

Kiegészítő feladatok Matematika A/3-2
Építőmérnök szak

Kétváltozós függvények szélsőértéke:

1. Keresse meg az alábbi függvények lokális szélsőérték helyeit!

a. $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - 2xy + 4x - 2y + 5$

b. $f(x, y) = (x^2 - 6x)(y^2 - 4y)$

c. $f(x, y) = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}$

d. $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy - 5x - 4y + 1$

e. $f(x, y) = 2 + 2x + 4y - x^2 - y^2$

f. $f(x, y) = \frac{xy}{27} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

Kétváltozós függvények integrálásának transzformációja:

2. Határozza meg az $f(x, y)$ függvény adott T tartományra vonatkozó kettősintegrálját polárkoordinátás helyettesítéssel:

a. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2 + y^2} & \text{ha } x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases} \quad T = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0, x \geq 0\}$

b. $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2) \quad T = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$

c. $f(x, y) = e^{-(x^2 + y^2)} \quad T = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq \rho^2\}$

d. $f(x, y) = x^2 - y^2 \quad T = \{(r, \varphi) \mid 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}\}$

e. $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad T = \{(x, y) \mid (x-1)^2 + y^2 \leq 1\}$

f. $f(x, y) = x^2 y \quad T = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y\}$