} = 0.585\,‰$

A húzott szélsőszál határnyúlása: $\varepsilon_2 := \frac{f_{c.t}}{E_c}$ $\qquad \varepsilon_2 = 0.104\,‰$

$\varepsilon_{cu} := 3.5\cdot‰$

A betonacél anyagjellemzői: A betonacél folyáshatára: $f_y := 434\cdot\frac{N}{mm^2}$

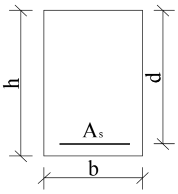
A betonacél folyási határához tartozó nyúlás: $\varepsilon_{s.E} := \frac{f_y}{E_s}$ $\qquad \varepsilon_{s.E} = 2.17\,‰$

Az acél határnyúlása: $\varepsilon_{su} := 25\cdot‰$

A betonacél és a beton rugalmassági modulusának aránya: $\alpha_E := \frac{E_s}{E_c}$ $\qquad \alpha_E = 10.93$

I. FESZÜLTSÉGI ÁLLAPOTBAN LEVŐ (REPEDÉSMENTES) VB. KM. SZÁMÍTÁSA

1.1.példa: Határozza meg az alábbi repedesmentes vasbeton keresztmetszet repesztőnyomatékát!



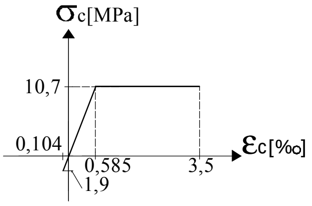
$h = 500\,\text{mm}$

$b = 300\,\text{mm}$

$d = 450\,\text{mm}$

$A_s = 1256.6\,\text{mm}^2$

A repedésmentes beton σ(ε) diagramja:



$\varepsilon_1 = 0.585\,‰$

$\varepsilon_{c.E} = 0.585\,‰$

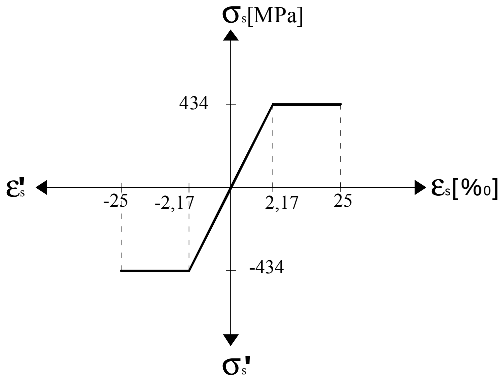
$f_{c.c} = 10.7\,\frac{N}{mm^2}$

$f_{c.t} = 1.9\,\frac{N}{mm^2}$

$\varepsilon_2 = 0.104\,‰$

$E_c = 18.3\,\frac{kN}{mm^2}$

A betonacél σ(ε) diagramja:



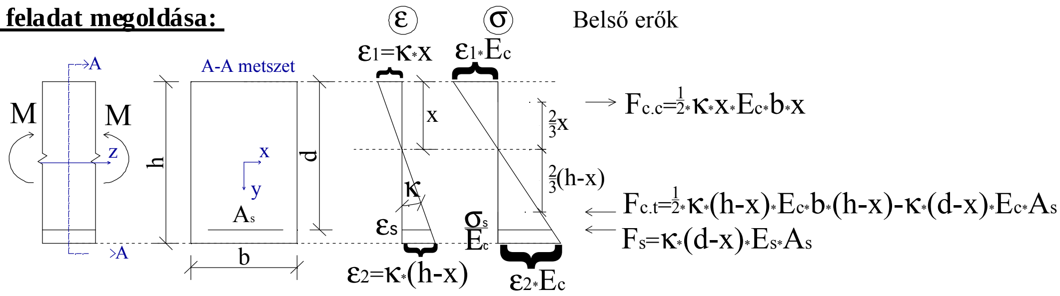
$f_y = 434\,\frac{N}{mm^2}$

$\varepsilon_{s.E} = 2.17\,‰$

$E_s = 200\,\frac{kN}{mm^2}$

<u>Megjegyzés:</u> beton és betonacél s(e) diagramjánál is elegendő lenne lineárisan rugalmas szakaszt megadni, hisz a betonacél a II. feszültségi állapotban nem éri el a diagram képlékeny szakaszát.

<u>A feladat megoldása:</u>



<u>A vetületi egyenletből megkapjuk a repedesmentes vasbeton keresztmetszet súlypontjának helyét::</u>

$$N(x,\kappa) = F_{c.c} - F_{c.t} - F_s = 0$$

$$\frac{1}{2}\cdot\kappa\cdot x_I\cdot E_c\cdot b\cdot x_I - \left[\frac{1}{2}\cdot\kappa\cdot(h - x_I)\cdot E_c\cdot(h - x_I)\cdot b - \kappa\cdot(d - x_I)\cdot E_c\cdot A_s\right] - \kappa\cdot(d - x_I)\cdot E_s\cdot A_s = 0$$

mivel $\kappa \neq 0$ ezért végigoszthatunk vele

$$\frac{1}{2}\cdot x_I\cdot E_c\cdot b\cdot x_I - \left[\frac{1}{2}\cdot(h - x_I)\cdot E_c\cdot(h - x_I)\,b - (d - x_I)\cdot E_c\cdot A_s\right] - (d - x_I)E_s\cdot A_s = 0$$

$x_I = 265\,\text{mm}$

A repesztőnyomatékhoz tartozó κ görbület számítása:

A húzott beton szélsőszál határnyúlásához tartozó görbület: $\kappa_{cr} := \frac{\varepsilon_2}{h - x_I}$ $\kappa_{cr} = 4.425 \times 10^{-7} \frac{1}{mm}$

Megjegyzés: *A repedésmentes állapot végét a húzott beton szélsőszál megrepedése okozza, az ehhez tartozó görbület lesz a legkisebb, tehát a mértékadó.*
Elvileg az is elképzelhető lehet, az is hogy a húzott acél megfolyik mielőtt a beton megreped, ezért számoljuk ki lehetséges κ görbületeket:

A nyomott szélsőszál rugalmassági határához tartozó nyúlásához a görbület: $\kappa_1 := \frac{\varepsilon_1}{x_I}$ $\kappa_1 = 2.203 \times 10^{-6} \frac{1}{mm}$

A húzott acél rugalmassági határához tartozó nyúlásából kapott görbület: $\kappa_s := \frac{\varepsilon_{s.E}}{d - x_I}$ $\kappa_s = 1.175 \times 10^{-5} \frac{1}{mm}$

Az II. feszültségi állapot határát jelentő görbület értéke:
(húzott szélső szál megrepedéséhez tartozó görbület)
$\kappa_I := \min\begin{pmatrix}\kappa_1 \\ \kappa_{cr} \\ \kappa_s\end{pmatrix}$ $\boxed{\kappa_I = 4.425 \times 10^{-7} \frac{1}{mm}}$

Nyomatéki egyenlet I. feszültségi állapotban a semleges tengelyre felírva:

$$M = \frac{1}{2}\cdot\kappa\cdot x_I\cdot E_c\cdot b\cdot x_I\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot x_I\right) + \left[\frac{1}{2}\cdot\kappa\cdot\left(h - x_I\right)\cdot E_c\cdot\left(h - x_I\right)\cdot b\cdot\left[\frac{2}{3}\cdot\left(h - x_I\right)\right] - \kappa\cdot\left(d - x_I\right)\cdot E_c\cdot A_s\cdot\left(d - x_I\right)\right] \ldots$$
$$+ \kappa\cdot\left(d - x_I\right)\cdot E_s\cdot A_s\cdot\left(d - x_I\right)$$

vezessük be a $\alpha_E = \frac{E_s}{E_c}$-t, így az egyenlet a következő alakra egyszerűsödik

A nyomatéki egyenletben a húzott beton szélsőszálnak határnyúlásához tartozó görbület van, így a repesztőnyomaték:

$$M_{cr} = \kappa_I\cdot E_c\cdot\left[x_I^3\cdot b\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\cdot\left(h - x_I\right)^3\cdot b + A_s\cdot\left(\alpha_E - 1\right)\cdot\left(d - x_I\right)^2\right]$$

$\boxed{M_{cr} = 29.04\,kN\cdot m}$

ahol $I_I := \frac{b\cdot x_I^3}{3} + \frac{b\cdot\left(h - x_I\right)^3}{3} + A_s\cdot\left(d - x_I\right)^2\cdot\left(\alpha_E - 1\right)$ $I_I = 358575.8\,cm^4$

A feladat alternatív megoldása az ideális keresztmetszeti jellemzők felhasználásával:

A nyomott betonzóna magasságának számítása az ideális keresztmetszeti jellemzőkkel:

Az acél keresztmetszetét a beton keresztmetszetére redukáljuk:

- Az ideális keresztmetszet területe:

$A_i := b \cdot h + A_s \cdot \alpha_E - A_s$ vagyis

$A_i := b \cdot h + (\alpha_E - 1) \cdot A_s$ $\qquad A_i = 1624.8\ \text{cm}^2$

- Az ideális keresztmetszet statikai nyomatéka a felső szélső szálra:

$S_x := b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + A_s \cdot (\alpha_E - 1) \cdot d$ $\qquad S_x = 43115\ \text{cm}^3$

- A nyomott betonzóna magassága:

$x_I := \frac{S_x}{A_i}$ $\qquad x_I = 265\ \text{mm}$

- Ideális keresztmetszet inerciája a semleges tengelyre felírva:

$$I_I := \left(\frac{b \cdot x_I^3}{3}\right) + \frac{b \cdot (h - x_I)^3}{3} + \left[\frac{\phi^4 \cdot \pi}{4} + A_s \cdot (d - x_I)^2\right] \cdot (\alpha_E - 1) \qquad I_I = 358701\ \text{cm}^4$$

- Ideális km. inerciája a semleges tengelyre felírva az acélok saját súlyponti tengelyre felírt inerciájának elhanyagolásával:

$$I_I := \frac{b \cdot x_I^3}{3} + \frac{b \cdot (h - x_I)^3}{3} + A_s \cdot (d - x_I)^2 \cdot (\alpha_E - 1) \qquad I_I = 358701\ \text{cm}^4$$

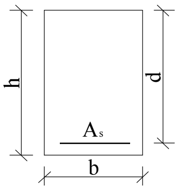
Megjegyzés: mivel az acélok saját súlyponti tengelyre felírt inerciájának elhanyagolása az eredmény pontosságát nem csorbítja, ezért a következőkben ezt mindig elhanyagoljuk

A beton megrepedéséhez tartozó nyomaték: $f_{c.t} = \frac{M_{cr}}{I_I} \cdot (h - x_I)$

$\boxed{M_{cr} = 29.04\ \text{kN} \cdot \text{m}}$

II. FESZÜLTSÉGI ÁLLAPOTBAN LEVŐ VB. KM. SZÁMÍTÁSA

1.2.példa: Határozza meg az alábbi berepedt vb. km. II. feszültségi állapot végét jelentő görbületét és a hozzá tartozó nyomatékot!



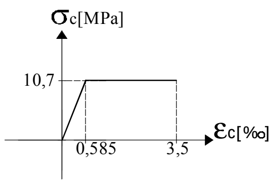
$h = 500\,mm$

$b = 300\,mm$

$d = 450\,mm$

$A_s = 1256.6\,mm^2$

A repedésmentes beton $\sigma(\varepsilon)$ diagramja:

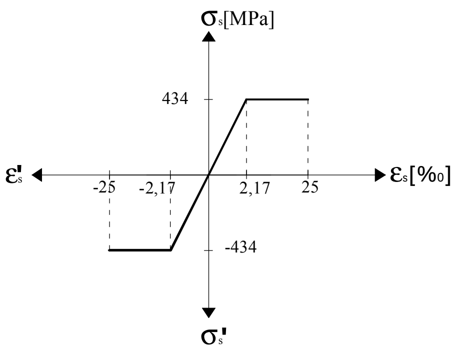


$\varepsilon_{c.E} = 0.585\,‰$

$f_{c.c} = 10.7\,\frac{N}{mm^2}$

$E_c = 18.3\,\frac{kN}{mm^2}$

A betonacél $\sigma(\varepsilon)$ diagramja:

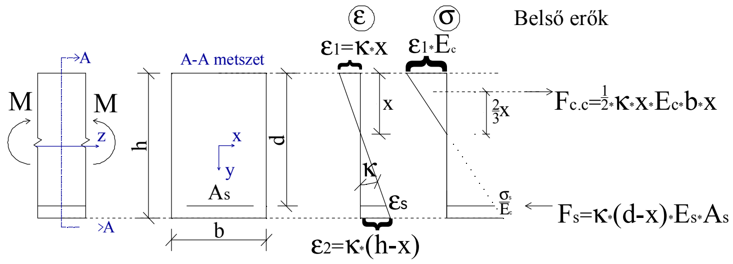


$f_y = 434\,\frac{N}{mm^2}$

$\varepsilon_{s.E} = 2.17\,‰$

$E_s = 200\,\frac{kN}{mm^2}$

<u>Megjegyzés:</u> beton és betonacél s(e) diagramjánál is elegendő lenne lineárisan rugalmas szakaszt megadni, hisz a betonacél a II. feszültségi állapotban nem éri el a diagram képlékeny szakaszát.



<u>A feladat megoldása:</u>

<u>A vetületi egyenletből megkapjuk a repedesmentes vasbeton keresztmetszet súlypontjának helyét::</u>

$$N(x,\kappa) = F_{c.c} + F_s = 0$$

$$\frac{1}{2}\cdot\kappa\cdot x_{II}\cdot E_c\cdot b\cdot x_{II} - \kappa\cdot(d - x_{II})\cdot E_s\cdot A_s = 0 \quad \text{mivel } \kappa \neq 0 \text{ ezért végig oszthatunk vele}$$

$$\frac{1}{2}\cdot x_{II}\cdot E_c\cdot b\cdot x_{II} - (d - x_{II})\cdot E_s\cdot A_s = 0$$

$x_{II} = 162.3\,mm$

<u>A II. feszültségi állapot határát adó κ_{II} görbület számítása:</u>

A nyomott szélsőszál rugalmassági határához tartozó nyúlásához a görbület: $\kappa_1 := \frac{\varepsilon_1}{x_{II}}$ $\quad \kappa_1 = 3.603 \times 10^{-6}\,\frac{1}{mm}$

A húzott acél rugalmassági határához tartozó nyúlásából kapott görbület: $\kappa_s := \frac{\varepsilon_{s.E}}{d - x_{II}}$ $\quad \kappa_s = 7.543 \times 10^{-6}\,\frac{1}{mm}$

A II. feszültségi állapot határát adó κ_{II} görbület:
(a nyomott szélsőszál eléri a rugalmassági határát)

$$\kappa_{II} := \min\begin{pmatrix}\kappa_1 \\ \kappa_s\end{pmatrix} \qquad \boxed{\kappa_{II} = 3.603 \times 10^{-6}\,\frac{1}{mm}}$$

A húzott acélbetét megfolyását okozó nyomaték nagysága:

$$M_{II} = \kappa_{II}\cdot E_c\cdot\left[x_{II}^3\cdot b\cdot\frac{1}{3} + A_s\cdot\alpha_E\cdot(d - x_{II})^2\right] \qquad \boxed{M_{II} = 103.13\,kN\cdot m}$$

ahol $\quad I_{II} := x_{II}^3\cdot b\cdot\frac{1}{3} + A_s\cdot\alpha_E\cdot(d - x_{II})^2 \qquad I_{II} = 156428\,cm^4$

1.3.példa: Határozza meg az alábbi vasbeton keresztmetszet felső-szélső szálának összenyomódását abban az esetben, ha a keresztmetszetre **M=100 kNm** nagyságú hajlítónyomaték hat!

A betonkeresztmetszet geometriai méretei és a felhasznált beton, illetve betonacél szilárdsági jellemzői, mint az előző példákban.

A feladat megoldása:

Tegyük fel, hogy a beton és acél rugalmas állapotban vannak!

A vetületi egyenletből megkapjuk a repedesmentes vasbeton keresztmetszet súlypontjának helyét:: $x_{II} = 162.3\,\text{mm}$

A nyomatéki egyenlet:

$$M = \left(\frac{1}{2}\cdot\kappa\cdot x_{II}\cdot E_c\cdot b\cdot x_{II}\right)\cdot\frac{2}{3}\cdot x_{II} + \left[\kappa\cdot\left(d - x_{II}\right)\cdot E_s\cdot A_s\right]\cdot\left(d - x_{II}\right)$$

ebből a görbületet megkapjuk

$$\kappa = 3.493\times 10^{-6}\,\frac{1}{\text{mm}}$$

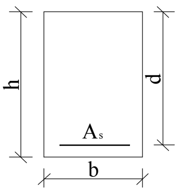
Feltevés ellenőzése: $\varepsilon_s := \kappa\cdot\left(d - x_{II}\right)$ $\quad \varepsilon_s = 1.005\,‰ \quad < \quad \varepsilon_{s.E} = 2.170\,‰$ jó volt a feltevés, az acél rugalmas

Felső szélső szál összenyomódása:

$\varepsilon_c := \kappa\cdot x_{II}$ $\quad \boxed{\varepsilon_c = 0.567\,‰} \quad < \quad \varepsilon_1 = 0.585\,‰$ jó volt a feltevés, a beton rugalmas

AZ II. ÉS III. FESZÜLTSÉGI ÁLLAPOT KÖZÖTTI INTERMEDIER ÁLLAPOTBAN LEVŐ VB. KM. SZÁMÍTÁSA

1.4.példa: Határozza meg az azt a görbületet és hozzátartozó nyomatékot, amikor a betonacélok épp a rugalmas és képlékeny állapot határán van!



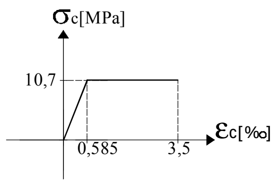
$h = 500\,mm$

$b = 300\,mm$

$d = 450\,mm$

$A_s = 1256.6\,mm^2$

A repedésmentes beton σ(ε) diagramja:



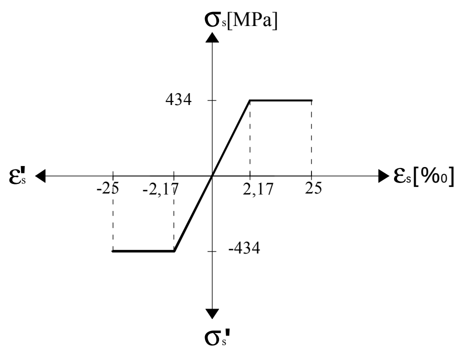
$\varepsilon_{c.E} = 0.585\,‰$

$f_{c.c} = 10.7\,\frac{N}{mm^2}$

$\varepsilon_{cu} = 3.5\,‰$

$E_c = 18.3\,\frac{kN}{mm^2}$

A betonacél σ(ε) diagramja:



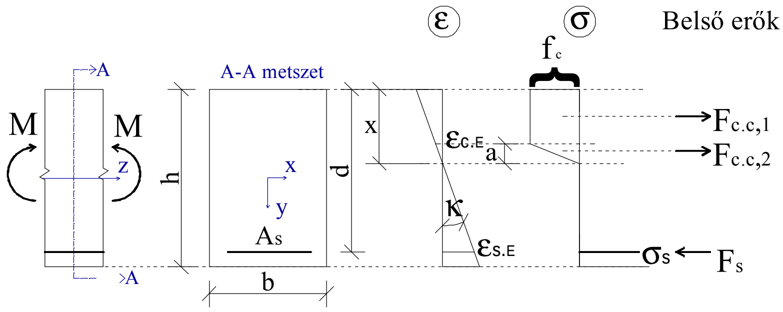
$f_y = 434\,\frac{N}{mm^2}$

$\varepsilon_{s.E} = 2.17\,‰$

$\varepsilon_{su} = 25\,‰$

$E_s = 200\,\frac{kN}{mm^2}$

A feladat megoldása: T.f.h. a beton képlékeny állapotban van



A semleges tengely helye a vetületi egyenletből meghatározható:

$$b\cdot(x-a)\cdot f_{c.c} + \frac{1}{2}\cdot b\cdot a\cdot f_{c.c} - A_s\cdot f_y = 0$$

$$\frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{s.E}} = \frac{a}{d-x} \qquad \text{ebből} \qquad a = \frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{s.E}}\cdot(d-x)$$

$$b\cdot\left[x - \frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{s.E}}\cdot(d-x)\right]\cdot f_{c.c} + \frac{1}{2}\cdot b\cdot\left[\frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{s.E}}\cdot(d-x)\right]\cdot f_{c.c} - A_s\cdot f_y = 0$$

$x = 203.2\,mm$

Az acélbetétek megfolyásához tartozó görbület értéke: $\kappa_{\varepsilon s.E} := \frac{\varepsilon_{s.E}}{d-x}$ $\boxed{\kappa_{\varepsilon s.E} = 8.791\times 10^{-6}\,\frac{1}{mm}}$

Felső szélső szál összenyomódása: $\varepsilon_c := \kappa\cdot x$ $\varepsilon_c = 0.71\,‰$ $>$ $\varepsilon_{c.E} = 0.585\,‰$ a beton valóban képlékeny

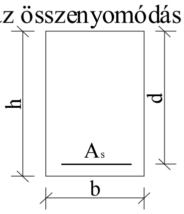
$$a := \frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{s.E}}\cdot(d-x) \qquad a = 66.5\,mm$$

$$M := b\cdot(x-a)\cdot f_{c.c}\cdot\left(d - \frac{x-a}{2}\right) + \frac{1}{2}\cdot b\cdot a\cdot f_{c.c}\cdot\left(d - x + \frac{2}{3}\cdot a\right)$$

$\boxed{M = 198.5\,kN\cdot m}$

III. FESZÜLTSÉGI ÁLLAPOTBAN LEVŐ VB. KM. SZÁMÍTÁSA

1.5.példa: Határozza meg a vb. km.-nek azt a görbületét és a hozzátartozó nyomatékot, amikor a nyomott, felső szélső szálban az összenyomódás eléri a beton határösszenyomódásának értékét!

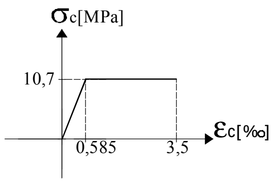


$h = 500\,mm$

$b = 300\,mm$ $\qquad A_s = 1256.6\,mm^2$

$d = 450\,mm$

A repedésmentes beton σ(ε) diagramja:



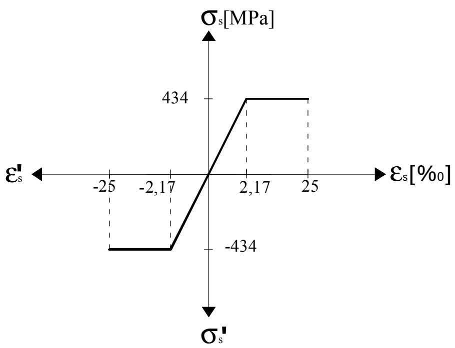
$\varepsilon_{c.E} = 0.585\,‰$

$f_{c.c} = 10.7\,\dfrac{N}{mm^2}$

$\varepsilon_{cu} = 3.5\,‰$

$E_c = 18.3\,\dfrac{kN}{mm^2}$

A betonacél σ(ε) diagramja:



$f_y = 434\,\dfrac{N}{mm^2}$

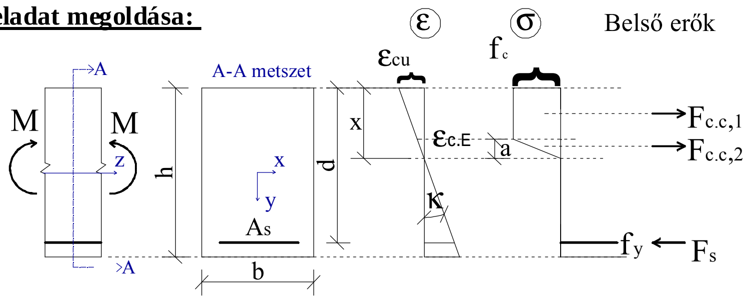
$\varepsilon_{s.E} = 2.17\,‰$

$\varepsilon_{su} = 25\,‰$

$E_s = 200\,\dfrac{kN}{mm^2}$

Megjegyzés: A példánkban szereplő a vb. keresztmetszet úgy kerül a III. feszültség állapotba, hogy nyomott szélső szálban az összenyomódás eléri a beton határösszenyomódásának értékét ($e_{c,felső}=e_{c,u}=3{,}5‰$).

A feladat megoldása:



A semleges tengely helye a vetületi egyenletből meghatározható:

$$b\cdot\left(x_{III}-a\right)\cdot f_{c.c}+\frac{1}{2}\cdot b\cdot a\cdot f_{c.c}-A_s\cdot f_y=0$$

$$\frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{cu}}=\frac{a}{x_{III}} \qquad \text{ebből} \qquad a=\frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{cu}}\cdot x_{III}$$

$$b\cdot\left(x_{III}-\frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{cu}}\cdot x_{III}\right)\cdot f_{c.c}+\frac{1}{2}\cdot b\cdot\left(\frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{cu}}\cdot x_{III}\right)\cdot f_{c.c}-A_s\cdot f_y=0$$

$x_{III} = 185.4\,mm$

A görbület értéke III. feszültségi állapotban: $\kappa_{III} := \dfrac{\varepsilon_{cu}}{x_{III}}$ $\qquad \boxed{\kappa_{III} = 1.888\times 10^{-5}\,\dfrac{1}{mm}}$

Az acélbetétek megnyúlása:

$\varepsilon_s := \kappa\cdot\left(d-x_{III}\right)$ $\qquad \varepsilon_s = 0.924\,‰ \quad > \quad \varepsilon_{c.E} = 0.585\,‰$ az acélbetétek valóban képlékenyek

$a := \dfrac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{cu}}\cdot x_{III}$ $\qquad a = 31\,mm$

$$M_{III} := b\cdot\left(x_{III}-a\right)\cdot f_{c.c}\cdot\left(d-\frac{x_{III}-a}{2}\right)+\frac{1}{2}\cdot b\cdot a\cdot f_{c.c}\cdot\left(d-x_{III}+\frac{2}{3}\cdot a\right)$$

$\boxed{M_{III} = 199\,kN\cdot m}$

II. GYAKORLAT
Hajlított vasbeton keresztmetszet ellenőrzése
(Négyszög és T-alakú keresztmetszetek nyomatéki teherbírása III. feszültségi állapotban)

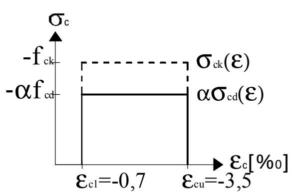
Készítették: Dr. Kiss Rita és Klinka Katalin

A számításokban feltételezzük, hogy:
- a rúd tengelyére merőleges keresztmetszetek a deformációk után síkok és rúd tengelyére merőlegesek maradnak és
- a beton és az acél csúszásmentesen együttdolgozik

Ezeken túl még azt is feltételezzük, hogy a beton III. feszültségi állapotban van és nyomott szélső szálában elérte a határösszenyomódását, azaz $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$,
- ez a feltevés biztos, hogy nem teljesül, ha a vasbeton keresztmetszet gyengén vasalt, mert az acél elszakad, mielőtt a beton szélső szálában létrejönne a határösszenyomódás
- a feltevés teljesül normálisan vasalt keresztmetszet esetén, azaz az acél megfolyt és a betonban létrejön a törési összenyomódás
- a feltevés teljesül túlvasalt keresztmetszet esetén is, azaz a betonban létrejön a törési összenyomódás, de az acél rugalmas állapotban van

- A feladat megoldások során a beton esetén a következő anyagmodellt használjuk :

- anyag modellje: merev-képékeny anyagmodell



1. ábra:A beton s(e) diagramja

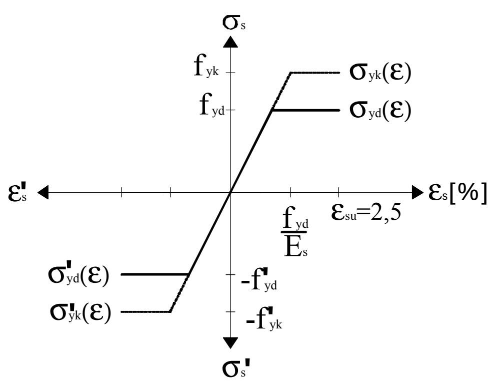
Az EC-ben javasolt beton σ(ε) diagramok közül a legegyszerűbb

- az ábra kitöltöttsége: $c = \dfrac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c1}}{\varepsilon_{cu}} = \dfrac{3.5\cdot‰ - 0.7\cdot‰}{3.5\cdot‰} = 0.8$

Természetesen lehetőség van, ennél pontosabb σ(ε)-diagram használatára is, de mivel a megkívánt számítási pontosságnak ez is megfelel, és a biztonság javára tér el a többi σ(ε)-diagramtól, ezért az egyszerűség kedvéért a továbbiakban ezt használjuk. (Az EC2-ben javasolt többi diagramot lásd a Farkas-Huszár-Kovács-Szalai: 163 old.)

- beton biztonsági tényezője: $\gamma_c := 1.5$
- működési tényező (kedvezőtlen hatásokat figyelembe vevő tényező): $\alpha := 1$ (Magyarországon)
- beton határösszenyomodása: $\varepsilon_{cu} := 3.5\cdot‰$

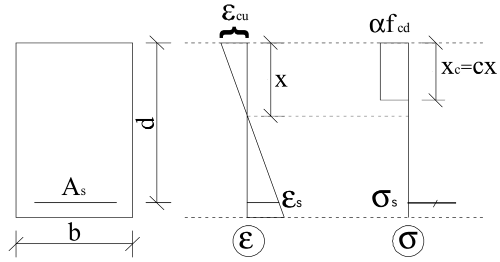
- A feladat megoldások során az acél esetén a következő anyagmodellt használjuk :



2. ábra:Az acél s(e) diagramja

- acél biztonsági tényezője: $\gamma_s := 1.15$
- acél határnyúlása: $\varepsilon_{su} := 25\cdot‰$ (általában)
- acél rugalmassági modulusa: $E_s := 200000\cdot\dfrac{N}{mm^2}$

Annak szemléltetésére, hogy a relatív nyomott betonzónamagasság határhelyzetének képletének kényelmes, általunk használt végleges formája, nem mértékegység konzekvens, mégis fizikai tartalommal bír, álljon itt a $\xi_{c0} = \dfrac{560}{f_{yd} + 700}$ képletének levezetése:



3. ábra: A vasbeton keresztmetszet e -, s -ábrája

Az x és az x_c viszonya az 1. és a 3. ábra alapján belátható (hasonló háromszögek):

$$x_c = 0.8x = c \cdot x \qquad \text{vagy}$$

$$\frac{x_c}{x} = \frac{-3.5‰ - 0.7‰}{-3.5‰} \qquad x = 1.25x_c = \frac{x_c}{c}$$

Az acélban keletkező nyúlás (aránypárból a 3. ábra alapján): $\varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \cdot \dfrac{d - x}{x}$

Az acél folyik, ha $\varepsilon_s > \dfrac{f_{yd}}{E_s}$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{c \cdot d}{x_c} - 1 \right) > \frac{f_{yd}}{E_s} \qquad \text{átrendezve}$$

$$\frac{x_c}{d} < \frac{c \cdot (-\varepsilon_{cu}) \cdot E_s}{f_{yd} + (-\varepsilon_{cu}) \cdot E_s} = \xi_{c0} \qquad \text{ahol} \qquad \xi_c = \frac{x_c}{d} \qquad \text{és} \qquad \xi_{c0} = \frac{c \cdot \varepsilon_{cu} \cdot E_s}{f_{yd} + \varepsilon_{cu} \cdot E_s}$$

behelyettesítve $\varepsilon_{su} := 25 \cdot ‰\,;\; E_s := 200000 \cdot \dfrac{N}{mm^2}\,;\; c := 0.8$ megkapjuk

$\xi_c < \xi_{c0} = \dfrac{560}{f_{yd} + 700}$ és ha ez az egyenlőtlenség teljesül, akkor a húzott acélbetétek megfolynak

<u>Megjegyzés</u>: a képletben az f_{yd} N/mm²-ben van, de dimenzió nélkül kell beírni

<u>A teljesség kedvéért álljon itt:</u>

- relatív nyomott betonzónamagasság határhelyzete a húzott acélbetétekhez: $\xi_{c0} = \dfrac{560}{f_{yd} + 700}$

- relatív nyomott betonzónamagasság határhelyzete a nyomott acélbetétekhez: $\xi'_{c0} = \dfrac{560}{700 - f_{yd}}$

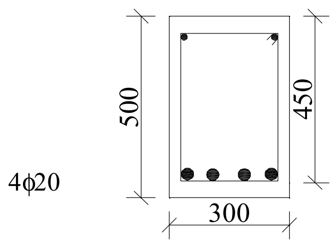
- a rugalmas, húzott acélbetétek esetén a redukált feszültség képlete: $\sigma_s = \dfrac{560}{\frac{x_c}{d}} - 700$

- a rugalmas, nyomott acélbetétekben esetén a redukált feszültség képlete: $\sigma'_s = 700 - \dfrac{560}{\frac{x_c}{d'}}$

EGYSZERESEN VASALT NÉGYSZÖGKERESZTMETSZET HATÁRNYOMATÉKA

NORMÁLISAN VASALT VB. KERESZTMETSZET

2.1.példa: Ellenőrizze az alábbi keresztmetszetet a megadott pozitív hajlítónyomatékra:



M_{Ed}=190 kNm

Anyagok :

Beton: C16/20
Betonacél: S500B

Feladat definiálása:

Geometria jellemzők definiálása:

$h := 500mm$ $b := 300mm$ $d := 450mm$

- az alkalmazott húzott vasalás: $n := 4$ darab $\phi := 20mm$ $A_s := n \cdot \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4}$ $A_s = 1256.6\,mm^2$

Anyagjellemzők definiálása:

beton: C16/20

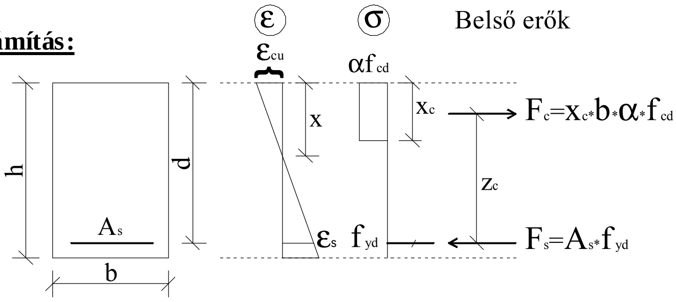
- a beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke: $f_{ck} := 16 \cdot \frac{N}{mm^2}$
- a beton nyomószilárdságának tervezési értéke: $f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $f_{cd} = 10.7 \frac{N}{mm^2}$
- a beton húzószilárdságának várható értéke: $f_{ctm} := 1.9 \frac{N}{mm^2}$

acél: **S500B**

- az acél folyási határának karakterisztikus értéke: $f_{yk} := 500 \cdot \frac{N}{mm^2}$
- az acél folyási határának tervezési értéke: $f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ $f_{yd} = 434.8 \frac{N}{mm^2}$
- relatív nyomott betonzónamagasság határhelyzete a húzott acélbetétekhez: $\xi_{c0} := \frac{560}{f_{yd} + 700}$ $\xi_{c0} = 0.493$
- relatív nyomott betonzónamagasság határhelyzete a nyomott acélbetétekhez: $\xi'_{c0} := \frac{560}{700 - f_{yd}}$ $\xi'_{c0} = 2.111$

$x_{c0} := d \cdot \xi_{c0}$ $x_{c0} = 222.1\,mm$

Számítás:



4. ábra: A vasbeton keresztmetszet e -, s -ábrája és belső erői

Tegyük fel, hogy a húzott acélbetétek folynak (s_s=f_{yd}) (T.f.h a km normálisan vasalt)

A vetületi egyenlet:

$x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} = A_s \cdot f_{yd}$ $\boxed{x_c = 170.7\,mm}$

ahol $b = 300\,mm$ $\alpha = 1.0$ $f_{cd} = 10.7 \frac{N}{mm^2}$ $A_s = 1256.6\,mm^2$ $f_{yd} = 434.8 \frac{N}{mm^2}$

Feltevés ellenőrzése (hasonló háromszögek): σ(ε)-diagram kitöltöttsége: $c = 0.8$

Az acélban keletkező nyúlás:

$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{cu}} = \frac{d - \frac{x_c}{c}}{\frac{x_c}{c}}$ átrendezve $\varepsilon_s := \varepsilon_{cu} \cdot \frac{d - \frac{x_c}{c}}{\frac{x_c}{c}}$ $\varepsilon_s = 3.88\,‰$

rugalmássági határ: $\varepsilon_{s.E} := \frac{f_{yd}}{E_s}$ $\varepsilon_{s.E} = 2.174\,‰$

$\varepsilon_s = 3.88\,‰$ > $\varepsilon_{s.E} = 2.174\,‰$ ezért az acélbetétek tényleg megfolynak

A feltevés ellenőrzése (relatív nyomott betonzóna magasság határhelyzete alapján) :

$\xi_c := \frac{x_c}{d}$ $\xi_c = 0.379 < \xi_{c0} = 0.493$ A felt. helyes volt, az acélbetétek folyási állapotban vannak

vagy

$x_c = 170.7\,mm < x_{c0} = 222.1\,mm$

Továbbá az acélbetétek megnyúlása:

$\varepsilon_s = 3.88\,‰$ < $\varepsilon_{su} = 25\,‰$ acélbetétek nem szakadnak el

A nyomatéki egyenlet húzott vasak súlyvonalára:

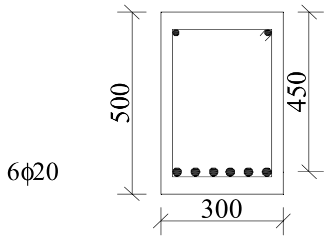
$M_{Rd} := b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_c}{2}\right)$ $\boxed{M_{Rd} = 199.2\,kN \cdot m}$

ahol $b = 300\,mm$ $x_c = 170.7\,mm$ $\alpha = 1.0$ $f_{cd} = 10.7 \frac{N}{mm^2}$ $d = 450\,mm$

$M_{Rd} = 199.2\,kN \cdot m$ > $M_{Ed} = 190\,kN \cdot m$ a keresztmetszet hajlításra megfelel

TÚLVASALT VB. KERESZTMETSZET

2.2. példa: Ellenőrizze az alábbi keresztmetszetet a megadott pozitív hajlítónyomatékra:

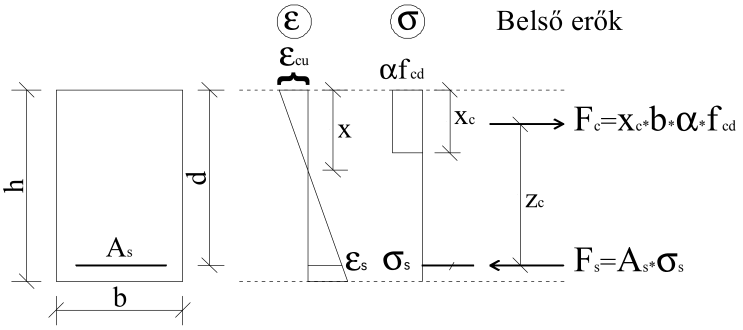


$M_{Ed} := 230 \cdot kN \cdot m$

Anyagok :

Beton: C16/20
Betonacél: S500B

Feladat definiálása:



5. ábra: A vasbeton keresztmetszet e -, s -ábrája és belső erői

Geometria jellemzők definiálása:

$h := 500mm$ $b := 300mm$ $d := 450mm$

- az alkalmazott húzott vasalás: $n := 6$ darab $\phi := 20mm$ $A_s := n \cdot \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4}$ $A_s = 1885\,mm^2$

Anyagjellemzők: lásd 2.1. példa

Számítás:

Tegyük fel, hogy a húzott acélbetétek folynak (T.f.h a km normálisan vasalt)

A vetületi egyenlet:

$x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} = A_s \cdot f_{yd}$ $\boxed{x_c = 256.1\,mm}$

ahol $b = 300\,mm$ $\alpha = 1.0$ $f_{cd} = 10.7 \frac{N}{mm^2}$ $A_s = 1885\,mm^2$ $f_{yd} = 434.8 \frac{N}{mm^2}$

A feltevés ellenőrzése :

$\xi_c := \frac{x_c}{d}$ $\xi_c = 0.569$ > $\xi_{c0} = 0.493$ A feltételezés nem volt helyes, az acélbetétek rugalmas állapotban vannak (*keresztmeteszet túlvasalt)*

vagy

$x_c = 256.1\,mm$ > $x_{c0} = 222.1\,mm$ A feltételezés nem volt helyes, az acélbetétek rugalmas állapotban vannak

A feltevés módosítása miatt a vetületi egyenlet újbóli felírása:

$x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} = A_s \cdot \left(\frac{560}{\frac{x_c}{d}} - 700 \right)$ *(az egyenlet megoldása másodfokú egyenletre vezet, melyből a fizikai tartalommal bíró gyökét használjuk fel a feladat megoldása során)*

$\boxed{x_c = 230.8\,mm}$

ahol $b = 300\,mm$ $f_{cd} = 10.7 \frac{N}{mm^2}$ $A_s = 1885\,mm^2$

Acél rugalmasságának ellenőrzése:

$\xi_c := \dfrac{x_c}{d}$ $\qquad \xi_c = 0.513 \; > \; \xi_{c0} = 0.493$ $\qquad$ az acélbetétek rugalmas állapotban vannak

vagy

$x_c = 230.8\,\text{mm} \; > \; x_{c0} = 222.1\,\text{mm}$

Az acélban keletkező feszültség: $\sigma_s := \dfrac{560}{\dfrac{x_c}{d}} - 700$ $\qquad \sigma_s = 391.8\,\dfrac{N}{mm^2} \; < \; f_{yd} = 434.8\,\dfrac{N}{mm^2}$

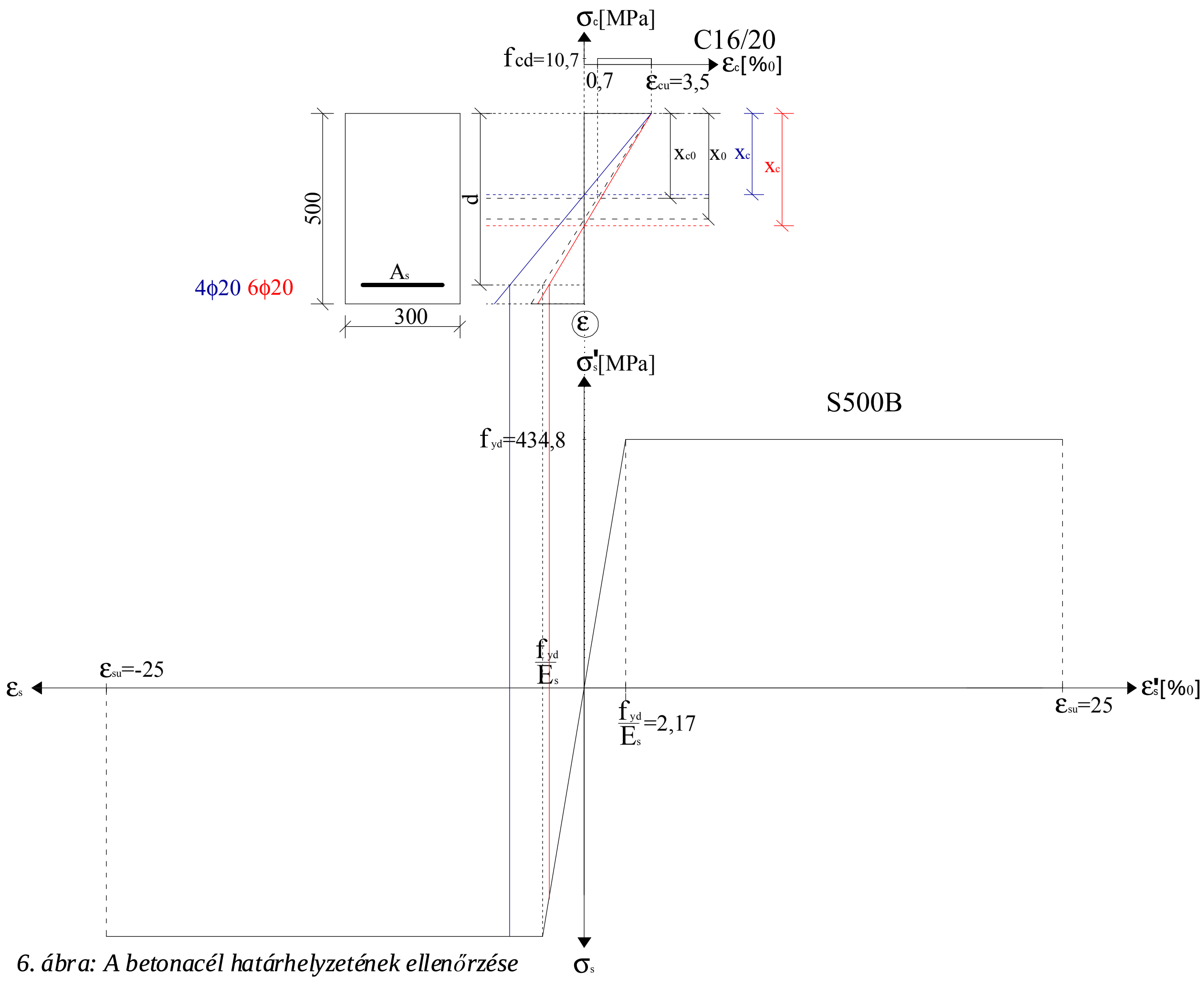
<u>A nyomatéki egyenlet húzott vasak súlyvonalára:</u>

$M_{Rd} := b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \dfrac{x_c}{2}\right)$ $\qquad \boxed{M_{Rd} = 247.1\,kN \cdot m}$

ahol $\quad b = 300\,\text{mm} \qquad x_c = 230.8\,\text{mm} \qquad f_{cd} = 10.7\,\dfrac{N}{mm^2} \qquad d = 450\,\text{mm}$

$M_{Rd} = 247.1\,kN \cdot m \quad > \quad M_{Ed} = 230\,kN \cdot m$ $\qquad$ a keresztmetszet hajlításra megfelel

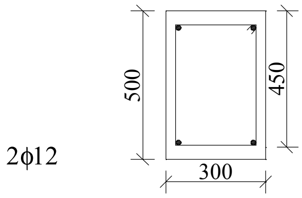
<u>Megjegyzés:</u> A 2.1. és a 2.2. példában a vasbeton keresztmetszetben beton méretei egyforma nagyságúk voltak,
a 2.1 példában a húzott vasalás 4f20 volt és így a keresztmetszet nyomatéki teherbírása M_{Rd}=199,2kNm
a 2.2 példában a húzott vasalás 6f20 volt és így a keresztmetszet nyomatéki teherbírása M_{Rd}=234,2kNm.
A vasmennyiség növelésével az x_c nyomott betonzóna magassága is nőtt, hiszen több beton kell bevonni a nyomott zónába ahhoz, hogy egyensúlyban legyenek a keresztmetszet belső erői (lásd 6. ábra)
A gyakorlatban a túlvasalt keresztmetszetet kerülni kell!



6. ábra: A betonacél határhelyzetének ellenőrzése

GYENGÉN VASALT VB. KERESZTMETSZET

2.3 példa: Ellenőrizze az alábbi keresztmetszetet a megadott pozitív hajlítónyomatékra:



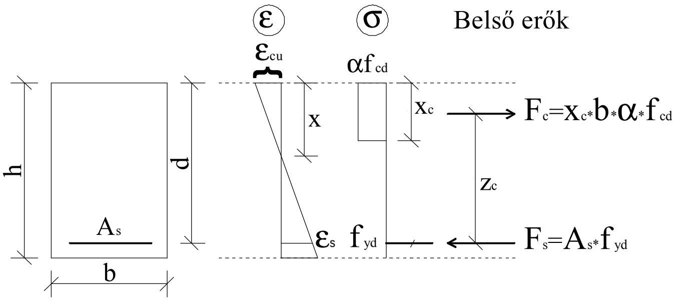
$M_{Ed} := 105 \cdot kN \cdot m$

Anyagok :

Beton: C16/20

Betonacél: S500B

Megoldás:



Geometria jellemzők definiálása:

$h := 500mm$

$b := 300mm$

$d := 450mm$

7. ábra: A vasbeton keresztmetszet e -, s -ábrája és belső erői

- az alkalmazott húzott vasalás: $n := 2$ darab $\phi := 12mm$ $A_s := n \cdot \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4}$ $A_s = 226.2\,mm^2$

Anyagjellemzők: lásd a 2.1. példában

Számítás:

Tegyük fel, hogy a húzott acélbetétek folynak (T.f.h a km normálisan vasalt)

A vetületi egyenlet:

$x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} = A_s \cdot f_{yd}$ $\boxed{x_c = 30.7\,mm}$

ahol $b = 300\,mm$ $\alpha = 1.0$ $f_{cd} = 10.7 \frac{N}{mm^2}$ $A_s = 226.2\,mm^2$ $f_{yd} = 434.8 \frac{N}{mm^2}$

A feltevés ellenőrzése (aránypárral):

σ(ε)-diagram kitöltöttsége: $c := 0.8$

Az acélban keletkező nyúlás:

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{cu}} = \frac{d - \frac{x_c}{c}}{\frac{x_c}{c}} \quad \text{átrendezve} \quad \varepsilon_s := \varepsilon_{cu} \cdot \frac{d - \frac{x_c}{c}}{\frac{x_c}{c}} \quad \varepsilon_s = 37.498\,‰$$

rugalmássági határ: $\varepsilon_E := \frac{f_{yd}}{E_s}$ $\varepsilon_E = 2.174\,‰$

$\varepsilon_s = 37.498\,‰$ > $\varepsilon_E = 2.174\,‰$ ezért az acél tényleg folyik

A feltevés ellenőrzése (relatív nyomott betonzónamagasság határhelyzete alapján) :

$\xi_c := \frac{x_c}{d}$ $\xi_c = 0.068$ < $\xi_{c0} = 0.493$ A felt. helyes volt, az acélbetétek folyási állapotban vannak

DE!!!!! $\varepsilon_s = 37.498\,‰$ > $\varepsilon_{su} = 25\,‰$ ***acélbetétek elszakadnak !!!!*** *keresztmetszet gyengén vasalt*

A nyomatéki egyenlet húzott vasak súlyvonalára:

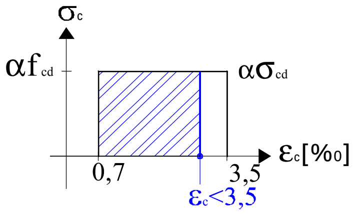
$$M_{Rd} := b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_c}{2} \right) \qquad \boxed{M_{Rd} = 42.7\,kN \cdot m}$$

A feltevés helytelen, ezért elvileg előről kell kezdeni a feladatot, de könnyen belátható, hogy a vetületi és a nyomatéki egyenletben számszerűen semmi nem változik.

ahol $b = 300\,mm$ $\quad x_c = 30.7\,mm$ $\quad \alpha = 1.0$ $\quad f_{cd} = 10.7 \frac{N}{mm^2}$ $\quad d = 450\,mm$

$\boxed{M_{Rd} = 42.7\,kN \cdot m}$ $\quad < \quad$ $M_{Ed} = 105\,kN \cdot m$ $\quad$ **a keresztmetszet hajlításra nem felel meg!!!!**

Megjegyzés: az acélbetétek elszakadnak mielőtt a beton szélső szálában kialakulna határösszenyomódás (e_{cu}=3,5 ‰)



8. ábra: A beton s(e) diagramjának kitöltöttsége

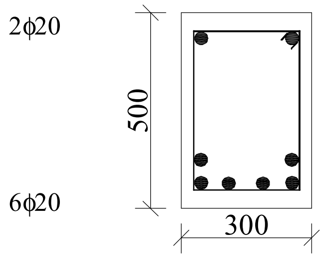
$$\frac{\varepsilon_c - 0.7 \cdot ‰}{0.7 \cdot ‰} < 0.8$$

Az ábra kitöltöttsége: $\quad c = \frac{x_c}{x} \neq 0.8$

A gyengén vasalt km. határnyomatéka tehát a normálisan vasalt km.-tel azonos összefüggésekkel számítható, csak a tönkremenetel jellege és x_c illetve x egymáshoz viszonyított aránya változik.

KÉTSZERESEN VASALT NÉGYSZÖGKERESZTMETSZET HATÁRNYOMATÉKA

2.4. példa: Ellenőrizze az alábbi keresztmetszetet a megadott pozitív hajlítónyomatékra:



$M_{Ed} := 290 \cdot kN \cdot m$

Anyagok :

Beton: C16/20
Betonacél: S500B

<u>Geometria jellemzők definiálása:</u>

$h := 500mm$ $b := 300mm$

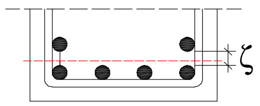
kengyel: $\phi_k := 10mm$

betonfedés: $bf := 20mm$

a vasak kedvezőtlen elmozdulása: $\delta := 10mm$

<u>alkalmazott húzott vasalás:</u> $n := 6$ darab $\phi := 20mm$ $A_s := n \cdot \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4}$ $A_s = 1885\,mm^2$

<u>Megjegyzés:</u> Ha a keresztmetszetben az acélbetétek két vagy több sorban helyezkednek el, akkor számításban a súlypontjukban egyetlen acélkeresztmetszettel helyettesített acélbetétek hasznos magasságát a következőképpen számítjuk:



12. ábra:Acélbetétek súlyvonala

vasak közötti minimális távolság: $\zeta := \max\begin{pmatrix} \phi \\ 20mm \end{pmatrix}$ $\zeta = 20\,mm$

alsó sorban levő vasak száma: $n_{alsó} := 4$

felső sorban levő vasak száma: $n_{felsõ} := 2$

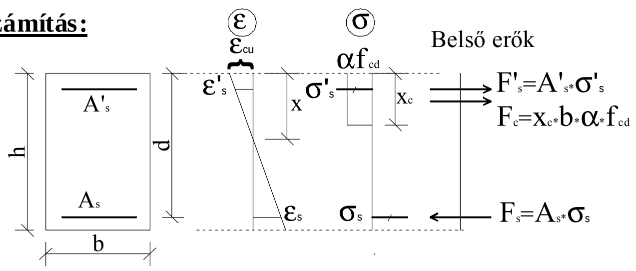
hasznos magasság: $d := h - bf - \phi_k - \frac{\phi}{2} - \frac{n_{felsõ}}{n_{felsõ} + n_{alsó}} \cdot \left(\frac{\phi}{2} + \zeta + \frac{\phi}{2}\right) - \delta$ $d = 436.7\,mm$

<u>alkalmazott nyomott vasalás:</u> $n' := 2$ darab $\phi' := 20mm$ $A'_s := n' \cdot \frac{\phi'^2 \cdot \pi}{4}$ $A'_s = 628.3\,mm^2$

hasznos magasság: $d' := bf + \phi_k + \frac{\phi'}{2} + \delta$ $d' = 50\,mm$

<u>Anyagjellemzők:</u> lásd a 2.1. példában

<u>Számítás:</u>



13. ábra:A vasbeton keresztmetszet e -, s -ábrája és a belső erők

Tegyük fel, hogy a húzott acélbetétek ($s_s=f_{yd}$) is és a nyomott acélbetétek ($s'_s=f_{yd}$) is folynak

<u>A vetületi egyenlet:</u>

$x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} + A'_s \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd} = 0$ $\boxed{x_c = 170.7\,mm}$

ahol $b = 300\,mm$ $\alpha = 1.0$ $f_{cd} = 10.7 \frac{N}{mm^2}$ $A'_s = 628.3\,mm^2$ $A_s = 1885\,mm^2$ $f_{yd} = 434.8 \frac{N}{mm^2}$

A feltevés ellenőrzése :

$\xi_c := \dfrac{x_c}{d}$ $\quad \xi_c = 0.391 \quad < \quad \xi_{c0} = 0.493$ $\quad$ A felt. helyes volt, a húzott acélbetétek folyási állapotban vannak

$\xi'_c := \dfrac{x_c}{d'}$ $\quad \xi'_c = 3.415 \quad > \quad \xi'_{c0} = 2.111$ $\quad$ A felt. helyes volt, a nyomott acélbetétek folyási állapotban vannak

<u>A nyomatéki egyenlet húzott vasak súlyvonalára:</u>

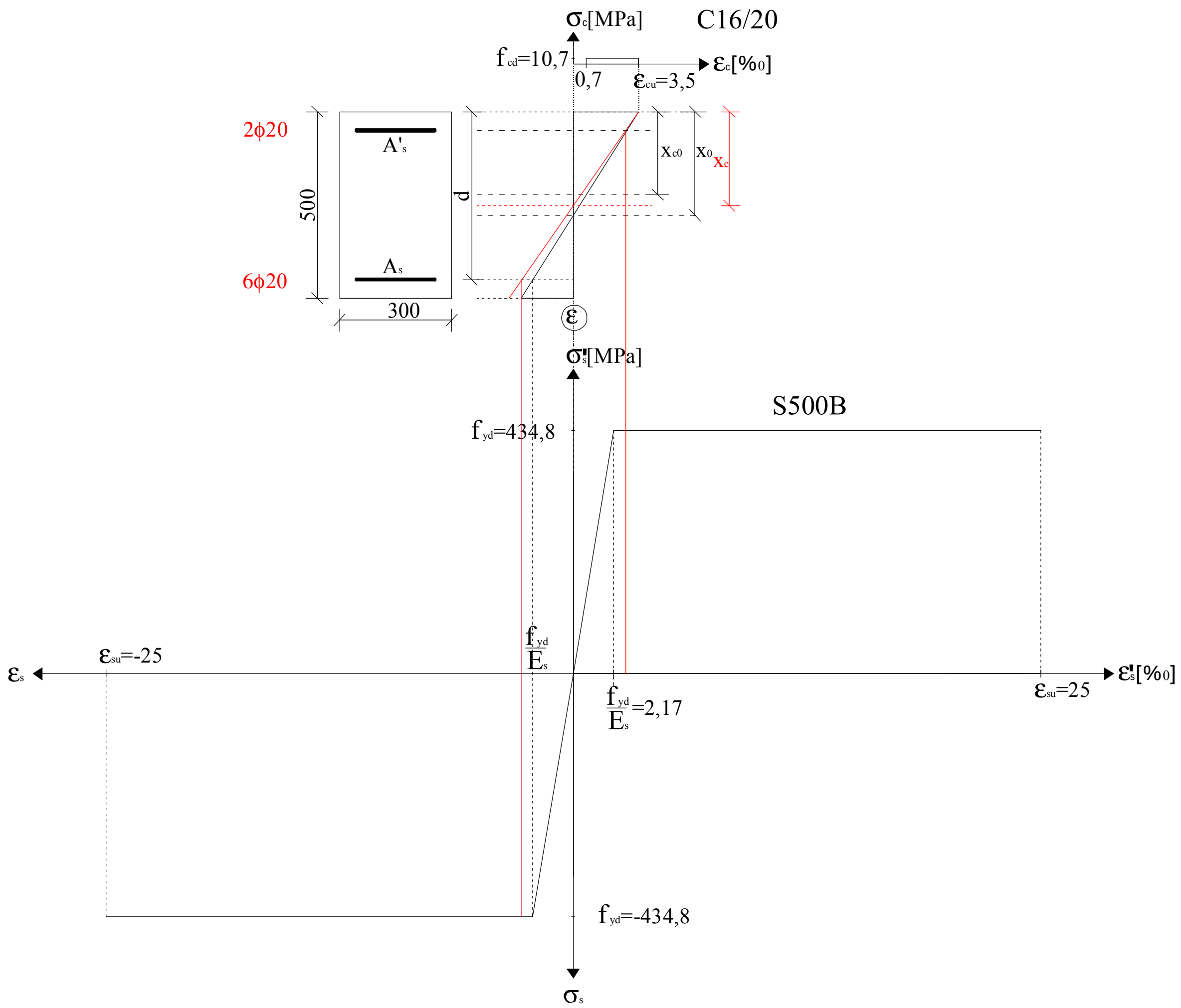
$$M_{Rd} := b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_c}{2}\right) + A'_s \cdot f_{yd} \cdot (d - d')$$

$$\boxed{M_{Rd} = 297.6\,kN \cdot m}$$

ahol $\quad b = 300\,mm \quad x_c = 170.7\,mm \quad f_{cd} = 10.7\,\dfrac{N}{mm^2} \quad A'_s = 628.3\,mm^2 \quad d = 436.7\,mm \quad f_{yd} = 434.8\,\dfrac{N}{mm^2} \quad d' = 50\,mm$

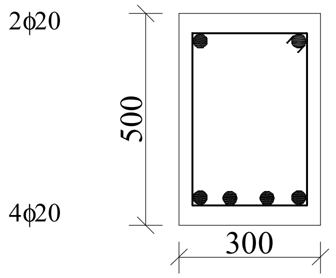
$M_{Rd} = 297.6\,kN \cdot m \quad > \quad M_{Ed} = 290\,kN \cdot m$ $\quad$ a keresztmetszet hajlításra megfelel

<u>Megjegyzés:</u> (A megelőző példákban a vasbeton keresztmetszetben beton méretei egyforma nagyságúak voltak) Az eredményeket összevetve tehát jól követhető, hogyan változik a nyomott zóna magassága és a keresztmetszet hajlítónyomatéki ellenállása a vasalás változtatásával.



14. ábra: A betonacél nyúlásának ellenőrzése

2.5. példa: Ellenőrizze az alábbi keresztmetszetet a megadott pozitív hajlítónyomatékra:



$M_{Ed} := 200 \cdot kN \cdot m$

Anyagok :

Beton: C16/20
Betonacél: S500B

Geometria jellemzők definiálása:

kengyel: $\phi_k := 10mm$ betonfedés: $bf := 20mm$ a vasak kedvezőtlen elmozdulása miatt: $\delta := 10mm$

alkalmazott húzott vasalás: $n := 4$ darab $\phi := 20mm$ $A_s := n \cdot \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4}$ $A_s = 1256.6\,mm^2$

hasznos magasság: $d := h - bf - \phi_k - \frac{\phi}{2} - \delta$ $d = 450\,mm$

alkalmazott nyomott vasalás: $n' := 2$ darab $\phi' := 20mm$ $A'_s := n' \cdot \frac{\phi'^2 \cdot \pi}{4}$ $A'_s = 628.3\,mm^2$

hasznos magasság: $d' := bf + \phi_k + \frac{\phi'}{2} + \delta$ $d' = 50\,mm$

Anyagjellemzők: lásd a 2.1. példában

Számítás:

Tegyük fel, hogy a húzott acélbetétek is és a nyomott acélbetétek is folynak

A vetületi egyenlet: $x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} + A'_s \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd} = 0$

$\boxed{x_c = 85.4\,mm}$

ahol $b = 300\,mm$ $\alpha = 1.0$ $f_{cd} = 10.7\,\frac{N}{mm^2}$ $A'_s = 628.3\,mm^2$ $f_{yd} = 434.8\,\frac{N}{mm^2}$ $A_s = 1256.6\,mm^2$

A feltevés ellenőrzése :

$\xi_c := \frac{x_c}{d}$ $\xi_c = 0.19$ $<$ $\xi_{c0} = 0.493$ A felt. helyes volt, a húzott acélbetétek folyási állapotban vannak

$\xi'_c := \frac{x_c}{d'}$ $\xi'_c = 1.707$ $<$ $\xi'_{c0} = 2.111$ A felt.nem volt helyes, a nyomott acélbetétek rugalmas állapotúak

A feltevés módosítása miatt a vetületi egyenlet újbóli felírása:

(húzott acélbetétek folynak, nyomottak rugalmasak)

$$x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} + A'_s \cdot \left(700 - \frac{560}{\frac{x_c}{d'}}\right) - A_s \cdot f_{yd} = 0$$

(az egyenlet megoldása másodfokú egyenletre vezet, melyből a fizikai tartalommal bíró gyökét használjuk fel a feladat megoldása során)

$\boxed{x_c = 92.6\,mm}$

Megjegyzés: használatos még a redukált feszültség alábbi alakja is:

$$\sigma'_s := \left(\frac{560}{\frac{x_c}{d'}} - 700\right)$$

Ez a forma az előbb alkalmazott képlet ellentettjét adja és egyébként formailag egyezik a húzott oldali rugalmas acélbetét feszültségét számító képlettel. Tekinthetjük ezt egy általánosan használható képletnek, ami mechanikai értelemben ad előjelhelyes eredményt, tehát húzott betonacél esetén pozitív, nyomott esetén pedig negatív eredményt ad. Mindkét formula használható, de a zárójel előtti előjel úgy választandó, hogy a kifejezés előjele nyomott betonacél esetén a nyomott beton által képviselt erővel azonos (általában pozitív) előjelet adjon. A nyomatéki egyenletben azonos megoldást kell választanunk.

mivel ez az előbbi alakkal ellentétes előjelű, ezért a vetületi egyenlet a alakja a következő:

$$x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} + A'_s \cdot \left[-\left(\frac{560}{\frac{x_c}{d}} - 700\right)\right] - A_s \cdot f_{yd} = 0$$

Feltétel ellenőrzése:

$\xi_c := \frac{x_c}{d}$ $\xi_c = 0.206$ $<$ $\xi_{c0} = 0.493$ a húzott acél képlékeny

$\xi'_c := \frac{x_c}{d'}$ $\xi'_c = 1.853$ $<$ $\xi'_{c0} = 2.111$ a nyomott acél rugalmas

nyomott acélban keletkező feszültség: $\sigma'_s := \frac{560}{\frac{x_c}{d}} - 700$ $\sigma'_s = -397.75 \frac{N}{mm^2}$

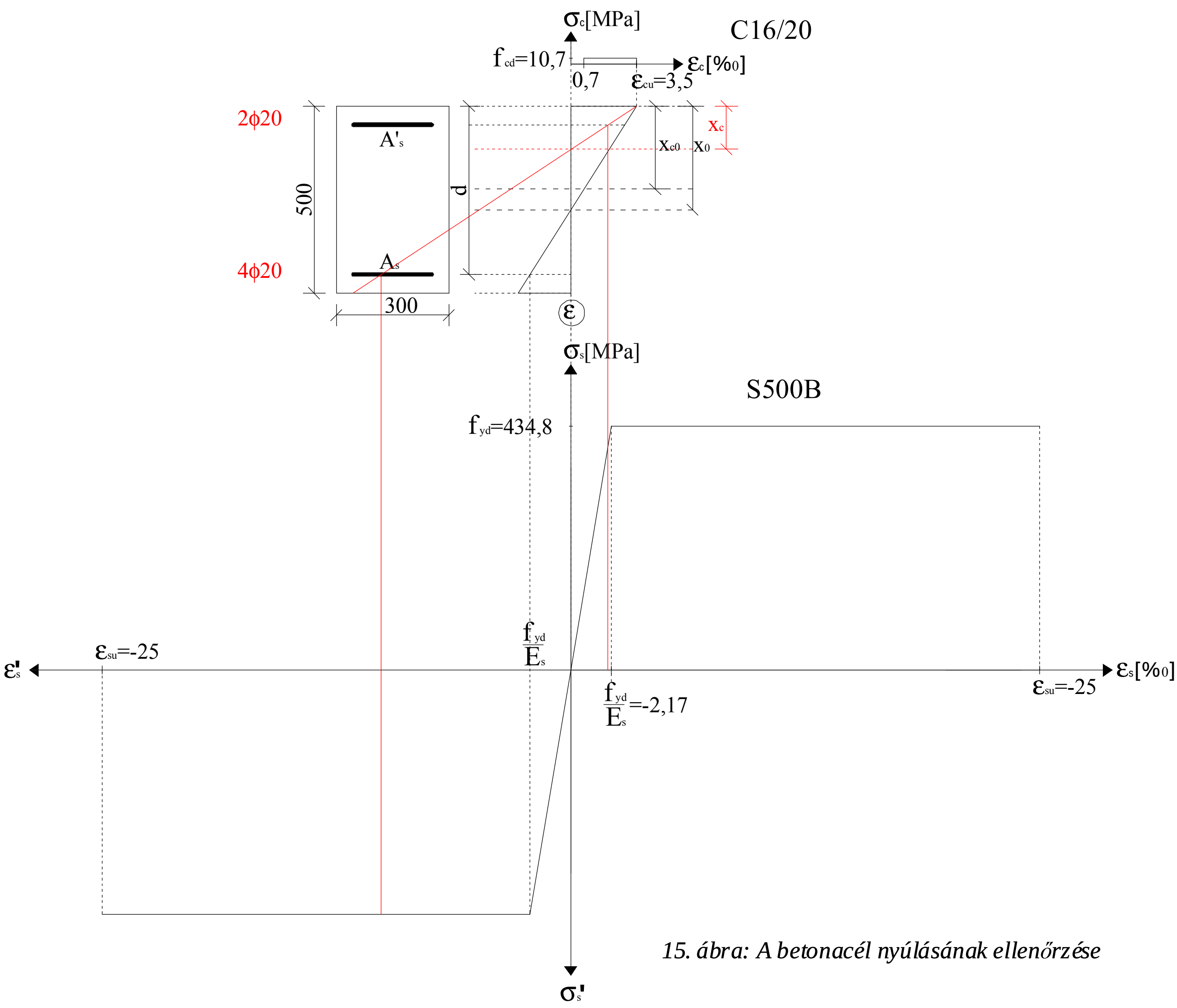
$|\sigma'_s| = 397.8 \frac{N}{mm^2}$ $\left(< f_{yd} = 434.8 \frac{N}{mm^2}\right)$

<u>A nyomatéki egyenlet húzott vasak súlyvonalára:</u>

$$M_{Rd} := b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_c}{2}\right) + A'_s \cdot (-\sigma'_s) \cdot (d - d')$$ $$\boxed{M_{Rd} = 219.6\,kN \cdot m}$$

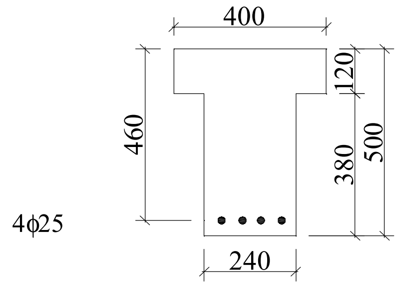
ahol $b = 300\,mm$ $x_c = 92.6\,mm$ $f_{cd} = 10.7 \frac{N}{mm^2}$ $d = 450\,mm$ $d' = 50\,mm$ $A'_s = 628.3\,mm^2$

$M_{Rd} = 219.6\,kN \cdot m$ $>$ $M_{Ed} = 200\,kN \cdot m$ a keresztmetszet hajlításra megfelel



15. ábra: A betonacél nyúlásának ellenőrzése

2.6. példa: Ellenőrizze az alábbi T keresztmetszetet a megadott pozitív hajlítónyomatékra:

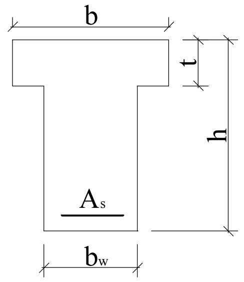


$M_{Ed} := 250 \cdot kN \cdot m$

Anyagok :

Beton: C16/20
Betonacél: S400B

Feladat definiálása:



16. ábra:
A T-keresztmetszet jelölései

Geometria jellemzők definiálása:

$h := 500mm$
$b := 400mm$
$d := 460mm$
$t := 120mm$ (a fejlemez vastasága)
$b_w := 240mm$ (borda szélessége)

- az alkalmazott húzott vasalás: $n := 4$ darab $\phi := 25mm$ $A_s := n \cdot \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4}$ $A_s = 1963.5\,mm^2$

Anyagjellemzők definiálása:

beton: C16/20

$f_{ck} := 16 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $f_{cd} = 10.7 \frac{N}{mm^2}$

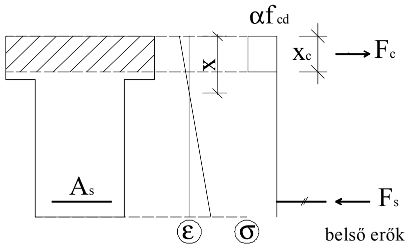
acél: **S400B**

$f_{yk} := 400 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ $f_{yd} = 347.8 \frac{N}{mm^2}$

$\xi_{c0} := \frac{560}{f_{yd} + 700}$ $\xi_{c0} = 0.534$

Számítás:

Tegyük fel, hogy a húzott acélbetétek folynak és
Tegyük fel, hogy a nyomott zóna a fejlemezben van



17. ábra: A T-keresztmetszet e -, s -ábrája és a belső erők

A vetületi egyenlet: $x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} = A_s \cdot f_{yd}$ $\boxed{x_c = 160.1\,mm}$

ahol $b = 400\,mm$ $\alpha = 1.0$ $f_{cd} = 10.7 \frac{N}{mm^2}$ $A_s = 1963.5\,mm^2$ $f_{yd} = 347.8 \frac{N}{mm^2}$

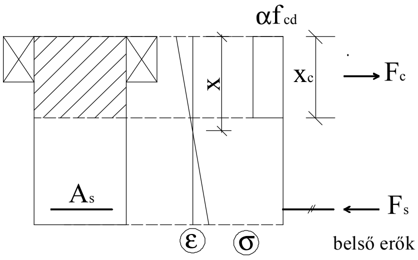
A feltevés ellenőrzése :

$\xi_c := \frac{x_c}{d}$ $\xi_c = 0.348$ < $\xi_{c0} = 0.534$ a feltevés helyes, az acélbetétek folyási állapotban vannak

$x_c = 160.1\,mm$ > $t = 120\,mm$ a feltevés helytelen, a nyomott zóna a bordába nyúlik

Megjegyzés: ha x_c<t, akkor a T-keresztmetszet négyszög keresztmetszetként számolható,
hisz az egyenletek felírásakor irreleváns, mi van nyomott zóna alatt

A feltevés módosítása miatt a vetületi egyenlet újbóli felírása



18. ábra: T-keresztmetszet e -, s -ábrája és a belső erők

$$\left[t\cdot\left(b-b_w\right)+x_c\cdot b_w\right]\cdot\alpha\cdot f_{cd}=A_s\cdot f_{yd}$$

$\boxed{x_c = 186.8\,mm}$ $>$ $t = 120\,mm$

ahol $b = 400\,mm$ $b_w = 240\,mm$ $t = 120\,mm$ $f_{cd} = 10.7\,\frac{N}{mm^2}$ $A_s = 1963.5\,mm^2$ $f_{yd} = 347.8\,\frac{N}{mm^2}$

A feltevés ellenőrzése :

$\xi_c := \frac{x_c}{d}$ $\xi_c = 0.406$ $<$ $\xi_{c0} = 0.534$ A felt. helyes volt, az acélbetétek folyási állapotban vannak

A nyomatéki egyenlet a húzott vasak súlyvonalára:

$$M_{Rd} := \left[t\cdot\left(b-b_w\right)\cdot\left(d-\frac{t}{2}\right)+x_c\cdot b_w\cdot\left(d-\frac{x_c}{2}\right)\right]\cdot\alpha\cdot f_{cd}$$

$\boxed{M_{Rd} = 257.2\,kN\cdot m}$

ahol $b = 400\,mm$ $b_w = 240\,mm$ $t = 120\,mm$ $f_{cd} = 10.7\,\frac{N}{mm^2}$ $d = 460\,mm$ $x_c = 186.8\,mm$

$M_{Rd} = 257.2\,kN\cdot m$ $>$ $M_{Ed} = 250\,kN\cdot m$ a keresztmetszet hajlításra megfelel

III. GYAKORLAT
Hajlított vasbeton keresztmetszet tervezése
(Négyszög alakú keresztmetszetek kötött és szabad tervezése)

Készítették: Dr. Kiss Rita és Klinka Katalin

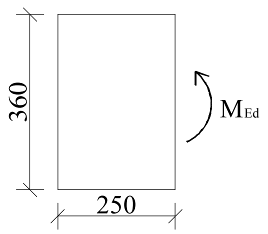
A számításokban feltételezzük, hogy:
- a rúd tengelyére merőleges keresztmetszetek a deformációk után síkok és rúd tengelyére merőlegesek maradnak és
- a beton és az acél csúszásmentesen együttdolgozik

A tervezés lehet:
- Kötött tervezés: amikor a keresztmetszet beton kontúrja adott (azaz van egy adott méret, amekkora helyre egy gerendát meg kell tervezni), és vasalást kell megtervezni
- Szabad tervezés:amikor a keresztmetszet, szélessége vagy magassága adott és a másikat kell számolni, vagy semmilyen kötöttség sincs a beton keresztmetszettel szemben (azaz a szélesség és magasság is ismeretlen és ekkor, úgy tehető a feladat matematikailag határozottá, ha ezek arányát megadjuk) és a vasalás is megtervezendő

Tervezési irányelvei:
- A vasbeton keresztmetszetet úgy célszerű megtervezni, hogy az acélbetétek folyási állapotban legyenek (tehát normálisan vasalt legyen)
- A vasbeton keresztetszetben csak akkor alkalmazzunk nyomott vasalást, ha másképp nem kerülhető el, hogy a húzott acélbetét rugalmas állapotban legyen.

A KÖTÖTT TERVEZÉS

3.1.példa: Tervezze meg az alábbi keresztmetszet hajlítási vasalását a megadott nyomatékra:



$M_{Ed} := 80 \cdot kN \cdot m$

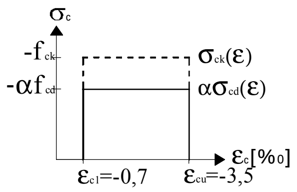
A nyomaték alul okoz húzást.

Anyagok :
Beton: C20/25
Betonacél: S500B

Anyagjellemzők:

beton: C20/25

-beton anyag modellje: merev-képékeny anyagmodell

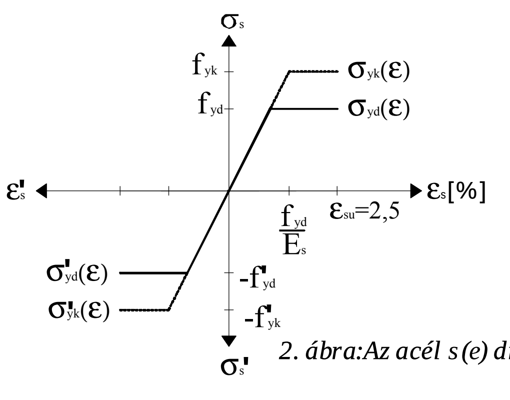


$f_{ck} := 20 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\quad f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $\quad f_{cd} = 13.3 \frac{N}{mm^2}$

A beton húzószilárdságának várható értéke 28 napos korban: $f_{ctm} := 2.2 \cdot \frac{N}{mm^2}$

1. ábra: A beton s(e) diagramja

acél: S500B



$f_{yk} := 500 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\quad f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ $\quad f_{yd} = 434.8 \frac{N}{mm^2}$

$\xi_{c0} := \frac{560}{f_{yd} + 700}$ $\quad \xi_{c0} = 0.493$

$\xi'_{c0} := \frac{560}{700 - f_{yd}}$ $\quad \xi'_{c0} = 2.111$

2. ábra:Az acél s(e) diagramja

A feladat megoldása:

Geometria jellemzők definiálása:

$h := 360mm$

$b := 250mm$

kengyel: $\phi_k := 10mm$

betonfedés: $bf := 20mm$

a vasak kedvezőtlen elmozdulása: $\delta := 10mm$

1. lépés: *az acélbetétek feltételezett átmérője* : $\phi := 20mm$ és feltételezzük egy sorban elfér a vasalás

feltélezett hasznos magasság: $d := h - bf - \phi_k - \frac{\phi}{2} - \delta$ $d = 310\,mm$

2. lépés: *az* M_0 *meghatározása*

M_0 az a maximális nyomaték, amit keresztmetszet nyomott vasalás nélkül el tud viselni úgy, hogy a húzott acélbetétek folynak:

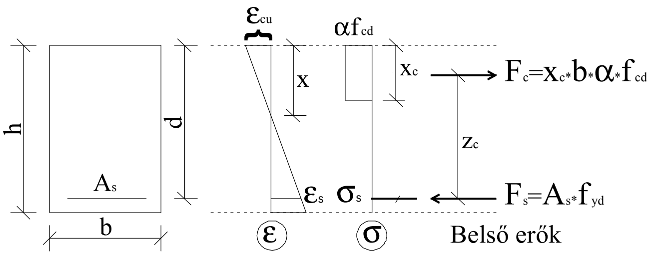
- ha $M_0>M_{Ed}$, akkor nem kell nyomott vasalás ($A'_s=0$)

- ha $M_0<M_{Ed}$, akkor nyomott vasalást is alkalmazunk ($A'_s \neq 0$, ekkor a számítás feltevése: $x_c=x_{c0}$)

$x_{c0} := \xi_{c0} \cdot d$ $x_{c0} = 153\,mm$ húzott acélok megfolynak

$$M_0 := b \cdot x_{c0} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_{c0}}{2}\right)$$

$M_0 = 119.1\,kN \cdot m$ > $M_{Ed} = 80\,kN \cdot m$ nem kell nyomott vasalás



3. ábra: A vasbeton keresztmetszet e -, s -ábrája és belső erői

3. lépés: a nyomatéki egyenletből meghatározzuk az x_c-t

$$M_{Ed} = x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_c}{2}\right)$$

$\boxed{x_c = 90.7\,mm}$

ahol $M_{Ed} = 80\,kN \cdot m$ $b = 250\,mm$ $\alpha = 1.0$ $f_{cd} = 13.3\frac{N}{mm^2}$ $d = 310\,mm$

4. lépés: Az acélbetétek állapotának ellenőrzése (elvileg ez felesleges, mert $M_0>M_{Ed}$ -ből ez nyilvánvaló):

$\xi_c := \frac{x_c}{d}$ $\xi_c = 0.293$ < $\xi_{c0} = 0.493$ az acélok megfolytak

5. lépés: a húzott acélok szükséges keresztmetszeti területe a vetületi egyenletből:

$$x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} - A_s \cdot f_{yd} = 0$$

$\boxed{A_s = 695.2\,mm^2}$

ahol $x_c = 90.7\,mm$ $b = 250\,mm$ $\alpha = 1.0$ $f_{cd} = 13.3\frac{N}{mm^2}$ $f_{yd} = 434.8\frac{N}{mm^2}$

6. lépés: a szerkeztési szabályok a hosszvasalás mennyiségére [Farkas-Huszár-Kovács-Szalai: 208 old.]:

- minimális vasmennyiség: $A_{s.min} := \max\begin{pmatrix} 0.26\cdot\dfrac{f_{ctm}}{f_{yk}}\cdot b\cdot d \\ 1.3\cdot‰\cdot b\cdot d \end{pmatrix}$ $A_{s.min} = 100.8\,mm^2$

ahol $0.26\cdot\dfrac{f_{ctm}}{f_{yk}}\cdot b\cdot d = 88.7\,mm^2$

$1.3\cdot‰\cdot b\cdot d = 100.8\,mm^2$

- maximális vasmennyiség: $A_{s.max} := 4\%\cdot b\cdot d$ $A_{s.max} = 3100\,mm^2$

$A_{s.min} = 100.8\,mm^2 < A_s = 695.2\,mm^2 < A_{s.max} = 3100\,mm^2$ megfelelő

7. lépés: az alkalmazott vasalás

A leggyakrabban használt vasátmérőkkel a következő lehetősegeink vannak:

4 db ϕ16mm acélbetétek esetén A_s=804,2mm²

3db ϕ20mm acélbetétek esetén A_s=942,5mm²

2 db ϕ25mm acélbetétek esetén A_s=981,7mm²

legyen $n := 4$ db $\phi := 16mm$ $A_{s.alk} := n\cdot\dfrac{\phi^2\cdot\pi}{4}$ $A_{s.alk} = 804.2\,mm^2 > A_s = 695.2\,mm^2$

8. lépés: a vasak elhelyezése:

vasak közötti minimális távolság: $\zeta := \max\begin{pmatrix}\phi \\ 20mm\end{pmatrix}$ $\zeta = 20\,mm$

$b_{req} := (bf + \phi_k) + n\cdot\phi + (n-1)\cdot\zeta + (bf + \phi_k)$

$b_{req} = 184\,mm < b = 250\,mm$ elfér egy sorban

9. lépés: A vasbeton keresztmetszet ellenőrzése: a feltételezett helyett az alkalmazott méretekkel!

a hasznos magasság: $d_{alk} := h - bf - \phi_k - \dfrac{\phi}{2} - \delta$ $d_{alk} = 312\,mm$

Tegyük fel, hogy a húzott acélok folynak

<u>A vetületi egyenlet:</u>

$x_c\cdot b\cdot\alpha\cdot f_{cd} = A_{s.alk}\cdot f_{yd}$ $\boxed{x_c = 104.9\,mm}$

ahol $b = 250\,mm$ $\alpha = 1.0$ $f_{cd} = 13.3\,\dfrac{N}{mm^2}$ $A_{s.alk} = 804.2\,mm^2$ $f_{yd} = 434.8\,\dfrac{N}{mm^2}$

Feltevés ellenőrzése :

$\xi_c := \dfrac{x_c}{d}$ $\xi_c = 0.293 < \xi_{c0} = 0.493$ A felt. jó volt, az acél folyási állapotban van

<u>A nyomatéki egyenlet:</u>

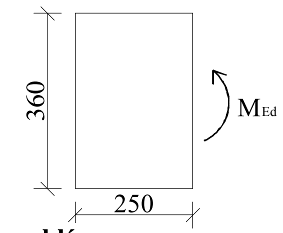
$M_{Rd} := b\cdot x_c\cdot\alpha\cdot f_{cd}\cdot\left(d_{alk} - \dfrac{x_c}{2}\right)$ $\boxed{M_{Rd} = 90.8\,kN\cdot m}$

ahol

$b = 250\,mm$ $x_c = 104.9\,mm$ $\alpha = 1.0$ $f_{cd} = 13.3\,\dfrac{N}{mm^2}$ $d_{alk} = 312\,mm$

$M_{Rd} = 90.8\,kN\cdot m > M_{Ed} = 80\,kN\cdot m$ a keresztmetszet hajlításra megfelel

3.2.példa: Tervezze meg az alábbi keresztmetszet hajlítási vasalását a megadott nyomatékra:



$M_{Ed} := 150 \cdot kN \cdot m$

Anyagok :
Beton: C20/25
Betonacél: S500B

A feladat megoldása:

Anyagjellemzők: lásd 3.1. példa

Geometria jellemzők definiálása: lásd 3.1. példa

1. lépés: *az acélbetétek feltételezett átmérője:* $\phi := 20mm$ $\phi' := 20mm$ és feltételezzük, hogy egy sorban elfér a vasalás

hasznos magasságok: $d := h - bf - \phi_k - \frac{\phi}{2} - \delta$ $d = 310\,mm$

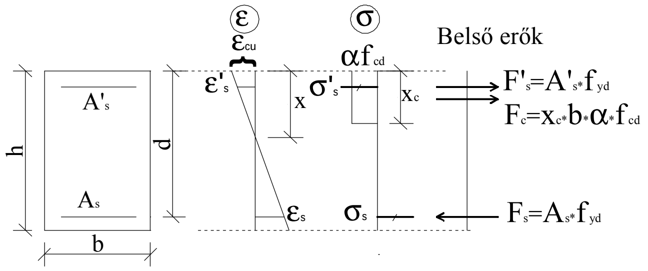
$d' := bf + \phi_k + \frac{\phi'}{2} + \delta$ $d' = 50\,mm$

2. lépés: *az* M_0 *meghatározása (előzővel azonos)*

$x_{c0} := \xi_{c0} \cdot d$ $x_{c0} = 153\,mm$

$$M_0 := b \cdot x_{c0} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_{c0}}{2} \right)$$

$M_0 = 119.1\,kN \cdot m$ $<$ $M_{Ed} = 150\,kN \cdot m$ kell nyomott vasalás



4. ábra: A vasbeton keresztmetszet e -, s -ábrája és a belső erők

Ha nyomott acélbetét kell a keresztmetszetbe, akkor: $x_c := x_{c0}$ $x_c = 153\,mm$

3. lépés: A nyomott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$\xi'_c := \frac{x_c}{d'}$ $\xi'_c = 3.06$ $>$ $\xi'_{c0} = 2.111$ a nyomott acélok megfolynak

4. lépés: *a* nyomatéki egyenletből meghatározzuk az A'_s-t

$M_{Ed} = M_0 + A'_s \cdot f_{yd} \cdot (d - d')$ $\boxed{A'_s = 273.6\,mm^2}$

ahol $M_{Ed} = 150\,kN \cdot m$ $M_0 = 119.075\,kN \cdot m$ $f_{yd} = 434.8 \frac{N}{mm^2}$ $d = 310\,mm$ $d' = 50\,mm$

5. lépés: a húzott acélok szükséges keresztmetszeti területe a vetületi egyenletből:

$x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} + A'_s \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd} = 0$ $\boxed{A_s = 1446.4\,mm^2}$

ahol $x_c = 153\,mm$ $b = 250\,mm$ $\alpha = 1.0$ $f_{cd} = 13.3 \frac{N}{mm^2}$ $A'_s = 273.6\,mm$ $f_{yd} = 434.8 \frac{N}{mm^2}$

6. lépés: a szerkeztési szabályok a hosszvaslás mennyiségére (lásd 3.1. példa)

$A_{s.min} = 100.8\,mm^2 < A_s + A'_s = 1720\,mm^2 < A_{s.max} = 3100\,mm^2$ megfelelő

7. lépés: az alkalmazott vasalás

A leggyakrabban használt vasátmérőkkel a következő lehetősegeink vannak:

7 db ϕ16mm acélbetétek esetén A_s= 1608.5 mm^2

5 db ϕ20mm acélbetétek esetén A_s= 1570.8 mm^2

3 db ϕ25mm acélbetétek esetén A_s= 1472.6 mm^2

$n := 5$ darab $\phi := 20mm$ $A_{s.alk} := n \cdot \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4}$ $A_{s.alk} = 1570.8\,mm^2 > A_s = 1446.4\,mm^2$

<u>Megjegyzés:</u> az alkalmazott acélbetéteknél hasonló vasalakok esetén egy átmérő maradjon ki, hogy a vasszerelésnél a kivitelezők nehogy összekeverjék őket

$n' := 2$ darab $\phi' := 16mm$

$A'_{s.alk} := n' \cdot \frac{\phi'^2 \cdot \pi}{4}$ $A'_{s.alk} = 402.1\,mm^2 > A'_s = 273.6\,mm^2$

8. lépés: a vasak elhelyezése:

vasak közötti minimális távolság: $\zeta := \max\begin{pmatrix}\phi \\ 20mm\end{pmatrix}$ $\zeta = 20mm$

$b_{rec} := (bf + \phi_k) + n \cdot \phi + (n-1) \cdot \zeta + (bf + \phi_k)$

$b_{rec} = 240\,mm < b = 250\,mm$ elfér egy sorban a húzott vasalás

nyomott vasakat a keresztmetszet két sarkában helyezzük el

9. lépés: A vasbeton keresztmetszet ellenőrzés: a feltételezett helyett az alkalmazott méretekkel!

hasznos magasság: $d_{alk} := h - bf - \phi_k - \frac{\phi}{2} - \delta$ $d_{alk} = 310\,mm$

$d'_{alk} := bf + \phi_k + \frac{\phi'}{2} + \delta$ $d'_{alk} = 48\,mm$

Tegyük fel, hogy a húzott acélok folynak

<u>A vetületi egyenlet:</u>

$x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} + A'_{s.alk} \cdot f_{yd} - A_{s.alk} \cdot f_{yd} = 0$

$\boxed{x_c = 152.4\,mm}$

ahol $b = 250\,mm$ $f_{cd} = 13.3 \frac{N}{mm^2}$ $A_{s.alk} = 1570.8\,mm^2$ $A'_{s.alk} = 402.1\,mm^2$ $f_{yd} = 434.8 \frac{N}{mm^2}$

A feltevés ellenőrzése :

$\xi_c := \frac{x_c}{d_{alk}}$ $\xi_c = 0.4917 < \xi_{c0} = 0.4935$ A felt. jó volt, a húzott acél folyási állapotban van

$\xi'_c := \frac{x_c}{d'_{alk}}$ $\xi'_c = 3.176 > \xi'_{c0} = 2.111$ A felt. jó volt, a nyomott acél folyási állapotban van

<u>A nyomatéki egyenlet:</u>

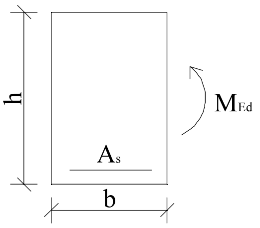
$M_{Rd} := b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d_{alk} - \frac{x_c}{2}\right) + A'_{s.alk} \cdot f_{yd} \cdot (d_{alk} - d'_{alk})$ $\boxed{M_{Rd} = 164.6\,kN \cdot m}$

ahol $b = 250\,mm$ $x_c = 152.4\,mm$ $f_{cd} = 13.3 \frac{N}{mm^2}$ $A'_{s.alk} = 402.1\,mm^2$ $f_{yd} = 434.8 \frac{N}{mm^2}$ $d_{alk} = 310\,mm$ $d'_{alk} = 48\,mm$

$M_{Rd} = 164.6\,kN \cdot m > M_{Ed} = 150\,kN \cdot m$ a keresztmetszet hajlításra megfelel

A SZABAD TERVEZÉS

3.3.példa: Tervezze meg a vasbeton keresztmetszetet a megadott nyomatékra: $M_{Ed} := 1000 \cdot kN \cdot m$



A nyomaték alul okoz húzást.

