

BSc. - KÖZLEKEDÉSTERVEZÉS I.

Utak tervezése, építése és fenntartása

**2. előadás: Gépjármű mozgása
egyenesben, ívben, emelkedőben,
ellenállások és látótávolságok.**

Túlemelés és átmeneti ív

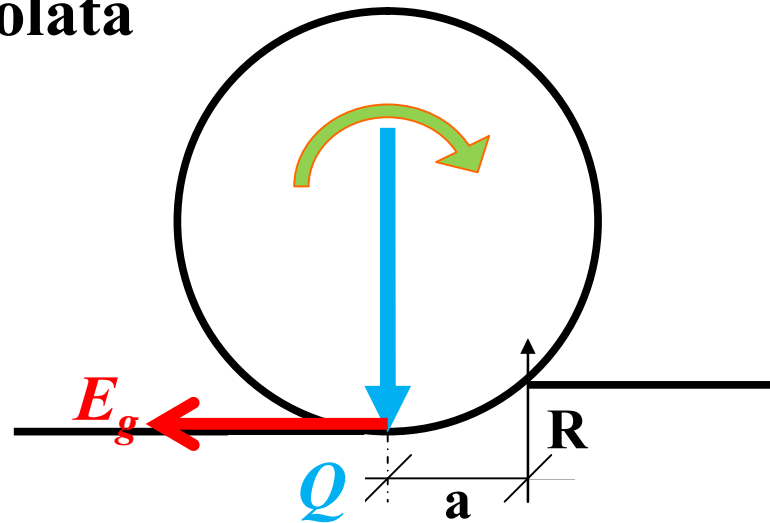
Dr.-habil Lindenbach Ágnes, egyetemi tanár
Pécsi Tudományegyetem, Műszaki és
Informatikai Kar

Gépjármű mozgása - közúti ellenállások

- ❖ Amikor egy jármű egyenes vonalú, egyenletes (állandó sebességű) mozgást végez, a V vonóerő egyenlő az E ellenállással.
- ❖ Ha $V > E$, akkor a jármű *gyorsul*, míg $V < E$ esetben *lassul*.
- ❖ A vonóerő a *sebességfokozattól* függ.
- ❖ Az E ellenállás a *gördülési, az emelkedő okozta és a légellenállás* algebrai összege:

$$E = E_g + E_e + E_l .$$

Gördülési ellenállás: kerék és útpályafelület kapcsolata



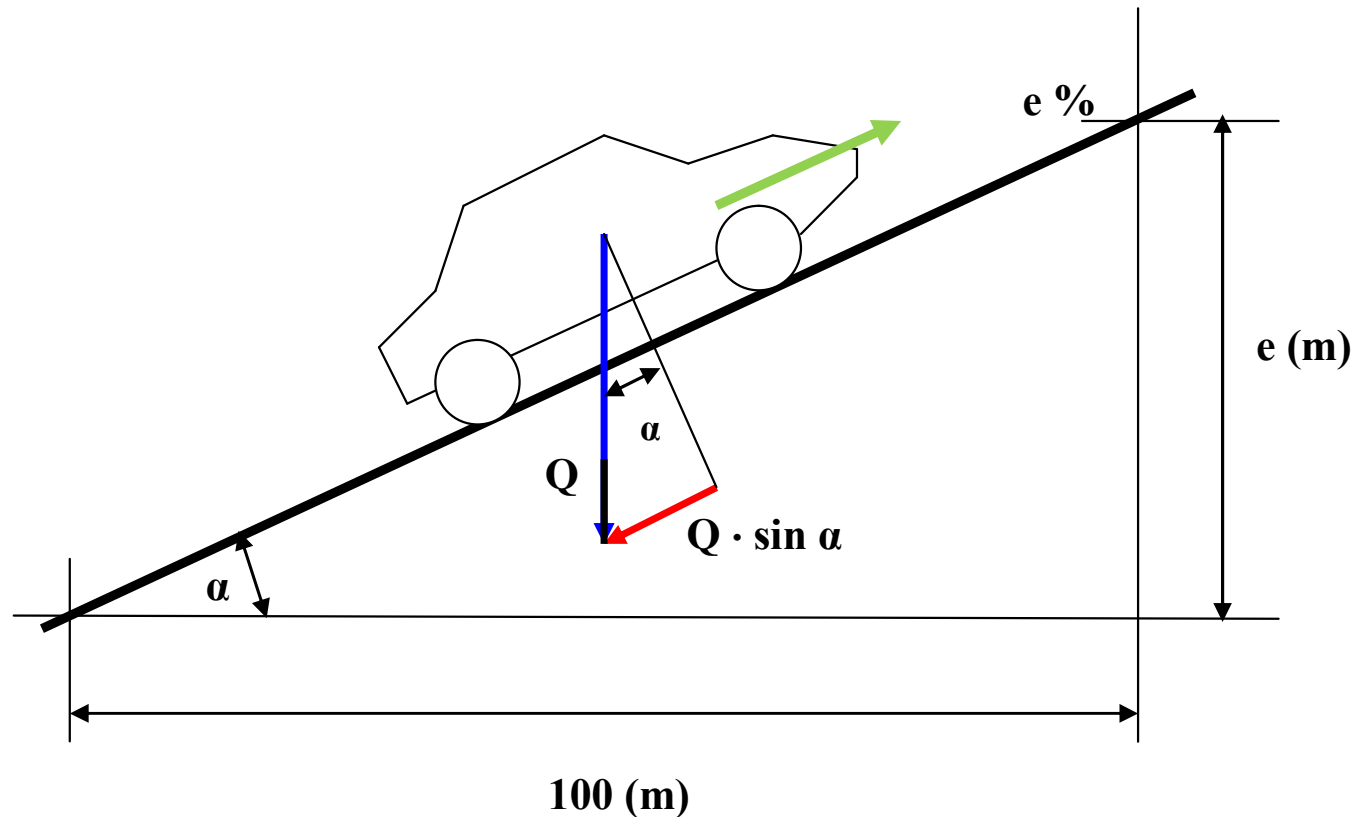
$$E_g = \mu \cdot Q \text{ [N]}$$

ahol Q a jármű súlya [kN]

μ a gördülési ellenállási tényező (N/kN, ‰)

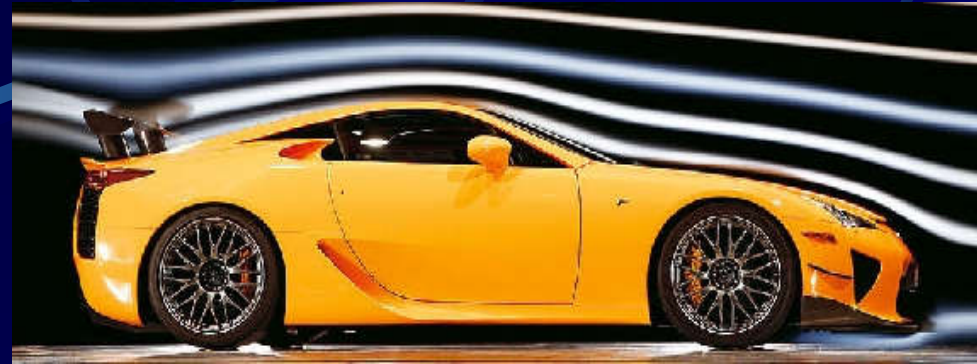
μ	néhány értéke:	aszfaltbeton:	10-20 ‰
		földút	50-150 ‰
		kőburkolat	15-25 ‰

Az emelkedő okozta ellenállás



$$E_e = Q[\text{kN}] \cdot \text{tg } \alpha = Q[\text{kN}] \cdot e/100 = 1000 \cdot Q[\text{N}] \cdot e/100 = 10 \cdot e \cdot Q [\text{N}]$$

