Kéttámaszú tartók támaszának vízszintes eltolódása

DR. KOLLÁR LAJOS*

Jól ismert tény, hogy az egyenestengelyű, egyenes alsó övű gerendatartók „görgős" támasza az alsó öv megnyúlása következtében vízszintesen eltolódik, mégpedig

$$\Delta l' = \varepsilon \cdot l = \frac{\sigma}{E} \cdot l \quad (1)$$

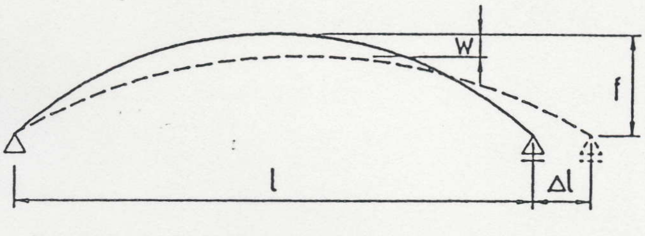
értékkel, ahol *l* a tartó támaszköze, σ pedig az alsó övben keletkező feszültség, feltételezve, hogy az alsó övet végig σ feszültségre használjuk ki. Ez az eltolódás természetesen csak akkor következik be, ha a tartót az alsó övének vonalában támasztjuk meg. Ha a semleges tengely vonalában helyezzük el a megtámasztást, akkor $\Delta l' = 0$.

Kevésbé közismert, hogy a kéttámaszú tartó görgős támasza amiatt is eltolódik, hogy a tengelye görbe. A tengely ugyan nem változtatja meg a hosszát, de lehajlása folytán a támasza kénytelen az 1. ábrának megfelelően eltolódni, mégpedig a lapos görbékre érvényes közelítő képletnek [1] megfelelően

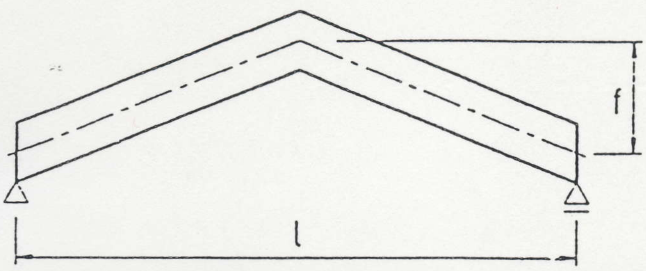
$$\Delta l'' = \frac{16}{3} \frac{f}{l} w \quad (2)$$

értékkel, ahol *f* a tartótengely nyílmagassága, *w* pedig a középső keresztmetszet lehajlása. Ha a tartótengely nem az 1. ábrának megfelelő görbe, hanem pl. poligon (2., 4b,c. ábrák), akkor [2] szerint az azonos területet adó parabolaív nyílmagasságát kell *f*-nek tekintenünk.

Ez a két eltolódás-érték független egymástól, tehát össze kell őket adni.



1. ábra. A lehajlásból a tartótengely görbesége folytán származó támaszeltolódás

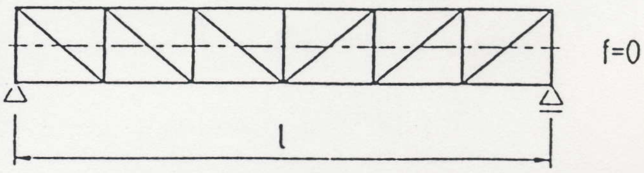


2. ábra. Támaszeltolódás keletkezik mind az alsó öv megnyúlásából, mind a tartótengely nem egyenes voltából

