# Optimális szerkezettervezés

Dr. Pomezanski Vanda

1. **Gyakorlat:** Optimálási Feladatok, Lineáris Programozás, Szimplex módszer

# 1. Mintapélda

- A cég farmert és kabátot gyárt maximálisan napi tíz normaórában. A farmert egy óra alatt, két méter anyagból és két méter szegélyből, kétezer forintos darabárban készítik el. A kabátot két óra alatt, két méter anyagból, háromezer forintos darabárban készítik el. Naponta tizenkét méter anyag és nyolc méter szegély áll rendelkezésre. Hány nadrágot és kabátot gyártsanak, hogy a nyereség maximális legyen?

# 1. Mintapélda

- A cég farmert és kabátot gyárt maximálisan napi tíz normaórában.
- A farmert egy óra alatt, két méter anyagból és két méter szegélyből, kétezer forintos darabárban készítik el.
- A kabátot két óra alatt, két méter anyagból, háromezer forintos darabárban készítik el.
- Naponta tizenkét méter anyag és nyolc méter szegély áll rendelkezésre.
- Hány nadrágot és kabátot gyártsanak, hogy a nyereség maximális legyen?

$x_N$ nadrágok száma/nap
$x_K$ kabátok száma/nap

# 1. Mintapélda

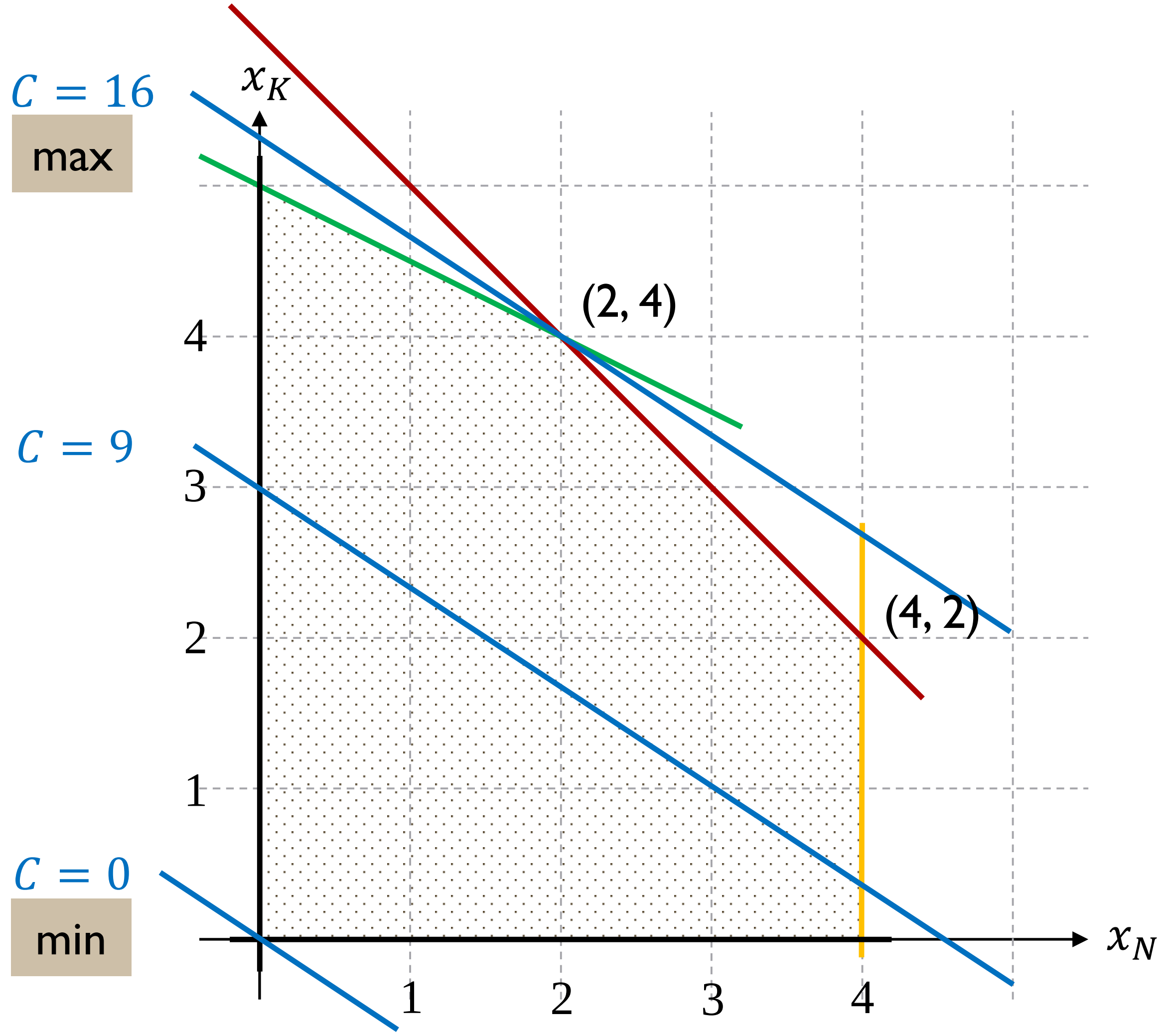
- A cég farmert és kabátot gyárt maximálisan napi tíz normaórában.
- A farmert egy óra alatt, két méter anyagból és két méter szegélyből, kétezer forintos darabárban készítik el.
- A kabátot két óra alatt, két méter anyagból, háromezer forintos darabárban készítik el.
- Naponta tizenkét méter anyag és nyolc méter szegély áll rendelkezésre.
- Hány nadrágot és kabátot gyártsanak, hogy a nyereség maximális legyen?