Anyagok :
Beton: C25/30
Betonacél: S500B

Anyagjellemzők:

beton: C25/30

$f_{ck} := 25 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\qquad f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $\qquad f_{cd} = 16.7 \frac{N}{mm^2}$

acél: **S500B**

$f_{yk} := 500 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\qquad f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ $\qquad f_{yd} = 434.8 \frac{N}{mm^2}$

$\xi_{c0} := \frac{560}{f_{yd} + 700}$ $\qquad \xi_{c0} = 0.493$ $\qquad \xi'_{c0} := \frac{560}{700 - f_{yd}}$ $\qquad \xi'_{c0} = 2.111$

A feladat kitűzése:

Ismeretlenek: b, d, A_s, (A'_s), x_c

Egyenletek: vetületi egyenlet és nyomatéki egyenlet

Mivel négy (ill. 5) ismeretlent 2 egyenletből nem lehet meghatározni, további feltételeket kell állítanunk:

1. Nem alkalmazunk nyomott vasalást: A'_s=0
2. x_c-t úgy érdemes felvenni, hogy a betonacél folyási állapotban legyen például legyen a feladat megoldása során:

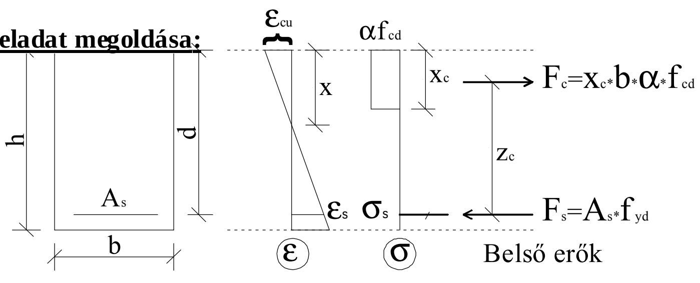
ξ_c=0.4 < ξ_{c0}=0.493 (S500B esetén), de ne legyen $\xi_c << \xi_{c0}$

3. Felvehetjük szabadon - a keresztmetszet szélességét és számolhatjuk a magasságát vagy
- a keresztmetsze magasságát (d hasznos magasságát) és számolhatjuk szélességét,
- a kettő arányát, például legyen ez az arány a feladat megoldása során:

$\eta = \frac{d}{b} = 1.5$

Ezekkel a feltevéssekkel a feladat egyértelműen megoldható!

A feladat megoldása:



5. ábra: A vasbeton keresztmetszet e -, s -ábrája és belső erői

1. lépés: a nyomatéki egyenlet felírása

$$M_{Ed} = x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_c}{2} \right)$$ a feltevéseket behelyettesítve:

$$M_{Ed} = \frac{d^3}{\eta} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \xi_c \cdot \left(1 - \frac{\xi_c}{2} \right)$$

ahol $\eta = 1.5$ $\alpha = 1$ $f_{cd} = 16.7 \frac{N}{mm^2}$ $\xi_c = 0.4$ $M_{Ed} = 1000\,kN \cdot m$

ebből d-t kifejezve:

$$d := \sqrt[3]{\frac{\eta \cdot M_{Ed}}{\alpha \cdot f_{cd} \cdot \xi_c \cdot \left(1 - \frac{\xi_c}{2} \right)}} \qquad d = 655.2\,mm$$

2. lépés: a keresztmetszet szélességének meghatározása:

$$b := \frac{d}{1.5} \qquad b = 436.8\,mm$$

3. lépés: a húzott acélok keresztmetszeti területe a vetületi egyenletből:

$$x_c := \xi_c \cdot d \qquad x_c = 262.1\,mm$$

$$x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} - A_s \cdot f_{yd} = 0$$

ahol $b = 436.79\,mm$ $\alpha = 1.0$ $f_{cd} = 16.7 \frac{N}{mm^2}$ $f_{yd} = 434.8 \frac{N}{mm^2}$ $\boxed{A_s = 4388.1\,mm^2}$

4. lépés: a szerkeztési szabályok a vasmennyiségre [2., Farkas-Huszár-Kovács-Szalai: 208 old.]:

- minimális vasmennyiség: $A_{s.min} := \max\begin{pmatrix} 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d \\ 1.3 \cdot ‰ \cdot b \cdot d \end{pmatrix}$ $A_{s.min} = 372\,mm^2$

ahol $0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d = 327.4\,mm^2$

$1.3 \cdot ‰ \cdot b \cdot d = 372\,mm^2$

- maximális vasmennyiség: $A_{s.max} := 4\% \cdot b \cdot d$ $A_{s.max} = 11447.1\,mm^2$

$A_{s.min} = 372\,mm^2$ < $A_s = 4388.1\,mm^2$ < $A_{s.max} = 11447.1\,mm^2$ megfelelő

5. lépés: az alkalmazott vasalás

kengyel: $\phi_k := 12mm$

betonfedés: $bf := 20mm$

a vasak kedvezőtlen elmozdulása miatt: $\delta := 10mm$

A leggyakrabban használt vasátmérőkkel a következő lehetősegeink vannak:

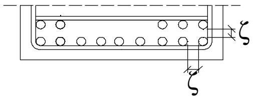
22 db ϕ16mm acélbetétek esetén $A_s = 4423.4\,mm^2$

14 db ϕ20mm acélbetétek esetén $A_s = 4398.2\,mm^2$

9 db ϕ25mm acélbetétek esetén $A_s = 4417.9\,mm^2$

$n := 14$ darab $\phi := 20mm$ $A_{s.alk} := n \cdot \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4}$ $A_{s.alk} = 4398.2\,mm^2$ > $A_s = 4388.1\,mm^2$

6. lépés: a vasak elhelyezése:



6. ábra: A vasak közötti minimális távolság

A vasak közötti minimális távolság: $\zeta := \max\begin{pmatrix}\phi \\ 20mm\end{pmatrix}$ $\zeta = 20\,mm$

felső sorban levő vasak száma: $n_f := 5$

alsó sorban levő vasak száma: $n_a := n - n_f$ $n_a = 9$

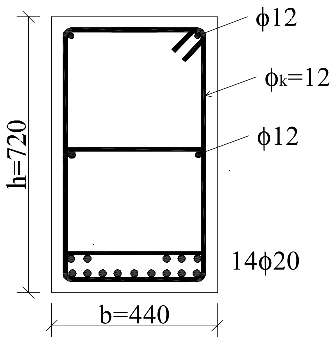
$b_{req} := (bf + \phi_k) + n_a \cdot \phi + (n_a - 1)\cdot \zeta + (bf + \phi_k)$

$b_{req} = 404\,mm$ $<$ $b = 436.8\,mm$ tehát így elférnek két sorban, ezért $\boxed{b_{alk} := 440mm}$

7. lépés: a tartó magassága

$h_{rec} := bf + \delta + \phi_k + \frac{\phi}{2} + \frac{n_f}{n_f + n_a}\cdot\left(\frac{\phi}{2} + \zeta + \frac{\phi}{2}\right) + d$ $h_{rec} = 721.5\,mm$ $\boxed{h_{alk} := 720mm}$

8. lépés: A vasbeton keresztmetszet ellenőrzés: a feltételezett helyett az alkalmazott méretekkel!



7. ábra: A keresztmetszet vasalása

hasznos magasság: $d_{alk} := h_{alk} - bf - \delta - \phi_k - \frac{\phi}{2} - \frac{n_f}{n_f + n_a}\cdot\left(\frac{\phi}{2} + \zeta + \frac{\phi}{2}\right)$ $d_{alk} = 653.7\,mm$

Tegyük fel, hogy a húzott acélok folynak

A vetületi egyenlet:

$x_c \cdot b_{alk} \cdot \alpha \cdot f_{cd} = A_{s.alk} \cdot f_{yd}$ $\boxed{x_c = 260.8\,mm}$ $x_c := \mathrm{Find}(x_c)$

ahol $b_{alk} = 440\,mm$ $\alpha = 1.0$ $f_{cd} = 16.7\frac{N}{mm^2}$ $A_{s.alk} = 4398.2\,mm^2$ $f_{yd} = 434.8\frac{N}{mm^2}$

Feltevés ellenőrzése :

$\xi_c := \frac{x_c}{d_{alk}}$ $\xi_c = 0.399$ $<$ $\xi_{c0} = 0.493$ A felt. jó volt, az acél folyási állapotban van

A nyomatéki egyenlet:

$M_{Rd} := b_{alk} \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d_{alk} - \frac{x_c}{2}\right)$ $\boxed{M_{Rd} = 1000.8\,kN\cdot m}$

ahol $b_{alk} = 440\,mm$ $x_c = 260.8\,mm$ $\alpha = 1.0$ $f_{cd} = 16.7\frac{N}{mm^2}$ $d_{alk} = 653.714\,mm$

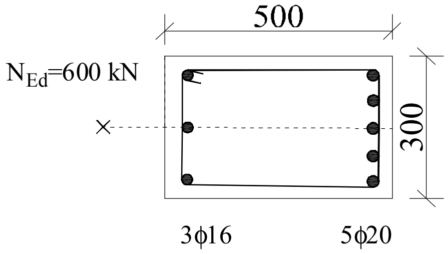
$M_{Rd} = 1000.8\,kN\cdot m$ $>$ $M_{Ed} = 1000\,kN\cdot m$ a keresztmetszet hajlításra megfelel

IV. GYAKORLAT
Külpontosan nyomott vasbeton keresztmetszet
(Négyszög keresztmetszet teherbírási vonala)

Készítették: Dr. Kiss Rita, Klinka Katalin és Völgyi István

NYOMOTT-HAJLÍTOTT KM. ELLENŐRZÉSE "PONTOS" MÓDSZERREL

4.1. példa: Határozza meg a keresztmetszet határkülpontosságát a geometriai középponttól, ha a normálerő tervezési értéke: N_{Ed}=600 kN!

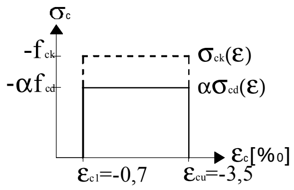


Beton: C20/25
Betonacél: S400B

Anyagjellemzők:

beton: C20/25

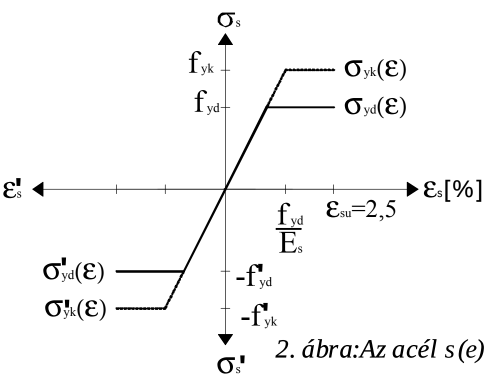
-beton anyag modellje: merev-képékeny anyagmodell



1. ábra:A beton s(e) diagramja

$$f_{ck} := 20 \cdot \frac{N}{mm^2} \qquad f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \qquad f_{cd} = 13.3 \frac{N}{mm^2} \qquad f_{ctm} := 2.2 \cdot \frac{N}{mm^2}$$

acél: S400B



2. ábra:Az acél s(e) diagramja

$$f_{yk} := 400 \cdot \frac{N}{mm^2} \qquad f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \qquad f_{yd} = 347.8 \frac{N}{mm^2}$$

$$\xi_{c0} := \frac{560}{f_{yd} + 700} \qquad \xi_{c0} = 0.534$$

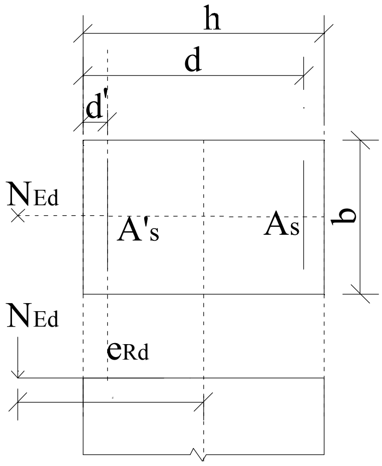
$$\xi'_{c0} := \frac{560}{700 - f_{yd}} \qquad \xi'_{c0} = 1.59$$

Geometria jellemzők definiálása:

$h := 500mm$

$b := 300mm$

A keresztmetszet úgy van külpontos nyomással igénybevéve, hogy az egyik oldali acélbetétek nyomottak,míg a másik oldalon pedig húzottak lesznek.



- az alkalmazott húzott vasalás: $n := 5$ darab $\phi := 20mm$

$$A_s := n \cdot \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4} \qquad A_s = 1570.8\, mm^2$$

$d := 450mm$

alkalmazott nyomott vasalás: $n' := 3$ darab $\phi' := 16mm$

$$A'_s := n' \cdot \frac{\phi'^2 \cdot \pi}{4} \qquad A'_s = 603.2\, mm^2$$

$d' := 50mm$

Számítás: *Tegyük fel, hogy a húzott acélbetétek is és a nyomott acélbetétek is húzásra ill. nyomásra folynak*

A vetületi egyenlet: $x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} + A'_s \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd} = N_{Ed}$

$\boxed{x_c = 234.1\,\mathrm{mm}}$

ahol $b = 300\,\mathrm{mm}$ $\alpha = 1.0$ $f_{cd} = 13.3\,\frac{N}{mm^2}$ $A'_s = 603.2\,mm^2$ $A_s = 1570.8\,mm^2$ $f_{yd} = 347.8\,\frac{N}{mm^2}$

A feltevés ellenőrzése :

$\xi_c := \frac{x_c}{d}$ $\xi_c = 0.52$ $<$ $\xi_{c0} = 0.534$ A felt. helyes volt, a húzott acélbetétek folyási állapotban vannak

$\xi'_c := \frac{x_c}{d'}$ $\xi'_c = 4.683$ $>$ $\xi'_{c0} = 1.59$ A felt. helyes volt, a nyomott acélbetétek folyási állapotban vannak

A nyomatéki egyenlet a geometriai középpontra:

$$M_{Rd} := b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{x_c}{2}\right) + A'_s \cdot f_{yd} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right)$$

$\boxed{M_{Rd} = 275.7\,kN \cdot m}$

ahol $b = 300\,\mathrm{mm}$ $x_c = 234.1\,\mathrm{mm}$ $h = 500\,\mathrm{mm}$ $f_{cd} = 13.3\,\frac{N}{mm^2}$ $A_s = 1570.8\,mm^2$ $A'_s = 603.2\,mm^2$ $d = 450\,mm$ $d' = 50\,mm$ $f_{yd} = 347.8\,\frac{N}{mm^2}$

A határkülpontosság: $e_{Rd} := \frac{M_{Rd}}{N_{Ed}}$ $\boxed{e_{Rd} = 459.6\,mm}$

(az erő támadáspontja keresztmetszeten kívül esik)

4.2. példa: Határozza meg a km. határerejét, ha a mértékadó külpontosság a geometriai középponttól mérve: e_{Ed}=700mm! (az ábra és az adatok u.a. mint 4.1.feladatnál!)

Számítás:

Tegyük fel, hogy a húzott acélbetétek is és a nyomott acélbetétek is húzásra ill. nyomásra folynak

1. lehetőség: a nyomatéki egyenletbe behelyettesítjük a vetületi egyenletből kifejezett határerőt (2 egyenlet, 2 ismeretlen)

$$N_{Rd} := b \cdot \alpha \cdot x_c \cdot f_{cd} + A'_s \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd}$$

$$N_{Rd} \cdot e_{Ed} = b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{x_c}{2}\right) + A'_s \cdot f_{yd} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right)$$

(az egyenlet megoldása másodfokú egyenletre vezet, melyből a fizikai tartalommal bíró gyökét használjuk fel a feladat megoldása során)

$x_c = 179.2\,mm$

2. lehetőség: a nyomatéki egyenletet a határerő helyére írjuk fel

$$0 = b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(e_{Ed} - \frac{h}{2} + \frac{x_c}{2}\right) + A'_s \cdot f_{yd} \cdot \left(e_{Ed} - \frac{h}{2} + d'\right) - A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(e_{Ed} - \frac{h}{2} + d\right)$$

(az egyenlet megoldása másodfokú egyenletre vezet, melyből a fizikai tartalommal bíró gyökét használjuk fel a feladat megoldása során)

$x_c = 179.2\,mm$

Feltevés ellenőrzése:

$\xi_c := \frac{x_c}{d}$ $\xi_c = 0.398$ $<$ $\xi_{c0} = 0.534$ a feltevés helyes, húzott acélbetétek megfolynak

$\xi'_c := \frac{x_c}{d'}$ $\xi'_c = 3.584$ $>$ $\xi'_{c0} = 1.59$ a feltevés helyes,nyomott acélbetétek megfolynak

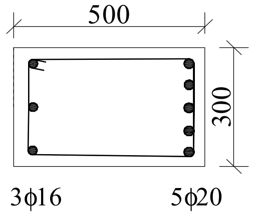
Így vetületi egyenletből az e_{Ed}-hez tartozó határerő értékét megkapjuk:

$N_{Rd} := b \cdot \alpha \cdot x_c \cdot f_{cd} + A'_s \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd}$ $\boxed{N_{Rd} = 380.3\,kN}$

ahol $b = 300\,\mathrm{mm}$ $\alpha = 1.0$ $f_{cd} = 13.3\,\frac{N}{mm^2}$ $A'_s = 603.2\,mm^2$ $A_s = 1570.8\,mm^2$ $f_{yd} = 347.8\,\frac{N}{mm^2}$

NYOMOTT-HAJLÍTOTT KM. ELLENŐRZÉSE TEHERBÍRÁSI VONALLAL ÉS A KÖZELÍTŐ TEHERBÍRÁSI VONALLAL "KÖZELÍTŐ MÓDSZERREL"

4.3. Példa: Határozza meg a négyszögkeresztmetszet teherbírási vonalának a 10 jellemző pontját úgy, hogy a nyomatékokat a geometriai középpontra írja fel!



Beton: C20/25
Betonacél: S400B

Anyagjellemzők definálása: (lásd 4.3. példa)
Geometria jellemzők definiálása: (lásd 4.3. példa)

- az alkalmazott húzott vasalás: $n_1 := 5$ darab $\quad \phi_1 := 20\text{mm} \quad A_{s1} := n_1 \cdot \frac{\phi_1^2 \cdot \pi}{4} \quad A_{s1} = 1570.8\,\text{mm}^2$

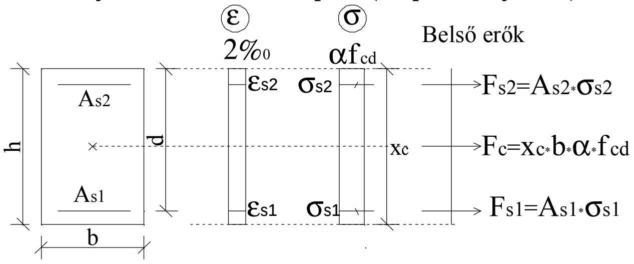
$d_1 := 450\text{mm} \quad a_1 := 50\text{mm}$

- az alkalmazott nyomott vasalás: $n_2 := 3$ darab $\quad \phi_2 := 16\text{mm} \quad A_{s2} := n_2 \cdot \frac{\phi_2^2 \cdot \pi}{4} \quad A_{s2} = 603.2\,\text{mm}^2$

$d_2 := 50\text{mm} \quad a_2 := 50\text{mm}$

Megoldás: *Megjegyzés: a feladatban a nyomatéki egyenleteket a geometriai középpontra írjuk fel*

A teherbírási vonal és a közelítő teherbírási vonal 1. pontja:
a maximális nyomóerőhöz tartozó pont (központos nyomás)



Központos nyomás esetén a beton összenyomódása nem lehet több 2 ‰-nél.

A 2 ‰-es összenyomódáshoz tartozó acélfeszültségek:

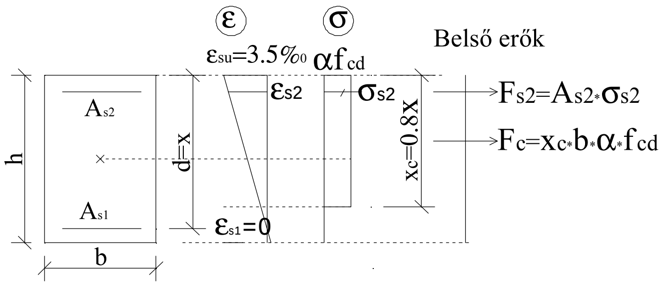
$\sigma_s := E_s \cdot 2‰ \qquad \sigma_s = 400\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad > \quad f_{yd} = 347.8\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ az acélbetétek megfolynak, így $\sigma_{s1}=\sigma_{s2}=f_{yd}$

Megjegyzés: S500B esetén rugalmas lenne!

$$N_{Rd.1} := b \cdot h \cdot \alpha \cdot f_{cd} + A_{s1} \cdot f_{yd} + A_{s2} \cdot f_{yd} \qquad \boxed{N_{Rd.1} = 2756.2\,\text{kN}}$$

$$M_{Rd.1} := A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_2\right) - A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot \left(d_1 - \frac{h}{2}\right) \qquad \boxed{M_{Rd.1} = -67.3\,\text{kN}\cdot\text{m}}$$

***A teherbírási vonal 2. pontja**: az A_{s1} jelű húzott acélbetét nyúlása zérus (nyomott acélbetétek az A_{s2})*



$x := d_1 \qquad x = 450\,\text{mm}$

$x_c := 0.8 \cdot x \qquad x_c = 360\,\text{mm}$

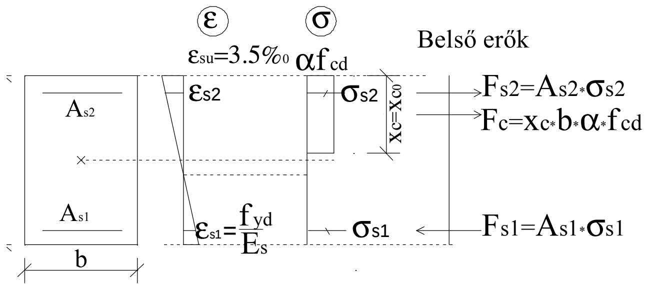
A nyomott acélbetétek állapotának ellenőrzése $\xi'_c := \frac{x_c}{d_2} \quad \xi'_c = 7.2 \quad > \quad \xi'_{c0} = 1.59$ megfolynak, így $\sigma_{s2}=f_{yd}$

$$N_{Rd.2} := b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot f_{yd} \qquad \boxed{N_{Rd.2} = 1649.8\,\text{kN}}$$

$$M_{Rd.2} := A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_2\right) + b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{x_c}{2}\right) \qquad \boxed{M_{Rd.2} = 142.8\,\text{kN}\cdot\text{m}}$$

<u>A teherbírási vonal 3. pontja és a közelítő teherbírási vonal 2. pontja</u>: *A maximális nyomatékhoz tartozó pont (az A_{s1} jelű húzott acélbetétek és nyomottak az A_{s2})*

A maximális nyomaték helye közel esik, ahhoz a keresztmetszeti erőjátékhoz, ahol $\xi_c = \xi_{c0}$, (azaz a húzott acél a képlékeny és a rugalmas állapot határán van)



ahol $\sigma_{s1} = f_{yd}$

$x_{c0} := \xi_{c0} \cdot d_1 \qquad x_{c0} = 240.5\,\text{mm}$

$x_c := x_{c0} \qquad x_c = 240.5\,\text{mm}$

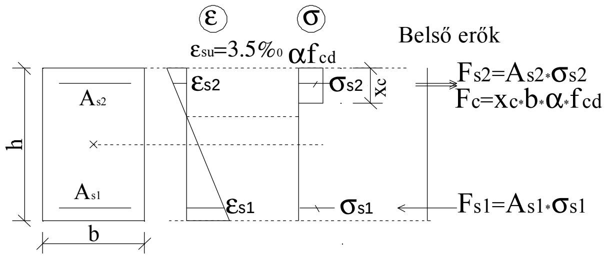
A nyomott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$\xi'_c := \dfrac{x_c}{d_2} \qquad \xi'_c = 4.81 \quad > \quad \xi'_{c0} = 1.59$ nyomott acélbetétek megfolynak, így $\sigma_{s2} = f_{yd}$

$$N_{Rd.3} := b \cdot x_{c0} \cdot \alpha \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot f_{yd} - A_{s1} \cdot f_{yd} \qquad \boxed{N_{Rd.3} = 625.4\,\text{kN}}$$

$$M_{Rd.3} := b \cdot x_{c0} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{x_{c0}}{2}\right) + A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_2\right) + A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot \left(d_1 - \frac{h}{2}\right) \qquad \boxed{M_{Rd.3} = 276.1\,\text{kN} \cdot \text{m}}$$

<u>A teherbírási vonal 4.pontja és a közelítő teherbírási vonal 3. pontja:</u>: *Tiszta hajlítás (N=0) (az A_{s1} jelű húzott acélbetétek és nyomottak az A_{s2})*



Tegyük fel, hogy a húzott acélbetétek is és a nyomott acélbetétek is húzásra ill. nyomásra folynak

A vetületi egyensúlyi egyenlet: $0 = b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot f_{yd} - A_{s1} \cdot f_{yd}$

$x_c = 84.1\,\text{mm}$

Az acélbetétek állapotának ellenőrzése:

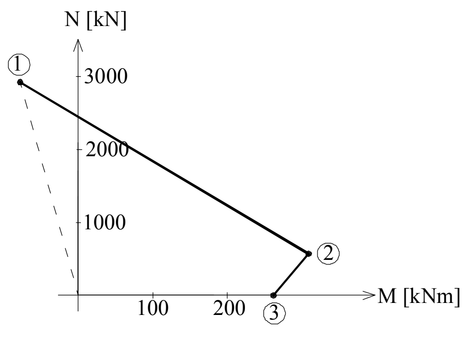
$\xi_c := \dfrac{x_c}{d_1} \qquad \xi_c = 0.187 \quad < \quad \xi_{c0} = 0.534$ a húzott acélbetétek megfolynak, így $\sigma_{s1} = f_{yd}$

$\xi'_c := \dfrac{x_c}{d_2} \qquad \xi'_c = 1.683 \quad > \quad \xi'_{c0} = 1.59$ a nyomott acélbetétek megfolynak, így $\sigma_{s2} = f_{yd}$

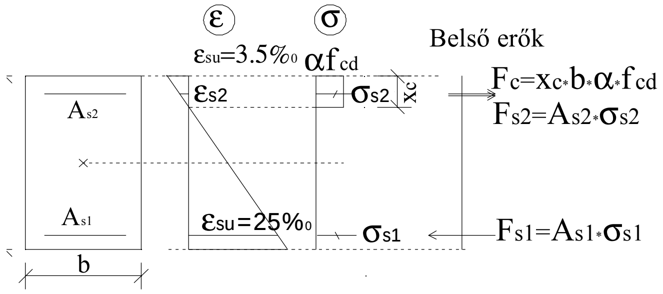
(ellenőrzés) $N_{Rd.4} := b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot f_{yd} - A_{s1} \cdot f_{yd} \qquad \boxed{N_{Rd.4} = 0\,\text{kN}}$

$$M_{Rd.4} := b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{x_c}{2}\right) + A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_2\right) + A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot \left(d_1 - \frac{h}{2}\right) \qquad \boxed{M_{Rd.4} = 221.2\,\text{kN} \cdot \text{m}}$$

<u>Egyszerűsített (közelíto) teherbírási vonal (a keresztmetszet geometriai középpontjára):</u>



A teherbírási vonal 5. pontja: **.**A húzott acélbetét eléri a határnyúlása értékét
(az A_{s1} jelű húzott acélbetétek és nyomottak az A_{s2})



ahol $\sigma_{s1}=f_{yd}$

Az ε-ábrából aránypár segítségével megkapjuk:

$$\frac{1.25 \cdot x_c}{3.5 \cdot ‰} = \frac{d_1 - 1.25 \cdot x_c}{25 \cdot ‰}$$

$x_c = 44.2\,\text{mm}$

Acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$\xi_c := \frac{x_c}{d_1}$ $\quad \xi_c = 0.098 \quad < \quad \xi_{c0} = 0.534$ $\quad$ a húzott acélbetétek megfolynak, így $\sigma_s = f_{yd}$

$\xi'_c := \frac{x_c}{d_2}$ $\quad \xi'_c = 0.884 \quad < \quad \xi'_{c0} = 1.59$ $\quad$ a nyomott acélbetétek rugalmasak, így $\sigma_{s2} = \sigma'_s$

a nyomott acélban keletkező feszültség: $\sigma'_s := 700 - \frac{560}{\xi'_c}$ $\quad \sigma'_s = 66.67\,\frac{N}{mm^2}$ $\quad \left(< \; f_{yd} = 347.8\,\frac{N}{mm^2}\right)$

$$N_{Rd.5} := b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot \sigma'_s - A_{s1} \cdot f_{yd}$$

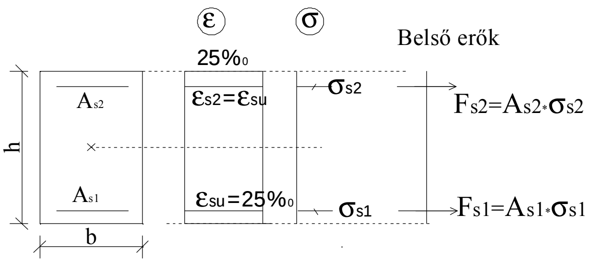
$\boxed{N_{Rd.5} = -329.3\,\text{kN}}$ (húzás)

$$M_{Rd.5} := b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{x_c}{2}\right) + A_{s2} \cdot \left|\sigma'_s\right| \cdot \left(\frac{h}{2} - d_2\right) + A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot \left(d_1 - \frac{h}{2}\right)$$

$\boxed{M_{Rd.5} = 157.6\,\text{kN} \cdot \text{m}}$

A teherbírási vonal 6. pontja: *Mindkét oldali acélbetétek húzottak és folynak*

Megjegyzés: a teljes beton km húzott, nem vesz fel erőt



ahol $\sigma_{s2}=f_{yd}$

ahol $\sigma_{s1}=f_{yd}$

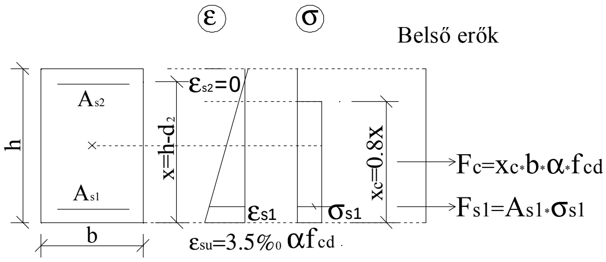
$$N_{Rd.6} := \left(A_{s2} + A_{s1}\right) \cdot -f_{yd}$$

$\boxed{N_{Rd.6} = -756.2\,\text{kN}}$

$$M_{Rd.6} := -A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_2\right) + A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot \left(d_1 - \frac{h}{2}\right)$$

$\boxed{M_{Rd.6} = 67.3\,\text{kN} \cdot \text{m}}$

A teherbírási vonal 7. pontja: *A_{s2} jelű acélbetétek nyúlása zérus, az alsó szélső szál összemorzsolódik (az A_{s1} jelű nyomott acélbetétek)*



$x := h - d_2$ $\qquad x_c = 44.2\,\mathrm{mm}$

$x_c := 0.8 \cdot x$ $\qquad x_c = 360\,\mathrm{mm}$

A nyomott (A_{s1} jelű) acélbetétek állapotának ellenőrzése:

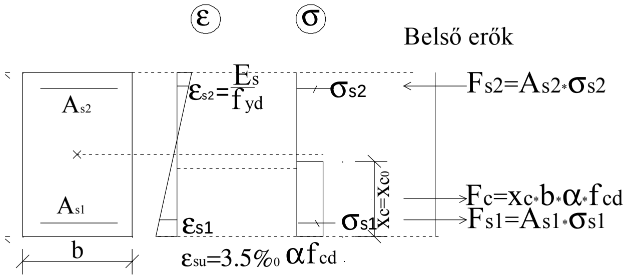
$\xi'_c := \dfrac{x_c}{a_1}$ $\qquad \xi'_c = 7.2 \quad > \quad \xi'_{c0} = 1.59$ $\qquad$ a húzott acélbetétek megfolynak, így $\sigma_{s1}=f_{yd}$

$N_{Rd.7} := b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} + A_{s1} \cdot f_{yd}$ $\qquad \boxed{N_{Rd.7} = 1986.4\,\mathrm{kN}}$

$M_{Rd.7} := -A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot \left(\dfrac{h}{2} - a_1\right) - b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(\dfrac{h}{2} - \dfrac{x_c}{2}\right)$ $\qquad \boxed{M_{Rd.7} = -210.1\,\mathrm{kN \cdot m}}$

A teherbírási vonal 8. pontja: A maximális negatív nyomatékhoz tartozó pont
(az A_{s1} jelű nyomott acélbetétek és húzottak lesznek az A_{s2})

A maximális nyomaték helye közel esik, ahhoz a keresztmetszeti erőjátékhoz, ahol $\xi_c=\xi_{c0}$, azaz A_{s2} jelű acélbetét a rugalmas és a képlékeny állapot határán van, (ugyanaz az eljárás, mint a teherbírási vonal 3. pontjánál)



ahol $\sigma_{s2}=f_{yd}$ $\qquad x_{c0} := \xi_{c0} \cdot (h - d_2)$ $\qquad x_{c0} = 240.5\,\mathrm{mm}$

$x_c := x_{c0}$ $\qquad x_c = 240.5\,\mathrm{mm}$

A nyomott (A_{s1} jelű) acélbetétek állapotának ellenőrzése:

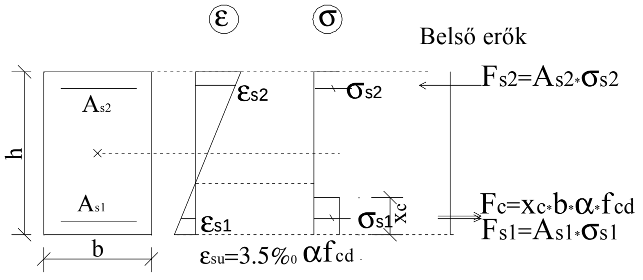
$\xi'_c := \dfrac{x_c}{a_1}$ $\qquad \xi'_c = 4.81 \quad > \quad \xi'_{c0} = 1.59$ $\qquad$ a nyomott acélbetétek megfolynak, így $\sigma_{s1}=f_{yd}$

$N_{Rd.8} := b \cdot x_{c0} \cdot \alpha \cdot f_{cd} - A_{s2} \cdot f_{yd} + A_{s1} \cdot f_{yd}$ $\qquad \boxed{N_{Rd.8} = 1298.6\,\mathrm{kN}}$

$M_{Rd.8} := -b \cdot x_{c0} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(\dfrac{h}{2} - \dfrac{x_{c0}}{2}\right) - A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot \left[(h - d_2) - \dfrac{h}{2}\right] - A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot \left(d_1 - \dfrac{h}{2}\right)$ $\qquad \boxed{M_{Rd.8} = -276.1\,\mathrm{kN \cdot m}}$

A teherbírási vonal 9.pontja: *Tiszta hajlítás (N=0)*
(az A_{s1} jelű nyomott acélbetétek és húzottak lesznek az A_{s2})

Ebben az esetben a keresztmetszet úgy megy tönkre, hogy
- nyomott acélbetétek rugalmasak maradnak,
- húzott acélbetétek pedig elszakadnak és
- betonban nem jön létre a törési összenyomódás



Tegyük fel, hogy a nyomott acélbetétek rugalmasak és a húzott acélbetétek megfolynak!
A vetületi egyensúlyi egyenlet:

$$0 = x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} + A_{s1} \cdot \left(700 - \frac{560}{\frac{x_c}{d_2}} \right) - A_{s2} \cdot f_{yd}$$

(az egyenlet megoldása másodfokú egyenletre vezet, melyből a fizikai tartalommal bíró gyökét használjuk fel a feladat megoldása során)

$$x_c = 41.6\,\text{mm}$$

Az acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$\xi_c := \frac{x_c}{h - a_2}$ $\quad \xi_c = 0.093 \quad < \quad \xi_{c0} = 0.534$ $\quad$ a húzott acélbetétek megfolynak, így $\sigma_{s2}=f_{yd}$

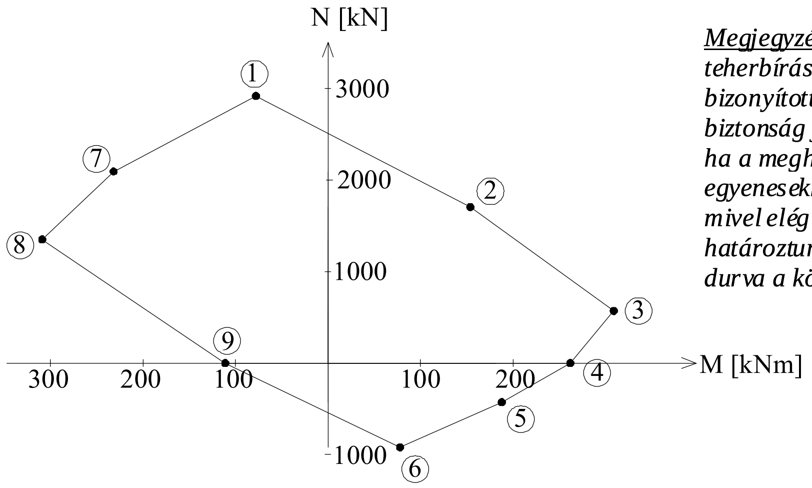
$\xi'_c := \frac{x_c}{a_1}$ $\quad \xi'_c = 0.833 \quad < \quad \xi'_{c0} = 1.59$ $\quad$ a nyomott acélbetétek rugalmasak, így $\sigma_{s1}=\sigma'_s$

nyomott acélban keletkező feszültség: $\sigma'_s := 700 - \frac{560}{\xi'_c}$ $\quad \sigma'_s = 27.54\,\frac{N}{mm^2}$ $\quad (< \ f_{yd} = 347.8\,\frac{N}{mm^2}\ )$

(ellenőrzés) $N_{Rd.9} := b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} + A_{s1} \cdot \sigma'_s - A_{s2} \cdot f_{yd}$ $\quad \boxed{N_{Rd.9} = -0\,kN}$

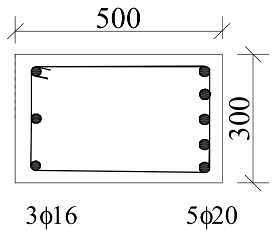
$$M_{Rd.9} := -b \cdot x_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{x_c}{2} \right) - A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_2 \right) - A_{s1} \cdot \sigma'_s \cdot \left(d_1 - \frac{h}{2} \right) \quad \boxed{M_{Rd.9} = -88.8\,kN \cdot m}$$

<u>Az adott keresztmetszet teherbírási vonala (a keresztmetszet geometriai középpontjára):</u>



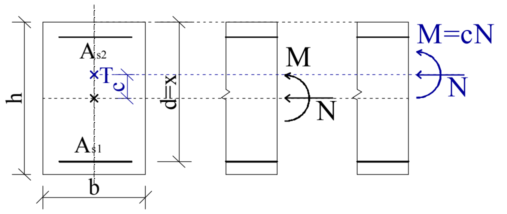
<u>Megjegyzés:</u> a keresztmetszet teherbírási vonala bizonyítottan konvex, így a biztonság javára közelítünk, ha a meghatározott pontokat egyenesekkel kötjük össze, és mivel elég sok pontot határoztunk meg, így nem durva a közelítés

4.4. Példa: Határozza meg a négyszögkeresztmetszet közelítő teherbírási vonalának pontjait úgy, hogy a nyomatékokat a nyomási teherbírási középpontra írja fel!



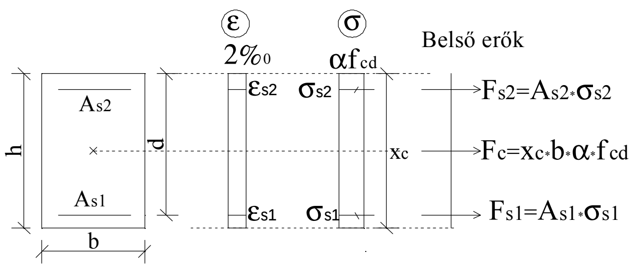
Beton: C20/25
Betonacél: S400B

Anyagjellemzők definálása: (lásd 4.3. példa)
Geometria jellemzők definiálása: (lásd 4.3. példa)
Megoldás:



Ekkor a normálerő külpontosságát a nyomási teherbírási középpontból mérjük.
Ha normálerő a teherbírási középpontban hat a keresztmetszetre, akkor a keresztmetszet minden pontjában a beton törési összenyomódásával megegyező értékű lesz a megnyúlás. [Kollár, 104. old]

A teherbírási vonal 1. pontja: *a maximális nyomóerőhöz tartozó pont (központos nyomás)*



A 2 ‰-es összenyomódáshoz tartozó acélfeszültségek:

$\sigma_s := E_s \cdot 2‰$ $\quad \sigma_s = 400 \dfrac{N}{mm^2} \quad < \quad f_{yd} = 347.8 \dfrac{N}{mm^2}$ az acélbetétek megfolynak, így $\sigma_{s1}=\sigma_{s2}=f_{yd}$

$N_{Rd.1} := b \cdot h \cdot \alpha \cdot f_{cd} + A_{s1} \cdot f_{yd} + A_{s2} \cdot f_{yd}$ $\quad \boxed{N_{Rd.1} = 2756.2\,kN}$

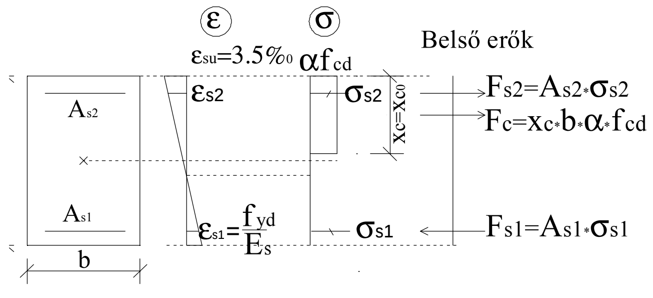
A nyomatéki teherbírás a geometriai középpontban:

$$M_{Rd.1} := A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_2\right) - A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot \left(d_1 - \frac{h}{2}\right) \qquad M_{Rd.1} = -67.3\,kN \cdot m$$

Teherbírási középpontnak a geometriai középponttól mért távolsága: $c := \dfrac{M_{Rd.1}}{N_{Rd.1}}$ $\quad c = -24.4\,mm$

A nyomatéki teherbírás a teherbírási középpontban: $M_{Rd.1} := M_{Rd.1} - N_{Rd.1} \cdot c$ $\quad \boxed{M_{Rd.1} = 0\,kN \cdot m}$

A teherbírási vonal 2. pontja: *A maximális nyomatékhoz tartozó pont*
(az A_{s1} jelű húzott acélbetétek és nyomottak az A_{s2})
A maximális nyomaték helye közel esik, ahhoz a keresztmetszeti erőjátékhoz, ahol $\xi_c=\xi_{c0}$,
(azaz a húzott acél a képlékeny és a rugalmas állapot határán van)



ahol $\sigma_{s1}=f_{yd}$ $\quad x_{c0} := \xi_{c0} \cdot d_1 \quad x_{c0} = 240.5\,mm$

$x_c := x_{c0} \quad x_c = 240.5\,mm$

A nyomott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$\xi'_c := \frac{x_c}{d_2}$ $\xi'_c = 4.81$ $>$ $\xi'_{c0} = 1.59$ nyomott acélbetétek megfolynak, így $\sigma_{s2}=f_{yd}$

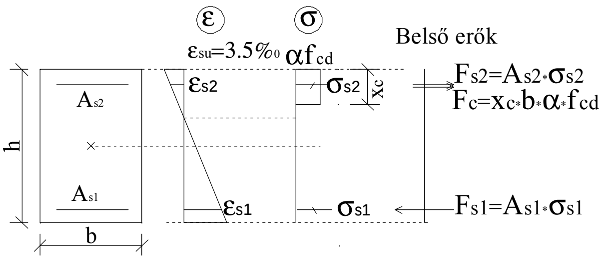
$N_{Rd.2} := b\cdot x_{c0}\cdot\alpha\cdot f_{cd} + A_{s2}\cdot f_{yd} - A_{s1}\cdot f_{yd}$ $\boxed{N_{Rd.2} = 625.4\,kN}$

A nyomatéki teherbírás a geometriai középpontra:

$$M_{Rd.2} := b\cdot x_{c0}\cdot\alpha\cdot f_{cd}\cdot\left(\frac{h}{2} - \frac{x_{c0}}{2}\right) + A_{s2}\cdot f_{yd}\cdot\left(\frac{h}{2} - d_2\right) + A_{s1}\cdot f_{yd}\cdot\left(d_1 - \frac{h}{2}\right) \qquad M_{Rd.2} = 276.1\,kN\cdot m$$

A nyomatéki teherbírás a teherbírási középpontban: $M_{Rd.2} := M_{Rd.2} - N_{Rd.2}\cdot c$ $\boxed{M_{Rd.2} = 291.3\,kN\cdot m}$

A teherbírási vonal 3. pontja: *Tiszta hajlítás (N=0)*
(az A_{s1} jelű húzott acélbetétek és nyomottak az A_{s2})



Tegyük fel, hogy a húzott acélbetétek is és a nyomott acélbetétek is húzásra ill. nyomásra folynak

A vetületi egyensúlyi egyenlet: $0 = b\cdot x_c\cdot\alpha\cdot f_{cd} + A_{s2}\cdot f_{yd} - A_{s1}\cdot f_{yd}$

$x_c = 84.1\,mm$

Az acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$\xi_c := \frac{x_c}{d_1}$ $\xi_c = 0.187$ $<$ $\xi_{c0} = 0.534$ a húzott acélbetétek megfolynak, így $\sigma_{s1}=f_{yd}$

$\xi'_c := \frac{x_c}{d_2}$ $\xi'_c = 1.683$ $>$ $\xi'_{c0} = 1.59$ a nyomott acélbetétek megfolynak, így $\sigma_{s2}=f_{yd}$

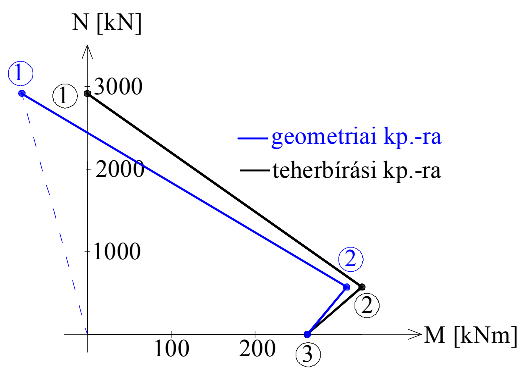
ellenőrzés: $N_{Rd.3} := b\cdot x_c\cdot\alpha\cdot f_{cd} + A_{s2}\cdot f_{yd} - A_{s1}\cdot f_{yd}$ $\boxed{N_{Rd.3} = 0\,kN}$

A nyomatéki teherbírás geometriai középpontra:

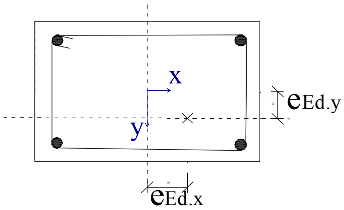
$$M_{Rd.3} := b\cdot x_c\cdot\alpha\cdot f_{cd}\cdot\left(\frac{h}{2} - \frac{x_c}{2}\right) + A_{s2}\cdot f_{yd}\cdot\left(\frac{h}{2} - d_2\right) + A_{s1}\cdot f_{yd}\cdot\left(d_1 - \frac{h}{2}\right) \qquad M_{Rd.3} = 221.2\,kN\cdot m$$

A nyomatéki teherbírás a teherbírási középpontban: $M_{Rd.3} := M_{Rd.3} - N_{Rd.3}\cdot c$ $\boxed{M_{Rd.3} = 221.2\,kN\cdot m}$

Egyszerűsített teherbírási vonal a keresztmetszet teherbírási középpontjára:



4.5. Példa:. Ellenőrizze az alábbi keresztmetszetet a megadott ferde külpontos nyomóerőre a közelítő teherbírási vonallal!

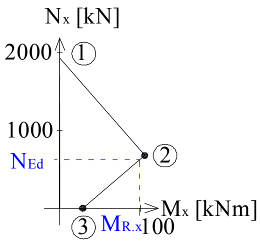


$N_{Ed} := 750kN$

$e_{Ed.x} := 90mm$

$e_{Ed.y} := 60mm$

Ha az egyszerűsített teherbírási vonal az x-z síkban:

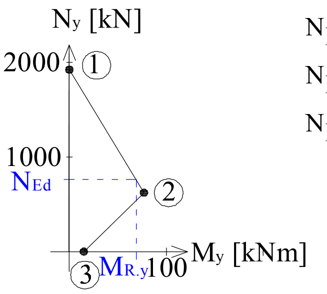


$N_{Rd.x.1} := 1950kN$ $M_{Rd.x.1} := 0kN\cdot m$

$N_{Rd.x.2} := 760.3kN$ $M_{Rd.x.2} := 117.2kN\cdot m$

$N_{Rd.x.3} := 0kN$ $M_{Rd.x.3} := 36.36kN\cdot m$

Ha az egyszerűsített teherbírási vonal az y-z síkban:



$N_{Rd.y.1} := 1950kN$ $M_{Rd.y.1} := 0kN\cdot m$

$N_{Rd.y.2} := 728.7kN$ $M_{Rd.y.2} := 77.4kN\cdot m$

$N_{Rd.y.3} := 0kN$ $M_{Rd.y.3} := 27.18kN\cdot m$

Megoldás:

$M_{Ed.x} := N_{Ed} \cdot e_{Ed.x}$ $M_{Ed.x} = 67.5\,kN\cdot m$

$M_{Ed.y} := N_{Ed} \cdot e_{Ed.y}$ $M_{Ed.y} = 45\,kN\cdot m$

A határnyomaték az x-z síkban:

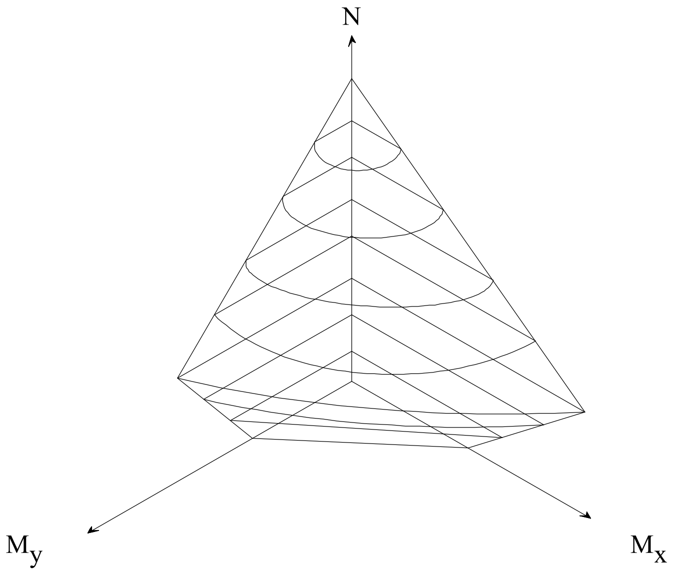
$$\frac{M_{Rd.x.2} - M_{R.x}}{N_{Rd.x.2} - N_{Ed}} = \frac{M_{Rd.x.2} - M_{Rd.x.3}}{N_{Rd.x.2} - N_{Rd.x.3}}$$

$\boxed{M_{R.x} = 116.1\,kN\cdot m}$ $>$ $M_{Ed.x} = 67.5\,kN\cdot m$ megfelel, hiszen az igénybevételi pár a teherbírási vonalon belül esik

A határnyomaték az y-z síkban:

$$\frac{M_{Rd.y.2} - M_{R.y}}{N_{Ed} - N_{Rd.y.2}} = \frac{M_{Rd.y.2} - M_{Rd.y.1}}{N_{Rd.y.1} - N_{Rd.y.2}}$$

$\boxed{M_{R.y} = 76.1\,kN\cdot m}$ $>$ $M_{Ed.y} = 45\,kN\cdot m$ megfelel, hiszen az igénybevételi pár a teherbírási vonalon belül esik



Megjegyzés: Ha a vb. keresztmetszet ferde külpontos nyomóerővel van terhelve, akkor $M_{Ed.x}$ és $M_{Ed.y}$ kétirányú hajlítónyomatékkal van igénybevéve. Azt, hogy (N_{Ed}, $M_{Ed.x}$). és (N_{Ed}, $M_{Ed.y}$) az igénybevételpárokat képes-e viselni a közelítő térbeli teherbírási felülettel dönthetjük el. Ha az igénybevételpárok a teherbírási felületen belül esnek, akkor a vb. keresztmetszet ferde hajlításra megfelel.

Ferde külpontos nyomásnál a két nyomatéki igénybevétel egyszerre hat, így a keresztmetszetnek ki kell elégítenie a következő feltételt is [Farkas-Huszár-Kovács-Szalai, 161. oldal]:
Tehát a teherbírási felület az N_{Ed}=750kN síkkal való metszeténél kell vizsgálni, hogy a nyomaték pár a teherbírási vonalon belül esik-e:

$$\left(\frac{M_{x.Ed}(N)}{M_{x.Rd}(N)}\right)^a + \left(\frac{M_{y.Ed}(N)}{M_{y.Rd}(N)}\right)^a \le 1.0$$

ahol

$$M_{x.Ed}(N) = M_{Ed..x}$$
$$M_{x.Rd}(N) = M_{R.x}$$
$$M_{y.Ed}(N) = M_{Ed.y}$$
$$M_{y.Rd}(N) = M_{R.y}$$

négyszög keresztmetszet esetén:

- a teljes betonkeresztmetszet: $A_c := b \cdot h$ $\qquad A_c = 150000\,mm^2$

- a hosszvasalás mennyisége: $A_s := A_{s1} + A_{s2}$ $\qquad A_s = 2174\,mm^2$

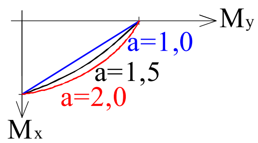
-az elméletileg központos normálerő-teherbírás tervezési értéke:

$N_{Rd} := A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd}$ $\qquad N_{Rd} = 2756.2\,kN$

$N_{Ed} = 750\,kN$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0.272$$

- az **a** meghatározásához a táblázat szerint interpolálni kell:



N_{Ed}/N_{Rd}	0,1	0,7	1,0
a	1,0	1,5	2,0

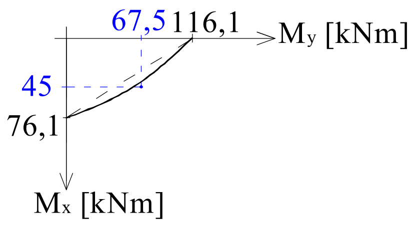
így:

$$\frac{0.7-0.1}{1.5-1.0} = \frac{0.7-\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}}{1.5-a}$$

$$\boxed{a = 1.143}$$

$$\left(\frac{M_{Ed.x}}{M_{R.x}}\right)^a + \left(\frac{M_{Ed.y}}{M_{R.y}}\right)^a = 1.087$$

> 1 tehát a keresztmetszet a ferde hajlításra nem felel meg!



V. GYAKORLAT
Vasbeton gerendák nyírásvizsgálata

Készítették: Friedman Noémi és Dr. Huszár Zsolt

A nyírási teherbírás megfelelő, ha a következő követelmények mindegyike egyidejűleg teljesül:

- a keresztmeszet nyírási teherbírására vonatkozóan:

$$\min(V_{Ed}, V_{Ed,red}) \leq V_{Rd,s}$$

- a beton (nyírásból származó) ferde nyomási teherbírására vonatkozóan:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$$

A fenti összefüggésekben:

V_{Ed} a külső terhekből és terhelő hatásokból a statikai vázon meghatározott nyíróerő tervezési értéke

$V_{Ed,red}$ a külső terhekből és terhelő hatásokból meghatározott nyíróerő tervezési értéke, mely tartalmazza:

- az axiális igénybevételek tangenciális összetevőinek nyíróerőt módosító hatását,
- a tartószerkezet ellentétes oldalán működő terhelés és megtámasztás közötti „ívhatást”.

$V_{Rd,s}$ a méretezett nyírási vasalással ellátott keresztmetszet nyírási teherbírása

$V_{Rd,max}$ a beton ferde nyomási teherbírása alapján számított nyírási teherbírás.

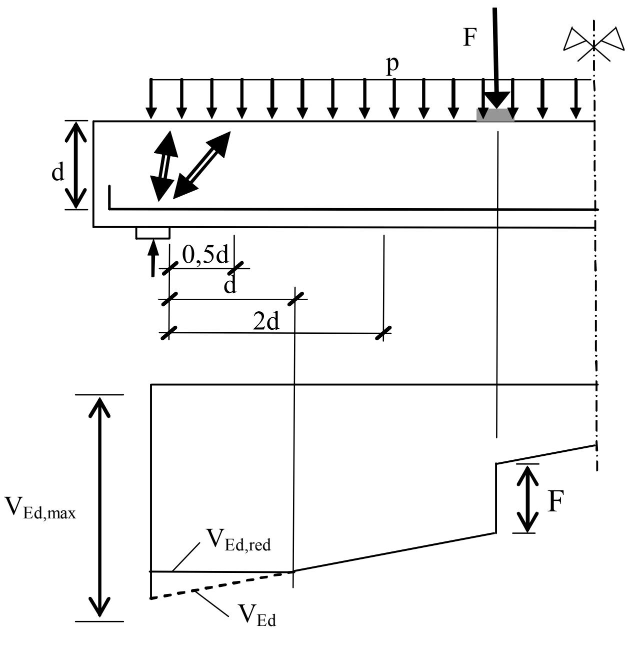
A keresztmetszetben csak minimális (nem méretezett) nyírási vasalást kell elhelyezni ha:

$$\min(V_{Ed}, V_{Ed,red}) \leq V_{Rd,c}$$

ahol:

$V_{Rd,c}$ - a méretezett nyírási vasalás nélküli keresztmetszet nyírási teherbírása.

A megtámasztás környezetében kialakuló közvetlen teherátadás (redukció)



1. ábra: Az a_v < 2d szakaszon belül csak megoszló teher működik

Amennyiben a teher a szerkezetnek az alátámasztással ellentétes oldalán működik, továbbá a támasz szélétől $a_v \leq 2d$ távolságon belül csak megoszló teher hat, akkor megengedett, hogy a támasz tengelyétől d távolságon belül a $V_{Ed,red}$ redukált nyíróerő diagrammját az 1. ábra szerint vegyük fel. Ez az eljárás csak akkor alkalmazható, ha a vizsgált keresztmetszetben lévő hosszvasalás a támasz mögött megfelelően le van horgonyozva. Ha a támasz közelében koncentrált erők is hatnak, akkor a redukció részleteit az MSZ EN 1992-1-1 taglalja.

Méretezett nyírási vasalást nem tartalmazó keresztmetszetek nyírási teherbírása

A méretezett nyírási vasalást nem tartalmazó keresztmetszet nyírási teherbírását ($V_{Rd,c}$) a nyomott zóna nyírási teherbírása biztosítja. A keresztmeszet nyírási teherbírása – ha hajlítási repedések lépnek fel – a következőképpen számítható:

$$V_{Rd,c} = \left[\frac{0{,}18}{\gamma_c} k \left(100\ \rho_\ell\ f_{ck}\right)^{1/3} + 0{,}15\ \sigma_{cp}\right] b_w d\ \geq \left(v_{min} + 0{,}15\ \sigma_{cp}\right) b_w d$$

ahol:

f_{ck} [N/mm^2]-ben értendő

$k = 1 + \sqrt{\dfrac{200}{d}} \leq 2{,}0$ melyben d mm-ben értendő

$\rho_? = \dfrac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0{,}02$

A_{sl} - a vizsgált keresztmetszetben megfelelően lehorgonyzott hosszvasalás keresztmetszeti területe, melybe a tapadásos feszítőbetét is beszámítható,

b_w - a keresztmetszet legkisebb szélessége a húzott zónában,

σ_{cp} - $\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c \leq 0{,}2 f_{cd}$, σ_{cp} értékét [N/mm^2]-ben kell számítani,

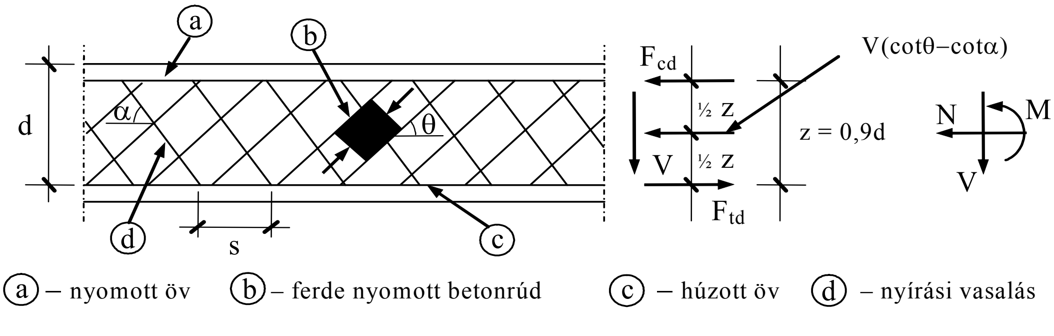
N_{Ed} - a vizsgált keresztmetszetben a külső terhekből és a feszítésből származó normálerő tervezési értéke (nyomás esetén pozitív). A terhelő mozgásokból származó normálerő figyelmen kívül hagyható,

A_c - a betonkeresztmetszet területe,

v_{min} - értéke a következő: $v_{min} = 0{,}035\ k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$

Méretezett nyírási vasalást tartalmazó keresztmetszetek nyírási teherbírása

A méretezett nyírási vasalást tartalmazó keresztmetszetek nyírási teherbírásának számítását a rácsostartó modellen alapuló, változó dőlésű rácsrúd módszere alapján kell végezni az alábbi ábrán látható modell alapján.



2. ábra: A változó dőlésű rácsrúd-módszer modellje

A ferde nyomott betonrudaknak a tartó hossztengelyével bezárt θ szögét a következő korlátok betartásával úgy célszerű felvenni, hogy a vasalás kialakítása optimális legyen.

$$1{,}0 \leq \cot\theta \leq 2{,}5$$

θ ezen határokon belüli felvételére MSZ EN 1992-1-1 nem ad iránymutatást. A Tanszék a német szabvány alapján cotθ értékét az alábbi képlet alapján javasolja számolni*:

$$\text{ctg}\theta = \frac{1.2 + 1.4 \cdot \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}}{1 - \frac{V_{Rd.c}}{V_{Ed.red}}}$$

A beton ferde nyomási teherbírása a következő összefüggéssel számítható:

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw}\, b_w\, z\, \nu\, f_{cd}\, \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta}$$

ahol:

α_{cw} értéke:

1,0 feszítés nélküli szerkezetek esetén

$1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}$ ha $0 < \sigma_{cp} \le 0{,}25 f_{cd}$

1,25 ha $0{,}25 f_{cd} < \sigma_{cp} \le 0{,}5 f_{cd}$

$2{,}5\left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right)$ ha $0{,}5 f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd}$

σ_{cp} - átlagos nyomófeszültség az ideális keresztmetszeten meghatározva. A támasz szélétől $0{,}5d\cot\theta$ távolságon belül értékét zérusnak lehet tekinteni.

b_w - a húzott és nyomott öv közötti legkisebb keresztmetszeti szélesség,

z - a belső kar, normálerő (feszítés) nélküli elemek esetén általános esetben $z = 0{,}9d$ érték alkalmazható.

ν - hatékonysági tényező, általában: $\nu = 0{,}6\left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$

α - a nyírási vasalás síkjának a tartó hossztengelyével bezárt szöge (kengyel esetén $\alpha = 90°$, felhajlítás esetén $\alpha = 45°$.)**.

A méretezett nyírási vasalást tartalmazó keresztmetszet nyírási teherbírása általános esetben a következő összefüggéssel határozható meg:

$$V_{Rd} = V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s}\, z\, f_{ywd}\, (\cot\theta + \cot\alpha)\sin\alpha$$

ahol:

A_{sw} - a nyírási vasalás keresztmetszeti területe

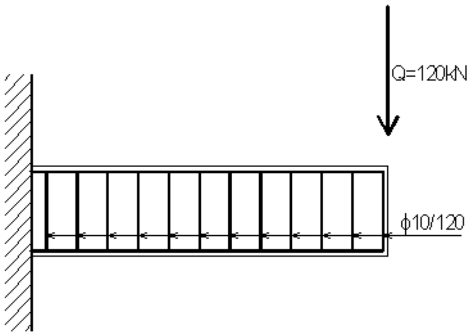
f_{ywd} - a nyírási vasalás szilárdságának tervezési értéke.

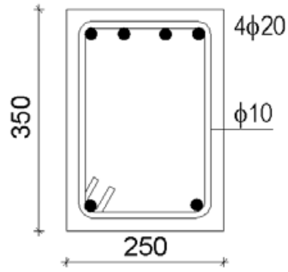
s - kengyeltávolság a tartó hossztengelye mentén mérve.

*Feszítés illetve normálerő nélküli esetekben az V. és VI. gyakorlat példáiban, a felkészülést segítő példákban, valamint a tervezési segédletben az egyszerűség kedvéért θ = 45°-kal számoltunk. Ha a keresztmetszetben normálerő is működik akkor a tapasztalatok szerint a nyomott rácsrudak hajlása kisebb. Az MSZ EN 1992-1-1 ilyen esetekben sem intézkedik ctgθ felvételéről. Ilyenkor ajánlott ctgθ értékét a fentiekben javasolt képlet alapján számolni (lásd 5.2. feladat). Mivel a német szabvány által megadott képlet lehetőséget ad a beton nyírási teherbírása miatti többletigénybevétel figyelembevételére is, normálerő illetve feszítés nélküli esetekben is megfontolandó ezen képlet alkalmazása. E vitatott kérdés bővebb részletezésére és példák kidolgozására csak a kiegészítő anyagban kerül sor.

**Amennyiben függőleges kengyelek és felhajlított acélbetétek is részt vesznek a nyírási teherbírásban, javasolt a biztonság javára történő közelítésként $V_{Rd,max}$ fenti képletében α= 90 fokkal számolni. Ha ezzel a számítással a beton keresztmetszeti méretei nem felelnek meg, megengedett a Dulácska Endre és Kollár László (Deák György – Draskóczy András – Dulácska Endre – Koollár László – Visnovitz György: Vasbetonszerkezetek című könyve) által ajánlott $(\text{ctg}\theta + \text{ctg}\alpha) / (1 + \text{ctg}^2\theta) = 0.75$ (θ=45 fok esetén) pontosabb értékkel számolni.

5.1. Koncentrált erõvel tehelt konzol ellenõrzése nyírásra





Anyagok :

Beton: C25/30
Betonacél: S400B

Betonfedés:20 mm
Kedv.elm.: 10 mm
Kengy.táv: s = 120mm

5.1.1. Kiindulási adatok

<u>a.) Geometriai jellemzõk:</u>

$A_{sl} := \dfrac{4 \cdot \phi^2 \cdot \pi}{4}$ $\quad A_{sl} = 1257\,mm^2$ $\quad A_{sw} := \dfrac{2 \cdot \phi_k^2 \cdot \pi}{4}$ $\quad A_{sw} = 157\,mm^2$

$d := h - \left(20 + 10 + \dfrac{20}{2} + 10\right)mm$ $\quad d = 300\,mm$

<u>b.) Anyagjellemzõk:</u>

Beton: **C25/30** $\quad \gamma_c := 1.5 \quad f_{ck} := 25\dfrac{N}{mm^2} \quad f_{cd} := \dfrac{f_{ck}}{1.5} \quad f_{cd} = 16.67\dfrac{N}{mm^2}$

Betonacél: **S400B** $\quad \gamma_s := 1.15 \quad f_{yk} := 400\dfrac{N}{mm^2} \quad f_{yd} := \dfrac{f_{yk}}{1.15} \quad f_{yd} = 347.83\dfrac{N}{mm^2}$

5.1.2. Ellenõrzés nyírásra

<u>a.) Mértékadó nyíróerõ meghatározása</u>

-A nyíróerõ tervezési értéke: $\boxed{V_{Ed} := 120kN}$ $\quad$ (V_{Ed} = V)

-A redukált nyíróerõ:

Mivel a befogás 2d = 600 mm hosszú környezetében nem hat a gerendára teher, a nyíróerõ redukciója nem okoz változást.

$V_{Ed.red} := V_{Ed}$ $\quad \boxed{V_{Ed.red} = 120\,kN}$

b.) A beton által felvehetõ nyíróerõ ($V_{Rd.c}$) meghatározása

A (normálerõvel nem terhelt) méretezett nyírási vasalás nélküli kersztmetszet nyírási teherbírása ($V_{Rd.c}$):

$$V_{Rd.c} := \max\begin{bmatrix} \dfrac{0.18}{\gamma_c}\cdot k\cdot\left(100\cdot\rho_1\cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \\ \nu_{min} \end{bmatrix}\cdot b_w\cdot d$$

ahol k: $k := \min\left(1+\sqrt{\dfrac{200}{d}}, 2.0\right)$ $\quad k := 1+\sqrt{\dfrac{200}{300}}$ $\quad k = 1.816$

ρ_1 : $\rho_1 := \min\left(\dfrac{A_{sl}}{b_w\cdot d}, 0.02\right)$ ahol: $\dfrac{A_{sl}}{b_w\cdot d} = \dfrac{1257}{250\cdot 300} = 0.017$ $\quad \rho_1 = 0.017$

ν_{min} :

$\nu_{min} := 0.035\cdot k^{\frac{3}{2}}\cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}}$ $\quad 0.035\cdot 1.816^{\frac{3}{2}}\cdot 25^{\frac{1}{2}} = 0.428$

$$V_{Rd.c} := \max\begin{bmatrix} \dfrac{0.18}{1.5}\cdot 1.816\cdot(100\cdot 0.017\cdot 25)^{\frac{1}{3}} \\ 0.428 \end{bmatrix}\cdot 250\cdot 300\cdot N$$

ahol $\dfrac{0.18}{1.5}\cdot 1.816\cdot(100\cdot 0.017\cdot 25)^{\frac{1}{3}} = 0.760$

$\boxed{V_{Rd.c} = 57.0\,kN}$ < $V_{Ed.red} = 120\,kN$ $\Rightarrow$ szükség van nyírási vasalásra

c.) A nyomott beton tönkremenetele nélkül felvehetõ legnagyobb nyíróerõ ($V_{Rd.max}$) meghatározása

$$V_{Rd.max} := \alpha_{cw}\cdot b_w\cdot z\cdot\nu\cdot f_{cd}\cdot\frac{\cot(\theta)+\cot(\alpha)}{1+(\cot(\theta))^2}$$

ahol:

$\alpha_{cw} := 1$ feszítés illetve nyomóerõ nélküli keresztmetszet esetén;

$z := 0.9\cdot d$ $\quad z = 270\,mm$

$\nu := 0.6\cdot\left(1-\dfrac{f_{ck}}{250}\right)$ ahol $f_{ck} := 25\dfrac{N}{mm^2}$

$\nu = 0.540$

$\alpha := 90\cdot fok$ a nyírási vasalásnak (a kengyelnek) a tartó tengelyével bezárt szöge

θ a ferde nyomott beton rácsrúdnak a tartó hossztengelyével bezárt szöge

$1.0 \le \cot(\theta) \le 2.5$

a tartót nem terheli normálerõ $\Rightarrow$ $\theta = 45\,fok$ $\quad \cot(\theta) = 1$ **(az egyszerû számítás kedvéért)**

$$V_{Rd.max} := 1\cdot 250\cdot 0.9\cdot 300\cdot 0.54\cdot 16.67\cdot\frac{1}{2}\cdot N$$

$\boxed{V_{Rd.max} = 303.8\,kN}$ > $V_{Ed} = 120\,kN$ $\Rightarrow$ A beton keresztmetszet geometriai méretei megfelelõek, a gerenda nyírásra vasalható.

d) A méretezett nyírási vasalással ellátott vb keresztmetszet nyírási teherbírásának(V_{Rd}) meghatározása

(A $V_{Rd.c}$ értékét, azaz a beton által felvehetõ nyíróerõt, az MSZ EN 1992-1-2 nem veszi figyelembe a V_{Rd} számításánál.)

A kengyelek által felvehetõ nyíróerõ ($V_{Rd.s}$) meghatározása:

$$V_{Rd.s} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s} \cdot 0.9 \cdot d \cdot \cot(\theta) = \frac{157 \cdot mm^2 \cdot 348 \cdot \frac{N}{mm^2}}{120 \cdot mm} \cdot 0.9 \cdot 300 \cdot mm \cdot 1 = 122.9\,kN$$

$V_{Rd} := V_{Rd.s}$ $\boxed{V_{Rd} = 122.9\,kN}$

e.) Teherbírás ellenõrzése

$V_{Ed.red} = 120\,kN$ < $V_{Rd} = 122.9\,kN$ ⇨ A gerenda nyírási teherbírása megfelel

f.) Szerkesztési szabályok ellenõrzése

A nyírási vasalás fajlagos mennyisége: $\rho_w := \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin(\alpha)}$ $\boxed{\rho_w = 0.524\,\%}$

[1] A fajlagos mennyiség minimális értéke: $\rho_{w.min} := \frac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} = \frac{0.08 \cdot \sqrt{25}}{400} = 0.100\,\%$

$\boxed{\rho_{w.min} = 0.100\,\%}$ < $\rho_w = 0.524\,\%$ ⇨ Megfelel

[2] A fajlagos mennyiség maximális értéke:

$$\rho_{w.max} := \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha_c \cdot \nu \cdot f_{cd}}{1 - \cos(\alpha)} \cdot \frac{1}{f_{yd}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 0.540 \cdot 16.67 \cdot \frac{N}{mm^2}}{1} \cdot \frac{1}{347.8 \cdot \frac{N}{mm^2}} = 1.294\,\%$$

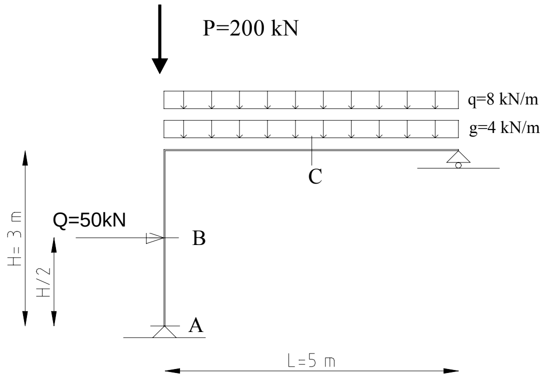
$\boxed{\rho_{w.max} = 1.294\,\%}$ > $\rho_w = 0.524\,\%$ ⇨ Megfelel

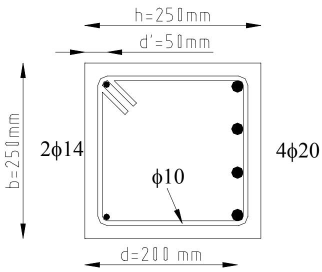
[3] A nyírási acélbetétek maximális távolsága: $s_{max} := 0.75 \cdot d = 0.75 \cdot 300mm$

$s_{max} = 225\,mm$ > $s = 120\,mm$ ⇨ Megfelel

[4] A gerendában felhajlított betét nincs, teljesül az a feltétel, hogy a nyíróerõ legalább 50% -át kengyelekkel kell felvenni, ugyan is a nyíróerõt 100%-ban a kengyelek veszik fel.

5.2. Határozza meg az adott keret A-B keresztmetszetek közötti szakaszán az alkalmazott kengyelek szükséges távolságát!





Anyagok :

Beton: C25/30
Betonacél: S500B

Biztonsági tényezõk:

$\gamma_g := 1.35$ $\gamma_q := 1.5$

$\gamma_P := 1.5$

Egyidejûségi tényezõk egységesen: $\psi := 0.6$

5.2.1. Kiindulási adatok

a.) Geometriai jellemzõk:

$A_{sl} := \dfrac{4 \cdot \phi^2 \cdot \pi}{4}$ $A_{sl} = 1257\,mm^2$ $A'_{sl} := \dfrac{2 \cdot \phi'^2 \cdot \pi}{4}$ $A'_{sl} = 308\,mm^2$

$A_{sw} := \dfrac{2 \cdot \phi_k^2 \cdot \pi}{4}$ $A_{sw} = 157\,mm^2$ $d := 200mm$ $d' := 50mm$

b.) Anyagjellemzõk:

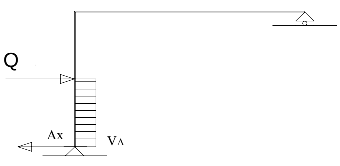
Beton: **C25/30** $\gamma_c := 1.5$ $f_{ck} := 25\dfrac{N}{mm^2}$ $f_{cd} := \dfrac{f_{ck}}{1.5}$ $f_{cd} = 16.67\dfrac{N}{mm^2}$

Betonacél: **S500B** $\gamma_s := 1.15$ $f_{yk} := 500\dfrac{N}{mm^2}$ $f_{yd} := \dfrac{f_{yk}}{1.15}$ $f_{yd} = 434.78\dfrac{N}{mm^2}$

5.2.2.Szükséges kengyeltávolság meghatározása

a.) Mértékadó igénybevételek meghatározása

A mértékadó nyíróerõ az **A-B** szakaszon a kiemelt vízszintes Q teherbõl keletkezik:



$V_A := \gamma_P \cdot Q = 1.5 \cdot 50 \cdot kN$

$V_{Ed.red} := V_A$ $\boxed{V_{Ed.red} = 75\,kN}$

A mértékadó nyíróerõvel egyidejû normálerõ: $N_{Ed} := \left(\gamma_g \cdot g + \psi \cdot \gamma_q \cdot q\right) \cdot \dfrac{L}{2} - \dfrac{Q \cdot \gamma_P \cdot H}{2 \cdot L} + \psi \cdot \gamma_P \cdot P$

$\boxed{N_{Ed} = 189\,kN}$

b.) A nyomott beton által felvehetõ nyíróerõ ($V_{Rd.c}$) meghatározása

A méretezett nyírási vasalás nélküli keresztmetszet nyírási teherbírása ($V_{Rd.c}$):

$$V_{Rd.c} := \left[\max\begin{bmatrix} \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \\ \nu_{min} \end{bmatrix} + 0.15 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d$$

ahol k: $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}, 2.0\right)$ $\quad k := 1 + \sqrt{\frac{200}{200}}$ $\quad k = 2$

ρ_1 : $\rho_1 := \min\left(\frac{A_{sl}}{b_w \cdot d}, 0.02\right)$ ahol: $\frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} = \frac{1257}{250 \cdot 200} = 0.025$ $\quad \rho_1 = 0.020$

σ_{cp} : $\sigma_{cp} := \frac{N_{Ed}}{b \cdot h} = \frac{189 \cdot kN}{250mm \cdot 250mm} = 3.024 \frac{N}{mm^2}$

ν_{min} : $\nu_{min} := 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}}$ $\quad 0.035 \cdot 2^{\frac{3}{2}} \cdot 25^{\frac{1}{2}} = 0.495$

$$V_{Rd.c} := \left[\max\begin{bmatrix} \frac{0.18}{1.5} \cdot 2 \cdot (100 \cdot 0.02 \cdot 25)^{\frac{1}{3}} \\ 0.495 \end{bmatrix} + 0.15 \cdot 3.024 \right] \cdot 250 \cdot 200 \cdot N$$

ahol

$$\frac{0.18}{1.5} \cdot 2 \cdot (100 \cdot 0.02 \cdot 25)^{\frac{1}{3}} = 0.884$$

$\boxed{V_{Rd.c} = 66.9\,kN}$ < $V_{Ed.red} = 75\,kN$ ⟹ **szükség van nyírási vasalásra**

c.) A nyomott beton tönkremenetele nélkül felvehetõ legnagyobb nyíróerõ ($V_{Rd.max}$) meghatározása:

Kengyel, azaz $\alpha := 90 \cdot fok$ esetén a nyíróerõ felsõ korlátja:

$$V_{Rd.max} := \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot \frac{1}{\tan(\theta) + \cot(\theta)}$$

Mivel $\alpha := 90 \cdot fok$ esetén: $\frac{\cot(\theta) + \cot(\alpha)}{1 + (\cot(\theta))^2} = \frac{1}{\tan(\theta) + \cot(\theta)}$

ahol:

$\alpha_{cw} := 1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}$ mivel $\sigma_{cp} = 3.024 \frac{N}{mm^2}$ < $0.25 \cdot f_{cd} = 4.167 \frac{N}{mm^2}$ $\quad \alpha_{cw} = 1.181$

$z := 0.9 \cdot d \quad z = 180\,mm$

$\nu := 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$ ahol $f_{ck} = 25 \frac{N}{mm^2}$

$\nu = 0.540$

θ A ferde nyomott beton rácsrúdnak a tartó hossztengelyével bezárt szöge

$\theta := \text{acot}\left(\frac{1.2 + 1.4 \cdot \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}}{1 - \frac{V_{Rd.c}}{V_{Ed.red}}}\right)$ ctg(θ)= $\frac{1.2 + 1.4 \cdot \frac{3.02}{16.67}}{1 - \frac{66.9}{75}} = 13.46$ >2.5* ⟹ $\theta := \text{acot}(2.5)$

$\theta = 21.8\,deg$

* ctg(θ) értéke nem lehet 2,5-nél nagyobb. Ha a számításból ennél nagyobb érték adódik, θ értéke a ctg(θ)=2,5 egyenlõségbõl adódik.

