



BSC – 2017

ZÁRÓVIZSGA TÉTELEK

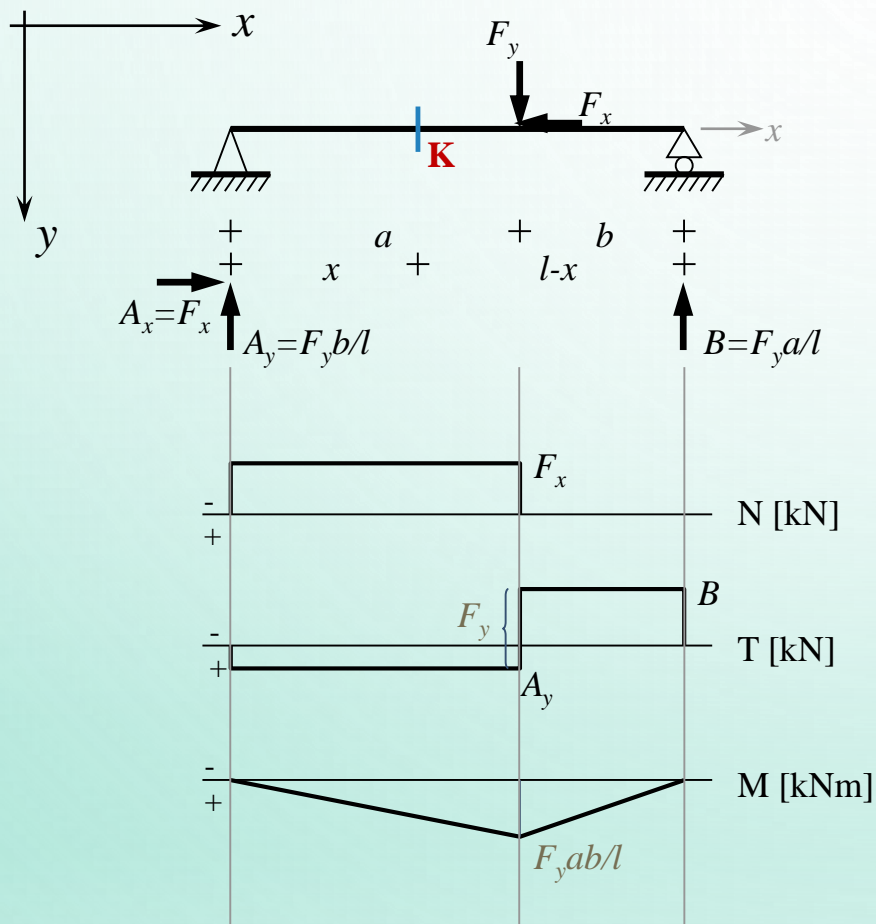
14 TÉTEL: STATIKAILAG HATÁROZOTT TARTÓK HATÁSÁBRÁI.

IGÉNYBEVÉTELI FÜGGVÉNYEK ÉS ÁBRÁK

- TARTÓ MÉRETE, GEOMETRIÁJA: ADOTT
- TARTÓ MEGTÁMASZTÁSAINAK HELYE, TÍPUSA: ADOTT
- TERHEK NAGYSÁGA, IRÁNYA, HELYZETE, TÍPUSA: ADOTT
- **A SZÁMÍTÁSOK SORÁN EZEK ÁLLANDÓAK, NEM VÁLTOZNAK!**

- A VIZSGÁLT KERESZTMETSZET HELYE: **VÁLTOZÓ** (x)
- **A TARTÓ TELJES HOSSZA MENTÉN MINDEN PONTBAN VIZSGÁLJUK! $0 \leq x \leq l$**

IGÉNYBEVÉTELI FÜGGVÉNYEK ÉS ÁBRÁK



$$N(x) = \begin{cases} -F_x, & \text{ha } 0 < x < a \\ 0, & \text{ha } a < x < l \end{cases}$$

$$T(x) = \begin{cases} F_y \frac{b}{l}, & \text{ha } 0 < x < a \\ -F_y \frac{a}{l}, & \text{ha } a < x < l \end{cases}$$