# 1. Mintapélda

- $x_N + 2x_K \leq 10$ ⟹ $x_K \leq 5 - \frac{x_N}{2}$
- $2x_N + 2x_K \leq 12$ ⟹ $x_K \leq 6 - x_N$
- $2x_N \leq 8$ ⟹ $x_N \leq 4$
- $2000x_N + 3000x_K = max!$ ⟹ $2x_N + 3x_K = C$
- És tudjuk, hogy,
- **C** egy konstans szám
- $x_N \geq 0$
- $x_K \geq 0$

# 1. Mintapélda
# Megoldás grafikusan

- $x_K \leq 5 - \frac{x_N}{2}$
- $x_K \leq 6 - x_N$
- $x_N \leq 4$
- $2x_N + 3x_K = C$
- $x_N \geq 0$
- $x_K \geq 0$



# 1. Mintapélda
# Megoldás szimplex módszerrel

| $T_1$ | $x_N$ | $x_K$ | $b$ |
|---|---|---|---|
| $u_1$ | 1 | 2 | 10 |
| $u_2$ | 2 | 2 | 12 |
| $u_3$ | 2 | 0 | 8 |
| $-z$ | 2 | 3 | 0 |

min

- $x_N + 2x_K \leq 10$
- $2x_N + 2x_K \leq 12$
- $2x_N \leq 8$
- $2000x_N + 3000x_K = max!$

C

- És tudjuk, hogy,
- $x_N \geq 0$
- $x_K \geq 0$

# 1. Mintapélda
# Megoldás szimplex módszerrel

| $T_1$ | $x_N$ | $x_K$ | $b$ |
|---|---|---|---|
| $u_1$ | 1 | 2 | 10 |
| $u_2$ | 2 | 2 | 12 |
| $u_3$ | 2 | 0 | 8 |
| $-z$ | 2 | 3 | 0 |

- Az eljárást addig kell ismételni, amíg az alsó sorban minden szám negatív nem lesz.

# 1. Mintapélda
# Megoldás szimplex módszerrel

| $\boldsymbol{T_1}$ | $\boldsymbol{x_N}$ | $\boldsymbol{x_K}$ | $\boldsymbol{b}$ |
|---|---|---|---|
| $u_1$ | 1 | 2 | 10 |
| $u_2$ | 2 | 2 | 12 |
| $u_3$ | 2 | 0 | 8 |
| $-z$ | 2 | 3 | 0 |

- 1. lépés: generáló elem választása
  - Pozitív szám legyen (nem lehet az alsó sorból)!
  - A $b_i/x_i$ hányados a legkisebb legyen!

# 1. Mintapélda
# Megoldás szimplex módszerrel

| $T_1$ | $x_N$ | $x_K$ | | $b$ |
|---|---|---|---|---|
| $u_1$ | 1 | 2 | g.e. | 10 |
| $u_2$ | 2 | 2 | | 12 |
| $u_3$ | 2 | 0 | | 8 |
| $-z$ | 2 | 3 | | 0 |

- $x_K$ értéket választva :

| $x_K$ | | $b$ | $b_i/x_{Ki}$ | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | g.e. | 10 | 5 | min |
| 2 | | 12 | 6 | |
| 0 | | 8 | ∞ | |

$u_1$ és $x_k$ felcserélődik

g.e. reciproka

| $T_2$ | $x_N$ | $u_1$ | $b$ |
|---|---|---|---|
| $x_k$ | 1/2 | 1/2 | 10/2 |
| $u_2$ | | -2/2=-1 | |
| $u_3$ | | 0 | |
| $-z$ | | -3/2 | |