$V_{Rd.max} := 1.177 \cdot 250 \cdot 0.9 \cdot 200 \cdot 0.54 \cdot 16.67 \cdot \frac{1}{0.4 + 2.5} \cdot N$ $\quad \boxed{V_{Rd.max} = 164.4\,kN}$ > $V_{Ed} := 75kN$

⟹ **A gerenda nyírásra bevasalható**

d.) A szükséges kengyeltávolság (s_{max}) meghatározása:

A megengedhetõ legnagyobb kengyeltávolság számításához a $V_{Ed.red} \le V_{Rd}$ egyenlõtlenségre egyenlõséget feltételezve:

$V_{Rd} := V_{Ed.red}$ $V_{Rd} = 75\,kN$ $V_{Rd.s} := V_{Rd}$

$$V_{Rd.s} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s_{min}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot \cot(\theta) \quad \Longrightarrow \quad s_{max} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{V_{Rd.s}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot 2.5 \qquad s_{max} = 410\,mm$$

Az alkalmazott kengyeltávolság legyen: $\boxed{s_{alk} := 400mm}$

Ekkor a kengyelek által felvehetõ nyíróerõ: $V_{Rd.s} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s_{alk}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot 2.5$ $\boxed{V_{Rd.s} = 76.8\,kN}$

e.) A szerkesztési szabályok ellenõrzése

A nyírási vasalás fajlagos mennyisége: $\rho_w := \frac{A_{sw}}{s_{alk} \cdot b_w \cdot \sin(\alpha)}$ $\rho_w = 0.157\,\%$

[1] A fajlagos mennyiség minimális értéke: $\rho_{w.min} := \frac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} = \frac{0.08 \cdot \sqrt{25}}{500} = 0.080\,\%$

$\boxed{\rho_{w.min} = 0.080\,\%}$ < $\rho_w = 0.157\,\%$ $\Longrightarrow$ Megfelel

[2] A fajlagos mennyiség maximális értéke:

$$\rho_{w.max} := \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha_c \cdot \nu \cdot f_{cd}}{1 - \cos(\alpha)} \cdot \frac{1}{f_{yd}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 0.54 \cdot 16.67 \cdot \frac{N}{mm^2}}{1} \cdot \frac{1}{434.78 \cdot \frac{N}{mm^2}} = 1.035\,\%$$

$\boxed{\rho_{w.max} = 1.035\,\%}$ > $\rho_w = 0.157\,\%$ $\Longrightarrow$ Megfelel

[3] A nyírási acélbetétek maximális távolsága: $s_{max.d} := 0.75 \cdot d = 0.75 \cdot 200mm$

$\boxed{s_{max.d} = 150\,mm}$ < $s_{alk} = 400\,mm$ $\Longrightarrow$ **Nem felel meg!!!!**

[4] A mértékadó nyíróerõt 100%-ban a kengyelek veszik fel > 50% $\Longrightarrow$ Megfelel

A szerkesztési szabályok miatt módosított kengyeltávolság: $\boxed{s_{alk} := 150mm}$

Ekkor a kengyelek által felvehetõ nyíróerõ: $V_{Rd.s} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s_{alk}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot 2.5$ $\boxed{V_{Rd.s} = 204.9\,kN}$

e'.) A szerkesztési szabályok ellenõrzése a módosított kengyeltávolság esetén

$\rho_w := \frac{A_{sw}}{s_{alk} \cdot b_w \cdot \sin(\alpha)}$ $\rho_w = 0.419\,\%$

[1] $\boxed{\rho_{w.min} = 0.080\,\%}$ < $\rho_w = 0.419\,\%$ $\Longrightarrow$ Megfelel

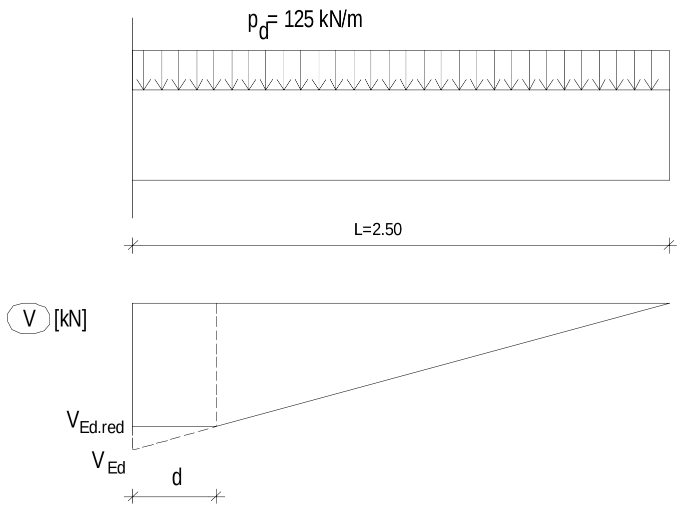
[2] $\boxed{\rho_{w.max} = 1.035\,\%}$ > $\rho_w = 0.419\,\%$ $\Longrightarrow$ Megfelel

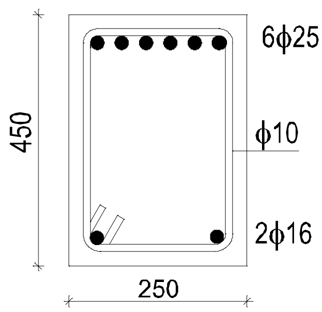
[3] $\boxed{s_{max.d} = 150\,mm}$ = $s_{alk} = 150\,mm$ $\Longrightarrow$ Megfelel

[4] 100% > 50% $\Longrightarrow$ Megfelel

$\Longrightarrow$ **Az A-B szakaszon a szükséges kengyeltávolság a nyírási teherbírás szempontjából 410mm, azonban a szerkesztési szabályok miatt legalább 150mm sûrûségû kengyeleket kell alkalmazni. A javasolt kengyeltávolság 150mm.**

5.3. Határozza meg a szükséges kengyeltávolságot (felhajlított vasat nem alkalmazunk)!





Anyagok :

Beton: C25/30
Betonacél: S500B

Betonfedés:20 mm
Kedv.elm.: 10 mm

5.3.1. Kiindulási adatok

a.) Geometriai jellemzõk:

$a := 60mm$ $\quad h := 450mm$ $\quad b := 250mm$

$d := (h - a)$ $\quad d = 390\,mm$ $\quad L := 2.5m$

$A_{sl} := \dfrac{6 \cdot \phi^2 \cdot \pi}{4}$ $\quad A_{sl} = 2945\,mm^2$ $\quad A'_{sl} := \dfrac{2 \cdot \phi'^2 \cdot \pi}{4}$ $\quad A'_{sl} = 402\,mm^2$

$A_{sw} := \dfrac{2 \cdot \phi_k^2 \cdot \pi}{4}$ $\quad A_{sw} = 157\,mm^2$

b.) Anyagjellemzõk:

Beton: **C25/30** $\quad \gamma_c := 1.5$ $\quad f_{ck} := 25\dfrac{N}{mm^2}$ $\quad f_{cd} := \dfrac{f_{ck}}{1.5}$ $\quad f_{cd} = 16.67\dfrac{N}{mm^2}$

Betonacél: **S500B** $\quad \gamma_s := 1.15$ $\quad f_{yk} := 500\dfrac{N}{mm^2}$ $\quad f_{yd} := \dfrac{f_{yk}}{1.15}$ $\quad f_{yd} = 434.78\dfrac{N}{mm^2}$

5.3.2.A Szükséges kengyeltávolságok meghatározása

a.) Mértékadó igénybevételek meghatározása

A mértékadó nyíróerõ és a redukált nyíróerõ a függõleges megoszló p teherbõl:

$p_d := 125\dfrac{kN}{m}$ $\quad V_{Ed} := p_d \cdot L$ $\quad \boxed{V_{Ed} = 312.5\,kN}$ $\quad V_{Ed.red} := V_{Ed} - p_d \cdot d$ $\quad \boxed{V_{Ed.red} = 263.8\,kN}$

b.) A beton által felvehetõ nyíróerõ ($V_{Rd.c}$) meghatározása

A (normálerõvel nem terhelt) méretezett nyírási vasalás nélküli keresztmetszet nyírási teherbírása ($V_{Rd.c}$):

$$V_{Rd.c} := \max\begin{bmatrix} \frac{0.18}{\gamma_c}\cdot k\cdot\left(100\cdot\rho_1\cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \\ \nu_{min} \end{bmatrix}\cdot b_w\cdot d$$

ahol k: $k := \min\left(1+\sqrt{\frac{200}{d}}, 2.0\right)$ $\quad k := 1+\sqrt{\frac{200}{390}}$ $\quad k = 1.716$

ρ_1 : $\rho_1 := \min\left(\frac{A_{sl}}{b_w\cdot d}, 0.02\right)$ ahol: $\frac{A_{sl}}{b_w\cdot d} = \frac{2945}{250\cdot 390} = 0.03$ $\quad \rho_1 = 0.020$

ν_{min} : $\nu_{min} := 0.035\cdot k^{\frac{3}{2}}\cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}}$ $\quad 0.035\cdot 1.716^{\frac{3}{2}}\cdot 25^{\frac{1}{2}} = 0.393$

$$V_{Rd.c} := \max\begin{bmatrix} \frac{0.18}{1.5}\cdot 1.716\cdot(100\cdot 0.02\cdot 25)^{\frac{1}{3}} \\ 0.393 \end{bmatrix}\cdot 250\cdot 390\cdot N$$

ahol $\frac{0.18}{1.5}\cdot 1.716\cdot(100\cdot 0.02\cdot 25)^{\frac{1}{3}} = 0.759$

$\boxed{V_{Rd.c} = 74.0\,kN}$ < $V_{Ed.red} = 263.75\,kN$ ⇨ szükség van nyírási vasalásra

c.) A nyomott beton tönkremenetele nélkül felvehetõ legnagyobb nyíróerõ ($V_{Rd.max}$) meghatározása:

$$V_{Rd.max} := \alpha_{cw}\cdot b_w\cdot z\cdot\nu\cdot f_{cd}\cdot\frac{1}{\tan(\theta)+\cot(\theta)}$$ (α = 90° esetén)

ahol:

$\alpha_{cw} := 1$ (mivel a tartót nem terheli nomálerõ)

$z := 0.9\cdot d$ $\quad z = 351\,mm$

$\nu := 0.6\cdot\left(1-\frac{f_{ck}}{250}\right)$ ahol $f_{ck} = 25\frac{N}{mm^2}$ $\quad \nu = 0.540$

θ A ferde nyomott beton rácsrúdnak a tartó hossztengelyével bezárt szöge

$1.0 \le \cot(\theta) \le 2.5$

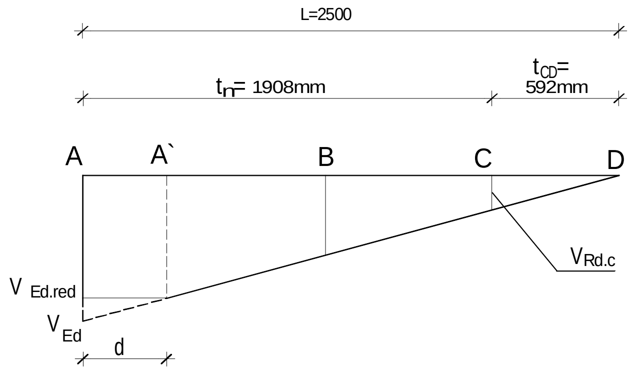
A tartót normálerõ nem terheli ⇨ $\theta := 45fok$ $\quad \cot(\theta) = 1$

$V_{Rd.max} := 1\cdot 250\cdot 0.9\cdot 390\cdot 0.54\cdot 16.67\cdot\frac{1}{2}\cdot N$ $\boxed{V_{Rd.max} = 395\,kN}$ > $V_{Ed} = 312.5\,kN$ ⇨ A gerenda nyírásra bevasalható d.) A szükséges kengyeltávolságok meghatározása:

A nyírásra vasalandó szakasz hosszának meghatározása:

Ott szükséges nyírási vasalás, ahol:

$V_{Rd.c} < V_{Ed.red}$



Az ábra alapján:

$$t_n := \left(V_{Ed} - V_{Rd.c}\right) \cdot \frac{L}{V_{Ed}}$$

$$t_n = 1908\,\text{mm}$$

Nyírási vasalás számítása:

"A-A' " szakaszon:

$$s_{AA} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot 0.9 \cdot d}{V_{Ed.red}} \qquad s_{AA} = 90.9\,\text{mm}$$

A "C-D" szakaszon $V_{Rd.c} > V_{Ed}$, tehát itt nem szükséges méretezett nyírási vasalás, a kengyelkiosztást a szerkesztési szabályok határozzák meg:

[1] A fajlagos mennyiség minimális értéke: $\rho_{w.min} := \dfrac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} = \dfrac{0.08 \cdot \sqrt{25}}{500} = 0.080\,\%$

$$\rho_{w.min} = 0.080\,\% \quad \Longrightarrow \quad s_{max1} := \frac{A_{sw}}{\rho_{w.min} \cdot b_w} \qquad \boxed{s_{max1} = 785\,\text{mm}}$$

[2] A fajlagos mennyiség maximális értéke:

$$\rho_{w.max} := \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha_c \cdot \nu \cdot f_{cd}}{1 - \cos(\alpha)} \cdot \frac{1}{f_{yd}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 0.540 \cdot 16.67 \cdot \frac{N}{mm^2}}{1} \cdot \frac{1}{434.78 \cdot \frac{N}{mm^2}} = 1.035\,\%$$

$$\rho_{w.max} = 1.035\,\% \quad \Longrightarrow \quad s_{min} := \frac{A_{sw}}{\rho_{w.max} \cdot b_w} \qquad \boxed{s_{min} = 61\,\text{mm}}$$

[3] A nyírási acélbetétek maximális távolsága: $s_{max2} := 0.75 \cdot d = 0.75 \cdot 390\text{mm}$ $\boxed{s_{max2} = 293\,\text{mm}}$

Legyen ezen a szakaszon az alkalmazott kengyeltávolság: $\boxed{s_{CD} := 280\text{mm}}$ $<$ $\min\left(s_{max1}, s_{max2}\right) = 293\,\text{mm}$

$>$ $s_{min} = 61\,\text{mm}$

Az AA' szakaszra meghatározott kengyelezést az A'B szakaszra is kiterjesztjük: $\boxed{s_{AB} := 90\text{mm}}$

Tehát legyen:

A - B: $s_{AB} = 90\,\text{mm}$

B - C: $s_{BC} := 140\text{mm}$*

C - D: $s_{CD} = 280\,\text{mm}$

**(Az s_{BC} kengyeltávolság az s_{AB} és az s_{CD} értékek között tetszõlegesen felvehetõ. Javasolt ezt az értéket úgy felvenni, hogy a határnyíróerõ ábra minnél szorosabban kövesse a mértékadó nyíróerõábrát. Válasszuk például a közbensõ s értéket úgy hogy itt a határnyíróerõ körülbelül $\dfrac{V_{Ed.red} + V_{Rd.c}}{2}$ legyen, vagyis: $s_{BC} := \dfrac{A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot 0.9 \cdot d}{\frac{V_{Ed.red} + V_{Rd.c}}{2}}$)*

e.) A szerkesztési szabályok ellenõrzése, határnyíróerõ ábra meghatározása:

A - B szakasz: *(Az A-A' szakaszra meghatározott kengyelkiosztást kitoljuk "B" pontig, azaz az A'-B szakaszon is 90mm kengyeltávolságot alkalmazunk)

A határnyíróerõ értéke: $V_{Rd.AB} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s_{AB}} \cdot 0.9 \cdot d$ $\boxed{V_{Rd.AB} = 266.4\,kN}$ > $V_{Ed.red} = 263.8\,kN$

Szerkesztési szabályok ellenõrzése:

A nyírási vasalás fajlagos mennyisége: $\rho_w := \frac{A_{sw}}{s_{AB} \cdot b_w}$ $\boxed{\rho_w = 0.698\,\%}$

[1] A fajlagos mennyiség minimális értéke: $\boxed{\rho_{w.min} = 0.080\,\%}$ < $\rho_w = 0.698\,\%$ ⇒ Megfelel

[2] A fajlagos mennyiség maximális értéke: $\boxed{\rho_{w.max} = 1.035\,\%}$ > $\rho_w = 0.698\,\%$ ⇒ Megfelel

[3] A nyírási acélbetétek maximális távolsága: $s_{max} := 0.75 \cdot d$

$\boxed{s_{max} = 292.5\,mm}$ > $s_{AB} = 90\,mm$ ⇒ Megfelel

B-C szakasz:

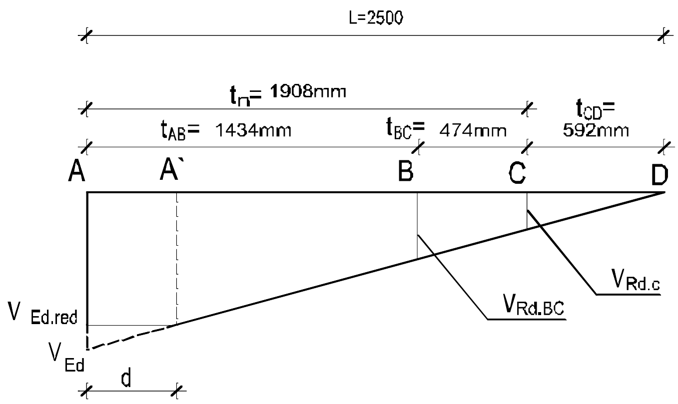
$s_{BC} = 141.964\,mm$ A határnyíróerõ értéke: $V_{Rd.BC} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s_{BC}} \cdot 0.9 \cdot d$ $\boxed{V_{Rd.BC} = 168.9\,kN}$

B -C szakasz (és a C -D szakasz) hosszának számítása:

$t_{CD} := L - t_n$ $t_{CD} = 592\,mm$

$t_{BD} := \frac{L}{V_{Ed}} \cdot V_{Rd.BC}$ $t_{BD} = 1351\,mm$

$t_{BC} := t_{BD} - t_{CD}$ $t_{BC} = 759\,mm$



A B-C szakaszon a szerkesztési szabályok ellenõrzése:

A nyírási vasalás fajlagos mennyisége: $\rho_w := \frac{A_{sw}}{s_{BC} \cdot b_w}$ $\boxed{\rho_w = 0.443\,\%}$

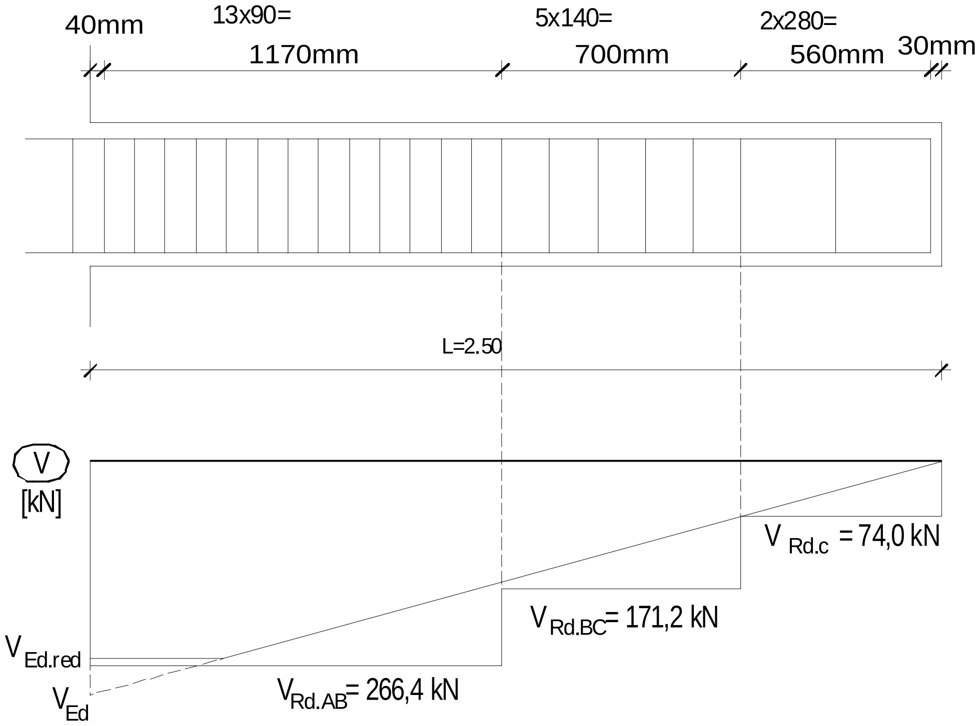
[1] A fajlagos mennyiség minimális értéke: $\boxed{\rho_{w.min} = 0.080\,\%}$ < $\rho_w = 0.443\,\%$ ⇒ Megfelel

[2] A fajlagos mennyiség maximális értéke: $\boxed{\rho_{w.max} = 1.035\,\%}$ > $\rho_w = 0.443\,\%$ ⇒ Megfelel

[3] A nyírási acélbetétek maximális távolsága: $\boxed{s_{max} = 292.5\,mm}$ > $s_{BC} = 141.964\,mm$ ⇒ Megfelel

C-D szakasz:

Mivel a C-D szakaszon a szerkesztési szabályok alapján vettük fel a kengyelkiosztást, ezek mind teljesülnek.



Kengyelkiosztási vázlat és a határnyíróerõ ábra

VI. GYAKORLAT
Gerendák komplex vizsgálata;
határnyomaték, határnyíróerõ számítása, vaselhagyás tervezése

készítette: Friedman Noémi, Dr. Huszár Zsolt és Dr. Kiss Rita

A hosszvasalásban a ferde nyírási repedések miatti többleterő számítása

A nyírás miatt a hosszvasalásban keletkező többlet-húzóerő felvételéről gondoskodni kell. Általános esetben ehhez az M_{Ed} nyomatéki ábrát a kedvezőtlenebb irányba a_l távolsággal el kell „csúsztatni”, ahol az elcsúszatás mértéke:

- Méretezett nyírási vasalást nem tartalmazó elemek esetén: $a_l = d$
- Méretezett nyírási vasalást tartalmazó elemek esetén: $a_l = \frac{z}{2}(\cot\theta - \cot\alpha)$ (1)

Méretezett nyírási vasalást tartalmazó szerkezetek esetén a nyírás miatti többlet-húzóerő figyelembevétele a fenti „elcsúsztatási” szabály helyett történhet a hosszvasalásban keletkező többlet-húzóerő (ΔF_{td}) közvetlen meghatározásával, és a hosszvasalásban keletkező teljes erőre vonatkozó feltétel egyidejű kielégítésével is, az alábbiak szerint:

$$\Delta F_{td} = 0{,}5\, V_{Ed}(\cot\theta - \cot\alpha) \qquad \text{és} \qquad \frac{M_{Ed}}{z} + \Delta F_{td} \le \frac{M_{Ed,max}}{z}$$

ahol:

V_{Ed}, M_{Ed} - a nyíróerő és a hajlítónyomaték tervezési értéke a vizsgált helyen
$M_{Ed,max}$ - a hajlítónyomaték tervezési értéke a nyomatéki maximum helyén.

Szokványos esetekben az (1) összefüggést használhatjuk, úgy, hogy cotθ és cotα értékét a nyírás-vizsgálat szerint vesszük fel. Nem feszített tartó vizsgálatánáll, ha θ = 45 fok, α = 90 fok, akkor

$$a_l = \frac{z}{2}$$

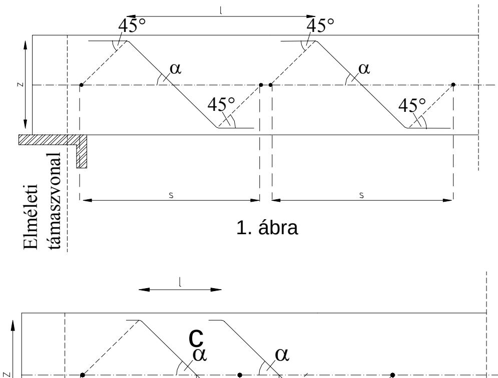
(Kengyelezés és felhajlítás együttes alkalmazásánál is használható az α = 90 fok, mivel a kengyelezés tekinthető az elsődleges jelentőségű nyírási vasalásnak.)

A felhajlított betétek hatástávolsága

Manapság felhajlított vasalást új szerkezet tervezésénél ritkán alkalmaznak, mert szerelése nehézkesebb és nagyobb az élőmunka igénye. A mérnöki gyakorlatban azonban gyakrabban találkozhatunk felhajlított vasalással meglévő szerkezetek ellenőrző statikai számításánál (felülvizsgálatánál).

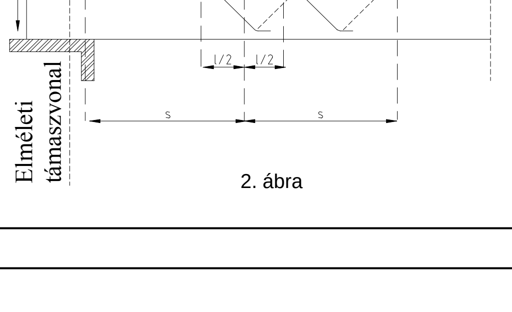
A felhajlított betétek hatástávolsága az alábbi ábrák segítségével értelmezhető.

A felhajlított betét maximális hatás-távolságát - α = 45 fok esetén - az 1. ábra szerinti szerkesztéssel kapjuk. A hatástávolság így maximálisan s = 2d-re adódik.



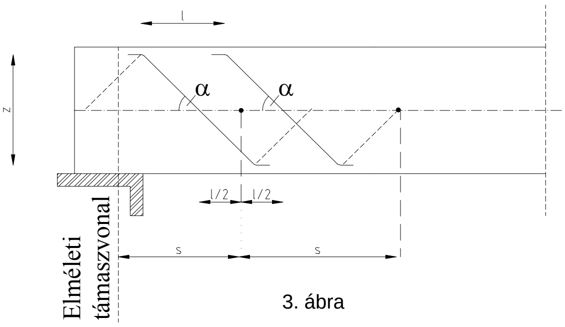
1. ábra

Ha két egymás mögötti felhajlított betét hatástávolsága átfed, akkor a tényleges hatástávolságokat a tartó középvonalának magasságában kijelölhető felezőpont (C pont) határolja (2.ábra).



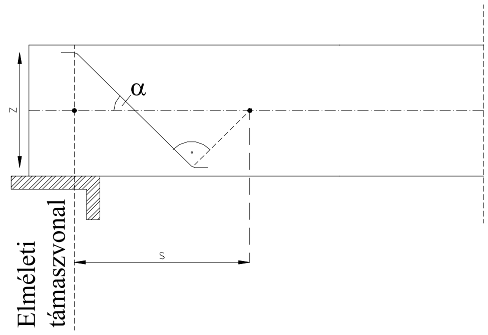
2. ábra

A támasz melletti első felhajlított betétet úgy célszerű elhelyezni, hogy az 1. ábra szerinti (bal oldali) szerkesztési segédvonal a tartó tengelyét az elméleti támasz mögött metssze (3. ábra). Ez szintén csökkenti a tényleges hatástávolságot.



3. ábra

Az 1. ábra szerinti elrendezés esetén a hatástávolság $2z_s$-re adódik, amely ellentmondásban áll a szerkesztési szabályokban előírt $s_{max}=1{,}2d$ ($\sim 1{,}3z_s$) maximális távolsággal. Ez azt jelenti, hogy az 1.ábra szerinti elrendezés esetén a felhajlított vasak nyírási teherbírását nem lehet a teherbírás számításánál figyelembe venni. E miatt, valamint mert a hatástávolságok átfedése hiányában a 45 fok ferdeségű repedés kikerülheti az így kialakított felhajlított betéteket, ez a konstrukció a gyakorlatban nem alkalmazható. Az $s<1{,}2d$ előírás megfeleltetéséhez célszerű a támaszhoz közelebb lévő felhajlított vasat a 3. ábra szerint az elméleti támaszvonalhoz minél közelebb tenni és az egymás melletti vasakat egymáshoz közelebb elhelyezni (lásd 2. ábra).. Egyetlen felhajlított vas esetén a szerkesztési szabályok csak a 4. ábrának megfelelő elhelyezést teszik lehetővé (a felhajlítás végét az elméleti támaszvonalhoz kell igazítani). Ilyenkor a hatástávolságot $2z_s$ értékkel kell figyelembe venni a V_{Rd} meghatározásánál**.*

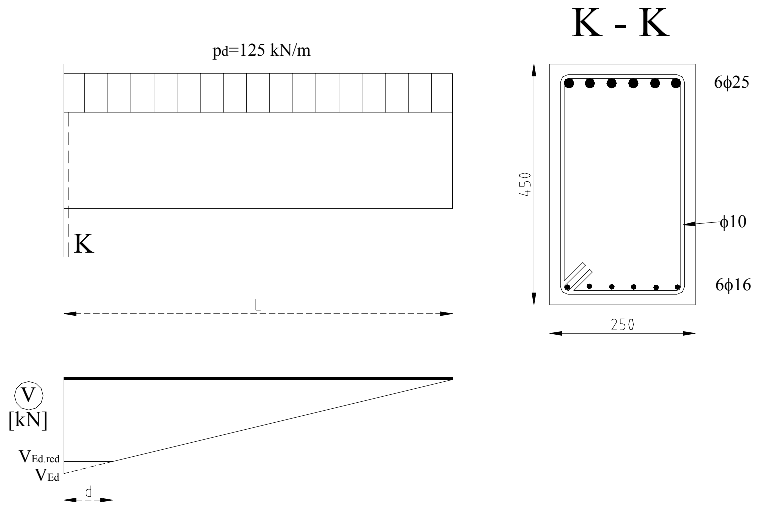


4. ábra

**A szerkesztési szabály általános esetben 0,6d(1+cotα) értéket ír elő*

*** Deák György-Draskóczy András-Dulácska Endre-Kollár László-Visnovitz György: Vasbeton-szerkezetek című könyvben előírt érték.*

6.1. Határnyomatéki ábra elõállítása, vaselhagyás tervezése. A határnyíróerõ ábra elõállítása.



Anyagok :

Beton: C25/30
Betonacél: S500B

Betonfedés: 20 mm
Kedv.elm.: 10 mm

6.1.1. Kiindulási adatok

6.1.1.1. Geometriai jellemzõk

$a := 60mm$ $h := 450mm$ $b := 250mm$ $b_w := b$ $\phi_k := 10mm$

$d := (h - a)$ $d = 390\,mm$ $L := 2.5m$ $\phi_{ny} := 16mm$ $\phi := 25mm$

$d_{ny} := (20 + 10 + 8 + 10)mm$ $d_{ny} = 48\,mm$

$A_{sl.6} := \frac{6 \cdot \phi^2 \cdot \pi}{4}$ $A_{sl.6} = 2945\,mm^2$: 1. szakasz

$A_{sl.4} := \frac{4 \cdot \phi^2 \cdot \pi}{4}$ $A_{sl.4} = 1963\,mm^2$: 2. szakasz

$A_{sl.2} := \frac{2 \cdot \phi^2 \cdot \pi}{4}$ $A_{sl.2} = 982\,mm^2$: 3. szakasz

(a tartó teljes hosszán végig kell vezetni a teljes hosszvasalás legalább negyedét!)

$A_{sl.ny} := \frac{6 \cdot \phi_{ny}^2 \cdot \pi}{4}$ $A_{sl.ny} = 1206\,mm^2$

$A_{sl.ny.2} := \frac{2 \cdot \phi_{ny}^2 \cdot \pi}{4}$ $A_{sl.ny.2} = 402\,mm^2$ $A_{sl.min} := \max\left(\frac{A_{sl.6}}{4}, A_{sl.2}\right)$

$A_{sw} := \frac{2 \cdot \phi_k^2 \cdot \pi}{4}$ $A_{sw} = 157\,mm^2$ $A_{sl.min} := A_{sl.2}$

6.1.1.2. Anyagjellemzõk

$\alpha := 1$

Beton:**C25/30** $f_{ck} := 25 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\gamma_c := 1.5$ $f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $f_{cd} = 16.667\,\frac{N}{mm^2}$

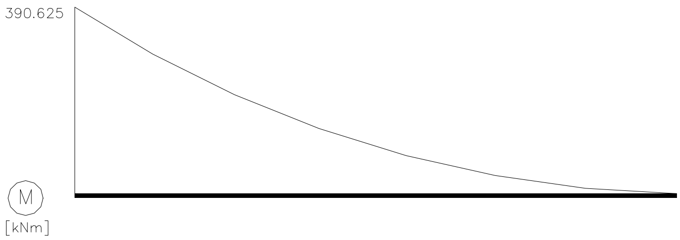
Betonacél: **S500B** $f_{yk} := 500 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\gamma_s := 1.15$ $f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ $f_{yd} = 434.783\,\frac{N}{mm^2}$

6.1.2. A határnyomatéki-ábra elõállítása

6.1.2.1. Az eltolt mértékadó nyomatéki ábra meghatározása

A megoszló p teherbõl származó nyomaték:

$$M_{Ed.k} := \frac{p_d \cdot L^2}{2}$$



$$\boxed{M_{Ed.k} = 390.6\,\text{kNm}}$$

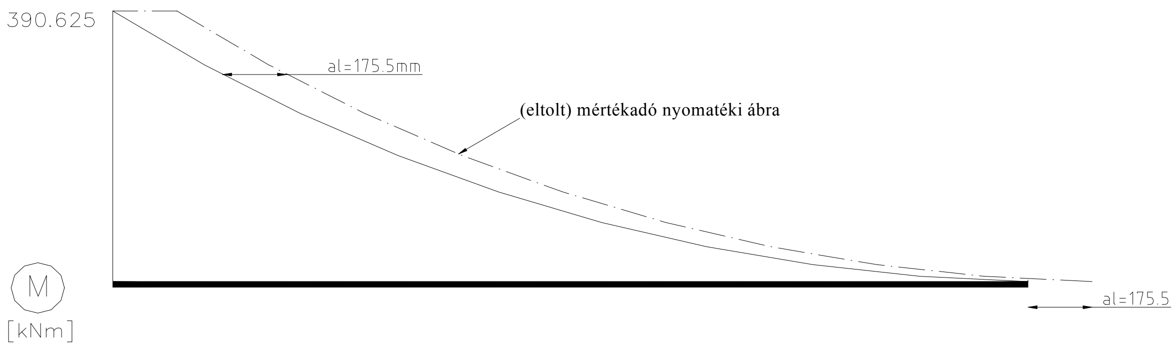
A hajlításvizsgálat során feltételezzük, hogy a gerenda a rúdtengelyre merõlegesen reped be.
Ha a nyírás jelentõs, akor a tartó - a bevezetõben ismertetett módon - ferdén reped be. Ezt a nyomatéki méretezés során akként kell figyelembe venni, hogy a fenti nyomatéki ábra helyett egy - a kedvezõtlen irányban a_l távolsággal - eltolt nyomatéki ábrát veszünk mértékadónak, ahol a_l:

$a_l = \frac{1}{2} \cdot z$ (45°-os repedést feltételezve, 90°-os kengyelvasalással)

ahol :

$z := 0.9 \cdot d$ $\quad a_l := \frac{1}{2} \cdot z$ $\quad a_l = 175.5\,\text{mm}$

A mértékadó nyomatéki ábra:



6.1.2.2. Vaselhagyás tervezése, az alkalmazott hosszvasalással felvehetõ határnyomatékok számítása

Tegyük fel, hogy 2 helyen szeretnénk vaselhagyást végezni; a befogásnál alkalmazott 6ϕ16-os nyomott valamint 6ϕ25-ös húzott vasból elõször 4ϕ16-os nyomott és 2ϕ25-ös húzott vasat, majd még két ϕ25-ös húzott vasat hagyunk el).

A nyomatéki határteherbírás az 1. szakaszon: (6 db ϕ16-os nyomott, 6 db ϕ25-ös húzott vas)

$A_{sl.6} = 2945\,\text{mm}^2$ $\quad A_{sl.ny} = 1206\,\text{mm}^2$

Tegyük fel, hogy az acélbetétek megfolynak. A vetületi egyensúlyi egyenlet ekkor:

$$\left(\alpha \cdot f_{cd} \cdot x_c \cdot b + A_{sl.ny.6} \cdot f_{yd} - A_{sl.6} \cdot f_{yd}\right) = 0$$

Ebbõl: x_c - t kifejezve:

$$x_c := -f_{yd} \cdot \frac{(A_{sl.ny} - A_{sl.6})}{(\alpha \cdot f_{cd} \cdot b)} \qquad x_c = 181.4\,mm$$

A nyomott zóna relatív magassága:

$$\xi_c := \frac{x_c}{d} \qquad \xi_c = 0.465 \qquad \xi_{c.ny} := \frac{x_c}{d_{ny}} \qquad \xi_{c.ny} = 3.78$$

A nyomott zóna relatív magasságának határhelyzete:

$$\xi_{co} := \frac{560}{\frac{f_{yd}}{\frac{N}{mm^2}} + 700} \qquad \xi_{co} = 0.493 \qquad \xi_{co.ny} := \frac{560}{700 - \frac{f_{yd}}{\frac{N}{mm^2}}} \qquad \xi_{co.ny} = 2.111$$

$\xi_c < \xi_{co}$ $\xi_{c.ny} > \xi_{co.ny}$ $\Longrightarrow$ mind a húzott, mind a nyomott acélbetétek megfolynak

A nyomatéki egyensúlyi egyenlet:

$$M_{Rd.1} := x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_c}{2}\right) + A_{sl.ny} \cdot f_{yd} \cdot (d - d_{ny}) \qquad \boxed{M_{Rd.1} = 405.6\,kNm}$$

$M_{Ed} := 390.6kNm$ $\qquad M_{R.d.1} > M_{Ed}$ $\Longrightarrow$ a keresztmetszet hajlításra megfelel

A nyomatéki határteherbírás a 2. szakaszon: (2 db ϕ16-os nyomott vas, 4 db ϕ 25-ös húzott vas)

$$A_{sl.4} := \frac{4 \cdot \phi^2 \cdot \pi}{4} \qquad A_{sl.4} = 1963\,mm^2$$

$$A_{sl.ny.2} := \frac{2 \cdot \phi_{ny}^2 \cdot \pi}{4} \qquad A_{sl.ny.2} = 402\,mm^2$$

Tegyük fel, hogy az acélbetétek megfolynak. A vetületi egyensúlyi egyenlet ekkor:

$$(\alpha \cdot f_{cd} \cdot x_c \cdot b + A_{sl.ny.2} \cdot f_{yd} - A_{sl.4} \cdot f_{yd}) = 0 \Longrightarrow x_c := -f_{yd} \cdot \frac{(A_{sl.ny.2} - A_{sl.4})}{(\alpha \cdot f_{cd} \cdot b)} \qquad x_c = 162.9\,mm$$

A nyomott zóna relatív magassága:

$$\xi_c := \frac{x_c}{d} \qquad \xi_c = 0.418 < \xi_{co} = 0.493 \qquad \xi_{c.ny} := \frac{x_c}{d_{ny}} \qquad \xi_{c.ny} = 3.394 > \xi_{co.ny} = 2.111$$

$\Longrightarrow$ mind a húzott, mind a nyomott acélbetétek megfolynak

A nyomatéki egyensúlyi egyenlet:

$$M_{Rd.2} := x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_c}{2}\right) + A_{sl.ny.2} \cdot f_{yd} \cdot (d - d_{ny}) \qquad \boxed{M_{Rd.2} = 269.2\,kNm}$$

A nyomatéki határteherbírás a 3. szakaszon: (2 ϕ 25-ös húzott vas,)

Megj: ugyan végig visszük a 2 db ϕ16-os nyomott vasat, de csak szerelési vasként vesszük figyelembe

$$A_{sl.2} := \frac{2 \cdot \phi^2 \cdot \pi}{4} \qquad A_{sl.2} = 982\,mm^2$$

Tegyük fel, hogy az acélbetétek megfolynak. A vetületi egyensúlyi egyenlet ekkor:

$$\left(\alpha \cdot f_{cd} \cdot x_c \cdot b - A_{sl.2} \cdot f_{yd}\right) = 0 \quad \Longrightarrow \quad x_c := f_{yd} \cdot \frac{A_{sl.2}}{\left(\alpha \cdot f_{cd} \cdot b\right)} \qquad x_c = 102.4\,mm$$

A nyomott zóna relatív magassága:

$$\xi_c := \frac{x_c}{d} \qquad \xi_c = 0.263 \quad < \quad \xi_{co} = 0.493 \quad \Longrightarrow$$ a húzott acélbetétek megfolynak

A nyomatéki egyensúlyi egyenlet:

$$M_{Rd.3} := x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_c}{2}\right) \qquad \boxed{M_{Rd.3} = 144.6\,kNm}$$

A határnyomatékok összefoglalása:

$$\boxed{M_{Rd.1} = 405.6\,kNm} \qquad \boxed{M_{Rd.2} = 269.2\,kNm} \qquad \boxed{M_{Rd.3} = 144.6\,kNm}$$

6.1.2.3. A lehorgonyzási hosszak meghatározása

6.1.2.3.1.A húzott vas (ϕ25) lehorgonyzási hosszának meghatározása

$f_{bd} := 2.8 \frac{N}{mm^2}$: bordás acélbetét, C25/30-as betonszilárdság.

A teljes lehorgonyzási hossz:

$$l_{b.h} := \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}} \qquad \boxed{l_{b.h} = 970.5\,mm}$$

A nettó lehorgonyzási hossz számítása

$$l_{b.h.net} := \alpha_a \cdot l_{b.h}$$

ahol :

$\alpha_a = 1.0$ ha egyenes végû acélbetéteket alkalmazunk

$\alpha_a = 0.7$ ha a húzott acélbetéteket kampózott végûnek alakítjuk ki

A nettó lehorgonyzási hossz: $\boxed{l_{b.h.net} = 679.3\,mm}$

A minimális lehorgonyzási hossz: $l_{b.h.min} := \max\left(0.3 \cdot l_{b.h}, 10 \cdot \phi\right)$ $\boxed{l_{b.h.min} = 291.1\,mm}$

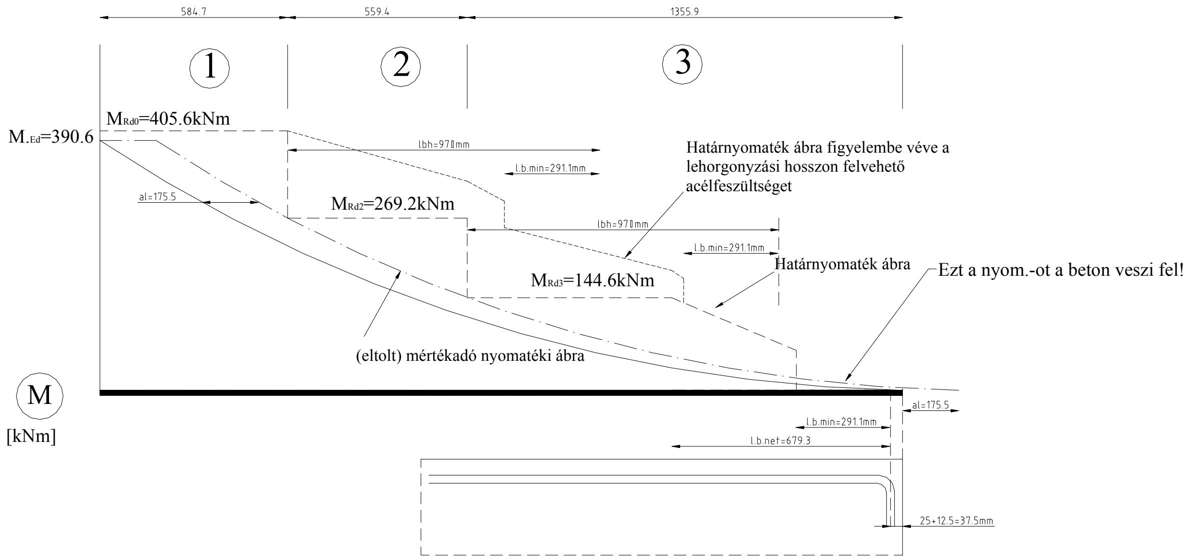
6.1.2.3.1.A nyomott vas (ϕ16) lehorgonyzási hosszának meghatározása

$f_{bd} := 2.8 \frac{N}{mm^2}$: bordás acélbetét, C25/30-as betonszilárdság

A teljes lehorgonyzási hossz: $l_{b.ny} := \frac{\phi_{ny} \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}}$ $\boxed{l_{b.ny} = 621.1\,mm}$

A minimális lehorgonyzási hossz: $l_{b.ny.min} := \max\left(0.6 \cdot l_{b.ny}, 100mm\right)$ $\boxed{l_{b.ny.min} = 372.7\,mm}$

6.1.2.4. A határnyomatéki ábra



Megjegyzés: *a konzol-befogásnál a hosszirányú vasak lehorgonyzásáról a falban gondoskodunk, így itt nem jelenik meg határnyomaték-csökkenés.*

A határnyomatéki ábra szerkesztésénél figyelembe vehetjük, hogy a hosszanti betétek a lehorgonyzási hosszon belül is fel tudnak venni feszülltséget. Ezt a fenti ábrán a megfelelõ szakaszokon lineárisan csökkenõ pontozott vonal jeleníti meg. A biztonság javára történõ egyszerûsítésként az elsõ két vaselhagyás tervezésénél ezeket feszültségeket elhanyagoltuk (szaggatott vonal), bár így lényegesen gazdaságtalanabb szerkezetet kapunk.

6.1.3.1. A mértékadó nyíróerõábra

A mértékadó nyíróerõábrát és a mértékadó nyíróerõ értékek számítását az elõzõ gyakorlaton (5.3.2.a. pontban) már elvégeztük. $\boxed{V_{Ed} := 312.5kN}$ $\boxed{V_{Ed.red} := 263.7kN}$

6.1.3.2. A nyomott beton ellenõrzése

Elõzõ gyakorlaton (5.3.2.c. pontban) már elvégeztük.

6.1.3.3. A beton által felvehetõ nyíróerõ meghatározása

A vaselhagyások miatt $V_{Rd.c}$ értéke szakaszonként (6.1.2.4. pontban a határnyomatéki ábrán 1, 2, illetve 3 jelû szakaszokon) változik. Ebben a feladatban csak a 3. jelû szakasz $V_{Rd.c}$ értékét van értelme meghatározni (mivel a mértékadó nyíróerõ még ezen a 3. jelû szakaszon belül éri el ezt a $V_{Rd.c}$ értéket).

A nyírásra nem vasalt keresztmetszet határereje az alkalmazott 2ϕ25 húzott vasalás esetén:

$$k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{\frac{d}{mm}}}, 2.0\right) \quad k = 1.716 \qquad \nu_{min} := 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{f_{ck}}{\frac{N}{mm^2}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \nu_{min} = 0.393$$

$$\rho_1 := \min\left(\frac{A_{sl.2}}{b_w \cdot d}, 0.02\right) \quad \rho_1 = 0.010$$

$$V_{Rd.c.CD} := \max\left[\left[\begin{matrix}\frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_1 \cdot \frac{f_{ck}}{\frac{N}{mm^2}}\right)^{\frac{1}{3}} \\ \nu_{min}\end{matrix}\right]\right] \cdot \frac{b_w}{mm} \cdot \frac{d}{mm} \cdot N \quad \boxed{V_{Rd.c.CD} = 58.8\,kN}$$

6.1.3.4. A határnyíróerõk meghatározása valamint a határnyíróerõ-ábra elõállítása

Az elõzõ gyakorlaton megterveztük a tartó kengyelkiosztást AB, BC, CD szakaszokon:

$s_{AB.alk} := 90mm$ $s_{BC.alk} := 140mm$ $s_{CD.alk} := 280mm$

Tekintettel arra, hogy az MSZ EN szerint a méretezett nyírási vasalással ellátott szakaszok határnyíróereje nem függ a $V_{Rd.c}$ -tõl, a határnyíróerõk értéke az A-B és a B-C szakaszokon:

A - B szakasz:

A határnyíróerõ értéke: $V_{Rd.AB} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s_{AB.alk}} \cdot 0.9 \cdot d$ $V_{Rd.AB} = 266.4\,kN$

B-C szakasz:

A határnyíróerõ értéke: $V_{Rd.BC} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s_{BC.alk}} \cdot 0.9 \cdot d$ $V_{Rd.BC} = 171.2\,kN$

C-D szakasz:

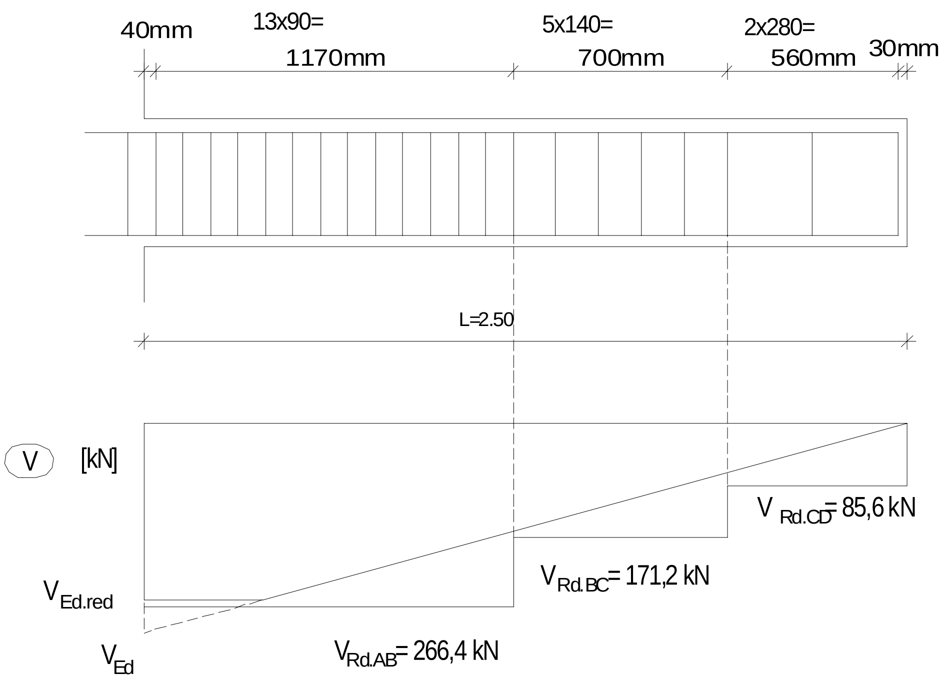
A C-D szakaszon a szerkesztési szabályok szerinti kengyelezést alkalmaztuk. Ennek határereje:

$$V_{Rd.s.CD} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s_{CD.alk}} \cdot 0.9 \cdot d \qquad V_{Rd.s.CD} = 85.6\,kN$$

A nyírási határerõ a CD szakaszon (az MSZ EN ellenõrzésre vonatkozó elõírásainak megfelelõen a beton által felvehetõ nyíróerõ és a nyírási vasalás által felvehetõ nyíróerõ közül a nagyobbik):

$$V_{Rd.CD} := \max\left(V_{Rd.s.CD}, V_{Rd.c.CD}\right) \qquad V_{Rd.CD} = 85.6\,kN$$

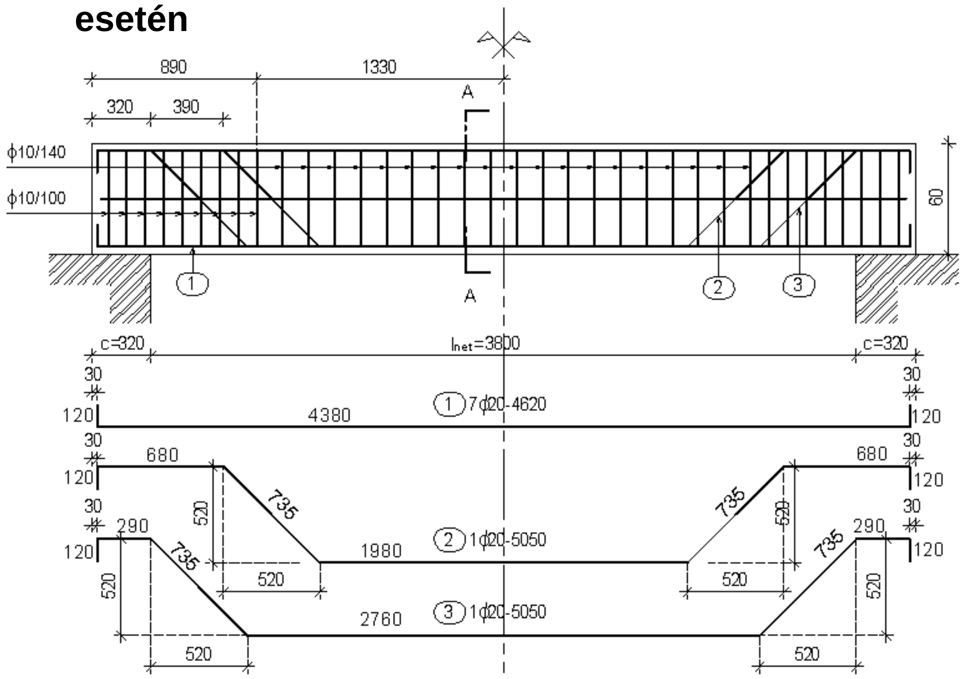
A tényleges kengyelkiosztás felhasználásával az egyes szakaszokhoz tartozó határnyíróerõk ismeretében a tartó határnyíróerõ ábrája egyszerûen megszerkeszthetõ:

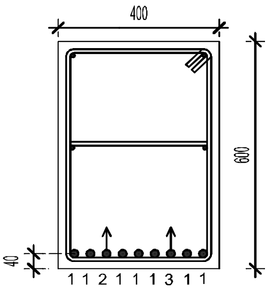


6.1.3.5. A szerkesztési szabályok ellenõrzése

Elõzõ gyakorlaton (5.3.2.e. pontban) már elvégeztük.

6.2. Határnyomatéki és határnyíróerõ ábra elõállítása felhajlított vas esetén





A-A metszet

A nyomott vasalást nem vesszük számításba.

Anyagok :

Beton: C20/25
Betonacél: S500B
Kengyel: S500B

Betonfedés: 20 mm
Kedv.elm.: 10 mm

Terhek:

g=80 kN γ_G=1.35
q=100 kN γ_Q=1.5

6.2.1. Kiindulási adatok

6.2.1.1. Geometriai alapadatok

$b := 450\text{mm}$ $\phi := 20\text{mm}$ $l_{net} := 3.80\text{m}$ $b_w := b$

$h := 600\text{mm}$ $\phi_k := 10\text{mm}$ $c := 320\text{mm}$

$$A_{sl} := \frac{9 \cdot \phi^2 \cdot \pi}{4} \qquad A_{sl} = 2827\,\text{mm}^2 \qquad A_{sw} := \frac{2 \cdot \phi_k^2 \cdot \pi}{4} \qquad A_{sw} = 157\,\text{mm}^2$$

A hasznos magasság: $d := h - \left(20 + 10 + \frac{20}{2} + 10\right)\text{mm}$ $\quad d = 550\,\text{mm}$

A felsõ és az alsó vasak közötti távolság: $z_s := h - 2 \cdot \left(20 + 10 + \frac{20}{2}\right)\text{mm}$ $\quad z_s = 520\,\text{mm}$

Az elméleti támaszköz: $l_{eff} := \min\left(l_{net} + h, l_{net} + c\right)$ ahol: $l_{net} + h = 4.4\,\text{m}$

$l_{eff} = 4.12\,\text{m}$ $\quad l_{net} + c = 4.12\,\text{m}$

6.2.1.2. Anyagjellemzõk

Beton: C20/25 $\quad f_{ck} := 20\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1.5} \quad f_{cd} = 13.33\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Betonacél: S500B $\quad f_{yk} := 500\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15} \quad f_{yd} = 434.78\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Kengyelacél: S500B $\quad f_{yk.w} := 500\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{yd.w} := \frac{f_{yk.w}}{1.15} \quad f_{yd.w} = 434.78\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

6.2.2. A határnyomatéki ábra elõállítása

6.2.2.1. Az eltolt mértékadó nyomatéki ábra elõállítása

A nyomatéki ábra eltolása:

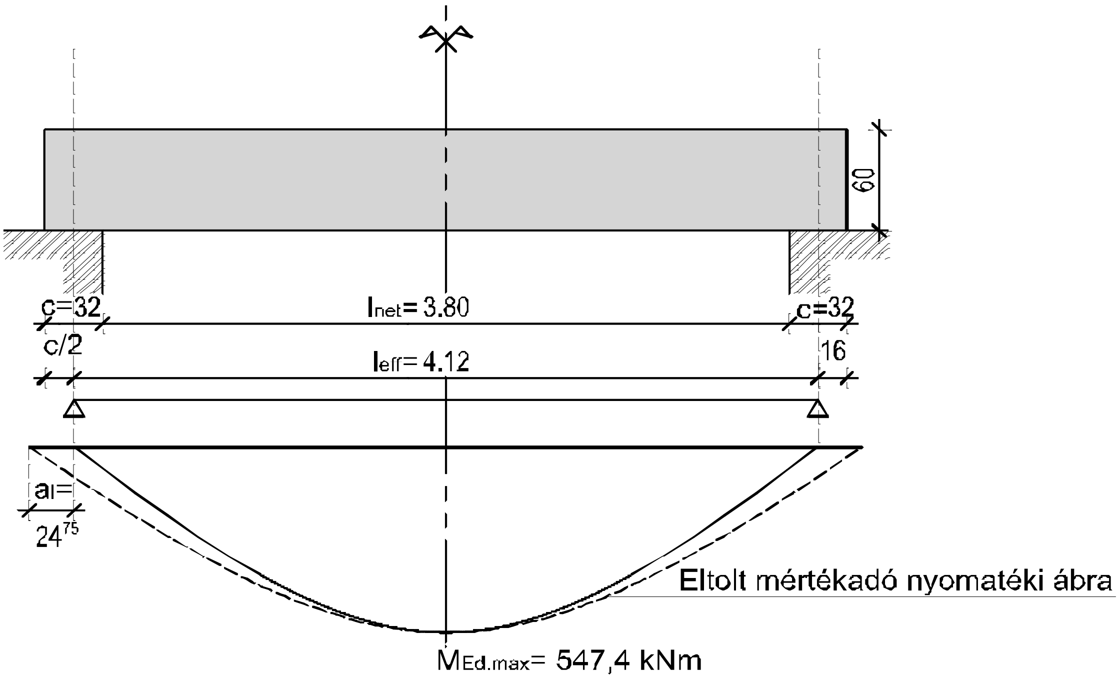
$a_1 = \frac{1}{2} \cdot z$ (45°-os repedést feltételezve, 90°-os kengyelvasalással)

ahol : $z := 0.9 \cdot d$ $\quad a_1 := \frac{1}{2} \cdot z$ $\quad a_1 = 247.5\,\text{mm}$

A tartó totális terhelésébõl keletkezõ nyomaték a tartó közepén:

$$M_{Ed.max} := \frac{\left(\gamma_G \cdot g + \gamma_Q \cdot q\right) \cdot l_{eff}^2}{8} \qquad \boxed{M_{Ed.max} = 547.4\,\text{kNm}}$$

Az eltolt mértékadó nyomatéki ábra:



6.2.2.2. Az alkalmazott hosszvasalásokkal felvehetõ határnyomatékok számítása

(A felhajlítás miatt a nyomott övben +1 db $A_{s.ny}$ jelenik meg, de ennek hatását elhanyagoljuk)

A nyomatéki határteherbírás az 1. szakaszon

$$A_{sl.7} := \frac{7 \cdot \phi^2 \cdot \pi}{4} \qquad A_{sl.7} = 2199\,\text{mm}^2$$

$\left(\alpha \cdot f_{cd} \cdot x_c \cdot b - A_{sl.7} \cdot f_{yd}\right) = 0$ (feltéve, hogy a húzott acélbetétek folynak)

Ebbõl: x_c- t kifejezve:

$$x_c := A_{sl.7} \cdot \frac{f_{yd}}{\left(\alpha \cdot f_{cd} \cdot b\right)} \qquad x_c = 159.4\,\text{mm}$$

A nyomott zóna relatív magassága:

$$\xi_c := \frac{x_c}{d} \qquad \xi_c = 0.29$$

A nyomott zóna relatív magasságának határhelyzete:

$$\xi_{co} := \frac{560}{f_{yd} + 700} \qquad \xi_{co} = 0.493$$

$\xi_c < \xi_{co}$ $\Longrightarrow$ a húzott acélbetétek valóban megfolynak

A nyomatéki egyensúlyi egyenlet:

$$M_{Rd.1} := x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_c}{2}\right) \qquad \boxed{M_{Rd.1} = 449.7\,\text{kNm}}$$

A nyomatéki határteherbírás az 2. szakaszon

$$A_{sl.8} := \frac{8 \cdot \phi^2 \cdot \pi}{4} \qquad A_{sl.8} = 2513\,\text{mm}^2$$

A vetületi egyenlet (feltéve, hogy a húzott acélbetétek folynak):

$$\left(\alpha \cdot f_{cd} \cdot x_c \cdot b - A_{sl.8} \cdot f_{yd}\right) = 0 \quad \Longrightarrow \quad x_c := A_{sl.8} \cdot \frac{f_{yd}}{\left(\alpha \cdot f_{cd} \cdot b\right)} \qquad x_c = 182.1\,\text{mm}$$

A nyomott zóna relatív magassága:

$$\xi_c := \frac{x_c}{d} \qquad \xi_c = 0.331 \quad < \quad \xi_{co} = 0.493 \quad \Longrightarrow$$

a húzott acélbetétek valóban megfolynak

A nyomatéki egyensúlyi egyenlet:

$$M_{Rd.2} := x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_c}{2}\right) \qquad \boxed{M_{Rd.2} = 501.5\,\text{kNm}}$$

A nyomatéki határteherbírás az 3. szakaszon

$$A_{sl.9} := \frac{9 \cdot \phi^2 \cdot \pi}{4} \qquad A_{sl.9} = 2827\,\text{mm}^2$$

A vetületi egyenlet (feltéve, hogy a húzott acélbetétek folynak):

$$\left(\alpha \cdot f_{cd} \cdot x_c \cdot b - A_{sl.9} \cdot f_{yd}\right) = 0 \quad \Longrightarrow \quad x_c := A_{sl.9} \cdot \frac{f_{yd}}{\left(\alpha \cdot f_{cd} \cdot b\right)} \qquad x_c = 204.9\,\text{mm}$$

A nyomott zóna relatív magassága:

$$\xi_c := \frac{x_c}{d} \qquad \xi_c = 0.373 \quad < \quad \xi_{co} = 0.493 \quad \Longrightarrow$$

a húzott acélbetétek valóban megfolynak

A nyomatéki egyensúlyi egyenlet:

$$M_{Rd.3} := x_c \cdot b \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_c}{2}\right) \qquad \boxed{M_{Rd.3} = 550.2\,\text{kNm}}$$

Tehát a határnyomatékok az egyes szakaszokon:

$\boxed{M_{Rd.1} = 449.7\,\text{kNm}}$ $\boxed{M_{Rd.2} = 501.5\,\text{kNm}}$ $\boxed{M_{Rd.3} = 550.2\,\text{kNm}}$

6.2.2.3. Lehorgonyzási hosszak számítása és a felfekvési hossz ellenõrzése

Húzott vas (ϕ20): $f_{bd} := 2.4\dfrac{N}{mm^2}$ (bordás acélbetét, C20/25-as betonszilárdság esetén)

A teljes lehorgonyzási hossz:

$$l_{b.h} := \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}} \qquad \boxed{l_{b.h} = 905.8\,\text{mm}}$$

A nettó lehorgonyzási hossz:

$$l_{b.h.net} := \alpha_a \cdot l_{b.h}$$

ahol :

$\alpha_a = 1.0$ ha egyenes végû acélbetéteket alkalmazunk

$\alpha_a = 0.7$ ha a húzott acélbetéteket kampózott végûnek alakítjuk ki

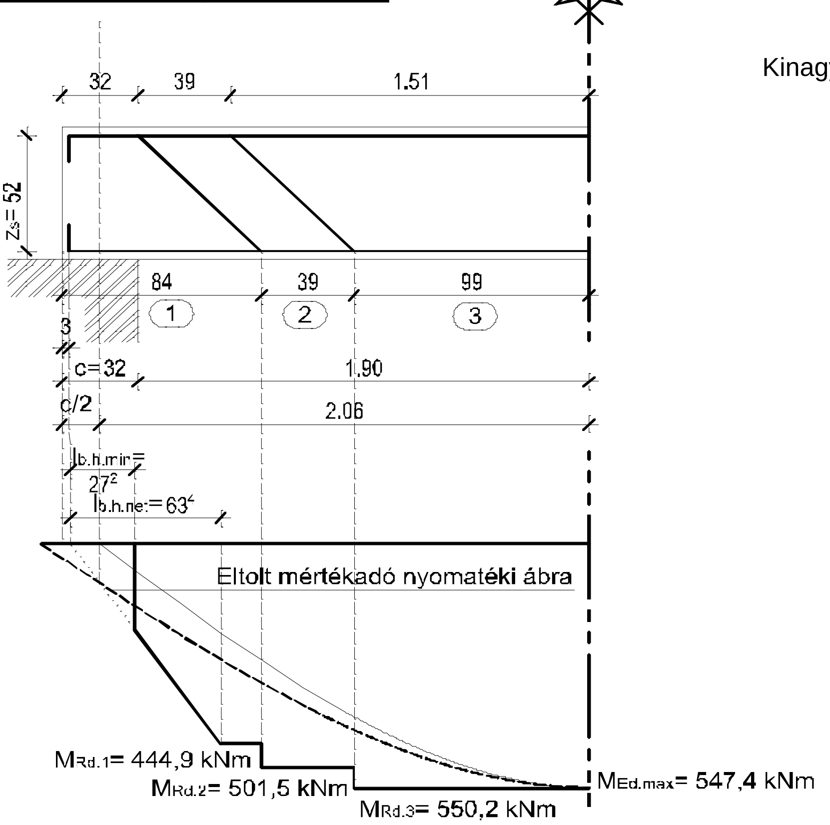
A tartóvégen lehorgonyzott betétekre: $\alpha_a := 0.7$

Így ezek lehorgonyzási hossza: $\boxed{l_{b.h.net} = 634.1\,\text{mm}}$

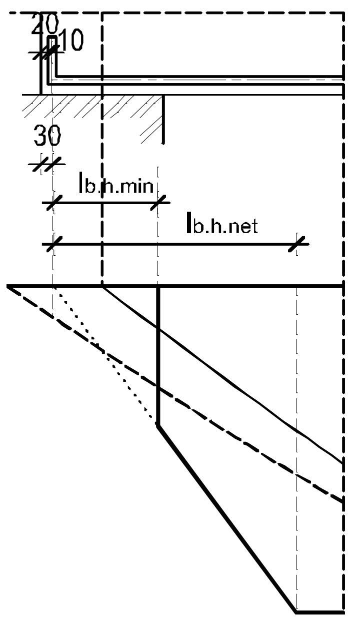
A húzott acélbetétek minimális lehorgonyzási hossza: $l_{b.h.min} := \max(0.3 \cdot l_{b.h}, 10 \cdot \phi)$ $\boxed{l_{b.h.min} = 271.7\,\text{mm}}$

A felvekvési hossz ellenõrzése $20\text{mm} + \dfrac{\phi}{2} + l_{b.h.min} = 301.7\,\text{mm} <$ $c = 320\,\text{mm}$ $\Rightarrow$ megfelel!

6.2.2.4 A határnyomatéki ábra



Kinagyítva a feltámaszkodási részt:



6.2.3. A határnyíróerõ ábra elõállítása

6.2.3.1. A mértékadó nyíróerõ ábra meghatározása

A támasznál akkor kapunk maximális nyíróerõt, ha az állandó és a hasznos terhek a tartó teljes hosszán hatnak.

$$V_{Ed.A} := \frac{\left(\gamma_G \cdot g + \gamma_Q \cdot q\right) \cdot l_{eff}}{2} \qquad \boxed{V_{Ed.A} = 531.5\,kN}$$

A középsõ keresztmetszetben akkor kapjuk a maximális nyíróerõt, ha a megoszló teher csak a tartó felét terheli. Feltéve, hogy az állandó teher egyenletesen oszlik meg a tartó teljes hosszán, a tartó közepén csak a hasznos teherbõl keletkezik nyíróerõ. Ennek értéke:

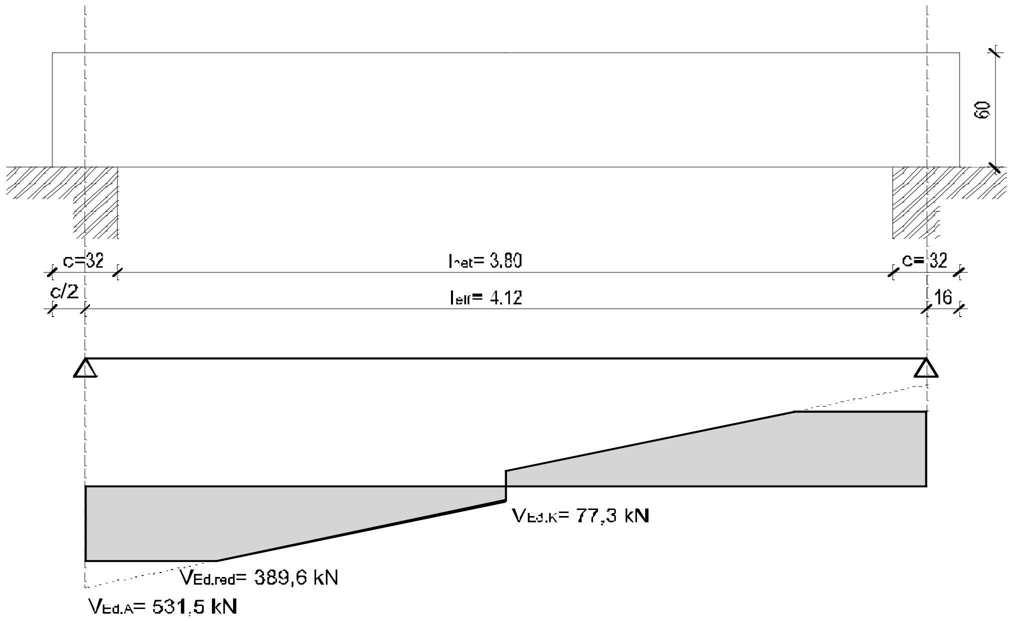
$$V_{E.d.K} := \gamma_Q \cdot q \cdot \frac{l_{eff}}{8} \qquad \boxed{V_{E.d.K} = 77.3\,kN}$$

A két számított pont között a nyíróerõábra másodfokú parabola. Ezt jelen feladatban lineáris szakasszal közelítjük.

Feltesszük, hogy a tartó megtámasztása rugalmas. Rugalmas támasz esetén a redukciós hossz a támaszreakcó tengelyétõl mérendõ. Mivel az elméleti megtámasztástól d távolságra ható megoszló teherrõl feltesszük, hogy az közvetlenül a támaszra adódik át, így a redukált nyíróerõábra maximuma:

$$V_{Ed.red} := V_{Ed.A} - \left(\gamma_G \cdot g + \gamma_Q \cdot q\right) \cdot d \qquad \boxed{V_{Ed.red} = 389.6\,kN}$$

A mértékadó redukált nyíróerõ ábra:



6.2.3.2. A nyomott beton ellenõrzése

$$V_{Rd.max} := \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot \frac{\cot(\theta) + \cot(\alpha)}{1 + (\cot(\theta))^2}$$

ahol:

$\alpha_{cw} := 1$ feszítés illetve nyomóerõ nélküli keresztmetszet esetén;

$z := 0.9 \cdot d$ $\quad z = 0.495\,m$ $\quad \nu := 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \cdot \frac{1}{\frac{N}{mm^2}}\right)$ $\quad \nu = 0.552$

$\theta := 45fok$ $\quad \cot(\theta) = 1$

$\alpha_k := 90 \cdot fok$ a kengyelnek a tartó tengelyével bezárt szöge

$\alpha_{felh} := 45 \cdot fok$ a felhajlítás tartó tengelyével bezárt szöge

- $\alpha = \alpha_k$ esetén: $\quad \cot(\alpha_k) = 0 \quad \frac{\cot(\theta) + \cot(\alpha_k)}{1 + (\cot(\theta))^2} = 0.5$

- $\alpha = \alpha_{felh}$ esetén: $\quad \cot(\alpha_{felh}) = 1 \quad \frac{\cot(\theta) + \cot(\alpha_{felh})}{1 + (\cot(\theta))^2} = 1$

A biztonság javára történõ közelítéssel:

$V_{Rd.max} := \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot 0.5$ $\quad \boxed{V_{Rd.max} = 819.7\,kN} > V_{Ed.A} = 531.5\,kN$

$\Longrightarrow$ a beton keresztmetszet geometriai méretei megfelelõk.

Dulácska - Kollár által javasolt, pontosabb számítással:

$V'_{Rd.max} := \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot 0.75$ $\quad V'_{Rd.max} = 1229.6\,kN > V_{Rd.max} = 819.7\,kN$

6.2.3.3. A beton által felvehetõ nyíróerõ meghatározása

A $V_{Rd.c}$ értékekre azért van szükség, mert amennyiben a beton által felvehetõ nyíróerõ ($V_{Rd.c}$) nagyobb a nyírási vasalás által felvehetõ nyíróerõnél ($V_{Rd.s}$ -nél), akkor az MSZ EN ellenõrzésre vonatkozó elõírásainak megfelelõen ez a nagyobb érték lesz a határnyíróerõ.
Jelen esetben az 1 illetve 2 jelû szakaszokon jelentõs a nyírási vasalás, így ezeken a szakaszokon várhatóan a $V_{Rd.c}$ nem játszik szerepet. Az áttekinthetõség kedvéért azonban ezeket is feltüntetjük.

$k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{\frac{d}{mm}}}, 2.0\right)$ $\quad k = 1.603$ $\quad \nu_{min} := 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{f_{ck}}{\frac{N}{mm^2}}\right)^{\frac{1}{2}}$ $\quad \nu_{min} = 0.318$

A vashányad értéke a határnyomatéki ábrán 1, 2 illetve 3-mal jelölt szakaszokon:

1. szakasz: $\rho_{1.1} := \min\left(\frac{A_{sl.7}}{b_w \cdot d}, 0.02\right)$ $\quad \rho_{1.1} = 0.0089$

2. szakasz: $\rho_{1.2} := \min\left(\frac{A_{sl.8}}{b_w \cdot d}, 0.02\right)$ $\quad \rho_{1.2} = 0.0102$

3. szakasz: $\rho_{1.3} := \min\left(\frac{A_{sl.9}}{b_w \cdot d}, 0.02\right)$ $\quad \rho_{1.3} = 0.0114$

A beton által felvehetõ nyíróerõ az 1, 2 és 3-mal jelölt szakaszokon:

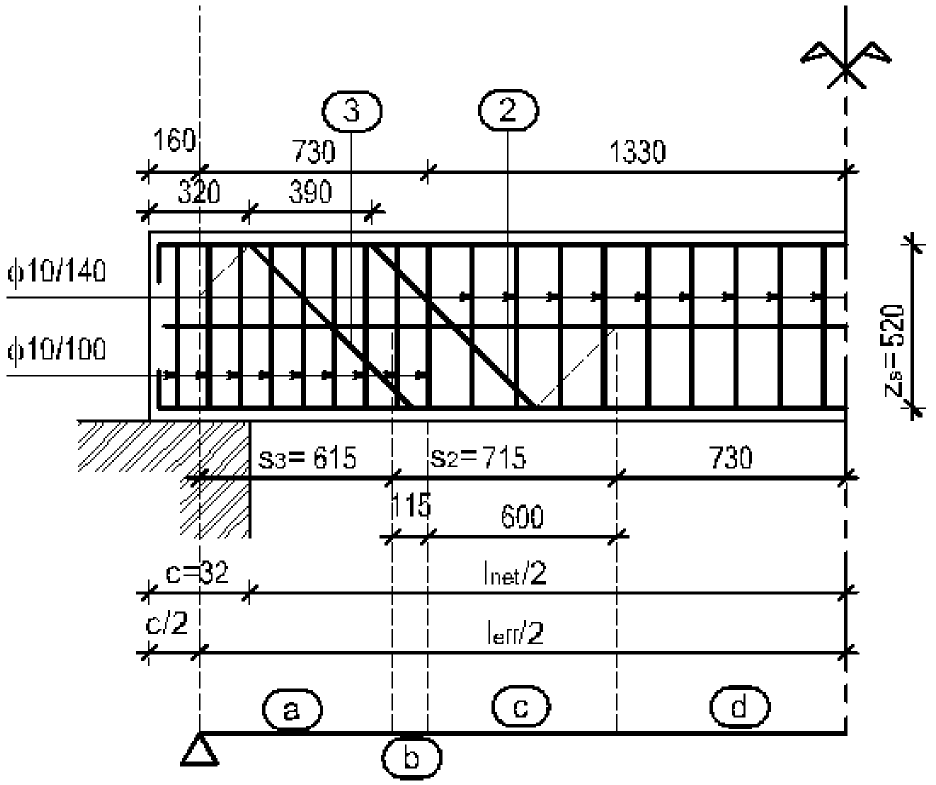
$$V_{Rd.c.1} := \max\left[\begin{bmatrix} \dfrac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_{l.1} \cdot \dfrac{f_{ck}}{\dfrac{N}{mm^2}}\right)^{\frac{1}{3}} \\ \nu_{min} \end{bmatrix}\right] \cdot \frac{b_w}{mm} \cdot \frac{d}{mm} \cdot N \qquad \boxed{V_{Rd.c.1} = 124.2\ kN}$$

$$V_{Rd.c.2} := \max\left[\begin{bmatrix} \dfrac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_{l.2} \cdot \dfrac{f_{ck}}{\dfrac{N}{mm^2}}\right)^{\frac{1}{3}} \\ \nu_{min} \end{bmatrix}\right] \cdot \frac{b_w}{mm} \cdot \frac{d}{mm} \cdot N \qquad \boxed{V_{Rd.c.2} = 129.9\ kN}$$

$$V_{Rd.c.3} := \max\left[\begin{bmatrix} \dfrac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_{l.3} \cdot \dfrac{f_{ck}}{\dfrac{N}{mm^2}}\right)^{\frac{1}{3}} \\ \nu_{min} \end{bmatrix}\right] \cdot \frac{b_w}{mm} \cdot \frac{d}{mm} \cdot N \qquad \boxed{V_{Rd.c.3} = 135.1\ kN}$$

6.2.3.4. A határnyíróerõk meghatározása és a határnyíróerõ-ábra

6.2.3.4.1. A felhajlított vasak hatástávolságának határai



- 3. jelû felhajlított hosszacél hatástávolságának (s_3) számítása:

Az s_3 *szakasz kezdõpontja az elméleti támaszvonal (mivel a tartóvégnél a hatástávolságot kijelölõ 45° -os egyenes belemetsz az elméleti támaszvonalba), a végpontja pedig a 2. és 3. jelû felhajlított acélbetétek tengelye valamint a tartó tengely metszéspontjai által meghatározott szakasz felezõpontja.*

$$s_3 := 320mm + \frac{z_s}{2} + \frac{390mm}{2} - \frac{l_{net} + 2c - l_{eff}}{2} \qquad \boxed{s_3 = 615\,mm}$$

ahol $\frac{l_{net} + 2c - l_{eff}}{2} = 160\,mm$ az elméleti támaszvonal és a gerenda vége közötti távolság

- 2. jelû felhajlított hosszacél hatástávolságának (s_2) számítása:

Az s_2 szakasz kezdõpontja s_3 szakasz végpontja, végpontja pedig a felhajlítási pontnál indított 45° -os egyenes (az ábrán szaggatott vonallal jelölve) és a tartótengely metszéspontja.

$$s_2 := \frac{390mm}{2} + z_s \qquad \boxed{s_2 = 715\,mm}$$

6.2.3.4.2. A különbözõ határnyíróerõ értékkel bíró szakaszok hosszának meghatározása

Az s_3, s_2 szakaszok, valamint a két különbözõ kengyelkiosztású (730mm illetve 1330mm hosszú) szakasz a féltartót négy (különbözõ nyírási határteherbírással bíró) részre bontja. E szakaszok hossza a fenti ábra alapján a következõk:

"a" szakasz $l_a := s_3$ $l_a = 615\,mm$

"b" szakasz $l_b := (730mm - s_3)$ $l_b = 115\,mm$

"c" szakasz $l_c := s_3 + s_2 - 730mm$ $l_c = 600\,mm$

"d" szakasz $l_d := 1330mm - l_c$ $l_d = 730\,mm$

6.2.3.4.3. A kengyelek és a felhajlított vasak által felvehetõ nyíróerõk meghatározása

Az "a" és "b" jelû szakaszokon a függõleges kengyelek távolsága: $\boxed{s_{k.sz} := 100mm}$

A "c" és "d" jelû szakaszokon a függõleges kengyelek távolsága: $\boxed{s_{k.b} := 140mm}$

A nyírási vasalás által felvehetõ nyíróerõ:

Kengyelezés (s_{ksz} = 70mm és s_{kb} = 120 mm osztásokkal):

$s_{k.sz} = 100\,mm$ $\quad V_{wd.sz} := 0.9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yd.w}}{s_{k.sz}}$ $\quad \boxed{V_{wd.sz} = 338.1\,kN}$ "a" és "b" jelû szakaszokon

$s_{k.b} = 140\,mm$ $\quad V_{wd.b} := 0.9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yd.w}}{s_{k.b}}$ $\quad \boxed{V_{wd.b} = 241.5\,kN}$ "c" és "d" jelû szakaszokon

Felhajlítás (s_3 = 615 mm és s_2 = 715 mm hatástávolságokkal):

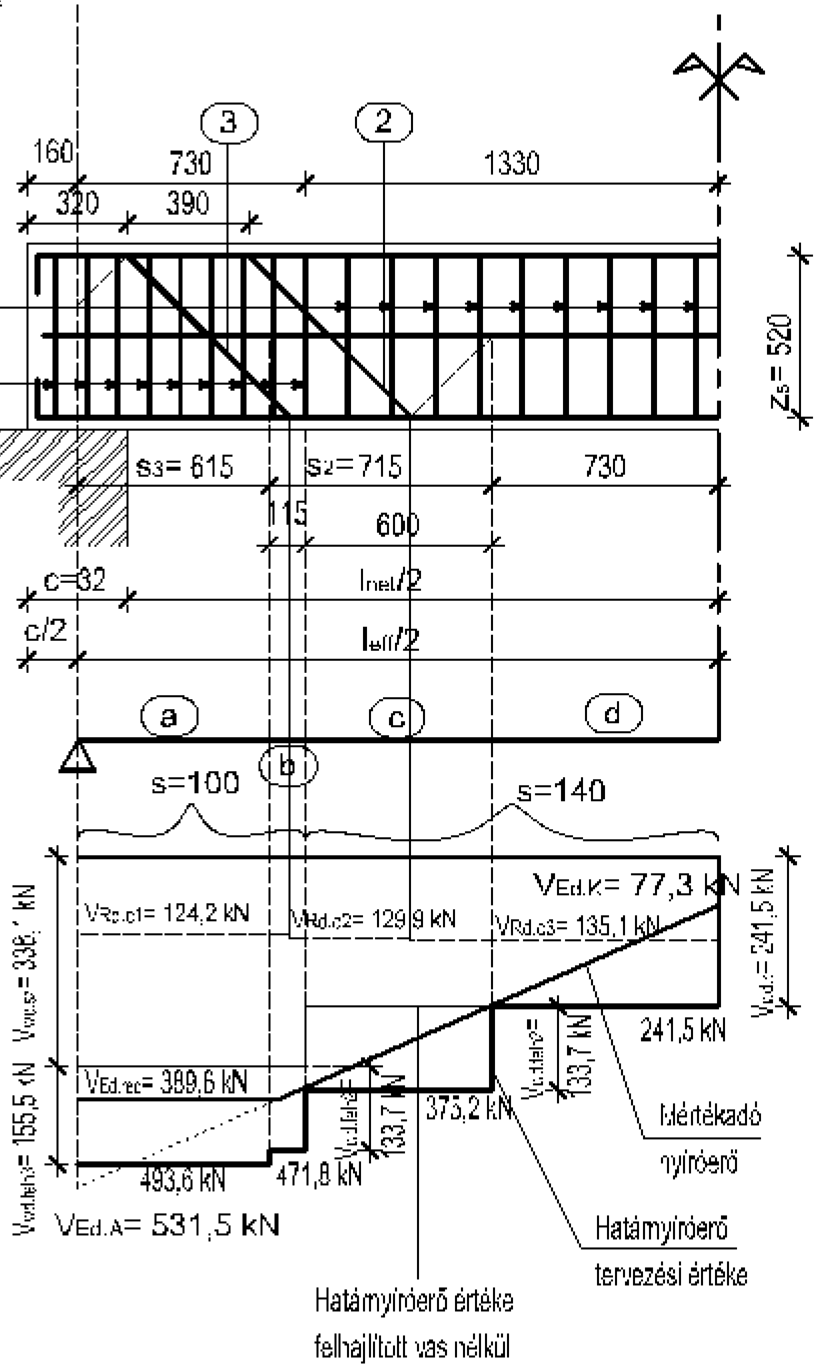
$s_3 = 615\,mm$ $\quad V_{wd.felh.3} := 0.9 \cdot d \cdot \frac{A_{sl.1} \cdot f_{yd}}{s_3} \cdot \sqrt{2}$ $\quad \boxed{V_{wd.felh.3} = 155.5\,kN}$ "a" jelû szakaszon

$s_2 = 715\,mm$ $\quad V_{wd.felh.2} := 0.9 \cdot d \cdot \frac{A_{sl.1} \cdot f_{yd}}{s_2} \cdot \sqrt{2}$ $\quad \boxed{V_{wd.felh.2} = 133.7\,kN}$ "b" és "c" jelû szakaszon

A határnyíróerõ tervezési értékeit az alábbi táblázatban adjuk meg:

szakasz	Vwd.kengyel		V.wd.felh.		VRd
	s	Vwd.kengyel	s	V.wd.felh	
a	70	338,1	615	155,5	493,6
b	70	338,1	715	133,7	471,8
c	120	241,5			375,2
d	120	241,5	-	-	241,5

6.2.3.4.4. A határnyíróerõ ábra



Tájékoztatás képpen az ábrába $V_{Rd.c}$ értékeket is megjelenítettük a határnyíróerõ ábrában. Látható, hogy sehol sem lesz a beton nyírási teherbírása a mértékadó, vagyis $V_{Rd.c}$ mindenhol kisebb $V_{Rd.s}$-nél.

Az ábrából az is leolvasható, hogy a gerenda nyírási teherbírása (csak a teherbírási követelményeket figyelembe véve) **megfelel,** mivel a határnyíróerõ ábra sehol sem metsz bele a mértékadó nyíróerõ ábrába.

6.2.3.5. A szerkesztési szabályok ellenõrzése

Az "a" jelû szakaszon:

A nyírási vasalás fajlagos mennyisége:

$$\rho_w := \frac{A_{sw}}{s_{k.sz} \cdot b_w} + \frac{A_{sl.1}}{s_3 \cdot b_w \cdot \sin(45fok)} \qquad \boxed{\rho_w = 0.51\,\%}$$

[1] A fajlagos mennyiség minimális értéke: $\rho_{w.min} := \dfrac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot \frac{mm^2}{N}}}{f_{yk.w} \cdot \frac{mm^2}{N}}$

Megjegyzés: ha a kengyel más anyagból készül, mint a hosszvasalás, akkor a min. ill. max. fajlagos kengyelmennyiség számításánál a kengyel szilárdsági jellemzõjét kell használni!

$\boxed{\rho_{w.min} = 0.072\,\%}$ < $\rho_w = 0.51\,\%$ $\Longrightarrow$ Megfelel

[2] A fajlagos mennyiség maximális értéke:

$\rho_{w.max} := \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{\alpha_c \cdot \nu \cdot f_{cd}}{1 - \cos(\alpha)} \cdot \dfrac{1}{f_{yd.w}}$ $\boxed{\rho_{w.max} = 0.846\,\%}$ > $\rho_w = 0.51\,\%$ $\Longrightarrow$ Megfelel

[3] A nyírási acélbetétek maximális távolsága:

A kengyelnél: $s_{max} := 0.75 \cdot d$ $s_{max} = 412\,mm$ > $s_{k.sz} = 100\,mm$ $\Longrightarrow$ Megfelel

A felhajlított acélbetétnél:

$s_{max} := 0.6 \cdot d \cdot (1 + \cot(45fok))$ $s_{max} = 660\,mm$ > $s_3 = 615\,mm$ $\Longrightarrow$ Megfelel

[4] A kengyelek nyírási teherbírása meghaladja a felhajlított betétekét:

$V_{wd.sz} = 338.1\,kN$ > $\dfrac{V_{Ed.red}}{2} = 194.79\,kN$ $\Longrightarrow$ Megfelel

A "b" jelû szakaszon:

A nyírási vasalás fajlagos mennyisége:

$$\rho_w := \frac{A_{sw}}{s_{k.sz} \cdot b_w} + \frac{A_{sl.1}}{s_2 \cdot b_w \cdot \sin(45fok)} \qquad \boxed{\rho_w = 0.487\,\%}$$

[1] A fajlagos mennyiség minimális értéke: $\boxed{\rho_{w.min} = 0.072\,\%}$ < $\rho_w = 0.487\,\%$ $\Longrightarrow$ Megfelel

[2] A fajlagos mennyiség maximális értéke: $\boxed{\rho_{w.max} = 0.846\,\%}$ > $\rho_w = 0.487\,\%$ $\Longrightarrow$ Megfelel

[3] A nyírási acélbetétek maximális távolsága:

A kengyelnél: $s_{max} := 0.75 \cdot d$ $s_{max} = 412\,mm$ > $s_{k.sz} = 100\,mm$ $\Longrightarrow$ Megfelel

A felhajlított acélbetétnél:

$s_{max} := 0.6 \cdot d \cdot (1 + \cot(45fok))$ $s_{max} = 660\,mm$ < $s_2 = 715\,mm$ $\Longrightarrow$ Nem felel meg

[4] A kengyelek nyírási teherbírása meghaladja a felhajlított betétekét:

$V_{wd.sz} = 338.1\ kN$ > $V_{wd.felh.2} = 133.732\ kN$ ⟹ Megfelel

A "c" jelû szakaszon:

A nyírási vasalás fajlagos mennyisége:

$$\rho_w := \frac{A_{sw}}{s_{k.b} \cdot b_w} + \frac{A_{sl.1}}{s_2 \cdot b_w \cdot \sin(45fok)} \qquad \boxed{\rho_w = 0.387\ \%}$$

[1] A fajlagos mennyiség minimális értéke: $\boxed{\rho_{w.min} = 0.072\ \%}$ < $\rho_w = 0.387\ \%$ ⟹ Megfelel

[2] A fajlagos mennyiség maximális értéke: $\boxed{\rho_{w.max} = 0.846\ \%}$ > $\rho_w = 0.387\ \%$ ⟹ Megfelel

[3] A nyírási acélbetétek maximális távolsága:

A kengyelnél: $s_{max} := 0.75 \cdot d$ $s_{max} = 412\ mm$ > $s_{k.b} = 140\ mm$ ⟹ Megfelel

A felhajlított acélbetétnél:

$s_{max} := 0.6 \cdot d \cdot (1 + \cot(45fok))$ $s_{max} = 660\ mm$ < $s_2 = 715\ mm$ ⟹ Nem felel meg

[4] A kengyelek nyírási teherbírása meghaladja a felhajlított betétekét:

$V_{wd.b} = 241.5\ kN$ > $V_{wd.felh.2} = 133.7\ kN$ ⟹ Megfelel

A "d" jelû szakaszon:

A nyírási vasalás fajlagos mennyisége:

$$\rho_w := \frac{A_{sw}}{s_{k.b} \cdot b_w} \qquad \boxed{\rho_w = 0.249\ \%}$$

[1] A fajlagos mennyiség minimális értéke: $\boxed{\rho_{w.min} = 0.072\ \%}$ < $\rho_w = 0.249\ \%$ ⟹ Megfelel

[2] A fajlagos mennyiség maximális értéke: $\boxed{\rho_{w.max} = 0.846\ \%}$ > $\rho_w = 0.249\ \%$ ⟹ Megfelel

[3] A nyírási acélbetétek maximális távolsága: $s_{max} := 0.75 \cdot d$ $s_{max} = 412\ mm$

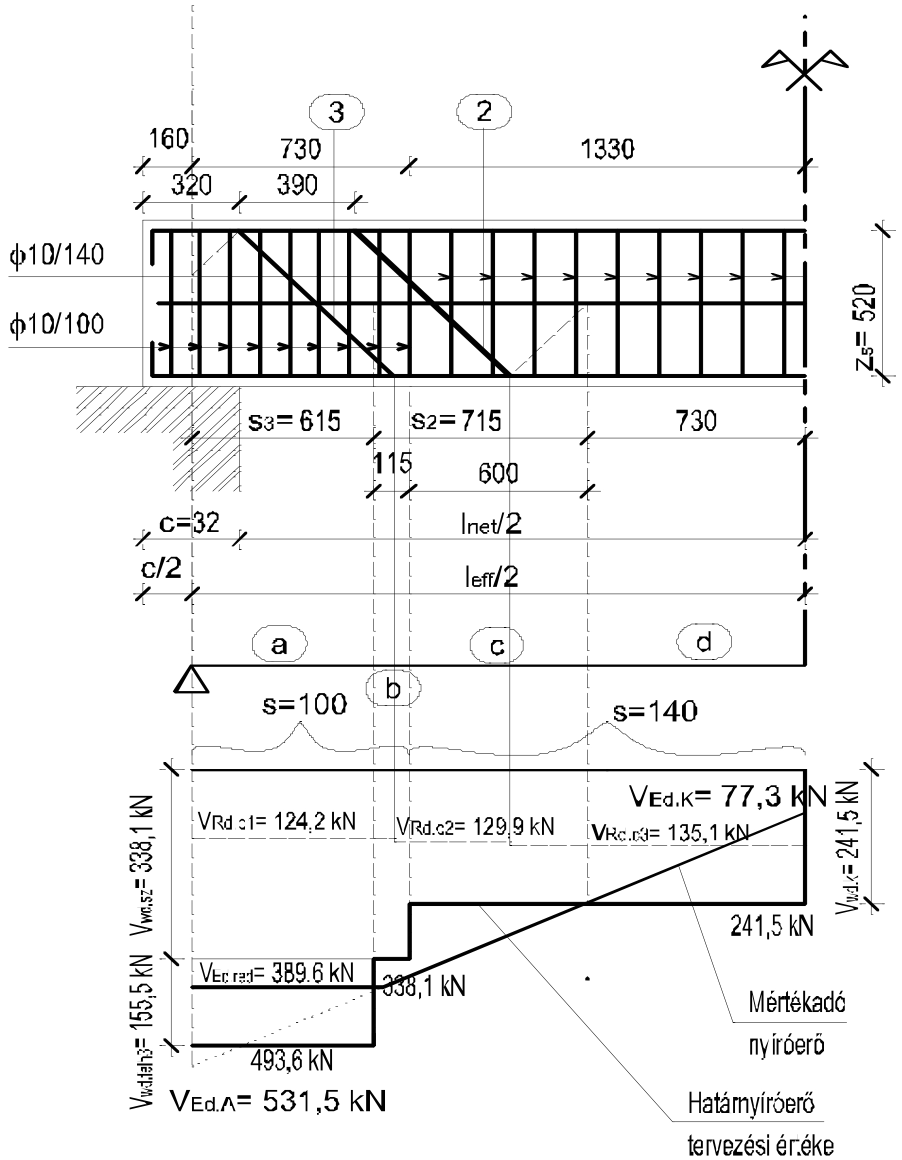
$s_{max} = 412\ mm$ > $s_{k.b} = 140\ mm$ ⟹ Megfelel

[4] A kengyelek nyírási teherbírása meghaladja a felhajlított betétekét:

$V_{wd.sz} = 338.1\ kN$ > $V_{wd.felh} := 0$ ⟹ Megfelel

Látható, hogy a "2" jelû felhajlított acélbetét hatástávolsága a szerkesztési szabályok által elõírt maximális értéket meghaladja, így ennek a felhajlított acélbetétnek a nyírási teherbírását nem lehet "b" illetve "c" szakaszokon figyelembe venni. E miatt azonban a tartó **nem felel meg nyírásra**.
Az egyes szakaszokra jellemzõ teherbírási értékek, valamint a határnyíróerõ ábra az alábbiak szerint módosulnak:

szakasz	Vw d.kengyel		V.w d.felh.		VRd
	s	Vw d.kengyel	s	V.w d.felh	
a	70	338,1	615	155,5	493,6
b	70	338,1	715		338,1
c	120	241,5			241,5
d	120	241,5	-	-	241,5



VII. GYAKORLAT:
Használhatósági határállapotok - Betonszerkezetek alakváltozása és repedéstágassága
Készítették: Völgyi István, Kovács Tamás

A vasbeton szerkezetek használhatóságát a vonatkozó hatáskombinációk alapján, az alábbi követelmények kielégítésével kell igazolni:

- a normálfeszültségek korlátozása
- a repedezettség ellenőrzése
- az alakváltozások korlátozása.

A használhatósági határállapotok ellenőrzése során a szerkezet feszültségeit és alakváltozásait akkor szabad repedésmentes állapot feltételezésével számítani, ha a figyelembe veendő hatáskombinációból számított igénybevétel hatására repedésmentes állapot feltételezésével meghatározott beton-húzófeszültség nem haladja meg az f_{ctm} értéket.

Használhatósági határállapotok vizsgálatához a következő igénybevétel-kombinációkat használjuk:

Karakterisztikus (ritka) kombináció:	$E_{ser(a)}=\Sigma\, G_{ki,j} + Q_{k1} + \Sigma\, \Psi_{0,i}\, Q_{ki}$
Gyakori kombináció:	$E_{ser(b)}=\Sigma\, G_{ki,j} + \Psi_{1,1}\, Q_{k1} + \Sigma\, \Psi_{2,i}\, Q_{ki}$
Kvázi állandó kombináció:	$E_{ser(c)}=\Sigma\, G_{ki,j} + \Sigma\, \Psi_{2,i}\, Q_{ki}$

A normálfeszültségek korlátozása

Általános esetben igazolni kell, hogy:

- a túlzott mértékű beton-nyomófeszültségek miatt hosszirányú repedések nem keletkeznek: $\sigma_c \le 0{,}6 f_{ck}$
- az acélokban képlékeny alakváltozások nem alakulnak ki: $\sigma_s \le 0{,}6 f_{yk}$ és $\sigma_p \le 0{,}75 f_{pk}$.

ahol σ_c ill. σ_s és σ_p a karakterisztikus kombináció alapján számított maximális beton- ill. acélfeszültségek.

A repedezettség vizsgálata

A vasbeton szerkezetek repedezettségének mértékét a funkció, a megfelelő tartósság és a kedvezőtlen megjelenés elkerülése érdekében kell korlátozni.
Általános környezeti feltételeknek kitett épületek vasbetonszerkezetei esetén általában azt kell igazolni, hogy a hatások kvázi-állandó kombinációjára a maximális repedéstágasság értéke nem haladja meg a 0,3 mm-t.

A repedéstágasságot a következő összefüggéssel lehet meghatározni:

$$w_k = s_{r,max}\,(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

ahol:

- $s_{r,max}$ - a legnagyobb repedéstávolság
- ε_{sm} - az acélbetét átlagos nyúlása a vonatkozó kombinációból származó igénybevétel hatására, a húzott betonzóna merevítő hatásának figyelembevételével. Feszített szerkezetek esetén csak az acélbetétet körülvevő beton feszültségmentes állapotában meglévő acélbetét-feszültséghez képesti acélfeszültség-növekményt ($\Delta\sigma_p$) kell figyelembe venni.
- ε_{cm} - átlagos nyúlás a betonban a repedések közötti repedésmentes szakaszokon.