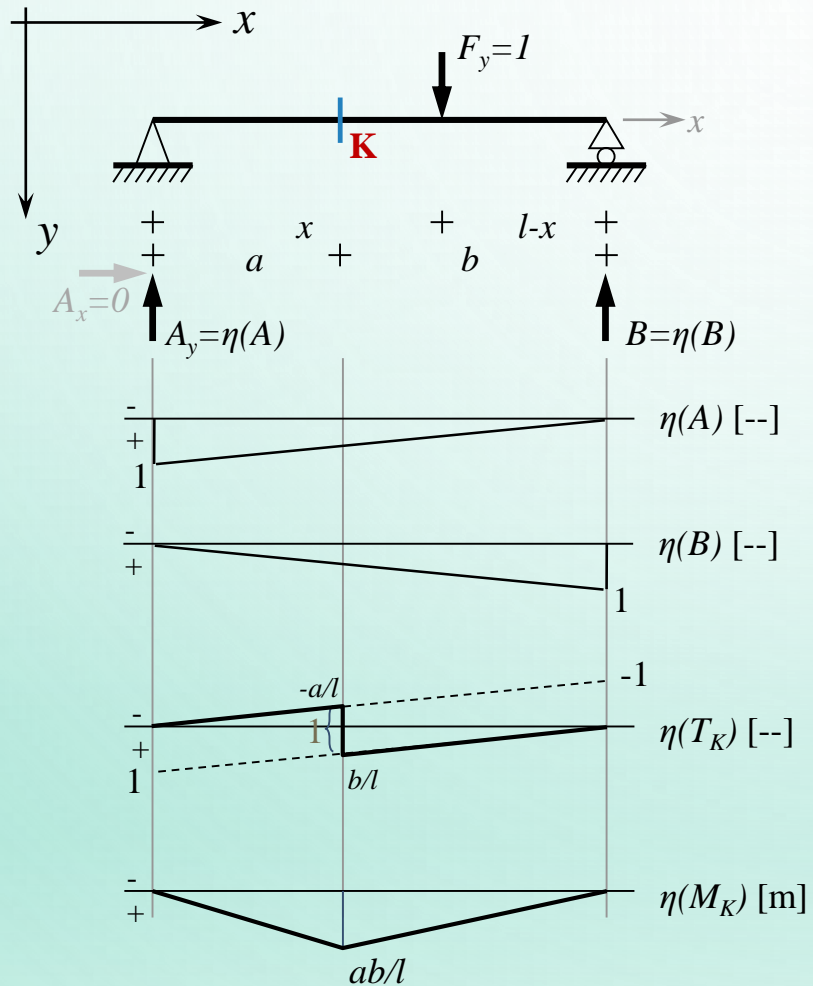
$$M(x) = \begin{cases} F_y \frac{b}{l} x, & \text{ha } 0 < x < a \\ F_y \frac{a}{l} (l - x), & \text{ha } a < x < l \end{cases}$$

IGÉNYBEVÉTELI HATÁSFÜGGVÉNYEK ÉS ÁBRÁK

- TARTÓ MÉRETE, GEOMETRIÁJA: ADOTT
- TARTÓ MEGTÁMASZTÁSAINAK HELYE, TÍPUSA: ADOTT
- A VIZSGÁLT KERESZTMETSZET: RÖGZÍTETT PONTBAN ADOTT (ξ)
- **A SZÁMÍTÁSOK SORÁN EZEK ÁLLANDÓAK, NEM VÁLTOZNAK!**

- TEHER NAGYSÁGA, IRÁNYA, TÍPUSA: EGYSÉGNYI, DIMENZIÓTLAN, FÜGGŐLEGES KONCENTRÁLT ERŐ
- A TEHER HELYZETE: VÁLTOZÓ (x)
- **A TARTÓ TELJES HOSSZA MENTÉN, VÍZSZINTES PÁLYAVONALON MOZOG! $0 \leq x \leq l$**

IGÉNYBEVÉTELI HATÁSFÜGGVÉNYEK ÉS ÁBRÁK



$$\sum M_i^B: \eta(A)l - 1(l-x) = 0$$

$$\eta(A) = \frac{l-x}{l}$$

$$\sum M_i^A: 1x - \eta(B)l = 0$$

$$\eta(B) = \frac{x}{l}$$

$$\eta(T_K) = \begin{cases} \eta(A) - 1 & \text{ha } x < a \\ \eta(A) & \text{ha } a < x < l \end{cases}$$

$$\eta(M_K) = \begin{cases} \eta(A)a - 1(a-x) & \text{ha } x < a \\ \eta(A)a & \text{ha } a < x < l \end{cases}$$

