

# BSC – 2017

## ZÁRÓVIZSGA TÉTELEK

11 TÉTEL: EGYSZERESEN HATÁROZATLAN TARTÓK (FÜGGESZTETT KONZOLTARTÓ)  
ÉS ÁLLANDÓ KERESZTMETSZETŰ, FIX ÉS SÜLLYEDŐ ALÁTÁMASZTÁSÚ,  
TÖBBTÁMASZÚ GERENDATARTÓK MEGOLDÁSA ERŐMÓDSZERREL.

# MEGOLDÁS ERŐMÓDSZERREL TECHNIKAI LÉPÉSEK ÁLLÓ TEHER ESETÉN

- **1. LÉPÉS: TÖRZSTARTÓ VÁLASZTÁS.**

- EGY STATIKAILAG HATÁROZATLAN TARTÓ IGÉNYBEVÉTELEI, ALAKVÁLTOZÁSAI NEM FÜGGENEK A TÖRZSTARTÓ MEGVÁLASZTÁSÁTÓL, VAGYIS BÁRMELY VÁLASZTOTT TÖRZSTARTÓ ESETÉN AZONOS EREDMÉNYEKET KAPUNK.
- MEGVÁLASZTÁSÁNAK LEGFONTOSABB SZEMPONTJA, HOGY A MEGOLDÁSKOR A FELTÉTELI EGYENLETRENDSZER A LEHETŐ LEGEGYSZERŰBB LEGYEN.
- CÉLJA A HATÁROZATLANSÁGOT ADÓ SZABADSÁGFOKOK FEOLDÁSA, MEGFELELŐ MUNKAKOMPATIBILIS ERŐVEL VALÓ HELYETTESÍTÉSE.

- **2. LÉPÉS: AZ EGYSÉGTÉNYEZŐKET TARTALMAZÓ MÁTRIX ELKÉSZÍTÉSE.**

- MEGHATÁROZÁSUK SORÁN AZOK FIZIKAI TARTALMÁBÓL INDULUNK KI.
- MIVEL A KAPCSOLATI ERŐK HELYÉ KELETKEZŐ ELMOZDULÁSI ÉRTÉKEK A VIRTUÁLIS ERŐK TÉTELE ALAPJÁN HATÁROZZUK MEG ŐKET. (ZV 10. TÉTEL)

- **3. LÉPÉS: A TERHELÉSI TÉNYEZŐK  $a_{i0}$  MEGHATÁROZÁSA.**

- VIRTUÁLIS ERŐK TÉTELE ALAPJÁN MEGHATÁROZZUK A TÖRZSTARTÓ VALÓDI TERHELÉSÉBŐL SZÁRMAZÓ ELMOZDULÁSAIT A KAPCSOLATI ERŐK HELYÉN.

- **4. LÉPÉS: A KAPCSOLATI ERŐK  $X_j$  MEGHATÁROZÁSA.**

- AZ  $Ax + a_0 = 0$  EGYENLETET KELL MEGOLDANI.  $x = -A^{-1}a_0$

- **5. LÉPÉS: A  $C_K$  MECHANIKAI JELLEMZŐT MEGHATÁROZÓ ÁBRA ELKÉSZÍTÉSE.**

- $C_K = C_{K0} + \sum_{j=1}^n C_{Kj}X_j$ .
- AHOL  $C_{K0}$  A TÖRZSTARTÓ TERHELÉSÉBŐL,  $C_{Kj}$  PEDIG A J-DIK KAPCSOLATI ERŐBŐL SZÁRMAZÓ LEOLVASÁS A TÖRZSTARTÓN SZÁMOLT IGÉNYBEVÉTEL BŐL. A K PONTBAN

# EGYSZERESEN HATÁROZATLAN TARTÓK

- KÜLSŐLEG HATÁROZATLAN

- MEREV MEGTÁMASZTÁS (GÖRGŐ, CSUKLÓ VAGY BEFOGÁS) OKOZZA
- RUGALMAS ALÁTÁMASZTÁS (TÁMASZTÓRÚD, RUGÓ) OKOZZA. EKKOR AZ ELMOZDULÁSOK, TÉNYEZŐK SZÁMÍTÁSOKOR A TÁMASZELEMBEN LÉTREJÖVŐ MUNKÁT IS FIGYELEMBE KELL VENNI.

- BELSŐLEG HATÁROZATLAN

- EGY MEREV TESTBŐL ÁLLÓ KÜLSŐLEG HATÁROZATLAN TARTÓT IS VIZSGÁLHATUNK BELSŐ SZABADSÁGFOK FELOLDÁSÁVAL
- RÁCSOS SZERKEZETEK ESETÉBEN TÖBBLETRUDAK BEÉPÍTÉSE OKOZZA
- MIVEL A KAPCSOLATI ERŐ MINDENKÉPPEN EGY ALAKVÁLTOZÁSRA KÉPES SZERKEZETI ELEMHEZ TARTOZIK A TÉNYEZŐK SZÁMÍTÁSOKOR FIGYELEMBE KELL VENNII ŐKET.

