

## 2. Zárthelyi dolgozat (próba)

2012. november 29.

1. Osztályozza a következő differenciálegyenleteket a tanult szempontok szerint (rendűség, fokszám, homogenitás)

a)  $y'y - 2xy = 0$ ; b)  $2xy' + \sin(y) = x$ ; c)  $\ln(x)y'' + x^3y' + \sin(x)y = 0$ ; d)  $y' \frac{1}{y} = x^2$

2. Definiálja a nem-korlátos függvény improprius integráljának fogalmát! Számítsa ki a definíció nyomán a következő integrált

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

3. Számítsa ki a következő integrálokat:

3.1.  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \cos(x) dx$ ; 3.2.  $\int_1^{\infty} x e^{-2x} dx$ ; 3.3.  $\int_0^{\ln(5)} \frac{e^x \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3} dx$ ; 3.4.

$$\int \frac{x + 3 \cdot x + 5}{(x^2 + 1) \cdot (x - 3)} dx$$

4. Határozza meg a következő két görbe közötti területet:

$$y = x^2 - 1; \quad y = \frac{3}{x^2 + 1}$$

Készítsen ábrát is!

5. Forgassuk meg az  $f(x) = \sin\left(\frac{x}{3}\right)$  függvény görbéjének a  $[0, 2\pi]$  intervallumra eső ívét az x tengely körül. Mekkora a keletkezett forgástest térfogata?

6. Tekintsük az

$$y'x^2 = e^{-y}$$

differenciálegyenletet!

6.1. Adja meg a differenciálegyenlet általános megoldását!

6.2. Adja meg az  $y(1) = 0$  kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!