A sor többi eleme osztva a g.e.-el

Az oszlop többi eleme negatív előjellel és osztva a g.e.-el

# 1. Mintapélda
# Megoldás szimplex módszerrel

| $T_2$ | $x_N$ | $u_1$ | $b$ |
|---|---|---|---|
| $x_K$ | 1/2 | 1/2 | 10/2 |
| $u_2$ | 1 | -1 | 2 |
| $u_3$ | 2 | 0 | 8 |
| $-z$ | 1/2 | -3/2 | -15 |

- A táblázat többi elemét bázistranszformáció segítségével határozzuk meg:

| $u_{1i}/u_{1g.e.}$ |
|---|
| 1 |
| -2 |
| 0 |
| -3 |

Oszloponként haladva, az így kapott szorzószámokkal megszorozva $T_2$ g.e. sorában lévő elemét és hozzáadva $T_1$ vizsgált sorban lévő eleméhez kapjuk $T_2$ új értékeit.
Pl. az első oszlop:
-2·1/2+2=1
0·1/2+2=2
-3·1/2+2=1/2

# 1. Mintapélda
# Megoldás szimplex módszerrel

| $T_2$ | $x_N$ | | $u_1$ | $b$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_K$ | 1/2 | | 1/2 | 5 |
| $u_2$ | 1 | g.e. | -1 | 2 |
| $u_3$ | 2 | | 0 | 8 |
| $-z$ | 1/2 | | -3/2 | -15 |

- $x_N$ értéket választva :

| $x_N$ | | $b$ | $b_i/x_{Ki}$ | |
|---|---|---|---|---|
| 1/2 | | 5 | 10 | |
| 1 | g.e. | 2 | 2 | min |
| 2 | | 8 | 4 | |

| $T_3$ | $u_2$ | $u_1$ | $b$ |
|---|---|---|---|
| $x_K$ | -1/2 | 1 | 4 |
| $x_N$ | 1/1 | -1 | 2 |
| $u_3$ | -2 | 2 | 4 |
| $-z$ | -1/2 | -2/2 | -16 |

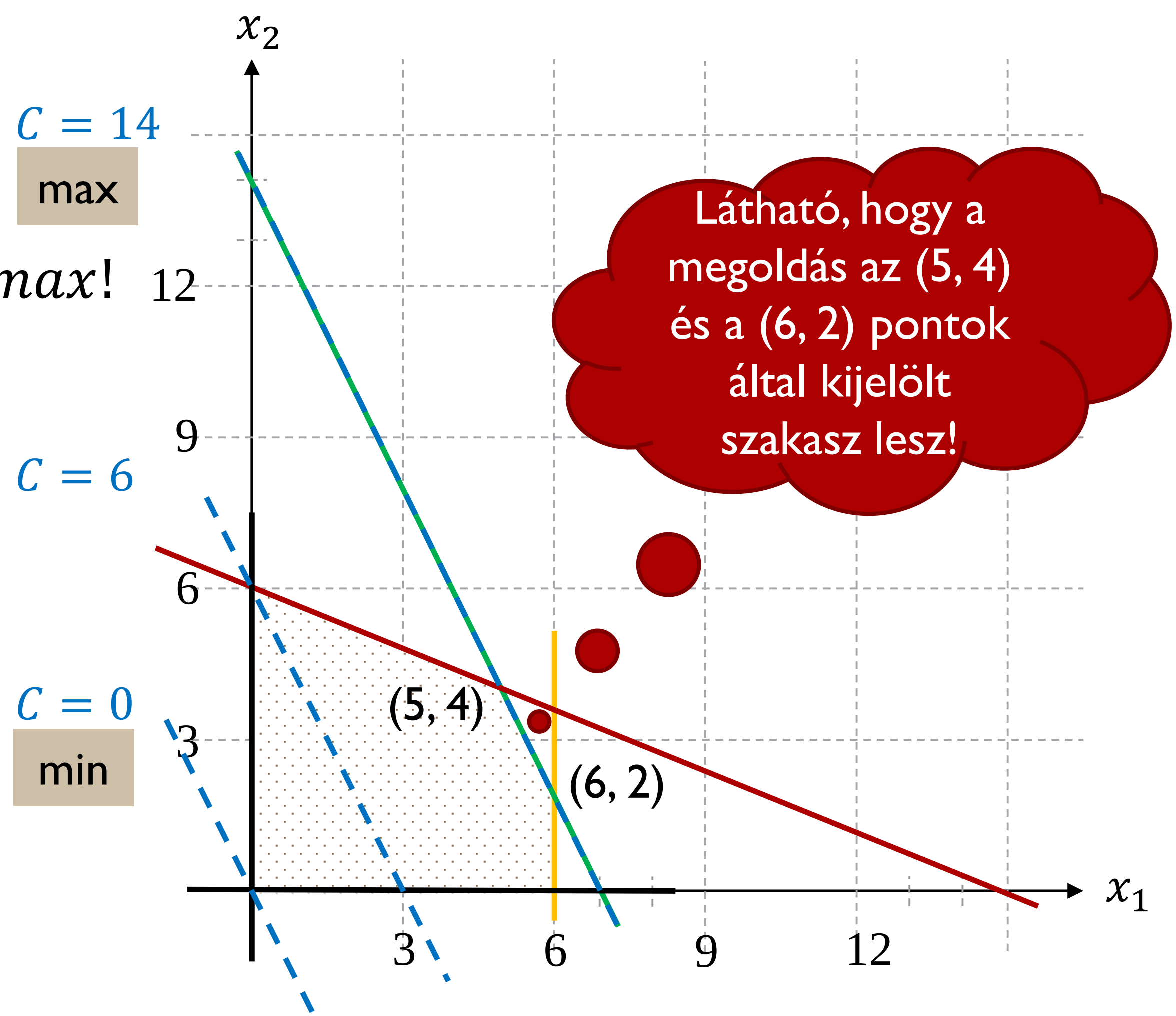
| $u_{2i}/u_{2g.e.}$ |
|---|
| -1/2 |
| 1 |
| -2 |
| -1/2 |