Légellenállás



Levegő nyomási ellenállásából és a jármű felületének ellenállásából tevődik össze:

$$E_1 = c \cdot F \cdot v^2$$

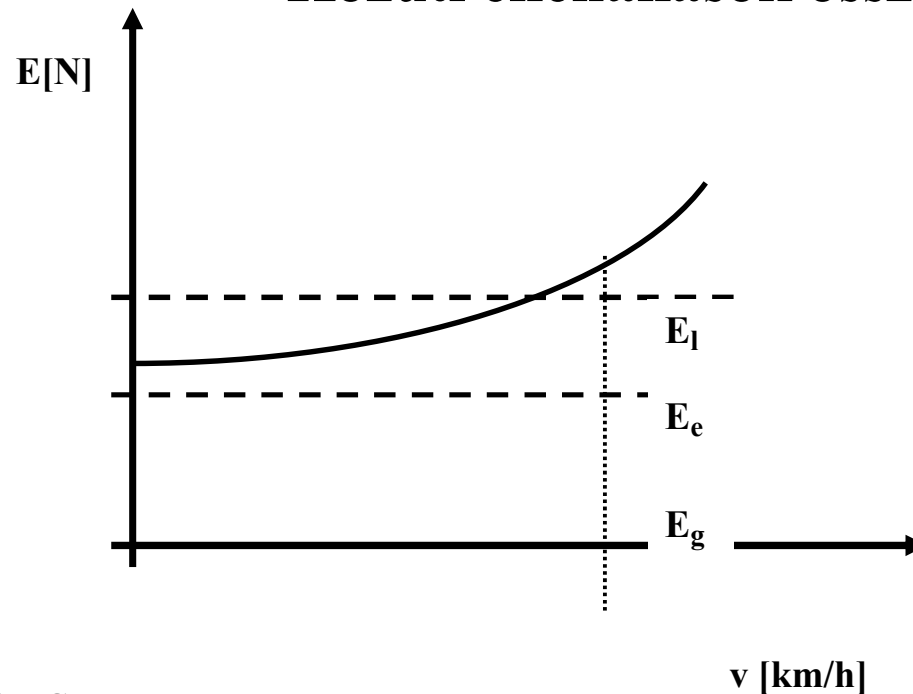
**c: légellenállási tényező (pl. busz: 3%; szgk: 1,5-3,5%;
tgk: 5-6%)**

**F: jármű homlokfelülete m²-ben (pl. busz: 4-7 m²; szgk:
2-3 m²; tgk:3-6 m²)**

v: jármű sebessége km/h-ban

**(v₀ szélesebesség esetében ellenszélben v+v₀, hátszélben v-
v₀ sebességgel számolunk)**

Közúti ellenállások összegezése



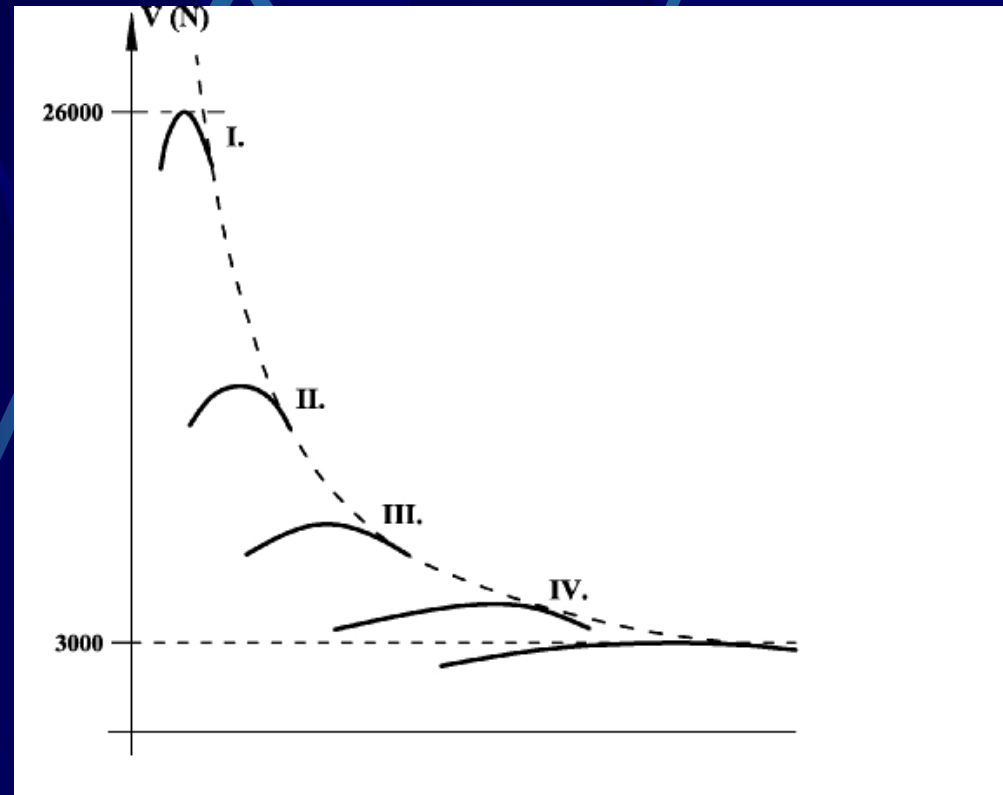
ÖSSZEGEZVE:

$$E = \mu \cdot Q + 10eQ + cFv^2 = Q(\mu + 10e) + cFv^2 \quad [\text{N}]$$

Példa: 4%-os emelkedőben; aszfaltbetonon ($\mu = 15 \text{ N/kN}$); $v = 80 \text{ km/h}$ állandó sebességgel haladó szgk ($Q = 12 \text{ kN}$, $c = 0,02$, $F = 2,1 \text{ m}^2$) közúti ellenállása:
 $E = (15 + 10 \cdot 4) 12 + 0,02 \cdot 2,1 \cdot 80^2 = 780 + 268,8 = 1,05 \text{ kN}$

