

BSC – 2017

ZÁRÓVIZSGA TÉTELEK

18 TÉTEL: VONALELEMEN, FELÜLETELEMEN ÉS TÉRFOGATELEMEN
GEOMETRIAI FINITIZÁLÁSA. KOORDINÁTA RENDSZEREK FAJTÁI.
BÁZISFÜGGVÉNYEK TULAJDONSÁGAI (FOLYTONOSSÁG).

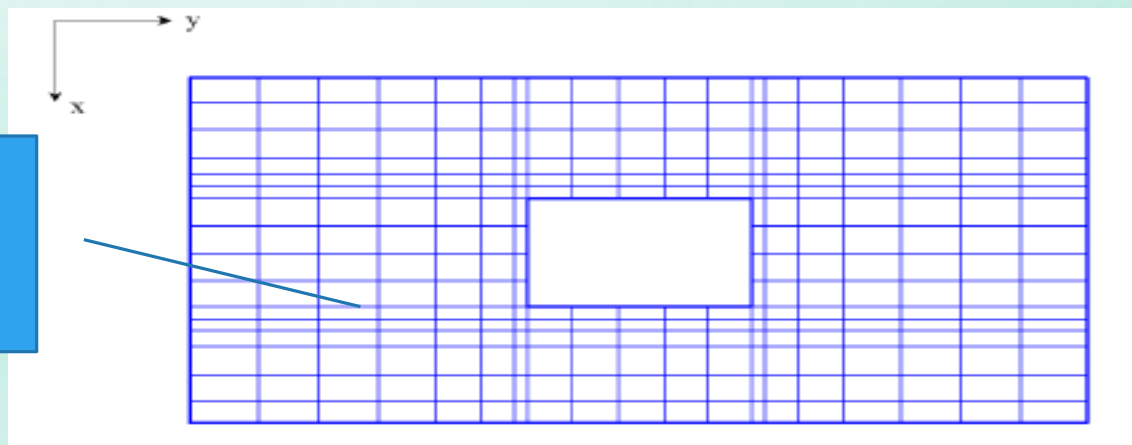
GEOMETRIAI FINITIZÁLÁS

- A VIZSGÁLT Ω TARTOMÁNY VÉGES ELEMekre VALÓ FELOSZTÁSA:
 - A **GLOBÁLIS KOORDINÁTA-RENDSZER**HEZ ILLESZKEDŐ FELOSZTÁS.
 - **PONTHÁLÓZATRA** ILLESZKEDŐ FELOSZTÁS.
 - **SZIMPLEXEKRE** VALÓ FELOSZTÁS.
- KOORDINÁTA-RENDSZEREK:
 - CÉLSZERŰ MINDEN ELEMRE EGY-EGY **LOKÁLIS (ξ, η, ζ) KOORDINÁTA RENDSZER** FELVÉTELE MELY MEGKÖNNYÍTI AZ EGYETLEN ELEMRE VONATKOZÓ ÖSSZEFÜGGÉSEK FELÍRÁSÁT. → **KOORDINÁTA TRANSZFORMÁCIÓ**

A KOORDINÁTA-RENDSZERHEZ ILLESZKEDŐ FELOSZTÁSMÓD

- AKKOR ALKALMAZZUK AMIKOR A VIZSGÁLT ALAKZAT JÓL „SIMUL” A GLOBÁLIS KOORDINÁTA-RENDSZERHEZ, VAGYIS A HATÁRA OLYAN RÉSZEBŐL ÁLL, MELYEKNÉL EGY KOORDINÁTA ÁLLANDÓ ÉRTÉKŰ:
 - 3D TARTOMÁNYNÁL **KOORDINÁTAFELÜLETRE** → **KUBUSOKRA**
 - 2D TARTOMÁNYNÁL **KOORDINÁTAVONALAKRA** ILLESZKEDIK → **TÉGLALAPOKRA**
 - 1D TARTOMÁNYNÁL → **SZAKASZOKRA** OSZTJUK.

Kerülni kell az olyan elemek létrejöttét, melyeknél az elem oldalainak egymáshoz viszonyított aránya túl nagy (nagyságrendi különbség van)!