- A SZABADSÁGFOKOK FELOLDÁSOKOR A FELSZABADÍTOTT ELMOZDULÁSSAL MUNKAKOMPATIBILIS ERŐT KELL VÁLTOZÓKÉNT MEGADNI (KAPCSOLATI ERŐK)

- $a_{11} = \int_{(s)} \frac{M_1^2}{\tau} ds + i_0^2 \int_{(s)} \frac{N_1^2}{\lambda} ds$

- $a_{10} = \int_{(s)} \frac{M_1 M_0}{\tau} ds + i_0^2 \int_{(s)} \frac{N_1 N_0}{\tau} ds - EI_0 \sum_m B_{m1} e_{m0} + EI_0 \left( \int_{(s)} M_1 \kappa_t ds + \int_{(s)} N_1 \varepsilon_t ds \right)$

- $a_{11} X_1 + a_{10} = 0$

# TÖBBSZÖRÖSEN HATÁROZATLAN TARTÓK

- $a_{ij} = \int_{(s)} \frac{M_i M_j}{\tau} ds + i_0^2 \int_{(s)} \frac{N_i N_j}{\tau} ds$
- $a_{i0} = \int_{(s)} \frac{M_i M_0}{\tau} ds + i_0^2 \int_{(s)} \frac{N_i N_0}{\tau} ds - EI_0 \sum_m B_{mi} e_{m0} + EI_0 \left( \int_{(s)} M_i \kappa_t ds + \int_{(s)} N_i \varepsilon_t ds \right)$

• A FELTÉTELI EGYENLET RENDSZER 2 VÁLTOZÓS ESETBEN:

- $a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + a_{10} = 0$
- $a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + a_{20} = 0$

• A MEGOLDÁS  $X_i$ -RE:

- $X_1 = -(z_{11} a_{10} + z_{12} a_{20})$
- $X_2 = -(z_{21} a_{10} + z_{22} a_{20})$

• ENNEK ISMERETÉBEN BÁRMELY IGÉNYBEVÉTELI VAGY ELMOZDULÁSI JELLEMZŐ:

- $C = C_0 + C_1 X_1 + C_2 X_2$

$$\mathbf{Ax} + \mathbf{a}_0 = \mathbf{0} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{a}_0 = -\mathbf{Z} \mathbf{a}_0$$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}} \begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$$

# ERŐMÓDSZER HATÁSÁBRÁK TECHNIKAI LÉPÉSEK

- **1. LÉPÉS: TÖRZSTARTÓ VÁLASZTÁS.**  
AZ ÁLLÓTEHERNÉL ELMONDOTT SZEMPONTOK ÉRVÉNYESEK.
- **2. LÉPÉS: AZ EGYSÉGTÉNYEZŐKET TARTALMAZÓ MÁTRIX ELKÉSZÍTÉSE.**  
UGYANÚGY MINT ÁLLÓTEHERNÉL.
- **3. LÉPÉS: A TERHELÉSI TÉNYEZŐK  $\eta(a_{i0})$  HATÁSÁBRÁINAK ELKÉSZÍTÉSE.**
  - A TERHELÉSI TÉNYEZŐK AZ ÁTVÁGÁSOK HELYÉN KELETKEZŐ ELMOZDULÁSOK.
  - EZEK HATÁSÁBRÁI A MAXWELL-FÉLE FELCSERÉLHETŐSÉGI TÉTEL ALAPJÁN AZONOSAK AZ ELMOZDULÁSSAL MUNKA-KOMPATIBILIS (VIRTUÁLIS) EGYSÉGERŐ HATÁSÁRA KELETKEZŐ FÜGGŐLEGES ELTOLÓDÁSI ÁBRÁVAL:  $\eta(a_{i0}) = \eta(e_i)_0$ . ( $\eta(a_{i0}) = e_y$  ÁBRA ( $X_i = 1$ )-BŐL.)
- **4. LÉPÉS: A KAPCSOLATI ERŐK  $\eta(X_j)$  HATÁSÁBRÁINAK MEGHATÁROZÁSA.**
  - EZ A LÉPÉS IGÉNYLI AZ EGYÜTTHATÓMÁTRIX INVERZÉNEK MEGHATÁROZÁSÁT.
  - ENNEK ELEMEI AZ ÚN.  $z_{ij}$  HATÁSTÉNYEZŐK. AZ EREDMÉNYÜL KAPOTT  $\eta(X_i)$  HATÁSÁBRÁK GÖRBE VONALÚ ÁBRÁK.
- **5. LÉPÉS: AZ  $\eta(C_K)$  MECHANIKAI JELLEMZŐT MEGHATÁROZÓ HATÁSÁBRA ELKÉSZÍTÉSE.**
  - ORDINÁTÁNKÉNT HAJTJUK VÉGRE A SZUPERPOZÍCIÓS ÖSSZEFÜGGÉS KISZÁMÍTÁSÁT. (UGYANÚGY MINT ÁLLÓTEHERNÉL.)
  - AZ EREDMÉNYÜL KAPOTT ÁBRÁK, GÖRBE VONALÚ ÁBRÁK, MELYEKBE MEGJELENNEK A STATIKAILAG HATÁROZOTT TARTÓK ÁBRÁINAK JELLEGZETESSÉGEI IS: EGYSÉGNYI UGRÁS A NYÍRÓERŐ HATÁSÁBRÁBAN, V ALAKÚ TÖRÉS A NYOMATÉKI HATÁSÁBRÁBAN, ZÉRUSPONTOK HELYEI STB.