Az (ε_{sm} - ε_{cm}) nyúláskülönbség a következőképpen számítható:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \dfrac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}}\left(1+\alpha_e \rho_{p,eff}\right)}{E_s} \ge 0{,}6\frac{\sigma_s}{E_s}$$

ahol:

- σ_s - a húzott acélbetétben lévő feszültség berepedt keresztmetszet feltételezésével a vonatkozó kombináció alapján számított igénybevételből. Feszített szerkezetek esetén σ_s értékét az ε_{sm} fenti értelmezésében szereplő $\Delta\sigma_p$ értékkel kell helyettesíteni.
- $\alpha_e = E_s/E_c$, - a rugalmassági modulusok σ_s meghatározásánál alkalmazott aránya
- $\rho_{p,eff} = \dfrac{A_s + \xi_1^2 A_p}{A_{c,eff}}$
- A_s és A_p - az $A_{c,eff}$ hatékony, húzott betonzónában elhelyezkedő lágyacélbetétek, ill. tapadásos feszítőbetétek keresztmetszeti területe
- k_t - a teher tartósságától függő tényező, értéke:
  - $k_t = 0{,}6$ rövididejű terhelés esetén
  - $k_t = 0{,}4$ tartós terhelés esetén.
- $A_{c,eff}$ - hatékony, húzott betonzóna, azaz a húzott vasalás körüli, $h_{c,ef}$ magasságú betonterület ahol:

$$h_{c,ef} = \min\begin{cases} 2{,}5(h-d) \\ \dfrac{h-x}{3} \\ h/2 \end{cases}$$

$\xi_1 = \sqrt{\xi \frac{\phi_s}{\phi_p}}$, ahol ξ a tapadási szilárdság módosító tényezője. Értéke táblázat alapján határozható meg.

ϕ_s az alsó sorban alkalmazott legnagyobb betonacél átmérő

ϕ_p a feszítőbetét egyenértékű átmérője (Részletek: Farkas-Huszár-Kovács-Szalai: Betonszerkezetek méretezése az Eurocode alapján, 203. oldal)

Ha a tapadásos acélbetétek egymáshoz közel helyezkednek el, azaz egymástól való távolságuk ≤ 5(c + ϕ/2):

$$s_{r,max} = 3{,}4\ c + 0{,}425\ k_1\ k_2\ \frac{\phi}{\rho_{p,eff}}$$

ahol:

ϕ - az acélbetét átmérője. Különböző átmérőjű acélbetétek esetén a ϕ_{eq} egyenértékű átmérőt kell alkalmazni az alábbiak szerint:

$$\phi_{eq} = \frac{n_1\phi_1^2 + n_2\phi_2^2}{n_1\phi_1 + n_2\phi_2}$$

ahol:

n_1 - a ϕ_1 átmérőjű acélbetétek (lágyacél vagy feszítőbetét) darabszáma

n_2 - a ϕ_2 átmérőjű acélbetétek (lágyacél vagy feszítőbetét) darabszáma.

c - betonfedés

k_1 - az acélbetét és a beton közti tapadási tulajdonságokat figyelembe vevő tényező

$k_1 = 0{,}8$ bordás acélbetét esetén

$k_1 = 1{,}6$ sima felületű acélbetét esetén (pl. feszítőbetétnél)

k_2 - a keresztmetszeten belüli feszültség(nyúlás)eloszlást figyelembe vevő tényező

$k_2 = 0{,}5$ hajlítás esetén

$k_2 = 1{,}0$ tiszta húzás esetén

Ha a tapadásos acélbetétek egymástól távol helyezkednek el, azaz egymástól való távolságuk > 5(c + ϕ/2):

$$s_{r,max} = 1{,}3\ (h\text{-}x)$$

Az alakváltozások vizsgálata

Az alakváltozások mértékét

a) a vasbeton szerkezetek funkciója, a szerkezeti elemek megfelelő működése, a kedvezőtlen megjelenés elkerülése és

b) a csatlakozó elemek károsodásának megelőzése

érdekében kell korlátozni. A megengedett lehajlás értékei a terhek <u>kvázi-állandó kombinációjának</u> megfelelő teherre az

a) esetben a támaszköz 1/250-ed része

b) esetben a támaszköz 1/500-ed része.

Az alakváltozások számítása során, a szerkezet repedésmentességének megítélésekor a bevezetőben leírtak szerint kell eljárni. A nem repedésmentes szerkezetek alakváltozásainak számításakor a szerkezet viselkedését a repedésmentes és a teljes hosszban berepedt állapotok közti átmenettel kell figyelembe venni, ahol az átmenet leírására az alábbi összefüggés alkalmazható:

$$\alpha = \zeta\ \alpha_{II} + (1 - \zeta)\ \alpha_I$$

ahol:

α - alakváltozási paraméter, mely lehet pl. nyúlás, görbület, elfordulás, lehajlás, stb.

α_I, α_{II} - az α paraméter I. (repedésmentes), ill. II. (teljes hosszban berepedt) feszültségi állapot alapján számított értéke

ζ - a húzott betonzóna merevítő hatását figyelembe vevő tényező, a következő összefüggés szerint:

$$\zeta = 1 - \beta\left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2$$

ahol:

β - a teher tartósságát és ciklikusságát figyelembe vevő tényező az alábbiak szerint:

$\beta = 1{,}0$ egyszeri, rövididejű terhelés esetén

$\beta = 0{,}5$ tartós, vagy ismétlődő terhelés esetén

σ_s - a húzott acélbetétben keletkező feszültség, berepedt keresztmetszet feltételezésével számítva

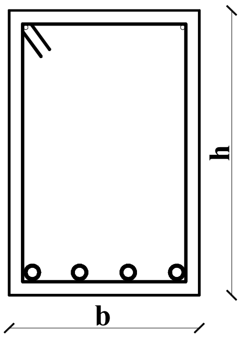
σ_{sr} - a húzott acélbetétben keletkező feszültség a repesztőnyomaték hatására, berepedt keresztmetszet feltételezésével számítva

A σ_{sr}/σ_s hányados tiszta hajlítás esetén az M_{cr}/M, tiszta húzás esetén az N_{cr}/N hányadosokkal helyettesíthető, ahol M_{cr} a repesztőnyomaték, és N_{cr} a repesztő húzóerő.

Pontosabb vizsgálat esetén az alakváltozásokat az α alakváltozási paraméter alkalmazása helyett numerikus integrálással kell meghatározni a görbületnek a szerkezeti elem szükséges számú pontjában való számítása után. E módszer közelítő változata lehet az, ha a görbületeket a tartó repedésmentes szakaszán repedésmentes keresztmetszet feltételezésével, a berepedt szakaszon a fenti α alakváltozási paraméter alkalmazásával számítjuk (ld. a gyakorlati anyag kiegészítő részét).

7.1. példa Határozza meg egy kéttámaszú tartó középsõ keresztmetszetének görbületét és lehajlását!

Az alakváltozás értékét a repedésmentes állapot (I. feszültség állapot) és a tartó teljes hossza mentén berepedt állapot (II. feszültség állapot) feltételezésével kapott érték közti interpoláció segítségével számíthatjuk. Az alakváltozás értékét általában kvázi állandó (quasi permanent, jele:qp) teherkombinációban kell meghatározni.



Elméleti támaszköz: $L := 5m$

Betonfedés: $c := 20mm$ $\quad \phi_k := 10mm$

A tartó kéttámaszú. A középsõ keresztmetszetet vizsgáljuk.

A keresztmetszet geometriai méretei, vasalása:

$b := 200mm \quad h := 400mm \quad \phi_1 := 20mm \quad n_1 := 4db$

$A_s := n_1 \cdot \frac{(\phi_1)^2 \cdot \pi}{4} \qquad A_s = 1256.637\,mm^2$

Anyagjellemzõk:

Az acél rugalmassági modulusa: $E_s := 200 \frac{kN}{mm^2}$ **(S500B)**

A beton rugalmassági modulusának várható értéke: $E_{cm} := 30 \frac{kN}{mm^2}$ **C20/25**

A beton húzószilárdságának várható értéke 28 napos korban: $f_{ctm} := 2.2 \frac{N}{mm^2}$

A beton rugalmassági modulusából számítható alakváltozási tényezõ értéke:

$\phi_t := 2 \qquad E_{c.eff} := \frac{1.05 \cdot E_{cm}}{1 + \phi_t} \qquad E_{c.eff} = 10500 \frac{N}{mm^2}$

ϕ_t a beton kúszását figyelembe vevõ tényezõ. Függ a környezet páratartalmától, az alkalmazott cement fajtájától, a beton szilárdsági osztályától, az elsõ terhelés idõpontjától. Most a végtelen idõponthoz tartozó, végértéket vesszük számításba.

A beton húzószilárdságának számítási értéke: $f_{ct.eff} := f_{ctm}$

A beton húzószilárdságának számításba vett értéke attól függ, hogy a szerkezeten várhatóan mikor jelenik meg az elsõ repedés. Ez függhet attól, hogy hány napos korban zsaluzzák ki, hogy elõregyártott, vagy monolit, esetleg, hogy lágyvasalású vagy feszített a tartó. Ha az elsõ repedés várhatóan 28 napos kor után következik be, a beton húzószilárdságának várható értékével vehetõ azonosnak. Ha a repedés várhatóan korábban jelenik meg, akkor a várható értéket a a szilárdság aktuális szintjének megfelelõen csökkenteni kell.

Most feltételezzük, hogy az elsõ repedés 28 napos kor után jön létre.

$\alpha_{s.eff} := \frac{E_s}{E_{c.eff}} \qquad \alpha_{s.eff} = 19.048$

Terhek, igénybevételek:

A gerenda önsúlya és egyéb állandó jellegû terhek karakterisztikus értéke összesen: $g_k := 16 \frac{kN}{m}$

A gerendát terhelõ esetleges jellegû terhek karakterisztikus értéke: $q_k := 10\,\frac{kN}{m}$ $\quad \psi_2 := 0.6$

A kvázi állandó teherkombinációban számítható teher: $p_{qp} := g_k + \psi_2 \cdot q_k$

$M_{qp} := p_{qp} \cdot \frac{L^2}{8}$ $\quad M_{qp} = 68.75\,kNm$

$d := h - c - \phi_k - \frac{\phi_1}{2}$ $\quad d = 360\,mm$ Használhatósági határállapotok vizsgálatakor alakhibával nem számolunk, így kedvezõtlen vaselmozdulást nem kell számításba venni.

Keresztmetszeti jellemzõk, alakváltozások, repesztõnyomaték:

A keresztmetszet jellemzõi I. feszültségi állapotban:

$$b \cdot x \cdot E_{c.eff} \cdot \frac{x}{2} = A_s \cdot \left(E_s - E_{c.eff}\right) \cdot (d - x) + b \cdot (h - x) \cdot E_{c.eff} \cdot \frac{h - x}{2}$$ $x_I = 235.34\,mm$

$$I_I := b \cdot \frac{x_I^3}{3} + b \cdot \frac{\left(h - x_I\right)^3}{3} + A_s \cdot \left(\alpha_{s.eff} - 1\right) \cdot \left(d - x_I\right)^2$$ $I_I = 1.519 \times 10^9\,mm^4$

$M_{cr} := \frac{f_{ct.eff} \cdot I_I}{h - x_I}$ $\quad M_{cr} = 20.295\,kNm$ $<$ M_{qp} megreped!

A középsõ keresztmetszetben számítható görbület I. feszültségi állapot feltételezésével:

$\kappa_I := \frac{M_{qp}}{E_{c.eff} \cdot I_I}$ $\quad \kappa_I = 4.31 \times 10^{-6}\,\frac{1}{mm}$

A keresztmetszet jellemzõi II. feszültségi állapotban (berepedt keresztmetszet):

$$b \cdot x \cdot E_{c.eff} \cdot \frac{x}{2} = A_s \cdot E_s \cdot (d - x)$$ $x_{II} = 197.326\,mm$

$$I_{II} := b \cdot \frac{x_{II}^3}{3} + A_s \cdot \alpha_{s.eff} \cdot \left(d - x_{II}\right)^2$$ $I_{II} = 1.146 \times 10^9\,mm^4$

A középsõ keresztmetszetben számítható görbület II. feszültségi állapot feltételezésével:

$\kappa_{II} := \frac{M_{qp}}{E_{c.eff} \cdot I_{II}}$ $\quad \kappa_{II} = 5.715 \times 10^{-6}\,\frac{1}{mm}$ Megjegyzés: A számítási módszer csak akkor alkalmazható, ha a betonacél rugalmas állapotban marad.

Az alakváltozás Eurocode szerinti számítása:

A következõkben a ζ kiszámításához szükséges mennyiségeket határozzuk meg:

σ_s Az acélbetétben számítható feszültség berepedt állapotot feltételezve. Kiszámításának részletes szabályait lásd az elméleti összefoglalóban.

$\sigma_s := \frac{M_{qp} \cdot \left(d - x_{II}\right) \cdot \alpha_{s.eff}}{I_{II}}$ $\quad \sigma_s = 185.945\,\frac{N}{mm^2}$ rugalmas

β a teher tartósságát és ciklikusságát veszi figyelembe. Értéke:
1,0 , ha egyszeri, rövididejû a terhelés.
0,5 , ha tartós vagy ismétlõdõ a teher.

A szabályzat azért ad több értéket, mert a repedéstágasság értékét elvileg bármilyen teherre meghatározhatjuk. A vb szerkezetek repedéstágasságát kvázi állandó teherszinten korlátozzuk. Így β értéke 0,5-re veendõ fel. $\quad \beta := 0.5$

σsr Az acélbetét feszültsége a repesztõnyomaték hatására a berepedés után (második feszültségállapot)

$$\sigma_{sr} := \frac{M_{cr}}{I_{II}} \cdot \left(d - x_{II}\right) \cdot \alpha_{s.eff} \qquad \sigma_{sr} = 54.892 \frac{N}{mm^2}$$

$$\zeta := 1 - \beta \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2 \qquad \zeta = 0.956$$

A km görbülete a maximális igénybvétel helyén EC2 szerint:

$$\kappa_{EC} := \zeta \cdot \kappa_{II} + (1 - \zeta) \cdot \kappa_I \qquad \kappa_{EC} = 5.654 \times 10^{-6} \frac{1}{mm}$$

(A görbület értéke önmagában ritkán érdekes egy tartó esetében.)

<u>A tartó maximális lehajlásának meghatározása (egyszerûsített módszer):</u>

Az elõbb vázolt módszer a tartó minden alakváltozásának meghatározására alkalmas. Így nem csak a görbületet, hanem az adott km. elfordulását vagy lehajlását is számíthatjuk a megismert módszerrel. Az egyszerûsített módszer esetén azzal, a mechanikában gyakran alkalmazott, közelítéssel élünk, hogy a keresztmetszet merevsége a tartó teljes hossza mentén állandó. (Nyilvánvaló, hogy ez egy a középsõ tartományában berepedt, a támasz közelében repedésmentes vasbeton gerenda esetén nem így van.) A tartó teljes hossza mentén a maximális nyomaték helyén számított merevséggel számolunk. Az így kapott érték a valódinál nagyobb, tehát a módszer a biztonság javára közelít.
Kéttámaszú tartó esetében egyenletesen megoszló teher esetén a lehajlást az ismert, zárt összefüggéssel számíthatjuk:

$$e_I := \frac{5}{384} \cdot \left(p_{qp}\right) \cdot \frac{L^4}{E_{c.eff} \cdot I_I} \qquad e_I = 11.225\,mm$$

$$e_{II} := \frac{5}{384} \cdot \left(p_{qp}\right) \cdot \frac{L^4}{E_{c.eff} \cdot I_{II}} \qquad e_{II} = 14.883\,mm$$

$$e_{EC} := \zeta \cdot e_{II} + (1 - \zeta) \cdot e_I \qquad e_{EC} = 14.724\,mm > \frac{L}{500} = 10\,mm$$

A tartó a csatlakozó szerkezetek károsodását megelõzõ lehajláskorlátozást nem teljesíti.

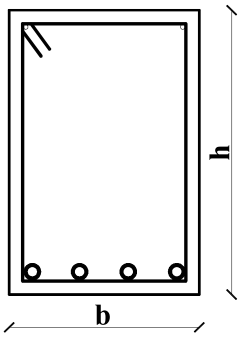
$$e_{EC} = 14.724\,mm < \frac{L}{250} = 20\,mm$$

A tartó a szerkezetek megfelelõ mûködését biztosító lehajláskorlátozást teljesíti.

Megjegyzés: A lehajlás általánosságban a görbületnek a tartó hossza mentén történõ kétszeri integrálásával kapható. Az integráláson alapuló módszer megismerése azért is hasznos, mert összetettebb tartószerkezetek esetén a lehajlás zárt képlete általában nem ismert, annak levezetése körülményes.

7.2. példa Határozza meg a tartó maximális repedéstágasságát!

A repedéstágasság értékét a legnagyobb repedéstávolság és a repedések közötti tartományban az acélbetétben valamint a betonban számítható megnyúlás különbségének szorzataként kaphatjuk. A repedéstágasság megfelelõségét a tapadásos feszítõbetétet tartalmazó szerkezet esetén gyakori kombinációban, minden más betonszerkezet esetében kvázi állandó teherkombinációkban kell igazolni. A repedéstágasság értékét természetesen bármely más teherkombinációból származó igénybevételre meghatározhatjuk.



(A keresztmetszet az elõzõvel azonos)

A keresztmetszet geometriai méretei és vasalása:

$b := 200\text{mm}$ $\quad h := 400\text{mm}$

$\phi_1 := 20\text{mm}$ $\quad n_1 := 4\text{db}$

A keresztmetszetben nincs feszítõbetét.

$A_p := 0\text{mm}^2$ $\quad A_s := n_1 \cdot \frac{(\phi_1)^2 \cdot \pi}{4}$ $\quad A_s = 1256.637\,\text{mm}^2$

Betonfedés: $c := 20\text{mm}$ $\quad \phi_k := 10\text{mm}$

$d := h - c - \phi_k - \frac{\phi_1}{2}$ $\quad d = 360\,\text{mm}$

A tartón számítható (mértékadó) hajlítónyomaték kvázi állandó teherkombinációban: $M_{qp} := 120\text{kNm}$

Anyagjellemzõk:

Az acél rugalmassági modulusa: $E_s := 200\frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$ **S500B**

A beton rugalmassági modulusának várható értéke: $E_{cm} := 30\frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$ **C20/25**

A beton alakváltozási tényezõje: $\phi_t := 2$ $\quad E_{c.eff} := \frac{1.05 \cdot E_{cm}}{1+\phi_t}$ $\quad E_{c.eff} = 10500\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Értéke az alakváltozás számításakor leírtak szerint határozható meg.

$f_{ct.eff} := 2.2\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ $\quad \alpha_{s.eff} := \frac{E_s}{E_{c.eff}}$ $\quad \alpha_{s.eff} = 19.048$

Használhatósági határállapotok esetén az anyagok szilárdságának és a geometriai adatoknak a várható értékét vesszük számításba. Ezért nincs szükség kedvezõtlen vaselmozdulás figyelembe vételére, amellyel a geometriai adatok szélsõ értékét lehet elõállítani.

Az 1. példában meghatároztuk a km. repesztõnyomatékát. Az km.-et terhelõ nyomaték ezt meghaladja, így a tartó bereped.

A keresztmetszet jellemzõi második feszültségállapotban:

$$b \cdot x \cdot E_{c.eff} \cdot \frac{x}{2} = A_s \cdot E_s \cdot (d - x) \qquad x_{II} := \text{Find}(x) \qquad x_{II} = 197.326\,\text{mm}$$

$$I_{II} := b \cdot \frac{x_{II}^3}{3} + A_s \cdot \frac{E_s}{E_{c.eff}} \cdot \left(d - x_{II}\right)^2 \qquad I_{II} = 1.146 \times 10^9\,\text{mm}^4$$

A nyúláskülönbségek meghatározása:

A következõkben a repedések között az acélban és a betonban fellépõ átlagos nyúlás közti különbség ($\Delta\varepsilon$) meghatásrozásához szükséges mennyiségeket számítjuk ki.

σ_s Az acélbetétben számítható feszültség II. feszültségi állapotot feltételezve. Kiszámításának részletes szabályait lásd az elméleti összefoglalóban.

$$\sigma_s := \frac{M_{qp} \cdot \left(d - x_{II}\right) \cdot \alpha_{s.eff}}{I_{II}} \qquad \sigma_s = 324.558\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Az acélbetét rugalmas marad, alkalmazhatók az összefüggések.

A_{ceff} a hatékony húzott betonzóna területe

$$h_{cef} := \min\left[2.5 \cdot (h - d), \frac{h - x_{II}}{3}, \frac{h}{2}\right] \qquad h_{cef} = 67.6\,\text{mm}$$

$$A_{ceff} := b \cdot h_{cef} \qquad A_{ceff} = 13511.599\,\text{mm}^2$$

$$\rho_{peff} := \frac{A_s + \xi_1^2 \cdot A_p}{A_{ceff}} \qquad \rho_{peff} = 0.093 \qquad A_p = 0\,\text{mm}^2$$

ξ_1 definíciója a zh-ra felkészítõ példák között.

k_t A teher tartósságától függõ tényezõ. Értéke 0,6, ha a teher rövididejû.
0,4, ha a teher tartós.

$$k_t := 0.4$$

$$\Delta\varepsilon := \max\left[\frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct.eff}}{\rho_{peff}} \cdot \left(1 + \alpha_{s.eff} \cdot \rho_{peff}\right)}{E_s}, 0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}\right] \qquad \Delta\varepsilon = 0.149\,\%$$

Repedések maximális távolságának meghatározása:

A repedések egymástól mért távolságát attól függõen kell meghatározni, hogy az acélbetétek tengelyei egymáshoz képest közel, vagy távol helyezkednek el. A két eset között az alábbi összefüggés alapján teszünk különbséget:

$$t_h := 5 \cdot \left(c + \frac{\phi_1}{2}\right) \qquad t_h = 150\,\text{mm}$$

Az acélbetétek távolsága:

$$t := \frac{b - 2 \cdot \left(c + \phi_k\right) - 2 \cdot \frac{\phi_1}{2}}{n_1 - 1} \qquad t = 40\,\text{mm} \qquad t < t_h$$

Az acélbetétek tehát egymáshoz közel helyezkednek el.

Különbözõ átmérõk esetén egyenértékû átmérõt kell számítani.

$$\phi_{eq} := \frac{n_1 \cdot \phi_1^2 + n_2 \cdot \phi_2^2}{n_1 \cdot \phi_1 + n_2 \cdot \phi_2} \qquad \phi_{eq} = 20\,\text{mm}$$

Ahol n1 és n2 a különbözõ átmérõjû acélbetétek darabszáma az alsó sorban. (ti. az alsó sor betéteinek átmérõje befolyásolja a repedéstágasságot)

A repedések maximális távolságának meghatározása:

k_1 a beton és az acélbetét közti tapadás milyenségét figyelembe vevõ tényezõ.
Értéke 0,8 bordás acélbetét esetén.
1,6 sima acélbetét esetén.

k_2 a keresztmetszeten belüli nyúlás alakulását figyelembe vevõ tényezõ.
0,5 hajlítás esetén
1,0 tiszta húzás esetén (alapeset)
Külpontos húzás esetén közbensõ értéket kell alkalmazni.

$$k_2 := \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2 \cdot \varepsilon_1}$$

Ahol ε_1 és ε_2 a szélsõ szálakban számítható nyúlás berepedt km. feltételezésével. A húzás pozitív. $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$

$k_1 := 0.8$

$k_2 := 0.5$

Külpontos nyomás esetén 0,5 érték alkalmazandó.

$$s_{rmax} := 3.4 \cdot c + 0.425 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{\phi_{eq}}{\rho_{peff}} \qquad s_{rmax} = 104.557\,\text{mm}$$

A repedéstágasság értéke:

$$w_k := s_{rmax} \cdot (\Delta\varepsilon) \qquad w_k = 0.156\,\text{mm}$$

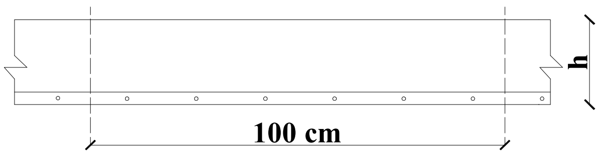
< 0,3mm megfelel (A határérték a szerkezet kitéti osztályától és jellegétõl függ)

Megjegyzés:

Ha az acélbetétek távolsága a határértéknél nagyobb, a repedések legnagyobb távolsága:

$$s_{rmax.} := 1.3 \cdot (h - x_{II})$$

7.3. példa Határozza meg a tartó maximális repedéstágasságát!



A tartó egyirányban teherviselõ lemez.

Legyen a kvázi állandó kombinációban számítható hajlítónyomaték értéke: $m_{qp} := 40 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$

A keresztmetszet geometriai méretei és vasalása:

$h := 200\text{mm} \qquad \phi_1 := 12\text{mm} \qquad n_1 := 6 \frac{\text{db}}{\text{m}}$

Az egyirányban teherviselõ lemezek számítása egy 1m széles gerenda számításával azonosan végezhetõ.

Anyagjellemzõk:

$E_s := 200 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$ **S500B** $\qquad E_{cm} := 30 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$ **C20/25** $\qquad \phi_t := 2 \qquad E_{c.eff} := \frac{1.05 \cdot E_{cm}}{1 + \phi_t}$

$f_{ctm} := 2.2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \qquad f_{ct.eff} := f_{ctm} \qquad \alpha_{s.eff} := \frac{E_s}{E_{c.eff}} \qquad \alpha_{s.eff} = 19.048 \qquad a_s := n_1 \cdot \frac{(\phi_1)^2 \cdot \pi}{4}$

A betonfedés értéke: $c := 20\text{mm}$

Vonal mentén megtámasztott födémek nem tartalmaznak kengyelt. $d := h - c - \frac{\phi_1}{2} \qquad d = 174\,\text{mm}$

A keresztmetszet viselkedése I. és II. feszültségi állapotban:

A repesztõnyomaték számítása:

$$x \cdot E_{c.eff} \cdot \frac{x}{2} = a_s \cdot (E_s - E_{c.eff}) \cdot (d - x) + (h - x) \cdot E_{c.eff} \cdot \frac{h - x}{2} \qquad x_I = 104.27\,\text{mm}$$

$I_I := \frac{x_I^3}{3} + \frac{(h - x_I)^3}{3} + a_s \cdot (\alpha_{s.eff} - 1) \cdot (d - x_I)^2$ $\quad I_I = 7.299 \times 10^8 \frac{1}{m} mm^4$

$m_{cr} := \frac{f_{ct.eff} \cdot I_I}{h - x_I}$ $\quad m_{cr} = 16.773 \frac{1}{m} kNm$ < m_{qp} megreped!

A keresztmetszet jellemzõi II. feszültségi állapotban:

$x \cdot E_{c.eff} \cdot \frac{x}{2} = a_s \cdot E_s \cdot (d - x) \qquad x_{II} := \mathrm{Find}(x)$ $\quad x_{II} = 55.376\,mm$

$I_{II} := \frac{x_{II}^3}{3} + a_s \cdot \frac{E_s}{E_{c.eff}} \cdot (d - x_{II})^2$ $\quad I_{II} = 2.385 \times 10^8 \frac{1}{m} mm^4$

$\Delta\varepsilon$ meghatározása:

$\sigma_s := \frac{m_{qp} \cdot (d - x_{II}) \cdot \alpha_{s.eff}}{I_{II}}$ $\quad \sigma_s = 378.975 \frac{N}{mm^2}$ A betonacél rugalmas marad, alkalmazhatók a képletek.

A_{ceff} a hatékony húzott betonzóna területe

$h_{cef} := \min\left[2.5 \cdot (h - d), \frac{h - x_{II}}{3}, \frac{h}{2}\right]$ $\quad h_{cef} = 48.2\,mm$

$A_{ceff} := h_{cef}$ $\quad A_{ceff} = 48207.936 \frac{1}{m} mm^2$

$\rho_{peff} := \frac{a_s + \xi_1^2 \cdot a_p}{A_{ceff}}$ $\quad \rho_{peff} = 0.014 \qquad k_t := 0.4$

$\Delta\varepsilon := \max\left[\frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct.eff}}{\rho_{peff}} \cdot (1 + \alpha_{s.eff} \cdot \rho_{peff})}{E_s}, 0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}\right]$ $\quad \Delta\varepsilon = 0.15\,\%$

$t_h := 5 \cdot \left(c + \frac{\phi_1}{2}\right)$ $\quad t_h = 130\,mm$

Az acélbetétek távolsága: $t := \frac{1}{n_1}$ $\quad t = 166.667\,mm \qquad t > t_h$

Az acélbetétek tehát egymástól távol helyezkednek el.

Ha az acélbetétek távolsága a határértéknél nagyobb, a repedések legnagyobb távolsága:

$s_{rmax.} := 1.3 \cdot (h - x_{II})$ $\quad s_{rmax.} = 0.188\,m$

A repedéstágasság értéke:

$w_k := s_{rmax.} \cdot (\Delta\varepsilon)$ $\quad w_k = 0.282\,mm$ < 0,3 mm

megfelel

FELKÉSZÜLÉST SEGÍTŐ PÉLDÁK AZ I. GYAKORLATHOZ

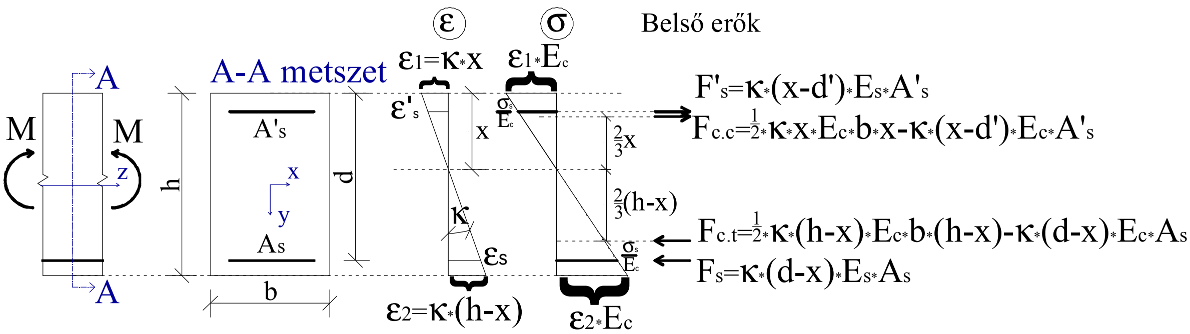
Repedésmentes és berepedt vasbeton tartók

Készítették: Dr. Kiss Rita és Klinka Katalin

A könnyebb megértés érdekében álljanak itt következők:

Ha a beton rugalmas és a betonacél is rugalmas, akkor a ε-ábra, σ-ábra és vasbeton km. belső erői a következők:
- nyomott betonrész belső ereje: $F_{c.c}$
- nem repedt be a km, így húzott betonrész belső ereje: $F_{c.t}$
- húzott vasban keletkező belső erő: F_s
- nyomott vas belső ereje: F'_s

Ezek tartanak egyensúlyt a külső erőkkel (M külső nyomatékkal)

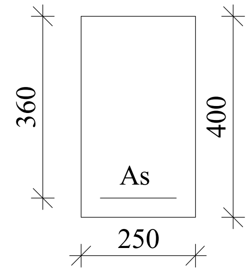


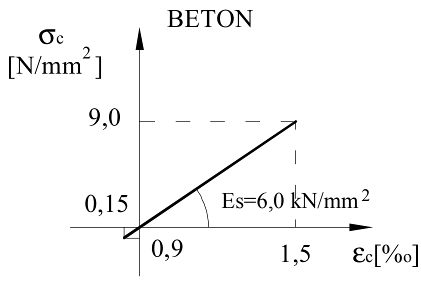
-Ha berepedt a beton (II. feszültségi állapot): nincs húzott betonrészből keletkező belső erő ($F_{c.t}$)

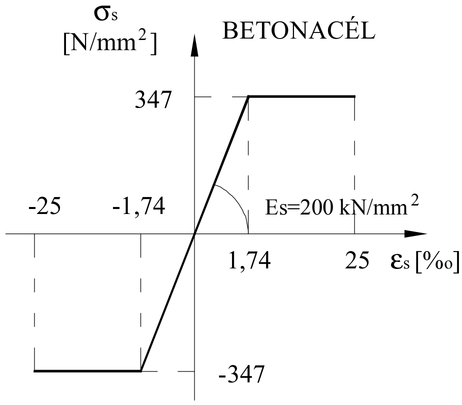
-Ha nincs nyomott betonacél: eltűnnek az A'_S-t tartalmazó tagok

I. FESZÜLTSÉGI ÁLLAPOTBAN LEVŐ (REPEDÉSMENTES) VB. KM. SZÁMÍTÁSA

1. példa: Határozza meg az alábbi vasbeton keresztmetszetben a betonacélok megnyúlását (ε_s) abban az esetben, ha a keresztmetszetre **M=8 kNm** nagyságú hajlítónyomaték hat! (A nyomaték alul okoz húzást.) A beton és a betonacél σ(ε) görbéje a mellékelt ábrákon látható.







$A_s := 804\text{mm}^2$

Megoldás:

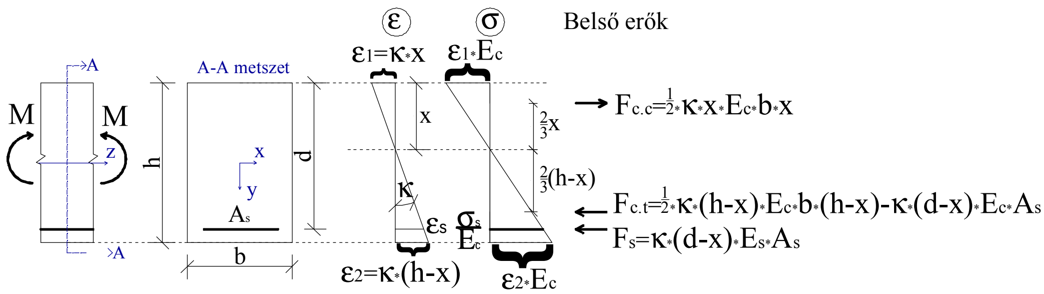
Anyagjellemzők: σ(ε)-diagrammokról

- beton: $f_{c.c} := 9 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\qquad \varepsilon_2 := 0.15 \cdot ‰$

$f_{c.t} := 0.9 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\qquad \varepsilon_1 := 1.5 \cdot ‰$

- acél $f_y := 347 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\qquad \varepsilon_{s.E} := 1.74‰$ $\qquad \varepsilon_{su} := 25 \cdot ‰$

A betonacél és a beton rugalmassági modulusának aránya: $\alpha_E = 33.33$



Tegyük fel, hogy a vasak rugalmasak és beton is rugalmas!

A külső és belső erők egyenúlyának hossztengellyel párhuzamos vetületi egyenletéből, megkapjuk a repedésmentes vasbeton keresztmetszet súlypontjának helyét :

(Megjegyzés: a vetületi egyenletben ismeretlen a k és x is, de mivel k nem zérus és a vetületi egyenlet minden tagjában szerepel, ezért végigoszthatunk vele)

$x = 233\,\text{mm}$

Nyomatéki egyenlet a semleges tengelyre felírva megkapjuk a megadott nyomatékhoz tartozó görbületet:

$\kappa = 7.163 \times 10^{-7} \frac{1}{mm}$

betonacélok nyúlása az adott nyomaték hatására: $\boxed{\varepsilon_s = 0.091\,‰} < \boxed{\varepsilon_{s.E} = 1.74\,‰}$ az acél rugalmas

Feltevés ell: $\varepsilon_{c.c} = 0.167\,‰ < \varepsilon_1 = 1.5\,‰$ beton rugalmas

$\varepsilon_{c.t} = 0.12\,‰ < \varepsilon_2 = 0.15\,‰$ beton nem reped meg az adott nyomatékra

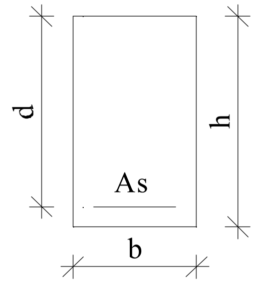
2. Példa: Határozza meg az ábrán látható vasbeton keresztmetszet repesztőnyomaték (M_{cr})!

Geometriai adatok: $b := 220mm$

$h := 340mm$

$d := 300mm$

Vasalás: $A_s := 1017mm^2$



Anyagjellemzők:
beton: C20/25
E_c=19,2 kN/mm^2
f_{ctm}=2,21 N/mm^2
betonacél: S500B
E_s=200 kN/mm^2

Megoldás:

Az acél km-ét a beton km-ére redukáljuk, így a rugalmasági modulusok aránya: $\alpha_E = 33.333$

- ideális keresztmetszet területe: $A_i = 84376.75\,mm^2$

- ideális keresztmetszet statikai nyomaték a felső szélső szálra: $S_{xi} = 1.559 \times 10^7\,mm^3$

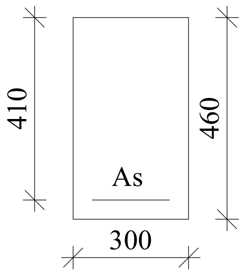
- semleges tengely helye a felső szélső száltól mérve: $x_i = 184.755\,mm$

- ideális keresztmetszet inercianyomatéka: $I_{xi} = 8.641 \times 10^8\,mm^4$

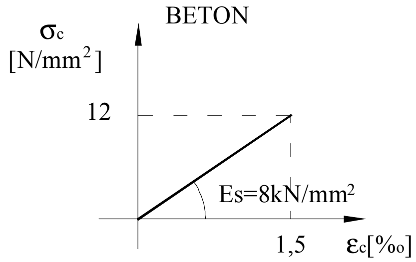
- keresztmetszet repesztőnyomatéka: $\boxed{M_{cr} = 12.3\,kN\cdot m}$

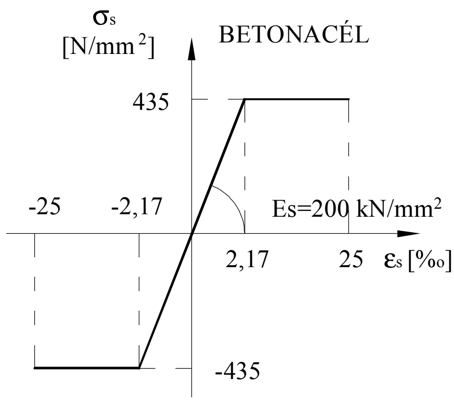
II. FESZÜLTSÉGI ÁLLAPOTBAN LEVŐ VB. KM. SZÁMÍTÁSA

3. példa: Határozza meg az alábbi vasbeton keresztmetszet felső-szélső szálának összenyomódását abban az esetben, ha a keresztmetszetre **M=85 kNm** nagyságú hajlítónyomaték hat! (A nyomaték alul okoz húzást.) A beton és a betonacél σ(ε) görbéje a mellékelt ábrákon látható.

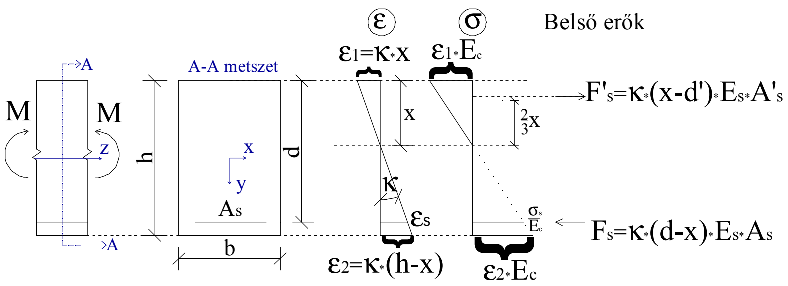


$A_s = 1257\,mm^2$





Megoldás:



Tegyük fel, hogy a vasak rugalmasak és beton is rugalmas!

A külső és belső erők egyenúlyának hossztengellyel párhuzamos vetületi egyenletéből megkapjuk a berepedt vasbeton keresztmetszet súlypontjának helyét:
(Megjegyzés: a vetületi egyenletben ismeretlen a k és x is, de mivel k nem zérus és a vetületi egyenlet minden tagjában szerepel, ezért végigoszthatunk vele)

$x = 206.5\,mm$

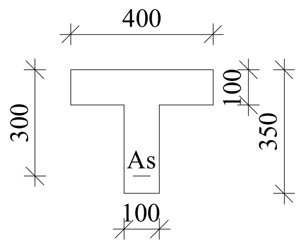
nyomatéki egyenletbõl keresett görbületet megkapjuk:

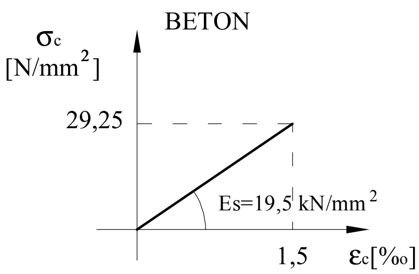
$$\kappa = 4.870 \times 10^{-3}\,\frac{1}{m}$$

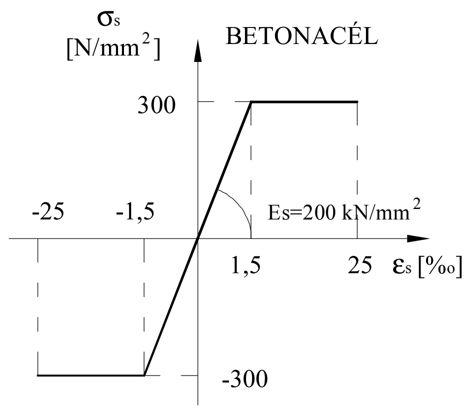
Feltevés ellenőzése: $\varepsilon_s = 0.991\,‰ \quad < \quad \varepsilon_{s.E} = 2.170\,‰$ jó volt a feltevés, vasak valóban rugalmasak

Felső szélső szál összenyomódása: $\boxed{\varepsilon_1 = 1.005\,‰}$

4. példa: Határozza meg az alábbi vasbeton keresztmetszet nyomaték-görbület ($M(\kappa)$) görbéjének azt a pontját, amikor a húzott acélbetétekben a feszültség eléri a rugalmas állapot határát (ε_s=1,5‰)!
(A nyomaték alul okoz húzást.) A beton és a betonacél $\sigma(\varepsilon)$ görbéje a mellékelt ábrán látható.







$A_s := 804mm^2$

Megoldás:

Anyagjellemzõk: $\sigma(\varepsilon)$-diagrammokról

- beton: $f_c := 29.25\cdot\frac{N}{mm^2}$ $\quad \varepsilon_{c.E} := 1.5\cdot‰$ $\quad \alpha_E := \frac{E_s}{E_c}$ $\quad \alpha_E = 10.256$

- acél $f_y := 300\cdot\frac{N}{mm^2}$ $\quad \varepsilon_{s.E} := 1.5\cdot‰$

Tegyük fel, hogy a vasak rugalmasak és beton is rugalmas!

A külső és belső erők egyenúlyának hossztengellyel párhuzamos vetületi egyenletéből, megkapjuk a berepedt vasbeton keresztmetszet súlypontjának helyét:
(Megjegyzés: a vetületi egyenletben ismeretlen a k és x is, de mivel k nem zérus és a vetületi egyenlet minden tagjában szerepel, ezért végigoszthatunk vele)

$x = 92.5\,mm$ $\quad < \quad$ $t = 100\,mm$ $\quad$ semleges tenygely helye a fejlemezben marad, (így a feladat megoldása semmiben nem különbözők egy négyszög km megoldásától)

A húzott betonacél rugalmassági határához tartozó nyúlásából kapott görbület: $\boxed{\kappa = 7.229\times10^{-6}\frac{1}{mm}}$

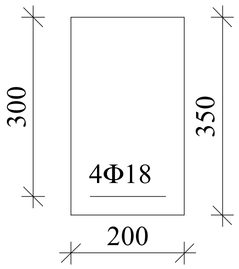
Feltételezés ell:

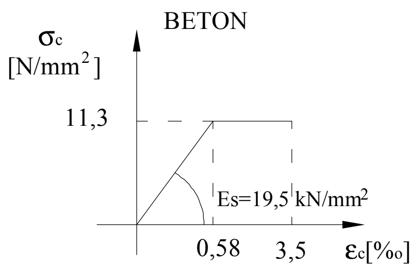
$\varepsilon_1 = 0.669\,‰$ $\quad < \quad$ $\varepsilon_{c.E} = 1.5\,‰$ $\quad$ jó volt a feltevés, beton rugalmas

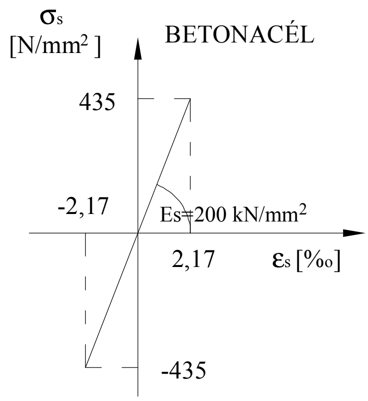
A húzott acélbetét megfolyását okozó nyomaték nagysága a nyomatéki egyenletből: $\boxed{M = 64.92\,kN\cdot m}$

III. FESZÜLTSÉGI ÁLLAPOTBAN LEVŐ VB. KM. SZÁMÍTÁSA

5. Példa: Határozza meg az alábbi vasbeton keresztmetszet nyomaték-görbület ($M(\kappa)$) görbéjének azt a pontját, amikor a felső szélső szálban az összenyomódás eléri a beton határösszenyomódásának értékét ($\varepsilon_{c,felső}=\varepsilon_{c,u}=3{,}5‰$)!
(A nyomaték alul okoz húzást.) A beton és a betonacél $\sigma(\varepsilon)$ görbéje a mellékelt ábrán látható.





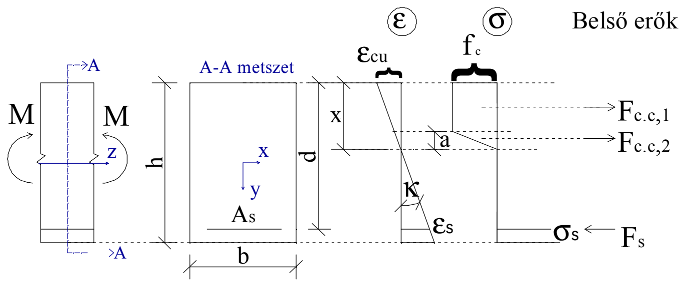


Megoldás:

$A_s = 804\,mm^2$

Anyagjellemzők: $\sigma(\varepsilon)$-diagrammokról - beton: $f_c := 11.3\cdot\frac{N}{mm^2}$ $\varepsilon_{cu} := 3.5\cdot‰$ $\varepsilon_{c.E} := 0.58\cdot‰$

- acél $f_y := 435\cdot\frac{N}{mm^2}$ $\varepsilon_{s.E} := 2.17\cdot‰$



Az ε-ábrából aránypárral:

$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{cu}} = \frac{x}{d-x}$ ebből $\varepsilon_s = \frac{d-x}{x}\cdot\varepsilon_{cu}$ ehhez tartozó betonacél feszültség: $\sigma_s = E_s\cdot\varepsilon_s$

$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c.E}} = \frac{x}{a}$ ebből $a = \frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{cu}}\cdot x$ (beton rugalmas viselkedéséhez tartozó megnyúlás geometriai helye)

Tegyük fel, hogy a betonacél rugalmas!

Ezeket behelyettesítve a vetületi egyenletbe, vasbeton keresztmetszet súlypontjának helyét : $x = 192.4\,mm$

Feltevés ell: $\varepsilon_s = 1.958\,‰$ $<$ $\varepsilon_{s.E} = 2.17\,‰$ jogos volt a feltételezés, betonacél rugalmas

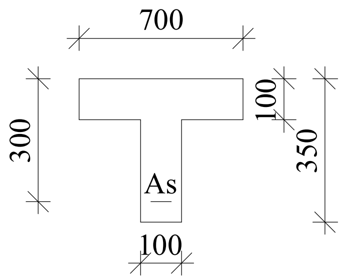
$a = 31.9\,mm$

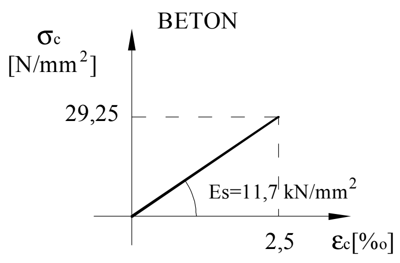
M(κ) görbe pontja: $\boxed{\kappa = 1.819\times10^{-5}\,\frac{1}{mm}}$

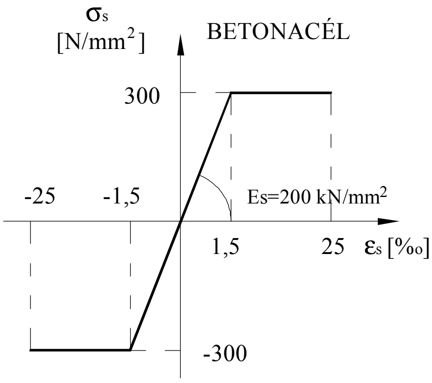
$\boxed{M = 84.349\,kN\cdot m}$

6. Példa: Határozza meg az alábbi vasbeton keresztmetszet nyomaték-görbület (M(κ)) görbéjének azt a pontját, amikor a húzott acélbetétekben a feszültség eléri a képlékeny állapot határát (ε_s=25 ‰)!

(A nyomaték alul okoz húzást.) A beton és a betonacél σ(ε) görbéje a mellékelt ábrán látható.







$A_s := 804mm^2$

Megoldás:

Anyagjellemzők: σ(ε)-diagrammokról

- beton: $f_c := 29.25 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\qquad \varepsilon_{cu} := 2.5 \cdot ‰$

- acél $f_y := 300 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\qquad \varepsilon_{s.E} := 1.5 \cdot ‰ \qquad \varepsilon_{su} := 25 \cdot ‰$

- ekkor a beton nyúlása aranypárból számítható:

$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{su}} = \frac{x}{d - x}$ ebből $\varepsilon_c = \frac{x}{d - x} \cdot \varepsilon_{su}$ ehhez beton nyúlás tartozó beton feszültség: $\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_c$

Tegyük fel, hogy a beton rugalmasan viselkedik!

vetületi egyenletből a semleges tengely helye: $x = 25.4\,mm$ $<$ $t = 100\,mm$ semleges tg az övlemezben van

Feltevés ellenőrzése: $\varepsilon_c = 2.316\,‰$ $<$ $\varepsilon_{cu} = 2.5\,‰$ beton tényleg rugalmas

- betonban keletkező feszültség alapján: $\sigma_c = 27.1 \frac{N}{mm^2}$ $<$ $f_c = 29.25 \frac{N}{mm^2}$ beton tényleg rugalmas

- adott állapothoz tartozó nyomaték: $\boxed{M = 70.315\,kN \cdot m}$

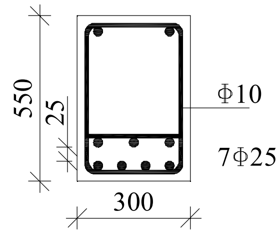
- adott állapothoz tartozó görbület: $\boxed{\kappa = 9.105 \times 10^{-5} \frac{1}{mm}}$

FELKÉSZÜLÉST SEGÍTŐ PÉLDÁK AZ II. GYAKORLATHOZ
Hajlított vasbeton keresztmetszet ellenőrzése
(Négyszög és T-alakú keresztmetszetek nyomatéki teherbírása III. feszültségi állapotban)
Készítették: Dr. Kiss Rita és Klinka Katalin

1. példa: Határozza meg az ábrán látható vasbeton keresztmetszet nyomatéki teherbírását (M_{Rd})!
(A nyomaték alul okoz húzást.)

Anyagjellemzők: beton: C25/30
betonacél: S400B

betonfedés: 20mm
kedvezőtlen vaselmozd.: 10 mm



Megoldás: $A_s = 3436.1\ \text{mm}^2$

$d = 480.8\ \text{mm}$

Feltevés: Tegyük fel, hogy a húzott acélok megfolynak

- A vetületi egyenletből: $x_c = 239\ \text{mm}$

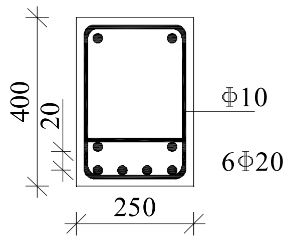
$\xi_c = 0.497 \quad < \quad \xi_{c0} = 0.534$ A feltételezés helyes volt, az acél folyik

- A húzott acélbetétek súlyvonalára felírt nyomatéki egyenletből: $\boxed{M_{Rd} = 431.8\ \text{kN}\cdot\text{m}}$

2. példa: Határozza meg az ábrán látható vasbeton keresztmetszet nyomatéki teherbírását (M_{Rd})!
(A nyomaték alul okoz húzást.)

Anyagjellemzők:
beton: C25/30
betonacél: S500B

betonfedés: 20mm
kedvezőtlen vaselmozd: 10mm



Megoldás: $A_s = 1885\ \text{mm}^2$

$d = 336.7\ \text{mm}$

Feltevés: Tegyük fel, hogy a húzott acélok megfolynak

-A vetületi egyenletből: $x_c = 196.7\ \text{mm}$

Feltevés ellenőrzése: $\xi_c = 0.584 \quad > \quad \xi_{c0} = 0.493$ A feltételezés nem volt jó, az acél rugalmas állapotban van

-A feltétel módosításával nyert vetületi egyenletből: $x_c = 173.9\ \text{mm}$

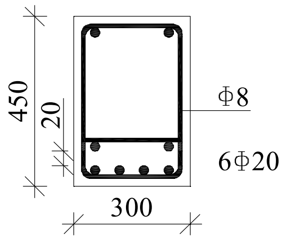
$\xi_c = 0.516 \quad > \quad \xi_{c0} = 0.493$ Az acél rugalmas állapotban van

-A húzott acélbetétek súlyvonalára felírt nyomatéki egyenletből: $\boxed{M_{Rd} = 180.9\ \text{kN}\cdot\text{m}}$

3. példa: Határozza meg az ábrán látható vasbeton keresztmetszet nyomatéki teherbírását (M_{Rd})!
(A nyomaték alul okoz húzást.)

Anyagjellemzők:
beton: C20/25
betonacél: S500B

betonfedés: 20mm
kedvezőtlen vaselmozd.: 10 mm



Megoldás:

$A_s = 1885\,mm^2$

$d = 388.7\,mm$

Feltevés: Tegyük fel, hogy a húzott acélok megfolynak

-A vetületi egyenletből: $x_c = 204.9\,mm$

Feltevés ellenőrzése: $\xi_c = 0.527 > \xi_{c0} = 0.493$ A feltételezés nem volt helyes, az acél rugalmas állapotban van

-A feltétel módosításával nyert vetületi egyenletből: $x_c = 195.3\,mm$

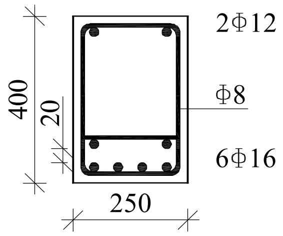
$\xi_c = 0.502 > \xi_{c0} = 0.493$ Az acél rugalmas állapotban van

-A húzott acélbetétek súlyvonalára felírt nyomatéki egyenletből: $\boxed{M_{Rd} = 227.3\,kN \cdot m}$

4. példa: Határozza meg az ábrán látható vasbeton keresztmetszet nyomatéki teherbírását (M_{Rd})!
(A nyomaték alul okoz húzást.)

Anyagjellemzők:
beton: C16/20
betonacél: S400B

betonfedés: 20mm
kedvezőtlen vaselmozd.: 10 mm



Megoldás:

- húzott vasalás: $A_s = 1206.4\,mm^2$

$d = 342\,mm$

- nyomott vasalás: $A'_s = 226.2\,mm^2$

$d' = 44\,mm$

Feltevés: Tegyük fel, hogy a húzott acélok is és a nyomott acélok is megfolynak
-A vetületi egyenletből: $x_c = 127.8\,mm$

Feltevés ellenőrzése : $\xi_c = 0.374 < \xi_{c0} = 0.534$ A feltételezés helyes volt, a húzott acél folyási állapotban van

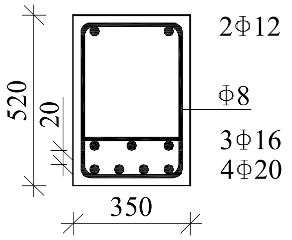
$\xi'_c = 2.906 > \xi'_{c0} = 1.59$ A feltételezés helyes volt, a nyomott acél folyási állapotban van

-A húzott acélbetétek súlyvonalára felírt nyomatéki egyenletből: $\boxed{M_{Rd} = 118.3\,kN \cdot m}$

5. példa: Határozza meg az ábrán látható vasbeton keresztmetszet nyomatéki teherbírását (M_{Rd})!
(A nyomaték alul okoz húzást.)

Anyagjellemzők:
beton: C25/30
betonacél: S500B

betonfedés: 20mm
kedvezőtlen vaselm.:10 mm



Megoldás:

- húzott vasalás: $A_s = 1859.8\,mm^2$

  $d = 455.7\,mm$

- nyomott vasalás: $A'_s = 226.2\,mm^2$

  $d' = 44\,mm$

Feltevés: Tegyük fel, hogy a húzott acélok is és a nyomott acélok is megfolynak

- A vetületi egyenletből: $x_c = 121.8\,mm$

Feltevés ellenőrzése : $\xi_c = 0.267 < \xi_{c0} = 0.493$ A feltételezés helyes volt, a húzott acél folyási állapotban van

$\xi'_c = 2.767 > \xi'_{c0} = 2.111$ A feltételezés helyes volt, a nyomott acél folyási állapotban van

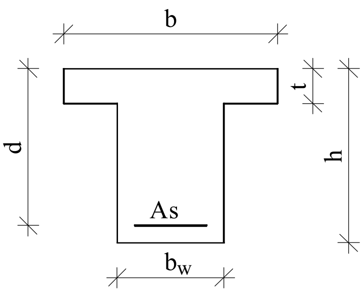
-A húzott acélbetétek súlyvonalára felírt nyomatéki egyenletből: $\boxed{M_{Rd} = 320.9\,kN\cdot m}$

6. példa: Határozza meg az ábrán látható vasbeton keresztmetszet nyomatéki teherbírását (M_{Rd})!
(A nyomaték alul okoz húzást.)

Anyagjellemzők:
beton: C20/25
betonacél: S500B

Vasalás:
húzott betétek: 4ϕ25
kengyel: ϕ10
betonfedés: 25mm
kedvezőtlen vaselmozd.: 10 mm

Geometriai adatok:
$b := 600mm$
$h := 500mm$
$b_w := 300mm$
$t := 140mm$



Megoldás:

$A_s = 1963.5\,mm^2$

$d = 442.5\,mm$

Feltevés: Tegyük fel, hogy a húzott acélok megfolynak és a nyomott zóna a fejlemezben van

-A vetületi egyenletből: $x_c = 106.7\,mm$

Feltevés ellenőrzése : $\xi_c = 0.241 < \xi_{c0} = 0.493$ A feltételezés helyes volt, az acél folyási állapotban van

$x_c = 106.7\,mm < t = 140\,mm$ A nyomott zóna a fejlemezben van

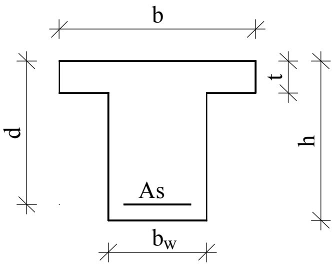
-A húzott acélbetétek súlyvonalára felírt nyomatéki egyenletből: $\boxed{M_{Rd} = 332.2\,kN\cdot m}$

7. példa: Határozza meg az ábrán látható vasbeton keresztmetszet nyomatéki teherbírását (M_{Rd})!
(A nyomaték alul okoz húzást.)

Anyagjellemzők:
beton: C25/30
betonacél: S360A

Vasalás:
húzott betétek: 10ϕ22
kengyel: ϕ10
betonfedés: 20mm
kedvezőtlen vaselmozdulás: 10 mm

Geometriai adatok:
$b := 450\text{mm}$
$b_w := 300\text{mm}$
$h := 560\text{mm}$
$t := 150\text{mm}$



Megoldás: $A_s = 3801.3\,\text{mm}^2$

$d = 449\,\text{mm}$

Feltevés: Tegyük fel, hogy a húzott acélok megfolynak és a nyomott zóna a fejlemezben van

-A vetületi egyenletből: $x_c = 158.7\,\text{mm}$

Feltevés ellenőrzése : $\xi_c = 0.353 \quad < \quad \xi_{c0} = 0.493$ A feltételezés helyes volt, az acél folyási állapotban van

$x_c = 158.7\,\text{mm} \quad > \quad t = 150\,\text{mm}$ A felt. nem helyes nyomott zóna a bordába is belenyúlik

-A feltétel módosításával nyert vetületi egyenletből:

$x_c = 163\,\text{mm} \quad > \quad t = 150\,\text{mm}$ A nyomott zóna a bordába is belenyúlik

Feltevés ellenőrzése : $\xi_c = 0.363 \quad < \quad \xi_{c0} = 0.493$ A feltételezés helyes volt, az acél folyási állapotban van

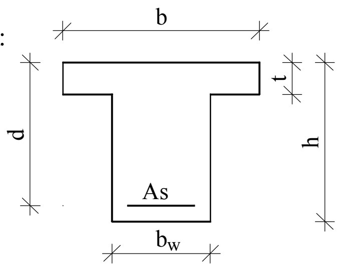
-A húzott acélbetétek súlyvonalára felírt nyomatéki egyenletből: $\boxed{M_{Rd} = 439.8\,\text{kN}\cdot\text{m}}$

8. példa: Határozza meg az ábrán látható vasbeton keresztmetszet nyomatéki teherbírását (M_{Rd})!
(A nyomaték alul okoz húzást.)

Anyagjellemzők:
beton: C25/30
betonacél: S500B

Vasalás:
húzott betétek: 9ϕ22
kengyel: ϕ10
betonfedés: 20mm
kedvezőtlen vaselmozd.: 10 mm

Geometriai adatok:
$b := 400\text{mm}$
$b_w := 250\text{mm}$
$t := 100\text{mm}$
$h := 610\text{mm}$



Megoldás: $A_s = 3421.2\,\text{mm}^2$

$d = 509\,\text{mm}$

Feltevés: Tegyük fel, hogy a húzott acélok megfolynak és a nyomott zóna a fejlemezban van

-A vetületi egyenletből: $x_c = 160.6\,\text{mm}$

Feltevés ellenőrzése :

$x_c = 160.6\,\text{mm} \quad > \quad t = 100\,\text{mm}$ A felt. nem volt helyes a nyomott zóna a bordába is belenyúlik

$\xi_c = 0.316 \quad < \quad \xi_{c0} = 0.553$ A feltételezés helyes volt, az acél folyási állapotban van

- A feltétel módosításával nyert vetületi egyenletből: $x_c = 197\,\text{mm}$

Feltevés ellenőrzése :

$x_c = 197\,\text{mm} \quad > \quad t = 100\,\text{mm}$ A nyomott zóna a bordába is belenyúlik

$\xi_c = 0.387 \quad < \quad \xi_{c0} = 0.553$ A feltételezés helyes volt, az acél folyási állapotban van

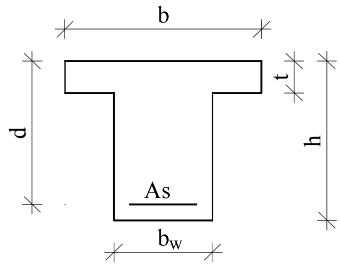
-A húzott acélbetétek súlyvonalára felírt nyomatéki egyenletből: $\boxed{M_{Rd} = 451.75\,\text{kN}\cdot\text{m}}$

9. példa: Határozza meg az ábrán látható vasbeton keresztmetszet nyomatéki teherbírását (M_{Rd})!
(A nyomaték alul okoz húzást.)

Anyagjellemzők:
beton: C20/25
betonacél: S500B

Vasalás:
húzott betétek: 4ϕ25
kengyel: ϕ10
betonfedés: 25mm
kedvezőtlen vaselmozdulás: 10 mm

Geometriai adatok:
$b := 600mm$
$b_w := 300mm$
$h := 500mm$
$t := 100mm$



Megoldás: $A_s = 1963.5\ mm^2$

$d = 552.5\ mm$

Feltevés: Tegyük fel, hogy a húzott acélok megfolynak és a nyomott zóna a fejlemezben van

-A vetületi egyenletből: $x_c = 106.7\ mm$

Feltevés ellenőrzése : $x_c = 106.7\ mm > t = 100\ mm$ A felt. nem volt helyes a nyomott zóna a bordába is belenyúlik

$\xi_c = 0.193 < \xi_{c0} = 0.553$ A felt. helyes volt, az acél folyási állapotban van

-A feltétel módosításával nyert vetületi egyenletből:

$x_c = 113.4\ mm > t = 100\ mm$ A nyomott zóna a bordába is belenyúlik

Feltevés ellenőrzése : $\xi_c = 0.205 < \xi_{c0} = 0.553$ A feltételezés helyes volt, az acélok folynak

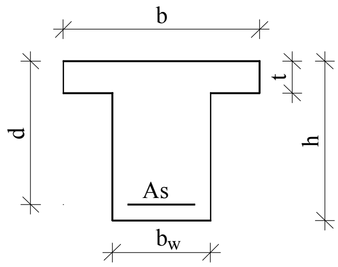
-A húzott acélbetétek súlyvonalára felírt nyomatéki egyenletből: $\boxed{M_{Rd} = 425.9\ kN\cdot m}$

10. példa: Határozza meg az ábrán látható vasbeton keresztmetszet nyomatéki teherbírását (M_{Rd})!
(A nyomaték alul okoz húzást.)

Anyagjellemzők:
beton: C20/25
betonacél: S500B

Vasalás:
húzott betétek: 4ϕ25
kengyel: ϕ10
betonfedés: 25mm
kedvezőtlen vaselmozd.: 10 mm

Geometriai adatok:
$b := 500mm$
$b_w := 300mm$
$h := 600mm$
$t := 100mm$



Megoldás: $A_s = 1963.5\ mm^2$

$d = 442.5\ mm$

Feltevés: Tegyük fel, hogy a húzott acélok megfolynak és a nyomott zóna a fejlemezben van

-A vetületi egyenletből: $x_c = 128.1\ mm$

Feltevés ellenőrzése :

$x_c = 128.1\ mm > t = 100\ mm$ A felt. nem volt helyes a nyomott zóna a bordába is belenyúlik

$\xi_c = 0.289 < \xi_{c0} = 0.493$ A feltételezés helyes volt, az acél folyási állapotban van

-A feltétel módosításával nyert vetületi egyenletből:

$x_c = 146.8\ mm > t = 100\ mm$ A nyomott zóna a bordába is belenyúlik

$\xi_c = 0.332 < \xi_{c0} = 0.493$ az acél folyási állapotban van

-A húzott acélbetétek súlyvonalára felírt nyomatéki egyenletből: $\boxed{M_{Rd} = 321.4\ kN\cdot m}$

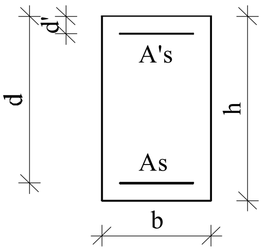
FELKÉSZÜLÉST SEGÍTŐ PÉLDÁK AZ III. GYAKORLATHOZ
Hajlított vasbeton keresztmetszet tervezése
(Négyszög alakú keresztmetszetek kötött és szabad tervezése)

Készítették: Dr. Kiss Rita és Klinka Katalin

1. példa: Tervezze meg az alábbi négyszög keresztmetszet húzott (és ha szükséges nyomott) vasalását, ha a nyomaték tervezési értéke $\mathbf{M_{Ed}=70\ kNm}$! (A nyomaték alul okoz húzást.)

Anyagjellemzők:
beton: C20/25
betonacél: S360A

Geometriai adatok:
h = 350 mm
d = 300 mm
d ′ = 50 mm
b = 200 mm



Megoldás: $x_{c0} = 165.8\,\text{mm}$

Maximális nyomaték, amit keresztmetszet nyomott vasalás nélkül el tud viselni úgy, hogy a húzott acélbetétek folyanak:

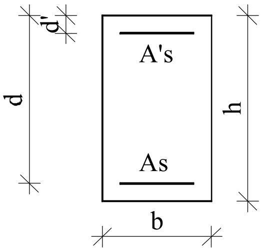
$M_0 = 96\,\text{kN}\cdot\text{m}$ > $M_{Ed} = 70\,\text{kN}\cdot\text{m}$ nem kell nyomott vasalás

- nyomott zóna számítás nyomatéki egyenletből: $\boxed{x_c = 106.4\,\text{mm}}$
- húzott acélok keresztemtszeti területe a vetületi egyenletből: $\boxed{A_s = 906\,\text{mm}^2}$

2.példa: Tervezze meg az alábbi négyszög keresztmetszet húzott (és ha szükséges nyomott) vasalását, ha a nyomaték tervezési értéke $\mathbf{M_{Ed}=100\ kNm}$! (A nyomaték alul okoz húzást.)

Anyagjellemzők:
beton: C16/20
betonacél: S400B

Geometriai adatok:
h = 400 mm
d = 360 mm
d ′ = 40 mm
b = 250 mm



Megoldás: $x_{c0} = 192.4\,\text{mm}$

Maximális nyomaték, amit keresztmetszet nyomott vasalás nélkül el tud viselni úgy, hogy a húzott acélbetétek folyanak:

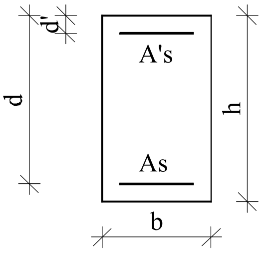
$M_0 = 135.3\,\text{kN}\cdot\text{m}$ > $M_{Ed} = 100\,\text{kN}\cdot\text{m}$ nem kell nyomott vasalás

- nyomott zóna számítás nyomatéki egyenletből: $\boxed{x_c = 126.3\,\text{mm}}$
- húzott acélok keresztemtszeti területe a vetületi egyenletből: $\boxed{A_s = 968.6\,\text{mm}^2}$

3. példa: Tervezze meg az alábbi négyszög keresztmetszet húzott (és ha szükséges nyomott) vasalását, ha a nyomaték tervezési értéke $\mathbf{M_{Ed}=600\ kNm}$! (A nyomaték alul okoz húzást.)

Anyagjellemzők:
beton: C25/30
betonacél: S500B

Geometriai adatok:
h = 600 mm
d = 550 mm
d ′ = 50 mm
b = 450 mm



Megoldás: $x_{c0} = 293.9\,\text{mm}$

Maximális nyomaték, amit keresztmetszet nyomott vasalás nélkül el tud viselni úgy, hogy a húzott acélbetétek folyanak:

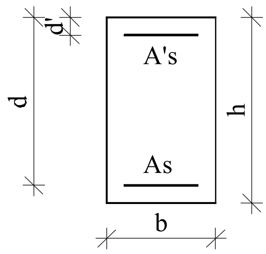
$M_0 = 888.5\,\text{kN}\cdot\text{m}$ > $M_{Ed} = 600\,\text{kN}\cdot\text{m}$ nem kell nyomott vasalás

- nyomott zóna számítás nyomatéki egyenletből: $\boxed{x_c = 172.5\,\text{mm}}$
- húzott acélok keresztemtszeti területe a vetületi egyenletből: $\boxed{A_s = 2975.8\,\text{mm}^2}$

4. példa: Tervezze meg az alábbi négyszög keresztmetszet húzott (és ha szükséges nyomott) vasalását, ha a nyomaték tervezési értéke $\mathbf{M_{Ed}}$**=50 kNm**! (A nyomaték alul okoz húzást.)

Geometriai adatok:
h = 300 mm
d = 250 mm
d ′ = 50 mm
b = 200 mm

Anyagjellemzők:
beton: C25/30
betonacél: S500B



Megoldás: $x_{c0} = 123.4\,\text{mm}$

Maximális nyomaték, amit keresztmetszet nyomott vasalás nélkül el tud viselni úgy, hogy a húzott acélbetétek folyanak:

$M_0 = 77.4\,\text{kN}\cdot\text{m}$ > $M_{Ed} = 50\,\text{kN}\cdot\text{m}$ nem kell nyomott vasalás

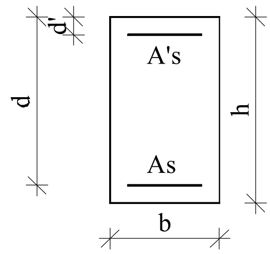
- nyomott zóna számítás nyomatéki egyenletből: $\boxed{x_c = 69.7\,\text{mm}}$

- húzott acélok keresztmetszeti területe a vetületi egyenletből: $\boxed{A_s = 534.5\,\text{mm}^2}$

5. példa: Tervezze meg az alábbi négyszög keresztmetszet húzott (és ha szükséges nyomott) vasalását, ha a nyomaték tervezési értéke $\mathbf{M_{Ed}}$**=300 kNm**! (A nyomaték alul okoz húzást.)

Geometriai adatok:
h = 460 mm
d = 410 mm
d ′= 50 mm
b = 300 mm

Anyagjellemzők:
beton: C20/25
betonacél: S500B



Megoldás: $x_{c0} = 202.3\,\text{mm}$

Maximális nyomaték, amit keresztmetszet nyomott vasalás nélkül el tud viselni úgy, hogy a húzott acélbetétek folyanak:

$M_0 = 249.9\,\text{kN}\cdot\text{m}$ < $M_{Ed} = 300\,\text{kN}\cdot\text{m}$ kell nyomott vasalás

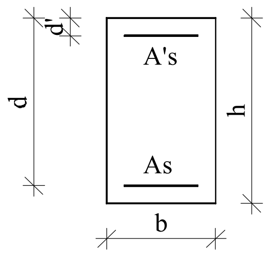
- nyomott acélok keresztemtszeti területe nyomatéki egyenletből: $\boxed{A'_s = 319.8\,\text{mm}^2}$

- húzott acélok keresztemtszeti területe a vetületi egyenletből: $\boxed{A_s = 2181.2\,\text{mm}^2}$

6. példa: Tervezze meg az alábbi négyszög keresztmetszet húzott (és ha szükséges nyomott) vasalását, ha a nyomaték tervezési értéke $\mathbf{M_{Ed}}$**=200 kNm**! (A nyomaték alul okoz húzást.)

Geometriai adatok:
h = 400 mm
d = 350 mm
d ′ = 50 mm
b = 250 mm

Anyagjellemzők:
beton: C25/30
betonacél: S500B



Megoldás: $x_{c0} = 172.7\,\text{mm}$

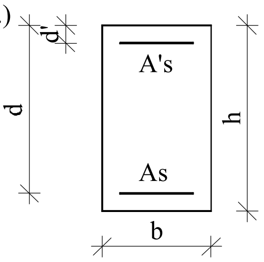
Maximális nyomaték, amit keresztmetszet nyomott vasalás nélkül el tud viselni úgy, hogy a húzott acélbetétek folyanak:

$M_0 = 189.7\,\text{kN}\cdot\text{m}$ < $M_{Ed} = 200\,\text{kN}\cdot\text{m}$ kell nyomott vasalás

- nyomott acélok keresztmetszeti területe nyomatéki egyenletből: $\boxed{A'_s = 78.7\,\text{mm}^2}$

- húzott acélok keresztmetszeti területe a vetületi egyenletből: $\boxed{A_s = 1733.9\,\text{mm}^2}$

7. példa: Tervezze meg az alábbi négyszög keresztmetszet húzott (és ha szükséges nyomott) vasalását, ha a nyomaték tervezési értéke $\mathbf{M_{Ed}=260\ kNm}$! (A nyomaték alul okoz húzást.)



Geometriai adatok:
h = 450 mm
d = 400 mm
d ′ = 50 mm
b = 300 mm

Anyagjellemzők:
beton: C20/25
betonacél: S360A

Megoldás: $x_{c0} = 221.1\,\text{mm}$

Maximális nyomaték, amit keresztmetszet nyomott vasalás nélkül el tud viselni úgy, hogy a húzott acélbetétek folyanak:

$M_0 = 256\,\text{kN}\cdot\text{m}$ < $M_{Ed} = 260\,\text{kN}\cdot\text{m}$ kell nyomott vasalás

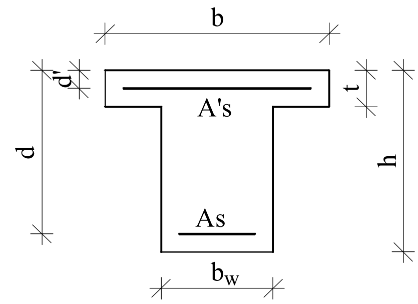
- nyomott acélok keresztemtszeti területe nyomatéki egyenletből: $\boxed{A'_s = 36.5\,\text{mm}^2}$

- húzott acélok keresztemtszeti területe a vetületi egyenletből: $\boxed{A_s = 2861.9\,\text{mm}^2}$

8. példa: Tervezze meg az alábbi vasbeton keresztmetszet húzott (és ha szükséges nyomott) vasalását, ha a nyomaték tervezési értéke: $\mathbf{M_{Ed}=450\ kNm}$**!** (A nyomaték alul okoz húzást.)

Anyagjellemzők:
beton: C20/25
betonacél: S500B

Geometriai adatok:
h = 560 mm
d = 510 mm
d ′ = 50 mm
b = 500 mm
b_w = 180 mm
t = 200 mm



Megoldás: Feltevés: a nyomott zóna a fejlemezben marad

$x_{c0} = 251.7\,\text{mm}$ > $t = 200\,\text{mm}$ x_{co} bordába metsz az M_0 számításánál!

$M_0 = 581.9\,\text{kN}\cdot\text{m}$ > $M_{Ed} = 450\,\text{kN}\cdot\text{m}$ nem kell nyomott vasalás

- nyomott zóna számítása nyomatéki egyenletből: $\boxed{x_c = 156.3\,\text{mm}}$ < $t = 200\,\text{mm}$

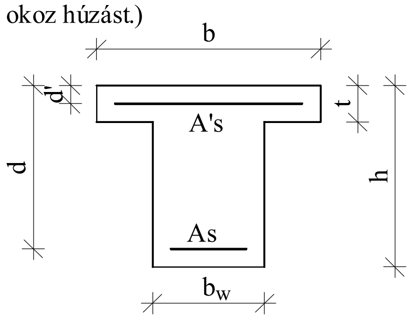
a felt. helyes volt, nyomott zóna a fejlemezben marad

- húzott acélok keresztmetszeti területe a vetületi egyenletből: $\boxed{A_s = 2825.5\,\text{mm}^2}$

9. példa: Tervezze meg az alábbi vasbeton keresztmetszet húzott (és ha szükséges nyomott) vasalását, ha a nyomaték tervezési értéke: $\mathbf{M_{Ed}=1200\ kNm}$**!** (A nyomaték alul okoz húzást.)

Anyagjellemzők:
beton: C25/30
betonacél: S400B

Geometriai adatok:
h = 600 mm
d = 550 mm
d ´ = 50 mm
b = 1000 mm
b_w = 400 mm
t = 150 mm



Megoldás: Feltevés: a nyomott zóna a fejlemezben marad

$x_{c0} = 293.9\,mm$ > $t = 150\,mm$ x_{co} bordába metsz az M_0 számításánál!

$M_0 = 1502.3\,kN\cdot m$ > $M_{Ed} = 1200\,kN\cdot m$ nem kell nyomott vasalás

- nyomott zóna számítása nyomatéki egyenletből: $\boxed{x_c = 151.9\,mm}$ > $t = 150\,mm$

a felt. nem volt helyes nyomott zóna a bordába is belenyúlik

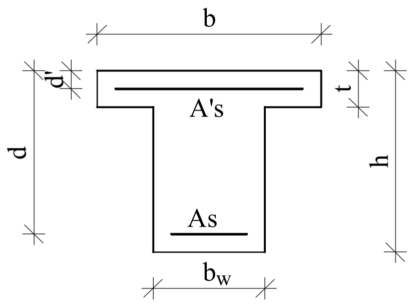
- nyomott zóna újra számítása nyomatéki egyenletből: $\boxed{x_c = 154.7\,mm}$ > $t = 150\,mm$ nyomott zóna bordába nyúlik

- húzott acélok keresztmetszeti területe a vetületi egyenletből: $\boxed{A_s = 7277.9\,mm^2}$

10. példa: Tervezze meg az alábbi vasbeton keresztmetszet húzott (és ha szükséges nyomott) vasalását, ha a nyomaték tervezési értéke: $\mathbf{M_{Ed}=700\ kNm}$**!** (A nyomaték alul okoz húzást.)

Anyagjellemzők:
beton: C25/30
betonacél: S400B

Geometriai adatok:
h = 500 mm
d = 450 mm
d ´ = 50 mm
b = 1000 mm
b_w = 400 mm
t = 100 mm



Megoldás: Feltevés: a nyomott zóna a fejlemezben marad

$x_{c0} = 240.5\,mm$ > $t = 100\,mm$ x_{co} bordába metsz az M_0 számításánál!

$M_0 = 928.7\,kN\cdot m$ > $M_{Ed} = 700\,kN\cdot m$ nem kell nyomott vasalás

- nyomott zóna számítása nyomatéki egyenletből: $\boxed{x_c = 105.8\,mm}$ > $t = 100\,mm$

a felt. nem volt helyes nyomott zóna a bordába is belenyúlik

- nyomott zóna újra számítása nyomatéki egyenletből:

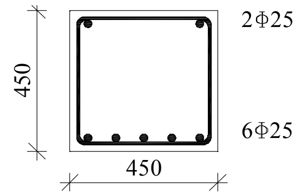
$\boxed{x_c = 114.6\,mm}$ > $t = 100\,mm$ nyomott zóna bordába nyúlik

- húzott acélok keresztmetszeti területe a vetületi egyenletből: $\boxed{A_s = 5071.3\,mm^2}$

FELKÉSZÜLÉST SEGÍTŐ PÉLDÁK AZ IV. GYAKORLATHOZ
Négyszög keresztmetszet közelítő teherbírási vonala, négyszög keresztmetszet határkülpontossága és határereje

Készítették: Dr. Kiss Rita és Klinka Katalin

1. példa: a) Határozza meg az ábrán látható külpontosan nyomott vasbeton keresztmetszet egyszerűsített (közelítő) teherbírási vonalának 3 jellegzetes pontját (a diagrammot vonatkoztassa a keresztmetszet geometriai középpontjára)!



Anyagjellemzők:
- beton: C20/25
- betonacél: S500B

Kengyel: $\phi 10$
Betonfedés: 20 mm
Kedvezőtlen vaselmozd: 10 mm

b) Ellenőrizze a km. a következő külpontos nyomóerőre: N_{Ed}=300kN
e_{Ed}=60cm

Megoldás: Vasalás:

$$A_s = 2945.2\ mm^2$$

$$d = 397.5\ mm$$

$$A'_s = 981.7\ mm^2$$

$$d' = 52.5\ mm$$

***A teherbírási vonal 1. pontjának** számítása esetén*
feltételezük, hogy az egész km. nyomott (x_c=h) (tiszta nyomás esete)

nyomott betonzóna magassága: $x_c = 450\ mm$

acél képlékenységének ellenőrzése: $\sigma_s = 400\ \frac{N}{mm^2} < f_{yd} = 434.8\ \frac{N}{mm^2}$ rugalmas!!!

$$\boxed{N_{Rd.1} = 4270.8\ kN} \qquad \boxed{M_{Rd.1} = -135.48\ kN\cdot m}$$

***A teherbírási vonal 2. pontjának számítása** esetén (x_c=x_{c0}) (külpontos nyomás)*

nyomott betonzóna magassága: $x_c = 196.2\ mm$

nyomott acél: $\xi'_c = 3.736 > \xi'_{c0} = 2.111$ folyik

$$\boxed{N_{Rd.2} = 323.27\ kN} \qquad \boxed{M_{Rd.2} = 443.9\ kN\cdot m}$$

***A teherbírási vonal 3. pontjának számítása** esetén: N=0 (tiszta hajlítás)*

Feltevés: húzott és nyomott acélbetét is folyik

Vetületi egyenletből: $x_c = 142.3\ mm$

A feltételezés ellenőrzés:
húzott acél: $\xi_c = 0.358 < \xi_{c0} = 0.493$ folyik
nyomott acél: $\xi'_c = 2.71 > \xi'_{c0} = 2.111$ folyik

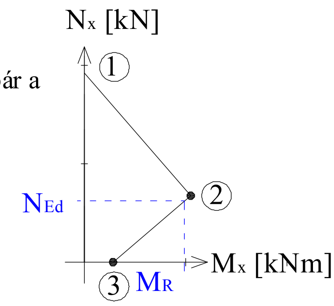
$$\boxed{N_{Rd.3} := 0\cdot kN} \qquad \boxed{M_{Rd.3} = 425.87\ kN\cdot m}$$

b) Ellenőrzés:

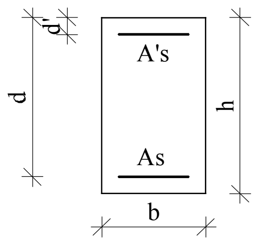
$$\frac{M_{Rd.2} - M_R}{N_{Rd.2} - N_{Ed}} = \frac{M_{Rd.2} - M_{Rd.3}}{N_{Rd.2} - N_{Rd.3}}$$

$$\boxed{M_R = 442.6\ kN\cdot m} > M_{Ed} = 180\ kN\cdot m$$

megfelel, hiszen az igénybevételi pár a teherbírási vonalon belül esik



2. példa: Határozza meg az ábrán látható külpontosan nyomott vasbeton keresztmetszet egyszerűsített (közelítő) teherbírási vonalának 3 jellegzetes pontját (a diagrammot vonatkoztassa a keresztmetszet geometriai középpontjára)!



$h = 450$ mm
$d = 400$ mm
$d' = 50$ mm
$b = 300$ mm

$A'_s = 981.7\,\mathrm{mm}^2$

$A_s = 2454.4\,\mathrm{mm}^2$

Anyagjellemzők:
beton: C20/25
betonacél: S400B
E_s=200 kN/m²

Megoldás:

***A teherbírási vonal 1. pontjának** számítása esetén*
feltételezük, hogy az egész km nyomott (x_c=h) (tiszta nyomás esete)

nyomott betonzóna magassága: $x_c = 450\,\mathrm{mm}$

húzott acél képlékenységének ellenőrzése $\sigma_s = 400\,\frac{N}{mm^2}$ > $f_{yd} = 347.8\,\frac{N}{mm^2}$ folyik

$\boxed{N_{Rd.1} = 2793.52\,kN}$ $\boxed{M_{Rd.1} = -124.93\,kN\cdot m}$

***A teherbírási vonal 2. pontjának számítása** esetén (x_c=x_{c0}) (külpontos nyomás)*

nyomott betonzóna magassága: $x_c = 213.8\,\mathrm{mm}$

nyomott acél: $\xi'_c = 4.276$ > $\xi'_{c0} = 1.59$ folyik

$\boxed{N_{Rd.2} = 141.24\,kN}$ $\boxed{M_{Rd.2} = 274.9\,kN\cdot m}$

***A teherbírási vonal 3. pontjának számítása** esetén: N=0 (tiszta hajlítás)*

Feltevés: T. f. h. az acélbetétek folynak

- vetületi egyenletből: $x_c = 178.5\,\mathrm{mm}$

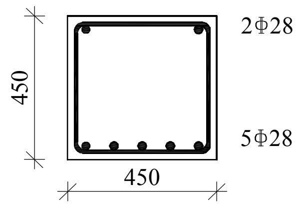
A feltételezés ellenőrzése: húzott acél: $\xi_c = 0.446$ < $\xi_{c0} = 0.534$ folyik

nyomott acél: $\xi'_c = 3.569$ > $\xi'_{c0} = 1.59$ folyik

A nyomatéki egyenlet a geometriai középpontra: $\boxed{N_{Rd.3} := 0\cdot kN}$ $\boxed{M_{Rd.3} = 270.79\,kN\cdot m}$

3. példa: Határozza meg az ábrán látható külpontosan nyomott vasbeton keresztmetszet egyszerűsített (közelítő) teherbírási vonalának 3 jellegzetes pontját (a diagrammot vonatkoztassa a keresztmetszet geometriai középpontjára)!

Anyagjellemzők:
beton: C20/25
betonacél: S500B
Kengyel: $\phi 10$
Betonfedés: 20 mm
Kedvezőtlen vaselmozdulás: 10 mm



Megoldás:

Vasalás:

$A_s = 3078.8\,mm^2$

$d = 396\,mm$

$A'_s = 1231.5\,mm^2$

$d' = 54\,mm$

A teherbírási vonal 1. pontjának számítása esetén
feltételezük, hogy az egész km nyomott (x_c=h) (tiszta nyomás esete)

hatékony magasság: $x_c = 450\,mm$

acél képlékenységének ellenőrzése: $\sigma_s = 400\frac{N}{mm^2}$ < $f_{yd} = 434.8\frac{N}{mm^2}$ rugalmas!!!

$\boxed{N_{Rd.1} = 4424.11\,kN}$ $\boxed{M_{Rd.1} = -126.35\,kN \cdot m}$

A teherbírási vonal 2. pontjának számítása esetén (x_c=x_{c0}) (külpontos nyomás)

hatékony magasság: $x_c = 195.4\,mm$

nyomott acél: $\xi'_c = 3.619$ > $\xi'_{c0} = 2.111$ folyik

$\boxed{N_{Rd.2} = 369.37\,kN}$ $\boxed{M_{Rd.2} = 469.7\,kN \cdot m}$

A teherbírási vonal 3. pontjának számítása esetén: N=0 (tiszta hajlítás)

Feltevés: T. f. h. az acélbetétek folynak

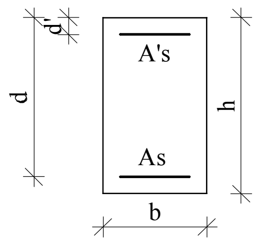
Vetületi egyenletből: $x_c = 133.9\,mm$

A feltételezés ellenőrzés: húzott acél: $\xi_c = 0.338$ < $\xi_{c0} = 0.493$ folyik

nyomott acél: $\xi'_c = 2.479$ > $\xi'_{c0} = 2.111$ folyik

$\boxed{N_{Rd.3} := 0 \cdot kN}$ $\boxed{M_{Rd.3} = 447.41\,kN \cdot m}$

4. példa: Határozza meg az ábrán látható külpontosan nyomott vasbeton keresztmetszet egyszerűsített (közelítő) teherbírási vonalának 3 jellegzetes pontját (a diagrammot vonatkoztassa a keresztmetszet geometriai középpontjára)!



