1. Zárthelyi dolgozat (próba)-

2013. március 14.

1.1. Definiálja az inflexiós pont fogalmát. Mi az elégséges feltétele annak, hogy a legalább kétszer deriválható f függvénynek az x0
pontban inflexiója legyen?
1.2. Definiálja a határozott integrál fogalmát;
1.3. Mondja ki és bizonyítsa be az integrálszámítás középérték tételét!

3×4=12 pont

2. Mi a szükséges feltétele a határozott integrál létezésének? Milyen elégséges feltételeket ismer?

3×1=3 pont

3.1.Melyik függvény, melyik intervallumra vonatkozó integrálközelítő összege a következő összeg:

$$\sum_{i=1}^{n} \sin(\xi_i)\cos(\xi_i)(x_i - x_{i-1}) \quad \left(x_0 = 0; x_n = \frac{\pi}{2};\ \ x_{i-1} < x_i, \xi_i \in [x_{i-1}, x_i],\ i=1, 2, \ldots, n\right)$$

3.2. Tekintsük a $\lim\limits_{\substack{n\to\infty \\ \max(x_i - x_{i-1})\to 0}} \left(\sum_{i=1}^{n} \sin(\xi_i)\cos(\xi_i)\right)(x_i - x_{i-1})$ határértéket! (a fenti előírásokkal)

Mutassa meg, hogy bármely, a fenti módon létrehozott beosztássorozat esetén és a ξ_i értékek tetszőleges megválasztása mellett létezik a fenti határérték, és mindig ugyanaz a szám! Mivel egyenlő?

3+4=7 pont

4. Tekintsük a $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sin(2x)}{e^{-3x}-1}\right)$ határértéket!

4.1. Mutassa meg, hogy a szereplő függvények teljesítik a L'Hospital-szabály alkalmazásának feltételeit!
4.2. Számítsa ki a határértéket!

3+4=7 pont

5. Tekintsük a $2e^{x} = 1 - x$ egyenletetet.
5.1. Igazolja, hogy az egyenlet egyetlen gyöke a $[-1, 0]$ intervallumban van!
5.2. Mutassa meg, hogy ebben az intervallumban teljesülnek a Newton-féle érintőmódszer alkalmazásának feltételei!
5.3. Határozza meg a gyököt két tizedesjegy pontossággal!

3+4+4=11 pont

6. Mondja ki és bizonyítsa be a parciális integrálásra vonatkozó tételt!

3+3=6 pont

7. Számítsa ki a következő integálokat

7.1. $\int \frac{x^2+\sqrt{x}+2}{x\cdot\sqrt{x}}\,dx$; 7.2. $\int \sin\left(5x+\frac{\pi}{4}\right)dx$; 8.3. $\int x\sqrt{x^2+3}\,dx$; 7.4. $\int \frac{e^x}{e^x+2}\,dx$;

4×3=12 pont

t3=58 pont?