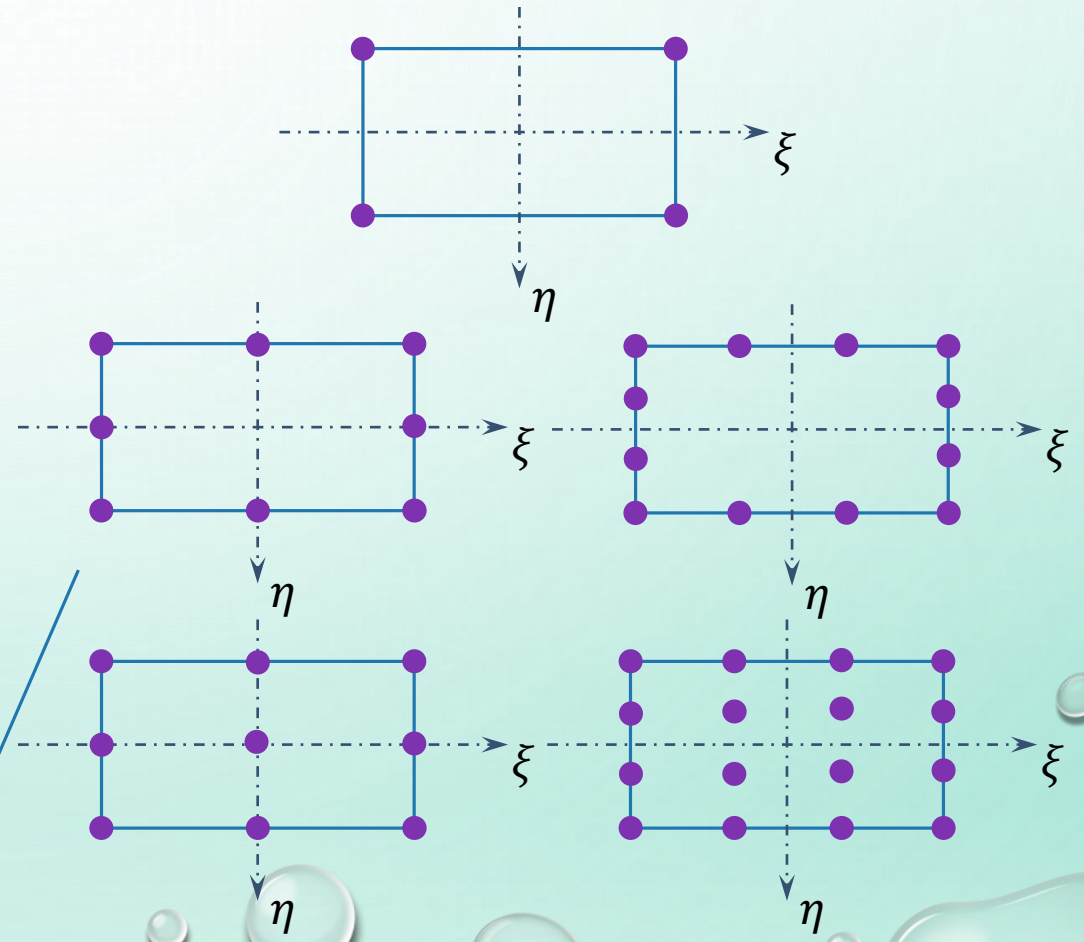
A KOORDINÁTA-RENDSZERHEZ ILLESZKEDŐ FELOSZTÁSMÓD

- A KAPOTT ELEMEN KITÜNTETETT PONTOKAT ÚN. CSOMÓPONTOKAT VESZÜNK FEL

- **SAROKPONTOK**

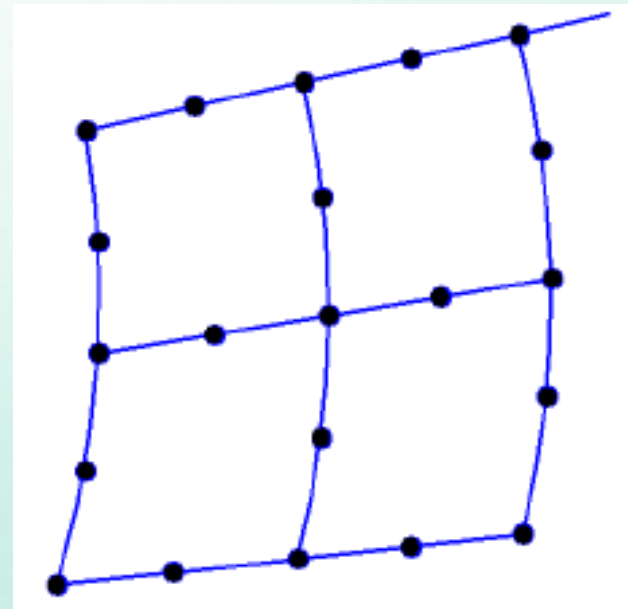
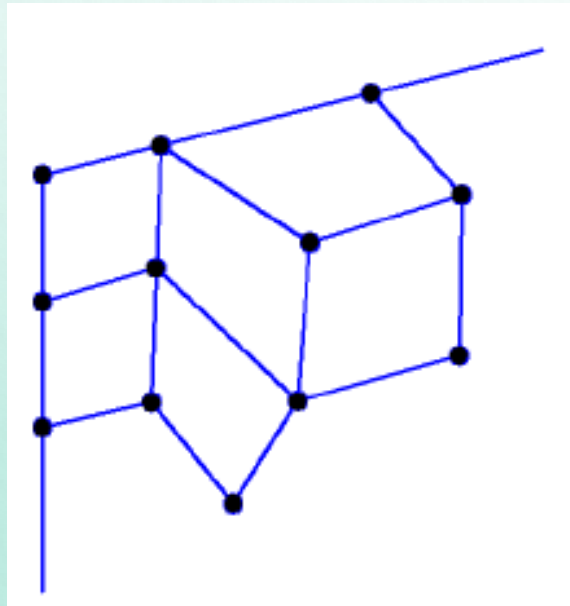
- **TOVÁBBI PONTOKAT** VEHETÜNK FEL:
ÉLEKEN, LAPOKON, AZ ELEM
BELSEJÉBEN

A csomópontok meghatározzák
a bázisfüggvények milyenségét!



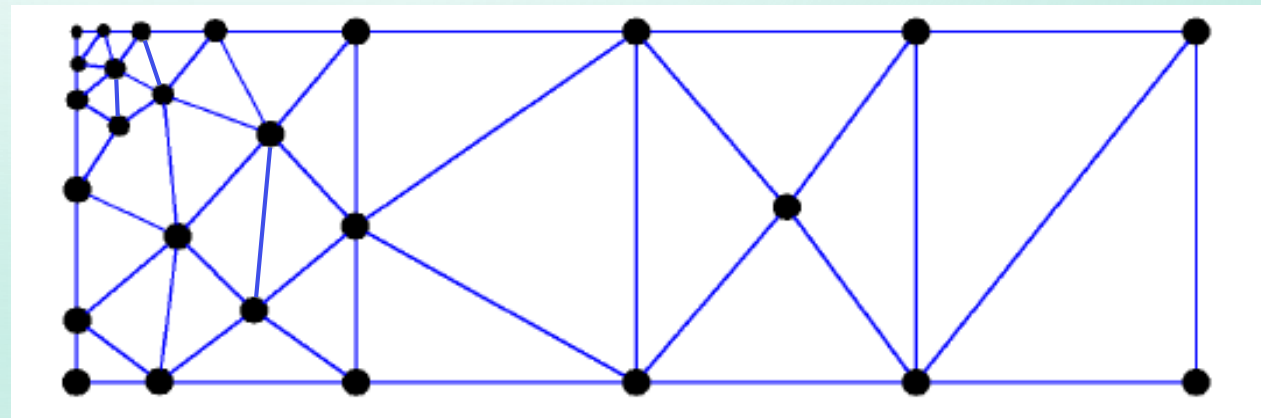
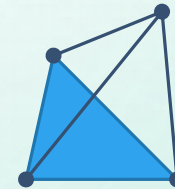
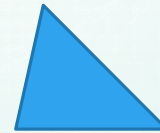
A PONTHÁLÓZATRA ILLESZKEDŐ FELOSZTÁSMÓD

- EZ A MÓD LEHETŐSÉGET AD GÖRBEOLDALÚ ELEMOK KIJELÖLÉSÉRE.



