Ütközések

Vannak olyan mechanikai mozgások, amelyek vizsgálatánál a belső relatív elmozdulások figyelmen kívül hagyása esetén a feladat nem oldható meg. Az ütközés a mechanikai mozgások ezen csoportjába tartozik, így vizsgálatánál a valóságos anyagi testeket szilárd testként modellezzük.

A pillanatnyi idő alatti véges mozgásmennyiség-változás csak úgy következhet be, ha az adott időtartam alatt a testre igen nagy , ún. "ütközési" erők hatnak, így a pillanatnyi időtartam ellenére az erők impulzusa véges nagyságú lesz. Tekintettel arra, hogy az elemi kis időtartam alatt a pont helyzetvektorának változása elemi - és így elhanyagolható -, megállapíthatjuk, hogy ütközéskor csupán a pont sebességvektora változik, mégpedig az ütközési impulzusnak megfelelően.

Haladó mozgást végző test ütközése mozdulatlan felülethez - Centrikus egyenes ütközés

Az ütközés során két szakaszt különböztetünk meg. A t_1 időtartam alatt a v sebességgel érkező test, valamint a mozdulatlan test az ütközési erő hatására benyomódik és a test sebessége rohamosan zérusra csökken Ez az ún. **összenyomódási** vagy **kompressziós** szakasz. Az ütközés első szakasza alatt a test mozgási energiája átalakul a testekben keletkező rugalmas erőknek megfelelő potenciális energiává (esetleg hővé, hanggá).

Az ütközés második fázisában a t_2 időtartam alatt a rugalmas erők hatására a testek részben vagy egészben visszanyerik eredeti alakjukat, a potenciális energia mozgási energiává alakul át, a test elválik a mozdulatlan felülettől és egy u sebességgel mozog tovább. Az ütközésnek ezt a szakaszát **alakvisszanyerő** vagy **expanziós** szakasznak nevezzük.

Ha az ütközés második szakasza alatt az alakvisszanyerés nem teljes, akkor nem kapjuk meg az eredeti kinetikai energiát, és így a sebességek sem lesznek azonosak. A sebességek és impulzusok arányát megadó

$$e = \frac{u}{v} = \frac{mu}{mv} = \frac{S_2}{S_1}$$

tényezőt **visszapattanási tényező**nek nevezzük. Az $e = 1$ esetben rugalmas ütközésről, míg $e = 0$ esetben **képlékeny** ütközésről beszélünk. Az $1 > e > 0$ esetet, ahol az ütközés részben rugalmas, részben képlékeny, **rugalmatlan** ütközésnek nevezzük.

A teljes ütközési impulzus: $S = S_1 + S_2 = m(v+u) = (1+e)mv$.

Az energiaveszteség a rugalmatlan ütközésnél: $\Delta E = \frac{mv^2}{2}\left(1 - e^2\right)$.

A kinetikai energia ezen része a maradó alakváltozások során hő- illetve hangenergiává alakul át.

Anyagi pont centrikus ferde ütközése

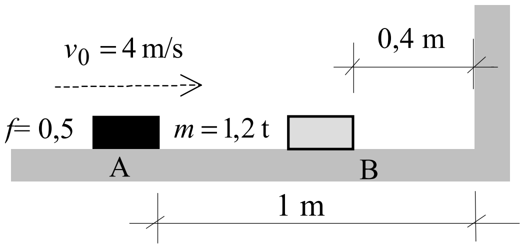
Az ütközési felület mormálisával a szöget bezáró ferde ütközés esetén a sebességvektor felbontható egy érintőirányú és egy normálisirányú komponensre. Ha a testet anyagi pontnak tekinthetjük, mind a sebességvektor mind a komponensei átmennek a súlyponton, és az ütközés alatt a test helyzete nem változik.

Az ütközés miatt a normális irányú komponens ellenkező előjelű lesz és nagysága: $\left|\underline{u}_{\mathrm{n}}\right| = e\left|\underline{v}_{\mathrm{n}}\right|$.

A test normálisra merőleges (érintőirányú) sebesség-komponense nem változik.

A sebességvektor ütközés utáni nagysága: $\left|\underline{u}\right| = v\sqrt{\sin^2 \mathrm{a} + e^2 \cos^2 \mathrm{a}}$, és a normálissal bezárt szöge: $\mathrm{tg}\,\mathrm{b} = \frac{1}{e}\mathrm{tg}\,\mathrm{a}$. Látható, hogy ütközés után a sebességvektor a normálissal nagyobb szöget zár be, mint ütközés előtt.

Példa



Az ábrán látható m tömegű test **A** helyzetében v_0 kezdősebességgel rendelkezik. Ütközés után a test a **B** helyzetben áll meg. Határozzuk meg a visszapattanási tényező értékét, figyelembe véve a test és a megtámasztó felület közötti súrlódást is! Mekkora lesz az ütközési impulzus és az energia veszteség? Határozzuk meg az ütközési erőt, ha az öszenyomódási szakasz időtartama 0,1 s, és az ütközési erő lineárisan növekszik?

Megoldás:

A falhoz való ütközés sebességét a mozgási energia változásának tételével számíthatjuk:

$$\frac{mv^2}{2}-\frac{mv_0^2}{2}=-fGs, \qquad \frac{Gv^2}{2g}-\frac{G\cdot 4^2}{2g}=-0,5\cdot G\cdot 1, \quad \rightarrow v=\sqrt{16-9,81}=2,488\ \text{m/s}.$$

Ismerve az ütközés után a megállás helyét, a visszapattanáskor kialakuló sebességet szintén a mozgási energia változásának tételével határozhatjuk meg:

$$0-\frac{mu^2}{2}=-fGx, \qquad -\frac{Gu^2}{2g}=-0,5\cdot G\cdot 0,4, \quad \rightarrow \quad u=\sqrt{0,4\cdot 9,81}=1,981\ \text{m/s}.$$

A visszapattanási tényező: $e=\frac{1,981}{2,488}=\underline{0,796}$.