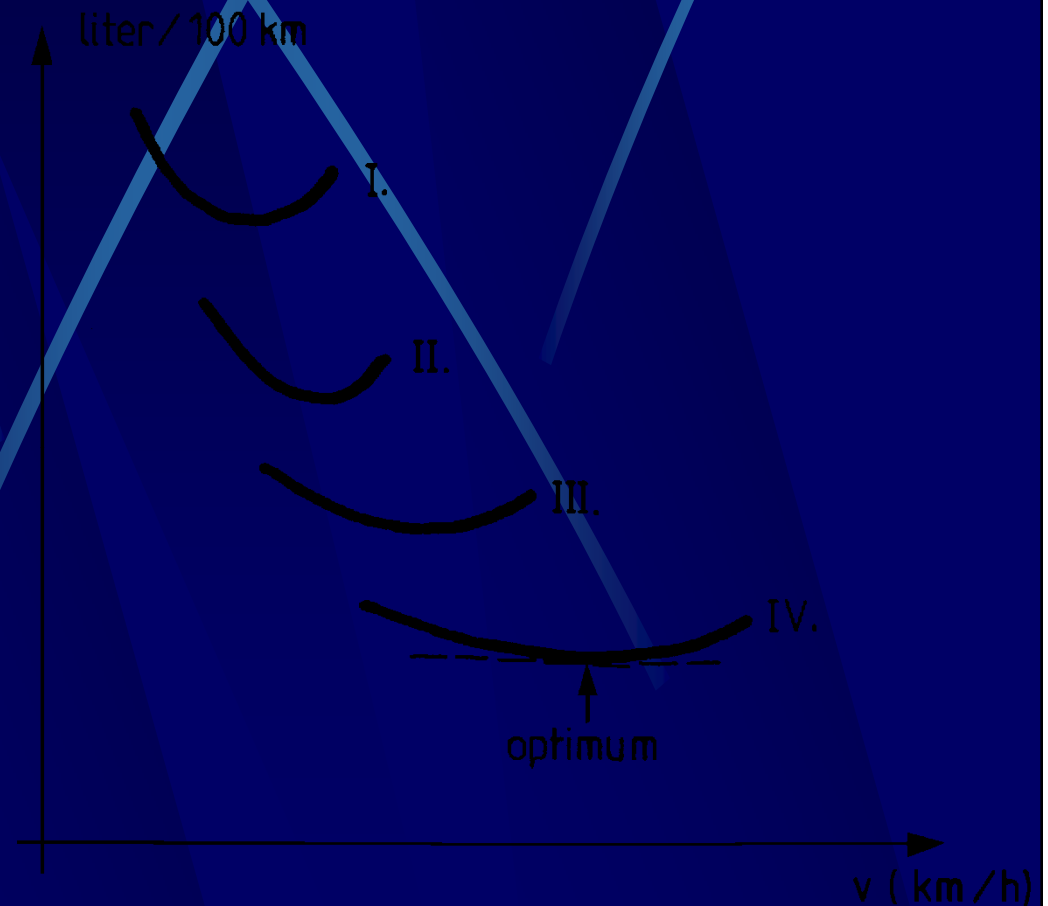
A vonóerő - $V = f(v)$ vonóerő görbék

- A vonóerő a sebességváltó állásától függ.
- A vonóerőgörbék közötti holtterek annál kisebbek, minél nagyobb a motor nyomatékrugalmassága és minél több sebességfokozat áll rendelkezésre.
- A sebesség – vonóerő összefüggést a vonóerőgörbék burkológörbéje adja.



Üzemanyag-fogyasztás

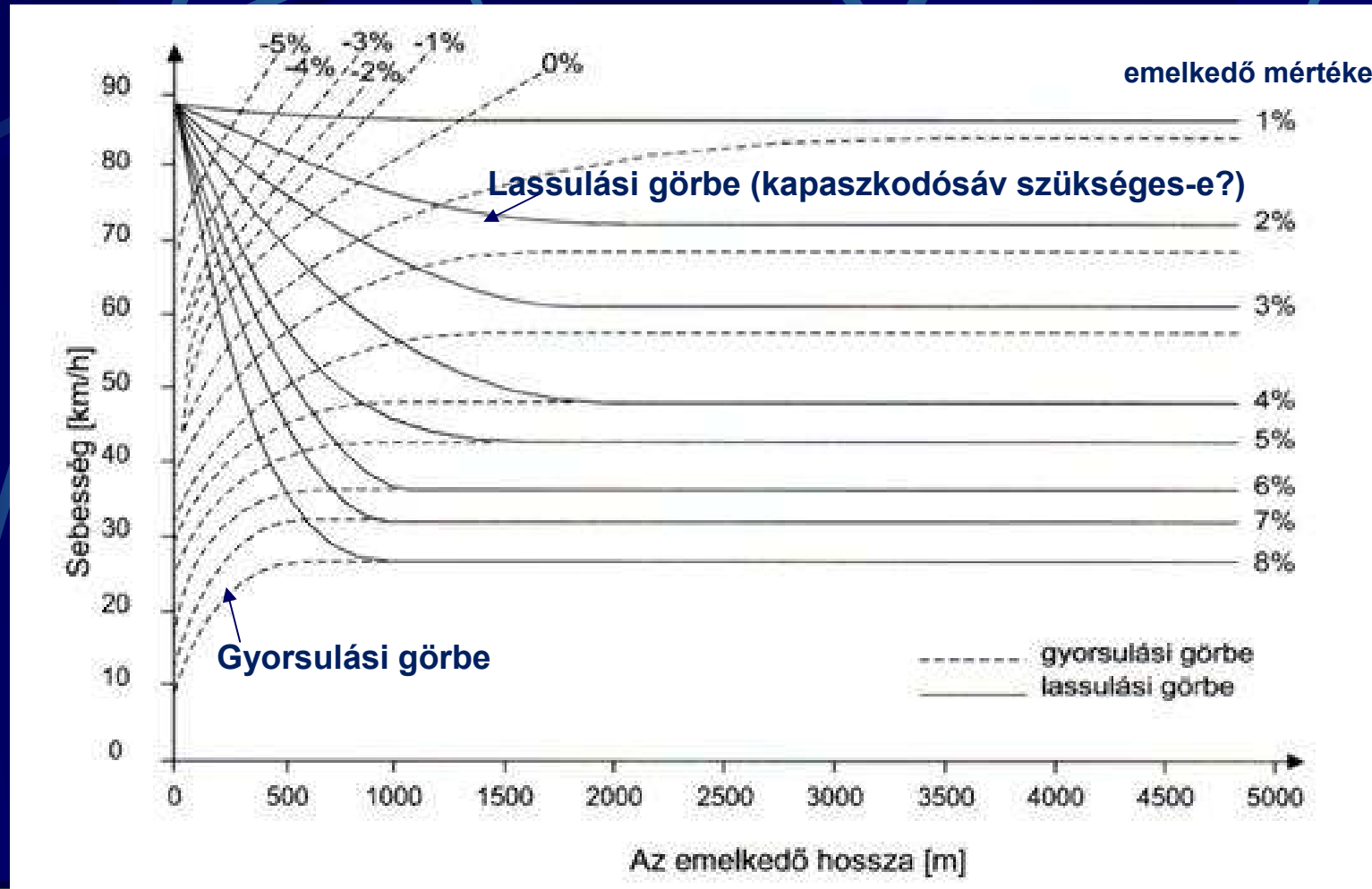
- *Az üzemanyag-fogyasztás a sebességváltó állásától függ.*
- *Az ábrán az üzemanyag-fogyasztás alakulása látható a v [km/h] sebesség függvényében.*



Gépjármű mozgása lejtőn-emelkedőn

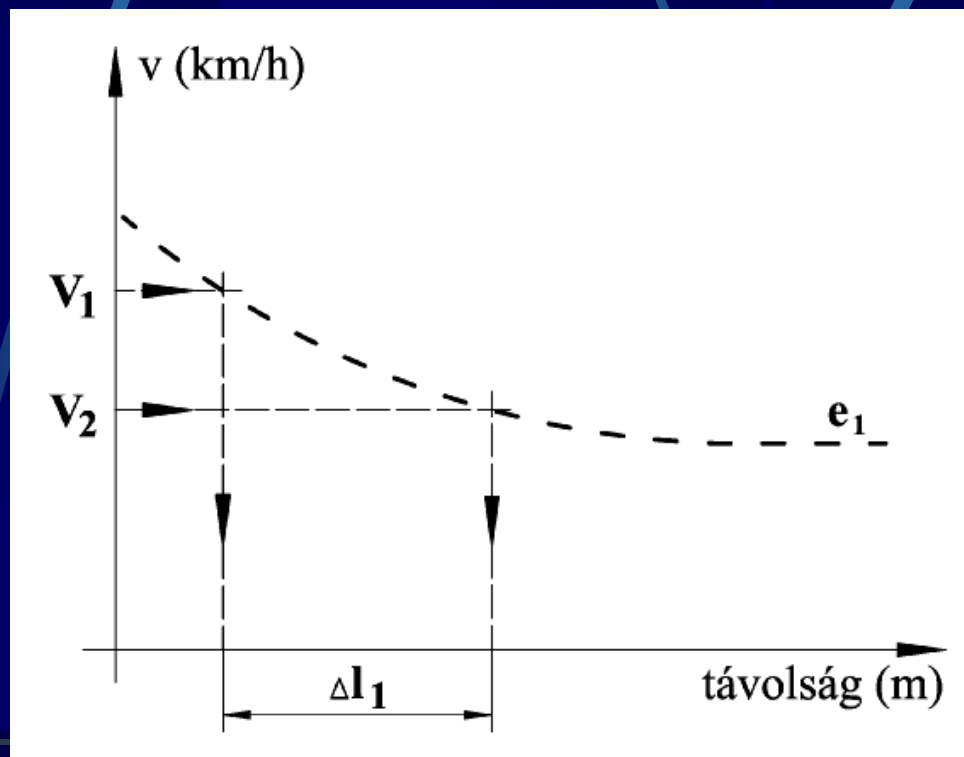
- Az ellenállások és vonóerők ismeretében meghatározható a *mértékadó tehergépkocsi sebessége* az emelkedők / lejtők mentén.
- *Lassulási és gyorsulási diagram*: az emelkedőnek a sebességre való hatását tükrözi *mértékadó tehergépkocsira* vonatkozóan (telj: 90 kg /LE).
- Megállapítható, *mekkora úthosszon* lassul/gyorsul az adott sebességre a gépjármű.
- Fontos: *kapaszkodósávok* tervezésénél: hol kell elkezdeni a kapaszkodósávot (lassulási görbe), és hol lehet abbahagyni a kapaszkodósávot (gyorsulási görbe).

