

2. Zárthelyi dolgozat (próba)

2011. december 1.

1. Osztályozza a következő differenciálegyenleteket a tanult szempontok szerint (rendűség, fokszám, homogenitás)

a) $y'y - 2xy = 0$; b) $2xy' + \sin(y) = x$; c) $\ln(x)y'' + x^3y' + \sin(x)y = 0$; d) $y' \frac{1}{y} = x^2$

2. Definiálja a nem-korlátos függvény improprius integráljának fogalmát! Számítsa ki a definíció nyomán a következő integrált

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

3. Számítsa ki a következő integrálokat:

3.1. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \cos(x) dx$; 3.2. $\int_1^{\infty} x e^{-2x} dx$; 3.3. $\int_0^{\ln(5)} \frac{e^x \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3} dx$; 3.4.

$$\int \frac{x + 3 \cdot x + 5}{(x^2 + 1) \cdot (x - 3)} dx$$

4. Határozza meg a következő két görbe közötti területet:

$$y = x^2 - 1; \quad y = \frac{3}{x^2 + 1}$$

Készítsen ábrát is!

5. Forgassuk meg az $f(x) = \sin\left(\frac{x}{3}\right)$ függvény görbéjének a $[0, 2\pi]$ intervallumra eső ívét az x tengely körül. Mekkora a keletkezett forgástest térfogata?

6. Tekintsük az

$$y'x^2 = e^{-y}$$

differenciálegyenletet!

6.1. Adja meg a differenciálegyenlet általános megoldását!

6.2. Adja meg az $y(1) = 0$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!