JELÖLÉSEK

- x AZ EGYSÉGNYI TEHERERŐ ($F = 1$) HELYE, MINDIG A BAL VÉGTŐL MÉRVE.
- ξ, ξ_i A VIZSGÁLT KERESZTMETSZET(EK) HELYE(I).
- K, K_i A VIZSGÁLT KERESZTMETSZET(EK) MEGNEVEZÉSE(I).
- $\eta(A_x), \eta(A_y), \eta(B_x), \eta(B_y), \dots$ REAKCIÓERŐ HATÁSÁBRÁK
 - FÜGGŐLEGES ALÁTÁMASZTÁSÚ VÍZSZINTES TENGYELŰ TARTÓK ESETÉBEN A VETÜLETI INDEXEKET ELHAGY(HAT)JUK, $\eta(A), \eta(B)$.
 - ÖSSZETETT TARTÓK ESETÉBEN A KAPCSOLATI ERŐKET IS HASONLÓAN JELÖLJÜK, $\eta(C_x), \eta(C_y)$ VAGY $\eta(C)$.
 - KONZOLTARTÓ ESETÉBEN A BEFOGÁSI NYOMATÉK $\eta(M_A)$.
- $\eta(N_K)$ A K PONTHOZ TARTOZÓ NORMÁLERŐ HATÁSÁBRA
- $\eta(T_K)$ A K PONTHOZ TARTOZÓ NYÍRÓERŐ HATÁSÁBRA
- $\eta(M_K)$ A K PONTHOZ TARTOZÓ NYOMATÉKI HATÁSÁBRA
- $\eta(S_i)$ RÚDERŐ HATÁSÁBRA

FELTÉTELEZÉSEK

- A TARTÓ EGY SZILÁRD TEST, MELY A TERHEK HATÁSÁRA ALAKVÁLTOZÁSRA KÉPES. IDEALIZÁLT: **HOMOGÉN, IZOTRÓP, LINEÁRISAN RUGALMAS**. STATIKAILAG HATÁROZOTT TARTÓ ESETÉN **MEREV TEST SZERŰ MOZGÁSRA** IS KÉPES.
- A KERESZTMETSZETI SÍKOK AZ ALAKVÁLTOZÁS UTÁN IS SÍKOK MARADNAK, MELYEK A TARTÓ HOSSZTENGELYÉRE MERŐLEGESEK (**BERNOULLI – NAVIER HIPOTÉZIS**).
- A TARTÓRA HATÓ MOZGÓ TEHER MINDIG EGYSÉGNYI, FÜGGŐLEGES, LEFELE MUTATÓ ÉS MINDIG VÍZSZINTES PÁLYÁN MOZOG. HA A TARTÓNAK TÖBB VÍZSZINTES SÍKJA IS VAN, MEG KELL ADNI (KI KELL JELÖLNI) A **PÁLYA SÍKJÁT**.
- A REAKCIÓERŐKET MINDIG EGY FELTÉTELEZETT IRÁNYHOZ KAPCSOLJUK. A VÍZSZINTES REAKCIÓ ERŐ(KET) AZ **X TENGYELY IRÁNYÁBAN**, A FÜGGŐLEGES REAKCIÓ ERŐKET PEDIG **FÖLFELE MUTATÓNAK** FELTÉTELEZZÜK.
- **FERDE TÁMASZERŐ** ESETÉN A FÜGGŐLEGES KOMPONENSNEK FÖLFELE MUTATÓNAK FELTÉTELEZZÜK, EHHEZ TÁRSÍTJUK A VÍZSZINTES KOMPONENST.
- **RÚDERŐ** ESETÉBEN **HÚZOTT RUDAT** FELTÉTELEZZÜNK.

HATÁSÁBRA

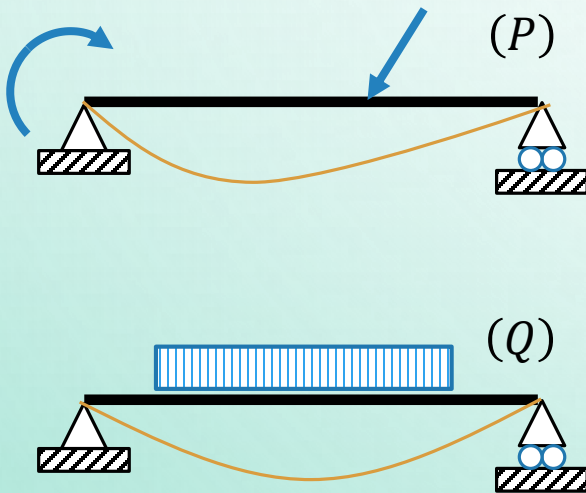
- AZT A FÜGGVÉNYT MELY LEÍRJA A TARTÓ EGY RÖGZÍTETT HELYZETŰ KERESZTMETSZETÉBEN KELETKEZŐ KÜLSŐ VAGY BELSŐ HATÁS VÁLTOZÁSÁT A MOZGÓ EGYSÉGERŐ HELYZETÉNEK VÁLTOZÁSA FÜGGVÉNYÉBEN **HATÁSFÜGGVÉNYNEK**, KÉPÉT PEDIG **HATÁSÁBRÁNAK** NEVEZZÜK.
 - **REAKCIÓERŐ/RÚDERŐ** HATÁSÁBRA (KONCENTRÁLT ERŐ JELLEGŰ, KÜLSŐ, ELKÜLÖNÍTHETŐ DOLOG HATÁSÁBRÁJA)
 - **IGÉNYBEVÉTELI** HATÁSÁBRA (BELSŐ ERŐ)
 - **ELMOZDULÁSI** HATÁSÁBRA (LEHAJLÁS, GÖRBÜLET)
 - DINAMIKAI HATÁSÁBRA
 - ...