$h = 400$ mm
$d = 350$ mm
$d' = 50$ mm
$b = 250$ mm

$A'_s = 628.3\,mm^2$

$A_s = 1885\,mm^2$

Anyagjellemzők:
beton: C25/30
betonacél: S400B
E_s=200 kN/m²

Megoldás:

***A teherbírási vonal 1. pontjának** számítása esetén*
feltételezük, hogy az egész km nyomott (x_c=h) (tiszta nyomás esete)

nyomott betonzóna magassága: $x_c = 400\,mm$

húzott acél képlékenységének ellenőrzése $\sigma_s = 400\,\frac{N}{mm^2}$ > $f_{yd} = 347.8\,\frac{N}{mm^2}$ folyik

$\boxed{N_{Rd.1} = 2544.18\,kN}$ $\boxed{M_{Rd.1} = -65.56\,kN\cdot m}$

A teherbírási vonal 2. pontjának számítása esetén (x_c=x_{c0}) (külpontos nyomás)

nyomott betonzóna magassága: $x_c = 187.1\,mm$

nyomott acél: $\xi'_c = 3.741$ > $\xi'_{c0} = 1.59$ folyik

$\boxed{N_{Rd.2} = 343.86\,kN}$ $\boxed{M_{Rd.2} = 214.3\,kN\cdot m}$

A teherbírási vonal 3. pontjának számítása esetén: N=0 (tiszta hajlítás)

Feltevés: T. f. h. az acélbetétek folynak

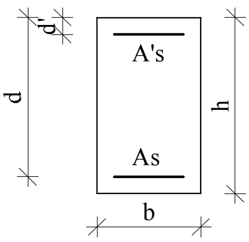
- vetületi egyenletből: $x_c = 104.7\,mm$

A feltételezés ellenőrzés: húzott acél: $\xi_c = 0.299$ < $\xi_{c0} = 0.534$ folyik

nyomott acél: $\xi'_c = 2.094$ > $\xi'_{c0} = 1.59$ folyik

$\boxed{N_{Rd.3} := 0\cdot kN}$ $\boxed{M_{Rd.3} = 195.67\,kN\cdot m}$

5. példa: Határozza meg az ábrán látható külpontosan nyomott vasbeton keresztmetszet egyszerűsített (közelítő) teherbírási vonalának 3 jellegzetes pontját (a diagrammot vonatkoztassa a keresztmetszet geometriai középpontjára)!



$h = 500$ mm
$d = 450$ mm
$d' = 50$ mm
$b = 350$ mm

$A'_s = 760.3\,\mathrm{mm}^2$

$A_s = 2714.3\,\mathrm{mm}^2$

Anyagjellemzők:
beton: C20/25
betonacél: S400B
E_s=200 kN/m^2

Megoldás:

***A teherbírási vonal 1. pontjának** számítása esetén*
feltételezük, hogy az egész km nyomott (xc=h) (tiszta nyomás esete)

nyomott betonzóna magasság: $x_c = 500\,\mathrm{mm}$

húzott acél képlékenységének ellenőrzése $\sigma_s = 400\,\dfrac{N}{mm^2}$ > $f_{yd} = 347.8\,\dfrac{N}{mm^2}$ folyik

$\boxed{N_{Rd.1} = 3536.06\,kN}$ $\boxed{M_{Rd.1} = -135.94\,kN\cdot m}$

A teherbírási vonal 2. pontjának számítása esetén (x_c=x_{c0}) (külpontos nyomás)

nyomott betonzóna magassága: $x_c = 240.5\,\mathrm{mm}$

nyomott acél: $\xi'_c = 4.81$ > $\xi'_{c0} = 1.59$ folyik

$\boxed{N_{Rd.2} = 439.84\,kN}$ $\boxed{M_{Rd.2} = 387\,kN\cdot m}$

A teherbírási vonal 3. pontjának számítása esetén: N=0
(tiszta hajlítás)

Feltevés: T. f. h. az acélbetétek folynak

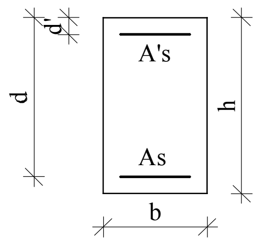
- vetületi egyenletből: $x_c = 146\,\mathrm{mm}$

A feltételezés ellenőrzés: húzott acél: $\xi_c = 0.324$ < $\xi_{c0} = 0.534$ folyik

nyomott acél: $\xi'_c = 2.92$ > $\xi'_{c0} = 1.59$ folyik

$\boxed{N_{Rd.3} := 0\cdot kN}$ $\boxed{M_{Rd.3} = 362.01\,kN\cdot m}$

6. példa: Határozza meg az ábrán látható külpontosan nyomott vasbeton keresztmetszet egyszerűsített (közelítő) teherbírási vonalának 3 jellegzetes pontját (a diagrammot vonatkoztassa a keresztmetszet geometriai középpontjára)!



h = 450 mm
d = 400 mm
d′ = 50 mm
b = 250 mm
A_s= 6ϕ20
A'_s= 2ϕ20

Anyagjellemzők:
beton: C25/30
betonacél: S500B
E_s=200 kN/m²

Megoldás:

$A'_s = 628\,mm^2$

$A_s = 1885\,mm^2$

***A teherbírási vonal 1. pontjának** számítása esetén*
feltételezük, hogy az egész km nyomott (xc=h) (tiszta nyomás esete)

nyomott betonzóna magasság: $x_c = 450\,mm$

húzott acél képlékenységének ellenőrzése: $\sigma_s = 400\frac{N}{mm^2}$ < $f_{yd} = 434.8\frac{N}{mm^2}$ rugalmas

$\boxed{N_{Rd.1} = 2880.2\,kN}$ $\boxed{M_{Rd.1} = -87.99\,kN\cdot m}$

***A teherbírási vonal 2. pontjának számítása** esetén (x_c=x_{c0}) (külpontos nyomás)*

nyomott betonzóna magassága: $x_c = 197.4\,mm$

nyomott acél: $\xi'_c = 3.948$ > $\xi'_{c0} = 2.111$ folyik

$\boxed{N_{Rd.2} = 275.96\,kN}$ $\boxed{M_{Rd.2} = 295.1\,kN\cdot m}$

***A teherbírási vonal 3. pontjának számítása** esetén: N=0 (tiszta hajlítás)*

Feltevés: T. f. h. az acélbetétek folynak

- vetületi egyenletből: $x_c = 131.2\,mm$

A feltételezés ellenőrzés: húzott acél: $\xi_c = 0.328$ < $\xi_{c0} = 0.493$ folyik

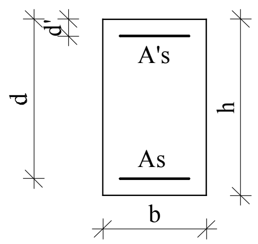
nyomott acél: $\xi'_c = 2.623$ > $\xi'_{c0} = 2.111$ folyik

$\boxed{N_{Rd.3} := 0\cdot kN}$ $\boxed{M_{Rd.3} = 278.33\,kN\cdot m}$

***A teherbírási vonal 4. pontja** (központos húzás):*

$\boxed{N_{Rd.4} = -1092.61\,kN}$ $\boxed{M_{Rd.4} = 95.64\,kN\cdot m}$

7. példa: Határozza meg az ábrán látható külpontosan nyomott vasbeton keresztmetszet egyszerűsített (közelítő) teherbírási vonalának 3 jellegzetes pontját (a diagrammot vonatkoztassa a keresztmetszet geometriai középpontjára)!



$h = 450$ mm
$d = 400$ mm
$d' = 50$ mm
$b = 250$ mm

$A'_s = 1017\,mm^2$

$A_s = 1963\,mm^2$

Anyagjellemzők:
beton: C25/30
betonacél: S400
E_s=200 kN/m^2

Megoldás:

A teherbírási vonal 1. pontjának számítása esetén feltételezük, hogy az egész km nyomott (xc=h) (tiszta nyomás esete)

nyomott betonzóna magassága: $x_c = 450\,mm$

húzott acél képlékenységének ellenõrzése $\sigma_s = 400\,\frac{N}{mm^2}$ > $f_{yd} = 347.8\,\frac{N}{mm^2}$ folyik

$\boxed{N_{Rd.1} = 2911.52\,kN}$ $\boxed{M_{Rd.1} = -57.58\,kN\cdot m}$

A teherbírási vonal 2. pontjának számítása esetén (x_c=x_{c0}) (külpontos nyomás)

nyomott betonzóna magassága: $x_c = 213.8\,mm$

nyomott acél: $\xi'_c = 4.276$ > $\xi'_{c0} = 1.59$ folyik

$\boxed{N_{Rd.2} = 561.69\,kN}$ $\boxed{M_{Rd.2} = 286.6\,kN\cdot m}$

A teherbírási vonal 3. pontjának számítása esetén: N=0 (tiszta hajlítás)

*Feltevés:*T. f. h. az acélbetétek folynak

- vetületi egyenletből: $x_c = 79\,mm$

A feltételezés ellenőrzés: húzott acél: $\xi_c = 0.197$ < $\xi_{c0} = 0.534$ folyik

nyomott acél: $\xi'_c = 1.579$ < $\xi'_{c0} = 1.59$ rugalmas

- módosított vetületi egyenletből: $x_c = 79.2\,mm$

A feltételezés ellenőrzés: húzott acél: $\xi_c = 0.198$ < $\xi_{c0} = 0.534$ folyik

nyomott acél: $\xi'_c = 1.585$ < $\xi'_{c0} = 1.59$ rugalmas

$\boxed{N_{Rd.3} := 0\cdot kN}$ $\boxed{M_{Rd.3} = 242.4\,kN\cdot m}$

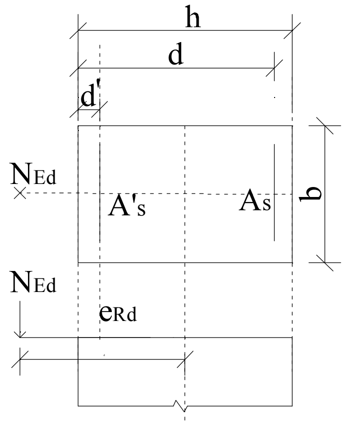
8. Példa: Határozza meg a keresztmetszet határkülpontosságát a geometriai középponttól, ha a normálerő tervezési értéke: N_{Ed}=400 kN!

A keresztmetszet úgy van külpontos nyomással igénybevéve, hogy az egyik oldali acélbetétek nyomottak, míg a másik oldalon pedig húzottak lesznek.

Beton: C16/20
Betonacél: S500B

A_s=6ϕ25
A'_s=3ϕ25

h=500mm
b=300mm
kengyel: ϕ10
betonfedés: 20mm
kedvezőtlen vaselmozdulás: 10 mm



Megoldás:

- az alkalmazott húzott vasalás: $A_s = 2945.2\ \mathrm{mm}^2$

$d = 447.5\ \mathrm{mm}$

- az alkalmazott nyomott vasalás: $A'_s = 1472.6\ \mathrm{mm}^2$

$d' = 52.5\ \mathrm{mm}$

Tegyük fel, hogy a húzott acélbetétek is és a nyomott acélbetétek is húzásra ill. nyomásra folynak

A vetületi egyenletből: $\boxed{x_c = 260.1\ \mathrm{mm}}$

A feltevés ellenőrzése : $\xi_c = 0.581 > \xi_{c0} = 0.493$ A felt. nem volt helyes , a húzott acélbetétek rugalmasak

$\xi'_c = 4.954 > \xi'_{c0} = 2.111$ A felt. helyes volt, a nyomott acélbetétek folynak

A módosított vetületi egyenletből: $\boxed{x_c = 229.3\ \mathrm{mm}}$

A feltevés ellenőrzése : $\xi_c = 0.512 > \xi_{c0} = 0.493$ a húzott acélbetétek rugalmasak

$\xi'_c = 4.367 > \xi'_{c0} = 2.111$ a nyomott acélbetétek folynak

A nyomatéki egyenlet a geometriai középpontra: $\boxed{M_{Rd} = 479.2\ \mathrm{kN \cdot m}}$

A határkülpontosság: $e_{Rd} := \dfrac{M_{Rd}}{N_{Ed}}$ $\boxed{e_{Rd} = 1198\ \mathrm{mm}}$

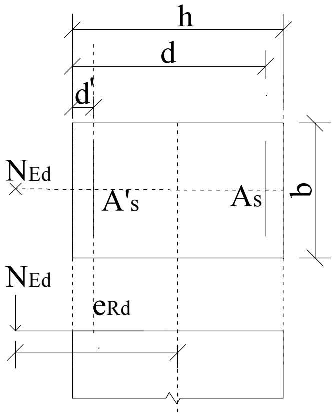
9. Példa: Határozza meg a keresztmetszet határerejét, ha a mértékadó külpontosság a geomtriai középponttól mérve:
$e_{Ed} := 700mm$

A keresztmetszet úgy van külpontos nyomással igénybevéve, hogy az egyik oldali acélbetétek nyomottak, míg a másik oldalon pedig húzottak lesznek.

Beton: C16/20
Betonacél: S500B

A_s=6ϕ25
A'_s=3ϕ25

h=500mm
b=300mm
kengyel: ϕ10
betonfedés: 20mm
kedvezőtlen vaselmozdulás: 10 mm



Megoldás:

- az alkalmazott húzott vasalás: $A_s = 2945.2\ mm^2$

$d = 447.5\ mm$

-alkalmazott nyomott vasalás: $A'_s = 1472.6\ mm^2$

$d' = 52.5\ mm$

Tegyük fel, hogy a húzott acélbetétek is és a nyomott acélbetétek is húzásra ill. nyomásra folynak

A nyometéki egyenletetből: $\boxed{x_c = 335\ mm}$

Feltevés ellenőrzése:

$\xi_c := \frac{x_c}{d}$ $\xi_c = 0.749$ < $\xi_{c0} = 0.493$ a feltevés helyes, húzott acélbetétek megfolynak

$\xi'_c := \frac{x_c}{d'}$ $\xi'_c = 6.382$ > $\xi'_{c0} = 2.111$ a feltevés helyes,nyomott acélbetétek megfolynak

A vetületi egyenletből az e_{Ed}-hez tartozó határerő értékét megkapjuk: $\boxed{N_{Rd} = 699.9\ kN}$

Segédképletek:

$$V_{Rd,c} = \left[\frac{0{,}18}{\gamma_c} k \left(100\ \rho_\ell f_{ck}\right)^{1/3} + 0{,}15\ \sigma_{cp} \right] b_w d$$

$$\geq \left(v_{min} + 0{,}15\ \sigma_{cp}\right) b_w d$$

ahol:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d[mm]}} \leq 2{,}0$$

$$\rho_\ell = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0{,}02$$

$$v_{min} = 0{,}035\ k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$$

$$V_{Rd} = \max(V_{Rd,s}, V_{Rd,c}) = \frac{A_{sw}}{s} z\, f_{ywd}\, (\cot\theta + \cot\alpha) \sin\alpha$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw}\, b_w\, z\, \nu\, f_{cd} \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta}$$

ahol:

α_{cw} értéke:

1,0 feszítés nélküli szerkezetek esetén

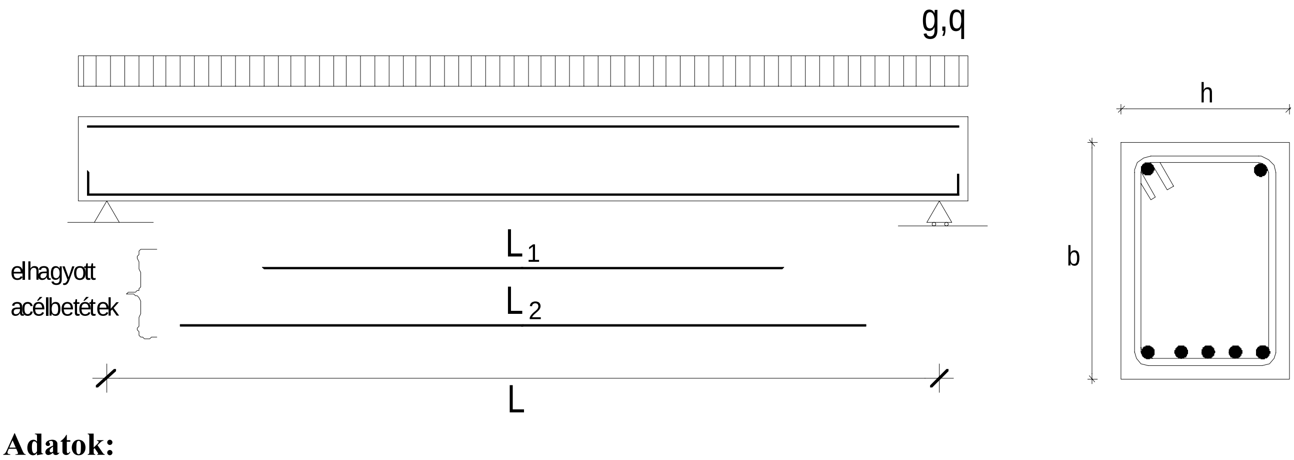
$1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}$ ha $0 < \sigma_{cp} \leq 0{,}25 f_{cd}$

1,25 ha $0{,}25 f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0{,}5 f_{cd}$

$2{,}5\left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right)$ ha $0{,}5 f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd}$

$$\nu = 0{,}6\left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$$

1. Az alábbi gerenda mezőközépre szimmetrikus, húzott hosszvasalása 3db a támaszig végigvezetett és a támasz után megfelelően lehorgonyzott, továbbá 1-1 db L_1 illetve L_2 hosszúságú acélbetétből áll.
   a.) Rajzolja fel arányhelyesen a tartó határnyomatéki ábráját! (Számértéket nem kérünk!)
   b.) Határozza meg a gerenda kengyelezésének sűrűségét a támasznál! (A szerkesztési szabályokat nem kell ellenőrizni!)
   c.) Határozza meg nyírásvizsgálattal, hogy mekkora az esetleges tehernek (q) az a legnagyobb értéke, amelyet az adott betonkeresztmetszet a nyomási teherbírása alapján megfelelő nyírási vasalás alkalmazása esetén el tud viselni.



Adatok:

h = 450 mm, b = 200 mm, L= 4,5 m, L_1 = 2,8 m, L_2 = 3,7 m

Beton: C16/20

Betonfedés: 20mm, kedvezőtlen vaselmozdulás: 10mm

Kengyelezés: S240, ∅8

Betonacél: S500B

A_s = 5∅16 (hosszvas mezőközépen), l_b = 600mm (lehorgonyzási hossz alapértéke)

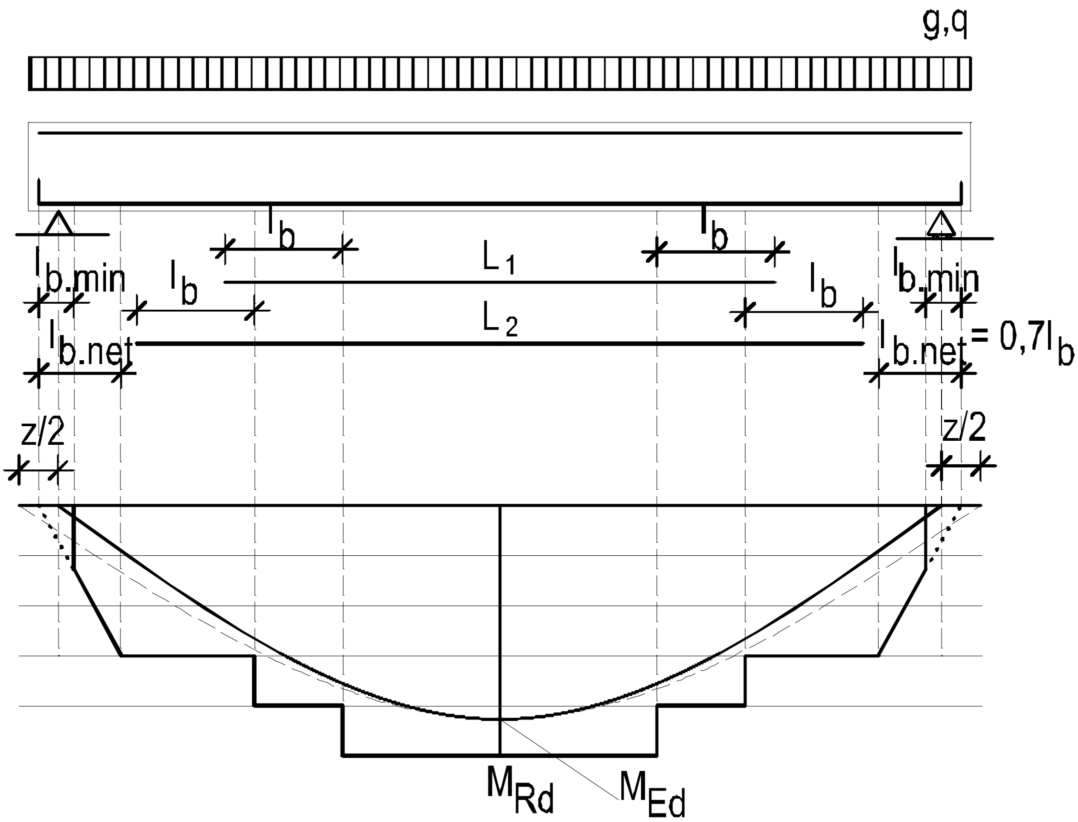
$A`_s$ = 0 (csak szerelővas)

Terhek: g=20 kN/m, ($\gamma_{g,inf}$=1,0, $\gamma_{g,sup}$=1,35) a tartó saját súlyát a számításokban nem kell külön figyelembe venni!

q=14 kN/m, γ_q=1,5

Megoldás:

a.)



b.)

Mértékadó nyíróerő a támasznál, valamint a redukált nyíróerő:

$V_{Ed.A} = 108\,kN$

$V_{Ed.red} = 88.6\,kN$

A nyomott beton által felvehető legnagyobb nyíróerő:

$V_{Rd.max} = 217.8\,kN$ > $V_{Ed.A} = 108\,kN$ ⟹ A betonkeresztmetszet nyírásra bevasalható

Nyírási vasalás nélkül felvehető nyíróerő:

$V_{Rd.c} = 37.8\,kN$ < $V_{Ed.red} = 88.6\,kN$ ⟹ Szükséges méretezett nyírási vasalás

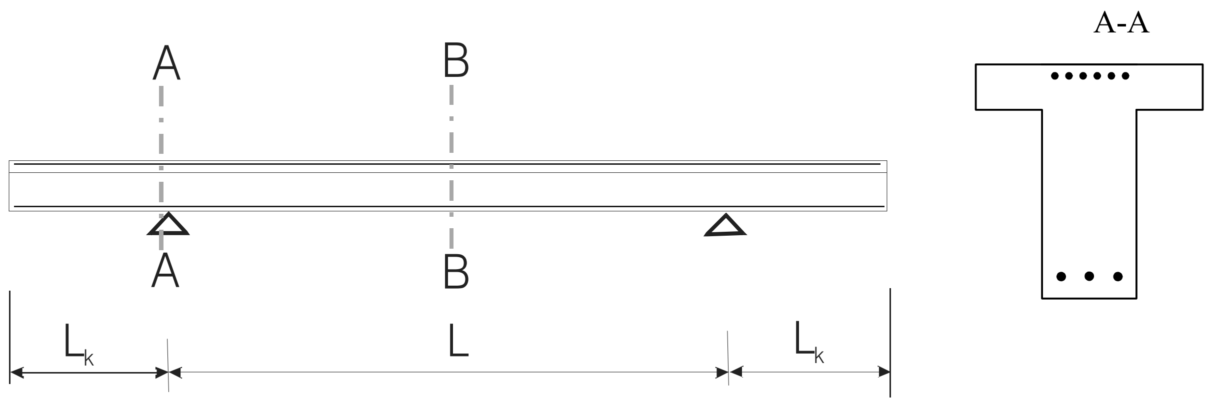
A támasznál a szükséges kengyelsűrűség:

$s_{k.max} = 86.1\,mm$ ⟹ Javasolt a **<u>80mm-es kengyelkiosztás</u>**

c.)Az esetleges teher legnagyobb értéke:

$V_{Rd.max} = 217.8\,kN$ ⟹ $q = 46.5\,\frac{kN}{m}$

2. Az alábbi tartó konzolos szakaszán végig ∅10/300mm-es kengyelezést, egy sorban elhelyezett 6∅20 felső és 3∅25 alsó hosszvasalást alkalmaztak. Ellenőrizze, hogy a tartó ezen szakasza a nyírási teherbírás szempontjából megfelelő-e! A szerkesztési szabályokat nem kell vizsgálni. A hosszvasak a támaszközben megfelelően le vannak horgonyozva.



Adatok:
$b_{öv}$ = 600 mm, h = 620 mm, b_w = 250 mm, $t_{öv}$ = 140 mm, betonfedés: 20mm, L=8m, L_k=2,2m
beton: C20/25
acélbetétek: S360 hosszvas: 6∅20 illetve 3∅25 , kengyel: ∅10/300
terhek: g=20 kN/m, $\gamma_{g,inf}$=0,9, $\gamma_{g,sup}$=1,35 a tartó saját súlyát a számításokban nem kell külön figyelembe venni!
q=30 kN/m, γ_q=1,5

Megoldás:
Mértékadó nyíróerő: $V_{Ed} = 158.4\,kN$, a redukált nyíróerő: $V_{Ed.red} = 117.4\,kN$

A nyomott beton által felvehető legnagyobb nyíróerő:

$\boxed{V_{Rd.max} = 472\,kN}$ > $V_{Ed} = 158.4\,kN$ ⇨ A betonkeresztmetszet nyírásra bevasalható

Nyírási vasalás nélkül felvehető nyíróerő:

$\boxed{V_{Rd.c} = 81.1\,kN}$ < $\boxed{V_{Ed.red} = 117.4\,kN}$ ⇨ Szükséges méretezett nyírási vasalás

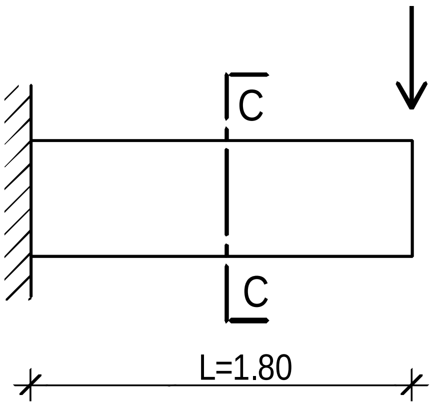
A határnyíróerő: $V_{Rd} = 84.1\,kN$

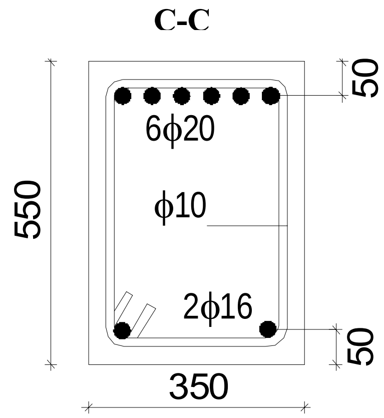
< $\boxed{V_{Ed.red} = 117.4\,kN}$

⇨ **nem felel meg**

3. Határozza meg, hogy a nyírási teherbírás figyelembevételével mekkora lehet az alábbi vasbeton konzolra ható Q_d koncentrált teher maximális értéke! A tartó nyírási vasalása ∅10/200 kengyelezés. Ellenőrizze a konzol nyírási teherbírását (a szerkesztési szabályok teljesülését nem kell vizsgálni)! A metszeti rajzon feltüntetett hosszvasalás a tartó teljes hossza mentén figyelembe vehető és megfelelően le van horgonyozva. A tartó önyúlyát a számítás során nem kell figyelembe venni.

Beton: C25/30
Betonacél: S500B





Megoldás:

A mértékadó nyíróerő a befogásnál, valamint a redukált nyíróerő: $V_{Ed} := Q_d$ $V_{Ed.red} := Q_d$

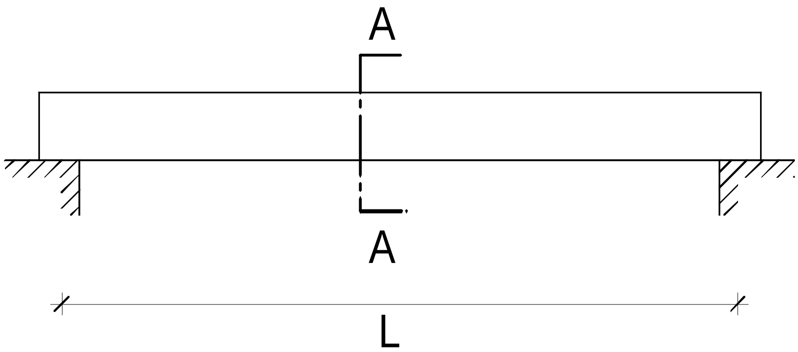
A nyomott beton által felvehető legnagyobb nyíróerő: $V_{Rd.max} = 708.7\,kN$ (így a km. nyírásra vasalható)

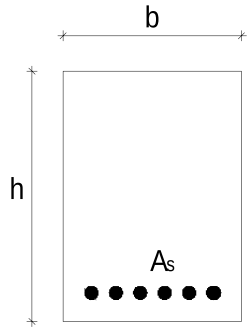
Nyírási vasalás nélkül felvehető nyíróerő: $V_{Rd.c} = 102.8\,kN$

A kengyelek által felvehető nyíróerő: $V_{Rd.s} = 153.7\,kN$

A koncentrál teher maximális értéke: $Q_{d.max} = 153.7\,kN$

4. Az alábbi ábrán látható vasbeton tartó nyírási vasalását egymástól 200mm-re elhelyezett zárt kengyelekkel alakították ki. Milyen átmérőjű kengyeleket kell alkalmazni, hogy a tartó nyírási teherbírása megfelelő legyen? A tartó mezőközépi vasalását a támaszig végigvezették és a támasz után megfelelően lehorgonyozták. A szerkesztési szabályok teljesülését nem kell ellenőrizni.





A-A

Adatok:

h = 500 mm, b = 350 mm, L= 6,0 m;
Beton: C16/20;
Betonfedés: 20mm, kedvezőtlen vaselmozdulás: 10mm;
Kengyelezés: S500B, 200mm kengyeltávolsággal;
Betonacél: S500B;
$A_s = 6\varnothing 20$;
$A`_s = 0$ (csak szerelővas);
Terhek: g=6 kN/m, ($\gamma_{g,inf}$=1,0, $\gamma_{g,sup}$=1,35) a tartó saját súlyát a számításokban nem kell külön figyelembe venni!
q=30 kN/m, γ_q=1,5

Megoldás:

Mértékadó nyíróerő a támasznál és a redukált nyíróerő:

$\boxed{V_{Ed.A} = 159.3\,kN}$

$\boxed{V_{Ed.red} = 132.8\,kN}$

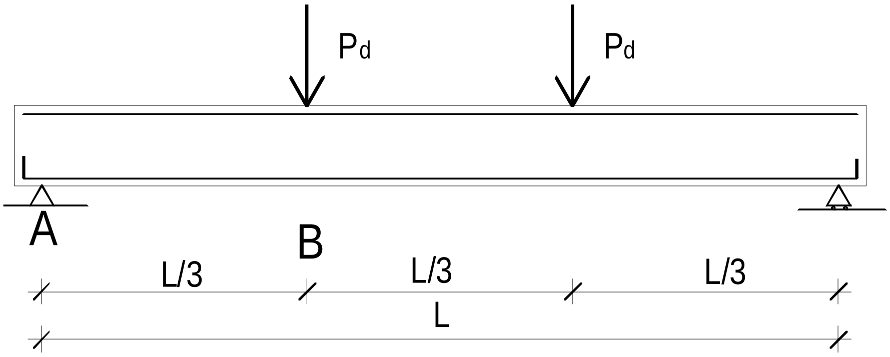
Nyírási vasalás nélkül felvehető nyíróerő:

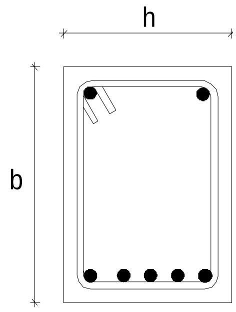
$\boxed{V_{Rd.c} = 84.3\,kN} < \boxed{V_{Ed.red} = 132.8\,kN} \Rightarrow$ Szükséges méretezett nyírási vasalás

$A_{sw.szüks} = 150.8\,mm^2 \Rightarrow \phi_k := 10mm$ (A szükséges kengyelátmérő)

($\boxed{V_{Rd.max} = 424.6\,kN} > V_{Ed.A} = 159.3\,kN \Rightarrow$ A keresztmetszet nyírásra vasalható)

5. Az alábbi vasbeton gerenda mezőközépre szimmetrikus húzott hosszvasalása a támasz után megfelelően lehorgonyzott acélbetétből áll. Határozza meg a gerenda kengyelezésének szükséges sűrűségét az A-B szakaszon a tartó nyírási teherbírása alapján! Ellenőrizze a nyírási vasalhatóságot a beton nyomási teherbírása alapján! (A szerkesztési szabályokat nem kell ellenőrizni!)





Adatok:

h = 500 mm, b = 300 mm, L= 3,5 m
Beton: C20/25
Betonfedés: 25mm, kedvezőtlen vaselmozdulás: 10mm
Kengyelezés: ∅10
Betonacél: S500B
A_s = 5∅20
$A`_s$ = 0 (csak szerelővas)
A mértékadó teher: P_d=226,5 kN

Megoldás:

A mértékadó nyíróerő, illetve a redukált nyíróerő az A-B szakaszon:

$\boxed{V_{Ed} = 226.5\,kN}$

$\boxed{V_{Ed.red} = 226.5\,kN}$

A nyomott beton által felvehető legnagyobb nyíróerő:

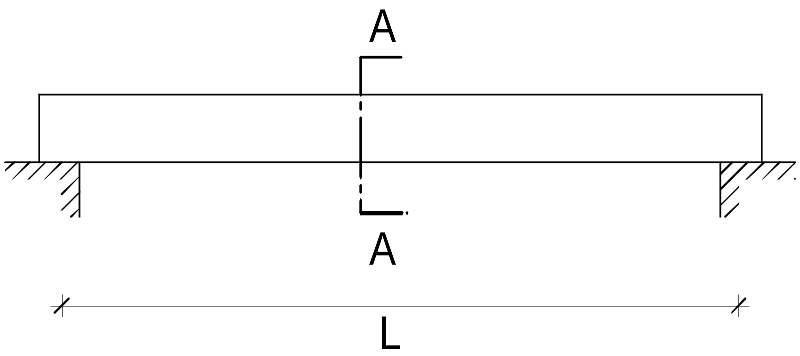
$\boxed{V_{Rd.max} = 442.2\,kN} > V_{Ed} = 226.5\,kN$ ⟹ A betonkeresztmetszet nyírásra bevasalható

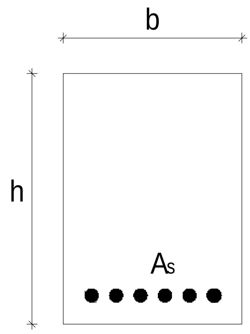
$\boxed{V_{Rd.c} = 76.7\,kN} < \boxed{V_{Ed.red} = 226.5\,kN}$ ⟹ Szükség van méretezett nyírási vasalásra

A kengyelezés szükséges sűrűsége:

$\boxed{s_{k.max} = 120.8\,mm}$ ⟹ $s_k := 120mm$

6. Határozza meg az alábbi tartóra felhordható **q** hasznos teher legnagyobb megengedhető értékét a tartó nyírási teherbírása alapján! A tartó mezőközépi vasalását a támaszig végigvezették és a támasz után megfelelően lehorgonyozták. A szerkesztési szabályok teljesülését nem kell ellenőrizni!





A-A

Adatok:

h = 500 mm, b = 350 mm, L= 6,0 m
Beton: C25/30
Betonfedés: 20mm, kedvezőtlen vaselmozdulás: 10mm
Betonacél: S500B
Kengyelezés: ∅8/160
A_s = 6∅20
$A`_s$ = 0 (csak szerelővas)
Terhek: g=6 kN/m, ($\gamma_{g,inf}$=1,0, $\gamma_{g,sup}$=1,35) a tartó saját súlyát a számításokban nem kell külön figyelembe venni!
q=?, γ_q=1,5

Megoldás:

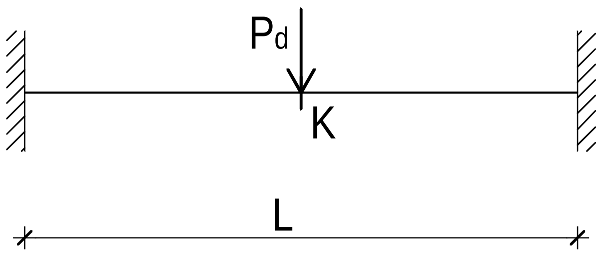
A beton által felvehető nyíróerő: $V_{Rd.c} = 98.0\,kN$

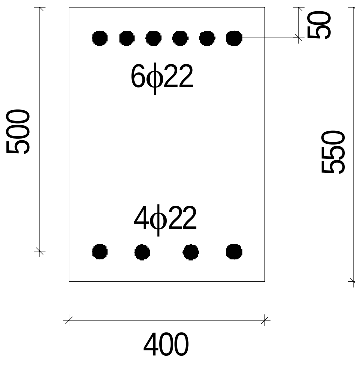
A nyírási vasalás által felvehető nyíróerő: $V_{Rd.s} = 111.1\,kN = V_{Rd}$
Amely egyben a mértékadó nyíróerő is.

A **q** hasznos teher legnagyobb megengedhető értéke: $q_{max} = 23.7\,\frac{kN}{m}$
És mivel:

$\boxed{V_{Rd.max} = 640.7\,kN}$ > $\boxed{V_{Ed} = 130.8\,kN}$, így ezt a terhet a nyomott beton is kibírja.

7. Határozza meg az alábbi ábrán látható vasbeton gerendára felhordható koncentrált teher (**P_d**) maximális értékét a nyírási teherbírás szempontjából! A tartó vasalása ∅10/250-es zárt kengyelezés. A **K** keresztmetszetben megadott hosszvasalást a tartón végigvezették és a támasz után megfelelően lehorgonyozták. A szerkesztési szabályok teljesülését nem kell vizsgálni. A tartó önsúlyát a számítás során nem kell figyelembe venni.





L = 6,60 m
Beton: C20/25
Betonacél: S500B
Kengyel: ∅10/250

K metszet

Megoldás:

A nyomott beton által felvehető legnagyobb nyíróerő:

$V_{Rd.max} = 662.4\,kN$

Nyírási vasalás nélkül a felvehető nyíróerő:

$V_{Rd.c} = 97.1\,kN$

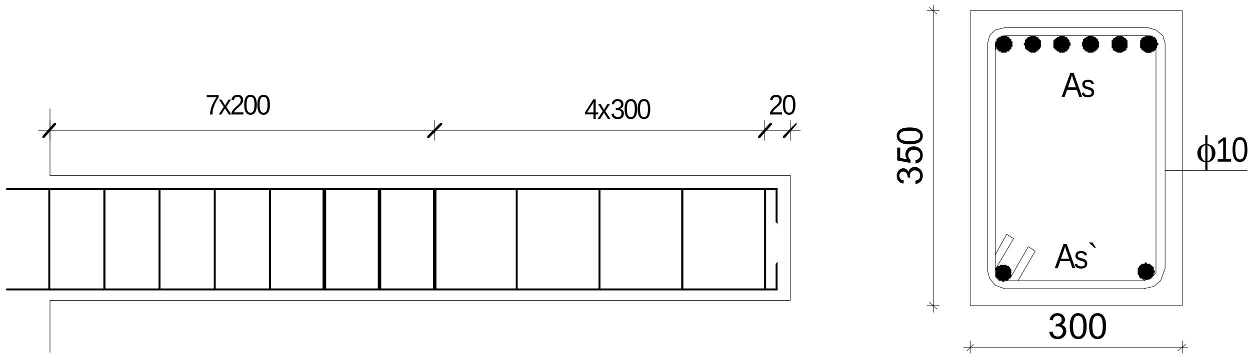
A ∅10/250-es zárt kengyelezés által felvehető nyíróerő:

$V_{Rd.s} = 122.9\,kN = V_{Rd}$

Így a koncentrált teher maximális értéke:

$P_{d.max} = 245.9\,kN$

8. Határozza meg az ábrán vázolt konzol jellemző szakaszainak nyírási teherbírását és rajzolja fel a nyírási teherbírási ábrát!



Adatok:

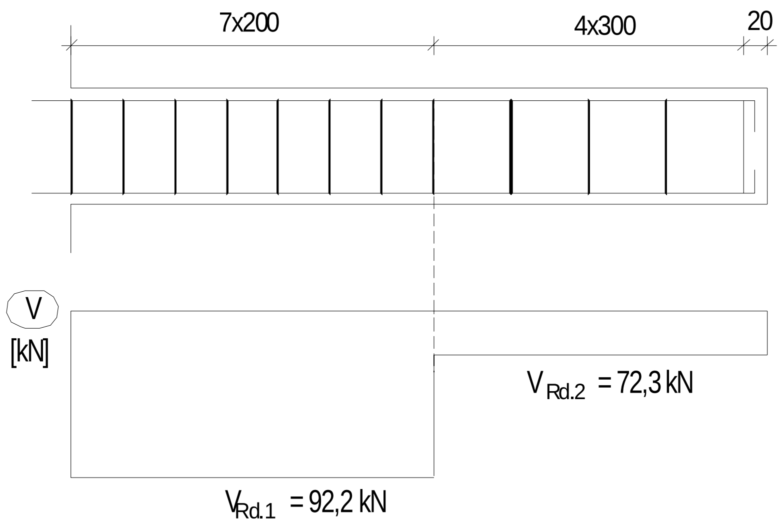
Beton: C25/30
Betonfedés: 20mm, kedvezőtlen vaselmozdulás: 10mm
Kengyelezés: S500B, ∅10
Betonacél: S500B
A_s = 6∅20
$A`_s$ = 0 (csak szerelővas)

Megoldás:

$V_{Rd.max} = 364.5\,kN$

$V_{Rd.c} = 72.3\,kN$

A határnyíróerő-ábra:



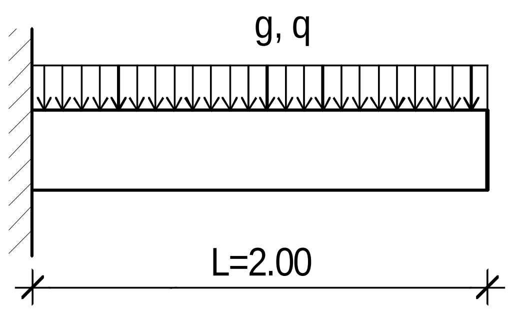
$V_{Rd.s1} = 92.2\,kN$

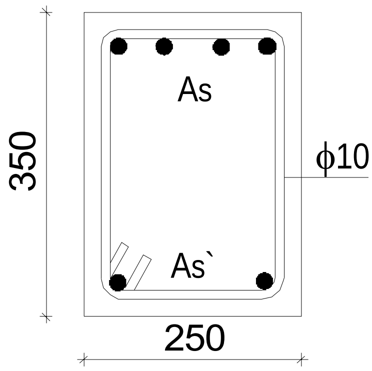
$V_{Rd1} = 92.2\,kN$

$V_{Rd.s2} = 61.5\,kN$

$V_{Rd2} = 72.3\,kN$

9. Az ábrán látható konzolra egyenletesen megoszló terhelést helyezünk. A tartó teljes hosszában azonos kiosztású ∅10-es kengyeleket alkalmazunk. Határozza meg a cm-re kerekített kiosztás sűrűségét úgy, hogy a tartó nyírási teherbírása megfelelő legyen! A tartó hosszirányú vasalását a támaszig végigvezették és a támasz után megfelelően lehorgonyozták. A szerkesztési szabások teljesülését nem kell ellenőrizni.





Adatok:

Beton: C25/30
Betonfedés: 30mm, kedvezőtlen vaselmozdulás: 10mm
Betonacél: S500B
Kengyel: ∅10
A_s = 4∅20
$A`_s$ = 0 (csak szerelővas)
Terhek: g=10 kN/m, ($\gamma_{g,inf}$=1,0, $\gamma_{g,sup}$=1,35) a tartó saját súlyát a számításokban nem kell külön figyelembe venni!
q=35 kN/m, γ_q=1,5

Megoldás:
Mértékadó nyíróerő a befogásnál, valamint a redukált nyíróerő:

$\boxed{V_{Ed.A} = 132\,kN}$

$\boxed{V_{Ed.red} = 112.9\,kN}$

$\boxed{V_{Rd.max} = 293.6\,kN}$ > $V_{Ed.A} = 132\,kN$ $\Rightarrow$ a keresztmetszet nyírásra vasalható

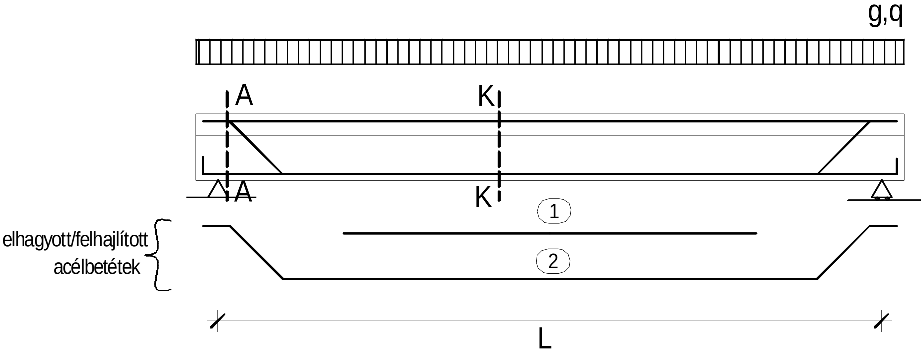
Nyírási vasalás nélkül a beton határnyíróereje:

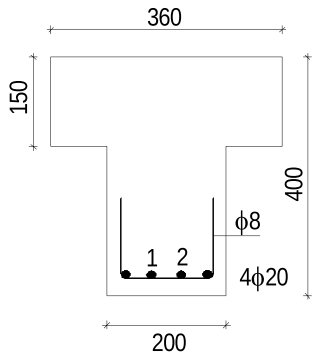
$\boxed{V_{Rd.c} = 55.9\,kN}$ < $\boxed{V_{Ed.red} = 112.9\,kN}$ $\Rightarrow$ szükség van méretezett nyírási vasalásra

A szükséges kengyelsűrűség:

$\boxed{s_{k.max} = 157.9\,mm}$ $\Rightarrow$ $\boxed{s_k := 150\,mm}$

10. Az alábbi gerenda mezőközépre szimmetrikus, húzott hosszvasalása 2db a támaszig végigvezetett és a támasz után megfelelően lehorgonyzott, továbbá egy elhagyott („1” jelű”) illetve egy a támasz közelében felhajlított („2” jelű) acélbetétből áll.
Végezze el kéttámaszú tartó nyírásvizsgálatát:
   a.) Ellenőrizze az A-A keresztmetszetet nyírásra, ha a kengyelezés ∅8/120 és a felhajlított vas nyírási teherbírását nem vesszük figyelembe!
   b.) Adja meg a ∅20-as felhajlított vas szükséges hatástávolságát, ha a kengyelezést, valamint a szerkesztési szabályokat figyelmen kívül hagyjuk!
   c.) Mekkora az a terhelés, amely esetén erőtani szempontból nem szükséges nyírási vasalás?





A-A

Adatok:
L = 6,0m
Beton: C25/30
Betonfedés: 20mm, kedvezőtlen vaselmozdulás: 10mm
Betonacél: S360
Kengyel: ∅8
A_s = 4∅20 (ebből kettő a támaszon lehorgonyozva)
$A`_s$ = 0 (csak szerelővas)
Terhek: g=3 kN/m, ($\gamma_{g,inf}$=1,0, $\gamma_{g,sup}$=1,35) a tartó saját súlyát a számításokban nem kell külön figyelembe venni!
q=15 kN/m, γ_q=1,5

Megoldás:
a.)
Az A-A keresztmetszetben a mértékadó, valamint a redukált nyíóerő:

$\boxed{V_{Ed.A} = 79.7\,kN}$

$\boxed{V_{Ed.red} = 70.3\,kN}$

Nyírási vasalás nélkül a beton határnyíróereje:

$\boxed{V_{Rd.c} = 41.7\,kN} < \boxed{V_{Ed.red} = 70.3\,kN} \Longrightarrow$ szükség van méretezett nyírási vasalásra

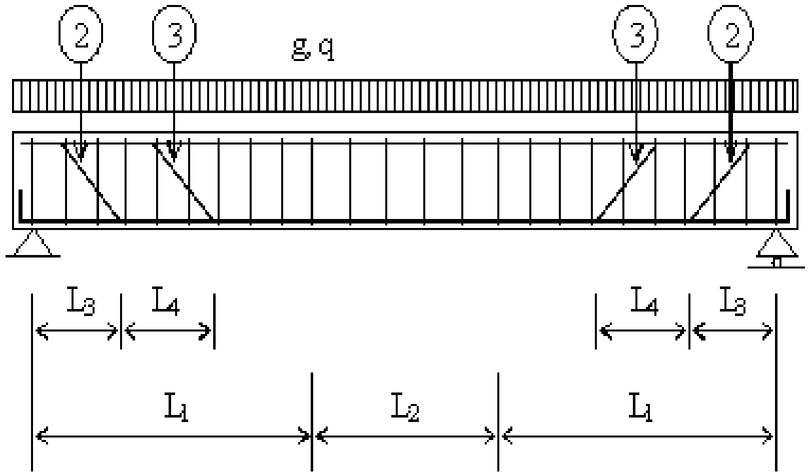
A ∅8/120 kengyelezéssel a határnyíróerő:

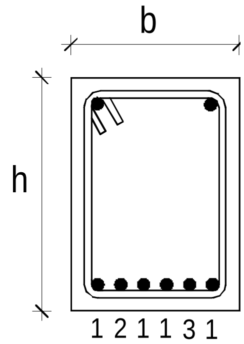
$\boxed{V_{Rd} = 83.1\,kN} > \boxed{V_{Ed.A} = 79.7\,kN} \Longrightarrow$ tehát megfelel

b,) A szükséges hatástávolság: $s_{max} = 627\,mm$

c.) A terhelés maximális értéke: $q_c = 7.8\,\frac{kN}{m}$

11. Az alábbi kéttámaszú tartó ábrázolt hosszvasalását (1. jelű acélbetétek) a felhajlított vasak (2. és 3. jelű acélbetétek) kivételével a tartón végigvezették és a támaszvonal mögött megfelelően lehorgonyozták. A felhajlított acélbetétek dőlése 45°. Ellenőrizze a gerenda támasznál lévő, valamint a mezőközépi keresztmetszetét nyírásra! A gerenda önsúlyát nem kell külön figyelembe venni. A szerkesztési szabályokat nem kell ellenőrizni!





Adatok:
Beton: C30/37, Betonacél: S500B
h = 600mm, b = 300mm, betonfedés: 20mm
A_s = 6Φ16 (hosszvas), A'_s = 0 (2Φ10, mint szerelő vas), A_{sw} = Φ10 (kengyel)
kengyeltávolság: L_1-en 240mm, L_2-n 300mm
L_1 = 2,5m, L_2 = 2,0m L_3=0,50m, L_4=0,75m
g= 15kN/m (γG=1,35),q= 25kN/m (γQ=1,5, ψ=1,0)
ctgθ = 1

Megoldás:
A mértékadó nyíróerő a támasznál, valamint a redukált nyíróerő:
$V_{Ed} = 202.1\text{kN}$ $V_{Ed.red} = 170.2\text{kN}$
A mértékadó nyíróerő mezőközépen:
$V_k = 32.8\text{kN}$
A nyomott beton ellenőrzése:
$V_{Rd.max.} = 786.9\text{kN}$ > $V_{Ed} = 202.125\text{kN}$ ⇒ a beton keresztmetszeti méretei nyírásra megfelelők
A beton által felvehető nyíróerő az L_3 szakaszon (így a támasznál): $V_{Rd.c.L3} = 77.8\text{kN}$;
A beton által felvehető nyíróerő mezőközépen: $V_{Rd.c} = 89\text{kN}$

A 2. jelű vas hatástávolsága: $s_1 = 623\text{mm}$
A 2. jelű felhajlított vas által felvehető nyíróerő: $V_{wd.felh1} = 98.6\text{kN}$
A Φ10/240 kengyelezés által felvehető nyíróerő: $V_{wd.kengyel} = 141.4\text{kN}$
A támasznál a határnyíróerő értéke: $V_{Rd.s1} = 240\text{kN}$ > $V_{Ed.red} = 170.2\text{kN}$ ⇒ **a támasznál lévő keresztmetszet nyírásra megfelel**.

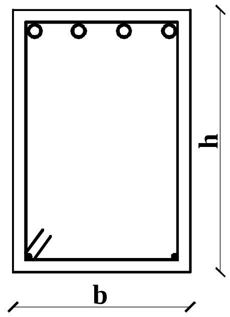
A Φ10/300 kengyelezés által felvehető nyíróerő, és így a mezőközép nyírási teherbírása:
$V_{wd.kengyel} = 113.1\text{kN}$ > $V_k = 32.8\text{kN}$ ⇒ **a mezőközépi keresztmetszet nyírásra megfelel.**

FELKÉSZÜLÉST SEGÍTŐ PÉLDÁK AZ VII. GYAKORLATHOZ

Használhatósági határállapotok

Készítette: Völgyi István

1. példa Határozza meg a tartó legnagyobb görbületét és lehajlását egyszerûsített módszerrel!



A tartó befogott konzol.

Kiindulási adatok:

$E_s := 200\dfrac{kN}{mm^2}$ $\quad E_{cm} := 30\dfrac{kN}{mm^2}$ C20/25

$f_{ctm} := 2.2\dfrac{N}{mm^2}$ $\quad \phi_t := 2$ $\quad E_{c.eff} := \dfrac{1.05 \cdot E_{cm}}{1+\phi_t}$

$f_{ct.eff} := f_{ctm}$ $\quad \alpha_{s.eff} := \dfrac{E_s}{E_{c.eff}}$ $\quad \alpha_{s.eff} = 19.048$

$L := 3m$ $\quad b := 200mm$ $\quad h := 400mm$ $\quad \phi_1 := 12mm$ $\quad n_1 := 4db$ $\quad A_s := n_1 \cdot \dfrac{(\phi_1)^2 \cdot \pi}{4}$

A gerenda terhei: $g_k := 7.5\dfrac{kN}{m}$ $\quad q_k := 10\dfrac{kN}{m}$ $\quad \psi_2 := 0.6$ $\quad p_{qp} := g_k + \psi_2 \cdot q_k$

A nyomaték értéke a befogási keresztmetszetben: $M_{qp} := p_{qp} \cdot \dfrac{L^2}{2}$ $\quad M_{qp} = 60.75\,kNm$

A betonfedés értéke: $c := 20mm$ A kengyel átmérõje: $\phi_k := 10mm$

$d := h - c - \phi_k - \dfrac{\phi_1}{2}$ $\quad d = 364\,mm$

A keresztmetszet jellemzõi elsõ feszültségállapotban:

$$b \cdot x \cdot E_{c.eff} \cdot \frac{x}{2} = A_s \cdot \left(E_s - E_{c.eff}\right) \cdot (d-x) + b \cdot (h-x) \cdot E_{c.eff} \cdot \frac{h-x}{2}$$

$x_I := \text{Find}(x)$ $\qquad x_I = 215.187\,mm$

$I_I := b \cdot \dfrac{x_I^3}{3} + b \cdot \dfrac{(h-x_I)^3}{3} + A_s \cdot \left(\alpha_{s.eff} - 1\right) \cdot \left(d - x_I\right)^2$ $\qquad I_I = 1.266 \times 10^9\,mm^4$

$M_{cr} := \dfrac{f_{ct.eff} \cdot I_I}{h - x_I}$ $\qquad M_{cr} = 15.07\,kNm$

$\kappa_I := \dfrac{M_{qp}}{E_{c.eff} \cdot I_I}$ $\qquad \kappa_I = 4.57 \times 10^{-6}\,\dfrac{1}{mm}$

A keresztmetszet jellemzõi második feszültségállapotban:

$b \cdot x \cdot E_{c.eff} \cdot \dfrac{x}{2} = A_s \cdot E_s \cdot (d - x)$ $\qquad x_{II} := \text{Find}(x)$ $\qquad x_{II} = 139.184\,mm$

$I_{II} := b \cdot \dfrac{x_{II}^3}{3} + A_s \cdot \alpha_{s.eff} \cdot \left(d - x_{II}\right)^2$ $\qquad I_{II} = 6.153 \times 10^8\,mm^4$

$\kappa_{II} := \dfrac{M_{qp}}{E_{c.eff} \cdot I_{II}}$ $\qquad \kappa_{II} = 9.403 \times 10^{-6}\,\dfrac{1}{mm}$

Az EC szerinti alakváltozás számítása:

$$\sigma_s := \frac{M_{qp}\cdot(d - x_{II})\cdot\alpha_{s.eff}}{I_{II}} \qquad \sigma_s = 422.811\,\frac{N}{mm^2}$$

$$\beta := 0.5 \qquad \sigma_{sr} := \frac{M_{cr}}{I_{II}}\cdot(d - x_{II})\cdot\alpha_{s.eff} \qquad \sigma_{sr} = 104.881\,\frac{N}{mm^2}$$

$$\zeta := 1 - \beta\cdot\left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2 \qquad \zeta = 0.969$$

A km görbülete a maximális igénybvétel helyén EC2 szerint:

$$\kappa_{EC} := \zeta\cdot\kappa_{II} + (1 - \zeta)\cdot\kappa_I \qquad \kappa_{EC} = 9.255\times10^{-6}\,\frac{1}{mm}$$

A tartó maximális lehajlásának meghatározása (egyszerûsített módszer):

$$e_I := \frac{1}{8}\cdot(p_{qp})\cdot\frac{L^4}{E_{c.eff}\cdot I_I} \qquad e_I = 10.283\,mm$$

$$e_{II} := \frac{1}{8}\cdot(p_{qp})\cdot\frac{L^4}{E_{c.eff}\cdot I_{II}} \qquad e_{II} = 21.158\,mm$$

$$e_{EC} := \zeta\cdot e_{II} + (1 - \zeta)\cdot e_I \qquad e_{EC} = 20.823\,mm$$

Érdekesség: A lehajlás értékének pontosított meghatározása.

$$M(y) := \left[(p_{qp})\cdot\frac{(L-y)^2}{2}\right] \qquad \sigma_s(y) := \frac{M(y)\cdot(d - x_{II})\cdot\alpha_{s.eff}}{I_{II}}$$

$$\zeta(y) := \begin{cases} 1 - \beta\cdot\left(\dfrac{\sigma_{sr}}{\sigma_s(y)}\right)^2 & \text{if } M(y) \ge M_{cr} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad \kappa_I(y) := \frac{M(y)}{E_{c.eff}\cdot I_I} \qquad \kappa_{II}(y) := \frac{M(y)}{E_{c.eff}\cdot I_{II}}$$

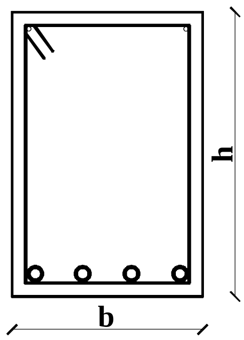
Hol éri el a külsõ terhekbõl számítható nyomaték a repesztõnyomaték értékét?

$$M(z) = M_{cr} \qquad x_{rep} := \text{Find}(z) \qquad x_{rep} = 1.506\,m$$

$$\kappa_{EC}(y) := \begin{cases} \zeta(y)\cdot\kappa_{II}(y) + (1 - \zeta(y))\cdot\kappa_I(y) & \text{if } y < x_{rep} \\ \kappa_I(y) & \text{otherwise} \end{cases} \qquad e_{EC}(u) := \int_0^u \kappa_{EC}(y)\cdot(u-y)\,dy$$

$$e_{EC}(L) = 19.559\,mm$$

2. példa Határozza meg a tartó legnagyobb lehajlását egyszerûsített módszerrel!



A tartó kéttámaszú.

Kiindulási adatok:

$E_s := 200 \frac{kN}{mm^2}$ $E_{cm} := 30 \frac{kN}{mm^2}$ C20/25

$f_{ctm} := 2.2 \frac{N}{mm^2}$ $\phi_t := 2$ $E_{c.eff} := \frac{1.05 \cdot E_{cm}}{1 + \phi_t}$

$f_{ct.eff} := f_{ctm}$ $\alpha_{s.eff} := \frac{E_s}{E_{c.eff}}$ $\alpha_{s.eff} = 19.048$

$b := 300mm$ $h := 500mm$ $\phi_1 := 32mm$ $n_1 := 4db$ $L := 7m$

A gerenda önsúlya és egyéb állandó jellegû terhek karakterisztikus értéke összesen, valamint az esetleges terhek karakterisztikus értéke: $g_k := 16 \frac{kN}{m}$ $q_k := 10 \frac{kN}{m}$ $\psi_2 := 0.6$

A betonfedés értéke: $c := 20mm$ A kengyel átmérõje: $\phi_k := 10mm$

$d = 454\,mm$ $M_{qp} = 134.75\,kNm$

Az alakváltozások számítása:

A keresztmetszet jellemzõi elsõ feszültségállapotban: $x_I = 306.926\,mm$

$I_I = 4.867 \times 10^9\,mm^4$ $\kappa_I = 2.637 \times 10^{-6} \frac{1}{mm}$ $M_{cr} = 55.457\,kNm$

A keresztmetszet jellemzõi második feszültségállapotban:

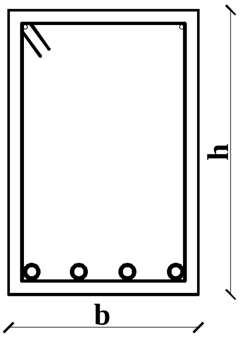
$x_{II} = 272.382\,mm$ $I_{II} = 4.042 \times 10^9\,mm^4$ $\kappa_{II} = 3.175 \times 10^{-6} \frac{1}{mm}$

$\sigma_s = 115.326 \frac{N}{mm^2}$ $\beta := 0.5$ $\sigma_{sr} = 47.463 \frac{N}{mm^2}$

$\zeta = 0.915$ $\kappa_{EC} = 3.129 \times 10^{-6} \frac{1}{mm}$

$e_I = 13.459\,mm$ $e_{II} = 16.206\,mm$ $e_{EC} = 15.973\,mm$

3. példa Határozza meg a kéttámaszú tartó legnagyobb lehajlását egyszerûsített módszerrel szerint!



Kiindulási adatok:

$E_s := 200 \dfrac{kN}{mm^2}$ $\quad E_{cm} := 30 \dfrac{kN}{mm^2}$ C20/25

$f_{ctm} := 2.2 \dfrac{N}{mm^2}$ $\quad \phi_t := 2$ $\quad E_{c.eff} := \dfrac{1.05 \cdot E_{cm}}{1 + \phi_t}$

$f_{ct.eff} := f_{ctm}$ $\quad \alpha_{s.eff} := \dfrac{E_s}{E_{c.eff}}$ $\quad \alpha_{s.eff} = 19.048$

$b := 300mm$ $\quad h := 450mm$ $\quad \phi_1 := 32mm$ $\quad n_1 := 4db$ $\quad A_s := n_1 \cdot \dfrac{(\phi_1)^2 \cdot \pi}{4}$ $\quad L := 7m$

A gerenda önsúlya és egyéb állandó jellegû terhek karakterisztikus értéke összesen, valamint az esetleges terhek karakterisztikus értéke:

$g_k := 12 \dfrac{kN}{m}$ $\quad q_k := 8 \dfrac{kN}{m}$ $\quad \psi_2 := 0.6$

A betonfedés értéke: $c := 20mm$ A kengyel átmérõje: $\phi_k := 10mm$

$d = 404\,mm$ $\quad M_{qp} = 102.9\,kNm$

Az alakváltozások számítása:

A keresztmetszet jellemzõi elsõ feszültségállapotban: $x_I = 278.831\ mm$

$I_I = 3.579 \times 10^9\ mm^4$ $\quad \kappa_I = 2.738 \times 10^{-6} \dfrac{1}{mm}$ $\quad M_{cr} = 46\,kNm$

A keresztmetszet jellemzõi második feszültségállapotban:

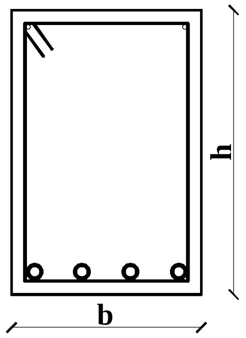
$x_{II} = 250.451\ mm$ $\quad I_{II} = 3.016 \times 10^9\ mm^4$ $\quad \kappa_{II} = 3.25 \times 10^{-6} \dfrac{1}{mm}$

$\sigma_s = 99.797 \dfrac{N}{mm^2}$ $\quad \beta := 0.5$ $\quad \sigma_{sr} = 44.612 \dfrac{N}{mm^2}$

$\zeta = 0.9$ $\quad \kappa_{EC} = 3.199 \times 10^{-6} \dfrac{1}{mm}$

$e_I = 13.976\,mm$ $\quad e_{II} = 16.587\,mm$ $\quad e_{EC} = 16.326\,mm$

4. példa Határozza meg a kéttámaszú tartó legnagyobb lehajlását egszerûsített módszerrel!



Kiindulási adatok:

$E_s := 200 \frac{kN}{mm^2}$ $E_{cm} := 30 \frac{kN}{mm^2}$ C20/25

$f_{ctm} := 2.2 \frac{N}{mm^2}$ $\phi_t := 2$ $E_{c.eff} := \frac{1.05 \cdot E_{cm}}{1 + \phi_t}$

$f_{ct.eff} := f_{ctm}$ $\alpha_{s.eff} := \frac{E_s}{E_{c.eff}}$ $\alpha_{s.eff} = 19.048$

$b := 250mm$ $h := 450mm$ $\phi_1 := 25mm$ $n_1 := 4db$ $A_s := n_1 \cdot \frac{(\phi_1)^2 \cdot \pi}{4}$ $L := 8m$

A gerenda önsúlya és egyéb állandó jellegû terhek karakterisztikus értéke összesen, valamint az esetleges terhek karakterisztikus értéke: $g_k := 12 \frac{kN}{m}$ $q_k := 8 \frac{kN}{m}$ $\psi_2 := 0.6$

A betonfedés értéke: $c := 20mm$ A kengyel átmérõje: $\phi_k := 10mm$

$d = 407.5\,mm$ $M_{qp} = 134.4\,kNm$

Alakváltozások számítása:

A keresztmetszet jellemzõi elsõ feszültségállapotban: $x_I = 268.716\,mm$

$I_I = 2.796 \times 10^9\,mm^4$ $\kappa_I = 4.578 \times 10^{-6} \frac{1}{mm}$ $M_{cr} = 33.931\,kNm$

A keresztmetszet jellemzõi második feszültségállapotban:

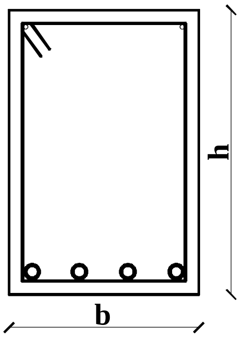
$x_{II} = 230.274\,mm$ $I_{II} = 2.192 \times 10^9\,mm^4$ $\kappa_{II} = 5.839 \times 10^{-6} \frac{1}{mm}$

$\sigma_s = 206.957 \frac{N}{mm^2}$ $\beta := 0.5$ $\sigma_{sr} = 52.249 \frac{N}{mm^2}$

$\zeta = 0.968$ $\kappa_{EC} = 5.799 \times 10^{-6} \frac{1}{mm}$

$e_I = 30.52\,mm$ $e_{II} = 38.925\,mm$ $e_{EC} = 38.657\,mm$

6. példa Határozza meg az ábrán látható keresztmetszet repedéstágasságát!



A keresztmetszet tisztán hajlított.

Kiindulási adatok:

$E_s := 200\,\frac{kN}{mm^2}$ S500B

$E_{cm} := 30\,\frac{kN}{mm^2}$ C20/25

$\phi_t := 2$ $E_{c.eff} := \frac{1.05\cdot E_{cm}}{1+\phi_t}$

$f_{cteff} := 2.2\,\frac{N}{mm^2}$ $\alpha_{s.eff} := \frac{E_s}{E_{c.eff}}$ $\alpha_{s.eff} = 19.048$ $M_{qp} := 120kNm$

$b := 250mm$ $h := 400mm$ $\phi_1 := 20mm$ $n_1 := 2db$ $n_2 := 2$ $\phi_2 := 16mm$

$A_s := n_1\cdot\frac{(\phi_1)^2\cdot\pi}{4} + n_2\cdot\frac{(\phi_2)^2\cdot\pi}{4}$ $A_s = 1.03\times10^3\,mm^2$ $A_p := 0mm^2$

$c := 20mm$ $\phi_k := 10mm$

$d = 360\,mm$

$x_{II} = 171.872\,mm$ $I_{II} = 1.118\times10^9\,mm^4$ $\sigma_s = 384.708\,\frac{N}{mm^2}$ $h_{cef} = 76\,mm$

$A_{ceff} = 1.901\times10^4\,mm^2$ $\rho_{peff} = 0.054$ $k_t := 0.4$

$\Delta\varepsilon = 1.759\times10^{-3}$ $t_h = 150\,mm$

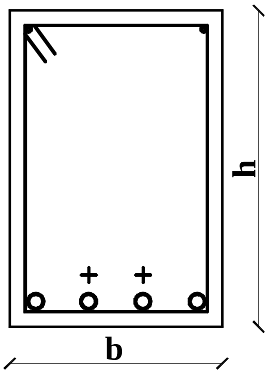
$t := \frac{b - 2\cdot(c+\phi_k) - 2\cdot\frac{\phi_1}{2}}{n_1 + n_2 - 1}$ $t = 56.667\,mm$ $t < t_h$ $\phi_{eq} = 18.222\,mm$

$k_1 := 0.8$ $k_2 := 0.5$

$s_{rmax} := 3.4\cdot c + 0.425\cdot k_1\cdot k_2\cdot\frac{\phi_{eq}}{\rho_{peff}}$ $s_{rmax} = 125.151\,mm$

$w_k := s_{rmax}\cdot(\Delta\varepsilon)$ $w_k = 0.22\,mm$

7. példa Határozza meg az ábrán látható keresztmetszet repedéstágasságát!



A keresztmetszet feszített.

Kiindulási adatok:

$E_s := 200\dfrac{kN}{mm^2}$ $E_p := E_s$ S500B

$E_{cm} := 30\dfrac{kN}{mm^2}$ C20/25

$\phi_t := 2$ $E_{c.eff} := \dfrac{1.05 \cdot E_{cm}}{1 + \phi_t}$ $f_{cteff} := 2.2\dfrac{N}{mm^2}$

$\alpha_{s.eff} := \dfrac{E_s}{E_{c.eff}}$ $\alpha_{s.eff} = 19.048$

$b := 250mm$ $h := 400mm$ $\phi_1 := 20mm$ $n_1 := 4db$ $A_{p0} := \dfrac{(7mm)^2 \cdot \pi}{4}$ $n_p := 2$ $\sigma_{p.eff} := 1075\dfrac{N}{mm^2}$

$A_s := n_1 \cdot \dfrac{(\phi_1)^2 \cdot \pi}{4}$ $A_s = 1.257 \times 10^3\, mm^2$ $A_p = 76.969\, mm^2$ $c := 20mm$ $\phi_k := 10mm$

$d = 360\, mm$ A feszítõhuzalhoz tartozó hasznos magasság: $d_p := d - 40mm$

A külsõ terhekbõl és a feszítésbõl számítható nyomaték: $M_{qp} := 120kNm$

Normálerõ a feszítésbõl: $N_{qp} := 0.7 \cdot \sigma_{p.eff} \cdot A_p$ $N_{qp} = 57.919\, kN$

A keresztmetszeti jellemzõk és a repedéstágasság meghatározása:

Given $\kappa \cdot b \cdot x \cdot E_{c.eff} \dfrac{x}{2} = A_s \cdot E_s \cdot \kappa \cdot (d - x) + A_p \cdot E_p \cdot \kappa \cdot (d_p - x) + N_{qp}$

$M_{qp} = \kappa \cdot E_{c.eff}\left[b \cdot \dfrac{x^3}{3} + A_s \cdot \dfrac{E_s}{E_{c.eff}} \cdot (d - x)^2 + A_p \cdot \dfrac{E_p}{E_{c.eff}} \cdot (d_p - x)^2\right]$ $\begin{pmatrix} x_{II} \\ \kappa_{II} \end{pmatrix} := Find(x, \kappa)$

$x_{II} = 195.046\, mm$ $\kappa_{II} = 8.842 \times 10^{-3}\dfrac{1}{m}$ $A_{II} := b \cdot x_{II} + A_s \cdot \dfrac{E_s}{E_{c.eff}} + A_p \cdot \dfrac{E_p}{E_{c.eff}}$ $A_{II} = 0.074\, m^2$

$I_{II} := b \cdot \dfrac{x_{II}^3}{3} + A_s \cdot \dfrac{E_s}{E_{c.eff}} \cdot (d - x_{II})^2 + A_p \cdot \dfrac{E_p}{E_{c.eff}} \cdot (d_p - x_{II})^2$ $I_{II} = 1.293 \times 10^{-3}\, m^4$

$h_{cef} := \min\left[2.5 \cdot (h - d), \dfrac{h - x_{II}}{3}, \dfrac{h}{2}\right]$ $h_{cef} = 68.3\, mm$ $A_{ceff} := b \cdot h_{cef}$ $A_{ceff} = 0.017\, m^2$

$\sigma_s := \dfrac{M_{qp} \cdot (d - x_{II}) \cdot \alpha_{s.eff}}{I_{II}} + \dfrac{-N_{qp} \cdot \alpha_{s.eff}}{A_{II}}$ $\sigma_s = 276.83\dfrac{N}{mm^2}$ $A_{ceff} = 1.708 \times 10^4\, mm^2$

$k_t := 0.4$ $\xi_1 := \sqrt{\xi \cdot \dfrac{\phi_1}{\phi_p}}$ $\rho_{peff} := \dfrac{A_s + \xi_1^2 \cdot A_p}{A_{ceff}}$ $\rho_{peff} = 0.083$

$\Delta\varepsilon := \max\left[\dfrac{\sigma_s - k_t \cdot \dfrac{f_{cteff}}{\rho_{peff}} \cdot (1 + \alpha_{s.eff} \cdot \rho_{peff})}{E_s}, 0.6 \cdot \dfrac{\sigma_s}{E_s}\right]$ $\Delta\varepsilon = 1.247 \times 10^{-3}$

$t := \dfrac{b - 2\cdot(c + \phi_k) - 2\cdot\dfrac{\phi_1}{2}}{n_1 - 1}$ $t = 56.667\,mm$ $t < t_h$ $t_h = 150\,mm$ $\phi_{eq} = 20\,mm$

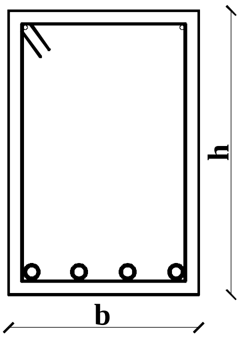
$k_1 := 0.8$ $k_2 := 0.5$

$s_{rmax} := 3.4\cdot c + 0.425\cdot k_1\cdot k_2\cdot\dfrac{\phi_{eq}}{\rho_{peff}}$ $s_{rmax} = 109.168\,mm$

$w_k := s_{rmax}\cdot(\Delta\varepsilon)$ $w_k = 0.136\,mm$ < 0,3 mm megfelel

Megjegyzés: a keresztmetszetben elhelyezett tapadásos feszítõbétet is figyelembe kell venni az ekvivalens átmérõ meghatározásakor, de csak, ha az alsó sorban van, mert a repedéstágasságra az alsó sorban elhelyezett acélbetétek átmérõjének van hatása.

8. példa Határozza meg az ábrán látható keresztmetszet repedéstágasságát!



Kiindulási adatok: $E_s := 200\dfrac{kN}{mm^2}$

$E_{cm} := 30\dfrac{kN}{mm^2}$ C20/25

$\phi_t := 2$ $E_{c.eff} := \dfrac{1.05\cdot E_{cm}}{1 + \phi_t}$ $f_{cteff} := 2.2\dfrac{N}{mm^2}$

$\alpha_{s.eff} := \dfrac{E_s}{E_{c.eff}}$ $\alpha_{s.eff} = 19.048$ $M_{qp} := 100kNm$

$b := 250mm$ $h := 400mm$ $\phi_1 := 12mm$ $n_1 := 2db$ $n_2 := 2$ $\phi_2 := 20mm$

$A_s := n_1\cdot\dfrac{(\phi_1)^2\cdot\pi}{4} + n_2\cdot\dfrac{(\phi_2)^2\cdot\pi}{4}$ $A_s = 854.513\,mm^2$ $A_p := 0mm^2$

$c := 30mm$ $\phi_k := 10mm$ $d = 360\,mm$

$x_{II} = 159.246\,mm$ $I_{II} = 9.539\times10^8\,mm^4$ $\sigma_s = 388.896\,\dfrac{N}{mm^2}$ $h_{cef} = 80.3\,mm$

$A_{ceff} = 2.006\times10^4\,mm^2$ $\rho_{peff} = 0.043$ $k_t := 0.4$

$\Delta\varepsilon = 1.757\times10^{-3}$ $t_h = 180\,mm$

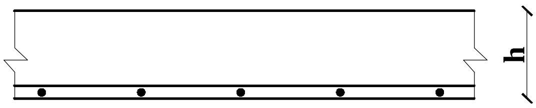
$t := \dfrac{b - 2\cdot(c + \phi_k) - 2\cdot\dfrac{\phi_1}{2}}{n_1 + n_2 - 1}$ $t = 52.667\,mm$ $t < t_h$ $\phi_{eq} = 17\,mm$

$k_1 := 0.8$ $k_2 := 0.5$

$s_{rmax} := 3.4\cdot c + 0.425\cdot k_1\cdot k_2\cdot\dfrac{\phi_{eq}}{\rho_{peff}}$ $s_{rmax} = 169.853\,mm$

$w_k := s_{rmax}\cdot(\Delta\varepsilon)$ $w_k = 0.298\,mm$ < 0,3 mm megfelel

9. példa Határozza meg az ábrán látható egyirányban teherviselõ lemez repedéstágasságát!



Kiindulási adatok:

$m_{qp} := 50 \frac{kNm}{m}$ $\quad h := 220mm$

$\phi_1 := 12mm$ $\quad n_1 := 6 \frac{db}{m}$

A betonfedés értéke: $c := 25mm$

$d := h - c - \frac{\phi_1}{2}$ $\quad d = 189\,mm$

$E_s := 200 \frac{kN}{mm^2}$ **S500B** $\quad E_{cm} := 30 \frac{kN}{mm^2}$ **C20/25** $\quad \phi_t := 2$ $\quad E_{c.eff} := \frac{1.05 \cdot E_{cm}}{1 + \phi_t}$

$f_{cteff} := f_{ctm}$ $\quad \alpha_{s.eff} := \frac{E_s}{E_{c.eff}}$ $\quad \alpha_{s.eff} = 19.048$ $\quad f_{ctm} := 2.2 \frac{N}{mm^2}$

A keresztmetszet jellemzõi és a repedéstágasság:

$x \cdot E_{c.eff} \cdot \frac{x}{2} = a_s \cdot E_s \cdot (d - x)$ $\quad x_{II} := \mathrm{Find}(x)$ $\quad x_{II} = 58.158\,mm$

$I_{II} := \frac{x_{II}^3}{3} + a_s \cdot \frac{E_s}{E_{c.eff}} \cdot \left(d - x_{II}\right)^2$ $\quad I_{II} = 2.868 \times 10^8 \frac{1}{m} mm^4$

$\sigma_s := \frac{m_{qp} \cdot \left(d - x_{II}\right) \cdot \alpha_{s.eff}}{I_{II}}$ $\quad \sigma_s = 434.415 \frac{N}{mm^2}$

$h_{cef} = 53.9\,mm$ $\quad A_{ceff} = 5.395 \times 10^4 \frac{1}{m} mm^2$ $\quad \rho_{peff} = 0.013$ $\quad k_t := 0.4$

$\Delta\varepsilon = 1.738 \times 10^{-3}$ $\quad t_h = 155\,mm$ $\quad$ Az acélbetétek távolsága: $t = 166.667\,mm$ $\quad t > t_h$

Az acélbetétek tehát egymástól távol helyezkednek el.

$s_{rmax.} = 0.21\,m$ $\quad w_k = 0.366\,mm$ > 0,3 mm

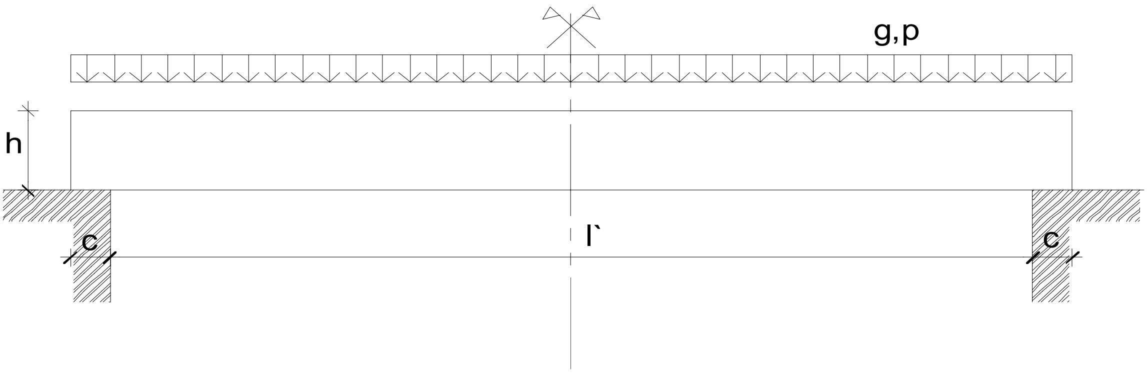
nem felel meg

Gyakorlati segédlet az 1. tervezési feladathoz

Kéttámaszú gerenda tervezése

Készítette: Friedman Noémi és Dr. Kiss Rita

Feladat:



Készítse el a fenti ábrán vázolt négyszög keresztmetszetû, kéttámaszú vasbeton gernda vasalási tervét! A gerenda fõbb méreteit, anyagát és terheit az alábbiakban adjuk meg:

Anyagok:		Geometria:	
Beton:	C25/30	A gerenda szabad nyílása (l'):	7,00 m
Betonacél	B400A (B.60.40)	Feltámaszkodási hossz (a):	30 cm

Terhek:

Állandó teher* (g):	30 kN/m	Az állandó teher biztonsági tényezõi	$\gamma_{g.sup}$= 1,35, $\gamma_{g.inf}$= 0,9
Hasznos teher (p):	40 kN/m	A hasznos teher biztonsági tényezõje	γ_p= 1,5

* *Az állandó teher tartalmazza a gerenda önsúlyát is*

Bevezetés

Ez a gyakorlati útmutató az Építőmérnöki Kar BSC képzésén induló Vasbetonszerkezetek című tárgy első tervezési feladatához nyújt segítséget.
Az itt található számítások egy konkrét feladat megoldására mutatnak példát több változat vázlatos kidolgozásával, a tervezés menetét kiegészítő magyarázatokkal és gyakorlatias tanácsokkal ellátva a hallgatókat.

Mûszaki leírás

Feladatunk egy mindkét végén **30cm hosszon feltámaszkodó, 7,00m szabad nyílású** vasbeton gerenda vasalási tervének előállítása volt. A gerenda **C25/30** szilárdsági osztályú betonból és **B400A** (B.60.40) betonacélból kerül kivitelezésre.
A gerenda méretezéséhez **g = 30kN/m** állandó terhet (amely már a gerenda önsúlyát is tartalmazza), valamint **p= 40 kN/m** hasznos terhet feltételeztünk.
Mivel a gerenda a feltámaszkodásoknál szabadon el tud fordulni, statikai váza egy **statikailag határozott kéttámaszú tartó**.
A számításokat az **MSZ EN 1991-1-1** és az **MSZ EN 1992-1-1** alapján végeztük.

A gerenda keresztmetszeti jellemzőit minden kötöttség nélkül szabadon felvehettük. Nyomatéki méretezéssel **650 mm magasságú, 400 mm szélességű keresztmetszet**et határoztunk meg (*4.1.* fejezet).

A vasbeton gerenda mezőközépi hosszvasalása **13 db** két sorban elhelyezett (alsó sorban 9 db, felső sorban 4 db) **ϕ20mm** acélbetét (4*.2. fejezet*), amelyek elhagyására 4 különböző megoldást vázoltunk (5*. fejezet*). A vaselhagyás minden változatában 5 acélbetétet vittünk végig a tartó teljes hosszán, ebből 4-et a tartóvégen kampóztunk is. A különböző vaselhagyási változatok az alábbiakban különböztek:
a.) Nem alkalmaztunk felhajlított vasat (*5.4.1. fejezet*);
b.) Két, azonos keresztmetszetben felhajlított vasat alkalmaztunk (*5.4.2. fejezet*);
c1.) Három (a támaszhoz közelebb kettő, egy másik keresztmetszetben egy) felhajlított acélbetétet alkalmaztunk (*5.4.2. fejezet*);
c2.) Két különböző keresztmetszetben, két-két (összesen négy) felhajlított vasat alkalmaztunk (*5.4.2. fejezet*).

A „b” változatban a felhajlított vas felső hajlítási pontját (a szerkesztési szabálynak megfelelően) az elméleti támaszvonalhoz illesztettük. A „c1” és „c2” változatoknál a felhajlított acélbetétek helyét a vonatkozó szerkesztési szabályok, valamint az ideális nyomatéki burkolóábrára való törekvés határozták meg. Minden változatban ügyeltünk a vasalás szimmetriájának megtartására.

A felhajlított vasak lehorgonyzásának biztosításával jelen feladatban nem foglalkoztunk (probléma vázlatos körvonalazása az *5.4.3.2. fejezet*ben).

Minden változathoz nyírási vasalási vázlat készült. Minden esetben **ϕ10mm**-es kengyelezést terveztünk. A különböző változatokat az alábbiakban értékeljük.
a.) Felhajlított vas nélküli megoldás (összefoglaló ábra és táblázat az a.6.4.2. fejezet végén)
A kengyelkiosztás három különböző szakaszra osztja a fél tartórészt. A támasznál a maximális (redukált) nyíróerő, a mezőközépi szakaszon a szerkesztési szabályok határozták meg a kengyelkiosztást (**s=80mm** illetve **s=380mm**). A közbenső szakaszhoz egy tetszőleges közbenső kengyelkiosztást (**s=120mm**) választottunk.
b.) Két felhajlított vasas megoldás (összefoglaló ábra és táblázat az b.6.4.2. fejezetben)
Ennek a változatnak a nyírási vasalása csak annyiban különbözik az „a” változattól, hogy a támasznál lévő felhajlított vasak hatástávolságán belül elegendő a fele akkora (**s=160mm**) kengyelkiosztás.
c.) Három felhajlított vasas megoldás (összefoglaló ábra és táblázat az c.6.4.2. fejezetben)
A „c1”-es változat támasz felőli szakaszán a kengyelkiosztást (**s=180mm**) nem a teherbírási követelmények, hanem a szerkesztési szabályok határozták meg (miszerint a mértékadó nyíróerő legalább felét kengyelezéssel kell felvenni). Ez a szakasz túlvasaltságát eredményezte. A mezőközéphez közelebbi felhajlítás hatástávolságán belüli **s=140mm** kengyelkiosztást a teherbírási követelmények szabták meg, mivel itt csak egy vasat hajlítottunk fel. A tartófél még egy **s=100mm** és egy **s=380mm** kengyeltávolsággal bíró szakaszból áll.
Négy felhajlított vasas megoldás (összefoglaló ábra és táblázat az c.6.4.3. fejezet után)
A „c2” változat annyiban különbözik a „c1”-től, hogy mivel mindkét keresztmetszetben két acélbetétet hajlítunk fel, mindkét hatástávolságon belül elegendő az **s=180mm** kengyelkiosztást alkalmazni Itt mindkét szakaszon a szerkesztési szabályok határozzák meg a kengyelkiosztást, így itt mindkét szakasz jelentős nyírási tartalékkal bír.

A gerenda **lehajlása** kvázi statikus teherkombinációra **18,7mm**, repedéstágassága **0,08mm** (*7.1.2.és 7.2. fejezetek*). Mivel a lehajlás értéke meghaladja az l/500-as lehajlási korlátot, így a gerendát célszerű 10mm-rel túlemelni. Ezzel a továbbiakban tervi szinten nem foglalkoztunk.

A négy változat közül csak az „a” és „c1”-es változatokhoz készítettünk részletes zsaluzási és vasalási tervet.

0. Alkalmazott szabványok

MSZ EN 1991-1-1 A tartószerkezeteket érõ hatások. Általános hatások. Sûrûség, önsúly és az épületek hasznos terhei
MSZ EN 1992-1-1 Betonszerkezetek tervezése. Általános és az épületekre vonatkozó szabályok

1. Kiindulási adatok

1.1. Anyagjellemzõk

Beton **C25/30**

$f_{ck} := 25 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\quad \gamma_c := 1.5$ $\quad f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $\quad f_{cd} = 16.7\frac{N}{mm^2}$ $\quad \alpha := 1$ $\quad \varepsilon_{cu} := -0.35\%$

$E_{cm} := 30.5 \cdot \frac{kN}{mm^2}$ $\quad f_{ctm} := 2.56\frac{N}{mm^2}$ $\quad \phi_t := 2$ $\quad E_{c.eff} := \frac{1.05 \cdot E_{cm}}{1 + \phi_t}$ $\quad f_{ct.eff} := f_{ctm}$

Betonacél B400A(**B.60.40**)*

$f_{yk} := 400 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\quad \gamma_s := 1.15$ $\quad f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ $\quad f_{yd} = 348\frac{N}{mm^2}$ $\quad f'_{yd} := f_{yd}$

*B60.40 szilárdsági jellemzõjû betonacélt a gyakorlatban ritkán alkalmaznak. Gyakoribb szilárdsági osztály a B60.50-es (S500B)

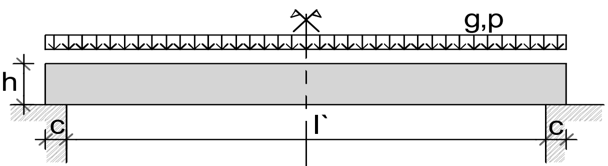
$\varepsilon_{su} := 2.5\%$ $\quad E_s := 200 \cdot \frac{kN}{mm^2}$

$$\xi_{c0} := \frac{560 \cdot \frac{N}{mm^2}}{f_{yd} + 700 \cdot \frac{N}{mm^2}} \quad \xi_{c0} = 0.53 \qquad \xi'_{c0} := \frac{560 \cdot \frac{N}{mm^2}}{700 \cdot \frac{N}{mm^2} - f_{yd}} \quad \xi'_{c0} = 1.59$$

1.2. Geometria

Szabad fesztávolság: $l' := 7.0m$

Feltámaszkodási hossz: $c := 30cm$



1.1. ábra: Geometriai kiindulási adatok

<u>A gerenda keresztmetszeti jellemzõi:</u>

Tekintettel arra, hogy szabad tervezés a feladatunk, azaz a keresztmetszeti méretek nem adottak, ezek a geometriai méretek még nem ismertek.
Mivel az ismeretlenek száma több a rendelkezésünkre álló egyenletetek számánál, így a keresztmetszet hasznos magasságának (d), valamint a tartó szélességének (b) arányát önkényesen felvesszük egy esztétikailag ideális értékre.
Ezt az értéket a továbbiakban kiindulási adatként kezeljük.

