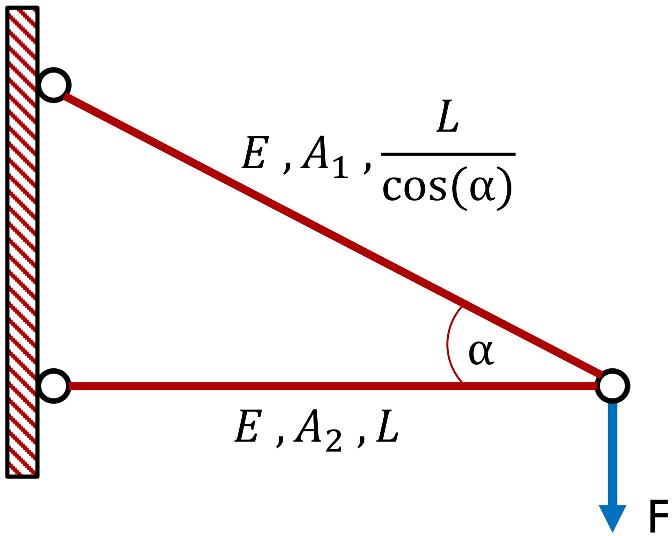
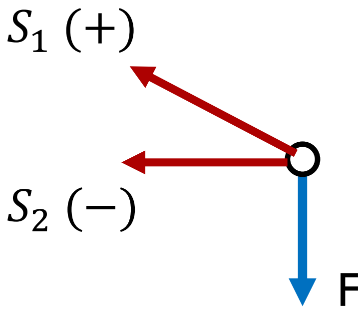
Optimális szerkezettervezés
Dr. Pomezanski Vanda

2. Gyakorlat: Két rúdból álló rácsos tartószerkezet minimális súlyra való tervezése feszültségkorlát esetén

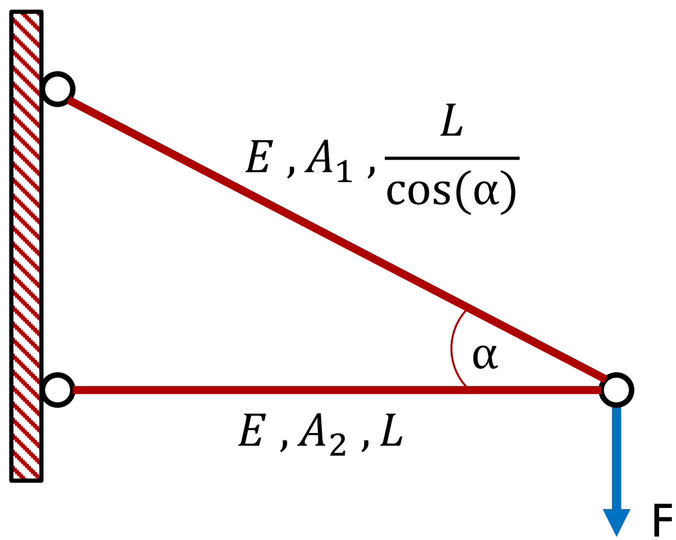
1. Példa: Két rúdból álló rácsos tartó minimális súlyra való tervezése feszültségkorlát esetén





- $S_1\ (+)$, húzott, így elegendő σ_H.
- $S_2\ (-)$, nyomott így σ_H mellett az Euler-féle kihajlási korlátot σ_{EH} is figyelembe vesszük.

1. Példa: Két rúdból álló rácsos tartó minimális súlyra való tervezése feszültségkorlát esetén

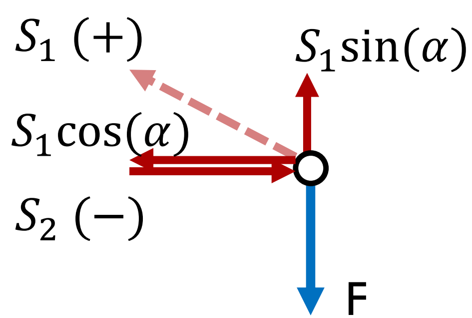


- **Célfüggvény:** súlyminimum
- $\rho L\left(\frac{A_1}{\cos(\alpha)}+A_2\right)=Min!$

