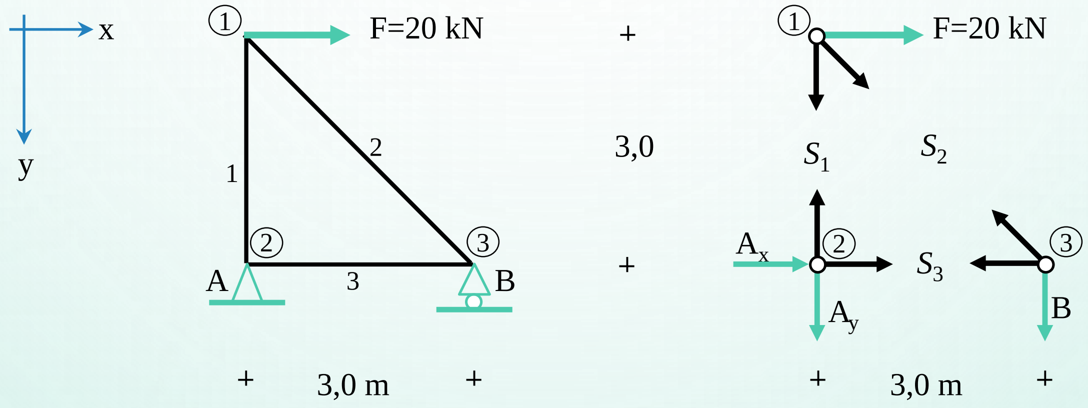
BSC – 2017
ZÁRÓVIZSGA TÉTELEK

15 TÉTEL: SÍKBELI RÁCSOS TARTÓ ELMOZDULÁSAINAK MODELLEZÉSE. A KOMPATIBILITÁSI EGYENLET TARTALMA RUGALMAS ÉS MEREV MEGTÁMASZTÁSOK ESETÉBEN. A SZERKEZET ÁLLAPOTEGYENLETE. A MEREVSÉGI MÁTRIX FOGALMA ÉS TARTALMA RÁCSOS TARTÓK ESETÉBEN. MEGHATÁROZÁSÁNAK MÓDSZEREI.

RÁCSOS TARTÓK MEGOLDÁSA MÁTRIXEGYEGYENLETEKKEL



- CSOMÓPONTI MÓDSZER:
  - CSOMÓPONTI EGYENLŐSÉGEK: $\sum_i F_{ix} = 0, \sum_i F_{iy} = 0$

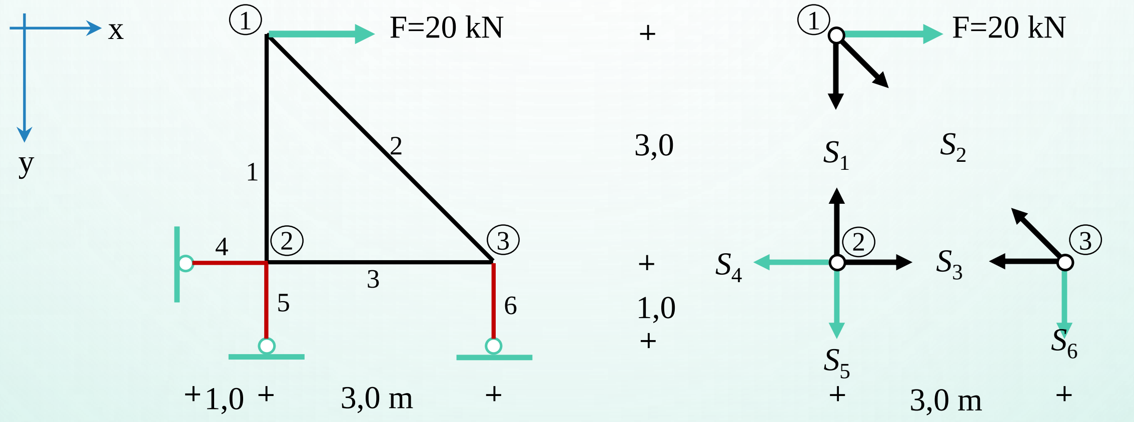
(csomópont szám x szabadsági fokok száma)

  - AZ EGYENLET RENDSZER:
    - $\mathbf{G}\mathbf{s} + \mathbf{q} = \mathbf{0}$
    - $\mathbf{G}_R\mathbf{s} + \mathbf{q}_R = \mathbf{0}$

G: geometriai mátrix
s: rúderők vektora
q: teher vektor

Csak statikailag határozott tartók esetén van közvetlen megoldása!