Tipikus lassulási és gyorsulási diagramok



Lassulási és gyorsulási diagramok alkalmazása 1.

- ❖ A tehergépkocsi v_1 [km/h] sebességgel hajt rá egy e_1 (%) -os emelkedőre.

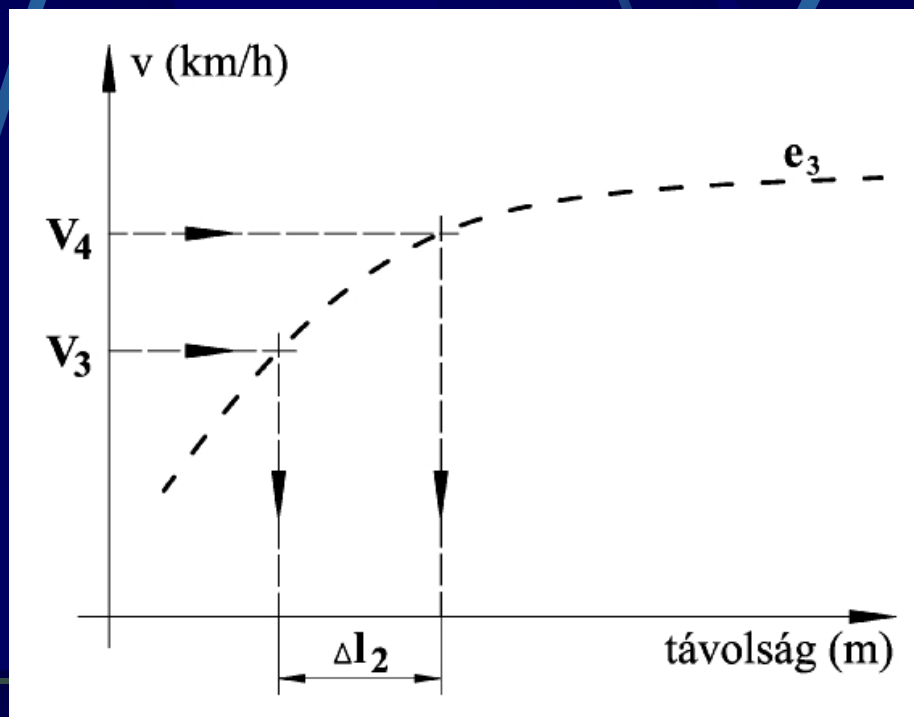


Mekkora Δl_1 [m] úthosszon fog a sebessége v_2 [km/h]-ra csökkenni?

A szerkesztéshez az e_1 lassulási görbét használjuk.

Lassulási és gyorsulási diagramok alkalmazása 2.

- ❖ A tehergépkocsi v_3 [km/h]-val halad az e_2 (%) -os emelkedőn; ezután egy enyhébb, e_3 (%) -os emelkedő következik.



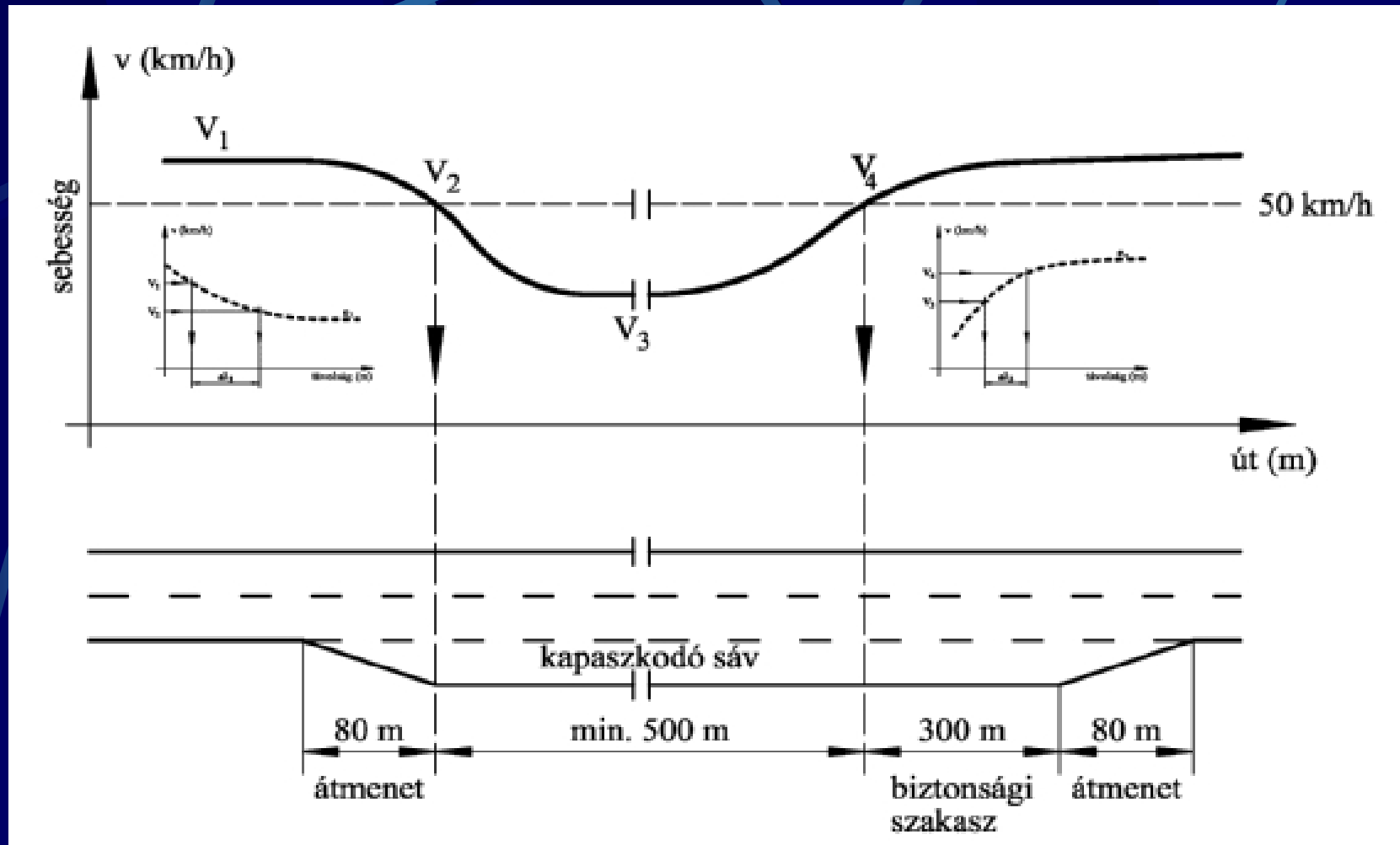
Mekkora Δl_2 (m) távolságon gyorsul fel a tehergépkocsi v_3 -ról v_4 -re?