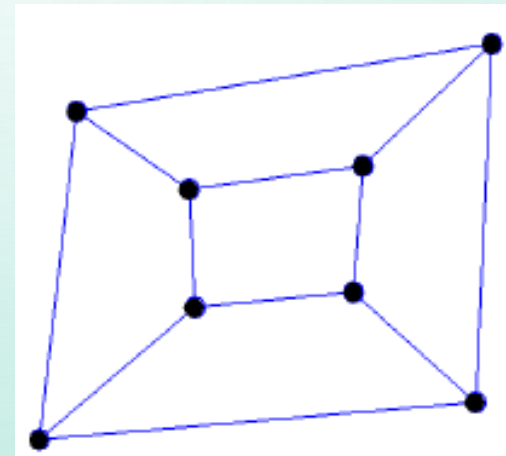
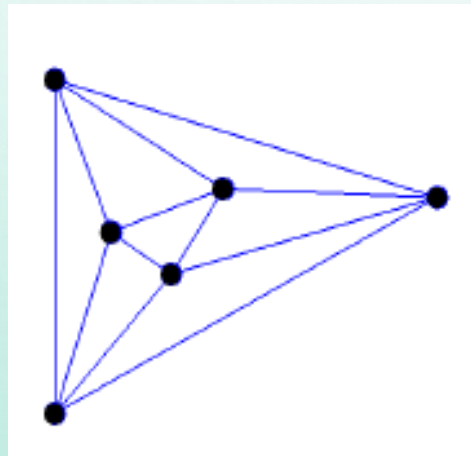
SZIMLEXEKRE OSZTÁS

- PONTHÁLÓZAT MELYBEN **CSAK SAROKPONTOK** JELÖLHETŐEK KI. AZ ELEMOK TÍPUSA IS KÖTÖTT: $nD \rightarrow n + 1$ PONT HATÁROZZA MEG.
 - 1D \rightarrow 2 PONT \rightarrow SZAKASZ
 - 2D \rightarrow 3 PONT \rightarrow HÁROMSZÖG
 - 3D \rightarrow 4 PONT \rightarrow TETRAÉDER



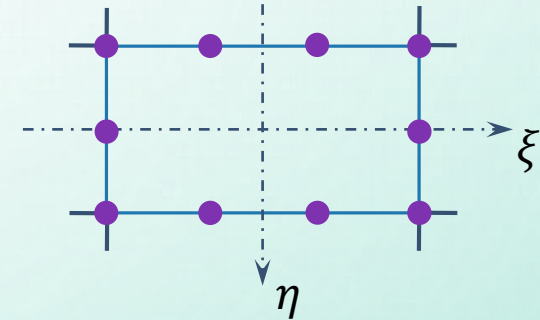
ELEMSŰRÍTÉS

- HA A SZOMSZÉDOS ELEMOK IGÉNYBEVÉTELEI KÖZÖTT NAGY KÜLÖNBSÉG ADÓDIK ÉS EZT A TERHELÉS NEM INDOKOLJA, AKKOR E RÉSZ SŰRÍTÉSE UTÁN AZ ÚJBÓLI FUTTATÁS PONTOSABB EREDMÉNYT ADHAT.



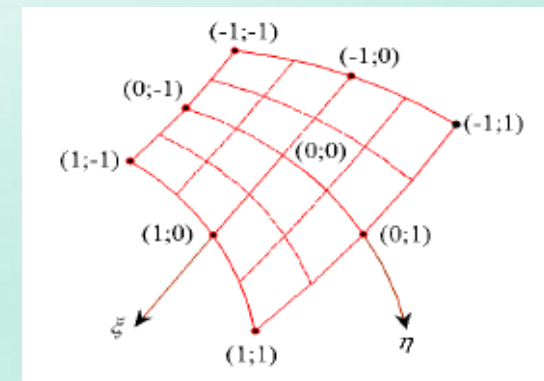
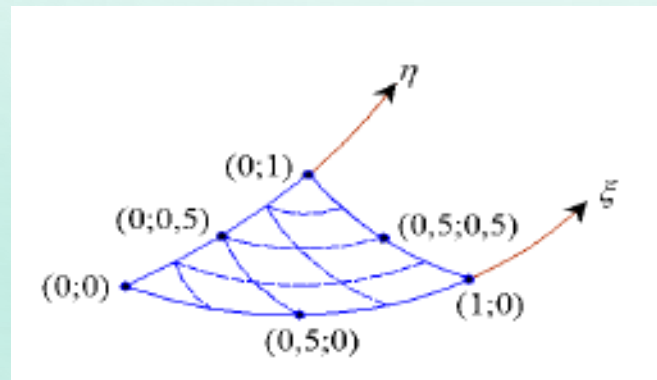
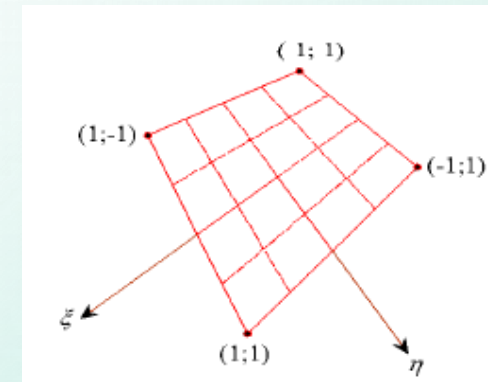
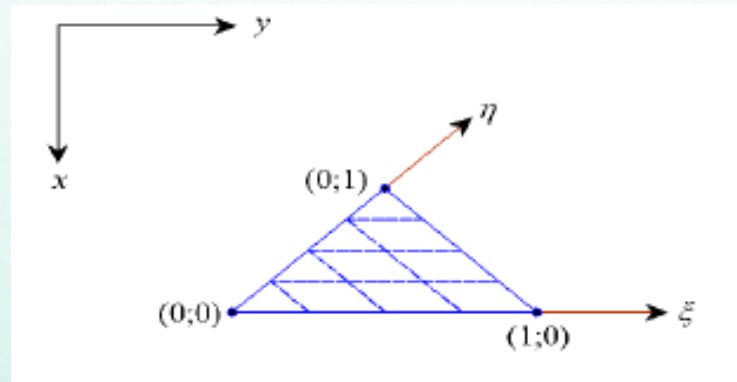
ELEMSŰRÍTÉS