A keresztmetszet hasznos magasságának (d) és szélességének (b) aránya: $\eta := \frac{d}{b}$ $\quad \eta := 1.5$

Kedvezõtlen vaselmozdulás: $\delta := 10mm$

Betonfedés: $bf := 20mm$

A keresztmetszeti méretek meghatározásánál a számításhoz elõre felvett vasátmérõk:

Kengyel: $\phi_k := 10mm$ $\qquad$ Hosszvas: $\phi_l := 20mm$

1.2. Terhek, teherkombinációk

Állandó teher: $g := 30\frac{kN}{m}$ $\quad \gamma_{g.sup} := 1.35$ $\quad \gamma_{g.inf} := 0.9$

Hasznos teher: $p := 40\frac{kN}{m}$ $\quad \gamma_p := 1.5$ $\quad \psi_2 := 0.6$

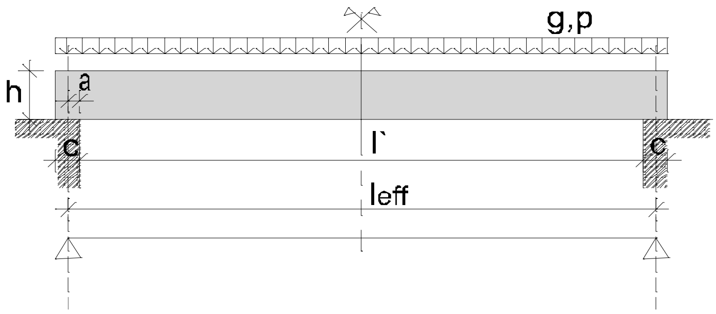
Teherbírási határállapot vizsgálatához a legnagyobb teher (alapkombináció esetén): $q := g \cdot \gamma_{g.sup} + p \cdot \gamma_p$ $\quad q = 100.5\frac{kN}{m}$

A kvázi statikus teherkombináció esetén: $p_{qp} := g + \psi_2 \cdot p$ $\quad p_{qp} = 54\frac{kN}{m}$

2. Statikai váz meghatározása

Tekintettel arra, hogy a gerendavég a feltámaszkodásnál szabadon el tud fordulni, a statikai vázunk egy kéttámaszú, statikailag határozott tartó.

Az elméleti támaszvonal távolsága a feltámaszkodási ponttól* (2.1. ábra): $a := \frac{1}{2}c \quad a = 15\,\mathrm{cm}$



Az MSZ EN által előírt érték: a = min(1/2c;1/2h). Mivel h még nem ismert, így kiindulásként 1/2 c értékkel számolunk. Erre a pontra a késõbbiekben (a 4.1. fejezetben) még visszatérünk.

2.1. ábra: Statikai váz

Az elméleti támaszköz: $l_{eff} := l' + 2a \quad l_{eff} = 7.3\,\mathrm{m}$

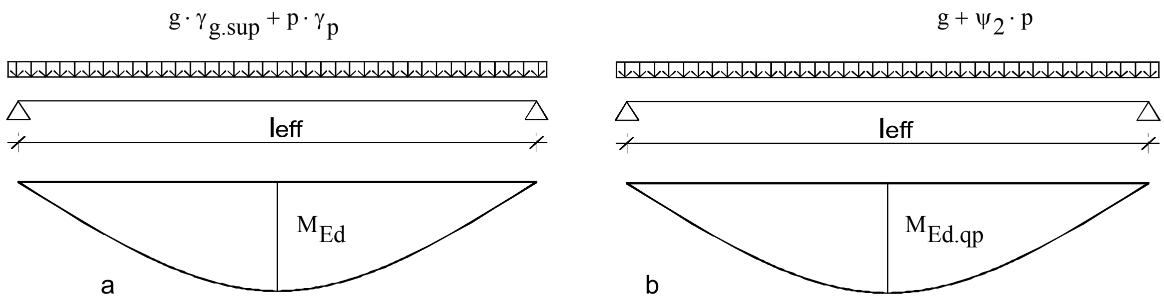
3. Mértékadó igénybevételek meghatározása

3.1. Mértékadó nyomaték meghatározása

<u>A maximális nyomaték mezõközépen:</u>

Teherbírási határállapotban: (alapkombinációból) $M_{Ed} := \frac{q \cdot l_{eff}^2}{8} \quad \boxed{M_{Ed} = 669.5\,\mathrm{kNm}}$

Kvázi statikus teher hatására: $M_{Ed.qp} := \frac{p_{qp} \cdot l_{eff}^2}{8} \quad \boxed{M_{Ed.qp} = 359.7\,\mathrm{kNm}}$



3.1. ábra: Mértékadó nyomatékok
(a: teherbírási határállapot vizsgálatához; b: használati határállapot vizsgálatához)

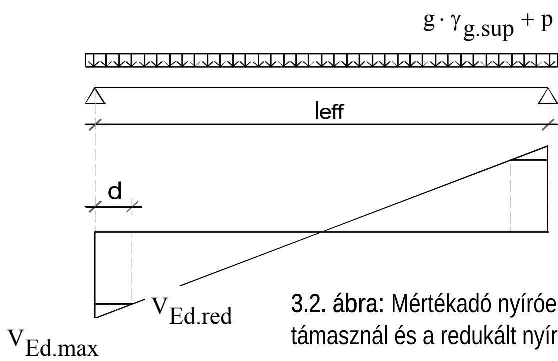
3.2. Mértékadó nyíróerõk meghatározása

A mértékadó nyíróerõ a támasznál:
(q, teljes hosszon megoszló teherbõl)

$V_{Ed.max} := \frac{q \cdot l_{eff}}{2} \quad \boxed{V_{Ed.max} = 366.8\,\mathrm{kN}}$

A redukált nyíróerõ: $V_{Ed.red} := V_{Ed.max} - q \cdot d$

(a redukált nyíróerõ ($V_{Ed.red}$) számítására csak a 6.1. pontban kerül sor, mivel itt még nem ismerjük "d" értékét)

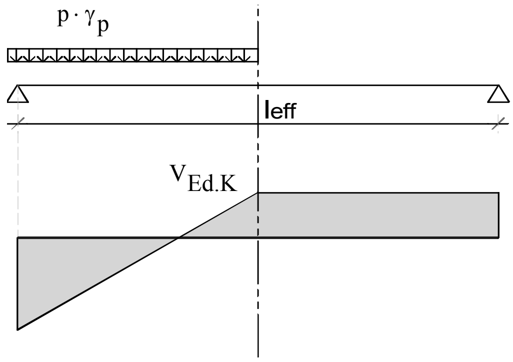


3.2. ábra: Mértékadó nyíróerõ a támasznál és a redukált nyíróerõ

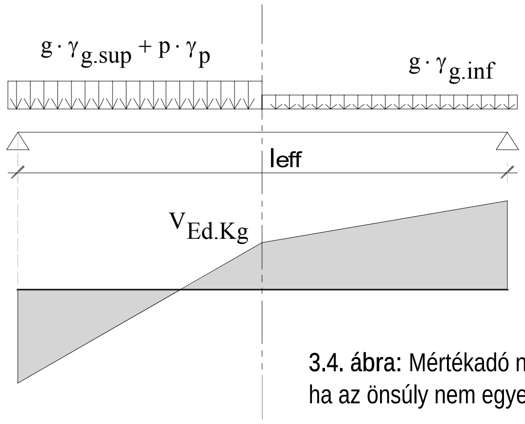
A középsõ keresztmetszetben akkor kapunk maximális nyíróerõt, ha csak a tartó felét terheljük le. Feltéve, hogy az önsúly egyenletesen oszlik meg, a nyíróerõ a tartó közepén csak a hasznos teherbõl keletkezik(3.3. ábra):

$$V_{Ed.K} := \frac{p \cdot \gamma_p \cdot l_{eff}}{8} \qquad \boxed{V_{Ed.K} = 54.8\,\text{kN}}$$

Ha nem feltételezzük, hogy az önsúlyteher egyenletesen oszlik meg, a mértékadó leterhelést a 3.4. ábra mutatja:



3.3. ábra: Mértékadó nyíróerõ mezõközépen egyenletes önsúlyt feltételezve



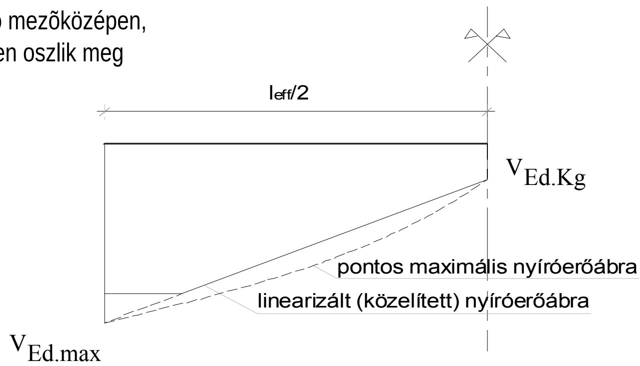
3.4. ábra: Mértékadó nyíróerõ mezõközépen, ha az önsúly nem egyenletesen oszlik meg

Ekkor a mértékadó nyíróerõ mezõközépen:

$$V_{Ed.Kg} := \frac{\left[p \cdot \gamma_p + \left(\gamma_{g.sup} - \gamma_{g.inf}\right) \cdot g\right] \cdot l_{eff}}{8}$$

$$\boxed{V_{Ed.Kg} = 67.1\,\text{kN}}$$ *(A továbbiakban ezzel az értékkel fogunk számolni)*

A két számított pont között a nyíróerõábra másodfokú parabola. Most azonban közelítésként a mértékadó nyíróerõ-ábrát lineárisnak vesszük fel (3.5. ábra).



3.5. ábra: Mértékadó nvíróerõábra közelítése

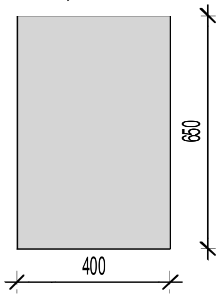
4. Nyomatéki tervezés

4.1. Szabad tervezés; a beton keresztmetszeti méreteinek felvétele

A relatív nyomott betonzóna magasságának egy választott, ideális értéke: $\xi_c := 0.4$

A nyomatéki egyenletet "d"-re kifejtve:

$$d := \sqrt[3]{\frac{\eta \cdot M_{Ed}}{\alpha \cdot f_{cd} \cdot \xi_c \cdot \left(1 - \frac{\xi_c}{2}\right)}} \qquad d = 573\ \mathrm{mm}$$



*A tartómagasságot és a tartószélességet 5 cm-re kereken kell felvenni!

4.1. ábra: Keresztmetszeti méretek

$$h := d + \frac{\phi_l}{2} + \phi_k + bf + \delta \qquad h = 623\ \mathrm{mm} \Rightarrow \boxed{h := 650\mathrm{mm}}^{*} \Rightarrow$$

Mivel 1/2h = 325mm > 1/2c így a 2. pontban számított "a" értékünk helyes volt.

$$\frac{d}{\eta} = 382\ \mathrm{mm} \Rightarrow \boxed{b := 400\mathrm{mm}}^{*}$$

A szükséges vasmennyiséget az itt már felvett keresztmetszeti méretekbõl, kötött tervezésként számoljuk.

4.2. Kötött tervezés; a gerenda hosszvasalásának (A_{sl}) meghatározása

A hatékony magasság: $d := h - \left(\frac{\phi_l}{2} + \phi_k + bf + \delta\right)$ $\quad d = 600\ \mathrm{mm}$

A nyomatéki egyenletbõl x_c meghatározása: $M_{Ed} = b \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot x_c \cdot \left(d - \frac{x_c}{2}\right)$ $\quad x_c := \mathrm{Find}(x_c)$

$$\boxed{x_c = 201.0\ \mathrm{mm}} \qquad \frac{x_c}{d} = 0.335 < \xi_{c0} = 0.534 \Rightarrow$$ az acélbetétek folynak

A vetületi egyenletet A_s -re kifejtve:

$$A_{s.min} := \frac{b \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot x_c}{f_{yd}} \qquad \boxed{A_{s.min} = 3853\ \mathrm{mm}^2} \qquad n_{min} := \frac{A_{s.min}}{\left(\frac{\phi_l^2 \cdot \pi}{4}\right)} \qquad n_{min} = 12.3 \Rightarrow$$ legyen: $\boxed{n := 13\mathrm{db}}^{*}$

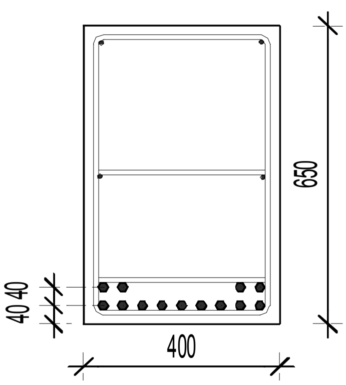
*A túl nagy repedéstágasság elkerülése érdekében inkább több, kisebb átmérõjû acélbetétet alkalmazzunk!
A betonacélok elhelyezésével kapcsolatos szerkesztési szabályok és hasznos adatok a mellékletben találhatók.

$$A_{sl} := \left(\frac{\phi_l^2 \cdot \pi}{4}\right) \cdot n \qquad A_{sl} = 4084.1\ \mathrm{mm}^2$$

$$n \cdot \phi_l + (n-1) \cdot \phi_l + 2 \cdot \phi_k + 2 \cdot bf = 560\ \mathrm{mm} > b = 400\ \mathrm{mm} \Rightarrow$$ az acélbetétek nem férnek el egy sorban

Az egy sorban elhelyezhetõ acélbetétek száma:

$$\left[\frac{b - (2bf + 2\phi_k)}{\phi_l} + 1\right] \cdot \frac{1}{2} = 9 \Rightarrow$$ 13 - 9 = 4 db acélbetétet egy második, felsõ sorban helyezzünk el (4.2. ábra)**



4.2. ábra: Keresztmetszeti kialakítás mezõközépen

4.3. Ellenõrzés

* *Külön sorban egyetlen acélbetétet nem lehet elhelyezni a kivitelezhetõség miatt

4.3.1. Nyomatéki ellenõrzés

Az alkalmazott hatásos magasság:

$$d := h - \left(bf + \phi_k + \frac{\phi_l}{2} + \frac{4}{13} \cdot 40\mathrm{mm} + \delta\right) \qquad d = 587.7\ \mathrm{mm}$$

$x_c := \frac{A_{sl} \cdot f_{yd}}{b \cdot \alpha \cdot f_{cd}}$ $x_c = 213.1\,mm$ $\frac{x_c}{d} = 0.363$ < $\xi_{c0} = 0.534$ ⟹ az acélbetétek folynak

Az acélbetétek fajlagos megnyúlása:

$\varepsilon_s := -\varepsilon_{cu} \cdot \frac{d - 1.25 \cdot x_c}{1.25 \cdot x_c}$ $\varepsilon_s = 0.422\,\%$ < $\varepsilon_{su} = 2.5\,\%$ ⟹ az acélbetétek nem szakadnak el

$M_{Rd} := b \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot x_c \cdot \left(d - \frac{x_c}{2}\right)$ $\boxed{M_{Rd} = 683.5\,kNm}$ > $M_{Ed} = 669.5\,kNm$ ⟹ **megfelel**

4.3.2. A szerkesztési szabályok ellenõrzése

$A_{sl.min_0} := \frac{0.6 \cdot \frac{N}{mm^2}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d$ $A_{sl.min_0} = 353\,mm^2$ $A_{sl.min_1} := 0.0015 \cdot b \cdot d$ $A_{sl.min_1} = 353\,mm^2$

Így a minimális vasmennyiség: $A_{sl.min} := \min(A_{sl.min})$ $A_{sl.min} = 353\,mm^2$

Maximális vasmennyiség: $A_{s.max} := 0.04 \cdot b \cdot d$ $A_{s.max} = 9403\,mm^2$

$A_{s.min} = 3853\,mm^2$ < $A_{sl} = 4084\,mm^2$ < $A_{s.max} = 9403\,mm^2$ ⟹ az alkalmazott vasmennyiség a szerkesztési szabályoknak **megfelel**

5 A határnyomatéki ábra elõállítása, vaselhagyás tervezése

A 13 hosszvasnak legalább a negyedét, azaz legalább 4 vasat végig kell vezetni. Mi ezt a 4 acélbetétet fogjuk végigvezetni a tartón.
A nyírási vasalás tervezésének könnyebb megértése érdekében a továbbiakban három különbözõ vasalási lehetõségre mutatunk példát:
-a: Nem alkalmazunk felhajlított acélbetétet;
-b: Két, azonos keresztmetszetben felhajlított acélbetétet alkalmazunk;
-c: Több, két helyen felhajlított acélbetétet alkalmazunk.

A vaselhagyás tervezéséhez az alábbi lépéseknek megfelelõen javasolt haladni:

1.) A tartó és az eltolt nyomatéki ábra felszerkesztése (kézi rajz esetén célszerûen egy A3-as miliméterpapírra, egymás alá, olyan méretarányban, hogy a nyíróerõábra is ráférjen késõbb a lapra);

2.) A mezõközépi (esetünkben 13ϕ20-nak megfelelõ) M_{Rd} érték felszerkesztése

3.) Az 5.3. pontban számított nyomatéki értékek felszerkesztése, közelítõ módszer esetén a nyomatékok közvetlen kiszerkesztése (bõvebben az 5.3. pontban)

4.) A határnyomatéki ábra ugráspontjainak - vagyis a vaselhagyások és felhajlítások helyeinek - meghatározása.

4.a.) Nyomatéki ábra "burkolása", azaz az ugráspontok felrajzolása a metszéspontokba, és ezzel a vaselhagyások helyének meghatározása

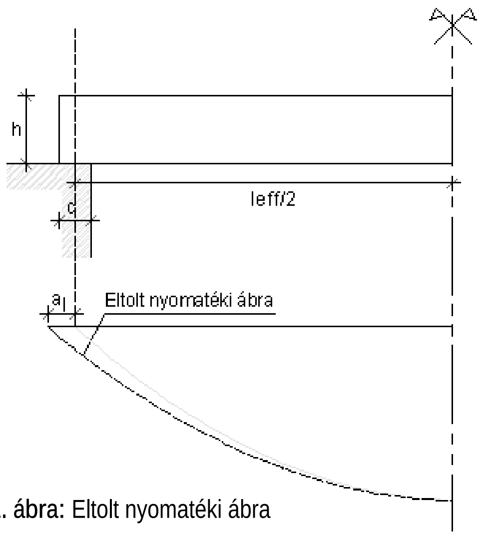
4.b.) Felhajlított vas esetén a megfelelõ támaszközeli ugráspont(ok) esetleges módosítása a felhajlított vas(ak) ideális elhelyezéséhez.

4.c.) A tartóvég kialakításának megtervezése, valamint, amennyiben szükséges, hajtûvasak számának és hosszának meghatározása.

5.1. A mértékadó nyomatéki ábra

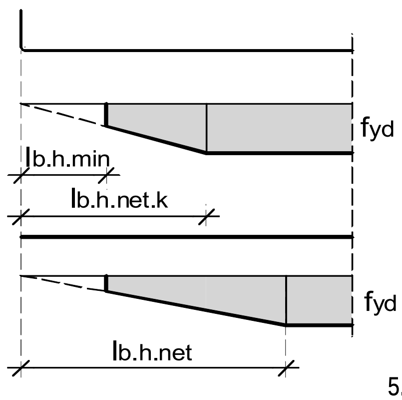
A nyomatéki ábra eltolása: $a_l = \frac{1}{2} \cdot z$ *(45°-os repedést feltételezve, 90°-os kengyelvasalással)*

ahol : $z := 0.9 \cdot d$ $a_l := \frac{1}{2} \cdot z$ $a_l = 264.5\ \mathrm{mm}$



5.1. ábra: Eltolt nyomatéki ábra

5.2. A lehorgonyzási hosszak meghatározása és a felfekvési hossz ellenõrzése



5.2. ábra: Lehorgonyzási hosszak értelmezése

A húzott vas (ϕ20) lehorgonyzási hosszának meghatározása

$f_{bd} := 2.8 \frac{N}{mm^2}$: bordás acélbetét, C25/30-as beton szilárdság) *A teljes lehorgonyzási hossz:* $l_{b.h} := \frac{\phi_l \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}}$ $\boxed{l_{b.h} = 621.1\ \mathrm{mm}}$

A nettó lehorgonyzási hossz (5.2. ábra):

-egyenes végû acélbetét esetén: $\alpha_a := 1$ $l_{b.h.net} := \alpha_a \cdot l_{b.h}$ $\boxed{l_{b.h.net} = 621.1\ \mathrm{mm}}$

-kampózott végû acélbetét esetén: $\alpha_{a.k} := 0.7$ $l_{b.h.net.k} := \alpha_{a.k} \cdot l_{b.h}$ $\boxed{l_{b.h.net.k} = 434.8\ \mathrm{mm}}$

A minimális lehorgonyzási hossz: $l_{b.h.min} := \max\left(0.3 \cdot l_{b.h}, 10 \cdot \phi_l\right)$ $\boxed{l_{b.h.min} = 200\ \mathrm{mm}}$

5.3. A határnyomatéki ábra értékeinek meghatározása

A következõ nyomatéki értékek számítását gépi számítással a 4.3.1.pontnak megfelelõen gyorsan elvégezhetjük. A számítás eredményeit az 5.1.táblázatban foglaltuk össze.

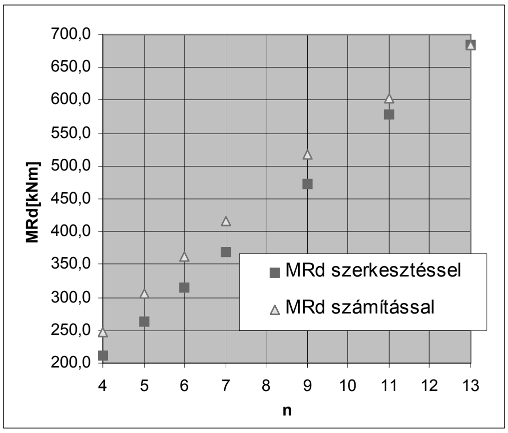
Amennyiben kézzel dolgozunk a számítás igen hosszadalmas lehet, így érdemesebb közelítésként lineáris interpolációval kiszerkeszteni a nyomatéki értékeket.

Ezt a gyakorlatban úgy végezzük, hogy a határnyomatéki ábra szerkesztésekor a mezõközépi M_{Rd} *értéket egyszerûen felosztjuk annyi részre, ahány hosszvasat alkalmaztunk (jelen esetben 13), így egy osztás egy vaselhagyásnak fog megfelelni. Ezek persze csak közelítõ helyei lesznek a pontos nyomatéki értékeknek, valójában a vaselhagyásokkal a hatásos magasság (d) folyamatosan változik, így a nyomatékok nem lineárisan fognak csökkenni. Ha célszerûen a fölsö sor hosszacélait kezdjük elhagyni (ezzel a hosszacélok súlypontját egyre lejjebb helyezve, azaz a hatásos magasságot egyre növelve),ezzel a módszerrel a biztonság javára közelítünk (5.3 ábra).*

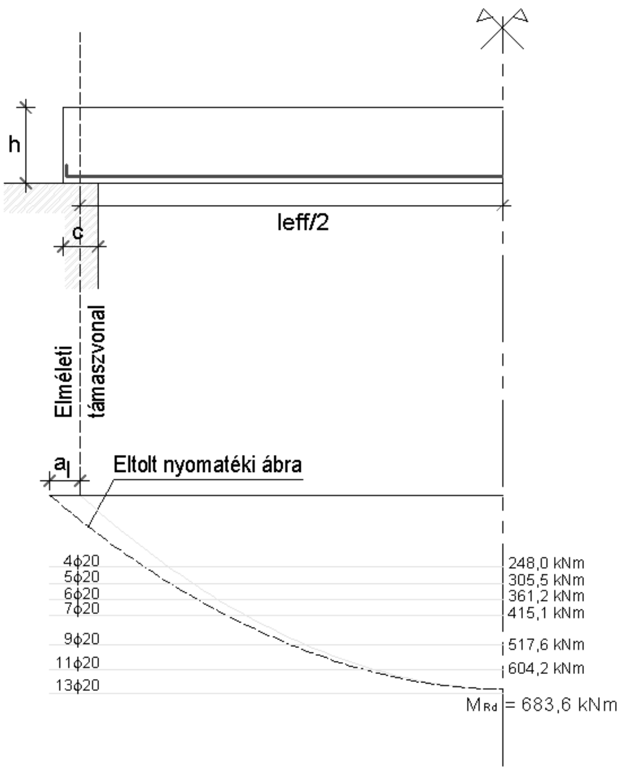
n [db]	$n_{alsó}$ [db]	$n_{felső}$ [db]	A_{sl}	d [mm]	x_c [mm]	x_c/d	folyik?	ε_s	M_{Rd} [kNm]
13	9	4	4085	587,7	213,1	0,363	folyik	0,42%	**683,6**
11	9	2	3456	592,7	180,3	0,304	folyik	0,57%	**604,2**
9	9	0	2828	600,0	147,5	0,246	folyik	0,79%	**517,6**
7	7	0	2199	600,0	114,7	0,191	folyik	1,11%	**415,1**
6	6	0	1885	600,0	98,3	0,164	folyik	1,36%	**361,2**
5	5	0	1571	600,0	81,9	0,137	folyik	1,70%	**305,5**
4	4	0	1257	600,0	65,6	0,109	folyik	2,21%	**248,0**

5.1. táblázat: Határnyomatéki ábra értékeinek meghatározása

Megjegyzés: a táblázatban azokhoz az "n" értékekhez tartozó határnyomatékokat számoltuk ki, amelyekre a késõbbiekben (lásd késõbb az 5.4.1. és 5.4.2. pontokat) szükség lesz. Például, ha nem alkalmazunk vasfelhajtást, az acélbetéteket kettesével, majd a végén egy darab acélbetétet elhagyva, az n = 13,11,9,7,5,4 értékekhez tartozó nyomatéki értékekre van szükségünk.



5.3. ábra: Közelítõ módszer pontatlansága



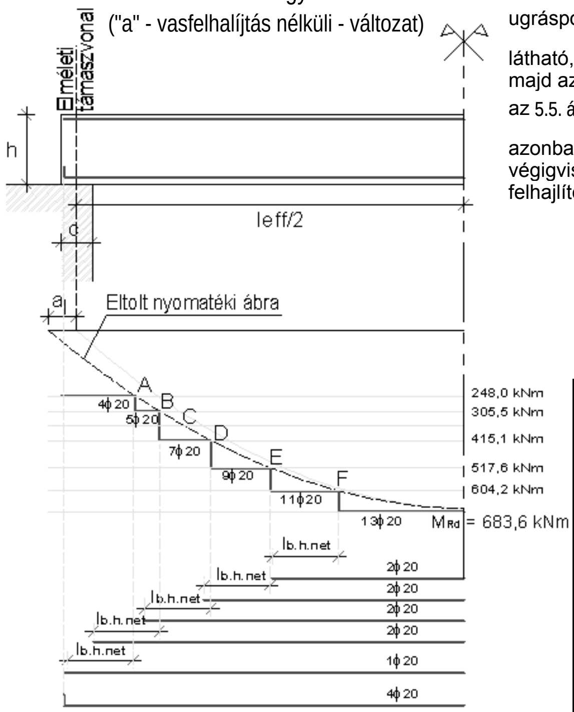
5.4. ábra: A mértékadó nyomatéki ábra és az egyes határnyomatékok ábrázolása

5.4. A vaselhagyás tervezése, határnyomatéki ábra

5.4.1. Vaselhagyás tervezése ("a" - felhajlított acélbetét nélküli - változat)

A hosszvasakat úgy hagyjuk el, hogy a határnyomatéki ábra kivülrõl "burkolja" az eltolt nyomatéki ábrát (5.5. ábra).

5.5. ábra: Vaselhagyás tervezése ("a" - vasfelhalíjtás nélküli - változat)



Az acélbetétek szükséges hosszát úgy állapítjuk meg, hogy az a megfelelõ ugrásponttól legalább $l_{b.h.net}$ értékkel túlnyúljon* (5.5. ábra). Az ábrán látható, hogy az acélbetéteket mezõközéptõl haladva kettesével hagyjuk el, majd az utolsó elhagyandó acélbetétet végigvisszük, mivel ezt az acélbetétet az 5.5. ábrán "A"-val jelölt ponttól számított $l_{b.h.net}$ hosszig kell elvinni, ez azonban már majdnem a tartó végénél van, így ezt az acélbetétet inkább végigvisszük. A megmaradt 4 acélbetétet felkampózzuk, úgy hogy a felhajlított rész mellett is biztosítjuk a betonfedést (esetünkben 20mm).

Ügyeljünk arra, hogy amennyiben az acélbetéteket több sorban helyeztük el, sorelhagyás esetén utoljára a két szélsõ acélbetétet kell elhagyni, amelyeket csak egyszerre hagyhatunk el!

*A határnyomaték meghatározásához csak akkor szabad az acélbetétet teljes értékkel figyelembe venni, ha az acél betét le van horgonyozva, azaz a maximális értékét a fizikai végétõl $l_{b.h.net}$ értékkel. Az $l_{b.h.net}$ érték alatt a benne keletkezõ feszültség és ennek megfelelõen a határnyomatéki ábra lineárisan csökken. Azonban a vasbetét fizikai végétõl $l_{b.h.min}$ távolságra a betonacélt a határnyomaték meghatározásánál nem szabad figyelembe venni. A határnyomatéki ábra ferde szakaszainak szerkesztésének elkerülése miatt nyomatéki ugrópontokat használunk. Ebben az esetben egyes országok nemzeti alkalmazási gyakorlata megengedi az $l_{b.h.net}/2$ lehorgonyzási hossz alkalmazását, a Magyar gyakorlat a biztonság javára történõ közelítés miatt az $l_{b.h.net}$ értéket használja.

5.4.2. A felhajlított vasak helyének (vagy helyeinek) meghatározása - "b" és "c" változatok

A felhajlított vas alsó illetve felsõ párhuzamos tengelyvonalának távolsága:

$$z_s := h - 2 \cdot \left(bf + \phi_k + \frac{\phi_l}{2} \right) \qquad z_s = 570\,\text{mm}$$

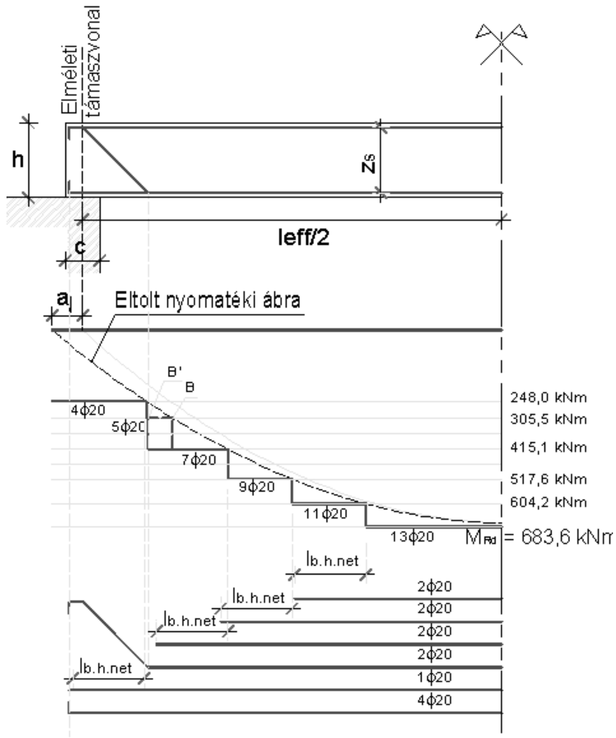
A felhajlított vasak helyét aképpen határozzuk meg, hogy az megfeleljen a vonatkozó szerkesztési szabályoknak, és lehetõleg a határnyomatéki ábra is közel maradjon az eltolt nyomatéki ábrához (és természetesen abba ne messen bele).

A felhajlított vasak helyének meghatározásánál az alábbi szerkesztési szabályokat ajánlott figyelembe venni:

<u>1. eset: csak egy helyen van vasfelhajlítás ("b" változat)</u>

Ebben az esetben nincs választásunk: a felhajlított vas felsõ hajlítási pontját az elméleti támaszvonalhoz kell illesztenünk (5.4.2. ábra), és a hatástávolságot $2z_s$ értékeben kell meghatározni.
Ilyenkor a gerendára felszerkesztjük a felhajlított vas helyét, és a felhajlítási pontot levetítjük a határnyomatéki ábrára (5.5. ábrán B' pont). E ponthoz mezõközép felé a legközelebb álló metszéspontba szerkesztett ugráspontot kell ebbe a levetített pontba (5.4.2. ábrán B pontból B' pontba) áttolni (mivel itt nem elhagyjuk az acélbetétet, hanem felhajlítjuk, így az ugrás a felhajlítási pontba kerül).

Az 5.6. ábráról az is leolvasható, hogy az acélbetéteteket mezõközéptõl haladva kettesével hagyjuk el, kettõt felhajlítunk a B' pontban, 5-öt végigviszünk a tartón, ebbõl 4 acélbetétet fel is kampózunk.



5.6. ábra: Egy keresztmetszetben felhajlított vasak helyének meghatározása, vaselhagyások tervezése ("b" változat)

A hatástávolság meghatározásáról bõvebben a Gerendák Komplex Vizsgálata, Határnyomaték és Határnyíróerõszámítás fejezetben

2. eset: több helyen is van vasfelhajlítás ("c" változatok)

A hatástávolság maximális értéke: $s_{max} := 0.65 \cdot d \cdot (1 + \cot(\alpha))$

(45 fokos vasfelhajlítás esetén: 1,3d)

Ha több helyen alkalmazunk felhajlított vasat nagyobb szabadságunk van a felhajlítás helyeinek meghatározásánál, azonban ezeket egymáshoz valamint a támaszvonalhoz elég közel kell elhelyeznünk ahhoz, hogy a fennt említett szerkesztési szabálynak is megfeleljünk. Mindezt természetesen úgy kell megtennünk, hogy a határnyomatéki ábra minél szorosabban burkolja az eltolt nyomatéki ábrát.

Feladatunkban a maximális hatástávolság:

$d_9 := 600\text{mm}$ $\quad s_{max} := 0.65 \cdot d_9 \cdot (1 + \cot(45\text{fok}))$ $\quad s_{max} = 780\text{ mm}$

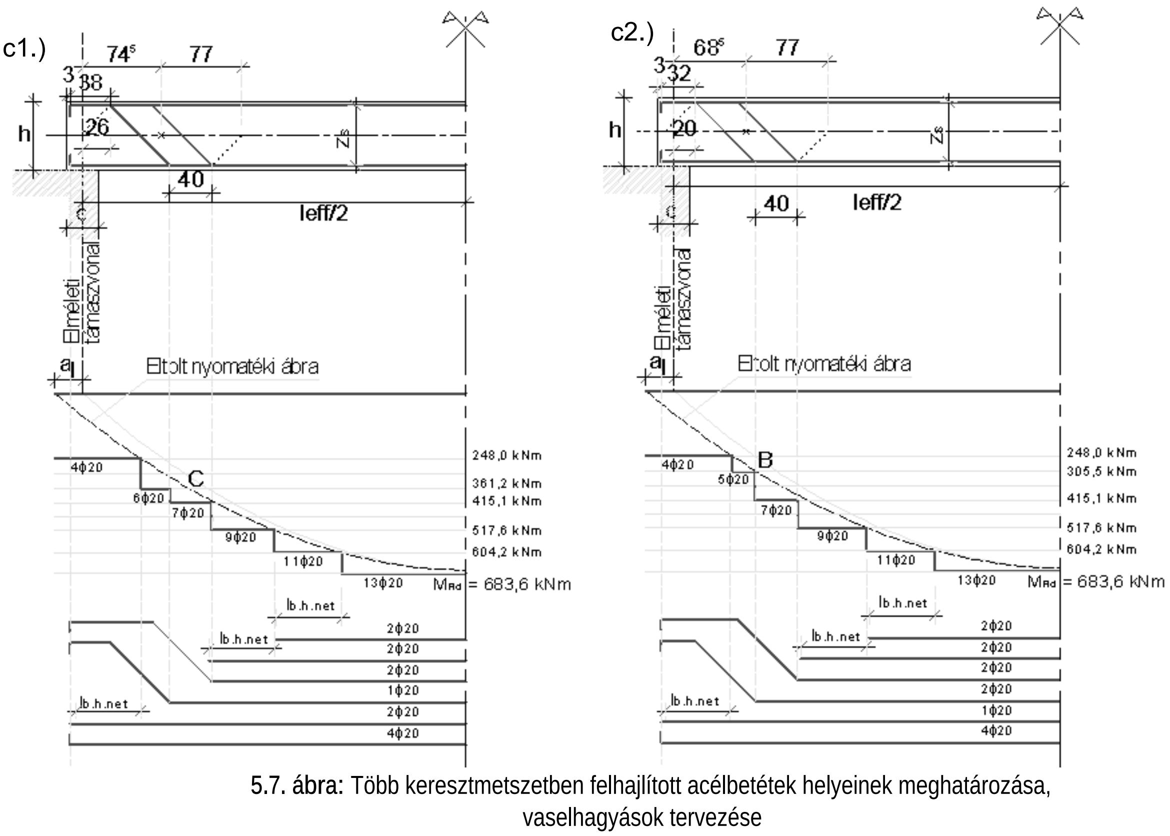
ahol d_9*: a hatásos magasság értéke a felhajlításoknál (5.1. táblázat)*

Elöször is meghatározzuk, milyen messze lehet a két felhajlítás helye, ahhoz, hogy a mezõközéphez közelebbi vas hatástávolsága ne haladja meg a fent számított s_{max} értéket.

A felhajlítások helyének maximális távolsága: $t_{max} := (s_{max} - z_s)2$ $\quad t_{max} = 420\text{ mm}$

Az 5.7. ábrán két megoldást is felvázoltunk: a "c1" változatban a támaszhoz közelebbi helyen egy, a másikon kettõ acélbetétet hajlítottunk fel, a "c2" változatban mindkét keresztmetszetben kettõt . Ez utóbbi változat "szorosabban" követi a mértékadó nyomatéki ábrát, azonban nyírásra lesz túlméretezett (nyírási számítás a c.6.4. alatti pontokban), míg a "c1" változat kicsit távolabb halad az eltolt nyomatéki ábrától, de gazdaságosabb a nyírási teherbírást vizsgálva (részletesebb magyarázat a mûszaki leírásban).

Mindkét változatban a felhajlítások távolságát 40cm-re (< t_{max}*) vettük fel, a támaszhoz közelebbi felhajlítás helyét pedig a "c2" változatban az 5.7. ábrán B-vel jelölt metszésponthoz igazítottuk (úgy, hogy a felsõ hajlítási pont távolsága a kampózástól legalább cm-re kerek legyen - itt 32 cm), a "c1" változatban pedig az 5.7. ábrán C-vel jelölt metszésponthoz igazítottuk, úgy hogy a felsõ pontból húzott 45 fokos egyenes még belemessen az elméleti támaszvonalba.*



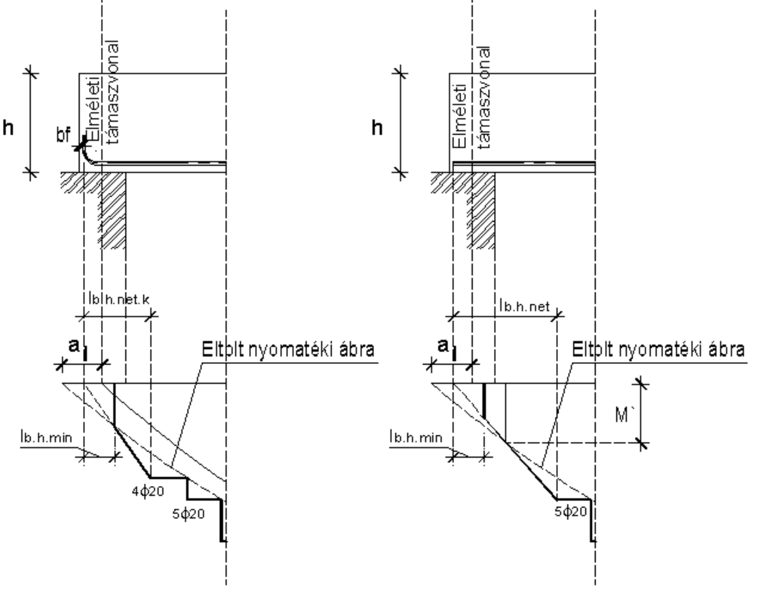
5.7. ábra: Több keresztmetszetben felhajlított acélbetétek helyeinek meghatározása, vaselhagyások tervezése ("c1" és "c2" változat)

5.4.3. A tartóvégi kialakítás megtervezése

5.4.3.1. A tartóvég határnyomatéki ábrájának megszerkesztése, tartóvégi kialakítás megtervezése

A vaselhagyás tervezésénél az eddigiekben nem vettük figyelembe, hogy az acélbetétek a lehorgonyzási hosszon belül is fel tudnak venni (lineárisan csökkenõ) húzófeszültséget (5.2. ábra). Ez az egyszerûsítés (bár tekintélyes mértékben növeli a szükséges acélhosszakat), jelentõsen leegyszerûsíti a szerkesztés menetét. A tartóvég vizsgálatánál azonban kénytelenek vagyunk figyelembe venni ezeket a feszültségeket, ugyanis ezen a részen minden húzott acélbetét lehorgonyzási hosszon belül van.

A határnyomatéki ábra tartóvégi részletét mutatjuk be az 5.8.a. ábrán. Bár az ábra az "a" változat tartóvégi részletét mutatja, a határnyomatéki ábrának ez a része az egyes változatoknál megegyezõ.



*Ha az "a" feltételünk nem teljesül
- növeljük meg a feltámaszkodási hosszt (amennyiben ez lehetséges)

vagy
- alkalmazzunk vízszintes hajtûvasakat

**5.8.b. ábra egy olyan tartóra mutat példát, ahol 5, kampózás nélküli acélbetétet vittünk végig a tartó széléig. E kialakítással a határnyomatéki ábra belemetsz az eltolt nyomatéki ábrába a feltámaszkodási hosszon kívül (vagyis "b" feltétel nem teljesül). A tartóvég helyes kialakítását kampózással, vagy vízszintes hajtûvasakkal oldhatjuk meg.

5.8.a. ábra: Tartóvégi kialakítás 5.8.b. ábra: Tartóvégi kialakítás kampózás nélkül

Az 5.8.a. ábrán a határnyomatéki ábra szépen burkolja az eltolt nyomatéki ábránkat, mivel:

- a.) az $l_{b.h.net.k}$ hossz a feltámaszkodási hosszon belülre esik*, azaz

$$bf + \frac{\phi_1}{2} + l_{b.h.min} = 230\,\mathrm{mm} \quad < \quad c = 300\,\mathrm{mm} \quad \Longrightarrow$$ a feltámaszkodási hossz megfelel!

- b.) A lehorgonyzási szakaszon (a feltámaszkodási hosszon kívül) a határnyomatéki ábra nem metsz bele az eltolt nyomatéki ábrába**.

Elõfordulhat azonban, hogy ez a két feltétel közül valamelyik nem teljesül (erre mutat példát az 5.8.b. ábra). Ilyenkor a gyakorlatban vízszintes hajtûvasakkal szokták a tartóvégi rész megfelelõ teherbírását biztosítani (5.9. ábra). A hajtûvasak méretezésére többféle gyakorlati módszer alakult ki:

I.) a teljes hiányzó nyomatékot (ha az "a" feltétel nem teljesül, az $l_{b.min}$ szakasz támaszon kívüli végén ható nyomatékot, ha a "b" feltétel nem teljesül, a metszési pontban ható nyomatékot - 5.8.b. ábra esetén M'-vel jelölt nyomatékot) hajtûvasakkal vesszük fel***;
II.) a hajtûvasakkal csak a végig vezetett acélbetétek lehorgonyzását biztosítjuk, így azokkal a tartó teljes hosszán számolhatunk (természetesen nem feltétlenül az összes végigvezetett acélbetet kell lehorgonyozni, csak annyit, amennyivel az elõzõekben megmagyarázott M' nyomatékot fel lehet venni).

vízszintes hajtûvasak

5.9. ábra: Vízszintes hajtûvasak 3 dimenziós vázlata

***A szükséges hajtûvasak számát (M' nyomatékra) a 4.2. pontnak megfelelõen gyorsan elvégezhetjük. Az egyszerûbb kivitelezhetõség kedvéért ajánlott kissebb átmérõjû hajtûvasakat alkalmazni. A hajtûvasakat is le kell horgonyozni (az M' nyomatékú keresztmetszettõl mezõközép felé $l_{b.h.net}$ hosszal túl kell nyújtani)

5.4.3.2. Felhajlított acélbetétek kivitelezhetõségének és lehorgonyozhatóságának ellenõrzése

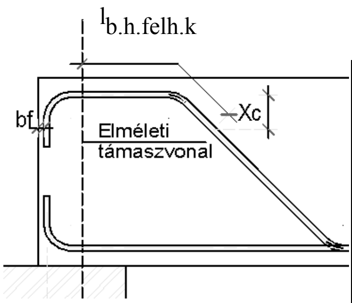
A megfelelõ tartóvégi kialakítás biztosításához azt is ellenõriznünk kell, hogy amennyiben van felhajlított vasunk azt megfelelõen le tudjuk-e horgonyozni, és ha a lehorgonyzáshoz kampózás is szükséges, az a gyakorlatban megvalósítható-e (a szerkesztési szabályok által megkövetelt támaszvonalhoz közeli felhajlított acélbetétek lehorgonyzására egyszerûen kicsi a hely). A tervezési feladat korlátozott terjedelme miatt ennek a pontnak minden részletére nem térünk ki, a felmerülõ problémákat csak körvonalazzuk).

<u>A felhajlított vas lehorgonyzási hosszainak számítása ("b" változat)</u>

A felhajlított vas kihasználtsága: $\dfrac{A_{s.req}}{A_{s.alk}} = \dfrac{V_{Ed.red}}{V_{Rd.AB}} = 0.95$ *(Számítását lásd késõbb, a b.6.4.2. pontban)*

A felhajlított vas minimális lehorgonyzási hossza:

$$l_{bd} := \max\left(\left(\begin{array}{c}\alpha_a \cdot l_{b.h} \cdot \dfrac{A_{s.req}}{A_{s.alk}} \\ l_{b.h.min}\end{array}\right)\right) \qquad l_{bd} = 590\,\text{mm}$$



5.10. ábra: Kampózott, felhajlított acélbetét lehorgonyzási hossza

*Mivel a támaszvonalnál a mértékadó nyomaték zérus, így a nyomott betonzóna magassága is zérus. Ha a kampózott vas felsõ hajlítási pontját nem kell a támaszvonalhoz illesztenünk,, akkor ebben a pontban a mértékadó nyomaték sem zérus, így ebbõl számítható x_c nem zérus értéke.

ahol $\alpha_a \cdot l_{b.h} \cdot \dfrac{A_{s.req}}{A_{s.alk}} = 590\,\text{mm}$

$$\left.\begin{array}{l}\alpha_a \cdot l_{b.h} = 621\,\text{mm} \\ l_{b.h.min} = 200\,\text{mm}\end{array}\right\}$$ (számtásuk az 5.2. pontban)

Egyenes végû felhajlított acélbetétnél: (a felsõ hajlítási ponttól, nyomott övben) $l_{b.h.felh} := 0.7 \cdot l_{bd}$ $\quad l_{b.h.felh} = 413\,\text{mm}$ $\quad \dfrac{(l' + 2c) - l_{eff}}{2} = 150\,\text{mn}$

⟹ az acélbetétet kampózni kell

Kampózott végû felhajlított acélbetétnél: (a nyomott zóna szélétõl) $l_{b.h.felh.k} := l_{b.h.net}$ $\quad l_{b.h.felh.k} = 621\,\text{mm}$

A nyomott betonzóna magassága a támasznál: $x_{c0} := 0\text{mm}^{*}$ ⟹ a lehorgonyzást hajtûvasakkal lehet csak megoldani**

**A felhajlított vas e módon történõ lehorgonyzásának részleteire e tervezési feladat korlátozott terjedelme miatt nem térünk ki.

<u>Ellenõrzés, hogy van-e elég hely a felhajlításhoz és a kampózáshoz</u>

(Ha mégis kampóznánk az acélbetéteket)

Az alkalmazott (belsõ) hajlítási átmérõ: $\phi_{hajl} := 7 \cdot \phi_1^{**}$

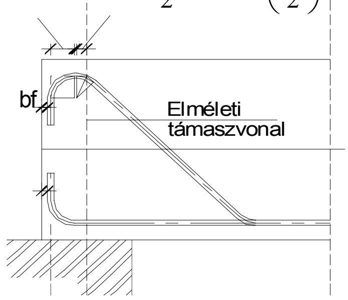
$\phi_{hajl} = 140\,\text{mm}$

**A minimális hajlítási átmérõket az 5.2. táblázat mutatja

Vas-átmérõ	Minimális hajlítási átmérõ
$\phi \le 16\text{mm}$	4ϕ
$\phi > 16\text{mm}$	7ϕ

5.2. táblázat: Minimális hajlítási átmérõk

$\dfrac{\phi_{hajl} + \phi_1}{2}$ $\quad \dfrac{\phi_{hajl} + \phi_1}{2} \cdot \tan\left(\dfrac{\alpha_1}{2}\right)$



5.11. ábra: Felhajlított acélbetét kivitelezhetõségének ellenõrzése

A hajlításhoz és a kampózáshoz szükséges minimális hely a támaszvonaltól a tartóvégig:

$$t_{min} := bf + \frac{\phi_1}{2} + \frac{\phi_{hajl} + \phi_1}{2} + \frac{\phi_{hajl} + \phi_1}{2} \cdot \tan\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)$$ ahol $\alpha_1 = 45\,\text{fok}$ (a felhajlítás szöge)

$t_{min} = 143\,\text{mm}$ < $\dfrac{(l' + 2c) - l_{eff}}{2} = 150\,\text{mm}$ ⟹ a feltámaszkodási hossz megfelel!

6. Nyírási vasalás tervezése

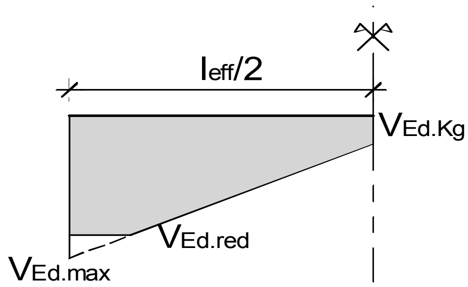
6.1. A mértékadó nyíróerõ ábra

(Számítást lásd a 3.2. pontban)

Mértékadó nyíróerõ mezõközépen: $\boxed{V_{Ed.Kg} = 67.1\,kN}$

Maximális nyíróerõ a támasznál: $\boxed{V_{Ed.max} = 366.8\,kN}$

A redukált nyíróerõ: $V_{Ed.red} := V_{Ed.max} - q \cdot d$ $\boxed{V_{Ed.red} = 307.762\,kN}$



6.1.. ábra: Mértékadó nyíróerõábra

6.2. A nyomott beton ellenõrzése

$$V_{Rd.max} := \alpha_{cw} \cdot b \cdot z \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot \frac{\cot(\theta) + \cot(\alpha)}{1 + (\cot(\theta))^2}$$

ahol:

$\alpha_{cw} := 1$ feszítés illetve nyomóerõ nélküli keresztmetszet esetén;

$z := 0.9 \cdot d$ * $z = 0.529\,m$ $\nu := 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \cdot \frac{1}{\frac{N}{mm^2}}\right)$ $\nu = 0.540$

$\theta := 45fok$ $\cot(\theta) = 1$

$\alpha := 90 \cdot fok$ ** a nyírási vasalásnak a tartó tengelyével bezárt szöge

* A nyomott betonzóna ellenõrzését a támasznál kell elvégeznünk, mivel itt lesz a legnagyobb a nyírás miatti nyomófeszültség a betonban. Ezért elméletileg az ehhez a keresztmetszethez tartozó (4ϕ20 vasaláshoz) "d" értékkel kell számolnunk (600mm-rel). Itt és a továbbiakban több helyen a biztonság javára történõ közelítéssel az egyszerûség kedvéért a mezõközépen számítható hatásos magassággal (588mm) fogunk számolni. Ez a közelítés nem befolyásolja jelentõsen a számításokat.

$$V_{Rd.max} := \alpha_{cw} \cdot b \cdot z \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot \frac{\cot(\theta) + \cot(\alpha)}{1 + (\cot(\theta))^2}$$

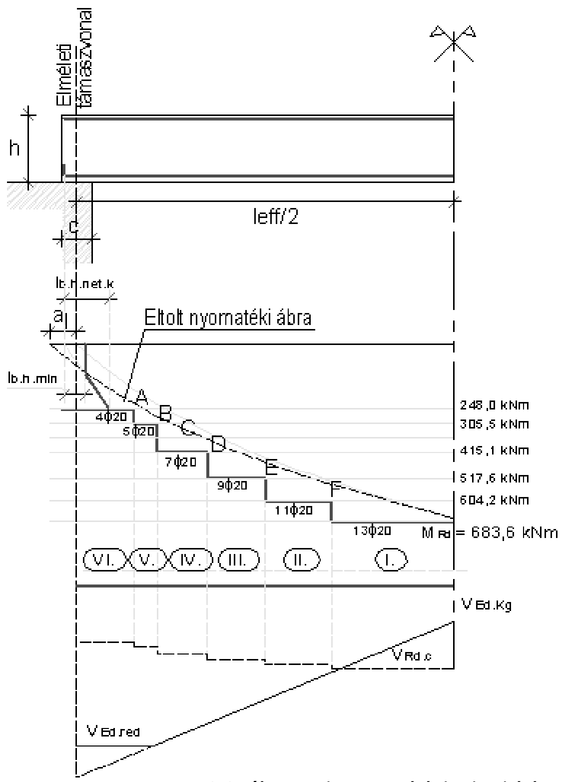
** A biztonság javára történõ közelítéssel (lásd a nyírási vasalásról szóló részeket)

$\boxed{V_{Rd.max} = 952.1\,kN}$ > $V_{Ed.max} = 366.8\,kN$ ⟹ a beton keresztmetszet geometriai méretei megfelelõk.

6.3. A beton által felvehetõ nyíróerõ meghatározása

Mivel az MSZ EN 1992-1-1alapián nem lehet figyelembe venni a beton által felvehetõ nyíróerõ ($V_{Rd.c}$) értékét a méretezett nyírási vasalással ellátott tartórészek nyírási teherbírásába, így méretezésnél ezt az értéket fölösleges minden különbözõ hosszvasalással bíró tartórészhez kiszámolni. Azonban feltétlenül meg kell minden olyan szakaszhoz tartozó $V_{Rd.c}$ értéket határozni, ahol ez lesz a mértékadó (azaz ahol $V_{Rd.c} > V_{Ed}$).

A 6.2. ábrán látható, hogy $V_{Rd.c}$ diagramja még az I.-gyel jelölt (13ϕ20 hosszvasalású) szakaszon belül metszi a mértékadó nyíróerõ ábrát, így csak ezen a szakaszon szükséges a számítást elvégezni. Csak a könnyebb megértés kedvéért foglaltuk össze a 6.1. táblázatban az összes hosszvasalási szakaszhoz (I-VI) tartozó $V_{Rd.c}$ értékeket és ezt ábrázoltuk is 6.2. ábrán.



6.2. ábra: A beton nyírási teherbírása

$V_{Rd.c}$ érték számítása az I. szakaszon:

$$k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{\frac{d}{mm}}}, 2.0\right) \qquad k = 1.583$$

$$\nu_{min} := 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{f_{ck}}{\frac{N}{mm^2}}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \nu_{min} = 0.349$$

A vashányad értéke: $\rho_1 := \min\left(\frac{A_{sl}}{b \cdot d}, 0.02\right)$ $\rho_1 = 0.0174$

A beton által felvehetõ nyíróerõ:

$$V_{Rd.c} := \max\left[\begin{bmatrix} \dfrac{0.18}{\gamma_c}\cdot k\cdot\left(100\cdot\rho_1\cdot\dfrac{f_{ck}}{\dfrac{N}{mm^2}}\right)^{\frac{1}{3}} \\ v_{min} \end{bmatrix}\right]\cdot\frac{b}{mm}\cdot\frac{d}{mm}\cdot N \qquad \boxed{V_{Rd.c} = 157.0\,kN}$$

szakasz	n [db]	A_{sl}	d [mm]	k	ρ_l	v_{min}	$V_{Rd.c}$ [kN]
I.	13	4085	587,7	1,583	0,017	0,349	157,0
II.	11	3456	592,7	1,581	0,015	0,348	149,1
III.	9	2828	600,0	1,577	0,012	0,347	140,3
IV.	7	2199	600,0	1,577	0,009	0,347	129,0
V*.	6	1885	600,0	1,577	0,008	0,347	122,6
V.	5	1571	600,0	1,577	0,007	0,347	115,3
VI.	4	1257	600,0	1,577	0,005	0,347	107,1

6.1. táblázat: Beton nyírási teherbírásának alakulása a különbözõ hosszvasalású szakaszokon

Megjegyzés: V*. szakaszhoz tartozó érték csak a c1 változathoz szükséges.

6.4. A szükséges kengyeltávolságok meghatározása és a határnyíróerõ-ábra

A nyírásra vasalandó szakasz hosszának meghatározása

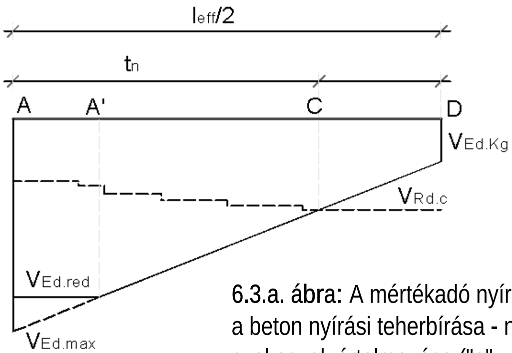
Ott szükséges nyírási vasalás, ahol:

$V_{Rd.c} < V_{Ed.red}$ Az ábra alapján: $t_n := \dfrac{l_{eff}}{2} - \dfrac{V_{Rd.c} - V_{Ed.Kg}}{V_{Ed.max} - V_{Ed.Kg}}\cdot\dfrac{l_{eff}}{2}$ $\quad t_n = 2555\,mm$

Megjegyzés: Az $\dfrac{l_{eff}}{2} - t_n$ hosszúságú, 6.3.a. ábrán CD-vel jelölt, szakasz hosszvasalás kialakítása az egyes változatokban (a, b, c1, c2) nem tér el, így a t_n hossz is megegyezik.

"a" változat - felhajlított vas nélküli nyírásvasalás-tervezés

a.6.4.1. A kengyeltávolságok meghatározása



6.3.a. ábra: A mértékadó nyíróerõábra és a beton nyírási teherbírása - nyírási szakaszok értelmezése ("a" változat)

AA' szakasz

$A_{sw} := \dfrac{2\cdot\phi_k^2\cdot\pi}{4} \qquad A_{sw} = 157\,mm^2$

A szükséges kengyeltávolság:

$s_{AA'} := \dfrac{A_{sw}\cdot f_{yd}\cdot 0.9\cdot d}{V_{Ed.red}}^{*} \qquad s_{AA'} = 93.9\,mm$

Legyen $\boxed{s_{AA'} := 80mm}^{**}$

**Az alkalmazott kengyeltávolság 2 vagy 5cm-re kerek érték legyen!

* Elméletileg a nyírási teherbírások számításánál és a szerkesztési szabályok ellenõrzésénél mindig az adott szakaszra jellemzõ "d" értékkel kell számolnunk. Mi azonban az egyszerûség kedvéért a továbbiakban közelítésként mindig a mezõközépen számítható hatásos magassággal (588 mm) fogunk számolni. Ez a biztonság javára történõ közelítés nem befolyásolja jelentõsen a számításokat.

CD szakasz

Ezen a szakaszon nem szükséges méretezett nyírási vasalás, így itt a szerkesztési szabályok határozzák meg a szükséges kengyeltávolságot.

A szerkesztési szabályok által megkövetelt minimális kengyeltávolság számítása:

- A nyírási vasalás fajlagos mennyisége: $\rho_w := \dfrac{A_{sw}}{s_{CD}\cdot b} \qquad \rho_w = 0.131\,\%$

A fajlagos mennyiség minimális értéke:

$$\rho_{w.min} := \frac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot \frac{mm^2}{N}}}{f_{yk} \cdot \frac{mm^2}{N}} \qquad \rho_{w.min} = 0.100\,\% \quad \Longrightarrow \quad s_{max\rho} := \frac{A_{sw}}{\rho_{w.min} \cdot b} \qquad s_{max\rho} = 393\,mm$$

- A nyírási acélbetétek maximális távolsága:

A kengyelnél: $s_{max} := 0.75 \cdot d$ $\quad s_{max} = 441\,mm$ Legyen $\boxed{s_{CD}^{*} := 380mm}$ (< s_{max} ; $s_{max\rho}$)

A'B szakasz

Az AA' szakaszra meghatározott kengyelezést az A'B szakaszra is kiterjesztjük: (6.3.b. ábra) $\boxed{s_{A'B} := 80mm}$

BC szakasz

$s_{AB} := s_{A'B}$

Az s_{BC} *kengyeltávolság az* s_{AB} *és az* s_{CD} *értékek között tetszõlegesen felvehetõ.*

Feladatunkban (a nagy keresztmetszeti méretek miatt) a beton nyírási teherbírása ($V_{Rd.c}$*) lényegesen nagyobb, mint a szerkesztési szabályok alapján felvett* s_{CD} *kengyelkiosztással felvehetõ nyíróerõ, így nem vezet eredményre a* $\frac{s_{AB} + s_{CD}}{2}$ *körüli kengyelkiosztás felvétele, ezzel a kengyeltávolsággal ugyanis* $V_{Rd.c}$ *-nél is kisebb nyírást tudnánk csak felvenni. Célszerûbb olyan kengyelkiosztást választani, amellyel* $\frac{V_{Rd.c} + V_{Ed.red}}{2}$ *körüli nyíróerõt tudunk felvenni.*

$$\frac{V_{Rd.c} + V_{Ed.red}}{2} = 232.4\,kN \quad s_{BC} := A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot 0.9 \cdot d \cdot \frac{2}{\left(V_{Rd.c} + V_{Ed.red}\right)} \quad s_{BC} = 124\,mm$$

Legyen: $\boxed{s_{BC} := 120mm}$

a.3.4.2. A kengyelek kiosztása és a határnyíróerõ-ábra

A tartó szimmetriáját megõrizve a tartó közepétõl a támasz felé haladva osztjuk ki a kengyeleket, úgy, hogy a szimmetriatengelytõl s_{CD} *vagy* $\frac{s_{CD}}{2}$ *értékkel indítunk. A kengyeltávolságok váltásának helyét úgy határozzuk meg, hogy a határnyíróerõábra minnél közelebb burkolja a mértékadó nyíróerõábrát (és természetesen abba ne metsszen bele).*

CD szakasz

A szakaszon alkalmazott kengyelkiosztás: $s_{CD} = 380\,mm$

A szakasz hossza: $t_{CD} := \frac{l_{eff}}{2} - t_n \qquad t_{CD} = 1.095\,m$

Az elsõ kengyeltávolság-váltás helyének meghatározása $\frac{t_{CD}}{s_{CD}} = 2.882 \quad \Rightarrow$

vagyis 2,5* 380mm kengyelosztást tudunk elhelyezni ezen a szakaszon, így a szimmetriatengelytõl indítva egy félosztással fogunk kezdeni.

Mivel ezen a szakaszon nem alkalmaztunk méretezett nyírási vasalást, így itt a határnyíróerõ értéke $V_{Rd.c}$ lesz.

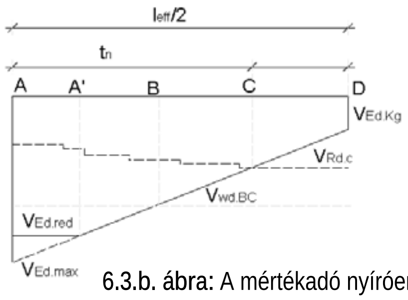
A szakaszon a mértékadó nyíróerõ: $\boxed{V_{Rd.c} = 157.0\,kN}$

BC szakasz

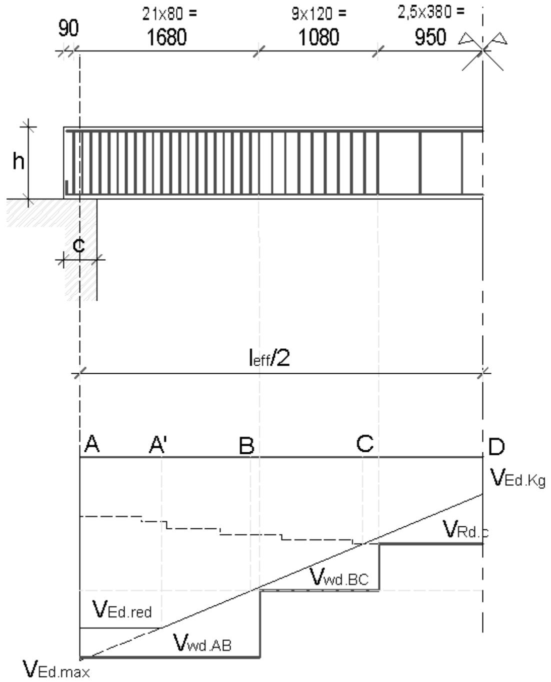
A szakaszon alkalmazott kengyeltávolság: $s_{BC} = 120\,mm$

Az ehhez tartozó határnyíróerõ: $V_{wd.BC} := 0.9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s_{BC}}$

$\boxed{V_{wd.BC} = 240.8\,kN}$



6.3.b. ábra: A mértékadó nyíróerõábra és a beton nyírási teherbírása - nyírási szakaszok értelmezése ("a" változat)



6.4. ábra: A határnyíróerõ-ábra ("a" változat)

B pont helyének meghatározása:

$$t_{AB} := \frac{l_{eff}}{2} - \frac{V_{wd.BC} - V_{Ed.Kg}}{V_{Ed.max} - V_{Ed.Kg}} \cdot \frac{l_{eff}}{2} \qquad t_{AB} = 1.534\,\mathrm{m}$$

AB szakasz

A szakaszon alkalmazott kengyeltávolság:

$$s_{AB} = 80\,\mathrm{mm}$$

Az ehhez tartozó határnyíróerõ:

$$V_{wd.AB} := 0.9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s_{AB}} \qquad \boxed{V_{wd.AB} = 361.2\,\mathrm{kN}}$$

Nyírási szakaszok	$V_{Rd.c}$ [kN]	Kengyel	Felhajlított vas				V_{Rd} [kN]
		s [mm]	V_{wd} [kN]	s [mm]	n [db]	$V_{wd.felh}$ [kN]	
A-B	nem mértékadó	80	361,3	-	-	-	361,3
B-C	nem mértékadó	120	240,9	-	-	-	240,9
D-E	157,0	380	nem mértékadó	-	-	-	157,0

6.2. táblázat: Az egyes nyírási szakaszokra jellemzõ kengyeltávolságok és határnyíróerõk összefoglalása ("a" változat)

A 6.4. ábrán jól látszik, hogy az AB szakaszon a határnyíróerõ-ábra nem szorosan követi a mértékadó nyíróerõábrát. Ez a kivitelezhezõség miatti kerekítésbõl adódik (a szükséges 94mm-es kengyeltávolság helyett 80mm-t alkalmazunk.

a.6.4.3. A szerkesztési szabályok ellenõrzése

AB szakasz

A nyírási vasalás fajlagos mennyisége:

$$\rho_w := \frac{A_{sw}}{s_{AB} \cdot b} \qquad \boxed{\rho_w = 0.491\,\%}$$

[1] A fajlagos mennyiség minimális értéke: $\rho_{w.min} := \dfrac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot \frac{mm^2}{N}}}{f_{yk} \cdot \frac{mm^2}{N}}$ $\rho_{w.min} = 0.100\,\%$ < $\rho_w = 0.491\,\%$ ⇒ Megfelel

[2] A fajlagos mennyiség maximális értéke:

$$\rho_{w.max} := \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha_c \cdot \nu \cdot f_{cd}}{1 - \cos(\alpha)} \cdot \frac{1}{f_{yd}} \qquad \rho_{w.max} = 1.294\,\% > \rho_w = 0.491\,\%$$ ⇒ Megfelel

[3] A nyírási acélbetétek maximális távolsága:

$s_{max} := 0.75 \cdot d$ $s_{max} = 441\,\mathrm{mm}$ > $s_{AB} = 80\,\mathrm{mm}$ ⇒ Megfelel

BC szakasz

A nyírási vasalás fajlagos mennyisége: $\rho_w := \dfrac{A_{sw}}{s_{BC} \cdot b}$ $\boxed{\rho_w = 0.327\,\%}$

[1] A fajlagos mennyiség minimális értéke: $\rho_{w.min} = 0.100\,\%$ < $\rho_w = 0.327\,\%$ ⇒ Megfelel

[2] A fajlagos mennyiség maximális értéke: $\rho_{w.max} = 1.294\,\%$ > $\rho_w = 0.327\,\%$ ⇒ Megfelel!

[3] A nyírási acélbetétek maximális távolsága: $s_{max} = 441\,\mathrm{mm}$ > $s_{BC} = 120\,\mathrm{mm}$ ⇒ Megfelel

CD szakasz

A nyírási vasalás fajlagos mennyisége: $\rho_w := \dfrac{A_{sw}}{s_{CD} \cdot b}$ $\boxed{\rho_w = 0.103\,\%}$

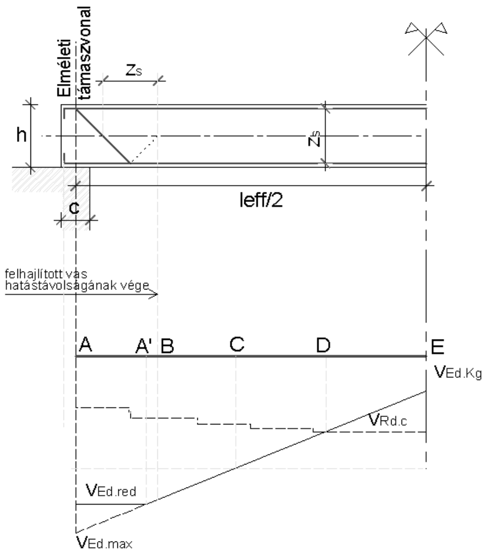
[1] A fajlagos mennyiség minimális értéke: $\rho_{w.min} = 0.100\,\%$ < $\rho_w = 0.103\,\%$ $\Rightarrow$ Megfelel

[2] A fajlagos mennyiség maximális értéke: $\rho_{w.max} = 1.294\,\%$ > $\rho_w = 0.103\,\%$ $\Rightarrow$ Megfelel!

[3] A nyírási acélbetétek maximális távolsága: $s_{max} = 441\,mm$ > $s_{CD} = 380\,mm$ $\Rightarrow$ Megfelel

"b" változat

b.6.4.1. A kengyeltávolságok meghatározása



6.5. ábra: A mértékadó nyíróerõábra és a beton nyírási teherbírása - nyírási szakaszok értelmezése ("b" változat)

AA' szakasz

A felhajlított vas hatástávolsága:

$z_s = 570\,mm$ $s_b := 2 \cdot z_s$ $\boxed{s_b = 1140\,mm}$

(z_s *számítását lásd az 5.4.2. pontban)*

A két felhajlított acélbetéttel felvehetõ nyíróerõ:

$$V_{wd.felh.b} := 0.9 \cdot d \cdot \frac{\left(\dfrac{2\phi_1^{\,2} \cdot \pi}{4}\right) \cdot f_{yd}}{s_b} \cdot \sqrt{2} \qquad \boxed{V_{wd.felh.b} = 143.4\,kN}$$

A kengyelekkel felveendõ nyíróerõ:

$$V_{wd.min} := \max\left(\frac{1}{2} \cdot V_{Ed.red}, V_{Ed.red} - V_{wd.felh.b}\right) \qquad V_{wd.min} = 164.4\,kN$$

ahol: $\frac{1}{2} \cdot V_{Ed.red} = 153.9\,kN$

$V_{Ed.red} - V_{wd.felh.b} = 164.4\,kN$

A szükséges kengyeltávolság: $s_{AA'} := \dfrac{A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot 0.9 \cdot d}{V_{wd.min}}$ $s_{AA'} = 175.8\,mm$ Legyen $\boxed{s_{AA'} := 160mm}$

A'B szakasz

Az AA' szakaszra meghatározott kengyelezést az A'B szakaszra is kiterjesztjük: (6.5. ábra) $\boxed{s_{A'B} := 160mm}$

$s_{AB} := s_{A'B}$

DE szakasz

Az "a" változatnál a CD szakasznál leírtak alapján: $\boxed{s_{DE} := 380mm}$

BC szakasz

A "B" pontban a mértékadó nyíróerõ: $V_{Ed.B} := \dfrac{V_{Ed.max} - V_{Ed.Kg}}{\dfrac{l_{eff}}{2}} \cdot \left(\dfrac{l_{eff}}{2} - 1.5 \cdot z_s\right) + V_{Ed.Kg}$ $V_{Ed.B} = 296.6\,kN$

Ennek felvételéhez szükséges kengyeltávolság:

$s_{BC} := \dfrac{A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot 0.9 \cdot d}{V_{Ed.B}}$ $s_{BC} = 97.4\,mm$ Legyen: $\boxed{s_{BC} := 80mm}$

CD szakasz

Az "a" változat BC szakaszához hasonlóan legyen: $\boxed{s_{CD} := 120mm}$

b.6.4.2. A kengyelek kiosztása és a határnyíróerõ-ábra

Az "a" változat és a "b" változat kengyelezése csak abban különbözik (6.5. és 6.6. ábrák)*, hogy a felhajlított vas hatástávolságán belül (az AB szakaszon) fele olyan sûrû kengyelkiosztást lehet a "b" változatban alkalmazni.*
Mivel csak ezen a szakaszon változik a számítási rész, a továbbiakban csak az A-B szakasz vizsgálataira kerítünk sort.

AB szakasz

A szakaszon alkalmazott kengyelkiosztás: $s_{AB} = 160\,\text{mm}$

Az ehhez tartozó határnyíróerõ: $V_{wd.AB} := \dfrac{A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot 0.9 \cdot d}{s_{AB}}$ $\quad V_{wd.AB} = 180.6\,\text{kN}$

A két felhajlított acélbetéttel felvehetõ nyíróerõ: $V_{wd.felh.b} = 143.4\,\text{kN}$

Így itt a határnyíróerõ értéke összesen: $V_{Rd.AB} := V_{wd.felh.b} + V_{wd.AB}$ $\quad \boxed{V_{Rd.AB} = 324.0\,\text{kN}}$

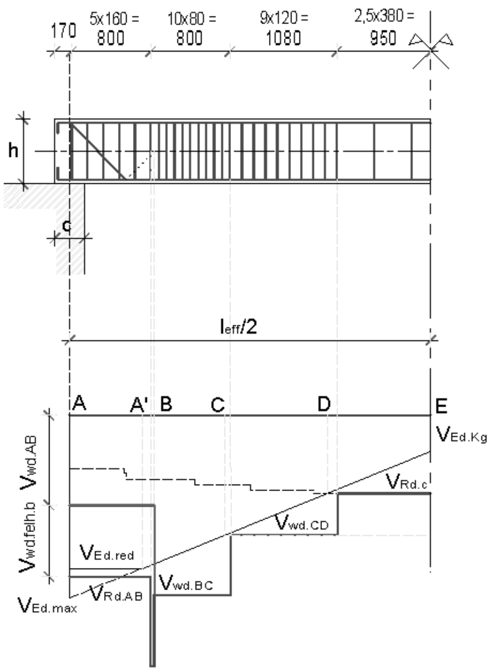
A részletek mellõzésével a határnyíróerõ-ábra értékeit a 6.3. táblázatban foglaltuk össze, a határnyíróerõ-ábrát és a kengyelek kiosztását a 6.6. ábrán vázoltuk.

Nyírási szakaszok	$V_{Rd.c}$ [kN]	Kengyel		Felhajlított vas			V_{Rd} [kN]
		s [mm]	V_{wd} [kN]	s [mm]	n [db]	$V_{wd.felh}$ [kN]	
A-B	nem mértékadó	160	180,6	1140	2	143,4	324,1
B-C	nem mértékadó	80	361,3	-		-	361,3
C-D	nem mértékadó	120	240,9	-		-	240,9
D-E	157,0	380	nem mértékadó	-		-	157,0

6.3. táblázat: A határnyíróerõ ábra értékei ("b" változat)

A nyírási vasak kihasználtsága az AB szakaszon:
(Az 5.4.3.2. pont tartóvégi vizsgálatához)

$\dfrac{V_{Ed.red}}{V_{Rd.AB}} = 0.95$



6.6. ábra: A határnyíróerõ ábra ("b" változat)

A BC szakaszon a határnyíróerõ-ábra a szükséges kerekítés miatt nem halad szorosan a mértékadó nyíróerõábrával. Az AB és a BC szakasz közti nagyobb ugrást az okozza, hogy a BC szakaszra jellemzõ kengyeltávolság átlóg az AB szakaszra. Az itt jellemzõ határnyíróerõt ($V_{wd.BC} + V_{wd.felh.b}$) nem számoltuk ki.

b.6.4.3. A szerkesztési szabályok ellenõrzése

AB szakasz

A nyírási vasalás fajlagos mennyisége:

$$\rho_w := \frac{A_{sw}}{s_{AB} \cdot b} + \frac{\dfrac{2\phi_1^{\,2} \cdot \pi}{4}}{s_b \cdot b \cdot \sin(45fok)} \qquad \boxed{\rho_w = 0.44\,\%}$$

[1] A fajlagos mennyiség minimális értéke:

$\rho_{w.min} = 0.100\,\%$ < $\rho_w = 0.44\,\%$ ⇨ Megfelel

[2] A fajlagos mennyiség maximális értéke:

$\rho_{w.max} = 1.294\,\%$ > $\rho_w = 0.44\,\%$ ⇨ Megfelel!

[3] A nyírási acélbetétek maximális távolsága:

$s_{max} = 441\,\text{mm}$ > $s_{AB} = 160\,\text{mm}$ ⇨ Megfelel

[4] A kengyelek nyírási teherbírása meghaladja a felhajlított betétekét:

$V_{wd.AB} = 180.6\,\text{kN}$ > $\dfrac{V_{Ed.red}}{2} = 153.9\,\text{kN}$ ⇨ Megfelel

A többi szakasz szerkesztési szabályainak ellenõrzését az a.6.4.3.pontban már elvégeztük

"c1" változat

c.6.4.1. A kengyeltávolságok meghatározása

AB szakasz

A támasznál lévõ felhajlított vas hatástávolsága:

$$s_{c.1} := \min\left(\frac{z_s}{2}, 260mm\right) + \frac{z_s}{2} + \frac{400mm}{2}$$

$$\boxed{s_{c.1} = 745\ mm}$$

És az általa felvehetõ nyíróerõ:

$$V_{wd.felh.c.1} := 0.9 \cdot d \cdot \frac{\left(\frac{2\phi_1^2 \cdot \pi}{4}\right) \cdot f_{yd}}{s_{c.1}} \cdot \sqrt{2}$$

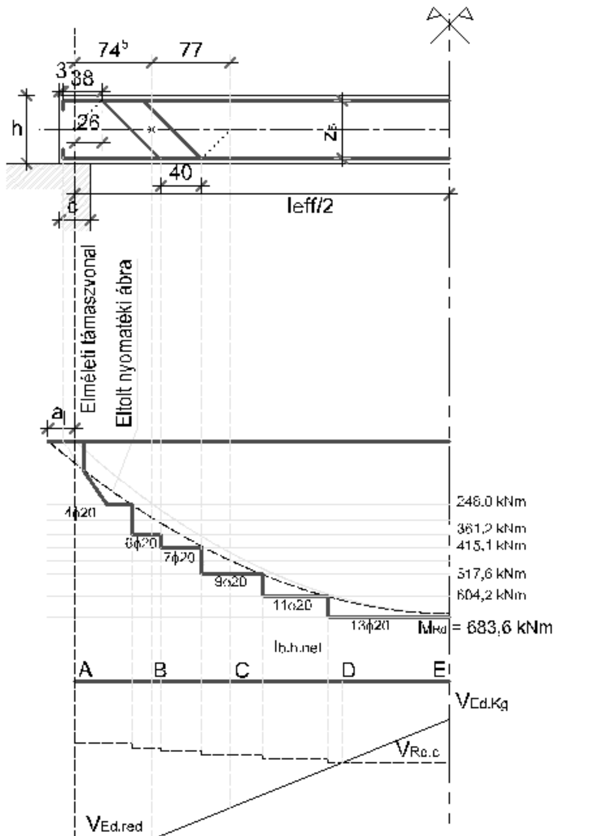
$$\boxed{V_{wd.felh.c.1} = 219.4\ kN}$$

A kengyelekkel felveendõ nyíróerõ ezen a szakaszon:

$$V_{wd.min} := \max\left(\frac{1}{2} \cdot V_{Ed.red}, V_{Ed.red} - V_{wd.felh.c.1}\right)$$

$V_{wd.min} = 153.9\ kN$ ahol: $\frac{1}{2} \cdot V_{Ed.red} = 153.9\ kN$

$V_{Ed.red} - V_{wd.felh.c.1} = 88.3\ kN$



6.7. ábra: A mértékadó nyíróerõábra és a beton nyírási teherbírása - nyírási szakaszok értelmezése ("c1" változat)

A szükséges kengyeltávolság: $s_{AB} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot 0.9 \cdot d}{V_{wd.min}}$ $s_{AB} = 187.8\ mm$ Legyen $\boxed{s_{AB} := 180mm}$

BC szakasz

A felhajlított vas hatástávolsága: $s_{c.2} := \frac{400mm}{2} + z_s$ $\boxed{s_{c.2} = 770\ mm}$

És az általa felvehetõ nyíróerõ: $V_{wd.felh.c.2} := 0.9 \cdot d \cdot \frac{\left(\frac{\phi_1^2 \cdot \pi}{4}\right) \cdot f_{yd}}{s_{c.2}} \cdot \sqrt{2}$ $\boxed{V_{wd.felh.c.2} = 106.2\ kN}$

Az B pontban (a támasztól $s_{c2.1}$ távolságra) a mértékadó nyíróerõ:

$$V_{Ed.B} := \frac{V_{Ed.max} - V_{Ed.Kg}}{\frac{l_{eff}}{2}} \cdot \left(\frac{l_{eff}}{2} - s_{c.1}\right) + V_{Ed.Kg} \qquad V_{Ed.B} = 305.6\ kN$$

A kengyelekkel felveendõ nyíróerõ ezen a szakaszon:

$$V_{wd.min} := \max\left(\frac{1}{2} \cdot V_{Ed.B}, V_{Ed.B} - V_{wd.felh.c.2}\right) \qquad V_{wd.min} = 199.5\ kN$$

ahol: $\frac{1}{2} \cdot V_{Ed.B} = 152.8\ kN$

$V_{Ed.B} - V_{wd.felh.c.2} = 199.5\ kN$

A szükséges kengyeltávolság: $s_{BC'} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot 0.9 \cdot d}{V_{wd.min}}$ $s_{BC'} = 144.9\ mm$ Legyen $\boxed{s_{BC'} := 140mm}$

CD szakasz

Az C pontban (a támasztól $s_{c2.1} + s_{c2.2}$ távolságra) a mértékadó nyíróerõ:

$$V_{Ed.C} := \frac{V_{Ed.max} - V_{Ed.Kg}}{\frac{l_{eff}}{2}} \cdot \left(\frac{l_{eff}}{2} - s_{c.1} - s_{c.2}\right) + V_{Ed.Kg} \qquad V_{Ed.C} = 242.4\,\text{kN}$$

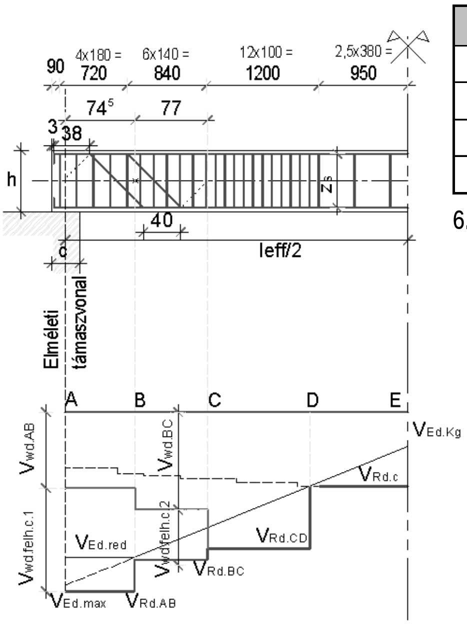
Ennek felvételéhez a szükséges kengyeltávolság: $s_{CD} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot 0.9 \cdot d}{V_{Ed.C}}$ $\quad s_{CD} = 119.2\,\text{mm}$

DE szakasz Legyen $\boxed{s_{CD} := 100\text{mm}}$

Az "a" változatnál a CD szakasznál leírtak alapján: $\boxed{s_{DE} := 380\text{mm}}$

c.6.4.2. A kengyelek kiosztása és a határnyíróerõ-ábra

A részletek mellõzésével a 6.4. táblázatban foglaltuk össze az egyes szakaszokra jellemzõ határnyíróerõ értékeket. A kengyelek kiosztását és a határnyíróerõ-ábrát a 6.8. ábrán vázoltuk.



6.8. ábra: A mértékadó nyíróerõábra ("c1" változat)

Nyírási szakaszok	$V_{Rd.c}$ [kN]	Kengyel		Felhajlított vas			V_{Rd} [kN]
		s [mm]	V_{wd} [kN]	s [mm]		$V_{wd.felh}$ [kN]	
A-B	nem mértékadó	180	160,6	745	2	219,5	380,0
B-C	nem mértékadó	140	206,4	770	1	106,2	312,6
C-D	nem mértékadó	100	289,0	-		-	289,0
D-E	157,0	380	nem mértékadó	-		-	157,0

6.4. táblázat: A határnyíróerõ ábra értékei ("c1" változat)

c.6.4.3. A szerkesztési szabályok ellenõrzése

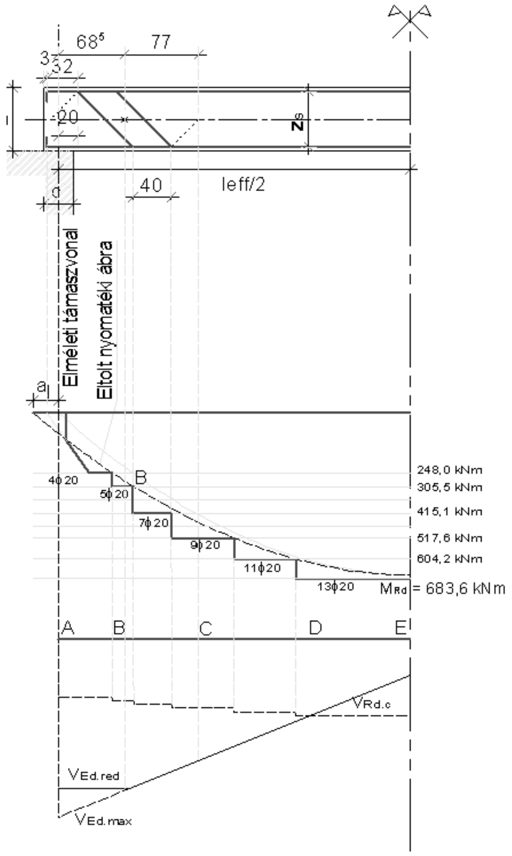
A szerkesztési szabályokat természetesen minden szakasznál ellenõrizni kell, az ellenõrzés menete megegyezik az elõzõ változatokban leírtakkal.
Több helyen felhajlított vas esetén csak annyiban módosul a számítás menete, hogy a [3] pont alatt ellenõrzött maximális kengyeltávolságon kívül ($s_{max} := 0.75d$) a felhajlított acélbetét hatástávolságára is ki kell mutatni, hogy nem nagyobb mint $s_{max} := 1.3d$. Ezt a szerkesztési szabályt azonban még tervezéskor figyelembe vettük.

A "c1" változatnál az AB szakasz nyírási túlvasaltságát az okozza, hogy ezen a szakaszon a kengyelekkel (a szerkesztési szabályok elõírásának megfelelõen) a mértékadó nyíróerõ legalább felét fel kellet vennünk, függetlenül attól, hogy a támasz melletti két felhajlított acélbetét a mértékadó nyíróerõ közel 70%-át fel tudja venni. A CD szakasz túlvasaltságát a szükséges kengyeltávolság kerekítése eredményezte. Elképzelhetõ lenne, hogy a támaszhoz közelebbi keresztmetszetben is csak egy acélbetétet hajlítunk fel és a BC szakasznak megfelelõ kengyelkiosztást továbbvisszük az AB szakaszon. Ez azonban a vasalás aszimmetriáját vonja maga után, ami belsõ csavarást eredményezhet.

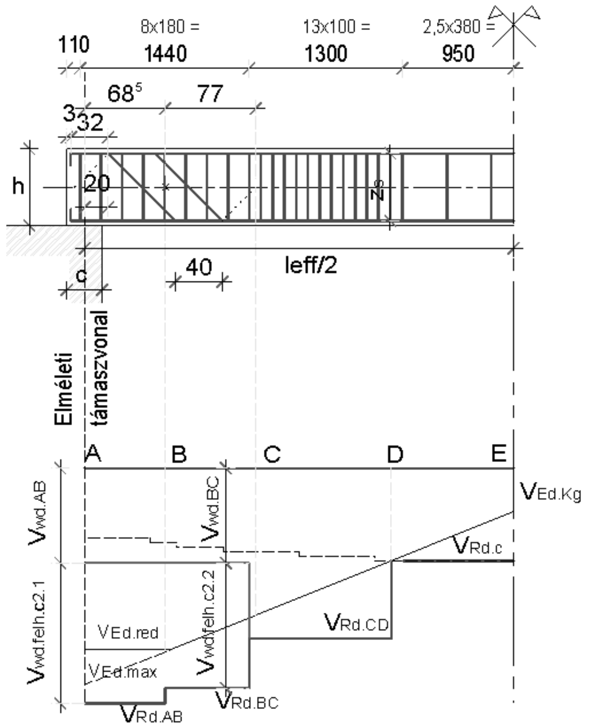
A 6.8. és a 6.10. ábán is elvileg meg kéne jelennie két, a "b" változatban is megjelenõ (6.6. ábán az AB és a BC szakasz között) határnyíróerõ ugrásnak, mivel a hatástávolságok széle és a kengyelkiosztás-váltás nem pont egy keresztmetszetbe esik. Ezt a két jelentéktelen hosszúságú kiugró szakaszt mindkét változatnál elhanyagoltuk.

"c2" változat

E változat számítási menetét nem részletezzük, csak az egyes nyírási szakaszok magyarázatát (6.9. ábra), a végeredményként kapott kengyelkiosztásokat és a határnyíróerõ-ábrát (6.10. ábra), valamint azok értékeit (6.10. ábra) mutatjuk be.



