

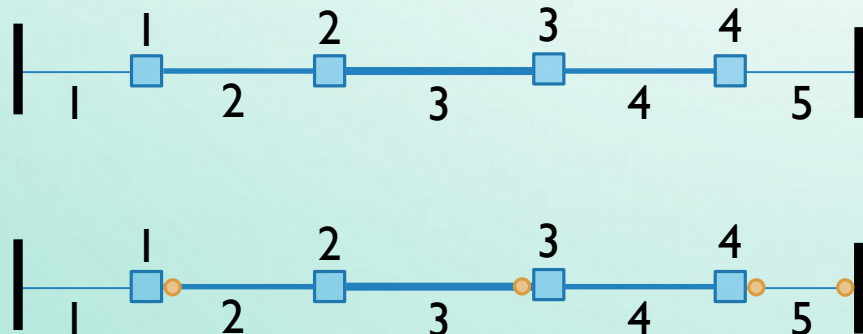
# BSC – 2017

## ZÁRÓVIZSGA TÉTELEK

16 TÉTEL: GERENDATARTÓK VÉGESELEMES MODELLEZÉSE. AZ ELEMI TARTÓ ÉS A SZERKEZET MEREVSÉGI MÁTRIXA ÉS ANNAK MECHANIKAI JELENTÉSE. AZ ELEMI MEREVSÉGI MÁTRIX VÁLTOZÁSA A KÜLÖNBÖZŐ KAPCSOLATI MÓDOK (BEFOGÁS, CSUKLÓ, RÉSZLEGES KAPCSOLAT) ESETÉBEN.

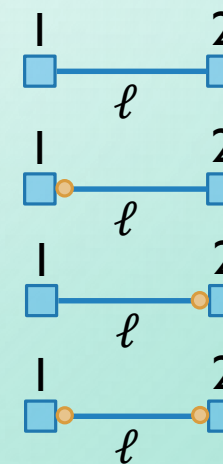
# FOLYTATÓLAGOS GERENDATARTÓK

- **1. MODELL:** A MEGTÁMASZTÁSI PONTOKAT MEREV, MOZOGNI NEM TUDÓ CSOMÓPONTNAK TEKINTI. A SZERKEZETI MEREVSÉGI MÁTRIXBAN CSAK A BELSŐ, MOZGÓ CSOMÓPONTOKAT VESZI FIGYELEMBE:



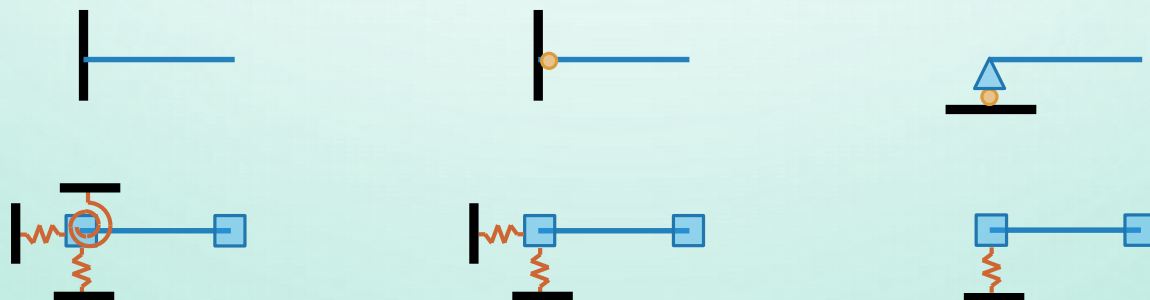
Rúdelemek:

- befogott-befogott
- csuklós-befogott
- befogott-csuklós
- csuklós-csuklós



# FOLYTATÓLAGOS GERENDATARTÓK

- **2. MODELL:** A MEGTÁMASZTÁSI PONTOKAT MOZOGNI TUDÓ CSOMÓPONTNAK TEKINTI, A MOZGÁST RUGÓKKAL BIZTOSÍTJA. A SZERKEZETI MEREVSÉGI MÁTRIXBAN VALAMENNYI CSOMÓPONTOT FIGYELEMBE VESZI:



# ELEMI MEREVSÉGI MÁTRIX BEFOGOTT-BEFOGOTT RÚDELEM

- EGY ÁLLANDÓ  
KERESZTMETSZETŰ RÚD  
MEREVSÉGI MÁTRIXA SAJÁT  
KOORDINÁTARENDSZERBEN:

$$\mathbf{q}_r = \mathbf{K}_r \mathbf{x}_r$$

$N_i$	=	$\frac{EA}{l}$			$-\frac{EA}{l}$			$u_i$
$T_i$			$\frac{12EI}{l^3}$	$\frac{6EI}{l^2}$		$-\frac{12EI}{l^3}$	$\frac{6EI}{l^2}$	$v_i$
$M_i$			$\frac{6EI}{l^2}$	$\frac{4EI}{l}$		$-\frac{6EI}{l^2}$	$\frac{2EI}{l}$	$\varphi_i$
$N_j$		$-\frac{EA}{l}$			$\frac{EA}{l}$			$u_j$
$T_j$			$-\frac{12EI}{l^3}$	$-\frac{6EI}{l^2}$		$\frac{12EI}{l^3}$	$-\frac{6EI}{l^2}$	$v_j$
$M_j$			$\frac{6EI}{l^2}$	$\frac{2EI}{l}$		$-\frac{6EI}{l^2}$	$\frac{4EI}{l}$	$\varphi_j$

# ELEMI MEREVSÉGI MÁTRIX CSUKLÓS-BEFOGOTT RÚDELEM

- EGY ÁLLANDÓ  
KERESZTMETSZETŰ RÚD  
MEREVSÉGI MÁTRIXA SAJÁT  
KOORDINÁTARENDSZERBEN:

$$\mathbf{q}_r = \mathbf{K}_r \mathbf{x}_r$$

- DIÁD LEVONÁSSAL:

$$\mathbf{K}_{ij}^{cs-b} = \mathbf{K}_{ij} - \frac{1}{k_{33}} \mathbf{k}_{n3} \mathbf{k}_{3n}$$

$N_i$	=	$\frac{EA}{l}$			$-\frac{EA}{l}$			$u_i$
$T_i$			$\frac{3EI}{l^3}$	0		$-\frac{3EI}{l^3}$	$\frac{3EI}{l^2}$	$v_i$
$M_i$			0	0		0	0	$\varphi_i$
$N_j$		$-\frac{EA}{l}$			$\frac{EA}{l}$			$u_j$
$T_j$			$-\frac{3EI}{l^3}$	0		$\frac{3EI}{l^3}$	$-\frac{3EI}{l^2}$	$v_j$
$M_j$			$\frac{3EI}{l^2}$	0		$-\frac{3EI}{l^2}$	$\frac{3EI}{l}$	$\varphi_j$

# ELEMI MEREVSÉGI MÁTRIX BEFOGOTT-CSUKLÓS RÚDELEM

- EGY ÁLLANDÓ  
KERESZTMETSZETŰ RÚD  
MEREVSÉGI MÁTRIXA SAJÁT  
KOORDINÁTARENDSZERBEN:

$$\mathbf{q}_r = \mathbf{K}_r \mathbf{x}_r$$

- DIÁD LEVONÁSSAL:

$$\mathbf{K}_{ij}^{b-cs} = \mathbf{K}_{ij} - \frac{1}{k_{66}} \mathbf{k}_{n6} \mathbf{k}_{6n}$$

$N_i$	=	$\frac{EA}{l}$			$-\frac{EA}{l}$			$u_i$
$T_i$			$\frac{3EI}{l^3}$	$\frac{3EI}{l^2}$		$-\frac{3EI}{l^3}$	0	$v_i$
$M_i$			$\frac{3EI}{l^2}$	$\frac{3EI}{l}$		$-\frac{3EI}{l^2}$	0	$\varphi_i$
$N_j$		$-\frac{EA}{l}$			$\frac{EA}{l}$			$u_j$
$T_j$			$-\frac{3EI}{l^3}$	$-\frac{3EI}{l^2}$		$\frac{3EI}{l^3}$	0	$v_j$
$M_j$			0	0		0	0	$\varphi_j$