- **ÁTMENETI ELEM**EK: AZ OLDALAIN NEM UGYANANNYI CSOMÓPONTOT VESZÜNK FEL.
- **VÉGTELEN VÉGES ELEM**: PL. GEOTECHNIKAI FELADATOKNÁL A VÉGTELEN FÉLTÉR MODELLEZÉSÉRE
- **HÉZAGMENTES ILLESZKEDÉS**: AZ ELEMETEKET LÁTSZÓLAG CSAK A KITÜNTETETT PONTOKBAN ILLESZTJÜK, DE A BÁZISFÜGGVÉNYEK TULAJDONSÁGAI BIZTOSÍTJÁK, HOGY VALÓJÁBAN A TELJES OLDALÉL VAGY OLDALLAP ILLESZKEDJEN!



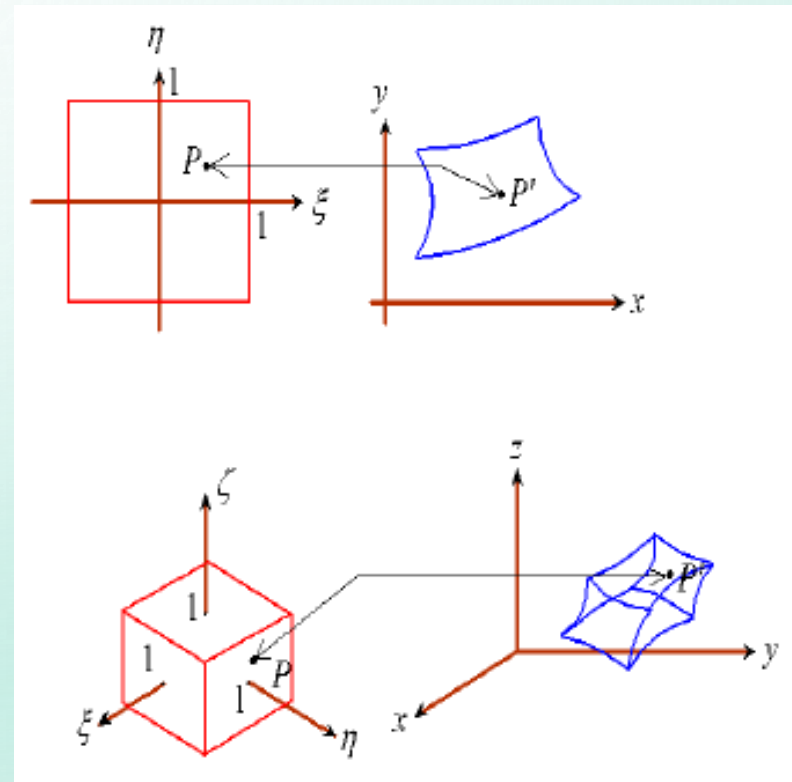
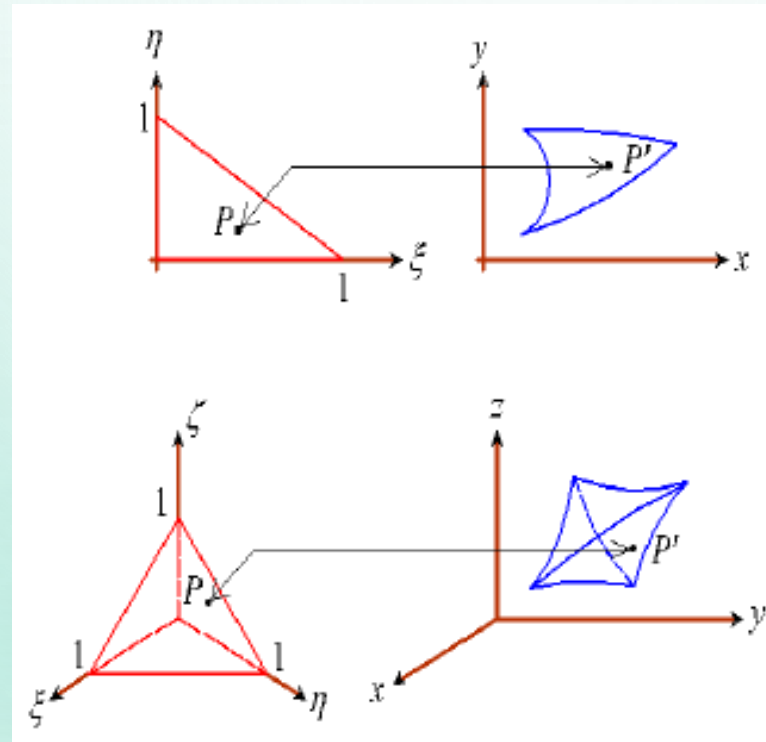
LOKÁLIS KOORDINÁTA-RENDSZEREK PARAMÉTERES KOORDINÁTA RENDSZER

- A LOKÁLIS KOORDINÁTA-RENDSZERT ÚGY VESSZÜK FEL, HOGY PONTOSAN ILLESZKEDJEN AZ ELEMRE ÉS A KITÜNTETETT PONTOK KITÜNTETETT ÉRTÉKŰEK $(0, 1, -1)$ LEGYENEK.



