

2. Zárthelyi dolgozat (próba)

2011. május 5.

1. Osztályozza a következő differenciálegyenleteket a tanult szempontok szerint (rendűség, fokszám, homogenitás)

a) $y'y - 2xy = 0$; b) $2xy' + \sin(y) = x$; c) $\ln(x)y'' + x^3y' + \sin(x)y = 0$; d) $y' \frac{1}{y} = x^2$

2. Definiálja a nem-korlátos függvény improprius integráljának fogalmát! Számítsa ki a definíció nyomán a következő integrált

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

3. Mondja ki és igazolja a Newton-Leibniz tételt!

4. Számítsa ki a következő integrálokat:

4.1. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin(x)^2 \cos(x) dx$; 4.2. $\int_1^{\infty} x e^{-2x} dx$; 4.3. $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$; 4.4. $\int \frac{(4 \cdot x + 5)}{(x - 2) \cdot (x + 3)} dx$

5. Határozza meg a következő két görbe közötti területet:

$$y = x^2 - 1; \quad y = \frac{3}{x^2 + 1}$$

Készítsen ábrát is!

6. Forgassuk meg az x tengely körül az $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$ függvény grafikonjának a $\left[\frac{\pi}{3}, \pi\right]$ intervallumra eső ívét. Számítsuk ki a keletkezett forgástest térfogatát!