

1. Zárthelyi dolgozat (próba)

2012. október 11.

1. Definiálja a következő fogalmakat

- 1.1. Integrálközelítő összeg;
- 1.2. Primitív függvény;
- 1.3. Konvexitás-konkavitás, inflexiós pont.

2. Az f függvény második deriváltjának az x_0 pontban zérushelye van, azaz $f''(x_0) = 0$ és f'' az x_0 pontban negatívból pozitívba vált, azaz az x_0 baloldali félkörnyezetében negatív, jobboldali félkörnyezetében pozitív előjelű.

Rajzolja fel az f' és az f függvények lehetséges képeinek két változatát, s írja le az f' és az f függvények viselkedését!

3.1. Melyik függvény, melyik intervallumra vonatkozó integrálközelítő összege a következő összeg:

$$\sum_{i=1}^n e^{-\xi_i} \xi_i (x_i - x_{i-1}) \quad (x_0 = 1; x_n = 2; x_{i-1} < x_i; \xi_i \in [x_{i-1}, x_i], i=1, 2, \dots, n)$$

3.2. Tekintsük a $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{i=1}^n e^{-\xi_i} \xi_i \right) (x_i - x_{i-1})$ határértéket! (a fenti előírásokkal)
 $\max(x_i - x_{i-1}) \rightarrow 0$

Ha létezik a határérték, akkor mivel egyenlő?

4. Mondja ki és igazolja az integrálszámítás középérték tételét!

5. Tekintsük a $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{(-3 \cdot x)} - 1}{\sin(2 \cdot x)} \right)$ határértéket!

5.1. Mutassa meg, hogy a szereplő függvények teljesítik a L'Hospital-szabály alkalmazásának feltételeit!

5.2. Számítsa ki a határértéket!

6. Mutassa meg, hogy az $x^4 - 5x^2 + 2x - 5 = 0$ egyenletnek pontosan egy gyöke van a $[2,3]$ intervallum belsejében! Igazolja, hogy az $f(x) = x^4 - 5x^2 + 2x - 5$ függvényre a szóbanforgó intervallumban teljesülnek a Newton-féle érintő módszer alkalmazásának feltételei! Számítsa ki a gyököt $10^{(-3)}$ -nál kisebb hibával!

7. Teljes függvényvizsgálat elvégzése után ábrázolja az $f(x) = x^2 \cdot e^{(-x)}$ függvényt!

8. Számítsa ki a következő integrálokat

8.1. $\int \frac{(x+1)(x-1)(x^2+1)}{\sqrt{x}} dx;$ 8.2. $\int \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) dx$ 8.3. $\int \frac{1}{\arctan(x) \cdot (x^2+1)} dx;$

$$8.4. \int \frac{1}{x \cdot \ln(x) \cdot \ln(\ln(x))} dx;$$