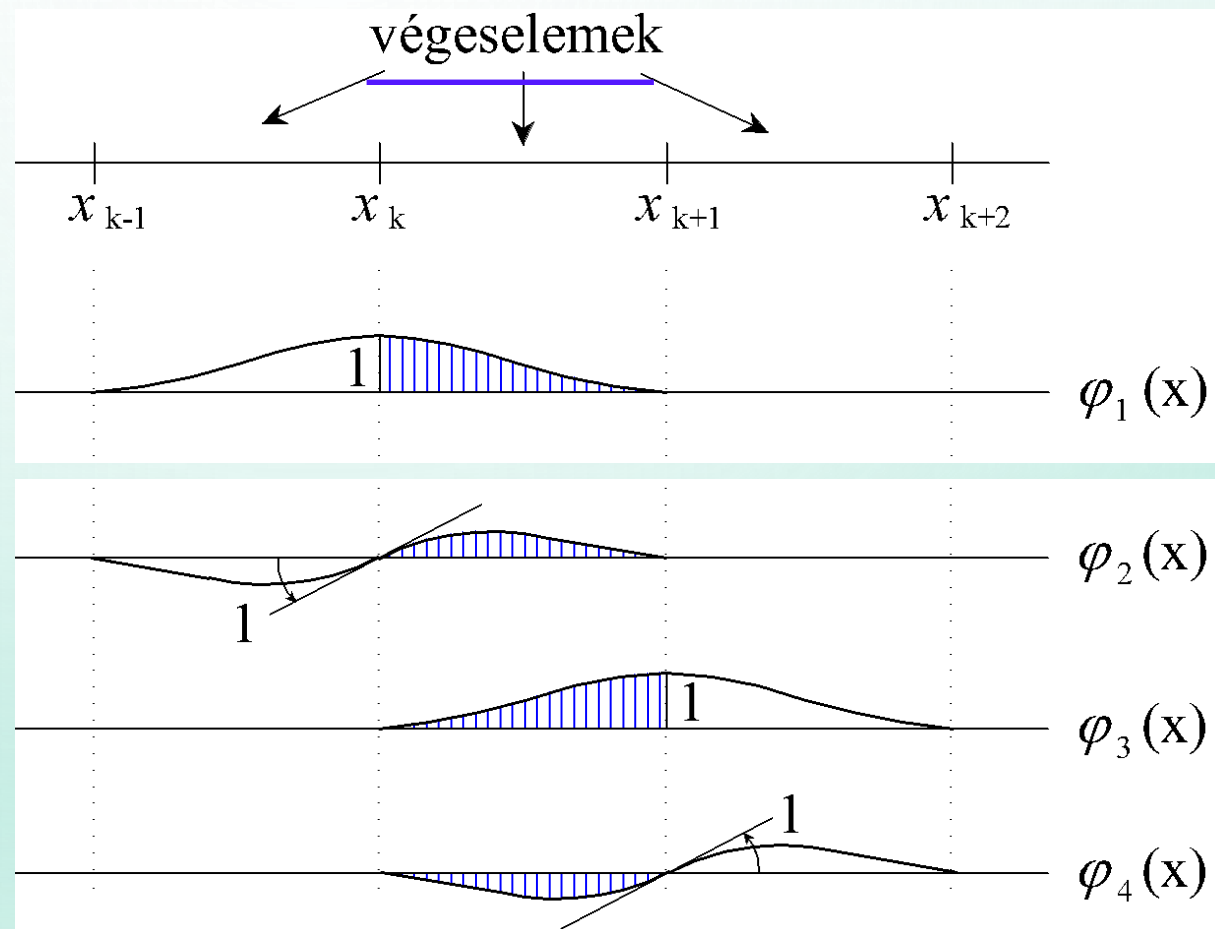
LOKÁLIS KOORDINÁTA-RENDSZEREK PARAMÉTERES KOORDINÁTA RENDSZER

- EGY TETSZŐLEGES PONT LOKÁLIS KOORDINÁTÁIBÓL A GLOBÁLIS KOORDINÁTÁI EGYÉRTELMŰEN MEGHATÁROZHATÓAK!
E KAPCSOLAT KÖLCSÖNÖSEN EGYÉRTELMŰ LEGYEN!