A szerkesztéshez az e_3 gyorsulási görbét használjuk.

Kapaszkodósávok szükségessége

- **Megvizsgálandó: 3%-nál meredekebb nagyobb emelkedő és 300 m-nél hosszabb emelkedő**
- **Kapaszkodósáv indoka: menetdinamikai vagy forgalmi szempont.**
- ***Menetdinamika:* 70 km/h sebesség 50km/h-ra csökken, min. 500 m + 300 m szükséges.**
- ***Forgalmi szempont:* mértékadó forgalom nagysága és a t/gk. részaránya eléri az előírásokban rögzített határértéket.**

Kapaszkodósáv tervezése

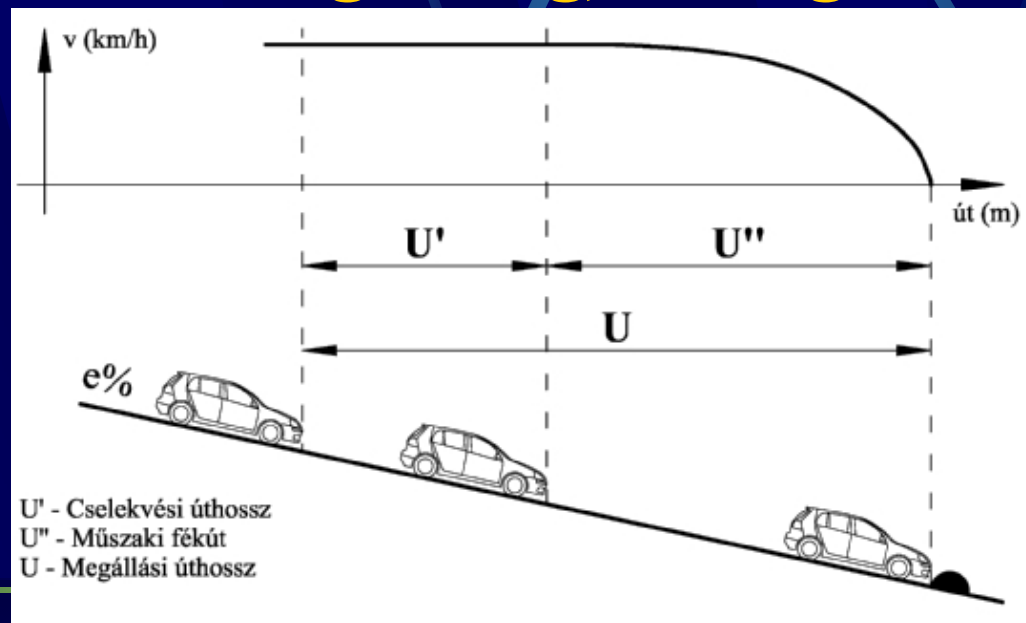


Gépjármű mozgása – sebesség értékek

- ❖ *Átlagos sebesség: \underline{v} - összes jármű sebességének számtani középértéke.*
- ❖ *Tervezési sebesség: v_t kis forgalomban mindenhol és mindig biztonságosan kifejthető sebesség.*
- ❖ *Aktív menetsebesség: v_a forgalomtól függően tartósan elérhető sebesség (kb. a sebességeloszlás függvény 85%-os értékéhez tartozó sebesség).*
- ❖ *Megengedett legnagyobb sebesség (KRESZ, illetve jelzőtábla írja elő).*

Megállási látótávolság 1.

- *Megállási látótávolság (U): az akadály előtt a mozgó jármű megállásához szükséges úthossz.*
- *A cselekvési úthossz (akadály észlelésétől a fékezés megkezdéséig) és a műszaki fékút (fékezéstől a megállásig) összege.*



Megállási látótávolság 2.

Cselekvési úthossz (U'): reakcióidővel függ össze, jellemző értéke 2 sec

$$U' = \frac{v}{3,6} \cdot t = 0,28 \cdot v \cdot t \quad [\text{m}]$$

ahol

t : reakcióidő

v : tervezési sebesség

Műszaki fékút (U''): az a hossz, amelyen a fékező erő felemészti a kinetikai energiát

$$\frac{Ms^2}{2} = \frac{Q}{2g} \cdot \frac{v^2}{3,6^2} = 0,0039 \cdot Q \cdot v^2$$

ahol M : jármű tömege; Q : a jármű súlya; g : gravitációs gyorsulás

Műszaki fékút meghatározása 1.

Az emelkedő ellenállása (E_e):

$$E_e = Q^{[kN]} \cdot \sin \alpha \approx Q^{[kN]} \cdot \operatorname{tg} \alpha = Q^{[kN]} \cdot \frac{e}{100}$$

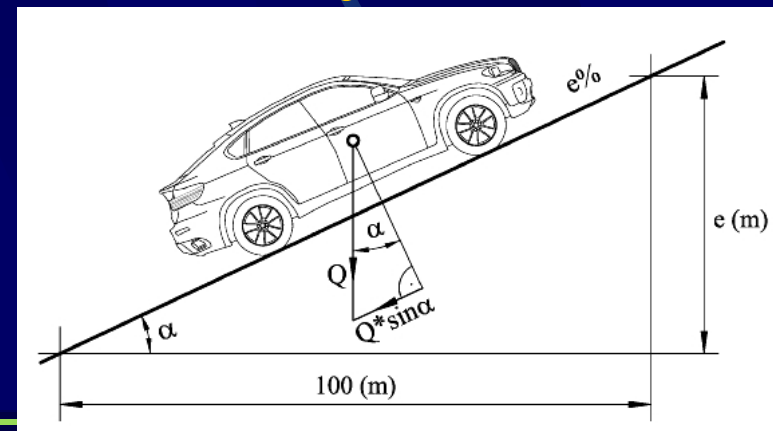
Bal oldal: a jármű kinetikai energiája

$$0,0039 \cdot Qv^2 = \left(Qf_1 \pm Q \cdot \frac{e}{100} \right) U''$$

Jobb oldal: a fékezési erő és az emelkedési ellenállás által a műszaki fékút (U'') mentén kifejtett munka

Átrendezve:

$$U'' = 0,0039 \frac{v^2}{f_1 \pm \frac{e}{100}} \quad [m]$$



Műszaki fékút meghatározása 2.

A műszaki fékutat egyszerűbb a fékezési lassulással (b) kifejezni. Ebben az esetben is a kinetikai energia és a fékezési erő által kifejtett munka egyenlőségét írjuk fel:

$$\frac{M s^2}{2} = M \cdot b \cdot U''$$

ahol: M a jármű tömege; s a sebesség m/s-ban; b a fékezési lassulás; U'' a műszaki fékút hossza

A sebességet km/h dimenzióba átváltva a képlet az alábbiak szerint módosul:

$$\frac{M v^2}{2 \cdot 3,6^2} = M \cdot b \cdot U''$$

Átrendezve:

$$U'' = \frac{v^2}{26 \cdot b}$$

A megállási látótávolság a cselekvési úthossz és a műszaki fékút összege:

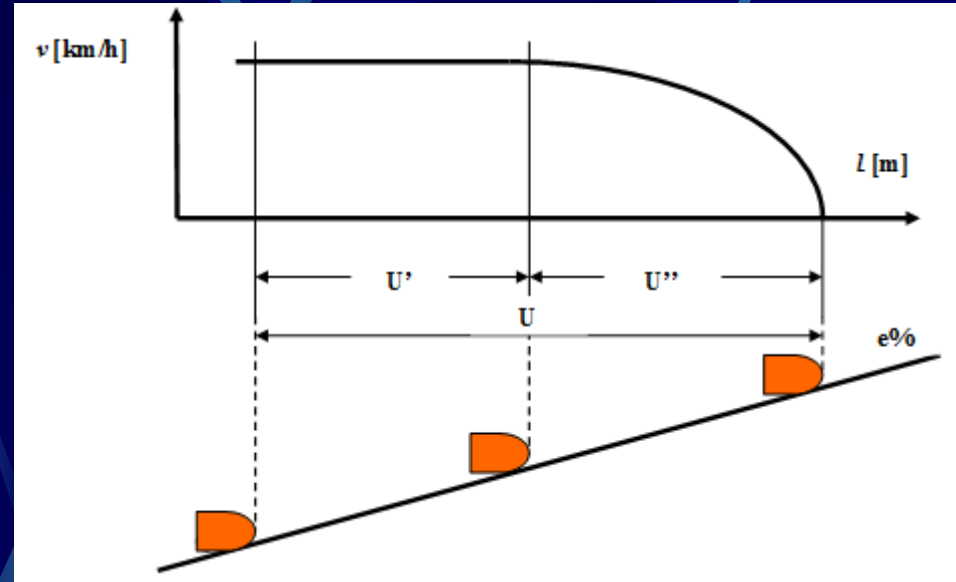
$$U = U' + U'' = 0,28 \cdot v \cdot t + 0,0039 \frac{v^2}{f_1 \pm \frac{e}{100}} \quad [m]$$

Csúszósúrlódási tényező

- A fékezési erő az f_1 hosszirányú csúszósúrlódási tényezőtől és a jármű súlyától függ ($Q \cdot f_1$). Az f_1 tényező értéke függ a burkolat érdességétől és a fékezés jellegétől.
- Hosszirányú *csúszósúrlódási tényező* f_1 értékei:
 - száraz burkolat, óvatos fékezés 0,6-0,8
 - nedves burkolat, erős fékezés 0,3-0,35
 - nedves burkolat, óvatos fékezés 0,25-0,33
 - jeges úton 0,1-0,15

Példa a megállási látótávolság meghatározására

- legyen $v = 100$ km/h
- $f_1 = 0,4$;
- $t = 1,5$ s
- a gépkocsi 3%-os emelkedőn halad



Műszaki fékút:

$$U = U' + U'' = 0,28 \cdot v \cdot t + 0,0039 \cdot v^2 / (f_1 \pm e/100)$$

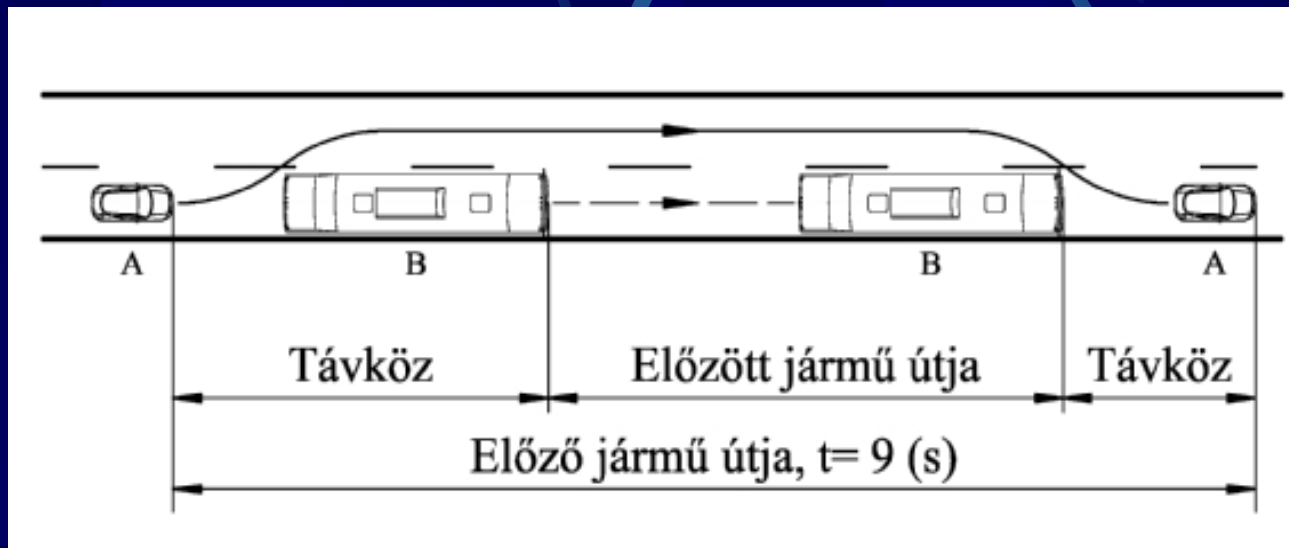
$$U = 0,28 \cdot 100 \cdot 1,5 + 0,039 \cdot 100^2 / (0,4 + 3/100) = 42 + 90,7 = 132,7 \text{ [m]}$$

A legkisebb megállási látótávolság

Tervezési elemek		Tervezési sebesség, v_r , km/h									
		30	40	50	60	70	80	90	100	110	130
Látó- távolság	Legkisebb megállási látótávolság ($e = 0\%$) mellett, L_m min, m	25	35	50	65	85	110	140	170	210	300

Előzési látótávolság 1.

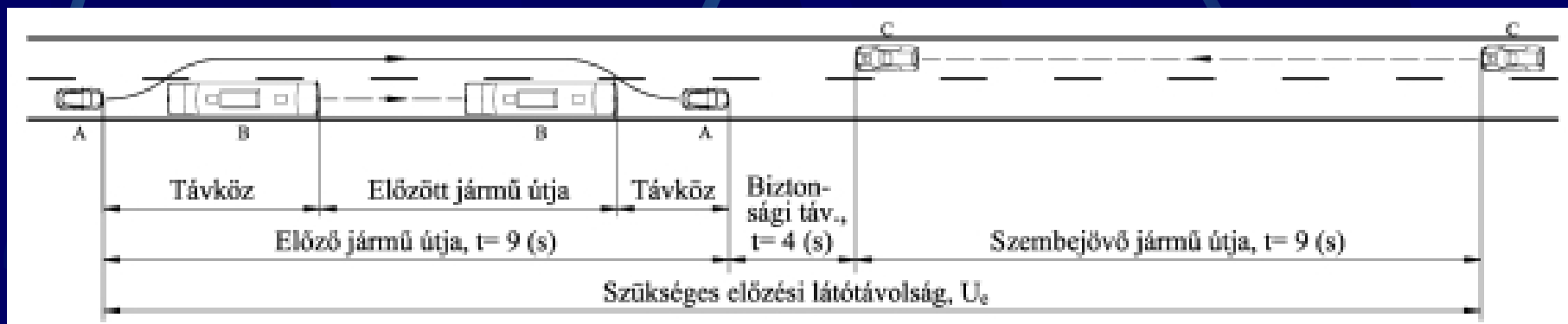
- Az előzés biztonságos végrehajtásához akadálymentesen belátni szükséges úthossz,
- 3 jármű mozgása (A előzi B -t; C jön szembe),
- előzéshez jellemzően $t=9$ s szükséges, s úthossz:
 $v_t \cdot 9$.



Előzési látótávolság 2.

- Szembejövő jármű ugyanennyi utat tesz meg; biztonsági távolság miatt biztonsági idő növelése: $9\text{ s} + 2\text{ s} = 11\text{ s}$
- Előző *ÉS* szembejövő is 11s-hez tartozó utat tesz meg v_t sebességgel.
- az előzési látótávolság:

$$U_e = 2 \cdot 11 \cdot \frac{v_t}{3,6} = 6 \cdot v_t$$



Legkisebb előzési látótávolság

Tervezési elemek		Tervezési sebesség, v_D , km/h									
		30	40	50	60	70	80	90	100	110	130
Látó-távolság	Legkisebb előzési látótávolság, $L_{e \min}$, m	300	330	360	400	440	500	560	640	700	–

Gépjármű mozgása – haladás ívekben 1.