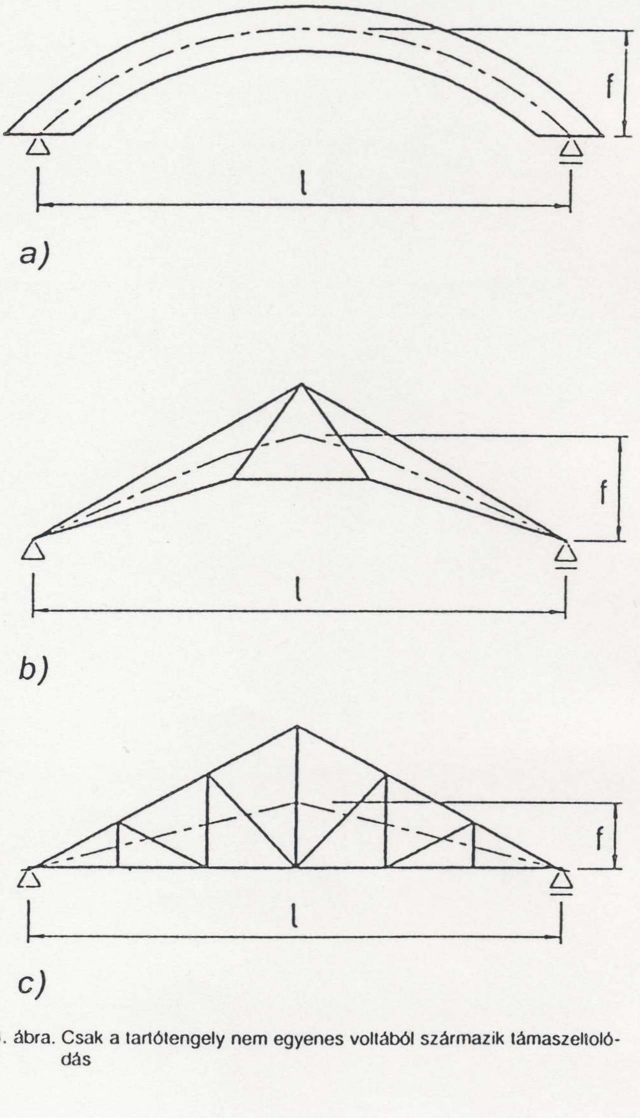
Nézzünk most néhány jellegzetes esetet. A tartók tengelyvonalát mindegyik esetben eredményvonallal jelöltük.

A 2. ábrán vázolt tartó esetében a területegyenlőség biztosításához a valódi nyílmagasság 2/3-át kell alapul vennünk. Ezzel számíthatjuk ki $\Delta l''$-t a (2) képlet segítségével, s hozzá kell adnunk az (1) képletnek megfelelő $\Delta l'$-t, mivel a tartót nem a tengelyében, hanem az alsó övén támasztottuk meg.

A 3. ábrán látható tartó tengelye egyenes, így csupán $\Delta l'$ jön létre.



3. ábra. Csak az alsó öv megnyúlásából származik támaszeltolódás

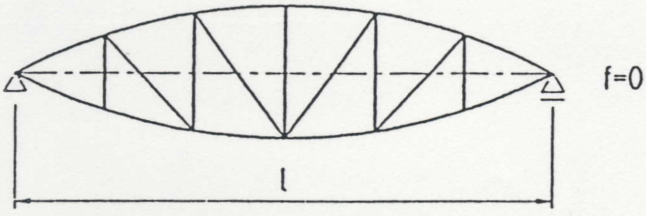


4. ábra. Csak a tartótengely nem egyenes voltából származik támaszeltolódás

* okl. mérnök, egyetemi tanár

A 4. ábrán feltüntettünk három tartót, amelyek mindegyikén csak $\Delta l''$ keletkezik, hiszen a tartótengelyben támasztottuk meg őket. A 4c. ábra tartóját azonban egyszersmind az alsó övén is megtámasztottuk, így felvetődik a kérdés: nem keletkezik-e rajta $\Delta l'$ is. A válasz az, hogy ebben az esetben $\Delta l' = \Delta l''$, azaz a kétféle támaszeltolódás egybeesik, és akár (1), akár (2) szerint kiszámíthatjuk, de csak egyszer szabad figyelembe vennünk.

Végül az 5. ábra egy olyan tartót mutat, ahol sem $\Delta l'$, sem $\Delta l''$ nem keletkezik.



5. ábra. Egyik hatásból sem keletkezik támaszeltolódás

Tájékoztatásul megadunk néhány számértéket a kétféle támaszeltolódás nagyságáról.