Az ütközési impulzus: $S=(1+e)mv=(1+0,796)\cdot 1200\cdot 2,488=\underline{5362\ \text{kgm/s}}$.

Az energiaveszteség: $\Delta E=\frac{mv^2}{2}\left(1-e^2\right)=\frac{1200\cdot 2,488^2}{2}\left(1-0,796^2\right)=\underline{1361\text{kgm}^2/\text{s}^2}$.

Az ütközési erő számítására - ezen vizsgálat keretében - nem rendelkezünk zárt formulával. Az ütközési impulzusra vonatkozó $\underline{S}_1=\int_t^{t+t_1}\underline{N}_1\text{d}t$ összefüggés ismeretében az $\underline{N}_1(t)$ erő közvetlenül nem számítható. Ha pl. mérési adatok alapján ismerjük az összenyomódási szakaszhoz tartozó t_1 időtartamot, és fel tudjuk írni az $\underline{N}_1(t)$ erőt $\underline{N}_1 f(t)$ formában, akkor:

$$N_1=\frac{S_1}{\int_t^{t+t_1} f(t)\text{d}t}.$$

A $t_1=0,1\,\text{s}$ összenyomódási idő és $f(t)=t$, azaz lineáris függvény esetén:

$$N_1(t)=\frac{S_1}{\int_0^{0,1_1} t\text{d}t}t=\frac{S_1}{\left|\frac{t^2}{2}\right|_0^{0,1}}t=2\frac{1,200\cdot 2,488}{0,01}t=597,1t\,[\text{kN}].$$

Az ütközési erő ezen számítási modell alapján tehát lineárisan növekszik és az összenyomódási szakasz végén, $t=0,1\,\text{s}$ -nál:

$$N_1=\underline{59,71t\,[\text{kN}]}.$$

Két haladó mozgást végző test ütközése

Vizsgálatainkat az egyenes centrikus esetre korlátozzuk. Amint korábban láttuk, ez azt jelenti, hogy a súlypontok sebességvektorai azonos egyenesbe esnek és átmennek az érintkezési ponton.

Az ütközés kompressziós szakaszában az ütközési erők hatására a testek összenyomódnak, súlypontjaik közelednek egymáshoz és a két test közötti sebességkülönbség kiegyenlítődik. Az ütközés első szakasza végén a két test azonos u sebességgel halad tovább. Az ütközés második szakaszában a rugalmas erők hatására a testek visszanyerik (részben vagy egészben) eredeti alakjukat és az ütközési erők hatására eltávolodnak egymástól.

A közös sebesség: $u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$. Az u ismeretében az ütközés utáni sebességek is számíthatók.

$$u_1 = v_1 - \frac{(1+e) m_2 (v_1 - v_2)}{m_1 + m_2} \ , \quad u_2 = v_2 + \frac{(1+e) m_1 (v_1 - v_2)}{m_1 + m_2} \ .$$

Az ütközésnél fellépő kinetikai energiaveszteség most is kifejezhető a visszapattanási tényezővel:

$$\Delta E = \left(1 - e^2\right) \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2 \ .$$

A visszapattanási tényező az ütközés utáni és előtti sebességkülönbségek hányadosa: $e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$.

A teljes ütközési impulzus: $S = (1+e) S_I = (1+e) \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)$.

Példa

A rendező-pályaudvaron álló 100 kN súlyú szerelvény a gurítódombról 18 km/h sebességgel érkező 10 kN súlyú vagonnal rugalmasan ütközik. Milyen távolságra mozdul el a szerelvény az ütközés után 4 N/kN menetellenállás esetén? Mekkora a visszapattanási tényező, ha az elmozdulás 8 m?

Megoldás:

Az ütközés előtti sebességek: $v_1 = 18 \text{ km/h}$, $v_2 = 0$.

Rugalmas ütközés esetén az álló szerelvény ütközés utáni sebessége:

$$u_2 = v_2 + \frac{2 m_1 (v_1 - v_2)}{m_1 + m_2} = 0 + \frac{2 \cdot 10 (18 - 0)}{10 + 100} = 3{,}272 \text{ km/h} = 0{,}9091 \text{ m/s} \ .$$

A mozgási energia változásának tétele alapján:

$$0 - \frac{1}{2} \frac{100000}{9{,}81} 0{,}9091^2 = -100 \cdot 4 \cdot x \ , \qquad \rightarrow \ x = \underline{10{,}53 \text{ m}} \ .$$

Előírt elmozdulás esetén az álló szerelvény ütközés utáni sebessége:

$$0 - \frac{1}{2} \frac{100000}{9{,}81} v^2 = -100 \cdot 4 \cdot 8 \ , \qquad \rightarrow \ v = \underline{0{,}7924 \text{ m/s}} = 2{,}853 \text{ km/h} \ .$$

Rugalmatlan ütközés esetén: $u_2 = v_2 + \frac{(1+e) m_1 (v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$, $\quad 2{,}853 = 0 + \frac{(1+e) 10 (18 - 0)}{10 + 100}$.

Ebből a visszapattanási tényező: $e = \underline{0{,}743}$.

Elméleti összefoglaló a tankönyvben az 95-102. oldalakon. Példák: 2.36, 2.38.