- A vonalvezetésben alkalmazható *legkisebb körívsugarat* az íves pályán haladó gépjárműre ható erők vizsgálatával határozzuk meg.
- Körívben haladó jármű biztonságát oldalirányú kicsúszás veszélyezteteti (centrifugális erő) – túlemelés szükséges ($q\%$; túlemelés hajlásszög tangensével megadva).
- A megengedett határsebesség és a legkisebb körívsugár az egyensúlyi egyenletből számítható.
- Ívben azért veszélyes fékezni, mert nagy hosszirányú csúszó-súrlódási tényező-összetevőt használunk el.

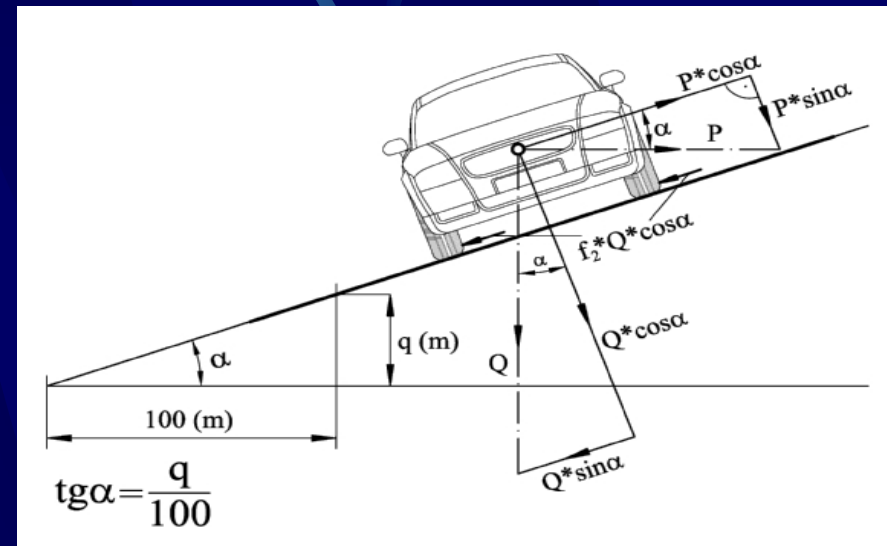
Gépjármű mozgása –haladás ívekben 2.

- Ívben haladó járműre ható erők:

- A centrifugális erő: $P = M \cdot \frac{s^2}{R} = \frac{Q \cdot v^2}{g \cdot 3,6^2 \cdot R} = \frac{Q \cdot v^2}{127R}$ ahol

P: centrifugális erő, **M:** jármű tömege, **Q:** jármű súlya, **R:** körív sugara, **s** és **v** a tervezési sebesség [m/s]-ban, illetve [km/h]-ban.

- A kicsúszási határegyensúly az a pillanat, amikor a járművet a pályán tartó erők még éppen elegendőek ahhoz, hogy ellensúlyozzák a kifelé röpítő erőt.



A csúszósúrlódási tényező és komponenseinek összefüggése

- **A kicsúszási határegyensúly:** $P \cdot \cos \alpha = f_2 \cdot Q \cdot \cos \alpha + f_2 \cdot P \cdot \sin \alpha + Q \cdot \sin \alpha$
ahol, f_2 a keresztirányú csúszósúrlódási tényező
- **P helyére beírjuk a már kiszámolt értéket, kiemeljük $Q \cdot \cos \alpha$ -t a határegyensúly jobb oldalán, akkor:**

$$\frac{Q \cdot v^2}{127R} \cdot \cos \alpha = Q \cdot \cos \alpha \cdot (f_2 + \operatorname{tg} \alpha) + f_2 \cdot P \cdot \sin \alpha$$

- **Egyszerűsítve $\cos \alpha$ -val:**

$$\frac{v^2}{127R} = (f_2 + \operatorname{tg} \alpha) + \underbrace{f_2 \cdot \frac{v^2}{127R} \operatorname{tg} \alpha}_{\text{nagyon kicsi, így elhanyagolható}}$$

- **Így %-osan:** $\frac{v^2}{127R} = \left(f_2 + \frac{q\%}{100} \right)$

- **Az alkalmazható minimális körívsugár:**

$$R_{\min} = \frac{v^2}{127 \cdot \left(f_2 + \frac{q}{100} \right)} \quad [\text{m}]$$

- **A megengedett határsebesség:**

$$v_{\max} = \sqrt{127R(f_2 + q/100)} \quad (\text{km/h})$$

Példa a csúszósúrlódási tényező és komponenseinek összefüggésére

1. példa:

$v = 100 \text{ km/h}$; $q = 5\%$ $f_2 = 0,1$

$$R_{\min} = \frac{v^2}{127 \cdot \left(f_2 + \frac{q}{100} \right)} \quad [\text{m}]$$

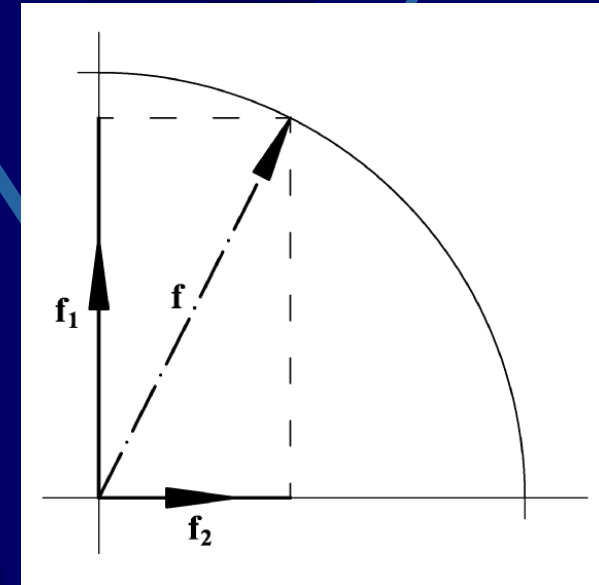
$$R_{\min} = 10000 / 12,75 = 705 \text{ m}$$

2. példa:

$R = 300 \text{ m}$; $q = 5\%$; $f_2 = 0,1$; $v_{\max} = ?$

$$v_{\max} = \sqrt{127 R (f_2 + q/100)} \quad (\text{km/h})$$

$$v_{\max} = [127 \cdot 300 \cdot (0,1 + 5/100)]^{1/2} = 75,6 \text{ km/h}$$



Gépjármű mozgása – haladás ívekben 3.

- Ív sugarának nagyságát befolyásolja a szomszédos ívek sugara – ne nagyon térjenek el egymástól (balesetveszély!!)
- Szomszédos ívek sugarának aránya:
$$R_1 : R_2 \leq 1 : 2 \quad (1 : 3)$$
- Tiszta körív hossza: 3 s alatt befutott hosszánál nagyobb:

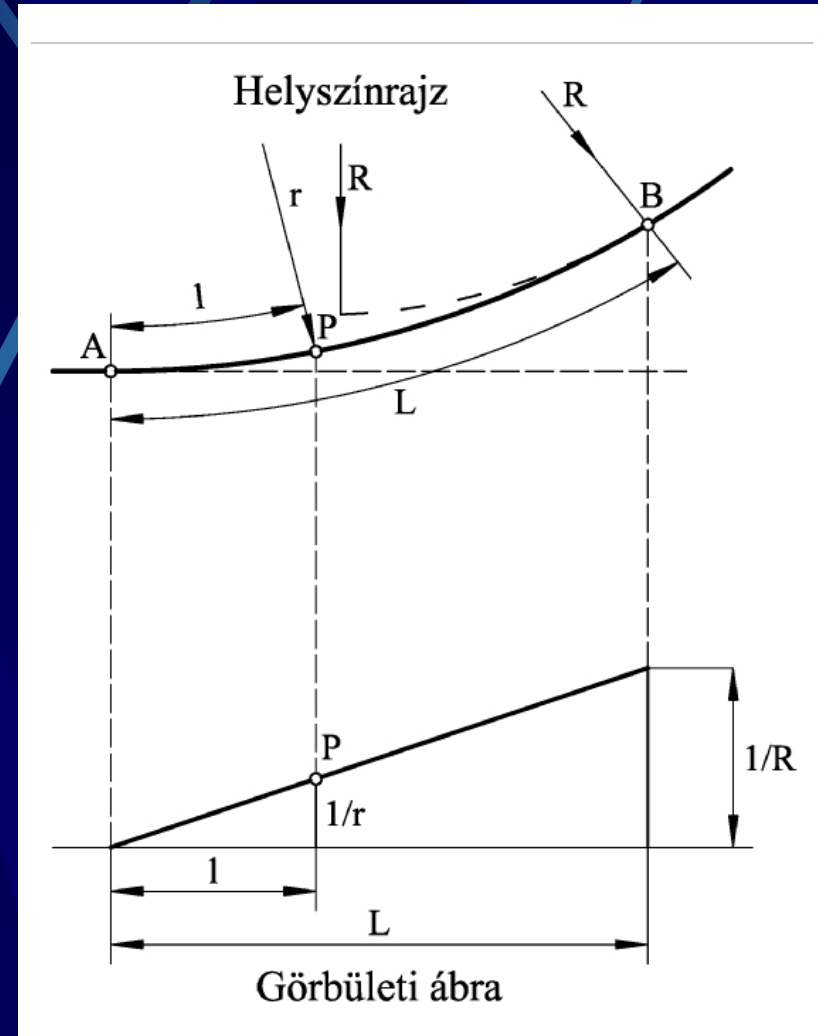
$$r_{R,\min} = 3 \cdot \frac{v_t}{3,6} = 0,8 \cdot v_t$$

Gépjármű mozgása - átmeneti ívek

- A folyamatos vonalvezetés és biztonság érdekében az eltérő vízszintes ívsugarú szakaszokat *átmeneti ívek* kötik össze.
- Ha a jármű egyenletes sebességgel halad és a kormányt egyenletes sebességgel forgatjuk, a pályája *klotoid* átmeneti ív – folyamatos görbületváltozású átmenet.
- A klotoidot matematikailag a *paramétere* jellemzi.

Átmeneti ív - klotoid 1.

- Az ábrán a klotoid helyszínrajza és alatta a görbületi ábrája látható.
- A klotoid átmeneti ív mentén az ívsugár folyamatosan és egyenletesen (lineárisan) változik.
- Egyenes görbülete: 0
- B: pont görbülete a körhöz csatlakozásnál : $1/R$



Átmeneti ív - klotoid 2.

A görbületi ábrán látható két hasonló háromszögből felírható a *klotoid természetes egyenlete* (sugár és a hossz szorzata állandó):

$$\frac{l}{L} = \frac{1/r}{1/R} \quad r \cdot l = R \cdot L = p^2 \text{ (állandó érték)}$$

ahol:

- **L az átmeneti ív hossza [m]**
- **R a körív sugara [m]**
- **r a tetszőleges P ponthoz tartozó sugár a klotoidon [m]**
- **l a klotoid elejétől a P pontig a távolság m-ben,**
- **$p = \sqrt{R \cdot L}$ [m], a *klotoid paramétere***

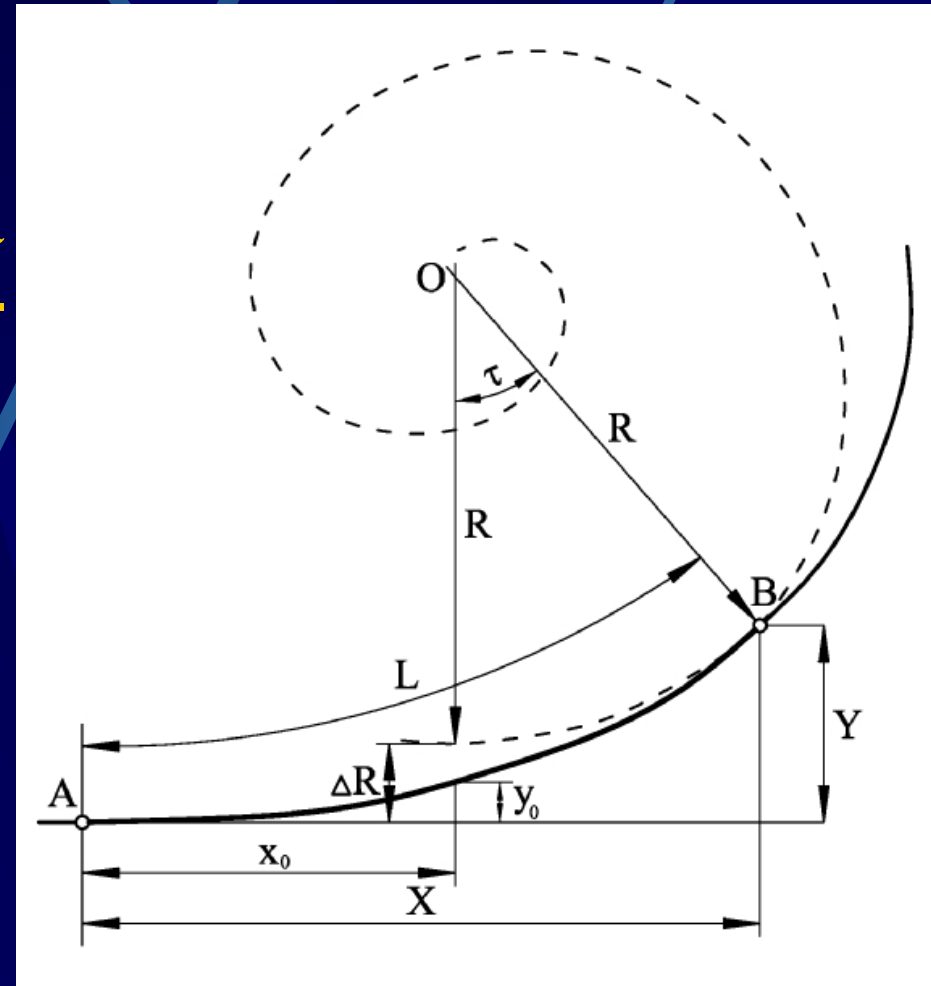
Átmeneti ív - klotoid 3.

- A főbb adatok az ábrán láthatók.
- Az értékek kiszámítva az *Ívkitűző Zsebkönyv*-ben található

$$\Delta R = \frac{L^2}{24R} \quad X_0 = L/2$$

$$y_0 = \frac{\Delta R}{2} \quad L = \frac{p^2}{R}$$

$$X = L \quad Y = 4 \Delta R$$



Átmeneti ív - klotoid 4.

- Az átmeneti ív minimális hosszát *dinamikai, esztétikai és észrevehetőségi szempontok, illetve a túlemelés-átmenet helyigénye alapján határozzuk meg.*
- A minimálisan szükséges paraméter nagysága a legkisebb alkalmazható hosszából számolható ki:

$$P_{\min} = \sqrt{R \cdot L_{\min}}$$

Tervezési elemek		Tervezési sebesség, v_n , km/h									
		30	40	50	60	70	80	90	100	110	130
Helyszín-rajz	Legkisebb átmenetiív-paraméter, P_{\min} , m	21	32	48	64	85	130	165	180	220	300

Köszönöm figyelmüket!

Dr.-habil Lindenbach Ágnes
egyetemi tanár
Pécsi Tudományegyetem,
Műszaki és Informatikai Kar
e-mail: interut21@tvnetwork.hu