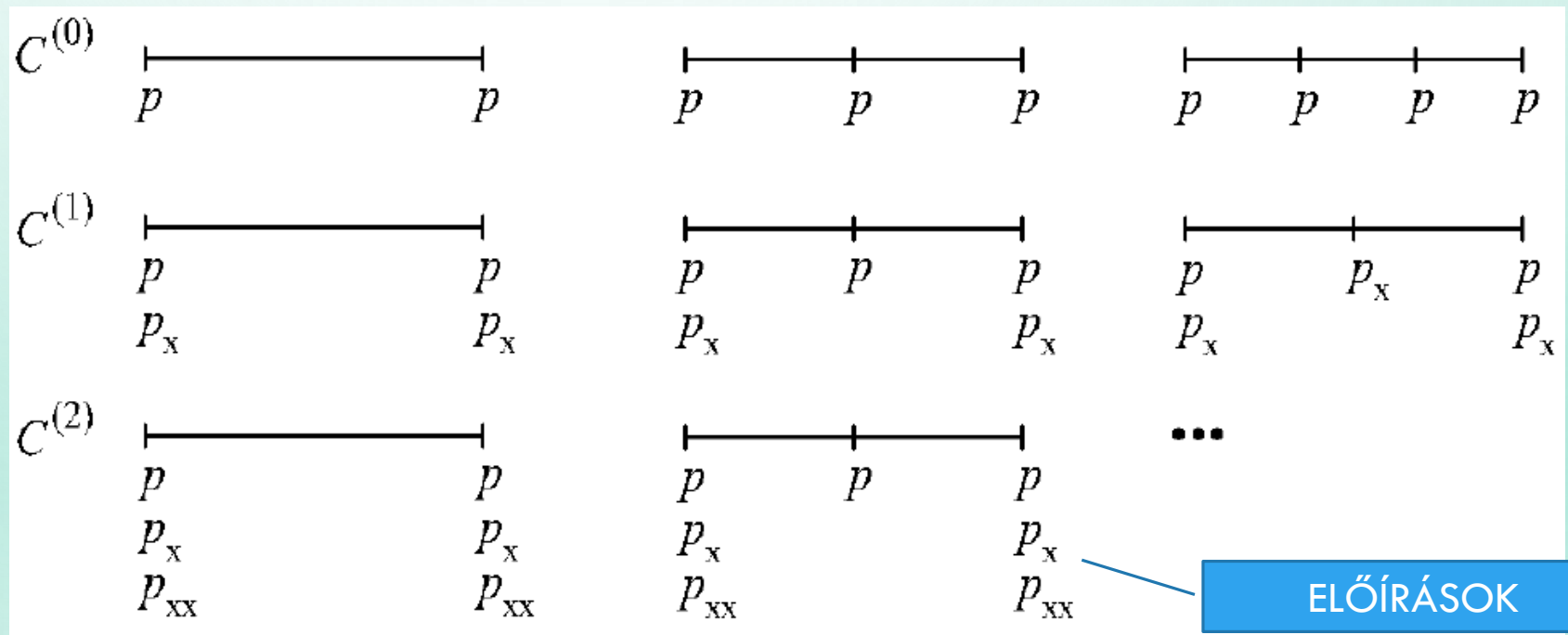
FÜGGVÉNYFELVÉTEL

- **ALAKFÜGGVÉNYEK**
- **INTERPOLÁCIÓS FÜGGVÉNYEK**
- **BÁZISFÜGGVÉNYEK**
- JELÖLÉS: N_i



1 D: BÁZISFÜGGVÉNYEK FELVÉTELE VONALELEM ESETÉBEN

- **VONALELEM:** EGYVÁLTOZÓS FELADAT. A VÉGESELEM EGY SZAKASZ.
- PONTOKAT A KÉT VÉGÉN ÉS HA SZÜKSÉGES A SZAKASZ BELSEJÉBEN IS FELVESSZÜK.
- EZEK BEN A PONTOKBAN **ELŐÍRHATJUK A FÜGGVÉNY ÉS A DERIVÁLTJAI ÉRTÉKÉT.**

