

1. Zárthelyi dolgozat (próba)

2011.október 14.

1. Definiálja a következő fogalmakat

1.1. Integrálközelítő összeg;

1.2. Primitív függvény;

1.3. Konvexitás-konkávitás, inflexiós pont.

2. Mi a szükséges feltétele a határozott integrál létezésének? Milyen elégséges feltételeket ismer?

3.1. Melyik függvény, melyik intervallumra vonatkozó integrálközelítő összege a következő összeg:

$$\sum_{i=1}^n e^{\xi_i} \xi_i (x_i - x_{i-1}) \quad (x_0 = 1; x_n = 2; x_{i-1} < x_i \xi_i \in [x_{i-1}, x_i], i=1, 2, \dots, n)$$

3.2. Tekintsük a $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{i=1}^n e^{\xi_i} \xi_i \right) (x_i - x_{i-1})$ határértéket! (a fenti előírásokkal)

Ha létezik a határérték, akkor mivel egyenlő?

4. Mondja ki és igazolja a parciális integrálásra vonatkozó tételt!

5. Tekintsük a $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - 1}{\sin(x)} \right)$ határértéket!

5.1. Mutassa meg, hogy a szereplő függvények teljesítik a L'Hospital-szabály alkalmazásának feltételeit!

5.2. Számítsa ki a határértéket!

6. Adja meg az $x^4 - 5x^2 + 2x - 5 = 0$ egyenlet 2 és 3 közé eső gyökét 10^{-4} -nél kisebb hibával! Előzőleg mutassa meg, hogy a szóbanforgó intervallumban teljesülnek a módszer alkalmazásának feltételei!

7. Vizsgálja meg monotonitását és szélsőérték szempontjából az $f(x) = x \cdot (\ln(x))^2$ függvényt!

8. Számítsa ki a következő integrálokat

8.1. $\int \frac{(x+1)(x-1)(x^2+1)}{\sqrt{x}} dx;$ 8.2. $\int \frac{1}{\arctan(x)(x^2+1)} dx;$ 8.3. $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}} dx;$

8.4. $\int x e^{2x} dx;$