- **Feltételek:**
  - Egyenlőségi feltételek:
  - $\sum F_{ix}: -S_1\cos(\alpha)-S_2=0$
  - $\sum F_{iy}: -S_1\sin(\alpha)+F=0$
  - Egyenlőtlenségi feltételek:
    (feszültségek abszolút értékben)
  - $\sigma_1=\frac{S_1}{A_1}\le\sigma_H$
  - $\sigma_2=\frac{S_2}{A_2}\le Min(\sigma_H,\sigma_{EH})$
  - $A_1\ge 0$
  - $A_2\ge 0$

1. Példa: Két rúdból álló rácsos tartó minimális súlyra való tervezése feszültségkorlát esetén

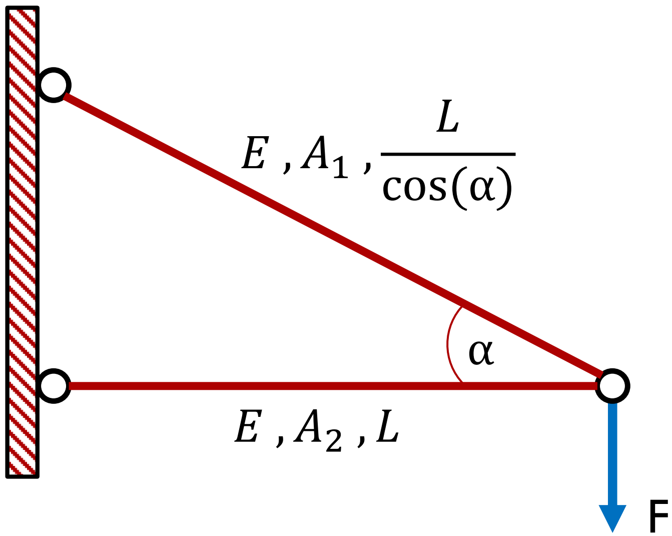
- A vetületi egyenletekből:
  - $S_1 = \frac{F}{\sin(\alpha)}\ (+)$
  - $S_2 = S_1 \cos(\alpha) = F\text{ctg}(\alpha)(-)$



- Ezt behelyettesítve az egyenlőtlenségi feltételekbe:
  - $A_1 \geq \frac{F}{\sin(\alpha)\sigma_H}$
  - $A_2 \geq Max\left(\frac{F\ \text{ctg}(\alpha)}{\sigma_H}, \frac{F\ \text{ctg}(\alpha)}{\sigma_{EH}}\right)$

- $\sigma_{EH} = \frac{E\pi^2 i^2}{L^2}$

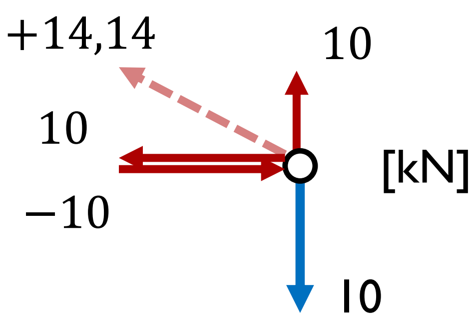
1. Példa: Két rúdból álló rácsos tartó minimális súlyra való tervezése feszültségkorlát esetén



- Kör keresztmetszet:
- $i^2 = \frac{I}{A} = \frac{r^4\pi}{4\,r^2\pi} = \frac{r^2}{4}$
- $\sigma_{EH} = \frac{E\pi^2 i^2}{L^2} = \frac{E r^2\pi^2}{4\,L^2} = \frac{EA\pi}{4\,L^2}$