Acéltartók esetében, ha a σ = 200 MPa és E = 200.000 MPa értéket vesszük alapul, akkor $\Delta l'$ = 0,001.l, azaz méterenként 1 mm megnyúlással kell számolnunk. Vasbeton- és fatartók esetében hasonló számértéket kapunk.

A $\Delta l''$ eltolódás nagysága független a tartó anyagától, és csupán az f/l aránytól, valamint a w lehajlástól függ. Néhány számértéket az alábbiakban adunk meg, feltételezve, hogy $w = l/300$:

$\frac{f}{l}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$
$\Delta l''$	$\frac{l}{1110}$	$\frac{l}{740}$	$\frac{l}{370}$	$\frac{l}{185}$	$\frac{l}{111}$

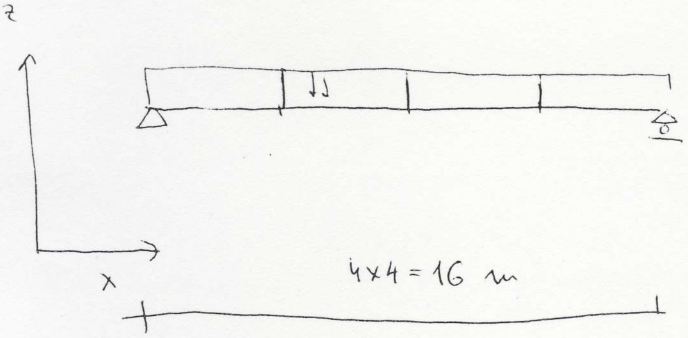
Láthatjuk, hogy lapos ívek esetében $\Delta l''$ megegyezik $\Delta l'$-vel, de meredekebb íveknél elérheti $\Delta l'$ tízszeresét is. Nem ajánlatos tehát figyelmen kívül hagyni az ívtengely nem egyenes voltából származó támaszeltolódást.

Megemlítjük még, hogy [2]-ben találhatunk megoldást arra az esetre, amikor a támaszok (oszlopok) rugalmasan megtámasztják oldalirányban a tartóvégeket, ezáltal csökkentik a fent megadott $\Delta l''$ eltolódást, de hajlítónyomatékot okoznak az oszlopokban.

Irodalom

[1] Szabó, J. – Kollár, L.: Függőtetők számítása. Műszaki Könyvkiadó Budapest, 1974.

[2] Zalányi, E.: Vízszintes irányban rugalmasan megtámasztott ívszerű tartók igénybevételei. Közlekedésépítés- és Mélyépítéstudományi Szemle 43 (1993), 393–398.

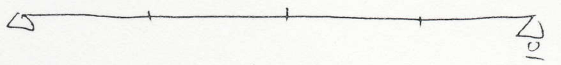


KERET x-z síkban

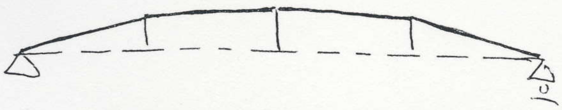
$q = 1\,kN/m$ globális VETÜLETI ("hóteher")

ACÉL 37 B

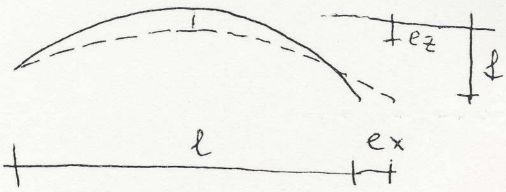
Magyar I 400



ív0



0,75	1	0,75	ív 1
1,5	2	1,5	ív 2
3	4	3	ív 4
6	8	6	ív 8



ívhossz = ívhossz !