Az alsó sorban minden szám negatív, megkaptuk az eredményeket

# 2. Mintapélda

- $40x_1 + 20x_2 \leq 280$
- $20x_1 + 50x_2 \leq 300$
- $2x_1 \leq 12$
- $2000x_1 + 1000x_2 = max!$
- És $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

- Egyszerűsítés után:
- $\boxed{2x_1 + x_2} \leq 14$
- $2x_1 + 5x_2 \leq 30$
- $x_1 \leq 6$
- $\boxed{2x_1 + x_2} = C$
- És $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$



# 2. Mintapélda
# Megoldás szimplex módszerrel

- $2x_1 + x_2 \leq 14$
- $2x_1 + 5x_2 \leq 30$
- $x_1 \leq 6$
- $2x_1 + x_2 = C$
- És $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

| $T_1$ | $x_1$ | $x_2$ | $b$ | $b_i/x_{1i}$ |
|---|---|---|---|---|
| $u_1$ | 2 | 1 | 14 | 7 |
| $u_2$ | 2 | 5 | 30 | 15 |
| $u_3$ | 1 g.e. | 0 | 6 | 6 min |
| $-z$ | 2 | 1 | 0 | |

| $T_2$ | $u_3$ | $x_2$ | $b$ | $u_{3i}/u_{3g.e.}$ | $b_i/x_{2i}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $u_1$ | -2 | 1 g.e. | 2 | -2 | 2 min |
| $u_2$ | -2 | 5 | 18 | -2 | 3,6 |
| $x_1$ | 1 | 0 | 6 | 1 | ∞ |
| $-z$ | -2 | 1 | -12 | -2 | |

# 2. Mintapélda
# Megoldás szimplex módszerrel

| $T_3$ | $u_3$ | $u_1$ | $b$ | $u_{1i}/u_{1g.e.}$ | $b_i/u_{3i}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x_2$ | -2 | 1 | 2 | 1 | --- |
| $u_2$ | 8 g.e. | -5 | 8 | -5 | 1 min |
| $x_1$ | 1 | 0 | 6 | 0 | 6 |
| $-z$ | 0 | -1 | -14 | -1 | |

| $T_4$ | $u_2$ | $u_1$ | $b$ | $u_{2i}/u_{2g.e.}$ | $b_i/x_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x_2$ | 2/8 | -1/4 | 4 | 2 | |
| $u_3$ | 1/8 | -5/8 | 1 | 1 | |
| $x_1$ | -1/8 | 5/8 | 5 | -1 | |
| $-z$ | 0 | -1 | -14 | 0 | |

Az alsó sor nem változott, tehát befejeztük a számítást!

# Irodalom

- Digitális tankönyvtár, Matematikai példatár 7. Lineáris Algebra II. https://dtk.tankonyvtar.hu/bitstream/handle/123456789/8032/0027_MAT7.pdf?sequence=1&isAllowed=y