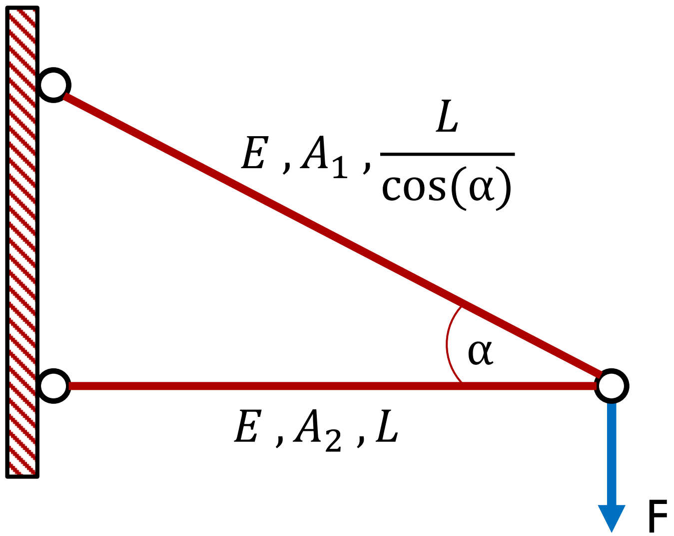
- $L = 100$ cm
- $\alpha = 45°$
- $E = 21000\ \mathrm{kN/cm^2}$
- $\sigma_H = 24\,\mathrm{kN/cm^2}$
- $F = 10$ kN

1. Példa: Két rúdból álló rácsos tartó minimális súlyra való tervezése feszültségkorlát esetén



- $A_1 \geq \frac{S_1}{\sigma_H} = \frac{14{,}14}{24} = 0{,}589\ \mathrm{cm}^2$
- $A_2 \geq \frac{S_2}{\sigma_H} = \frac{10}{24} = 0{,}417\ \mathrm{cm}^2$
- $\frac{S_2}{A_2} \leq \sigma_{EH} = \frac{21000 A_2 \pi}{4 \cdot 100^2}$
- Innen:
- ${A_2}^2 \geq \frac{10 \cdot 4 \cdot 100^2}{21000\pi} = 2{,}462^2\ {\mathrm{cm}^2}^2$

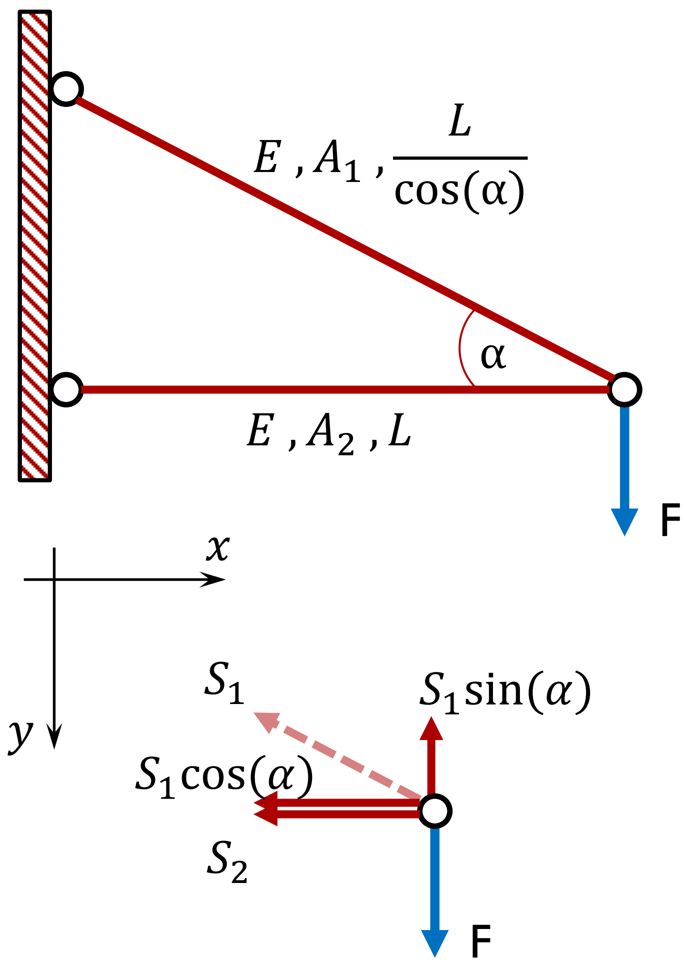
1. Példa: Két rúdból álló rácsos tartó minimális súlyra való tervezése feszültségkorlát esetén