MAXWELL-FÉLE FELCSERÉLHETŐSÉGI TÖRVÉNY

- A MÓDSZER A MECHANIKÁBAN GYAKRAN ALKALMAZOTT BELSŐ ERŐ – KÜLSŐ ELMOZDULÁS FELCSERÉLHETŐSÉGÉT, A **MAXWELL-FÉLE FELCSERÉLHETŐSÉGI TÖRVÉNYT** VESZI ALAPUL.
 - BETTI-TÉTELE: A VIRTUÁLIS ERŐK TÉTELE ALAPJÁN
 - $\tilde{W}_{P,Q} = \tilde{W}_{k,P,Q} + \tilde{W}_{b,P,Q} = 0$
 - $\tilde{W}_{Q,P} = \tilde{W}_{k,Q,P} + \tilde{W}_{b,Q,P} = 0$
 - A BELSŐ KIEGÉSZÍTŐ MUNKÁK A DEFINÍCIÓ SZERINT:
$$\tilde{W}_{b,P,Q} = \tilde{W}_{b,Q,P} = \int \frac{M_P M_Q}{EI} ds + \int \frac{N_P N_Q}{EA} ds + \sum \frac{S_P S_Q}{EA} \ell_i$$
 EZÉRT $\tilde{W}_{k,P,Q} = \tilde{W}_{k,Q,P}$
 - MAXWELL-TÉTELE: LEGYEN A P ERŐRENDSZER EGYETLEN DINÁM ÉS $p = 1$, ÉS HASONLÓAN Q IS EGYETLEN DINÁM ÉS $q = 1$
 - $\tilde{W}_{k,P,Q} = p e_{pq} = \tilde{W}_{k,P,Q} = q e_{qp}$
 - $e_{pq} = e_{qp}$
- A VIZSGÁLT PONTBA BEIKTATJUK A VIZSGÁLT BELSŐ ERŐNEK MEGFELELŐ MOZGÁSTÍPUS T ÉS MEGRAJZOLJUK A TARTÓ ELMOZDULÁSI ÁBRÁJÁT.

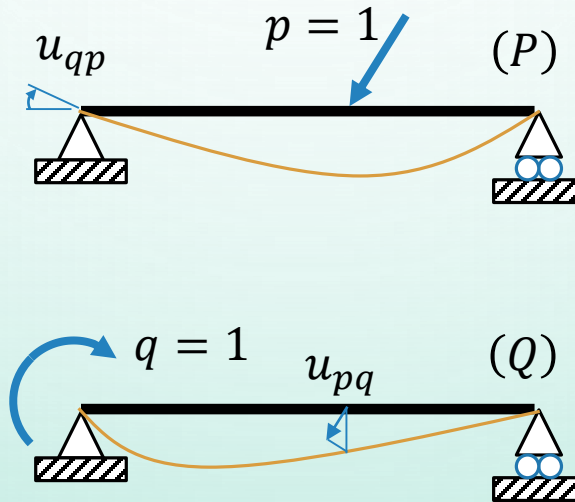
MAXWELL-FÉLE FELCSERÉLHETŐSÉGI TÖRVÉNY

Betti-tétele:



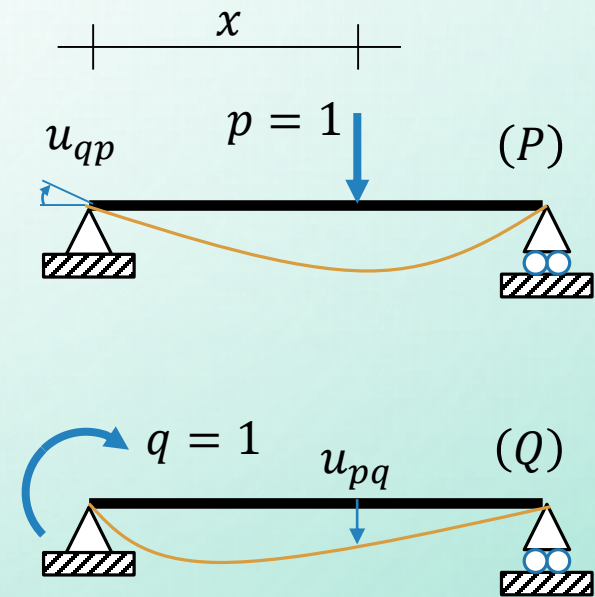
$$\tilde{W}_{k,P,Q} = \tilde{W}_{k,Q,P}$$