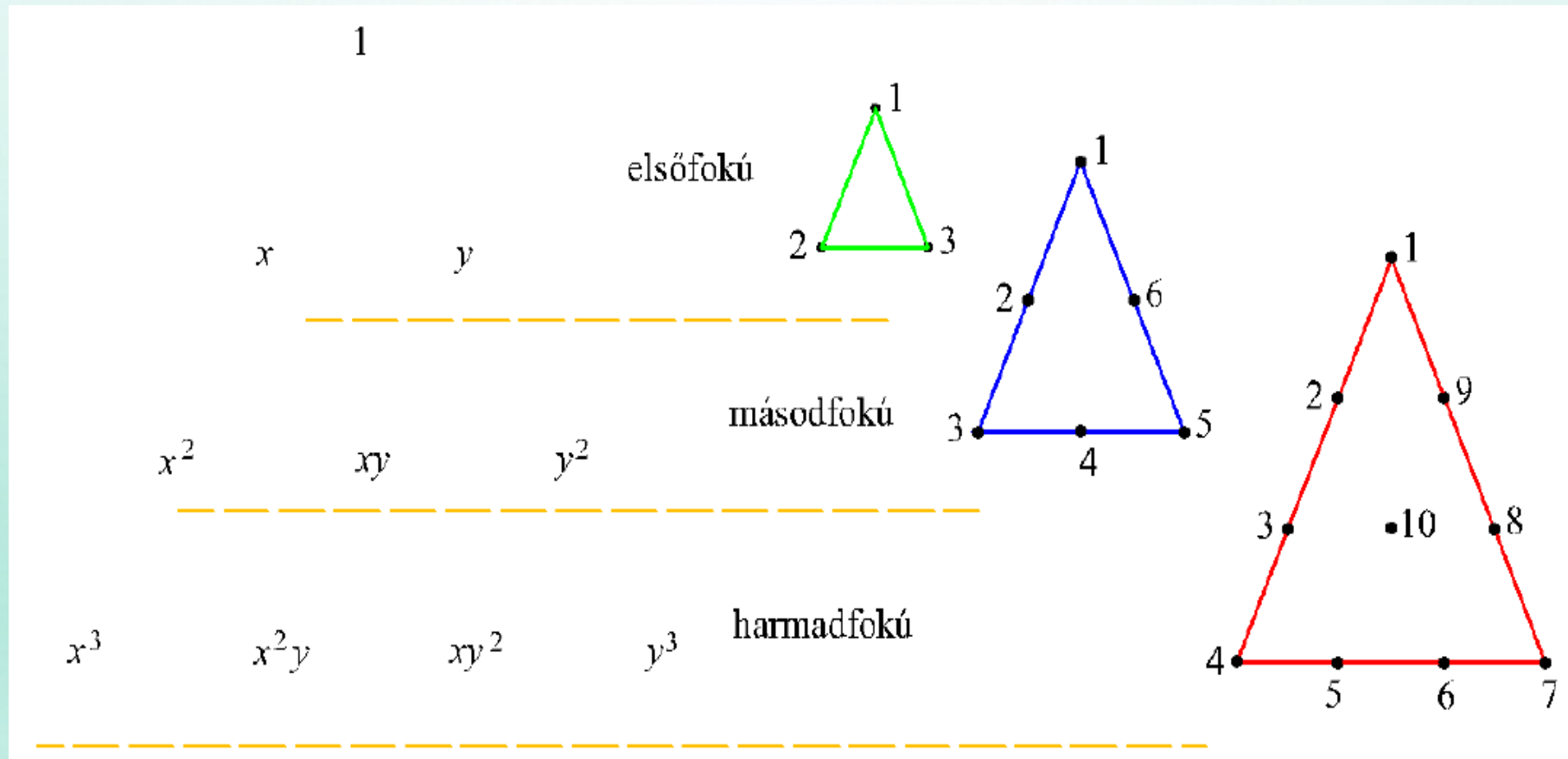


1D: BÁZISFÜGGVÉNYEK FELVÉTELE VONALELEMENK ESETÉBEN

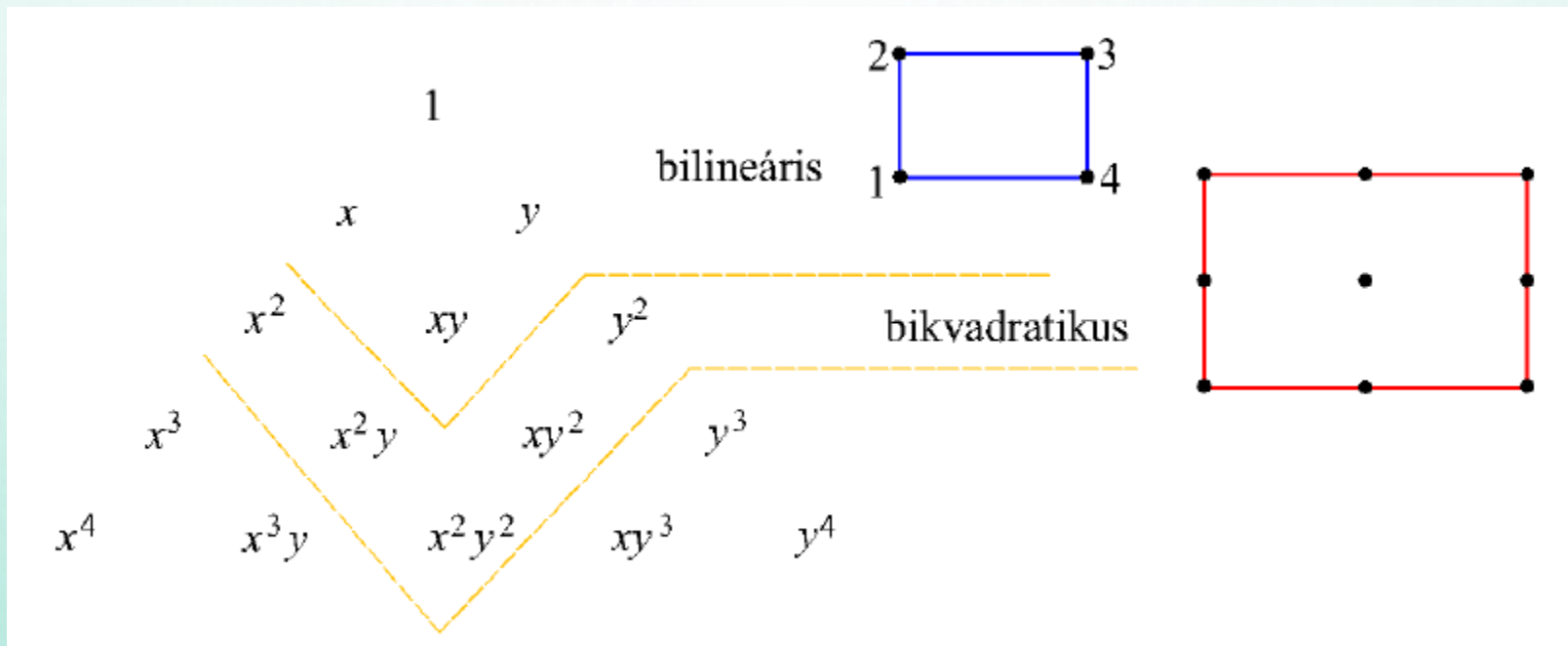
- HA EGY ELEMNÉL m DARAB ELŐÍRÁSUNK VAN, AKKOR m DARAB INTERPOLÁCIÓS FÜGGVÉNYT KELL HASZNÁLNUNK ÉS AZOK $(m - 1)$ -ED FOKÚAK.
- AZ EGYES FÜGGVÉNYEK ÉRTÉKE EGY ADOTT PONTBAN EGY, A TÖBBI PONTBAN PEDIG ZÉRUS.
- AZ INTERPOLÁCIÓS FÜGGVÉNYEKET IGYEKSZÜNK A LEHETŐ LEGALACSONYABB FOKSZÁMÚ TAGOKBÓL ÖSSZEÁLLÍTANI:
 - LAGRANGE-POLINOMOK
 - HERMITE-POLINOMOK
 - HATVÁNYSOR: $1 \ x \ x^2 \ x^3 \ \dots$

2D: BÁZISFÜGGVÉNYEK FELVÉTELE FELÜLETELEMENK ESETÉBEN

- PASCAL-HÁROMSZÖG, TELJES n -ED FOKÚ POLINOMOK



2D $C^{(0)}$ FOLYTONOS NÉGYSZÖGELEMEK

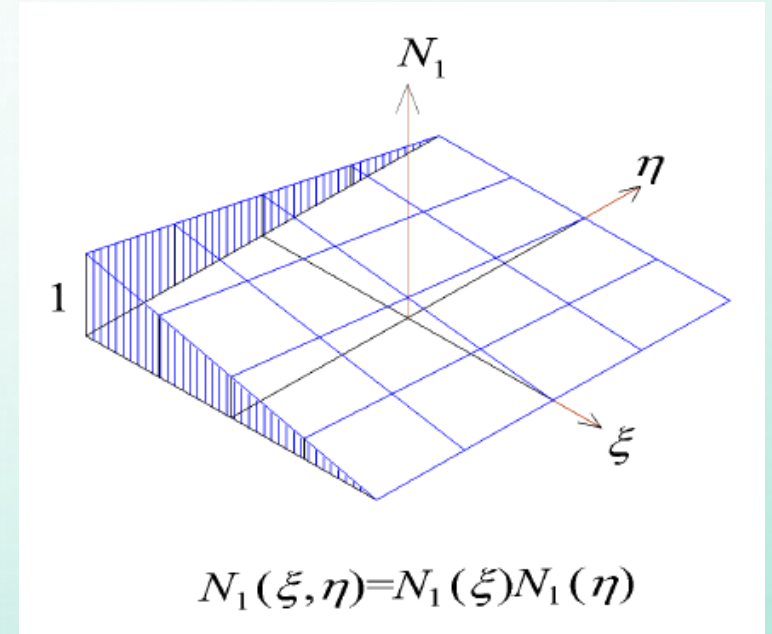
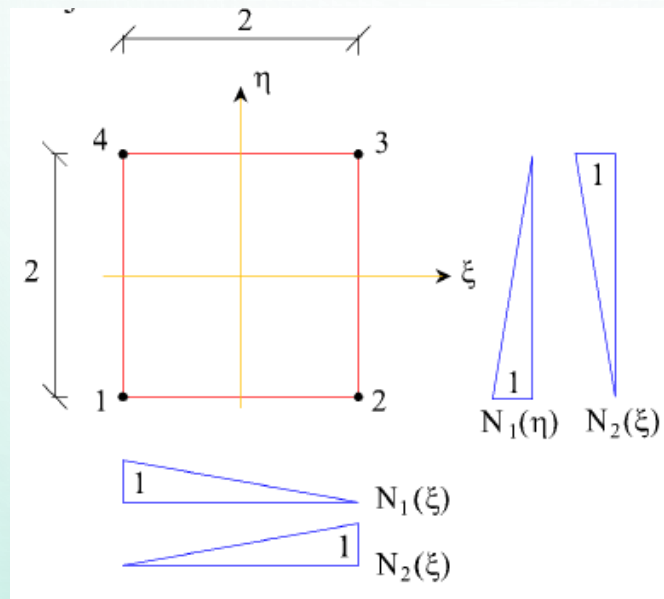


- A PASCAL-HÁROMSZÖGBŐL NÉGYSZÖGEKET „VÁGUNK KI”.
- NEM TELJES POLINOMOK!