6.9. ábra: A mértékadó nyíróerõábra és a beton nyírási teherbírása - nyírási szakaszok értelmezése ("c2" változat)



6.10. ábra: A mértékadó nyíróerõábra ("c2" változat)

Nyírási szakaszok	$V_{Rd.c}$ [kN]	Kengyel		Felhajlított vas			V_{Rd} [kN]
		s [mm]	V_{wd} [kN]	s [mm]		$V_{wd.felh}$ [kN]	
A-B	nem mértékadó	180	160,6	685	2	238,7	399,3
B-B'	nem mértékadó	180	160,6	770	2	212,3	372,9
B'-C	nem mértékadó	100	289,0	-	-	-	289,0
D-E	157,0	380	nem mértékadó	-	-	-	157,0

6.5. táblázat: A határnyíróerõ ábra értékei ("c2" változat)

7. Használati határállapotok ellenörzése

7.1. Lehajlás ellenörzés

7.1.1.Ideális keresztmetszeti jellemzõk számmítása

Rugalmassági modulusok aránya: $\alpha_{s.eff} := \frac{E_s}{E_{c.eff}}$ $\alpha_{s.eff} = 18.735$

Keresztmetszeti jellemzõk az 1. feszültségállapotban:

$$S := \frac{b \cdot h^2}{2} + A_{sl} \cdot \left(\alpha_{s.eff} - 1\right) \cdot d \qquad A_1 := b \cdot h + A_{sl} \cdot \left(\alpha_{s.eff} - 1\right)$$

$$x_I := \frac{S}{A_1} \qquad \boxed{x_I = 382.2\ \mathrm{mm}}$$

$$I_I := \frac{x_I^3 \cdot b}{3} + \frac{\left(h - x_I\right)^3 \cdot b}{3} + \left(\alpha_{s.eff} - 1\right) \cdot A_{sl} \cdot \left(d - x_I\right)^2 \qquad \boxed{I_I = 1.306 \times 10^6\ \mathrm{cm}^4}$$

Keresztmetszeti jellemzõk a 2. feszültségállapotban:

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{d}\right)^2 + \frac{x}{d} \cdot \left[\alpha_{s.eff} \cdot \left(\frac{A_{sl}}{b \cdot d}\right)\right] - \alpha_{s.eff} \cdot \left(\frac{A_{sl}}{b \cdot d}\right) = 0 \qquad x_{II} := \mathrm{Find}(x) \qquad \boxed{x_{II} = 320\ \mathrm{mm}}$$

$$I_{II} := \left(\frac{x_{II}^3 \cdot b}{3}\right) + \alpha_{s.eff} \cdot A_{sl} \cdot \left(d - x_{II}\right)^2 \qquad \boxed{I_{II} = 9.8522 \times 10^5\ \mathrm{cm}^4}$$

7.1.2. Lehajlás számítása

A repesztõnyomaték értéke: $M_{cr} := \frac{f_{ct.eff} \cdot I_I}{h - x_I}$ $M_{cr} = 124.9\ \mathrm{kNm}$ < $M_{Ed.qp} = 359.7\ \mathrm{kNm}$

$\Longrightarrow$ a keresztmetszet a kvázi állandó teherkombináció esetén bereped

Lehajlás értéke az 1. feszültségállapotban: $e_I := \frac{5}{384} \cdot \left(p_{qp}\right) \cdot \frac{l_{eff}^4}{E_{c.eff} \cdot I_I}$ $\boxed{e_I = 14.3\ \mathrm{mm}}$

Lehajlás értéke az 2. feszültségállapotban: $e_{II} := \frac{5}{384} \cdot \left(p_{qp}\right) \cdot \frac{l_{eff}^4}{E_{c.eff} \cdot I_{II}}$ $\boxed{e_{II} = 19\ \mathrm{mm}}$

Tartós vagy ismétlõdõ terhelés esetén a β tényezõ: $\beta := 0.5$

$$\zeta := 1 - \beta \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M_{Ed.qp}}\right)^2 \qquad \zeta = 0.940$$

$$e := \zeta \cdot e_{II} + (1 - \zeta) \cdot e_I \qquad \boxed{e = 18.7\ \mathrm{mm}}$$

< $\frac{l_{eff}}{250} = 29.2\ \mathrm{mm}$ (A csatlakozó szerkezetek károsodását megelõzõ lehajláskorlát) $\Longrightarrow$ megfelel

> $\frac{l_{eff}}{500} = 14.6\ \mathrm{mm}$ (A szerkezet megfelelõ mûködését biztosító lehajláskorlát) $\Longrightarrow$ nem felel meg *

* Amennyiben ennek a lehajlási követelménynek is eleget kell tennünk, akkor a lehajlás értékét úgy csökkenthetjük, hogy a keresztmetszeti magasságot megnöveljük. Az is megoldást nyújt ilyen esetben, ha a gerendát túlemeljük, célszerûen az önsúly hatására kialakuló lehajlás értékével. Ez feladatunkban, a számítás részletezése nélkül, 10mm-re adódik, így a lehajlás értéke csak 18.7-10=8,7mm lesz.

7.2. Repedéstágasság ellenörzése

Feszültség a húzott acélbetétben a mértékadó nyomaték hatására berepedt keresztmetszet feltételezésével:

$$\sigma_s := \frac{M_{Ed.qp} \cdot \left(d - x_{II}\right) \cdot \alpha_{s.eff}}{I_{II}} \qquad \sigma_s = 183.102 \frac{N}{mm^2}$$

A hatékony húzott betonzóna területe:

$$h_{cef} := \min\left[2.5 \cdot (h - d), \frac{h - x_{II}}{3}, \frac{h}{2}\right] \qquad h_{cef} = 110.0\,mm$$

$$A_{ceff} := b \cdot h_{cef} \qquad A_{ceff} = 43998\,mm^2$$

A teher tartósságától függõ tényezõ: $k_t := 0.4$ (tartós teher esetén)

$$\rho_{peff} := \frac{A_{sl}}{A_{ceff}} \qquad \rho_{peff} = 9.282\,\%$$

$$\Delta\varepsilon := \max\left[\frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct.eff}}{\rho_{peff}} \cdot \left(1 + \alpha_{s.eff} \cdot \rho_{peff}\right)}{E_s}, 0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}\right] \qquad \Delta\varepsilon = 0.076\,\%$$

<u>A repedések egymástól mért távolságának meghatározása</u>

Az acélbetétek távolsága: $t := \frac{b - 2 \cdot \left(bf + \phi_k\right) - 2 \cdot \frac{\phi_l}{2}}{n - 1}$ $\quad t = 27\,mm$ < $t_h := 5 \cdot \left(bf + \frac{\phi_l}{2}\right)$ $\quad t_h = 150\,mm$

$\Rightarrow$ az acélbetétek távolsága közelinek minõsíthetõ

A beton és az acélbetét közti tapadás milyenségét figyelembe vevõ tényezõ: $k_1 := 0.8$ (bordás acélbetét esetén)

A keresztmetszeten belüli nyúlás alakulását figyelembe vevõ tényezõ: $k_2 := 0.5$ (hajlítás esete)

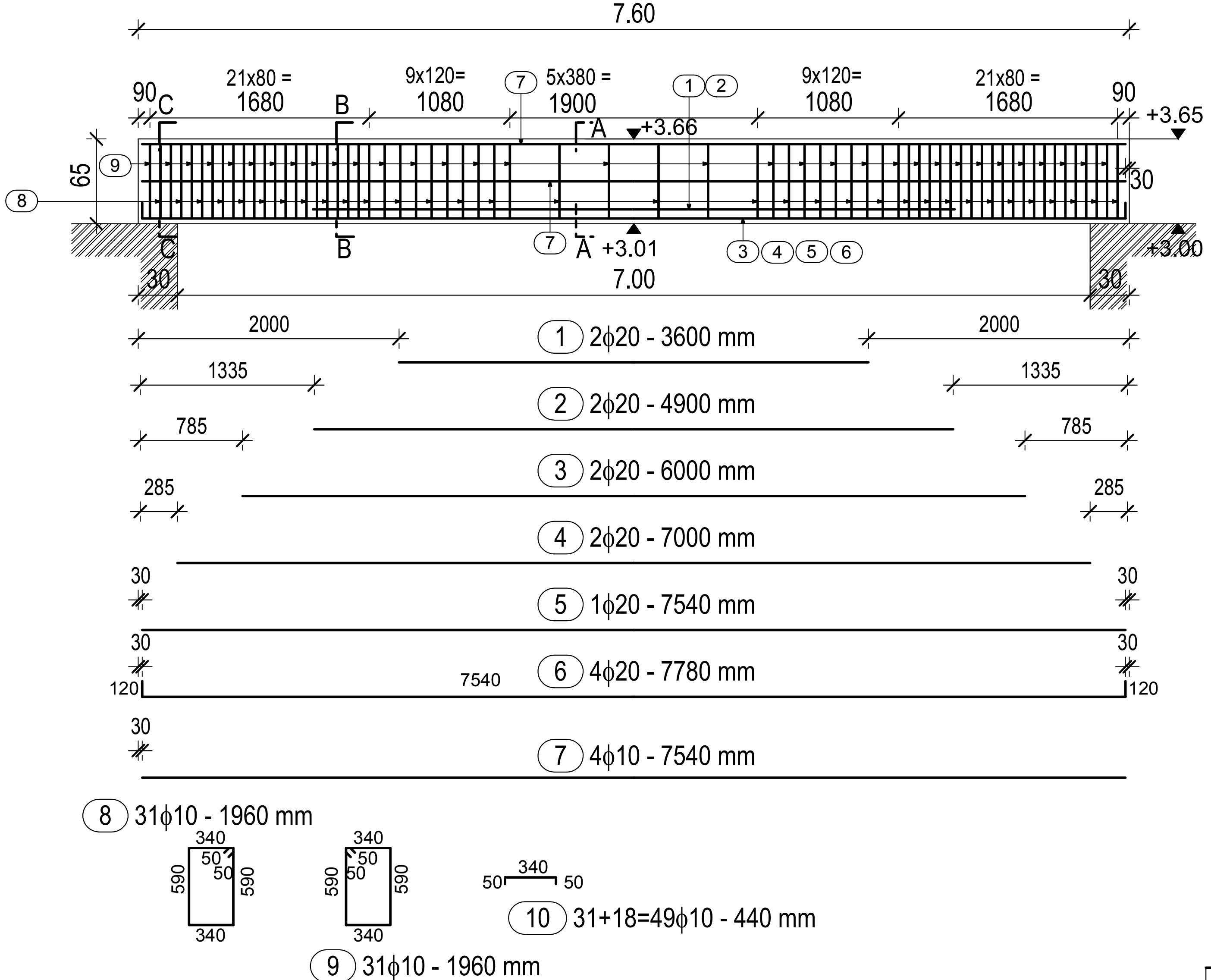
A repedések legnagyobb távolsága:

$$s_{rmax.} := 3.4 \cdot bf + 0.425 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{\phi_l}{\rho_{peff}} \qquad s_{rmax.} = 104.6\,mm$$

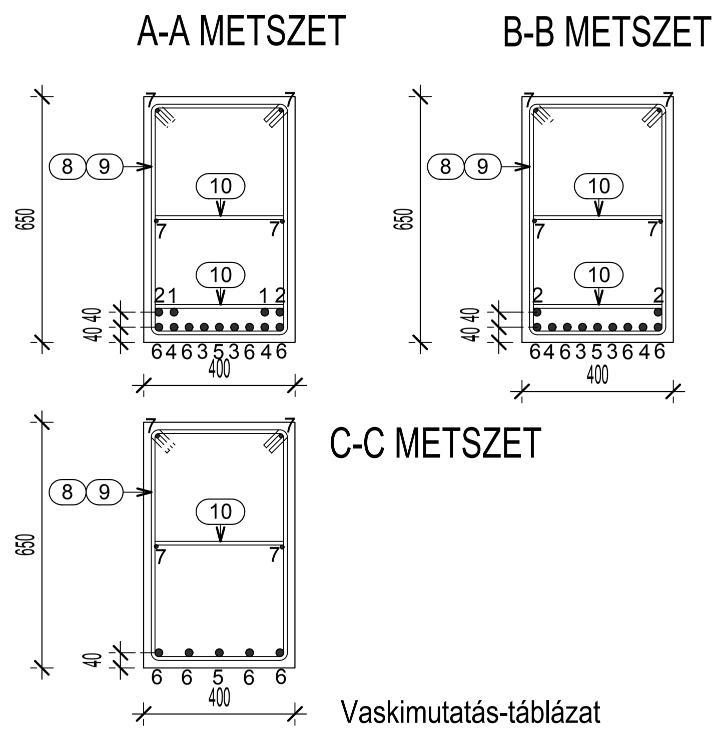
A repedéstágasság értéke: $w_k := s_{rmax.} \cdot (\Delta\varepsilon)$ $\quad w_k = 0.08\,mm$ < $0.30mm$ $\Rightarrow$ $\boxed{\text{megfelel}}$

"G1" GERENDA VASALÁSI ÉS ZSALUZÁSI TERVE "A" VÁLTOZAT

HOSSZMETSZET M = 1:50



KERESZTMETSZETEK M=1:20



MEGJEGYZÉSEK
Betonfedés: 20mm
Anyagjellemzők:
Beton: C25/30 -16/KK
Betonacél: B400A
Terhek
Önsúly: 30kN/m
Hasznos teher: 40kN/m

Vaskimutatás-táblázat

Jel	db	φ [mm]	Hossz [m]	φ10 [m]	φ20 [m]
1	2	20	3,600		7,200
2	2	20	4,900		9,800
3	2	20	6,000		12,000
4	2	20	7,000		14,000
5	1	20	7,540		7,540
6	4	20	7,780		31,120
7	4	10	7,540	30,160	
8	31	10	1,960	60,760	
9	31	10	1,960	60,760	
10	49	10	0,440	21,560	
Összhossz /φ [m]				173,240	81,660
Súly /φ [kg/m]				0,616	2,460
Összsúly /φ [kg]				106,716	200,884
Összsúly [kg]					**307,599**

Megjegyzések és hasznos tanácsok a vasalási és zsaluzási tervvel kapcsolatosan:
-Jelen terv méretarányait a gyakorlati segédlet formátuma határozta meg. A hallgatóknak azonban a hosszmetszetet M=1:25 a keresztmetszeteket M=1:10 méretarányban kell elkészíteni.
-Ügyeljünk a tollvastagságokra! A szerkesztővonalakat vékonnyal, a nézetvonalakat kicsit vastagabbal, az acélbetétek tengelyvonalát vastag vonallal szerkesszük!
-Jelen terven a különbözőképpen elhelyezett függőleges kengyelek külön jelölést kaptak (8 illetve 9). Ezeket csak oktatási célzattal jelöltük így.
Az EC ugyanis nem kéri a külön jelölést, elegendő csak megjegyzésként írni, hogy másképpen kerülnek behelyezésre.
-A 10 jelű szerkesztővasak minden második kengyelálláshoz kerülnek beszerelésre.
-A keresztmetszet magasságának felében elhelyezett 7 illetve 10 jelű acélbetétekre csak akkor van szükség, ha a keresztmetszet 50cm-nél magasabb!

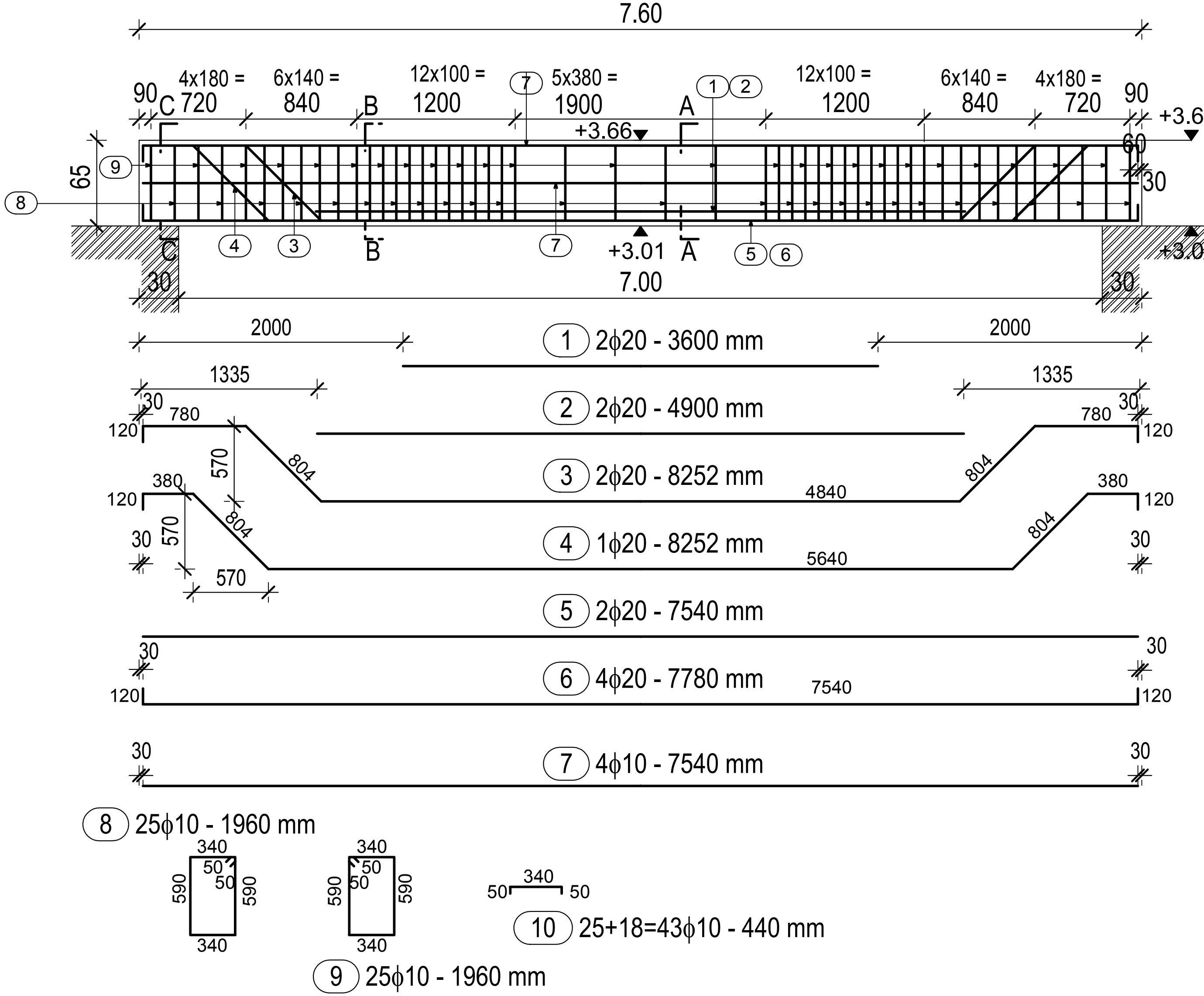
A Nemetschek cég egyik diák verziójával készült

HIDAK ÉS SZERKEZETEK TANSZÉKE
VASBETONSZERKEZETEK TERVEZÉSE - TERVEZÉSI FELADAT
VASBETON GERENDA VASALÁSI ÉS ZSALUZÁSI TERVE
HOSSZMETSZET M=1:25, KERESZTMETSZETEK M=1:10

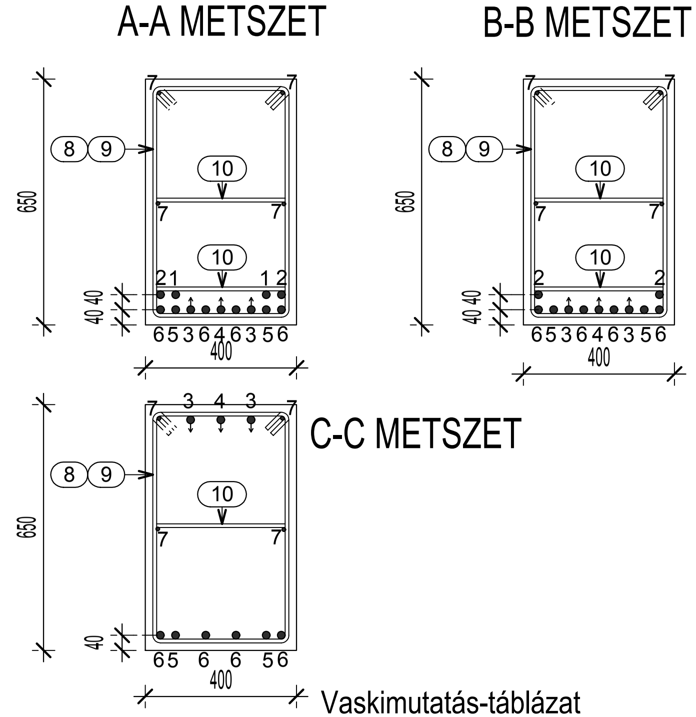
Tervező:	2007.II. 03.	S1
Konzulens:	Aláírás:	

"G1" GERENDA VASALÁSI ÉS ZSALUZÁSI TERVE "C1" VÁLTOZAT

HOSSZMETSZET M = 1:50



KERESZTMETSZETEK M=1:20



Vaskimutatás-táblázat

Jel	db	ϕ [mm]	Hossz [m]	ϕ10 [m]	ϕ20 [m]
1	2	20	3,600		7,200
2	2	20	4,900		9,800
3	2	20	8,252		16,504
4	1	20	8,252		8,252
5	2	20	7,540		15,080
6	4	20	7,780		31,120
7	4	10	7,540	30,160	
8	25	10	1,960	49,000	
9	25	10	1,960	49,000	
10	43	10	0,440	18,920	
Összhossz /ϕ [m]				147,080	87,956
Súly /ϕ [kg/m]				0,616	2,460
Összsúly /ϕ [kg]				90,601	216,372
Összsúly [kg]					**306,973**

MEGJEGYZÉSEK
Betonfedés: 20mm
Anyagjellemzők:
Beton: C25/30 -16/KK
Betonacél: B400A
Terhek
Önsúly: 30kN/m
Hasznos teher: 40kN/m

Megjegyzések és hasznos tanácsok a vasalási és zsaluzási tervvel kapcsolatosan:
-Jelen terv méretarányait a gyakorlati segédlet formátuma határozta meg. A hallgatóknak azonban a hosszmetszetet M=1:25 a keresztmetszeteket M=1:10 méretarányban kell elkészíteni.
-Ügyeljünk a tollvastagságokra! A szerkesztővonalakat vékonnyal, a nézetvonalakat kicsit vastagabbal, az acélbetétek tengelyvonalát vastag vonallal szerkesszük!
-Jelen terven a különbözőképpen elhelyezett függőleges kengyelek külön jelölést kaptak (8 illetve 9). Ezeket csak oktatási célzattal jelöltük így.
Az EC ugyanis nem kéri a külön jelölést, elegendő csak megjegyzésként írni, hogy másképpen kerülnek behelyezésre.
-A 10 jelű szerkesztővasak minden második kengyelálláshoz kerülnek beszerelésre.
-A keresztmetszet magasságának felében elhelyezett 7 illetve 10 jelű acélbetétekre csak akkor van szükség, ha a keresztmetszet 50cm-nél magasabb!

A Nemetschek cég egyik diák verziójával készült

HIDAK ÉS SZERKEZETEK TANSZÉKE
VASBETONSZERKEZETEK TERVEZÉSE - TERVEZÉSI FELADAT
VASBETON GERENDA VASALÁSI ÉS ZSALUZÁSI TERVE
HOSSZMETSZET M=1:50, KERESZTMETSZETEK M=1:20

Tervező:	2007.II. 03.	S1
Konzulens:	Aláírás:	

Melléklet*

m1. táblázat: Betonok jellemzõi

		Melegen hengerelt betonacélok			Hidegen húzott acélok	
Eurocode		B 500	B 400	B 240	B 500	
MSZ		**B 60.50** B 75.50	B 55.40 B 60.40*	B 38.24	BHB55.50	BHS55.50 C15
f_{yk}	N/mm^2 (MPa)	500	400	240	500	500
f_{yd}		435	348	209	435	435
ε_{uk}	%	18	20	25	10	10
ϕ	mm	8-40	8-40	6-40	4,2 - 5,5	4,2 - 12
felület		csavarbordás	nyílbordás	sima	bordázott	sima
hegeszthetőség		a	c	a	b	b
E_s	kN/mm^2 (GPa)	200	200		200	
ξ_{co}		0,49	0,53	0,62	0,49	0,49
ξ'_{co}		2,11	1,59	1,14	2,11	2,11

m2. táblázat: Betonacélok jellemzõi

($f_{ck} \leq 50$ N/mm^2 *)		C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/67
f_{ck}	N/mm^2 (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50
f_{cd}		8,0	10,7	13,3	16,7	20,0	23,3	26,7	30,0	33,3
f_{ctd}		0,73	0,89	1,0	1,2	1,4	1,5	1,6	1,8	1,9
f_{ctm}		1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1
f_{bd}		1,6	2,0	2,3	2,7	3,0	3,4	3,7	4,0	4,3
$\varphi(\infty,28)$	-	3,02	2,76	2,55	2,35	2,13	1,92	1,76	1,63	1,53
E_{cm}	kN/mm^2 (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37
$E_{c,eff}$		6,7	7,7	8,5	9,3	10,5	11,6	12,7	13,7	14,6
$\varepsilon_{cs,\infty}$	‰	0,4								
α_t	1/°C	10^{-5}								

m3. táblázat: Betonacélok keresztmetszeti területe

db\ ϕ	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	32	36	40
1	28	50	79	113	154	201	254	314	380	491	616	804	1018	1257
2	57	101	157	226	308	402	509	628	760	982	1232	1608	2036	2513
3	85	151	236	339	462	603	763	942	1140	1473	1847	2413	3054	3770
4	113	201	314	452	616	804	1018	1257	1521	1963	2463	3217	4072	5027
5	141	251	393	565	770	1005	1272	1571	1901	2454	3079	4021	5089	6283
6	170	302	471	679	924	1206	1527	1885	2281	2945	3695	4825	6107	7540
7	198	352	550	792	1078	1407	1781	2199	2661	3436	4310	5630	7125	8796
8	226	402	628	905	1232	1608	2036	2513	3041	3927	4926	6434	8143	10053
9	254	452	707	1018	1385	1810	2290	2827	3421	4418	5542	7238	9161	11310
10	283	503	785	1131	1539	2011	2545	3142	3801	4909	6158	8042	10179	12566
11	311	553	864	1244	1693	2212	2799	3456	4181	5400	6773	8847	11197	13823
12	339	603	942	1357	1847	2413	3054	3770	4562	5890	7389	9651	12215	15080

m4. táblázat: Betonacélok fajlagos tömege

ϕ	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	32	36	40
g	0,222	0,394	0,616	0,887	1,21	1,58	2,00	2,46	2,98	3,85	4,83	6,31	7,98	9,85

* Forrás: Deák György-Draskóczy András-Dulácska Endre-Koollár László-Visnovitz György: Vasbeton-szerkezetek

Betonfedésre vonatkozó szerkesztési szabályok

A betonfedés, c_{nom} a hosszanti acélbetétekre és a kegyelekre is meg kell hogy haladja a minimális betonfedés 10mm-rel növelt értékét:

$$c_{nom} \geq 10mm + \max\begin{pmatrix} c_{min.b} \\ c_{min.dur} \\ 10mm \end{pmatrix}$$

Ahol:

$c_{min.b}$ a tapadáshoz szükséges elméleti minimális betonfedés. Ez általában egyenlsõ az acélbetét átmérõjével.

$c_{min.dur}$ a szerkezet jellemzõitõl és a környezeti feltételtõl függ. Szaraz környezetben $c_{min.dur}$ = 10mm

A betonacélok távolságára vonatkozó szerkesztési szabályok

A vasak közötti legkisebb távolság (a kibetonozhatóság és az átrepedés elkerülése érdekében):

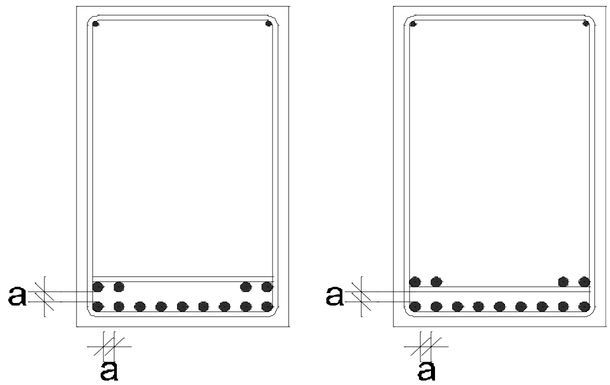
$$a_{min} := \max\begin{pmatrix} \phi \\ 20mm \\ d_g + 5mm \end{pmatrix}$$

Ahol

ϕ a betonacél névleges átmérõje

d_g az adalékanyag legnagyobb szemcsenagysága

A vasak közötti legnagyobb távolság:400mm



m1. ábra: betonacélok minimális távolsága

Betonacélok legorgonyzása, kampók kialakítása

A lehorgonyzási hossz alapértéke:

$$l_b := \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$$

A lehorgonyzási hossz tervezési értéke:

$$l_{bd} := \max\begin{pmatrix} \alpha_a \cdot l_b \cdot \dfrac{A_{s.requ}}{A_{s.prov}} \\ l_{b.min} \end{pmatrix}$$

Ahol

α_a a lehorgonyzás módját figyelembe vevõ szorzó (lásd m3. ábra)

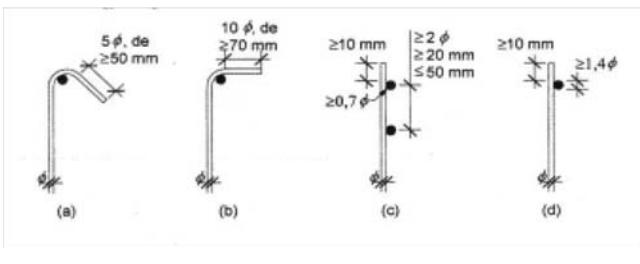
$\dfrac{A_{s.requ}}{A_{s.prov}}$ a lehorgonyzandó szükséges illetve tényleges vaskeresztmeti területek hányados. (Húzásra kihasznált betonacél esetén 1, más esetben <1)

$$l_{b.min} = \max\begin{pmatrix} \alpha_{min} \cdot l_b \cdot \dfrac{\sigma_s}{f_{yd}} \\ 10\phi \\ 100mm \end{pmatrix}$$

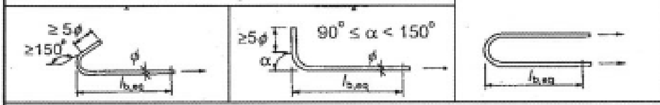
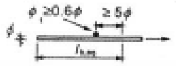
(a minimális lehorgonyzási hossz)

ahol $\alpha_{min} := 0.3$ húzott acélbetét esetén

$\alpha_{min} := 0.6$ nyomott acélbetét esetén



m2. ábra: példák kengyelvég kialakítására

Lehorgonyzási módok	α_a Húzott acélbetét	α_a Nyomott acélbetét
Egyenes vasvég	1,0	1,0
Kampó / Hurok 	0,7*	**
Egyenes vasvég legalább egy hegesztett keresztbetéttel l_{bd}-n belül 	0,7	0,7
Keresztirányú nyomás (p[N/mm²]) hatása (lásd 6.5.1. fejezet)	$\max\left\{\begin{matrix}1-0{,}04p\\0{,}7\end{matrix}\right\}$	-

Kampók, hurkok egy hegesztett keresztbetéttel is alkalmazhatók. Az α_a értékek összeszorozhatók.
A lehorgonyzás egyedileg megtervezett elemekkel is megoldható.

m3. ábra: betonacélok jellemzõ lehorgonyzási módjai és a hozzájuk tartozó α_a értékek

Betonacélok toldása

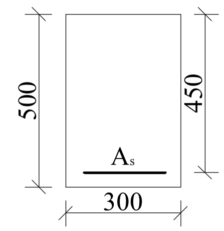
A szükséges toldási hossz (ha nincs az acélbetétek több mint a negyede egy keresztmetszetben, illetve 0,65l_0 hosszon belül - toldva - bõvebben lásd Deák György-Draskóczy András-Dulácska Endre-Kollár László-Visnovitz György: Vasbeton-szerkezetek címû könyvét):

$$l_0 := \max\begin{pmatrix} l_{bd} \\ l_{0.min} \end{pmatrix} \quad \text{ahol} \quad l_{0.min} := \max\begin{pmatrix} 15\phi \\ 200mm \end{pmatrix}$$

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG AZ I. GYAKORLATHOZ
Gyengén -, normálisan - és túlvasalt vasbeton keresztmetszetek monoton növekvő hajlítónyomatékkal szembeni viselkedésének vizsgálata

Készítették: Klinka Katalin és Völgyi István

A vizsgálat során alkalmazott geometria jellemzők:



$h := 500mm$

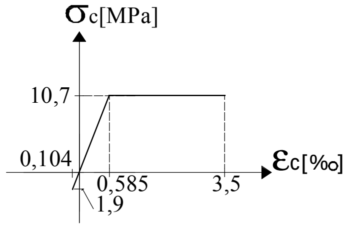
$b := 300mm$

$d := 450mm$

(A hajlítónyomaték alul okoz húzást)

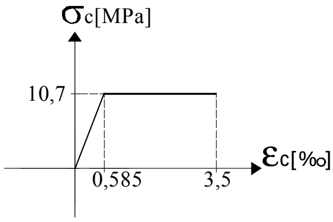
A vizsgálat során alkalmazott anyagjellemzők definiálása:

A repedésmentes beton σ(ε) diagramja:

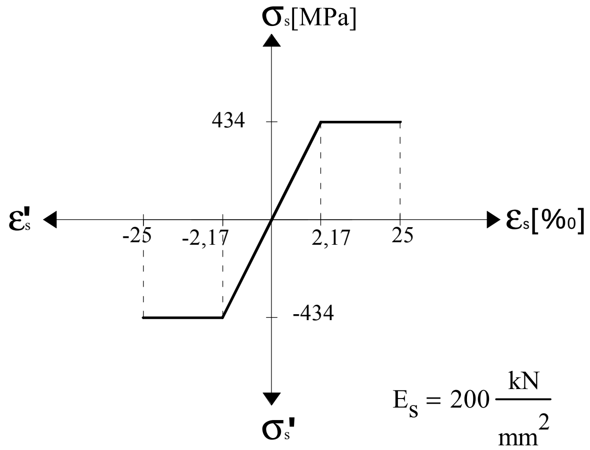


$E_c = 18.3 \frac{kN}{mm^2}$

A berepedt beton σ(ε) diagramja:



A betonacél σ(ε) diagramja:



$E_s = 200 \frac{kN}{mm^2}$

A beton anyagjellemzői:

$f_{c.c} := 10.7 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\quad f_{c.t} := 1.9 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\quad \varepsilon_1 := \frac{f_{c.c}}{E_c}$ $\quad \varepsilon_1 = 0.585‰$ $\quad \varepsilon_{c.E} := \varepsilon_1$ $\quad \varepsilon_{c.E} = 0.585‰$

$\varepsilon_2 := \frac{f_{c.t}}{E_c}$ $\quad \varepsilon_2 = 0.104‰$ $\quad \varepsilon_{cu} := 3.5 \cdot ‰$

A betonacél anyagjellemzői:

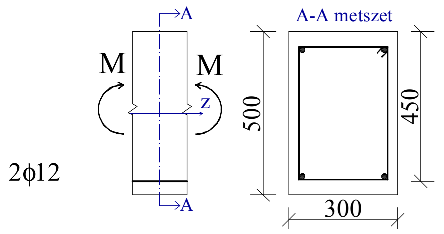
$f_y := 434 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\quad \varepsilon_{s.E} := \frac{f_y}{E_s}$ $\quad \varepsilon_{s.E} = 2.17‰$ $\quad \varepsilon_{su} := 25 \cdot ‰$

A betonacél és a beton rugalmassági modulusának aránya: $\alpha_E := \frac{E_s}{E_c}$ $\quad \alpha_E = 10.93$

Megjegyzés: A következő vizsgálatokban a betonkeresztmetszet geometriai méretei és a felhasznált beton illetve betonacél merevségi, szilárdsági jellemzői azonosak. Csak az alkalmazott betonacél mennyisége változik. Feltételezzük továbbá, hogy a keresztmetszetek hasznos magassága változatlan marad.

A vizsgálat során csak az első terhelést veszük figyelembe, a visszaterheléssel, a reverzíbilitással, a maradó alakváltozásokkal és az újra terhelés esetével nem foglalkozunk.
Meg kell még azt is állapítanunk, hogy a vizsgálatot a gerenda egyetlen keresztmetszetében végezzük el.

GYENGÉN VASALT VASBETON KERESZTMETSZET

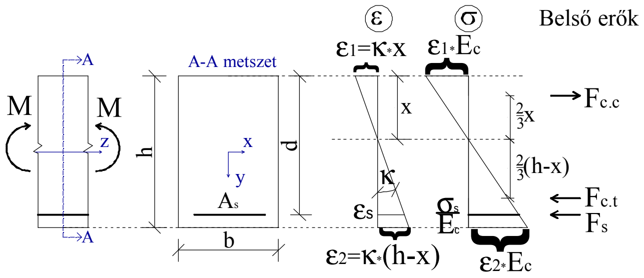


- az alkalmazott húzott vasalás: $n := 2$ darab $\phi := 12\text{mm}$

$$A_s := n \cdot \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4} \qquad A_s = 226.2\,\text{mm}^2$$

<u>Az I. feszültségi állapotban levő (repedésmentes) vb. km. nyomatékfüggvénye:</u>

A vetületi egyenletből megkapjuk a repedesmentes vasbeton keresztmetszet súlypontjának helyét:



$$\frac{1}{2}\cdot\kappa\cdot x_I\cdot E_c\cdot b\cdot x_I - \left[\frac{1}{2}\cdot\kappa\cdot\left(h - x_I\right)\cdot E_c\cdot\left(h - x_I\right)\cdot b - \kappa\cdot\left(d - x_I\right)\cdot E_c\cdot A_s\right] - \kappa\cdot\left(d - x_I\right)\cdot E_s\cdot A_s = 0$$

$$\frac{1}{2}\cdot x_I\cdot E_c\cdot b\cdot x_I - \frac{1}{2}\cdot\left(h - x_I\right)\cdot E_c\cdot\left(h - x_I\right)\cdot b - \left(d - x_I\right)\cdot E_c\cdot A_s - \left(d - x_I\right)\cdot E_s\cdot A_s = 0$$

Az I. feszültségi állapothoz tartozó ideális keresztmetszet inerciája: $x_I = 254\,\text{mm}$

$$I_I := \frac{b\cdot x_I^3}{3} + \frac{b\cdot\left(h - x_I\right)^3}{3} + A_s\cdot\left(d - x_I\right)^2\cdot\left(\alpha_E - 1\right) \qquad I_I = 321356.2\,\text{cm}^4$$

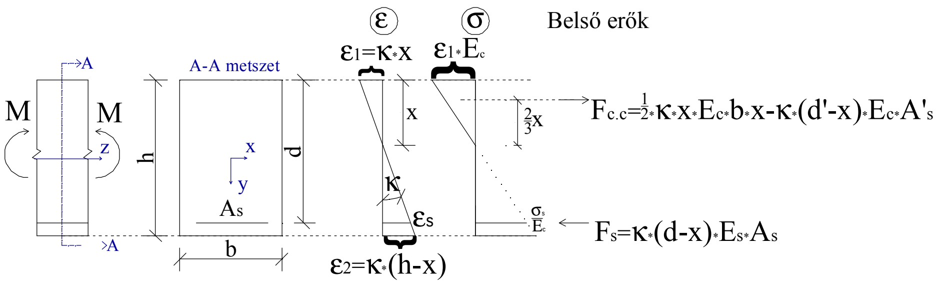
Az I. feszültségi állapotban nyomaték a κ görbület függvényében: $M_I(\kappa) := E_c\cdot I_I\cdot\kappa$

<u>Az I. feszültségi állapot határát jelentő görbület értéke:</u>

A húzott beton szélsőszál határnyúlásához tartozó görbület: $\kappa_I := \dfrac{\varepsilon_2}{h - x_I}$ $\boxed{\kappa_I = 4.213\times 10^{-7}\,\frac{1}{\text{mm}}}$

<u>A II. feszültségi állapotban levő vb. km. nyomatékfüggvénye:</u>

A vetületi egyenletből megkapjuk a II. fesz. állapotban a vasbeton keresztmetszet súlypontjának helyét:



$$\frac{1}{2}\cdot x_{II}\cdot E_c\cdot b\cdot x_{II} - \left(d - x_{II}\right)\cdot E_s\cdot A_s = 0 \qquad x_{II} = 78.3\,\text{mm}$$

A II. feszültségi állapothoz tartozó ideális keresztmetszet inerciája:

$$I_{II} := x_{II}^3\cdot b\cdot\frac{1}{3} + A_s\cdot\alpha_E\cdot\left(d - x_{II}\right)^2 \qquad I_{II} = 38955\,\text{cm}^4$$

Az II. feszültségi állapotban nyomaték a κ görbület függvényében: $M_{II}(\kappa) := E_c\cdot I_{II}\cdot\kappa$

A II. feszültségi állapot határát jelentő görbület értéke:

A nyomott szélsőszál rugalmassági határához tartozó nyúlásához a görbület: $\kappa_1 := \frac{\varepsilon_1}{x_{II}}$ $\kappa_1 = 7.47\times 10^{-6}\,\frac{1}{mm}$

A húzott acél rugalmassági határához tartozó nyúlásából kapott görbület: $\kappa_s := \frac{\varepsilon_{s.E}}{d - x_{II}}$ $\kappa_s = 5.838\times 10^{-6}\,\frac{1}{mm}$

A II. feszültségi állapot határát adó κ_{II} görbület:
(a húzott acél eléri a rugalmassági határát)

$$\kappa_{II} := \min\begin{pmatrix}\kappa_1\\ \kappa_s\end{pmatrix} \qquad \boxed{\kappa_{II} = 5.838\times 10^{-6}\,\frac{1}{mm}}$$

A II. és a III. feszültségi állapot közötti intermedier állapotban levő vasbeton km. nyomatékfüggvényei:

Ha a beton rugalmas állapotban van, az acélbetétek folynak, ekkor a nyomatékfüggvény:

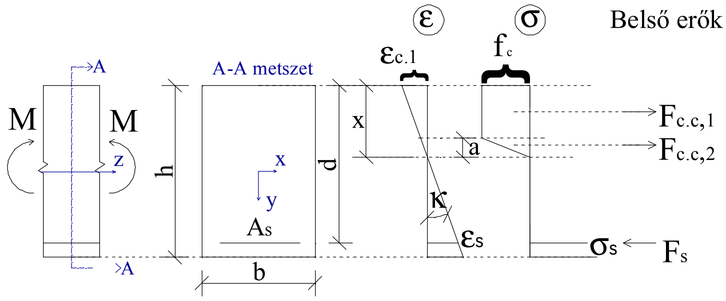
$$x_{fy}(\kappa) := \sqrt{\frac{f_y\cdot A_s}{\frac{1}{2}\cdot\kappa\cdot E_c\cdot b}} \qquad M_{fy}(\kappa) := \frac{1}{2}\cdot\kappa\cdot E_c\cdot b\cdot x_{fy}(\kappa)^2\cdot\left(d - \frac{1}{3}\cdot x_{fy}(\kappa)\right)$$

Ha a beton rugalmas és képlékeny állapot határán van, az acélbetétek folynak, ekkor a görbület:

$$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\varepsilon_1}{x}\right)\cdot E_c\cdot b\cdot x^2 - f_y\cdot A_s = 0 \qquad x = 61.2\,mm$$

$$\kappa_{\varepsilon c.E} := \frac{\varepsilon_1}{x} \qquad \boxed{\kappa_{\varepsilon c.E} = 9.56\times 10^{-6}\,\frac{1}{mm}}$$

A beton képlékeny állapotban van, az acélbetétek folynak:



Vetületi egyenlet:

$$b\cdot(x - a)\cdot f_{c.c} + \frac{1}{2}\cdot b\cdot a\cdot f_{c.c} - A_s\cdot f_y = 0 \qquad \text{ahol} \qquad a = \frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}$$

$$b\cdot\left(x - \frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\right)\cdot f_{c.c} + \frac{1}{2}\cdot b\cdot\left(\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\right)\cdot f_{c.c} - A_s\cdot f_y = 0$$

átalakítva

$$b\cdot x\cdot f_{c.c} - b\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\cdot f_{c.c} + \frac{1}{2}\cdot b\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\cdot f_{c.c} - A_s\cdot f_y = 0$$

ebből a semleges tengely helyének a függvénye:

$$x_{fc.c}(\kappa) := \frac{-\left(-f_{c.c}\cdot b\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa} + \frac{1}{2}\cdot f_{c.c}\cdot b\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa} - A_s\cdot f_y\right)}{f_{c.c}\cdot b}$$

Ekkor nyomaték a κ függvényében:

$$M_{fc.c}(\kappa) := b\cdot\left(x_{fc.c}(\kappa) - \frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\right)\cdot f_{c.c}\cdot\left(d - \frac{x_{fc.c}(\kappa) - \frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}}{2}\right) + \frac{1}{2}\cdot b\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\cdot f_{c.c}\cdot\left(d - x_{fc.c}(\kappa) + \frac{2}{3}\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\right)$$

III. feszültségi állapotban levő vasbeton keresztmetszet számítása:

A betonacél eléri a határnyúlását. $\frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{su}} = \frac{a}{d-x}$ ebből $a = \frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{su}} \cdot (d-x)$ $b \cdot (x-a) \cdot f_c + \frac{1}{2} \cdot b \cdot a \cdot f_c - A_s \cdot f_y = 0$

$$b \cdot \left[x - \frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{su}} \cdot (d-x)\right] \cdot f_{c.c} + \frac{1}{2} \cdot b \cdot \left[\frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{su}} \cdot (d-x)\right] \cdot f_{c.c} - A_s \cdot f_y = 0$$

$x = 35.4\,\mathrm{mm}$

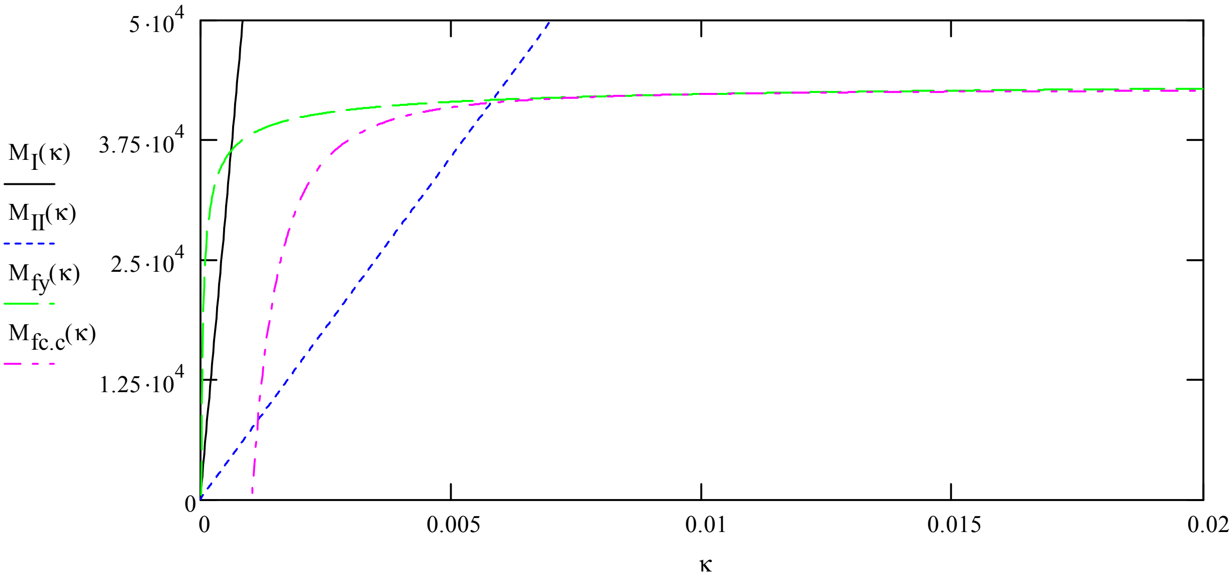
A görbület értéke III. feszültségi állapotban: $\kappa_{III} := \frac{\varepsilon_{su}}{d-x}$

$$\boxed{\kappa_{III} = 6.03 \times 10^{-5}\ \frac{1}{\mathrm{mm}}}$$

A beton szélső szálának összenyomódása: $\varepsilon := \kappa_{III} \cdot x$ $\varepsilon = 2.1\,‰$ Tényleg nem éri el a határösszenyomódás értékét.

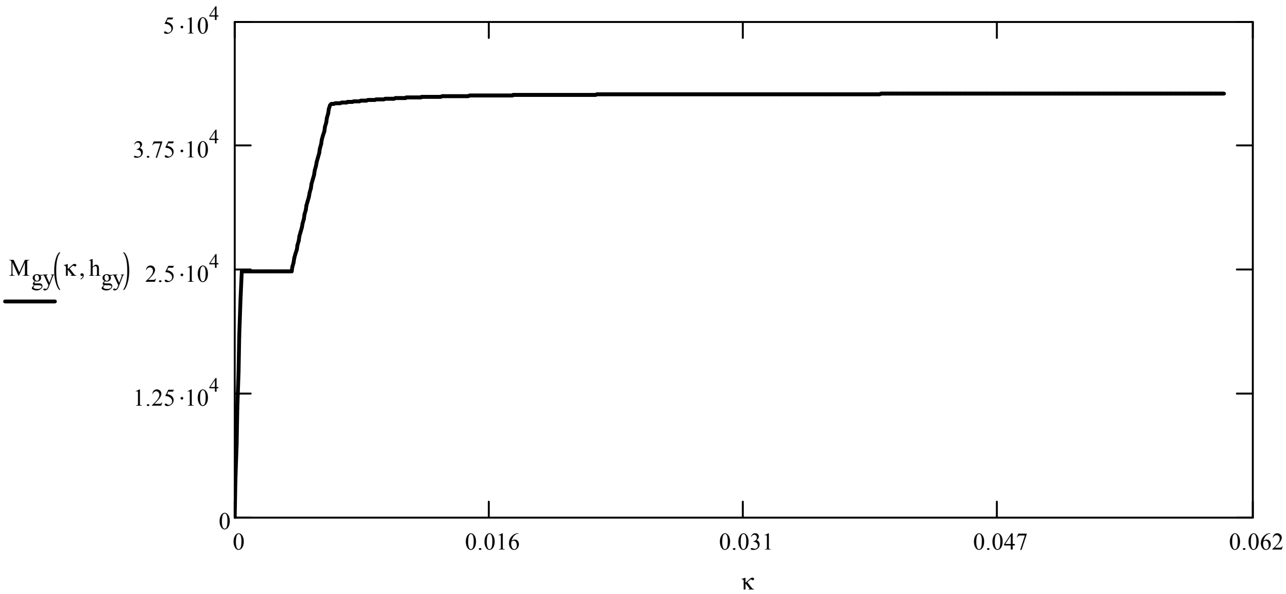
Megjegyzés: diagramokon az értékek Nm-ban és 1/m-ben értendők.

A szemléltetés kedvéért ábrázoljuk egy diagramon a különböző állapotokhoz tartozó nyomaték függvényeket:

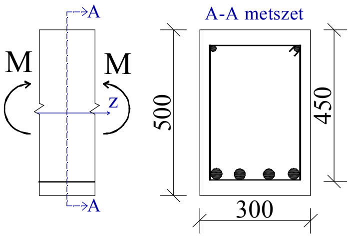


A gyengén vasalt vasbeton keresztmetszet M(κ) görbéje:

A viselkedést az előbbi nyomaték-függvények metszéspontjai alapján kapjuk:



NORMÁLISAN VASALT VASBETON KERESZTMETSZET



- az alkalmazott húzott vasalás: $n := 4$ darab $\phi := 20\text{mm}$

$$A_s := n \cdot \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4} \qquad A_s = 1256.6\,\text{mm}^2$$

Az I. feszültségi állapotban levő (repedésmentes) vb. km. nyomatékfüggvénye:

$$\frac{1}{2} \cdot x_I \cdot E_c \cdot b \cdot x_I - \left[\frac{1}{2} \cdot (h - x_I) \cdot E_c \cdot (h - x_I) b - (d - x_I) \cdot E_c \cdot A_s\right] - (d - x_I) E_s \cdot A_s = 0 \qquad x_I = 265\,\text{mm}$$

$$I_I := \frac{b \cdot x_I^3}{3} + \frac{b \cdot (h - x_I)^3}{3} + A_s \cdot (d - x_I)^2 \cdot (\alpha_E - 1) \qquad I_I = 321356.2\,\text{cm}^4$$

$$M_I(\kappa) := E_c \cdot I_I \cdot \kappa$$

Az I. feszültségi állapot határát jelentő görbület értéke:

$$\kappa_I := \frac{\varepsilon_2}{h - x_I} \qquad \boxed{\kappa_I = 4.425 \times 10^{-7} \frac{1}{\text{mm}}}$$

A II. feszültségi állapotban levő vb. km. nyomatékfüggvénye:

$$\frac{1}{2} \cdot x_{II} \cdot E_c \cdot b \cdot x_{II} - (d - x_{II}) \cdot E_s \cdot A_s = 0 \qquad \boxed{x_{II} = 162.3\,\text{mm}}$$

$$I_{II} := x_{II}^3 \cdot b \cdot \frac{1}{3} + A_s \cdot \alpha_E \cdot (d - x_{II})^2 \qquad I_{II} = 156428\,\text{cm}^4$$

$$h_n := \frac{I_I}{I_{II}} \qquad M_{II}(\kappa) := E_c \cdot I_{II} \cdot \kappa$$

A II. feszültségi állapot határát jelentő görbület értéke:

A nyomott szélsőszál rugalmassági határához tartozó nyúlásához a görbület: $\kappa_1 := \frac{\varepsilon_1}{x_{II}}$ $\quad \kappa_1 = 3.603 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}$

A húzott acél rugalmassági határához tartozó nyúlásából kapott görbület: $\kappa_s := \frac{\varepsilon_{s.E}}{d - x_{II}}$ $\quad \kappa_s = 7.543 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}$

A II. feszültségi állapot határát adó κ_{II} görbület:
(a nyomott szélsőszál eléri a rugalmassági határát)

$$\kappa_{II} := \min\begin{pmatrix} \kappa_1 \\ \kappa_s \end{pmatrix} \qquad \boxed{\kappa_{II} = 3.603 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}}$$

A II. és a III. feszültségi állapot közötti intermedier állapotban levő vasbeton km. nyomatékfüggvényei:

Ha beton képlékeny állapotban van, az acélbetétek rugalmasak, ekkor a nyomatékfüggvény:

$b\cdot(x-a)\cdot f_{c.c}+\frac{1}{2}\cdot b\cdot a\cdot f_{c.c}-A_s\cdot E_s\cdot\varepsilon_s=0$ $\quad\varepsilon_s=\kappa\cdot(d-x)$ ehhez tartozó betonacél feszültség: $\sigma_s=E_s\cdot\varepsilon_s$

$a=\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}$ behelyettesítve a vetületi egyenletbe:

$$b\cdot\left(x-\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\right)\cdot f_{c.c}+\frac{1}{2}\cdot b\cdot\left(\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\right)\cdot f_{c.c}-A_s\cdot E_s\cdot[\kappa\cdot(d-x)]=0$$ átrendezve

$$x\cdot\left(f_{c.c}\cdot b+A_s\cdot E_s\cdot\kappa\right)-f_{c.c}\cdot b\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}+\frac{1}{2}\cdot f_{c.c}\cdot b\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}-A_s\cdot E_s\cdot\kappa\cdot d=0$$

A semleges tengely helye a κ függvényében:

$$x_{fc.c}(\kappa):=\frac{-\left(-f_{c.c}\cdot b\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}+\frac{1}{2}\cdot f_{c.c}\cdot b\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}-A_s\cdot E_s\cdot\kappa\cdot d\right)}{f_{c.c}\cdot b+A_s\cdot E_s\cdot\kappa}$$

A nyomaték a κ függvényében:

$$M_{fc.c}(\kappa):=b\cdot\left(x_{fc.c}(\kappa)-\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\right)\cdot f_{c.c}\cdot\left(d-\frac{x_{fc.c}(\kappa)-\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}}{2}\right)+\frac{1}{2}\cdot b\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\cdot f_{c.c}\cdot\left(d-x_{fc.c}(\kappa)+\frac{2}{3}\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\right)$$

Ennek az állapotnak a határát az acélbetétek megfolyása jelenti, az ehhez tartozó görbület értéke:

$\frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{s.E}}=\frac{a}{d-x}$ ebből $\quad a=\frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{s.E}}\cdot(d-x)$

A semleges tengely helye a vetületi egyenletből meghatározható:

$$b\cdot\left[x-\frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{s.E}}\cdot(d-x)\right]\cdot f_{c.c}+\frac{1}{2}\cdot b\cdot\left[\frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{s.E}}\cdot(d-x)\right]\cdot f_{c.c}-A_s\cdot f_y=0$$

$x=203.2\,\mathrm{mm}$

Az acélbetétek megfolyásához tartozó görbület értéke: $\kappa_{\varepsilon s.E}:=\frac{\varepsilon_{s.E}}{d-x}$ $\quad\boxed{\kappa_{\varepsilon s.E}=8.791\times10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{mm}}}$

A beton képlékeny állapotban van, az acélbetétek folynak, ekkor a nyomatékfüggvény:

Vetületi egyenlet:

$$b\cdot(x-a)\cdot f_{c.c}+\frac{1}{2}\cdot b\cdot a\cdot f_{c.c}-A_s\cdot f_y=0$$

A semleges tengely helye a κ függvényében:

$$x_{fy}(\kappa):=\frac{-\left(-f_{c.c}\cdot b\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}+\frac{1}{2}\cdot f_{c.c}\cdot b\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}-A_s\cdot f_y\right)}{f_{c.c}\cdot b}$$

A nyomaték a κ függvényében:

$$M_{fy}(\kappa):=b\cdot\left(x_{fy}(\kappa)-\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\right)\cdot f_{c.c}\cdot\left(d-\frac{x_{fy}(\kappa)-\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}}{2}\right)+\frac{1}{2}\cdot b\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\cdot f_{c.c}\cdot\left(d-x_{fy}(\kappa)+\frac{2}{3}\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\right)$$

III. feszültségi állapotban levő vasbeton keresztmetszet számítása:

A vasbeton nyomott, felső szélső szálban az összenyomódás eléri a beton határösszenyomódásának értékét, ezért a vb. keresztmetszet a III. feszültség állapotba kerül ($\varepsilon_{c,\text{felső}}=\varepsilon_{c,u}$=3,5‰)!

A semleges tengely helye a vetületi egyenletből meghatározható:

$$b\cdot(x-a)\cdot f_c + \frac{1}{2}\cdot b\cdot a\cdot f_c - A_s\cdot f_y = 0$$

$$b\cdot\left(x-\frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{cu}}\cdot x\right)\cdot f_{c.c} + \frac{1}{2}\cdot b\cdot\left(\frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{cu}}\cdot x\right)\cdot f_{c.c} - A_s\cdot f_y = 0$$

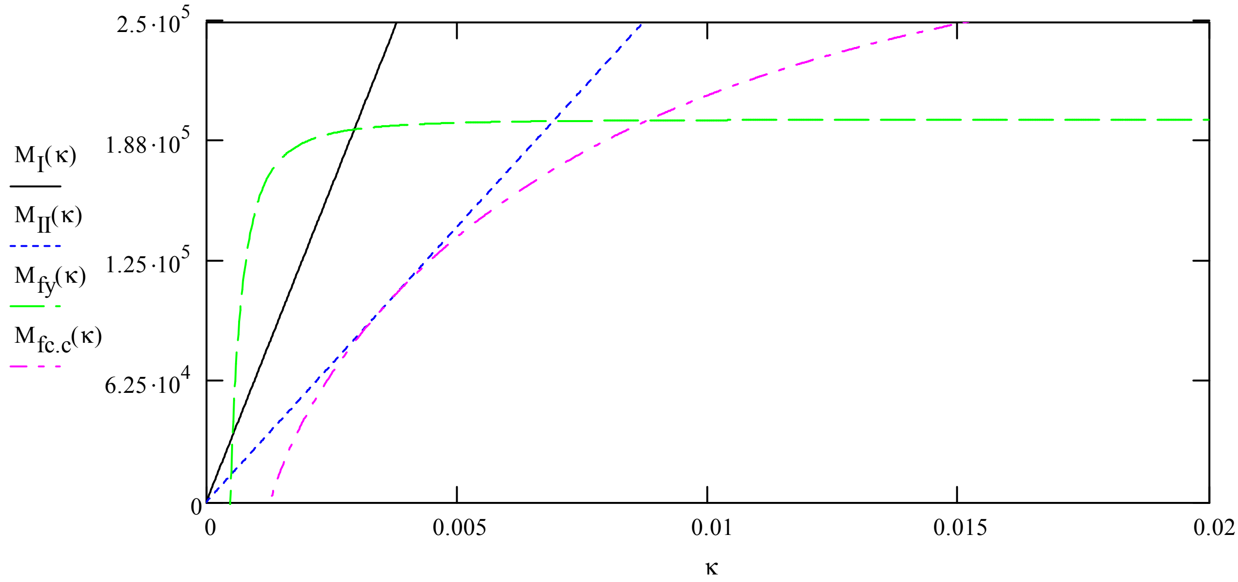
$x = 185.4\,\text{mm}$

A görbület értéke III. feszültségi állapotban: $\kappa_{\varepsilon cu} := \frac{\varepsilon_{cu}}{x}$

$$\boxed{\kappa_{\varepsilon cu} = 1.888\times 10^{-5}\,\frac{1}{\text{mm}}}$$

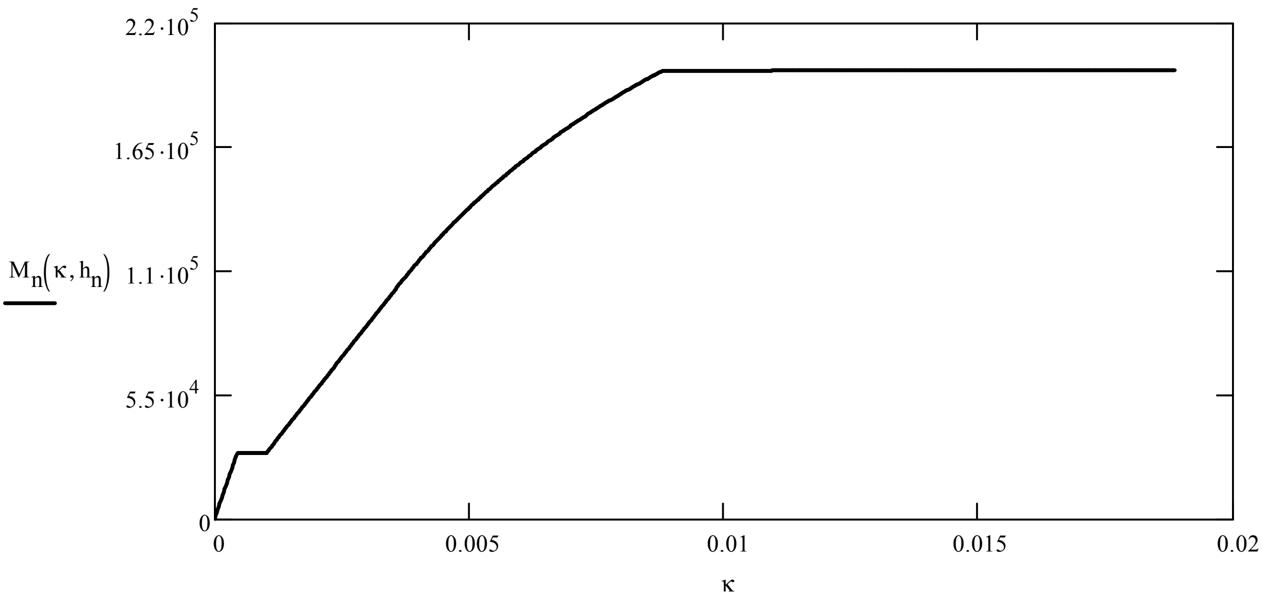
A szemléltetés kedvéért ábrázoljuk egy diagramon a különböző állapotokhoz tartozó nyomaték függvényeket:

Megjegyzés: diagramon az értékek Nm- ben és 1/m-ben értendők.

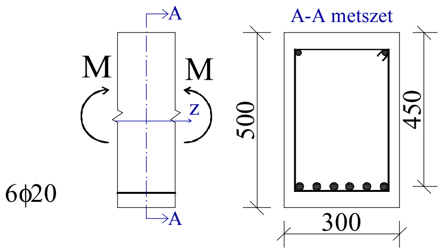


A normálisan vasalt vasbeton keresztmetszet M(κ) görbéje:

A viselkedést az előbbi nyomaték-függvények metszéspontjai alapján kapjuk:



TÚLVASALT KERESZTMETSZET VISELKEDÉSE



az alkalmazott húzott vasalás: $n := 6$ darab $\phi := 20\text{mm}$

$$A_s := n\cdot\frac{\phi^2\cdot\pi}{4} \qquad A_s = 1885\,\text{mm}^2$$

Az I. feszültségi állapotban levő (repedésmentes) vasbeton keresztmetszet nyomatékfüggvénye:

$$\frac{1}{2}\cdot x_I\cdot E_c\cdot b\cdot x_I - \left[\frac{1}{2}\cdot(h-x_I)\cdot E_c\cdot(h-x_I)\,b - (d-x_I)\cdot E_c\cdot A_s\right] - (d-x_I)E_s\cdot A_s = 0$$

$$\boxed{x_I = 272\,\text{mm}}$$

$$I_I := \frac{b\cdot x_I^3}{3} + \frac{b\cdot(h-x_I)^3}{3} + A_s\cdot(d-x_I)^2\cdot(\alpha_E - 1)$$

$$I_I = 379058.1\,\text{cm}^4$$

$$M_I(\kappa) := E_c\cdot I_I\cdot\kappa$$

Az I. feszültségi állapot határát jelentő görbület értéke:

$$\kappa_I := \frac{\varepsilon_2}{h-x_I} \qquad \boxed{\kappa_I = 4.557\times10^{-7}\,\frac{1}{\text{mm}}}$$

A II. feszültségi állapotban levő vb. km. nyomatékfüggvénye:

$$\frac{1}{2}\cdot x_{II}\cdot E_c\cdot b\cdot x_{II} - (d-x_{II})\cdot E_s\cdot A_s = 0$$

$$\boxed{x_{II} = 189.2\,\text{mm}}$$

$$I_{II} := x_{II}^3\cdot b\cdot\frac{1}{3} + A_s\cdot\alpha_E\cdot(d-x_{II})^2$$

$$I_{II} = 207846\,\text{cm}^4$$

$$M_{II}(\kappa) := E_c\cdot I_{II}\cdot\kappa$$

A II. feszültségi állapot határát jelentő görbület értéke:

A nyomott szélsőszál rugalmassági határához tartozó nyúlásához a görbület: $\kappa_1 := \frac{\varepsilon_1}{x_{II}}$ $\qquad \kappa_1 = 3.09\times10^{-6}\,\frac{1}{\text{mm}}$

A húzott acél rugalmassági határához tartozó nyúlásából kapott görbület: $\kappa_s := \frac{\varepsilon_{s.E}}{d-x_{II}}$ $\qquad \kappa_s = 8.322\times10^{-6}\,\frac{1}{\text{mm}}$

A II. feszültségi állapot határát adó κ_{II} görbület:
(a nyomott szélsőszál eléri a rugalmassági határát)

$$\kappa_{II} := \min\begin{pmatrix}\kappa_1\\ \kappa_s\end{pmatrix} \qquad \boxed{\kappa_{II} = 3.09\times10^{-6}\,\frac{1}{\text{mm}}}$$

A II. és a III. feszültségi állapot közötti intermedier állapotban levő vasbeton km. nyomatékfüggvényei:
A beton képlékenyedik, az acélbetétek rugalmas állapotban vannak, ekkor a nyomatékfüggvény:

$$b\cdot(x-a)\cdot f_{c.c} + \frac{1}{2}\cdot b\cdot a\cdot f_{c.c} - A_s\cdot E_s\cdot\varepsilon_s = 0 \qquad \sigma_s = E_s\cdot\varepsilon_s$$

$$b\cdot\left(x - \frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\right)\cdot f_{c.c} + \frac{1}{2}\cdot b\cdot\left(\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\right)\cdot f_{c.c} - A_s\cdot E_s\cdot[\kappa\cdot(d-x)] = 0$$

A semleges tengely helye a κ függvényében:

$$x_{fc.c}(\kappa) := \frac{-\left(-f_{c.c}\cdot b\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa} + \frac{1}{2}\cdot f_{c.c}\cdot b\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa} - A_s\cdot E_s\cdot\kappa\cdot d\right)}{f_{c.c}\cdot b + A_s\cdot E_s\cdot\kappa}$$

A nyomaték a κ függvényében:

$$M_{fc.c}(\kappa) := b\cdot\left(x_{fc.c}(\kappa) - \frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\right)\cdot f_{c.c}\cdot\left(d - \frac{x_{fc.c}(\kappa) - \frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}}{2}\right) + \frac{1}{2}\cdot b\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\cdot f_{c.c}\cdot\left(d - x_{fc.c}(\kappa) + \frac{2}{3}\cdot\frac{\varepsilon_{c.E}}{\kappa}\right)$$

III. feszültségi állapotban levő vasbeton keresztmetszet számítása:

A vasbeton km. nyomott, felső szélső szálában az összenyomódás eléri a beton határösszenyomódásának értékét: ε_{cu}=3,5‰, így III. fesz. állapotba kerül, mielőtt az acél megfolyna

A semleges tengely helye a vetületi egyenletből meghatározható:

$$\frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{cu}} = \frac{a}{d-x} \qquad \text{ebből} \qquad a = \frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{cu}} \cdot x$$

$$\kappa = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} \qquad \varepsilon_s = \kappa \cdot (d-x) = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} \cdot (d-x) \qquad b \cdot (x-a) \cdot f_c + \frac{1}{2} \cdot b \cdot a \cdot f_c - A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_s = 0$$

$$b \cdot \left(x - \frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{cu}} \cdot x \right) \cdot f_{c.c} + \frac{1}{2} \cdot b \cdot \left(\frac{\varepsilon_{c.E}}{\varepsilon_{cu}} \cdot x \right) \cdot f_{c.c} - A_s \cdot E_s \cdot \left[\frac{\varepsilon_{cu}}{x} \cdot (d-x) \right] = 0$$

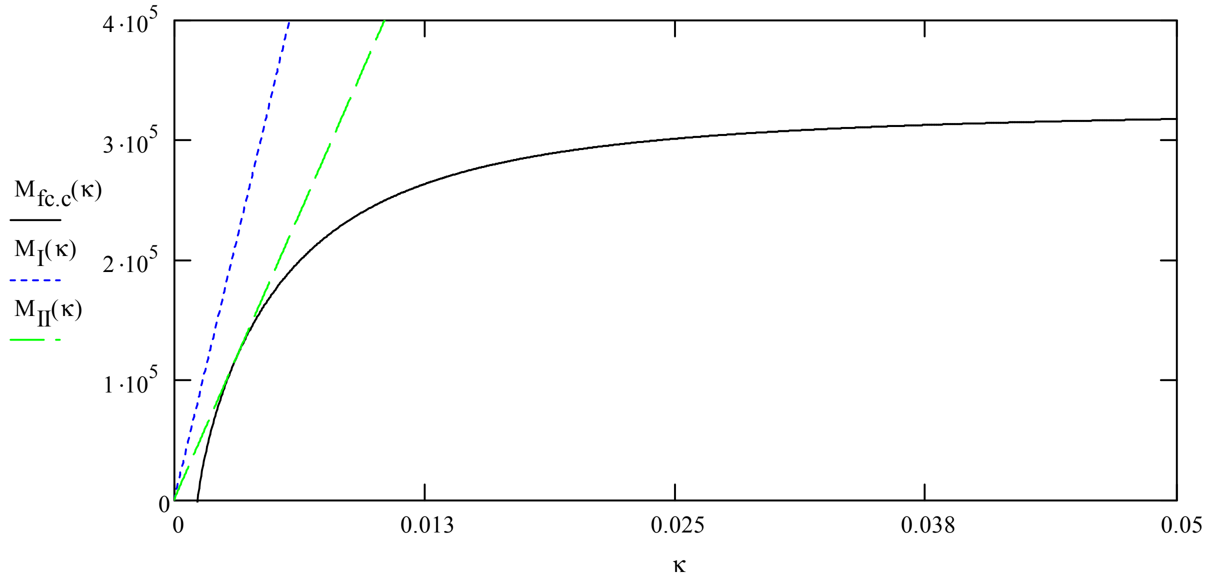
$x = 277.9\,\text{mm}$

A görbület értéke III. feszültségi állapotban: $\kappa_{\varepsilon cu} := \frac{\varepsilon_{cu}}{x}$ $\boxed{\kappa_{\varepsilon cu} = 1.26 \times 10^{-5} \frac{1}{mm}}$

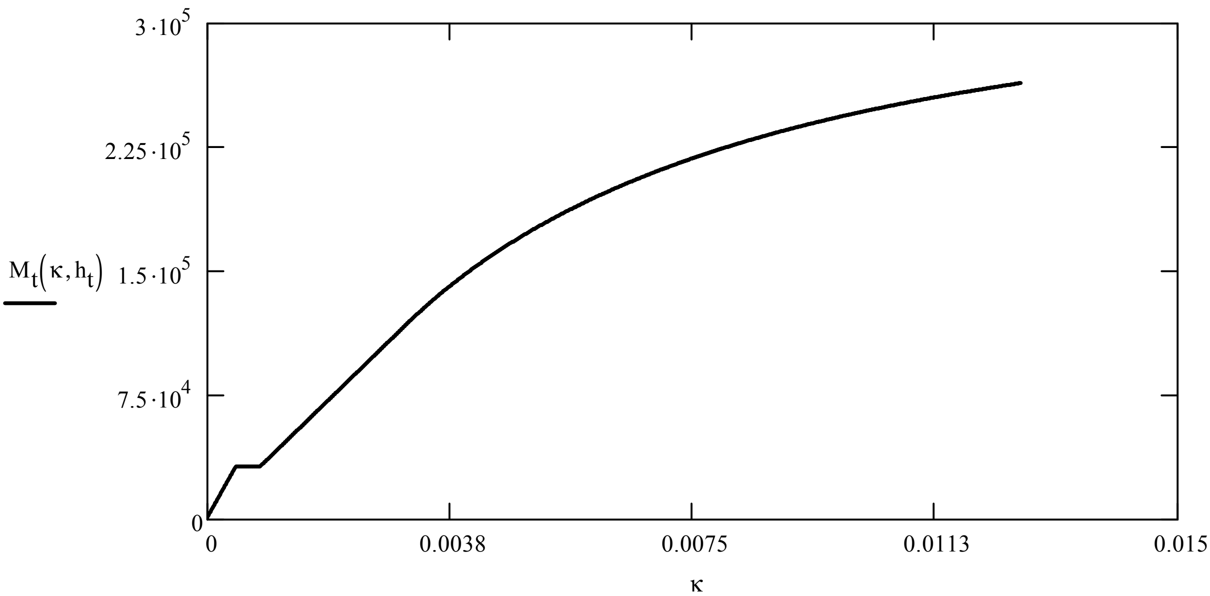
Ekkor az acélban keletkező megnyúlás:

$\varepsilon_s := \kappa_{\varepsilon cu} \cdot (d-x)$ $\varepsilon_s = 2.168\,‰$ $<$ $\varepsilon_{s.E} = 2.17\,‰$

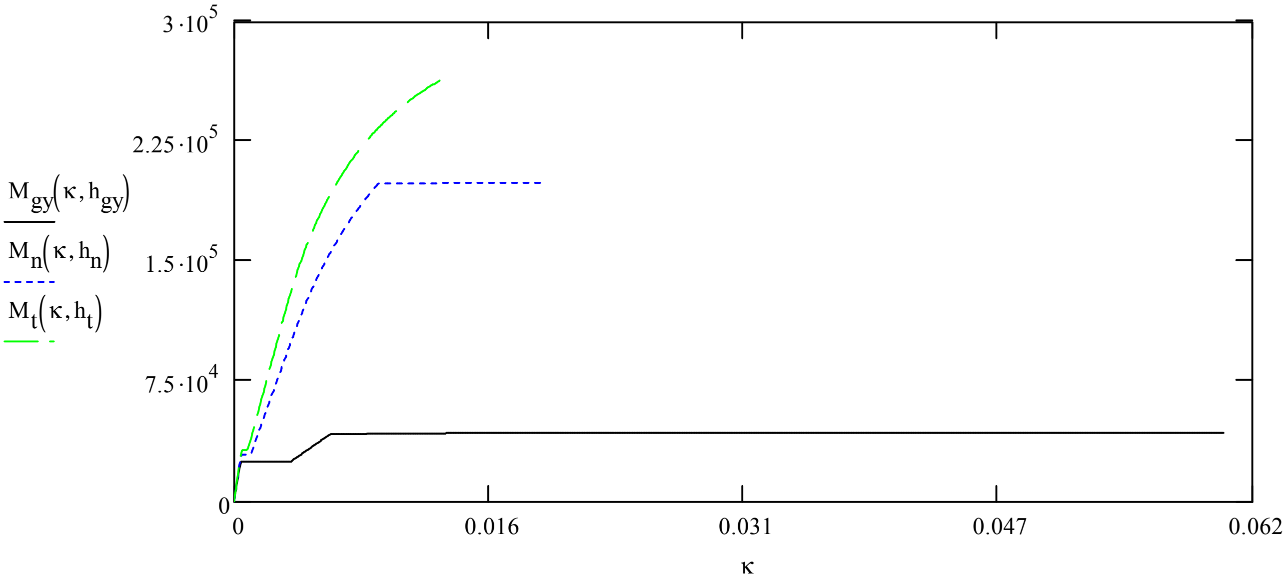
A szemléltetés kedvéért ábrázoljuk egy diagramon a különböző állapotokhoz tartozó nyomaték függvényeket:



A túlvasalt vasbeton keresztmetszet M(κ) görbéje:

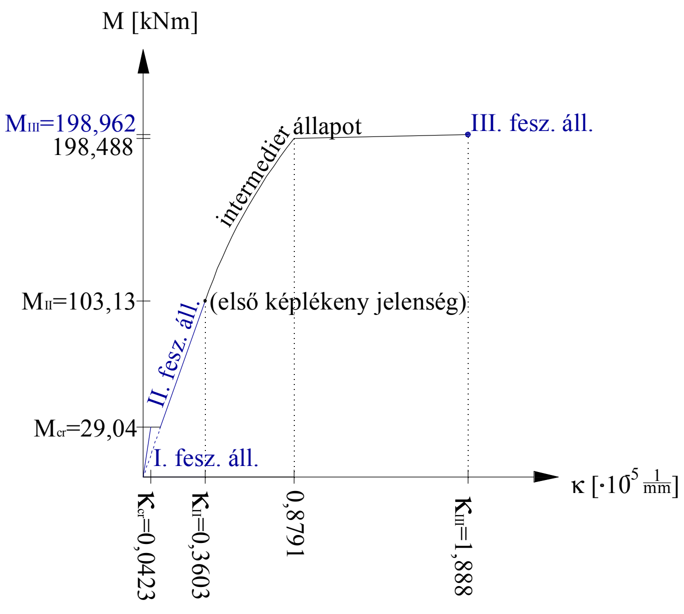


A gyengén -, a normálisan - és túlvasalt vasbeton keresztmetszet M(κ) görbéi



MEGÁLLAPÍTÁSOK (összegezve):
A VB. KM. NYOMATÉK-GÖRBÜLET ÖSSZEFÜGGÉSE

Ábrázoljuk a példákban szereplő vb. keresztmetszet a nyomatékainak alakulását a görbületváltozásának függvényében, ha azt monoton növekvő nyomaték terheli, (és csak az első terhelést veszük figyelembe, a visszaterheléssel, a reverzíbilitással, a maradó alakváltozásokkal és az újra terhelés esetével nem foglalkozunk)!
(A vizsgálatot részletesen lásd a Kiegészítő anyag az I. gyakorlathoz c. részben a normálisan vasalt keresztmetszetnél)

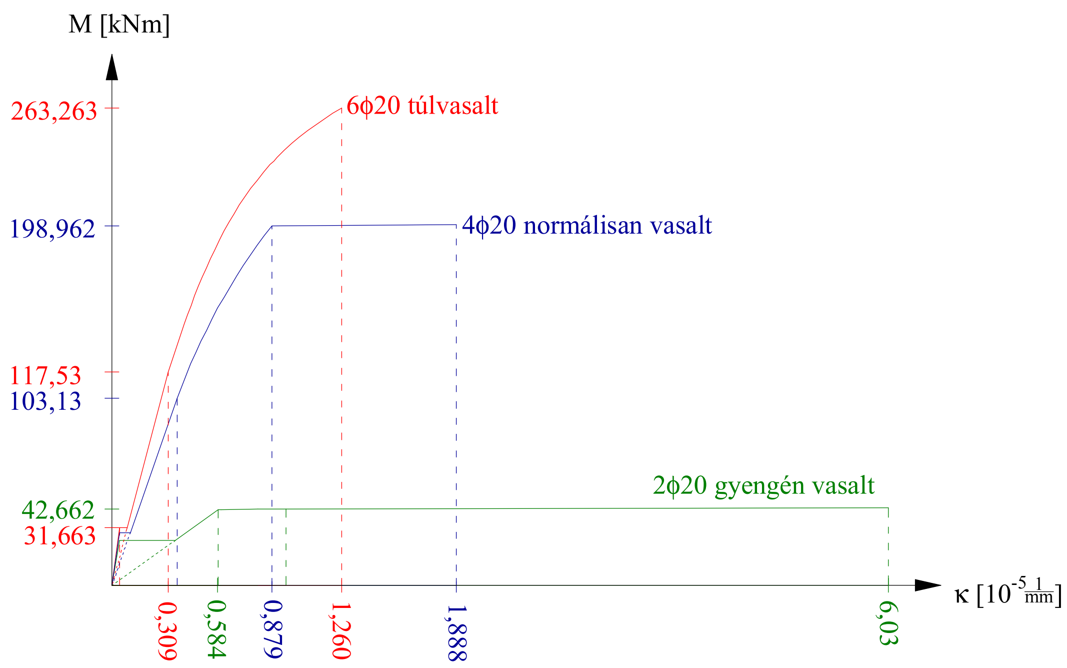


A vizsgált, monoton növekvő nyomatékkal terhelt vb. keresztmetszet M(κ) görbéjének I. fesz. állapothoz tartozó szakasza egy adott meredekségű egyenessel jellemzhető, amelynek a határát a repesztőnyomaték értéke adja. Ekkor a vb. keresztmetszet bereped, így az inerciája lecsökken ($I_{II} < I_I$), mivel $\kappa = \frac{M}{EI}$, ezért nyomaték állandó nagysága mellett κ szükségszerűen növekedni fog.
A II. feszültségi állapot is egy egyenessel jellemezhető, a meredeksége nyilvánvalóan kisebb lesz, mint az I. feszültségi állapoté, hisz a berepedt km. inerciája is kisebb. A II. fesz. állapotot egy nemlineáris intermedier állapot követ, ebben az intermedier állapotban először vagy a beton, vagy a betonacél/ok kezdenek el képlékenyen viselkedni, majd nyomaték növekedésével mind a beton és a betonacélok is képlékeny állapotba kerülnek. Az M(κ) görbének a végpontja - és valóban csak egyetlen pontja - a III. feszültségi állapot.

EGYSZERESEN VASALT NÉGYSZÖGKERESZTMETSZET HAJLíTÓNYOMATÉKKAL SZEMBENI VISELKEDÉSÉNEK ELEMZÉSE

NYOMATÉK-GÖRBÜLET ÖSSZEFÜGGÉS

A gyengén -, a normálisan - és túlvasalt vasbeton keresztmetszet M(κ) görbéi a következő diagramon láthatóak:
<u>Megjegyzés</u>: a vizsgálat során a beton bilineáris anyagmodelljét használtuk.



A diagramon követhető, hogy a repesztőnyomaték nagysága alig függ a vasmennyiségtől. Az is megfigyelhető, hogy ha kevés a betonacél a vb. keresztmetszetben (I_I>>I_{II}) az I. feszültségi állapothoz tartozó egyenes meredekségéhez képest jelentősen lecsökken a II. feszültségi állapothoz tartozó egyenes meredeksége, míg sok vas esetén ez alig csökken.
A gyengén vasalt keresztmetszetnél a felvehető M_{Rd} hajlítónyomaték értéke nem sokkal nagyobb, mint a repesztőnyomaték, és már egy igen alacsony nyomatékértéknél nagy alakváltozások játszódnak le. A túlvasalt keresztmetszetnél pedig az látható, hogy a III. feszültségi állapot elérése előtt csak korlátozottan képes alakváltozásokra. A normálisan vasalt vb. keresztmetszetek viselkedése mindezekkel szemben kedvező, hisz megfelelően nagy nyomatékot képes felvenni a repesztőnyomaték felett és a keresztmetszet tönkremenetele előtt jelentősen nagy képlékeny alakváltozásokra képes.

A "megfelelően" nagy nyomatéki teherbírás és a "jelentősen nagy" képlékeny alakváltozások tisztázása a vizsgálatot részletesen lásd a **Kiegészítő anyag az II. gyakorlathoz** c. részben.

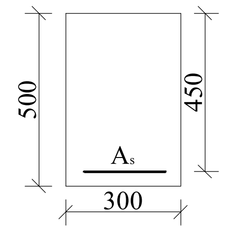
KIEGÉSZÍTŐ ANYAG AZ II. GYAKORLATHOZ

Egyszeresen vasalt négyszög keresztmetszet hajlítónyomatékkal szembeni viselkedésének elemezése

Készítették: Klinka Katalin és Völgyi István

Az elemzés során az alábbi vasbeton keresztmetszet viselkedését kísérjük végig egyre növekvő húzott vasmennyiségek mellett:

A vizsgálat során alkalmazott geometria jellemzők:



$h := 500\text{mm}$

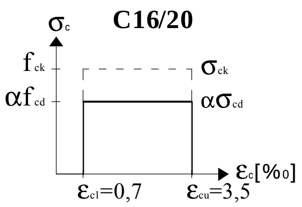
$b := 300\text{mm}$

$d := 450\text{mm}$

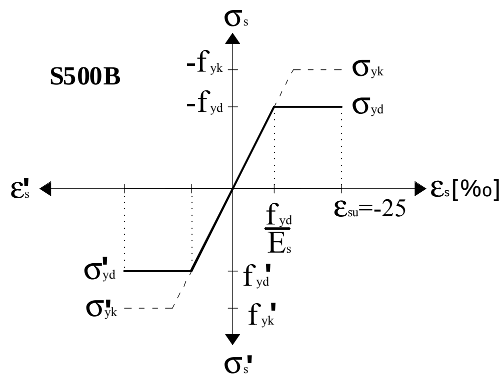
A hajlítónyomaték alul okoz húzást

A vizsgálat során alkalmazott anyagjellemzők definiálása:

A beton σ(ε) diagramja:



A betonacél σ(ε) diagramja:



A beton anyagjellemzői: **C16/20**

$f_{ck} := 16 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\quad f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $\quad f_{cd} = 10.7 \frac{N}{mm^2}$ $\quad f_{ctm} := 1.9 \frac{N}{mm^2}$ $\quad \varepsilon_{cu} := 3.5 \cdot ‰$

A betonacél anyagjellemzői: **S500B**

$f_{yk} := 500 \cdot \frac{N}{mm^2}$ $\quad f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ $\quad f_{yd} = 434.8 \frac{N}{mm^2}$ $\quad \varepsilon_{su} := 25 \cdot ‰$ $\quad E_s = 200 \frac{kN}{mm^2}$

$\xi_{c0} := \frac{560}{f_{yd} + 700}$ $\quad \xi_{c0} = 0.5$ $\quad x_{c0} := d \cdot \xi_{c0}$ $\quad x_{c0} = 222.1\,\text{mm}$

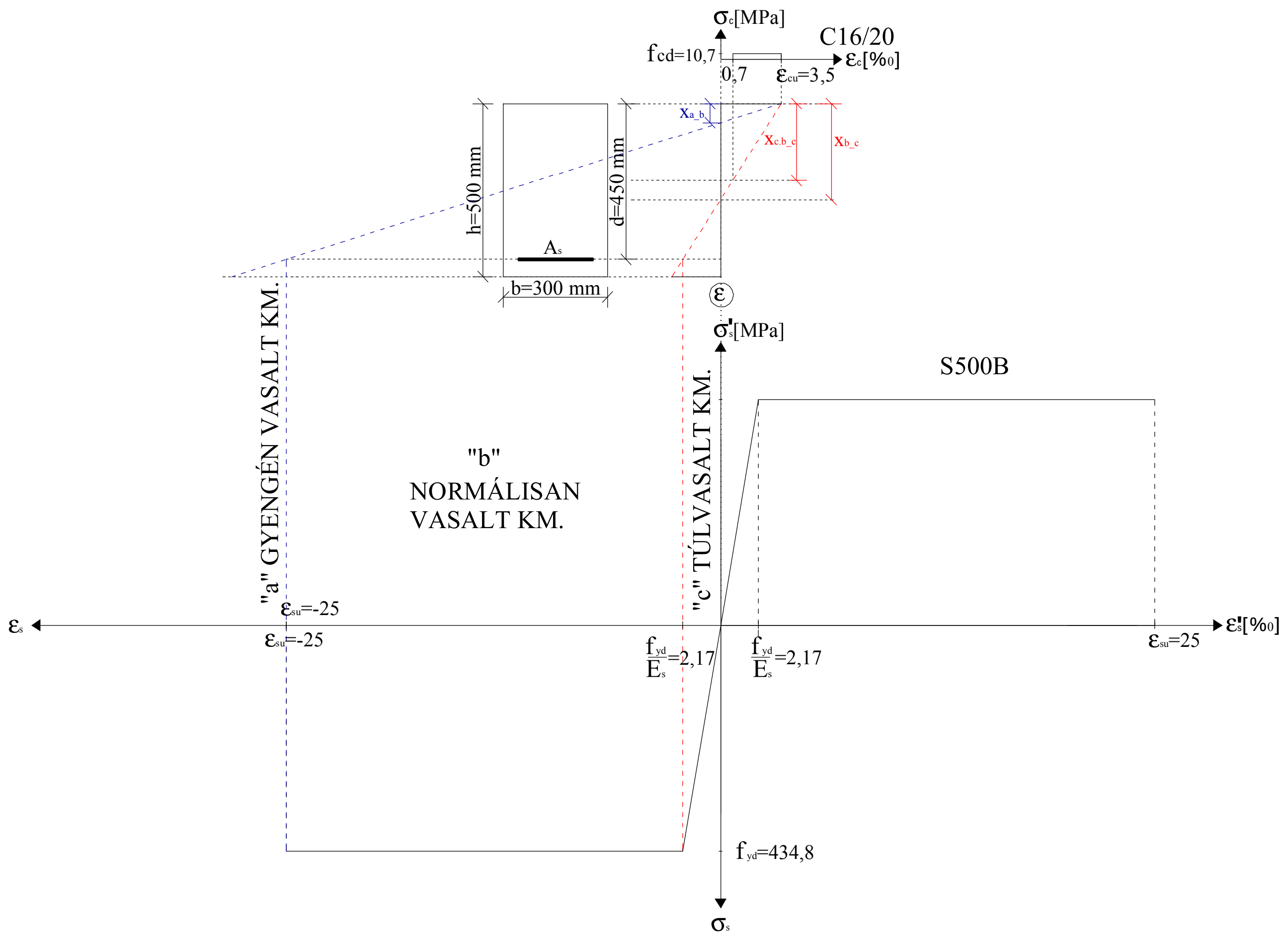
Megjegyzés: A vizsgálat a keresztmetszet tönkremenetelét okozó görbületre ill. nyomatékra korlátozódik.

Az EC szerkesztési szabályok ad meg vasbeton keresztmetszetekben előírt minimális és maximális vasmennyiségre, ahhoz hogy egyátalán vasbetonként számolhatóak legyenek:

$$A_{smin} := \max\begin{pmatrix} \frac{0.26 \cdot f_{ctm} \cdot b \cdot d}{f_{yk}} \\ 1.3 \cdot ‰ \cdot b \cdot d \end{pmatrix} \qquad \boxed{A_{smin} = 175.5\,\text{mm}^2}$$

$$A_{smax} := 4\% \cdot b \cdot d \qquad \boxed{A_{smax} = 5400\,\text{mm}^2}$$

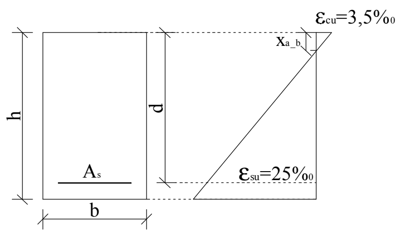
A vasbeton keresztmetszet tönkremeneteli módját tekintve három fő csoportot különböztetünk meg:
- a gyengén vasalt keresztmetszetek,
- a normálisan vasalt keresztmetszetek és
- a túlvasalt keresztmetszetek



Határozzuk meg először, mekkora vasmennyiségek esetén van a vb. keresztmetszet éppen a viselkedésmódok határán!