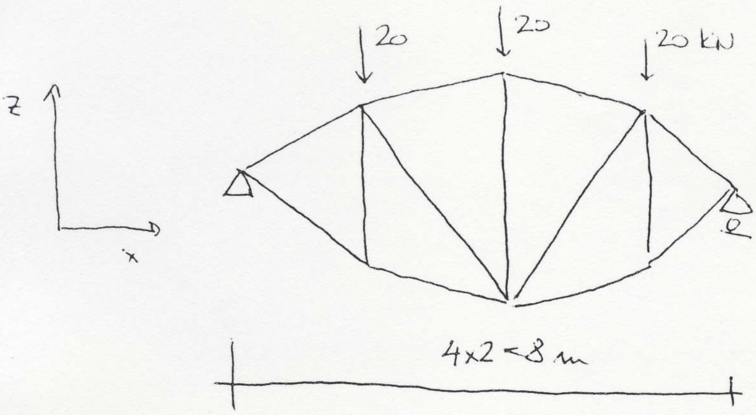
levezethető:

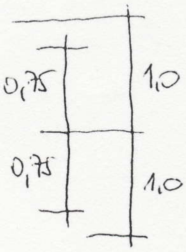
$$e_x \approx \frac{16}{3} \cdot \frac{f}{l} \cdot e_z$$

ív 0:	$e_z = 14,18$	$f = 0$	$e_x = \frac{16}{3} \cdot \frac{0}{16} \cdot 14,18 = 0$		
ív 1:	$e_z = 14,25$	$f = 1$	$e_x = \frac{16}{3} \cdot \frac{1}{16} \cdot 14,25 =$	4,748	$\approx 4,317$
ív 2:	$e_z = 14,43$	$f = 2$	$e_x = \frac{16}{3} \cdot \frac{2}{16} \cdot 14,43 =$	9,621	$\approx 8,761$
ív 4:	$e_z = 15,13$	$f = 4$	$e_x = \frac{16}{3} \cdot \frac{4}{16} \cdot 15,13 =$	20,17	$\approx 18,47$
ív 8:	$e_z = 17,45$	$f = 8$	$e_x = \frac{16}{3} \cdot \frac{8}{16} \cdot 17,45 =$	46,52	$\approx 43,16$
				várt (elméleti) érték	kiszámított érték

RACSOS TARTÓ x-z síkban

(teher $\sim \frac{20\ kN}{2\ m} = 10\ \frac{kN}{m}$)





Acél 37B

Magyar I200

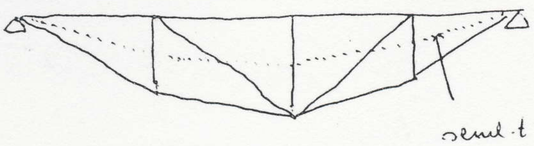
$e_z = 0{,}803$ semul. teng. $e_x = 0$

$(0{,}774)$

$e_{z\,all} = 0{,}7884$

fp

felső pálya

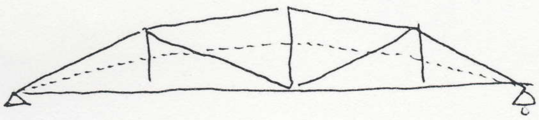


$"I_p" \approx A \cdot 0{,}5^2 \cdot 2 = 0{,}5A \qquad A = 33{,}43\ cm^2$

$"I" \approx A \cdot 1^2 \cdot 2 = 2A = 4 \cdot "I_p" \qquad I_p = \frac{I}{4}$

ap

alsó pálya



$e_z = 2{,}945 \approx 4 \cdot 0{,}788 \quad (3{,}74 \cdot 0{,}788)$

az inerciákkal fordítottan arányos

ap:

$$e_x = \frac{16}{3} \cdot \frac{f}{\ell} \cdot e_z = \frac{16}{3} \cdot \frac{0{,}5}{8} \cdot 2{,}945 =$$

$$= 0{,}982 \approx 0{,}929$$

elméleti számított

Rúderők: $-M_k \cong \frac{q \cdot \ell^2}{8} = \frac{10 \cdot 8^2}{8} = 80\ kNm$ $\qquad H = N = \frac{M_k}{z} = \frac{80}{2} = 40\ kN$

$-M_\ell \cong 80\ kNm$ $\qquad H = N = \frac{80}{1} = 80\ kN$