2D $C^{(0)}$ BILINEÁRIS NÉGYSZÖGELEM PARAMÉTERES KOORDINÁTA-RENDSZER

$$\underline{x}^T = [1 \quad \xi \quad \eta \quad \xi\eta]$$

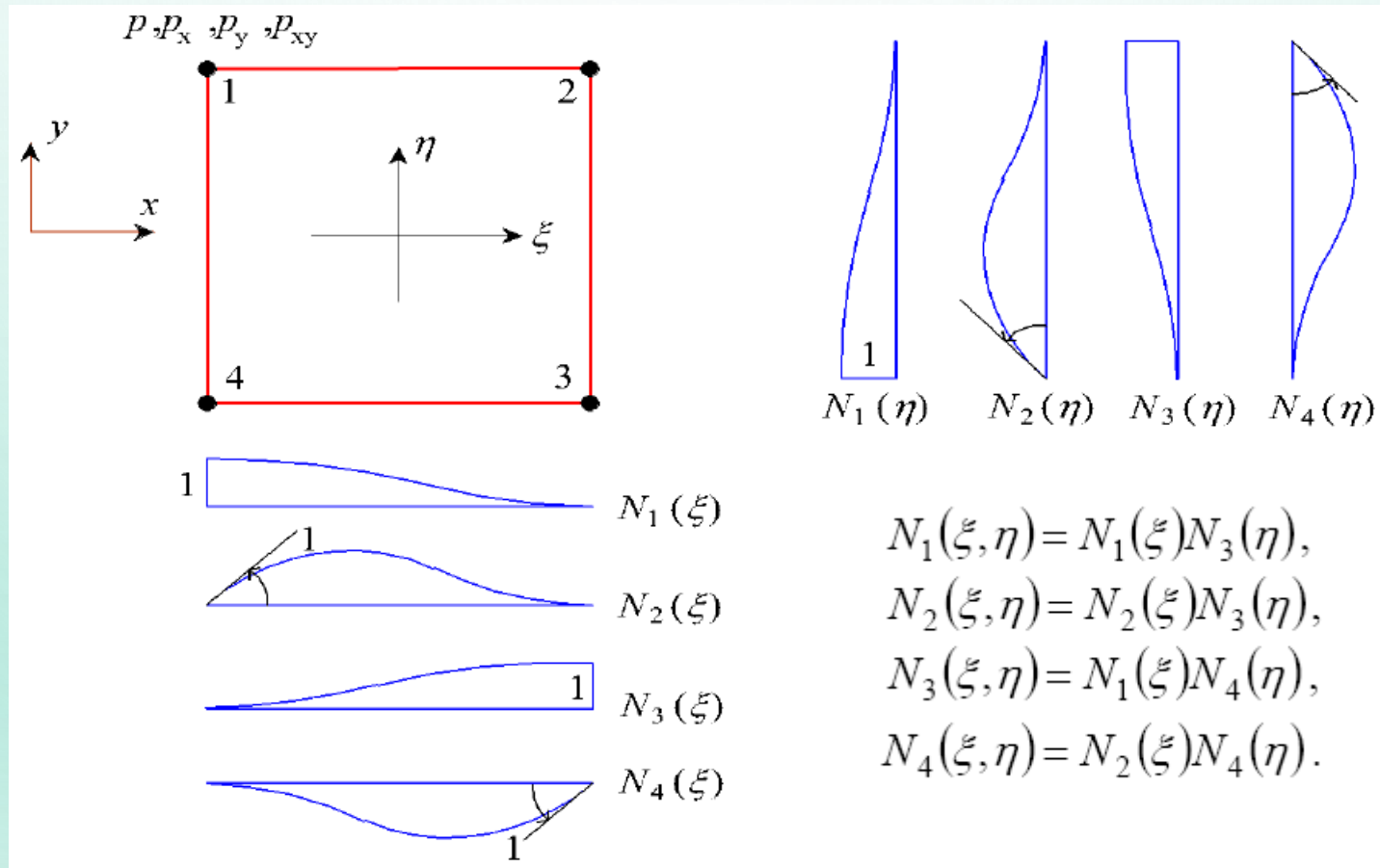
$$\underline{\tilde{B}} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$



$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta), \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

2D C^1 FOLYTONOS FÜGGVÉNY TÉGLALAPELEMHEZ

$$\underline{x}^T = [1 \quad x \quad y \quad x^2 \quad xy \quad y^2 \quad x^3 \quad x^2y \quad xy^2 \quad y^3 \quad x^3y \quad x^2y^2 \quad xy^3 \quad x^3y^2 \quad x^2y^3 \quad x^3y^3]$$



BÁZISFÜGGVÉNYEK

- **TELJES n -ED FOKÚ POLINOMOK:** MINDEN KOORDINÁTA IRÁNYBAN UGYANOLYAN KITEVŐJŰ TAGOK SZEREPELNEK BENNE.
- **HIÁNYOS POLINOMOK:** NEM KONFORM ELEMEEK
- **BÁZISFÜGGVÉNYEK CÉLJA:**
 1. GEOMETRIA LEÍRÁSA, LOKÁLIS ÉS GLOBÁLIS KOORDINÁTA-RENDSZER KÖZÖTTI KAPCSOLAT MEGADÁSA
 2. ELMOZDULÁSFÜGGVÉNYEK KÖZELÍTÉSE
- **IZOPARAMETRIKUS ELEMEEK:** MINDKÉT KÖZELÍTÉSRE UGYANAZOKAT A FÜGGVÉNYEKET HASZNÁLJUK
- **SZUBPARAMETRIKUS ELEMEEK :** A KOORDINÁTA LEÍRÁS ALACSONYABB FOKÚ
- **SZUPERPARAMETRIKUS ELEMEEK :** AZ ELMOZDULÁSFÜGGVÉNYEK KÖZELÍTÉSE ALACSONYABB FOKÚ