Maxwell-tétele:



$$u_{pq} = u_{qp}$$

Elmozdulási hatására:



$$\eta(u_q) = (e_{y,q})$$

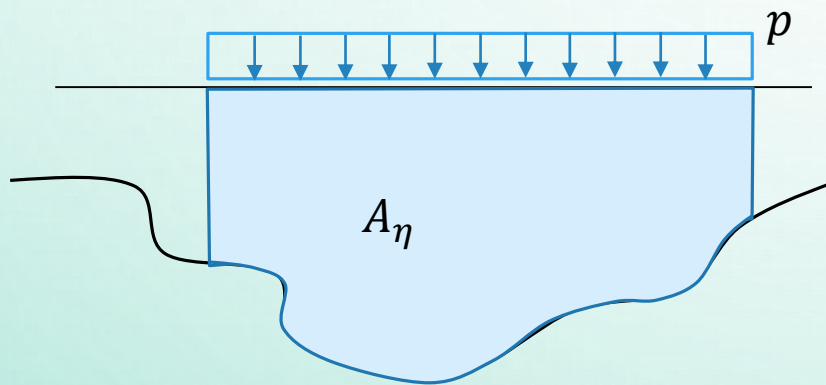
ELMOZDULÁSI HATÁSÁBRA

Mit keresünk?	Mit alkalmazunk?	Mit számítunk?	Hogyan?
A K keresztmetszet függőleges eltolódási hatásábráját: $\eta(e_{Ky})$	Egységnyi függőleges koncentrált erőt a K keresztmetszetben: $F_{Ky} = 1$	A tartó függőleges eltolódási (lehajlási) ábráját: e_y	Kis elmozdulások, nyomatéki teher módszere, virtuális erők tétele, vagy ezek kombinációja.
A K keresztmetszet vízszintes eltolódási hatásábráját: $\eta(e_{Kx})$	Egységnyi vízszintes koncentrált erőt a K keresztmetszetben: $F_{Kx} = 1$		
A K keresztmetszet elfordulási hatásábráját: $\eta(\phi_K)$	Egységnyi nyomatékot a K keresztmetszetben: $M_K = 1$		
A A és B pontok relatív eltolódási hatásábráját: $\eta(u_{AB})$	Egységnyi erőket a két ponton átmenő hatásvonalon: $F_{AB} = \pm 1$		
A C csukló relatív elfordulási hatásábráját: $\eta(\theta_C)$	Egységnyi nyomatékkettőt a csukló két oldalán: $M_C = \pm 1$		

HATÁSÁBRÁK LETERHELÉSE

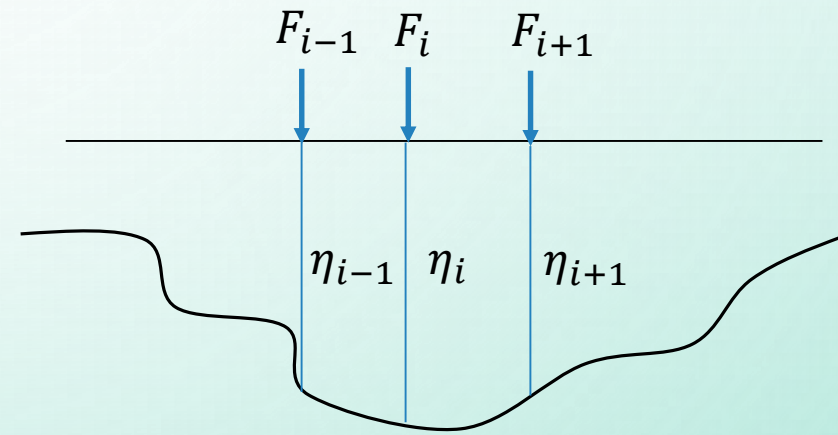
TEHERÉRTÉKEK SZÁMÍTÁSA

- MEGOSZLÓ TEHER ESETÉN:



$$C_k = p \cdot A_\eta$$

- KONCENTRÁLT ERŐ ESETÉN:



$$C_k = \sum_{(i)} F_i \cdot \eta_i$$