



BSC – 2017

ZÁRÓVIZSGA TÉTELEK

10 TÉTEL: STATIKAILAG HATÁROZOTT TARTÓK RUGALMAS
ALAKVÁLTOZÁSÁNAK SZÁMÍTÁSA MUNKATÉTELLEL.

A RUGALMÁSGTAN MUNKA ÉS ENERGIA TÉTELEINEK ALKALMAZÁSA

• VIRTUÁLIS ELMOZDULÁSOK TÉTELE

- EGYENSÚLYI FELTÉTEL
- $W(u) = W_b + W_k = 0$



• POTENCIÁLIS ENERGIA ÁLLANDÓÉRTÉKŰSÉGÉNEK FELTÉTELE

- $\Pi(u) = \Pi_b + \Pi_k = \text{stac!}$



• CASTIGLIANO I. TÉTELE

- $\frac{\delta \Pi_b}{\delta e_i} = P_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$

mozgásmódszer

Az elmozdulások függvényében

Az erők függvényében

erőmódszer

← anyagtörvénytől független →

← lineárisan rugalmas anyag esetén →

• VIRTUÁLIS ERŐK TÉTELE

- KOMPATIBILITÁSI FELTÉTEL
- $\tilde{W}(P) = \tilde{W}_b + \tilde{W}_k = 0$



• KIEGÉSZÍTŐ POTENCIÁLIS ENERGIA MINIMUMTÉTELE

- $\tilde{\Pi}(P) = \tilde{\Pi}_b + \tilde{\Pi}_k = \text{min!}$



• CASTIGLIANO II. TÉTELE

- $\frac{\delta \Pi_b}{\delta \Pi_i} = e_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$

• CASTIGLIANO III. TÉTELE

- $\frac{\delta \Pi_b}{\delta P_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$

A VIRTUÁLIS ERŐK TÉTELE

- A VIRTUÁLIS ERŐRENDSZER EGY TETSZŐLEGES STATIKAILAG LEHETSÉGES ERŐRENDSZER, VÁLTOZATLAN STATIKAI KERÜLETI FELTÉTELEK MELLETT KÉPZETT DIFFERENCIÁLISAN KICSINY MEGVÁLTOZÁSA, VARIÁCIÓJA.
- A VIRTUÁLIS ERŐK TÉTELE SZERINT EGY GEOMETRIAILAG LEHETSÉGES ELMOZDULÁSRENDSZERNEK BÁRMELY VIRTUÁLIS ERŐRENDSZEREN VÉGZETT (KIEGÉSZÍTŐ) MUNKÁJA ZÉRUS:
 - $\tilde{W}(P) = \tilde{W}_b + \tilde{W}_k = 0$
 - EZ AZ ELMOZDULÁSOK ÉS AZ ALKAVÁLTOZÁSOK KOMPATIBILITÁSÁT FEJEZI KI.
 - $\tilde{W}_b = \int \frac{M_P M_Q}{EI} ds + \int \frac{N_P N_Q}{EA} ds + \sum \frac{S_P S_Q}{EA} \ell_i$

MUNKA KOMPATIBILIS ERŐ-ELMOZDULÁS PÁROK

Mit keresünk?	Mit alkalmazunk?
A K keresztmetszet függőleges eltolódását: e_{Ky}	Egységnyi függőleges koncentrált erőt a K keresztmetszetben: $F_{Ky} = 1$
A K keresztmetszet vízszintes eltolódását: e_{Kx}	Egységnyi vízszintes koncentrált erőt a K keresztmetszetben: $F_{Kx} = 1$
A K keresztmetszet elfordulását: ϕ_K	Egységnyi nyomatékot a K keresztmetszetben: $M_K = 1$
Az A és B pontok relatív eltolódását: u_{AB}	Egységnyi erőket a két ponton átmenő hatásvonalon: $F_{AB} = \pm 1$
A C csukló relatív elfordulását: θ_C	Egységnyi nyomatékkettőt a csukló két oldalán: $M_C = \pm 1$

- A VIRTUÁLIS ERŐK TÉTELÉT EGY ADOTT KERESZTMETSZETI PONT VALAMELY ELMOZDULÁS FAJTÁJÁNAK MEGHATÁROZÁSÁRA HASZNÁLJUK
 - VALÓDI TEHERBŐL KELETKEZŐ VALÓDI ELMOZDULÁS MEGHATÁROZÁSÁKOR (STATIKAILAG HATÁROZOTT TARTÓK)
 - VIRTUÁLIS ERŐBŐL SZÁRMAZÓ VIRTUÁLIS ELMOZDULÁS MEGHATÁROZÁSÁKOR (STATIKAILAG HATÁROZATLAN TARTÓK)
 - HATÁSÁBRÁK MEGHATÁROZÁSÁKOR

MAXWELL-FÉLE FELCSERÉLHETŐSÉGI TÖRVÉNY

- A MÓDSZER A MECHANIKÁBAN GYAKRAN ALKALMAZOTT BELSŐ ERŐ – KÜLSŐ ELMOZDULÁS FELCSERÉLHETŐSÉGÉT, A **MAXWELL-FÉLE FELCSERÉLHETŐSÉGI TÖRVÉNYT** VESZI ALAPUL.

- BETTI-TÉTELE: A VIRTUÁLIS ERŐK TÉTELE ALAPJÁN

- $\tilde{W}_{P,Q} = \tilde{W}_{k,P,Q} + \tilde{W}_{b,P,Q} = 0$

- $\tilde{W}_{Q,P} = \tilde{W}_{k,Q,P} + \tilde{W}_{b,Q,P} = 0$

- A BELSŐ KIEGÉSZÍTŐ MUNKÁK A DEFINÍCIÓ SZERINT:

$$\tilde{W}_{b,P,Q} = \tilde{W}_{b,Q,P} = \int \frac{M_P M_Q}{EI} ds + \int \frac{N_P N_Q}{EA} ds + \sum \frac{S_P S_Q}{EA} \ell_i \quad \text{EZÉRT} \quad \tilde{W}_{k,P,Q} = \tilde{W}_{k,Q,P}$$

- MAXWELL-TÉTELE: LEGYEN A P ERŐRENDSZER EGYETLEN DINÁM ÉS $p = 1$, ÉS HASONLÓAN Q IS EGYETLEN DINÁM ÉS $q = 1$

- $\tilde{W}_{k,P,Q} = p e_{pq} = \tilde{W}_{k,P,Q} = q e_{qp}$

- $e_{pq} = e_{qp}$

- A VIZSGÁLT PONTBA BEIKTATJUK A VIZSGÁLT BELSŐ ERŐNEK MEGFELELŐ MOZGÁSTÍPUST ÉS MEGRAJZOLJUK A TARTÓ ELMOZDULÁSI ÁBRÁJÁT.