RÁCSOS TARTÓK MEGOLDÁSA MÁTRIXEGYEGYENLETEKKEL



- RUDAS MEGTÁMASZTÁSSAL:
  - CSOMÓPONTI EGYENLŐSÉGEK: $\sum_i F_{ix} = 0, \sum_i F_{iy} = 0$

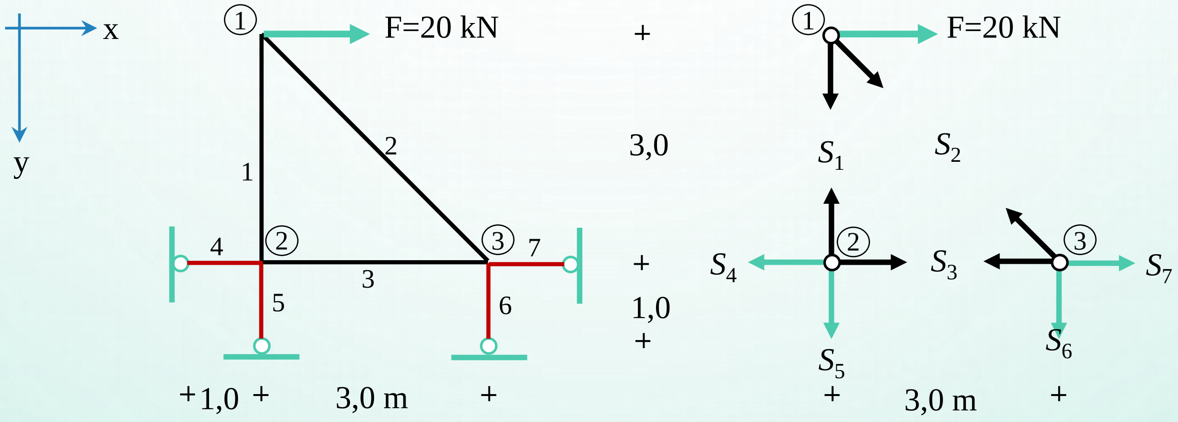
(csomópont szám x szabadsági fokok száma)

  - THE EQUATION SYSTEM:
    - $\mathbf{Gs} + \mathbf{q} = \mathbf{0}$

G: geometriai mátrix
s: rúderők vektora
q: teher vektor

Csak statikailag határozott tartók esetén van közvetlen megoldása!

RÁCSOS TARTÓK MEGOLDÁSA MÁTRIXEGYEGYENLETEKKEL



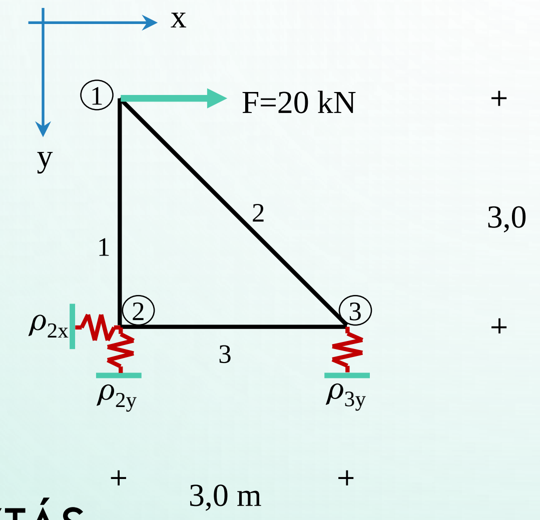
- STATIKAILAG HATÁROZATLAN TARTÓK ESETÉBEN A KOMPATIBILITÁSI EGYENLETEKRE IS SZÜKSÉG VAN:
  - $\mathbf{Gs} + \mathbf{q} = \mathbf{0}$
  - $\mathbf{G}^T\mathbf{v} + \mathbf{Fs} + \mathbf{t} = \mathbf{0}$
- AZ ÁLLAPOT-EGYENLET:
  - $\begin{bmatrix} & \mathbf{G} \\ \mathbf{G}^T & \mathbf{F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} = \mathbf{0}$