Gyengén vasalt (a) és normálisan vasalt (b) keresztmetszet határa:

Ilyen esetben a modellünk szerint a nyomott beton szélső szál összenyomdása éppen akkor merül ki (3.5 ‰), amikor az acélbetét elszakad (25 ‰). Számszerűen:



$$\frac{3.5\cdot‰}{25\cdot‰} = \frac{x_{a\_b}}{d - x_{a\_b}} \qquad \text{és} \qquad x_{c.a\_b} = 1.25\cdot x_{a\_b}$$

$$x_{c.a\_b} := \frac{3.5\cdot‰\cdot d}{1.25\cdot(25\cdot‰ + 3.5\cdot‰)} \qquad x_{c.a\_b} = 44.2\,\text{mm}$$

A fenti összefüggéseket felhasználva, a vetületi egyenletből megkapjuk a vasmennyiséget:

$$b\cdot x_{c.a\_b}\cdot\alpha\cdot f_{cd} = A_{s.a\_b}\cdot f_{yd}$$

$$A_{s.a\_b} := \frac{b\cdot x_{c.a\_b}\cdot\alpha\cdot f_{cd}}{f_{yd}} \qquad \boxed{A_{s.a\_b} = 325.4\,\text{mm}^2}$$

Normálisan vasalt (b) és túlvasalt (c) keresztmetszet határa:
Ekkor a nyomott zóna relatív magasság éppen a határhelyzettel egyenlő $x_{c.b\_c} := \xi_{c0} \cdot d$ $\quad x_{c.b\_c} = 222.1\,mm$

A vetületi egyenletből megkapjuk a vasmennyiséget:

$$b \cdot x_{c.b\_c} \cdot \alpha \cdot f_{cd} = A_{s.b\_c} \cdot f_{yd}$$

$$A_{s.b\_c} := \frac{b \cdot x_{c.b\_c} \cdot \alpha \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \qquad \boxed{A_{s.b\_c} = 1634.4\,mm^2}$$

A következőkben meghatározzuk, hogyan alakul a három szakaszon a kmetszet határnyomatéka és a keresztmetszet relatív elfordulása a vasmennyiség függvényében:

Gyengén vasalt keresztmetszet:

A nyomott betonzóna magassága vasmennyiség függvényében: $x_{c.a}(A_s) := \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot \alpha \cdot f_{cd}}$

A keresztmetszet határnyomatéka a vasmennyiség függvényében $\boxed{M_{Rd.a}(A_s) := A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{1}{2} \cdot x_{c.a}(A_s)\right)}$

Mekkora ekkor a keresztmetszet görbülete?
Az acélbetét megnyúlása 25 ‰, ekkor a nyomott szélső száltól x_c távolságra a beton összenyomódása 0,7 ‰ :

$$\kappa_{Rda} \cdot (d - x_{c.a}) = 0.7‰ + 25‰$$

A keresztmetszet görbülete a vasmennyiség függvényében: $\boxed{\kappa_{Rd.a}(A_s) := \frac{25.7‰}{d - x_{c.a}(A_s)}}$

A normálisan vasalt keresztmetszet:

A nyomott betonzóna magassága: $x_{c.b}(A_s) := \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot \alpha \cdot f_{cd}}$

A normálisan vasalt km. határnyomatéka a vasmennyiség függvényében $\boxed{M_{Rd.b}(A_s) := A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{1}{2} x_{c.b}(A_s)\right)}$

A normálisan vasalt km. görbülete a vasmennyiség függvényében: $\boxed{\kappa_{Rd.b}(A_s) := \frac{3.5‰}{1.25 \cdot x_{c.b}(A_s)}}$

A túlvasalt keresztmetszet:

Most az acélbetét rugalmas állapotban van, így az fügvények meghatározása kicsit bonyolultabb feladat

$$\sigma_s = \frac{560 \cdot d}{x_{c.c}} - 700 \quad \text{és} \quad b \cdot x_{c.c} \cdot \alpha \cdot f_{cd} = A_s \cdot \left(\frac{560 \cdot d}{x_{c.c}} - 700\right) \cdot \frac{N}{mm^2}$$

$$b \cdot x_{c.c} \cdot \alpha \cdot f_{cd} = A_s \cdot \frac{560 \cdot d}{x_{c.c}} \cdot \frac{N}{mm^2} - 700 A_s \cdot \frac{N}{mm^2}$$

$$b \cdot x_{c.c} \cdot \alpha \cdot f_{cd} - A_s \cdot \frac{560 \cdot d}{x_{c.c}} \cdot \frac{N}{mm^2} + 700 A_s \cdot \frac{N}{mm^2} = 0$$

$$b \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot x_{c.c}^2 + 700 A_s \cdot \frac{N}{mm^2} \cdot x_{c.c} - A_s \cdot 560 \cdot d \cdot \frac{N}{mm^2} = 0$$

A valós fizikai jelentéssel bíró $x_{c.c}$ függvénye:

$$x_{c.c}(A_s) := \frac{-700 \cdot A_s \cdot \frac{N}{mm^2} + \sqrt{700^2 \cdot A_s^2 \cdot \left(\frac{N}{mm^2}\right)^2 + 4 \cdot 560 \cdot A_s \cdot d \cdot b \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{N}{mm^2}\right)}}{2 \cdot b \cdot f_{cd}}$$

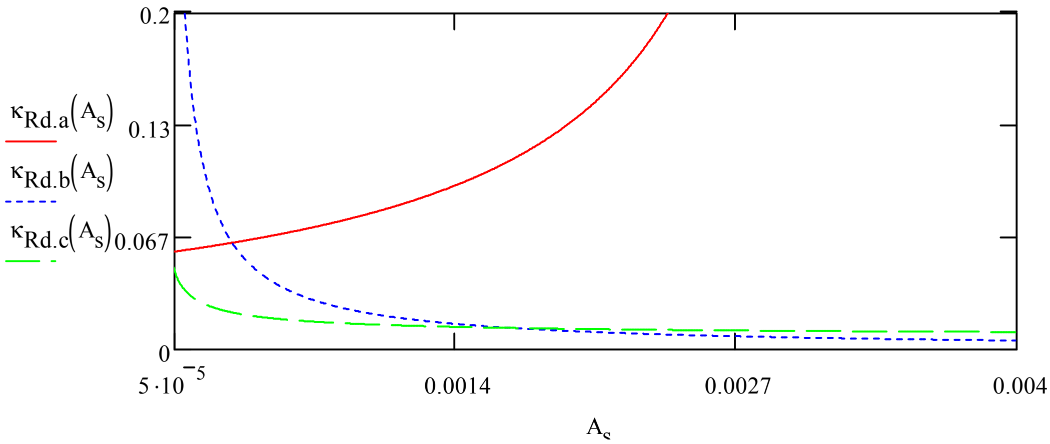
A túlvasalt km. határnyomatéka a vasmennyiség függvényében: $\boxed{M_{Rd.c}(A_s) := b \cdot x_{c.c}(A_s) \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_{c.c}(A_s)}{2}\right)}$

A túlvasalt km. görbülete a vasmennyiség függvényében: $\boxed{\kappa_{Rd.c}(A_s) := \frac{3.5‰}{1.25 \cdot x_{c.c}(A_s)}}$

<u>Az egyszeresen vasalt vasbeton négyszög keresztmetszetek viselkedése a vasmennyiség függvényében:</u>

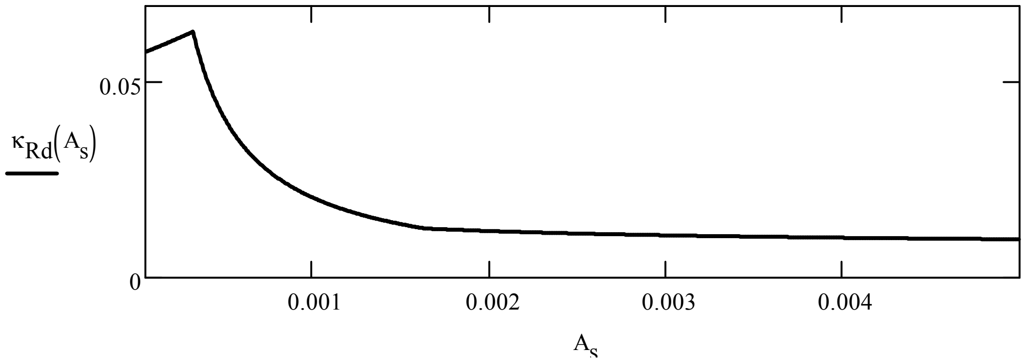
A szemléltetés érdekében ábrázoljuk külön-külön a görbületfüggvényeket:

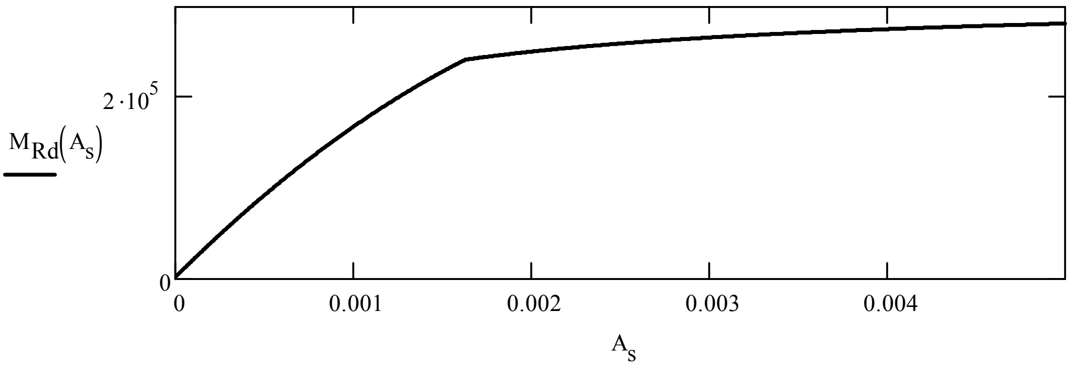
<u>Megjegyzés:</u> a grafikonokon az értékek Nm-ban, mm²-ben és 1/m-ben vannak megadva.



A függvények metszéspontjai megadják a gyengén, a normálisan és a túlvasalt keresztmetszetek viselkedésének a határát. Nyilvánvaló, hogy ezen határokon belül a görbületet jellemző függvény más és más, tehát növekvő vasmennyiség mellett a valós viselkedést leíró görbületfüggvény a következő grafikonon látható:

$$\kappa_{Rd}(A_s) := \left| \begin{array}{l} \kappa_{Rd.b}(A_s) \\ \kappa_{Rd.a}(A_s) \ \text{ if } \ A_s < A_{s.a\_b} \\ \kappa_{Rd.c}(A_s) \ \text{ if } \ A_{s.b\_c} < A_s < A_{smax} \end{array} \right. \qquad M_{Rd}(A_s) := \left| \begin{array}{l} M_{Rd.b}(A_s) \\ M_{Rd.a}(A_s) \ \text{ if } \ A_s < A_{s.a\_b} \\ M_{Rd.c}(A_s) \ \text{ if } \ A_{s.b\_c} < A_s < A_{smax} \end{array} \right.$$

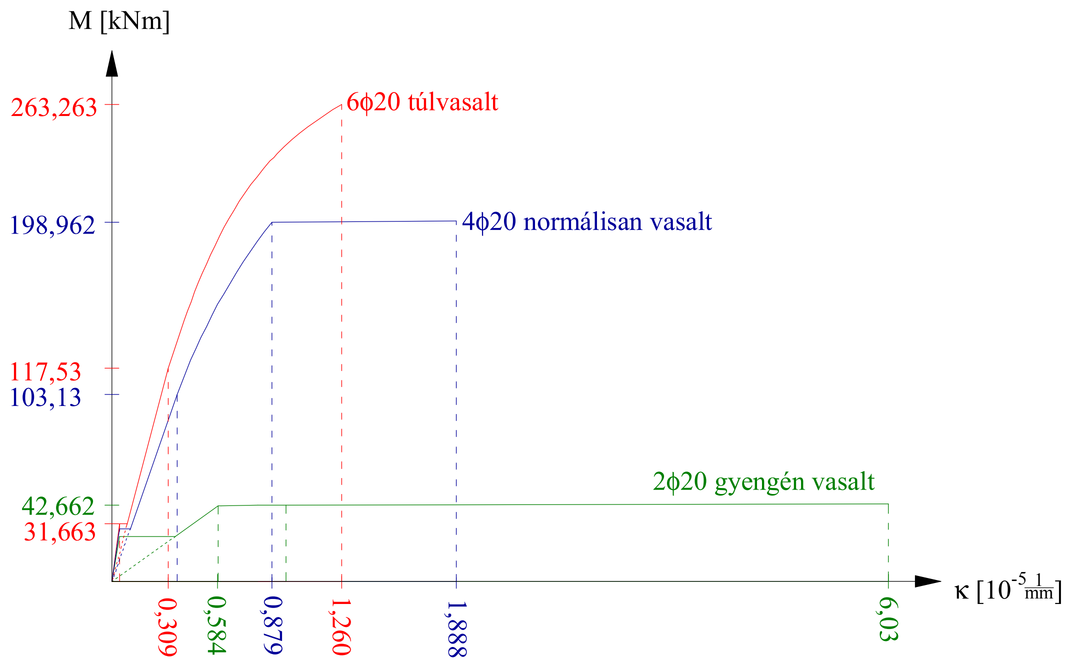




EGYSZERESEN VASALT NÉGYSZÖGKERESZTMETSZET HAJLíTÓNYOMATÉKKAL SZEMBENI VISELKEDÉSÉNEK ELEMZÉSE

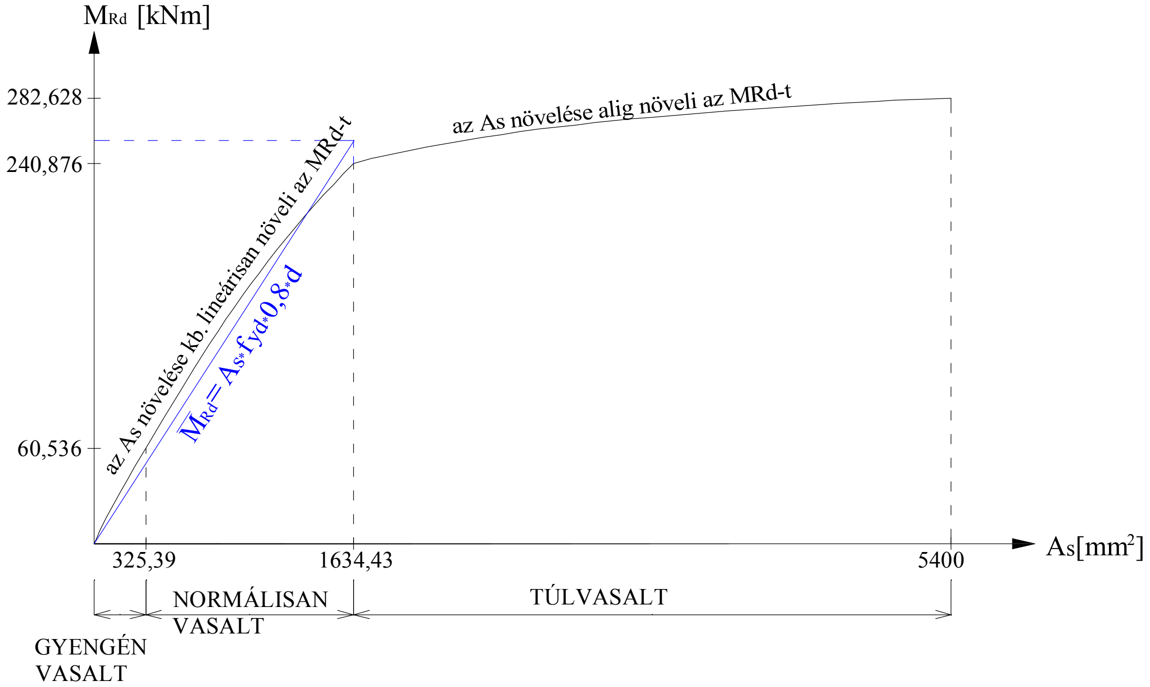
NYOMATÉK-GÖRBÜLET ÖSSZEFÜGGÉS

A gyengén -, a normálisan - és túlvasalt vasbeton keresztmetszet M(κ) görbéi a következő diagramon láthatóak:
(A vizsgálatot részletesen lásd a K**iegészítő anyag az I. gyakorlathoz** c. részben)
<u>Megjegyzés</u>: a vizsgálat során a beton bilineáris anyagmodelljét használtuk.



NYOMATÉK - VASMENNYISÉG ÉS GÖRBÜLET- VASMENNYISÉG ÖSSZEFÜGGÉSEK

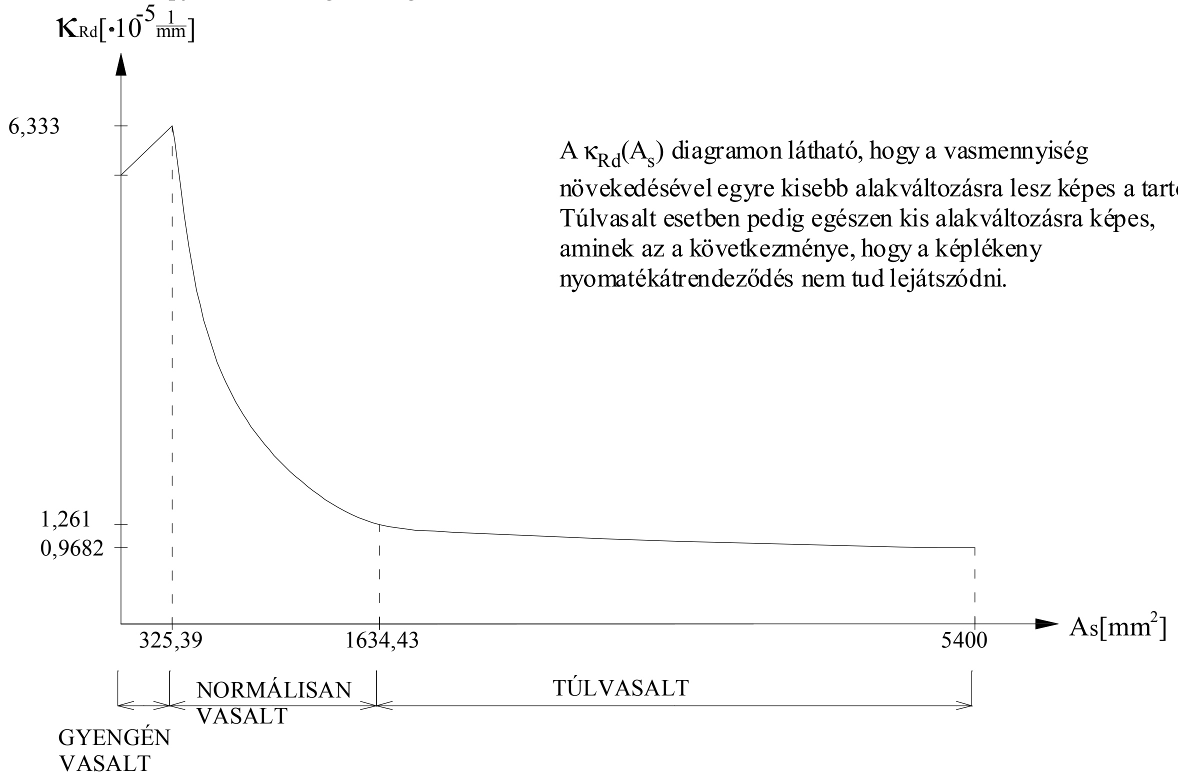
Az elemzés során az alábbi vasbeton keresztmetszet viselkedését - hajlítónyomatékainak és görböletváltozásának alakulását - kísérjük végig egyre növekvő húzott vasmennyiségek mellett:
A vizsgálat során a vb. keresztmetszetek III. feszültségi állaptban vannak, és beton merev-képlékeny anyagmodelljét használtuk. (A vizsgálatot részletesen lásd a **Kiegészítő anyag az II. gyakorlathoz** c. részben)



Az $M_{Rd}(A_s)$ diagramon látható, hogy amíg a keresztmetszet normálisan vasalt vasmennyiség növekedése jelentős mértékben növeli a vasbeton keresztmetszet hajlítónyomatéki ellenállását, addig a túlvasalt keresztmetszetnél a vasmennyiség növelése alig növeli meg a határnyomaték értékét. Jól látszik az is, hogy ha nem túlvasalt a km. akkor az M_{Rd} kb. lineárisan függ a A_s vasmennyiségtől, ezért kielégítően pontos közelítést ad (lásd a kék egyenest a 10. diagramon), ha a határnyomatékot a következő egyszerű képlettel becsüljük:

$$M_{Rd} = A_s \cdot f_{yd} \cdot 0.8 \cdot d$$

Tanulságként levontató, hogy nem érdemes a vasbeton keresztmetszetben vasmennyiséget úgy növelni, hogy a túlvasalt keresztmetszetet kapjunk, mert az gazdaságtalan lenne.



A $\kappa_{Rd}(A_s)$ diagramon látható, hogy a vasmennyiség növekedésével egyre kisebb alakváltozásra lesz képes a tartó. Túlvasalt esetben pedig egészen kis alakváltozásra képes, aminek az a következménye, hogy a képlékeny nyomatékátrendeződés nem tud lejátszódni.

KIEGÉSZÍTÕ INFORMÁCIÓK
Használhatósági határállapotok
betonszerkezetek alakváltozása és repedéstágassága témakörhöz
Készítette: Völgyi István

A következõkben a VII. gyakorlat anyagának 1. mintapéldájához kívánunk kiegészítõ információkat közölni.

A lehajlás értékének pontosított meghatározása.

Most a gyakorlaton tett közelítés nélkül végezzük el a számítást, azaz a nyomaték értéke a tartó hossza mentén folyamatosan változik, ζ értéke nem konstans. Így a lehajlást csak a görbület függvényének tényleges integrálása segítségével határozhatjuk meg.

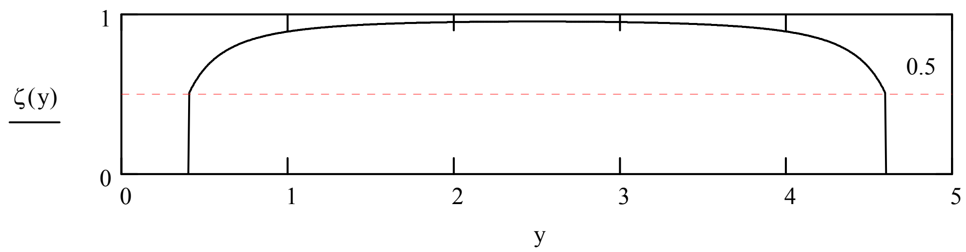
$$M(y) := \left[\left(p_{qp}\right) \cdot \frac{L}{2} \cdot y - \left(p_{qp}\right) \cdot \frac{y^2}{2} \right] \qquad \sigma_s(y) := \frac{M(y) \cdot \left(d - x_{II}\right) \cdot \alpha_{s.eff}}{I_{II}}$$

$$\kappa_I(y) := \frac{M(y)}{E_{c.eff} \cdot I_I} \qquad \kappa_{II}(y) := \frac{M(y)}{E_{c.eff} \cdot I_{II}}$$

Hol éri el a külsõ terhekbõl számítható nyomaték a repesztõnyomaték értékét?

$z := 1\mathrm{m}$ Given $M(z) = M_{cr}$ $x_{rep} := \mathrm{Find}(z)$ $x_{rep} = 0.401\,\mathrm{m}$

$$\zeta(y) := \begin{cases} \left[1 - \beta \cdot \left(\dfrac{\sigma_{sr}}{\sigma_s(y)} \right)^2 \right] & \text{if } M(y) > M_{cr} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



Jól látható, hogy ζ értéke a repesztõnyomatékkal megegyezõ nyomaték mûködése esetén (vagyis közvetlenül a repedést követõen) 0,5.

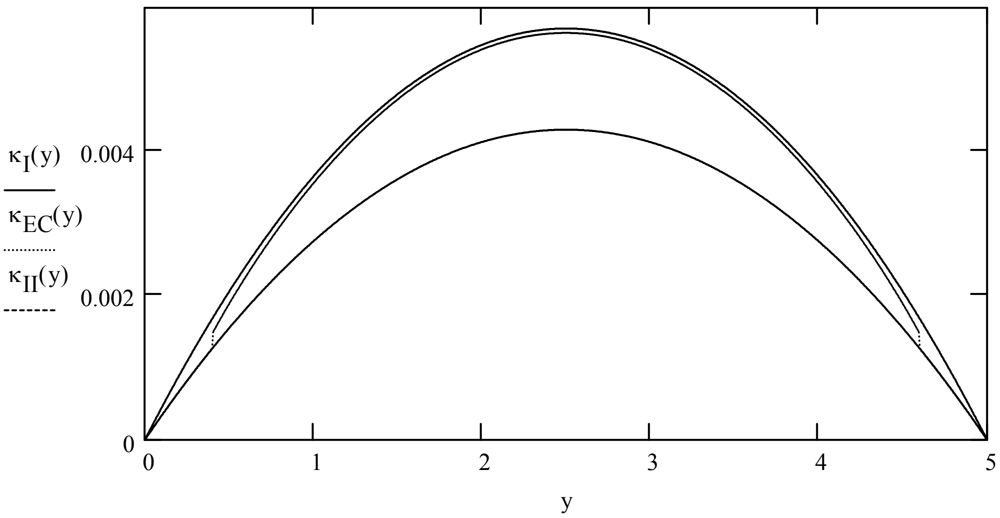
A támasz felett számítható véglapelfordulás, és lehajlás értéke I., II. feszültségállapotban, majd EC2 szerint:

$$\alpha_I := \int_0^{\frac{L}{2}} \kappa_I(y)\, dy \qquad \alpha_I = 0.007 \qquad e_I := \alpha_I \cdot \frac{L}{2} - \int_0^{\frac{L}{2}} \kappa_I(y) \cdot \left(\frac{L}{2} - y \right) dy \qquad e_I = 11.225\,\mathrm{mm}$$

$$\alpha_{II} := \int_0^{\frac{L}{2}} \kappa_{II}(y)\, dy \qquad \alpha_{II} = 0.01 \qquad e_{II} := \alpha_{II} \cdot \frac{L}{2} - \int_0^{\frac{L}{2}} \kappa_{II}(y) \cdot \left(\frac{L}{2} - y \right) dy \qquad e_{II} = 14.883\,\mathrm{mm}$$

$$\alpha_{EC} := \int_0^{\frac{L}{2}} \zeta(y) \cdot \kappa_{II}(y) + \left(1 - \zeta(y)\right) \cdot \kappa_I(y)\, dy \qquad \alpha_{EC} = 0.009$$

$$\kappa_{EC}(y) := \zeta(y) \cdot \kappa_{II}(y) + \left(1 - \zeta(y)\right) \cdot \kappa_I(y)$$

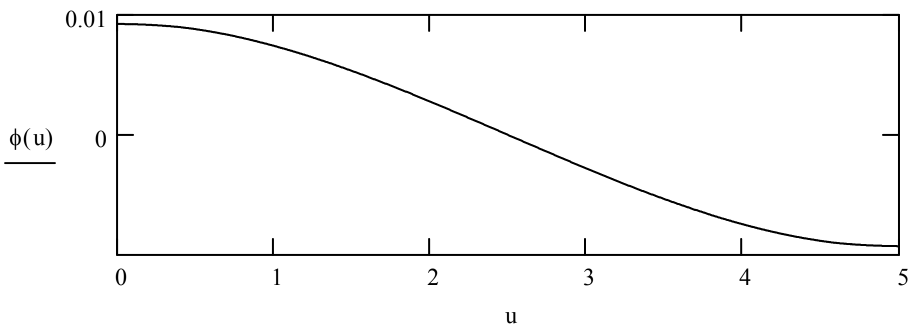


A kiselmozdulások gondolatmenetét felhasználva:

$$e(u) := \alpha_{EC} \cdot u - \int_0^u \kappa_{EC}(y) \cdot (u - y)\, dy \qquad e\left(\frac{L}{2}\right) = 14.629\, mm$$

A matematikai gondolatmenetet felhasználva is számíthatjuk a lehajlás értékét. A görbület integrálja a szögelfordulás. A tartóvégen számítható elfordulással módosítva teljesíthetjük a peremfeltételt.

$$\phi(u) := \alpha_{EC} - \int_0^u \kappa_{EC}(y)\, dy$$



Az így kapott elfordulásfüggvényt integrálva kapjuk a lehajlás függvényét. A támasz felett a lehajlás zérus, így a peremfeltétel itt automatikusan teljesül.

$$e_2(v) := \int_0^v \phi(u)\, du \qquad e_2\left(\frac{L}{2}\right) = 11.883\, mm$$

A következőkben az 1. gyakorló példát egészítjük ki.

A lehajlás értékének pontosított meghatározása.

$$M(y) := \left[(p_{qp}) \cdot \frac{(L-y)^2}{2} \right] \qquad \sigma_s(y) := \frac{M(y)\cdot(d - x_{II})\cdot\alpha_{s.eff}}{I_{II}}$$

$$\zeta(y) := \begin{cases} 1 - \beta \cdot \left(\dfrac{\sigma_{sr}}{\sigma_s(y)} \right)^2 & \text{if } M(y) \ge M_{cr} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad \kappa_I(y) := \frac{M(y)}{E_{c.eff}\cdot I_I} \qquad \kappa_{II}(y) := \frac{M(y)}{E_{c.eff}\cdot I_{II}}$$

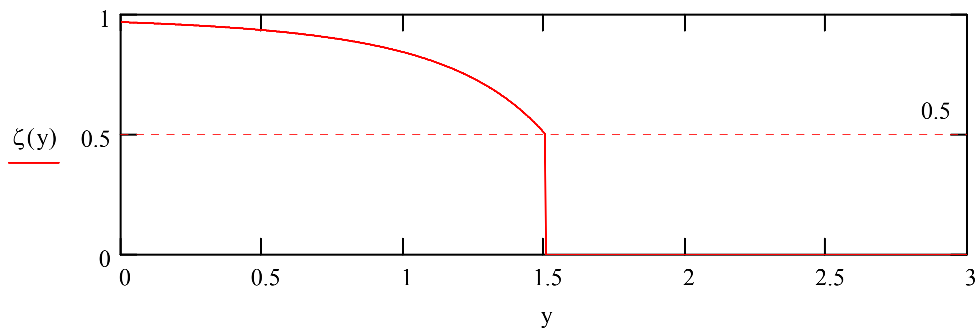
Hol éri el a külsõ terhekbõl számítható nyomaték a repesztõnyomaték értékét?

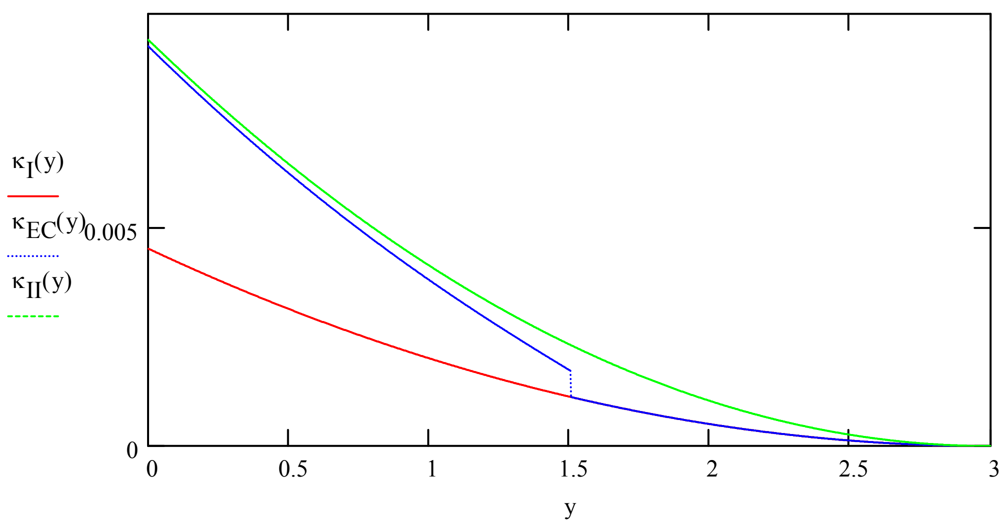
$$M(z) = M_{cr} \qquad x_{rep} := \mathrm{Find}(z) \qquad x_{rep} = 1.506\,\mathrm{m}$$

$$\kappa_{EC}(y) := \begin{cases} \zeta(y)\cdot\kappa_{II}(y) + (1-\zeta(y))\cdot\kappa_I(y) & \text{if } y < x_{rep} \\ \kappa_I(y) & \text{otherwise} \end{cases} \qquad e_{EC}(u) := \int_0^u \kappa_{EC}(y)\cdot(u-y)\,dy$$

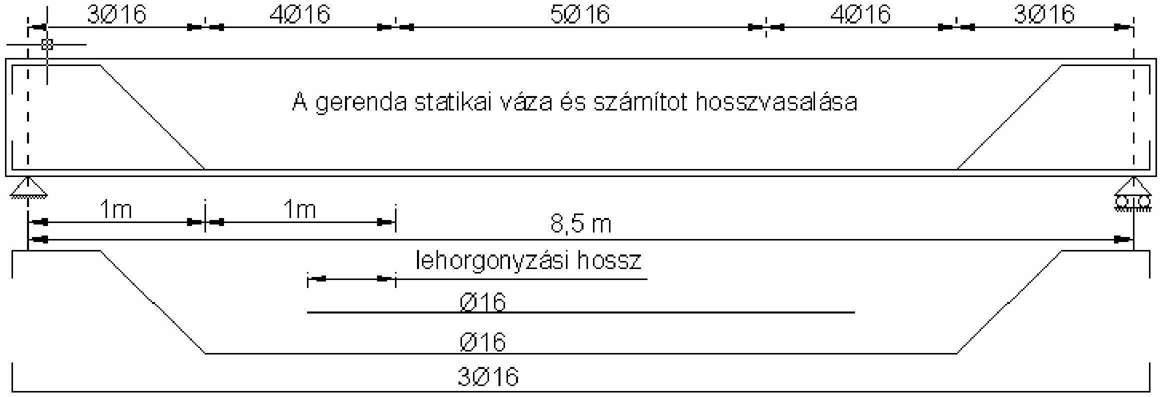
$$e_{EC}(L) = 19.559\,\mathrm{mm}$$

A két mintapélda eredményeit elemezve megállapíthatjuk, hogy a közelítõ számítás igen jó eredményt ad. A pontosított eljárás akkor eredményezhet számottevõen kedvezõbb eredményt, ha olyan speciálisak a megtámasztási és a terhelési viszonyok, hogy nagy csúcsigénybevétel alakul ki olyan kis kiterjedésû helyen, aminek a maximális lehajlásra nincs nagy hatása, vagy, ha a repedésmentes és a berepedt keresztmetszet merevsége jelentõsen eltér, esetleg keresztmetszet merevsége a hossz mentén jelentõsen változik (keresztmetszet méretének vagy vasalásának változása).





Nézzük a változó vasalású vasbeton gerenda gerenda lehajlásának pontos meghatározását.



Határozza meg egy az ábrán látható kéttámaszú, egyoldali, változó lágyvasalású tartó maximális lehajlását MSZ EN 1992 (EC2) alapján.

$L := 8.5\text{m}$ Betonfedés: $c := 20\text{mm}$ $\phi_k := 10\text{mm}$

$b := 250\text{mm}$ $h := 400\text{mm}$ $\phi_1 := 16\text{mm}$ $n_1 := 3\text{db}$ $A_{s1} := n_1 \cdot \frac{(\phi_1)^2 \cdot \pi}{4}$ $A_{s1} = 603.186\,\text{mm}^2$ $l_1 := 1\text{m}$

1. vasmennyiség: 3ϕ16

$n_2 := 4\text{db}$ $A_{s2} := n_2 \cdot \frac{(\phi_1)^2 \cdot \pi}{4}$ $A_{s2} = 804.248\,\text{mm}^2$ $l_2 := 2\text{m}$

2. vasmennyiség: 4ϕ16

3. vasmennyiség: 5ϕ16

$n_3 := 5\text{db}$ $A_{s3} := n_3 \cdot \frac{(\phi_1)^2 \cdot \pi}{4}$ $A_{s3} = 1005.31\,\text{mm}^2$

$E_s := 200\,\frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$ **S500B** $E_{cm} := 25.35\,\frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$ $\phi_t := 2$ $E_{c.eff} := \frac{1.05 \cdot E_{cm}}{1 + \phi_t}$ $E_{c.eff} = 8.873\,\frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$

$f_{ctm} := 1.9\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ $f_{ct.eff} := f_{ctm}$ $\alpha_{s.eff} := \frac{E_s}{E_{c.eff}}$ $\alpha_{s.eff} = 22.542$

$g_k := 8\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $q_k := 8\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $\psi_2 := 0.8$ $p_{qp} := g_k + \psi_2 \cdot q_k$ $M_{qp} := p_{qp} \cdot \frac{L^2}{8}$ $M_{qp} = 130.05\,\text{kNm}$

$d := h - c - \phi_k - \frac{\phi_1}{2}$ $d = 362\,\text{mm}$

Keresztmetszeti jellemzõk meghatározása:

1. vasmennyiséggel

A keresztmetszet jellemzõi elsõ feszültségállapotban:

$$b \cdot x \cdot E_{c.eff} \cdot \frac{x}{2} = A_{s1} \cdot (E_s - E_{c.eff}) \cdot (d - x) + b \cdot (h - x) \cdot E_{c.eff} \cdot \frac{h - x}{2} \qquad x_{I1} := \text{Find}(x) \qquad x_{I1} = 218.629\,\text{mm}$$

$$I_{I1} := b \cdot \frac{x_{I1}^3}{3} + b \cdot \frac{(h - x_{I1})^3}{3} + A_{s1} \cdot (\alpha_{s.eff} - 1) \cdot (d - x_{I1})^2 \qquad I_{I1} = 1.635 \times 10^9\,\text{mm}^4$$

$$M_{cr1} := \frac{f_{ct.eff} \cdot I_{I1}}{h - x_{I1}} \qquad M_{cr1} = 17.129\,\text{kNm}$$

A keresztmetszet jellemzõi második feszültségállapotban (berepedt keresztmetszet):

$$b \cdot x \cdot E_{c.eff} \cdot \frac{x}{2} = A_{s1} \cdot E_s \cdot (d - x) \qquad x_{II1} := \mathrm{Find}(x) \qquad x_{II1} = 151.366\,\mathrm{mm}$$

$$I_{II1} := b \cdot \frac{x_{II1}^{\,3}}{3} + A_{s1} \cdot \alpha_{s.eff} \cdot \left(d - x_{II1}\right)^2 \qquad I_{II1} = 8.922 \times 10^8\,\mathrm{mm}^4$$

2. vasmennyiséggel

A keresztmetszet jellemzõi elsõ feszültségállapotban: Az összefüggések az elõzõvel azonosak.

$$x_{I2} = 223.922\,\mathrm{mm} \qquad I_{I2} = 1.721 \times 10^9\,\mathrm{mm}^4 \qquad M_{cr2} = 18.569\,\mathrm{kNm}$$

A keresztmetszet jellemzõi második feszültségállapotban (berepedt keresztmetszet):

$$x_{II2} = 167.817\,\mathrm{mm} \qquad I_{II2} = 1.077 \times 10^9\,\mathrm{mm}^4$$

3. vasmennyiséggel

A keresztmetszet jellemzõi elsõ feszültségállapotban:

$$x_{I3} = 228.838\,\mathrm{mm} \qquad I_{I3} = 1.801 \times 10^9\,\mathrm{mm}^4 \qquad M_{cr3} = 19.987\,\mathrm{kNm}$$

A keresztmetszet jellemzõi második feszültségállapotban (berepedt keresztmetszet):

$$x_{II3} = 181.097\,\mathrm{mm} \qquad I_{II3} = 1.237 \times 10^9\,\mathrm{mm}^4$$

A lehajlás közelítõ meghatározása a tartóközépi vasmennyiséget felhasználva:

Ez a módszer azt feltételezi, hogy a tartó teljes hosszamentén a teljes vasmennyiség számításba vehetõ. Ez a biztonság kárára tett közelítés, hiszen a nagyobb merevség a valóságnál kedvezõbb, kisebb lehajlást eredményez.

$$\sigma_{s3} := \frac{M_{qp} \cdot \left(d - x_{II3}\right) \cdot \alpha_{s.eff}}{I_{II3}} \qquad \sigma_{s3} = 428.874\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \qquad \beta := 0.5$$

$$\sigma_{sr3} := \frac{M_{cr3}}{I_{II3}} \cdot \left(d - x_{II3}\right) \cdot \alpha_{s.eff} \qquad \sigma_{sr3} = 65.911\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

$$\zeta_3 := 1 - \beta \cdot \left(\frac{\sigma_{sr3}}{\sigma_{s3}}\right)^2 \qquad \zeta_3 = 0.988$$

$$e_{I3} := \frac{5}{384} \cdot \left(p_{qp}\right) \cdot \frac{L^4}{E_{c.eff} \cdot I_{I3}} \qquad e_{I3} = 61.269\,\mathrm{mm} \qquad e_{II3} := \frac{5}{384} \cdot \left(p_{qp}\right) \cdot \frac{L^4}{E_{c.eff} \cdot I_{II3}} \qquad e_{II3} = 89.211\,\mathrm{mm}$$

$$e_{EC3} := \zeta_3 \cdot e_{II3} + \left(1 - \zeta_3\right) \cdot e_{I3} \qquad e_{EC3} = 88.881\,\mathrm{mm}$$

A lehajlás közelítõ meghatározása a tartóvégi vasmennyiséget felhasználva:

Ez a módszer azt feltételezi, hogy a tartó teljes hossza mentén csak a tartóvégi vasmennyiség vehetõ számításba . Ez a biztonság javára tett közelítés.

$$\sigma_{s1} := \frac{M_{qp} \cdot \left(d - x_{II1}\right) \cdot \alpha_{s.eff}}{I_{II1}} \qquad \sigma_{s1} = 692.052\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \qquad \beta := 0.5$$

Ilyen vasmennyiséggel számítva a középsõ keresztmetszetben az acélbetét messze túllépné a folyáshatárát. Ez kérdésessé teszi a számítási eljárás alkalmazhatóságát is.

$$\sigma_{sr1} := \frac{M_{cr1}}{I_{II1}} \cdot \left(d - x_{II1}\right) \cdot \alpha_{s.eff} \qquad \sigma_{sr1} = 91.152\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

$$\zeta_1 := 1 - \beta \cdot \left(\frac{\sigma_{sr1}}{\sigma_{s1}}\right)^2 \qquad \zeta_1 = 0.991$$

$$e_{I1} := \frac{5}{384} \cdot (p_{qp}) \cdot \frac{L^4}{E_{c.eff} \cdot I_{I1}} \qquad e_{I1} = 67.465\,mm \qquad e_{II1} := \frac{5}{384} \cdot (p_{qp}) \cdot \frac{L^4}{E_{c.eff} \cdot I_{II1}} \qquad e_{II1} = 123.636\,mm$$

$$e_{EC1} := \zeta_1 \cdot e_{II1} + (1 - \zeta_3) \cdot e_{I1} \qquad e_{EC1} = 123.361\,mm$$

A két kézenfekvõ közelítéssel kapott eredmény óriási eltérést mutat. Ilyen esetben mindenképpen érdemes a pontosított értéket meghatározni.

A lehajlás értékének pontosított meghatározása.

$$x_{II}(y) := \left| \begin{array}{l} x_{II2} \\ x_{II3} \ \text{if } y > l_2 \\ x_{II1} \ \text{if } y < l_1 \end{array} \right. \qquad M_{cr}(y) := \left| \begin{array}{l} M_{cr2} \\ M_{cr3} \ \text{if } y > l_2 \\ M_{cr1} \ \text{if } y < l_1 \end{array} \right. \qquad \sigma_{sr}(y) := \left| \begin{array}{l} \frac{M_{cr2}}{I_{II2}} \cdot (d - x_{II2}) \cdot \alpha_{s.eff} \\ \frac{M_{cr3}}{I_{II3}} \cdot (d - x_{II3}) \cdot \alpha_{s.eff} \ \text{if } y > l_2 \\ \frac{M_{cr1}}{I_{II1}} \cdot (d - x_{II1}) \cdot \alpha_{s.eff} \ \text{if } y < l_1 \end{array} \right.$$

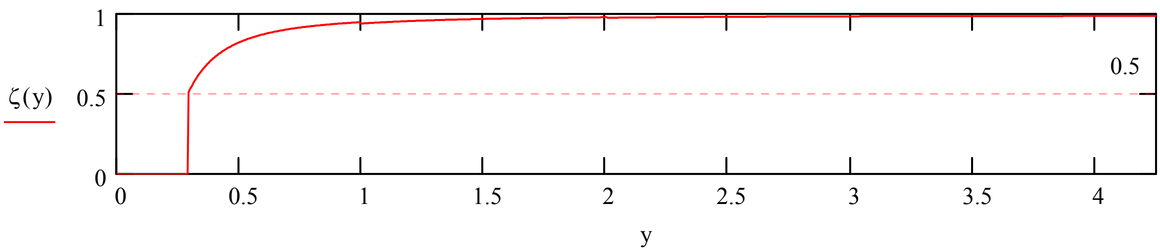
$$I_I(y) := \left| \begin{array}{l} I_{I2} \\ I_{I3} \ \text{if } y > l_2 \\ I_{I1} \ \text{if } y < l_1 \end{array} \right. \qquad I_{II}(y) := \left| \begin{array}{l} I_{II2} \\ I_{II3} \ \text{if } y > l_2 \\ I_{II1} \ \text{if } y < l_1 \end{array} \right.$$

$$M(y) := \left[(p_{qp}) \cdot \frac{L}{2} \cdot y - (p_{qp}) \cdot \frac{y^2}{2} \right] \qquad \sigma_s(y) := \frac{M(y) \cdot (d - x_{II}(y)) \cdot \alpha_{s.eff}}{I_{II}(y)} \qquad \kappa_I(y) := \frac{M(y)}{E_{c.eff} \cdot I_I(y)} \qquad \kappa_{II}(y) := \frac{M(y)}{E_{c.eff} \cdot I_{II}(y)}$$

Hol éri el a külsõ terhekbõl számítható nyomaték a repesztõnyomaték értékét?

$$z := 1m \qquad \text{Given} \qquad M(z) = M_{cr}(z) \qquad x_{rep} := \text{Find}(z) \qquad x_{rep} = 0.29\,m$$

$$\zeta(y) := \left| \begin{array}{l} \left[1 - \beta \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}(y)}{\sigma_s(y)} \right)^2 \right] \ \text{if } M(y) > M_{cr}(y) \\ 0 \ \text{otherwise} \end{array} \right.$$

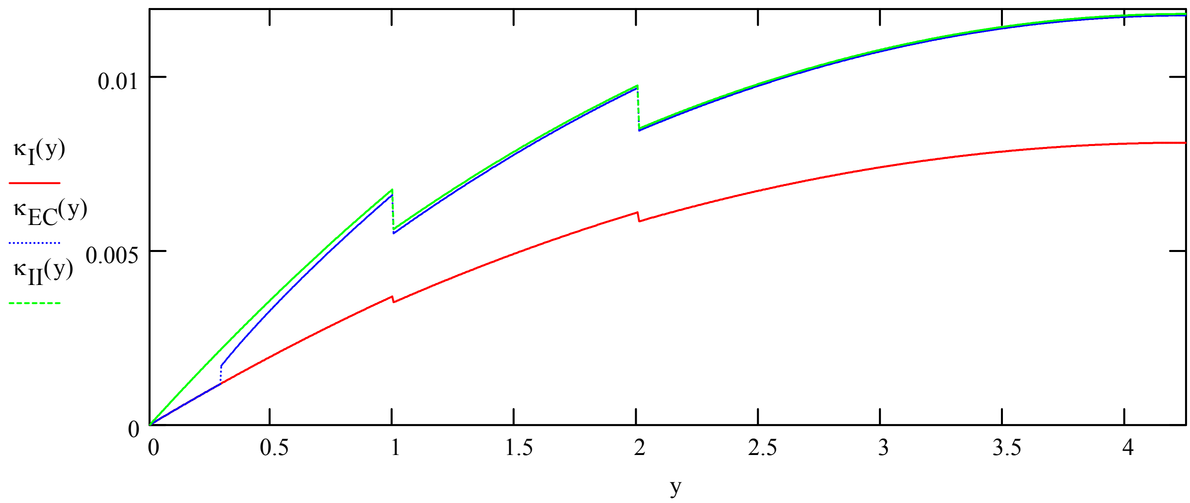


A támasz felett számítható véglapelfordulás, és a lehajlás értéke:

$$\alpha_I := \int_0^{\frac{L}{2}} \kappa_I(y)\,dy \qquad \alpha_I = 0.023 \qquad e_I := \alpha_I \cdot \frac{L}{2} - \int_0^{\frac{L}{2}} \kappa_I(y)\cdot\left(\frac{L}{2} - y\right) dy \qquad e_I = 61.733\,\text{mm}$$

$$\alpha_{II} := \int_0^{\frac{L}{2}} \kappa_{II}(y)\,dy \qquad \alpha_{II} = 0.036 \qquad e_{II} := \alpha_{II} \cdot \frac{L}{2} - \int_0^{\frac{L}{2}} \kappa_{II}(y)\cdot\left(\frac{L}{2} - y\right) dy \qquad e_{II} = 91.377\,\text{mm}$$

$$\alpha_{EC} := \int_0^{\frac{L}{2}} \zeta(y)\cdot\kappa_{II}(y) + (1 - \zeta(y))\cdot\kappa_I(y)\,dy \qquad \alpha_{EC} = 0.035 \qquad \kappa_{EC}(y) := \zeta(y)\cdot\kappa_{II}(y) + (1 - \zeta(y))\cdot\kappa_I(y)$$

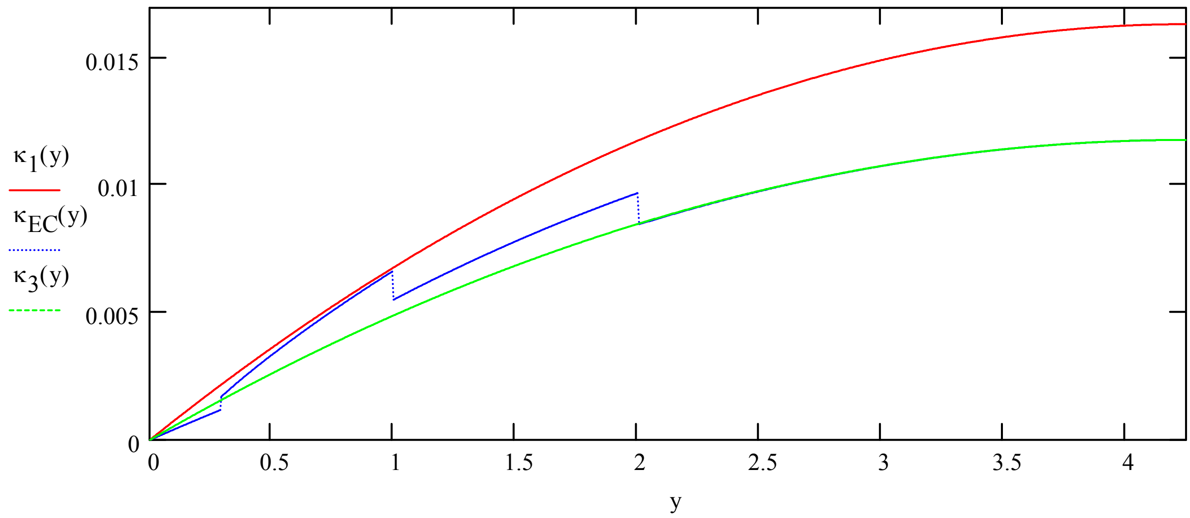


$$\phi(u) := \alpha_{EC} - \int_0^{u} \kappa_{EC}(y)\,dy \qquad e_{2EC}(v) := \int_0^{v} \phi(u)\,du \qquad e_{2EC}\left(\frac{L}{2}\right) = 90.748\,\text{mm}$$

Változó vasalású gerenda esetén nagyon hasznos a pontosított eljárás. Elkerülhetjük a biztonság kárára tett közelítést, viszont nem kell a másik kézenfekvõ közelítésbõl származó jelentõs többletlehajlást, mint mértékadót elfogadnunk. Változó hosszvasalású tartó esetén tehát jelentõs megtakarítást érhetünk el a pontosított módszerrel.

Érdekes lehet az elõbb részletezett három számítási mód görbületfüggvényének egy ábrán történõ ábrázolása:

$$\kappa_1(y) := (1 - \zeta_1)\cdot\frac{M(y)}{E_{c.eff}\cdot I_{I1}} + \zeta_1\cdot\frac{M(y)}{E_{c.eff}\cdot I_{II1}} \qquad \kappa_3(y) := (1 - \zeta_3)\cdot\frac{M(y)}{E_{c.eff}\cdot I_{I3}} + \zeta_3\cdot\frac{M(y)}{E_{c.eff}\cdot I_{II3}}$$


0.015
0.01
0.005
0
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
y
κ1(y)
κEC(y)
κ3(y)

KIEGÉSZÍTÕ ANYAG A GYAKORLATI SEGÉDLETHEZ

KÉTTÁMASZÚ GERENDA TERVEZÉSE:
AZ "A" ÉS "C1" VASALÁSI VÁLTOZATOK VARIÁNSÁNAK KIDOLGOZÁSA
a nyomott ferde betonrúd hajlásszögének kedvezõbb megválasztásával

Készítette: Friedman Noémi, Dr. Kiss Rita és Völgyi István

A nyírási vasalásról szóló fejezetünkben említettük, hogy az MSZ EN 1992-1-1 nem ad iránymutatást a ferde nyomott beton rácsrúd dõlésszögének pontos felvételére, csak a

$$1{,}0 \le \cot\theta \le 2{,}5$$

feltétel megfeleltetését írja elõ. Mint késõbb látni is fogjuk, ez meglehetõsen tág határokat szab a tervezõ számára a szükséges nyírási vasalás meghatározásának tekintetében.

A megfelelõ dõlésszög felvételének megértéséhez fontos tudni, hogy az Eurocode 2 szabvány változásakor a méretezett nyírási vasalással bíró szakaszok nyírási teherbírásából kivették a beton nyírási teherbírását. Ez azt jelenti, hogy míg korábban az adott szakasz nyírási teherbírása a nyírási vasalás által felvehetõ nyíróerõ és a beton nyírási teherbírásának összegeként adódott ($V_{Rd} = V_{Rd.s}+V_{Rd.c}$), az új szabvány csak a nyírási vas által felvehetõ nyíróerõt veszi figyelembe ($V_{Rd} = V_{Rd.s}$). Ha ctg(θ)=1, számos már megépült szerkezet nem felel meg az új szabvány alapján, azaz a jelenlegi Eurocode 2-vel lényegesen sûrûbb nyírási vasalás szükséges.

Amennyiben azonban elvonatkoztatunk a képletekben szereplõ "θ" fizikai jelentésétõl, és nem mint a nyomott beton dõlésszögét, hanem mint tág határok között szabadon megválasztható paramétert kezeljük, a nyírási teherbírás számításába "visszacsempészhetjük" a szabványból kihagyott többletteherbírást; a beton nyírási teherbírását.

Egyenlõre Tanszékünkön is vitatott kérdés θ paraméter felvételének módja, oktatóink az elõbbiekben említett szemlélet alapján egyezményes képlet kidolgozásán fáradoznak. Bár sikeresen haladnak az ilyen irányú kutatómunkák, ezen jegyzet kereteiben a hallgatók segítségéül mégis inkább a már kiforrott és elfogadott német szabvány által elõírt képletet közöljük:

$$\mathrm{ctg}(\theta) = \frac{1.2 + 1.4 \cdot \dfrac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}}{1 - \dfrac{V_{Rd.c}}{V_{Ed.red}}}$$

A képlet nem csak a normálerõbõl származó normálfeszültséget tartalmazza (a normálerõ növekedésével a nyírási repedések hajlásszöge laposabb lesz), hanem a $V_{Rd.c}$ / $V_{Ed.red}$ hányadost is. Minél közelebb van a beton nyírási teherbírásának értéke a mértékadó nyíróerõhöz, annál nagyobb ctg(θ) értékkel számolhatunk, vagyis annál kedvezõbb lesz a szükséges nyírási vasalás. Ha a mértékadó nyíróerõ éppen csak túllépi a $V_{Rd.c}$ értékét akkor a fenti képletre nagy számot kapunk, így ctg(θ)-át a felsõ korlátjával, azaz 2,5-tel vehetjük figyelembe (lásd V. gyakorlat 2. példáját). Különösen fontos, hogy a nyomott beton ellenõrzésekor $V_{Rd.max}$ értékét is az így kapott ctg(θ) értékkel számítsuk ki.

Az alábbiakban bemutatjuk, hogyan módosul a segédletben méretezett kéttámaszú gerenda "a" illetve "c1" változatának vasalása ezen képlet alkalmazásával. Itt csak a megváltozott pontokat és számításokat közöljük.

A nyírási vasalás számításánál a feladatban az alábbi egyszerûsítéssel éltünk: ctg(θ) értékét a tartó mentén változatlan értékként vettük fel, vagyis a tartóvégen számítható dõlésszöget alkalmaztuk a teljes tartó mentén. Ez a számításokat lényegesen leegyszerûsíti.

v5 A határnyomatéki ábra elõállítása, vaselhagyás tervezése

v5.1. A mértékadó nyomatéki ábra

$$\cot(\theta) = \frac{1.2 + 1.4 \cdot \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}}{1 - \frac{V_{Rd.c}}{V_{Ed.red}}}$$

ahol

$\sigma_{cp} := 0 \cdot \frac{N}{mm^2}$ (a normálerõbõl származó normálfeszültség)

$V_{Rd.c4} := 107.1 \cdot kN$ (a beton nyírási teherbírása a tartóvégen)

$V_{Ed.red} := 307.8 \cdot kN$(a redukált nyíróerõ a tartóvégen)

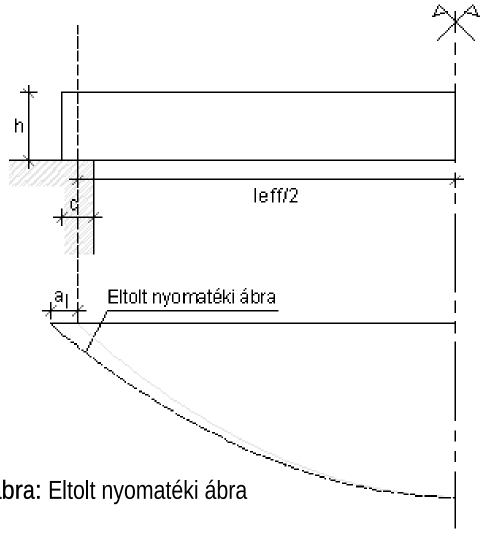
$$\theta := \operatorname{acot}\left(\frac{1.2}{1 - \frac{V_{Rd.c4}}{V_{Ed.red}}}\right) \qquad \theta = 28.5\,\text{fok} \qquad \cot(\theta) = 1.84$$

A hosszvasalást annyiban fogja megváltoztatni a kedvezõbb θ paraméter megválasztása, hogy a nyomatéki ábra eltolásának értéke nagyobb lesz, így a vaselhagyások helyét is néhol meg kell nyújtani. Ez a változás fõként a tartóvégi szakaszt érinti, ezért a lehorgonyzás ellenõrzése különösen fontos.

A nyomatéki ábra eltolásának hossza a tartóvégen: $a_l := \frac{1}{2} \cdot 0.9 \cdot d_4 \cdot (\cot(\theta) - \cot(\alpha))$ $\qquad a_l = 496.9\,mm$

ahol $d_4 = 600\,mm$

(A tartóvégi 4ϕ20 acélbetéthez tartozó hatásos magasság)



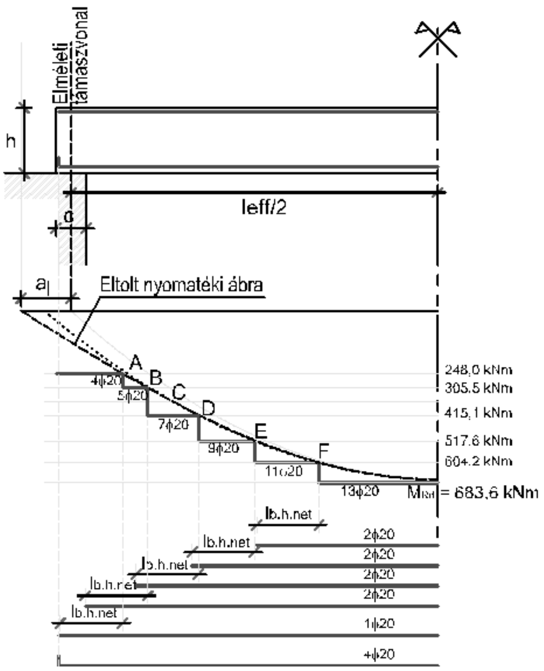
v5.1. ábra: Eltolt nyomatéki ábra

v5.4. A vaselhagyás tervezése, határnyomatéki ábra

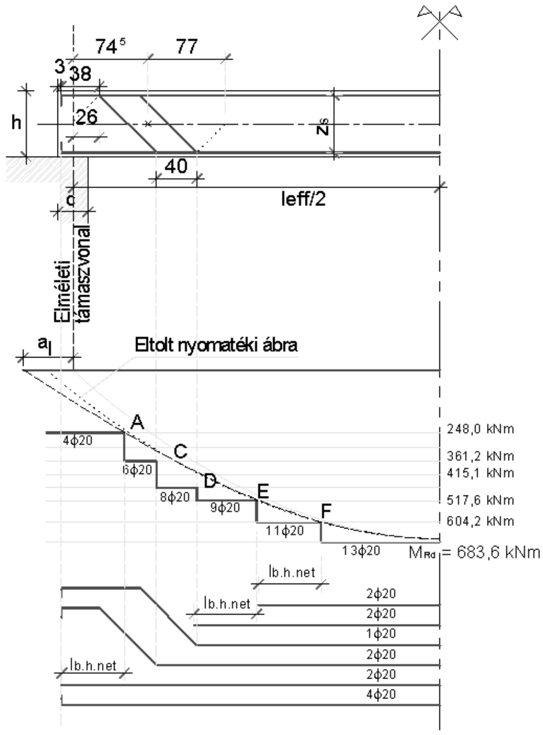
v5.4.1. Vaselhagyás tervezése ("a" - felhajlított acélbetét nélküli - változat)

v5.4.2. A felhajlított vasak helyeinek meghatározása (c1 változathoz)

Az ábrákon pontozott vonallal jelöltük az elõbbiekben egyszerûsítésként θ=45°-kal számított eltolt nyomatéki ábrát. Bár a pontosabb számítással az eltolás értéke nagyobb, jól látható, hogy az egyszerûsítés a hosszvasalást jelentõsen nem befolyásolja.



v5.5. ábra: Vaselhagyás tervezése ("a" - vasfelhalíjtás nélküli - változat)



v5.7. ábra: Több keresztmetszetben felhajlított acélbetétek helyeinek meghatározása, vaselhagyások tervezése ("c1" változat)

A nagyobb eltolással az "a" változatnál a hosszvasalás jelentõsen nem változik, mivel:

-az "A" ponttól lehorgonyozandó acélbetétet amúgy is végig vittük a tartóvégig, hosszabbra a nagyobb eltolással sincs szükség;

-a B és D metszéspontok csak 1-2cm-rel az E és F pontok csak miliméterekkel módosulnak.

A "c1" változat vaselhagyását gyakorlatilag egyáltalán nem kell változtatni, mivel

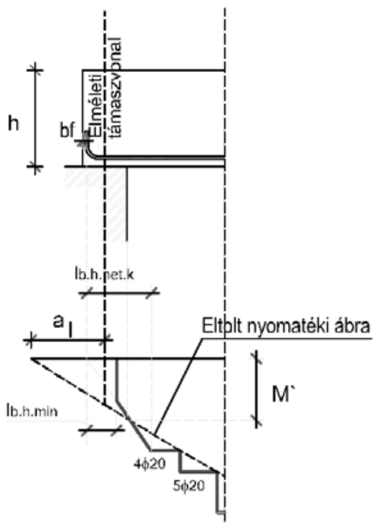
-az "A" ponttól lehorgonyozandó acélbetéteket amúgy is végig vittük a tartóvégig;

-a két felhajlítás eredeti helye így is megfelelõ;

- Az E és F metszéspontok helye csak miliméterekkel tolódnak el.

v5.4.3. A tartóvégi kialakítás megtervezése

v5.4.3.1. A tartóvég határnyomatéki ábrájának megszerkesztése, tartóvégi kialakítás megtervezése



v5.8.ábra: Tartóvégi kialakítás

Az "a" változat tartóvégi részletének kirajzolásával látható, hogy a nagyobb ctg(θ) érték felvételével, és a nyomatéki ábra nagyobb eltolásával a tartóvég az eredeti hosszvasalással nem felel meg, mivel a mértékadó határnyomatéki ábra még éppen a feltámaszkodás elötti szakaszon belemetsz a mértékadó nyomatéki ábrába.
Ebben az esetben az M'= 167,2 kNm nyomaték felvételérõl hajtûvasakkal kell gondoskodnunk.
A számítási részletek mellõzésével ezt a nyomatékot 4 ϕ18-as acélbetéttel lehet felvenni, 2ϕ18 vasat célszerû alkalmazni.

v6. Nyírási vasalás tervezése

v6.2. A nyomott beton ellenõrzése

$$V_{Rd.max} := \alpha_{cw} \cdot b \cdot z \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot \frac{\cot(\theta) + \cot(\alpha)}{1 + (\cot(\theta))^2}$$

ahol:

$\alpha_{cw} := 1$

$z := 0.9 \cdot d \qquad z = 0.529\,m$

$\theta = 28.5\,fok \quad \cot(\theta) = 1.84$

$\alpha := 90 \cdot fok$

$$\nu := 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \cdot \frac{1}{\frac{N}{mm^2}}\right)$$

$\nu = 0.540$

$$V_{Rd.max} := \alpha_{cw} \cdot b \cdot z \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot \frac{\cot(\theta) + \cot(\alpha)}{1 + (\cot(\theta))^2}$$

$\boxed{V_{Rd.max} = 798.8\,kN}$ > $V_{Ed.max} = 366.8\,kN$ ⟹ a beton keresztmetszet geometriai méretei megfelelõk.

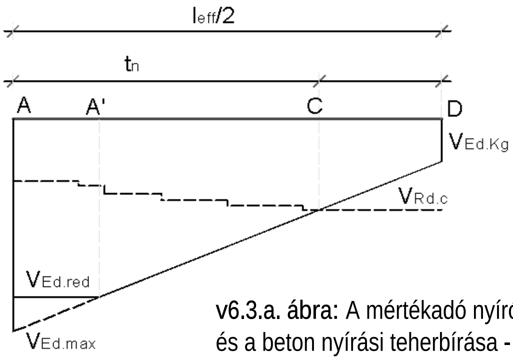
v6.3. A beton által felvehetõ nyíróerõ meghatározása

A beton által fevehetõ nyíróerõ értékek nem változnak, csak az "a" változatnál az egyes szakaszok határa a vaselhagyás eltolásával jelentéktelen mértékben ugyan, de elcsúszik.

v6.4. A szükséges kengyeltávolságok meghatározása és a határnyíróerõ-ábra

"a" változat - felhajlított vas nélküli nyírásvasalás-tervezés

a.v6.4.1. A kengyeltávolságok meghatározása



v6.3.a. ábra: A mértékadó nyíróerõábra és a beton nyírási teherbírása - nyírási szakaszok értelmezése ("a" változat)

AA' szakasz

$$A_{sw} := \frac{2 \cdot \phi_k^2 \cdot \pi}{4} \qquad A_{sw} = 157\,mm^2$$

A szükséges kengyeltávolság:

$$s_{AA'} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot 0.9 \cdot d}{V_{Ed.red}} \cdot \cot(\theta) \qquad s_{AA'} = 172.8\,mm$$

Legyen $\boxed{s_{AA'} := 160mm}$ *

*Az így kapott kengyeltávolság pont kétszer akkora, mint a θ = 45° felvételével meghatározott érték!

CD szakasz

Ezen a szakaszon nem szükséges méretezett nyírási vasalás, itt a szerkesztési szabályok határozzák meg továbbra is a szükséges kengyeltávolságot.

$\boxed{s_{CD} := 380mm}$

A'B szakasz

Az AA' szakaszra meghatározott kengyelezést az A'B szakaszra is kiterjesztjük: (6.3.b. ábra) $\boxed{s_{A'B} := 160mm}$

$s_{AB} := s_{A'B}$

BC szakasz

A közbensõ szakasz kengyelkiosztását tetszõlegesen az alábbiak alapján vesszük fel:

$$\frac{V_{Rd.c} + V_{Ed.red}}{2} = 232.4\,kN \quad s_{BC} := A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot 0.9 \cdot d \cdot \frac{2}{(V_{Rd.c} + V_{Ed.red})} \cdot \cot(\theta) \qquad s_{BC} = 229\,mm$$

Legyen: $\boxed{s_{BC} := 220mm}$

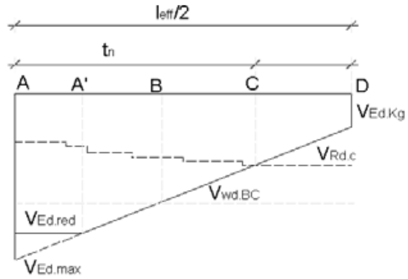
a.v6.4.2. A kengyelek kiosztása és a határnyíróerõ-ábra

CD szakasz

Ennek a szakasznak a vasalása nem változik.

Mivel ezen a szakaszon nem alkalmaztunk méretezett nyírási vasalást, így itt a határnyíróerõ értéke $V_{Rd.c}$ lesz.

A szakaszon a mértékadó nyíróerõ: $V_{Rd.c} = 157.0\ kN$



v6.3.b. ábra: A mértékadó nyíróerõábra és a beton nyírási teherbírása - nyírási szakaszok értelmezése ("a" változat)

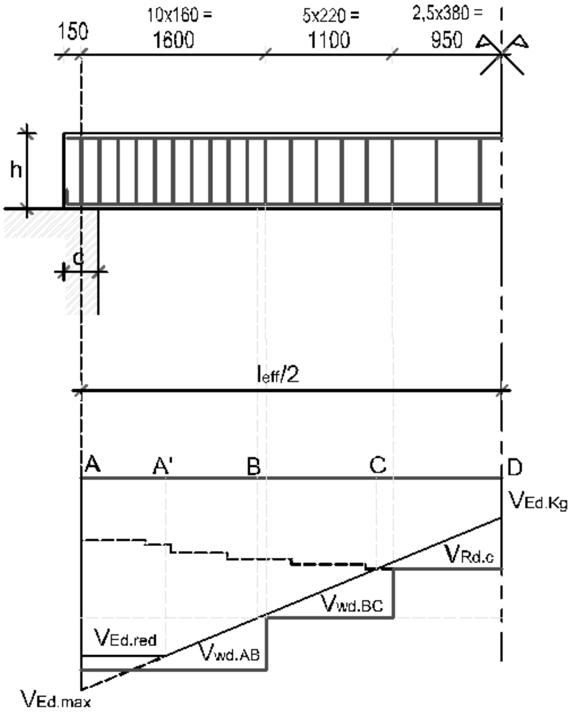
BC szakasz

A szakaszon alkalmazott kengyeltávolság: $s_{BC} = 220\ mm$

Az ehhez tartozó határnyíróerõ:

$$V_{wd.BC} := 0.9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s_{BC}} \cdot \cot(\theta)$$

$V_{wd.BC} = 241.7\ kN$



v6.4. ábra: A határnyíróerõ-ábra ("a" változat)

B pont helyének meghatározása:

$$t_{AB} := \frac{l_{eff}}{2} - \frac{V_{wd.BC} - V_{Ed.Kg}}{V_{Ed.max} - V_{Ed.Kg}} \cdot \frac{l_{eff}}{2} \quad t_{AB} = 1.523\ m$$

AB szakasz

A szakaszon alkalmazott kengyeltávolság:

$s_{AB} = 160\ mm$

Az ehhez tartozó határnyíróerõ:

$$V_{wd.AB} := 0.9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s_{AB}} \cdot \cot(\theta) \quad V_{wd.AB} = 332.4\ kN$$

Nyírási szakaszok	$V_{Rd.c}$ [kN]	Kengyel	Felhajlított vas				V_{Rd} [kN]
		s [mm]	V_{wd} [kN]	s [mm]	n [db]	$V_{wd.felh}$ [kN]	
A-B	nem mértékadó	160	332,4	-	-	-	332,4
B-C	nem mértékadó	220	241,8	-	-	-	241,8
C-D	157,0	380	nem mértékadó	-	-	-	157,0

v6.2. táblázat: Az egyes nyírási szakaszokra jellemzõ kengyeltávolságok és határnyíróerõk összefoglalása ("a" változat)

a.v6.4.3. A szerkesztési szabályok ellenõrzése

AB szakasz

A nyírási vasalás fajlagos mennyisége:

$$\rho_w := \frac{A_{sw}}{s_{AB} \cdot b} \quad \rho_w = 0.245\ \%$$

[1] A fajlagos mennyiség minimális értéke:

$$\rho_{w.min} := \frac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot \frac{mm^2}{N}}}{f_{yk} \cdot \frac{mm^2}{N}} \quad \rho_{w.min} = 0.100\ \% \quad < \quad \rho_w = 0.245\ \%$$

⟹ Megfelel

[2] A fajlagos mennyiség maximális értéke:

$$\rho_{w.max} := \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha_c \cdot \nu \cdot f_{cd}}{1 - \cos(\alpha)} \cdot \frac{1}{f_{yd}} \quad \rho_{w.max} = 1.294\ \% \quad > \quad \rho_w = 0.245\ \%$$

⟹ Megfelel

[3] A nyírási acélbetétek maximális távolsága:

$$s_{max} := 0.75 \cdot d \quad s_{max} = 441\ mm \quad > \quad s_{AB} = 160\ mm$$

⟹ Megfelel

BC szakasz

A nyírási vasalás fajlagos mennyisége: $\rho_w := \frac{A_{sw}}{s_{BC} \cdot b}$ $\boxed{\rho_w = 0.178\,\%}$

[1] A fajlagos mennyiség minimális értéke: $\rho_{w.min} = 0.100\,\%$ < $\rho_w = 0.178\,\%$ $\Longrightarrow$ Megfelel

[2] A fajlagos mennyiség maximális értéke: $\rho_{w.max} = 1.294\,\%$ > $\rho_w = 0.178\,\%$ $\Longrightarrow$ Megfelel!

[3] A nyírási acélbetétek maximális távolsága: $s_{max} = 441\,mm$ > $s_{BC} = 220\,mm$ $\Longrightarrow$ Megfelel

CD szakasz

A nyírási vasalás fajlagos mennyisége: $\rho_w := \frac{A_{sw}}{s_{CD} \cdot b}$ $\boxed{\rho_w = 0.103\,\%}$

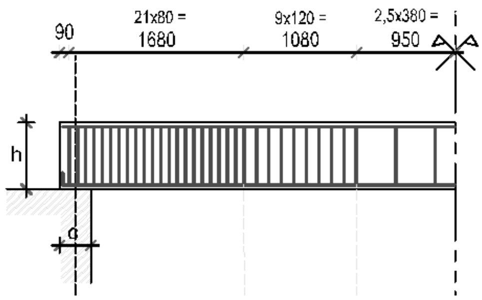
[1] A fajlagos mennyiség minimális értéke: $\rho_{w.min} = 0.100\,\%$ < $\rho_w = 0.103\,\%$ $\Longrightarrow$ Megfelel

[2] A fajlagos mennyiség maximális értéke: $\rho_{w.max} = 1.294\,\%$ > $\rho_w = 0.103\,\%$ $\Longrightarrow$ Megfelel!

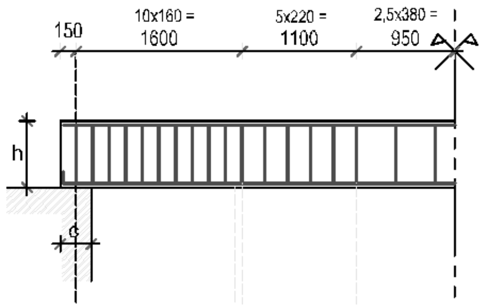
[3] A nyírási acélbetétek maximális távolsága: $s_{max} = 441\,mm$ > $s_{CD} = 380\,mm$ $\Longrightarrow$ Megfelel

Az "a" változat variánsának értékelése, összehasonlítás az eredeti változattal

Az alábbi két ábrán jól látható, hogy a kedvezõbb hajlászög felvételével jelentõsen ritkult a szükséges nyírási vasalás; míg az eredeti változatban 66ϕ10-es kengyelt kellett elhelyezni a tartón, a variáns számításakor ez csak 36ϕ10-esre adódott. Ez még azzal együtt is, hogy a nagyobb nyomatéki ábra eltolás miatt némely acélbetéteket kicsit hosszabbra kellett venni, valamint a tartóvégen hajtûvasakat kellett elhelyezni, jelentõs acélmegtakarítást (kb. 10% acélsúlycsökkenést) jelent (lásd **a** és **va** táblázatokat).



a ábra: "a" változat kengyelezése ctgθ=1 felvételével



va ábra: "a" változat kengyelezése ctgθ=1,84 felvételével

Jel	db	ϕ [mm]	Hossz [m]	ϕ10 [m]	ϕ20 [m]
1	2	20	3,600		7,200
2	2	20	4,900		9,800
3	2	20	6,000		12,000
4	2	20	7,000		14,000
5	1	20	7,540		7,540
6	4	20	7,780		31,120
7	4	10	7,540	30,160	
8	33	10	1,960	64,680	
9	33	10	1,960	64,680	
10	49	10	0,440	21,560	
Összhossz /ϕ [m]				181,080	81,660
Súly /ϕ [kg/m]				0,616	2,460
Összsúly /ϕ [kg]				111,545	200,884
Összsúly [kg]					**312,429**

a táblázat: "a" változat vaskimutatása ctgθ=1 felvételével

Jel	db	ϕ [mm]	Hossz [m]	ϕ10 [m]	ϕ18 [m]	ϕ20 [m]
1	2	20	3,600			7,200
2	2	20	4,900			9,800
3	2	20	6,010			12,020
4	2	20	7,020			14,040
5	1	20	7,540			7,540
6	4	20	7,780			31,120
7	4	10	7,540	30,160		
8	18	10	2,000	36,000		
9	18	10	2,000	36,000		
10	26	10	0,450	11,700		
11	4	18	1,830		7,320	
Összhossz /ϕ [m]				113,860	7,320	81,720
Súly /ϕ [kg/m]				0,616	2,000	2,460
Összsúly /ϕ [kg]				70,138	14,640	201,031
Összsúly [kg]						**285,809**

va táblázat: "a" változat vaskimutatása ctgθ=1,84 felvételével

A **va táblázat**ban a jelölések megegyeznek az eredeti terven alkalmazott jelölésekkel. A "11" jelû acélbetét a két-két tartóvégre kerülõ hajtûvas.

"c1" változat

c.v6.4.1. A kengyeltávolságok meghatározása

AB szakasz

$\boxed{s_{c.1} = 745\,\mathrm{mm}}$ $\alpha_1 := 45\mathrm{fok}$

$$V_{wd.felh.c.1} := 0.9 \cdot d \cdot \frac{\left(\frac{2\phi_1^2 \cdot \pi}{4}\right) \cdot f_{yd}}{s_{c.1}} \cdot \left(\cot(\theta) + \cot(\alpha_1)\right) \cdot \sin(\alpha_1)$$

$\boxed{V_{wd.felh.c.1} = 311.6\,\mathrm{kN}}$ > $V_{Ed.red} = 307.8\,\mathrm{kN}$

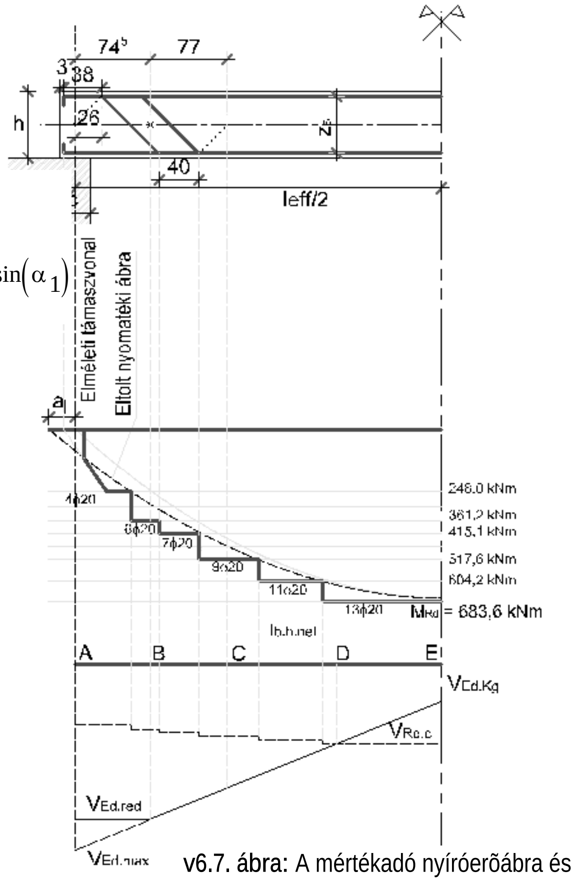
Vagyis a felhajlított vassal a teljes mértékadó nyíróerõ felvehetõ.
A szerkesztési szabályok azonban elõírják, hogy a mértékadó nyíróerõ legalább felét függõleges kengyelekkel kell felvenni. Így a kengyelekkel felveendõ nyíróerõ

$V_{wd.min} := \frac{1}{2} \cdot V_{Ed.red}$ $V_{wd.min} = 153.9\,\mathrm{kN}$

A szükséges kengyeltávolság:

$s_{AB} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot 0.9 \cdot d}{V_{wd.min}} \cdot \cot(\theta)$ $s_{AB} = 345.6\,\mathrm{mm}$

Legyen $\boxed{s_{AB} := 340\mathrm{mm}}$



v6.7. ábra: A mértékadó nyíróerõábra és a beton nyírási teherbírása - nyírási szakaszok értelmezése ("c1" változat)

BC szakasz

A felhajlított vas hatástávolsága: $\boxed{s_{c.2} = 770\,\mathrm{mm}}$

És az általa felvehetõ nyíróerõ: $V_{wd.felh.c.2} := 0.9 \cdot d \cdot \frac{\left(\frac{\phi_1^2 \cdot \pi}{4}\right) \cdot f_{yd}}{s_{c.2}} \cdot \left(\cot(\theta) + \cot(\alpha_1)\right) \cdot \sin(\alpha_1)$

Az B pontban (a támasztól $s_{c.1}$ távolságra) a mértékadó nyíróerõ: $\boxed{V_{wd.felh.c.2} = 150.8\,\mathrm{kN}}$

$$V_{Ed.B} := \frac{V_{Ed.max} - V_{Ed.Kg}}{\frac{l_{eff}}{2}} \cdot \left(\frac{l_{eff}}{2} - s_{c.1}\right) + V_{Ed.Kg} \qquad V_{Ed.B} = 305.6\,\mathrm{kN}$$

A kengyelekkel felveendõ nyíróerõ ezen a szakaszon:

$V_{wd.min} := \max\left(\frac{1}{2} \cdot V_{Ed.B}, V_{Ed.B} - V_{wd.felh.c.2}\right)$ $V_{wd.min} = 154.9\,\mathrm{kN}$ ahol: $\frac{1}{2} \cdot V_{Ed.B} = 152.8\,\mathrm{kN}$

$V_{Ed.B} - V_{wd.felh.c.2} = 154.9\,\mathrm{kN}$

A szükséges kengyeltávolság: $s_{BC} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot 0.9 \cdot d}{V_{wd.min}} \cdot \cot(\theta)$ $s_{BC} = 343.4\,\mathrm{mm}$ Legyen $\boxed{s_{BC} := 340\mathrm{mm}}$

CD szakasz

Az C pontban (a támasztól $s_{c.1} + s_{c.2}$ távolságra) a mértékadó nyíróerõ:

$$V_{Ed.C} := \frac{V_{Ed.max} - V_{Ed.Kg}}{\frac{l_{eff}}{2}} \cdot \left(\frac{l_{eff}}{2} - s_{c.1} - s_{c.2}\right) + V_{Ed.Kg} \qquad V_{Ed.C} = 242.4\,\mathrm{kN}$$

Ennek felvételéhez a szükséges kengyeltávolság: $s_{CD} := \frac{A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot 0.9 \cdot d}{V_{Ed.C}} \cdot \cot(\theta)$ $s_{CD} = 219.4\,\mathrm{mm}$ Legyen $\boxed{s_{CD} := 200\mathrm{mm}}$

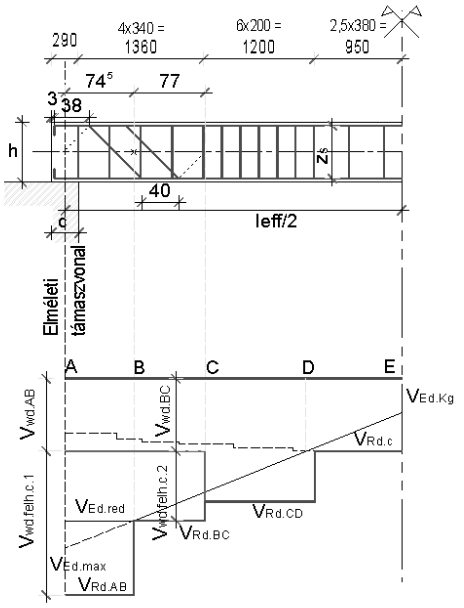
DE szakasz

Az "a" változatnál a CD szakasznál leírtak alapján: $s_{DE} := 380mm$

c.v6.4.2. A kengyelek kiosztása és a határnyíróerõ-ábra

A részletek mellõzésével a 6.4. táblázatban foglaltuk össze az egyes szakaszokra jellemzõ határnyíróerõ értékeket. A kengyelek kiosztását és a határnyíróerõ-ábrát a 6.8. ábrán vázoltuk.

A tartó vége felé haladva (a nyírás növekedésének irányában) a kengyelt nem célszerû ritkítani. Ez azt jelenti, hogy az AB és BC szakaszokonn is 200mm-es kengyeltávolságot kellene alkalmazni. Ez jelentõs túlvasalást eredményezne, ezért ezt a gyakorlati szabályt nem vettük figyelembe.



v6.8. ábra: A mértékadó nyíróerõábra ("c1" változat)

Nyírási szakaszok	$V_{Rd.c}$ [kN]	Kengyel		Felhajlított vas			V_{Rd} [kN]
		s [mm]	V_{wd} [kN]	s [mm]		$V_{wd.felh}$ [kN]	
A-B	nem mértékadó	340	156,4	745	2	311,6	468,0
B-C	nem mértékadó	340	156,4	770	1	150,8	307,2
C-D	nem mértékadó	200	265,9	-		-	265,9
D-E	157,0	380	nem mértékadó	-		-	157,0

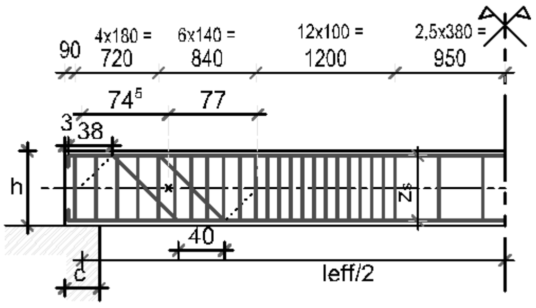
v6.4. táblázat: A határnyíróerõ ábra értékei ("c1" változat)

c.v6.4.3. A szerkesztési szabályok ellenõrzése

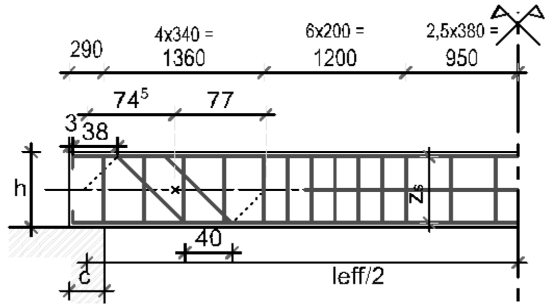
A felvett nyírási vasalás megfelel a szerkesztési szabályok alõírásainak. Az ellenõrzés az elõzõek alapján könnyen elvégezhetõ így itt nem részletezük e számításokat.

Az "c1" változat variánsának értékelése, összehasonlítás az eredeti változattal

A "c1" változat hosszvasalása csak a tartóvégen elhelyezendõ két-két hajtûvassal módosult. A kedvezõbb hajlászög felvételével az eredeti változatban alkalmazott 50 ϕ10-es kengyelt 26ϕ10-re sikerült leszorítani. A felhajlított vasas változat acélsúly-megtakarítása azonban százalékosan kisebb (lásd a **c1** és a **vc1** táblázatokat) mint az "a" változaté, mivel a szerkesztési szabályok kötöttsége miatt hiába kapunk ezzel a számítással lényegesen nagyobb teherbírást a felhajlított vasak által felvehetõ nyíróerõre.



c1 ábra: "c1" változat kengyelezése ctgθ=1 felvételével



vc1 ábra: "c1" változat kengyelezése ctgθ=1,84 felvételével

Jel	db	ϕ [mm]	Hossz [m]	ϕ10 [m]	ϕ20 [m]
1	2	20	3,600		7,200
2	2	20	4,900		9,800
3	1	20	8,252		8,252
4	2	20	8,252		16,504
5	2	20	7,540		15,080
6	4	20	7,780		31,120
7	4	10	7,540	30,160	
8	25	10	2,000	50,000	
9	25	10	2,000	50,000	
10	43	10	0,450	19,350	
Összhossz /ϕ [m]				149,510	87,956
Súly /ϕ [kg/m]				0,616	2,460
Összsúly /ϕ [kg]				92,098	216,372
Összsúly [kg]					**308,470**

c1 táblázat: "c1" változat vaskimutatása ctgθ=1 felvételével

Jel	db	ϕ [mm]	Hossz [m]	ϕ10 [m]	ϕ18 [m]	ϕ20 [m]
1	2	20	3,600			7,200
2	2	20	4,900			9,800
3	1	20	8,252			8,252
4	2	20	8,252			16,504
5	2	20	7,540			15,080
6	4	20	7,780			31,120
7	4	10	7,540	30,160		
8	13	10	2,000	26,000		
9	13	10	2,000	26,000		
10	21	10	0,450	9,450		
11	4	18	1,830		7,320	
Összhossz /ϕ [m]				91,610	7,320	87,956
Súly /ϕ [kg/m]				0,616	2,000	2,460
Összsúly /ϕ [kg]				56,432	14,640	216,372
Összsúly [kg]						**287,444**

A **va táblázat**ban a jelölések megegyeznek az eredeti terven alkalmazott jelölésekkel. A "11" jelû acélbetét a két tartóvégre kerülõ hajtûvas.

vc1 táblázat: "c1" változat vaskimutatása ctgθ=1,84 felvételével