# ELEMI MEREVSÉGI MÁTRIX CSUKLÓS-CSUKLÓS RÚDELEM

- EGY ÁLLANDÓ KERESZTMETSZETŰ RÚD MEREVSÉGI MÁTRIXA SAJÁT KOORDINÁTARENDSZERBEN:

$$\mathbf{q}_r = \mathbf{K}_r \mathbf{x}_r$$

- DIÁD LEVONÁSSAL:

$$\mathbf{K}_{ij}^{cs-cs} = \mathbf{K}_{ij}^{cs-b} - \frac{1}{k_{66}^{cs-b}} \mathbf{k}_{n6}^{cs-b} \mathbf{k}_{6n}^{cs-b}$$

$N_i$	=	$\frac{EA}{l}$			$-\frac{EA}{l}$			$u_i$
$T_i$			0	0		0	0	$v_i$
$M_i$			0	0		0	0	$\varphi_i$
$N_j$		$-\frac{EA}{l}$			$\frac{EA}{l}$			$u_j$
$T_j$			0	0		0	0	$v_j$
$M_j$			0	0		0	0	$\varphi_j$

# ELEMI MEREVSÉGI MÁTRIX RÉSZLEGES NYOMATÉKI ÁTVITELLEL

- DIÁD LEVONÁSSAL NEM A TELJES KAPCSOLATOT SZÜNTETJÜK MEG, HANEM ANNAK VALAMEKKORA RÉSZÉT, SZÁZALÉKÁT:
- $\mathbf{K}_{ij}^{rcs-b} = \mathbf{K}_{ij} - \rho \frac{1}{k_{33}} \mathbf{k}_{n3} \mathbf{k}_{3n}$ , AHOL  $0 \leq \rho \leq 1$ .



# SZERKEZETI MEREVSÉGI MÁTRIX ÖSSZEÁLLÍTÁSA KOMPILEÁLÁS

- 1. MODEL:** A SZERKEZET MEREVSÉGI MÁTRIXA A KÉT VÉGÉN BEFOGOTT GERENDATARTÓ ESETÉBEN:

$$\mathbf{K}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^r_{ii} & \mathbf{K}^r_{ij} \\ \mathbf{K}^r_{ji} & \mathbf{K}^r_{jj} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} =$$

	1	2	3	4
1	$\mathbf{K}^1_{jj} + \mathbf{K}^2_{ii}$	$\mathbf{K}^2_{ij}$		
2	$\mathbf{K}^2_{ji}$	$\mathbf{K}^2_{jj} + \mathbf{K}^3_{ii}$	$\mathbf{K}^3_{ij}$	
3		$\mathbf{K}^3_{ji}$	$\mathbf{K}^3_{jj} + \mathbf{K}^4_{ii}$	$\mathbf{K}^4_{ij}$
4			$\mathbf{K}^4_{ji}$	$\mathbf{K}^4_{jj} + \mathbf{K}^5_{ii}$



# SZERKEZETI MEREVSÉGI MÁTRIX ÖSSZEÁLLÍTÁSA KOMPILÁLÁS

- **2. MODELL:** A RUGÓMEREVSÉGEK ÉRTÉKÉT (ÁLTALÁBAN  $10^{10}$ ,  $10^7$ , DE LEHET LÁGYABB IS) A SZERKEZETI MEREVSÉGI MÁTRIX FŐÁTLÓJÁBAN A MEGFELELŐ CSOMÓPONT MEGFELELŐ ELMOZDULÁSI SZABADSÁGFOKÁNÁL LÉVŐ MEREVSÉGI ÉRTÉKHEZ HOZZÁ ADJUK.