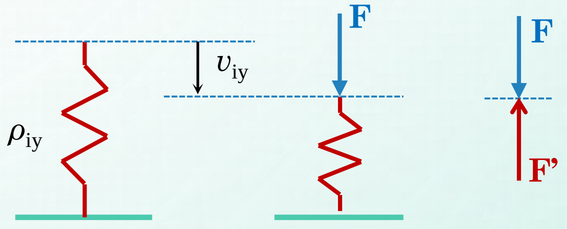
(csomópont szám x szabadsági fokok száma)

(rudak száma)

v: csomóponti elmozdulások vektora
t: kinematikai terhek vektora

RÁCSOS TARTÓK MEGOLDÁSA MÁTRIXEGYEGYENLETEKKEL





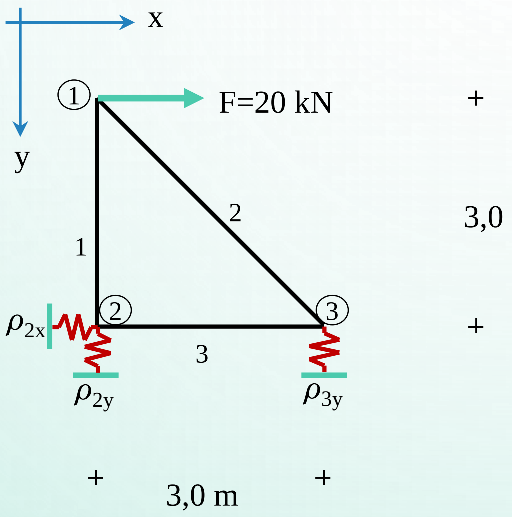
- RUGÓS ALÁTÁMASZTÁS:
  - AZ EGYENLŐSÉGI EGYENLETEK: $\mathbf{Cv} + \mathbf{GS} + \mathbf{Q} = \mathbf{0}$
  - A KOMPATIBILITÁSI EGYENLETEK: $\mathbf{G}^T\mathbf{V} + \mathbf{FS} + \mathbf{T} = \mathbf{0}$
- AZ ÁLLAPOT-EGYENLET:
  - $\begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{G} \\ \mathbf{G}^T & \mathbf{F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} = \mathbf{0}$

Statikailag határozott és határozatlan tartókra is megoldható!

RÁCSOS TARTÓK MEGOLDÁSA MÁTRIXEGYEGYENLETEKKEL

$$\mathbf{K}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^r{}_{ii} & \mathbf{K}^r{}_{ij} \\ \mathbf{K}^r{}_{ji} & \mathbf{K}^r{}_{jj} \end{bmatrix}$$

Elemi merevségi mátrix



$$\mathbf{K} = \begin{array}{c|c|c|c|} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & \mathbf{K}^1{}_{ii} + \mathbf{K}^2{}_{ii} & \mathbf{K}^1{}_{ij} & \mathbf{K}^2{}_{ij} \\ \hline 2 & \mathbf{K}^1{}_{ji} & \mathbf{K}^1{}_{jj} + \mathbf{K}^3{}_{ii} & \mathbf{K}^3{}_{ij} \\ \hline 3 & \mathbf{K}^2{}_{ji} & \mathbf{K}^3{}_{ji} & \mathbf{K}^2{}_{jj} + \mathbf{K}^3{}_{jj} \\ \hline \end{array}$$

Szerkezeti merevségi mátrix

(csomópont szám x szabadsági fokok száma)

- **K** MEREVSÉGI MÁTRIXSZAL:
  - $\mathbf{s} = -\mathbf{F}^{-1}(\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{v} + \mathbf{t})$ ← KOMPATIBILITÁSI EGYENLETBŐL
  - $\mathbf{K} = \mathbf{G}\mathbf{F}^{-1}\mathbf{G}^{\mathrm{T}} - \mathbf{C}$ ← EGYENSÚLYI EGYENLETBŐL
  - $\mathbf{q}_{\mathrm{R}} = \mathbf{q} - \mathbf{G}\mathbf{F}^{-1}\mathbf{t}$
  - $\mathbf{K}\mathbf{v} = \mathbf{q}_{\mathrm{R}}$ ← ÁLLAPOT EGYENLET