- $A_1\sqrt{2} + A_2 = Min!$
- $A_1 \geq 0{,}589$
- $A_2 \geq 0{,}417$
- $A_2 \geq 2{,}462$

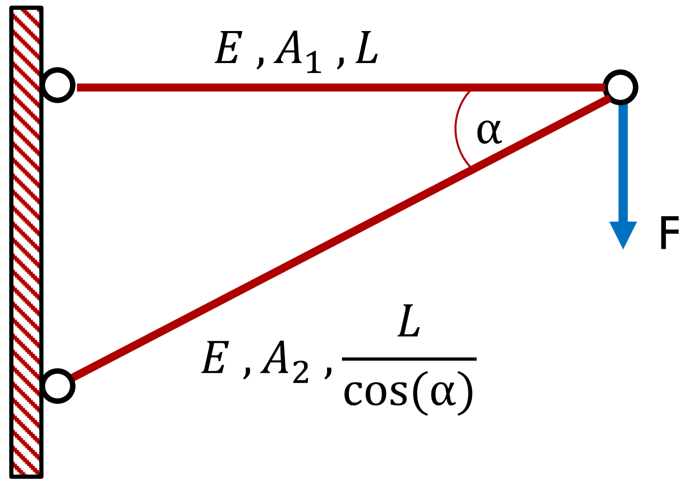
- $L = 100\ \mathrm{cm}$
- $\alpha = 45°$
- $E = 21000\ \mathrm{kN/cm^2}$
- $\sigma_H = 24\ \mathrm{kN/cm^2}$
- $F = 10\ \mathrm{kN}$

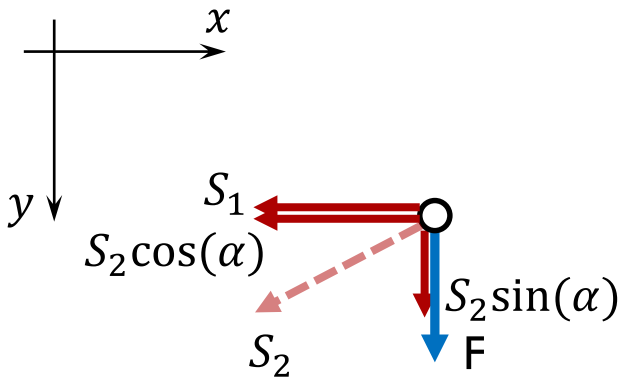
1. Példa: Mátrixegyenlettel



- $\mathbf{Gs} + \mathbf{q} = \mathbf{0}$
- $\begin{bmatrix} -\cos(\alpha) & -1 \\ -\sin(\alpha) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
- $\mathbf{s} = -\mathbf{G}^{-1}\mathbf{q}$
- Egyenlőségi feltételek:
- $\sum F_{ix}: -S_1 \cos(\alpha) - S_2 = 0$
- $\sum F_{iy}: -S_1 \sin(\alpha) + F = 0$

2. Példa: Két rúdból álló rácsos tartó minimális súlyra való tervezése feszültségkorlát esetén





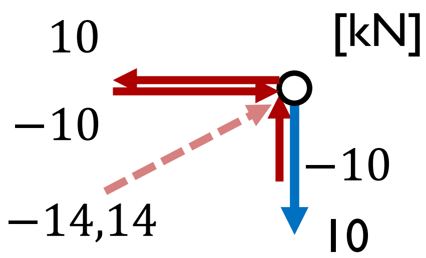
- $L = 100$ cm
- $\alpha = 45°$
- $E = 21000\ \mathrm{kN/cm^2}$
- $\sigma_H = 24\,\mathrm{kN/cm^2}$
- $F = 10$ kN

- $\mathbf{Gs} + \mathbf{q} = \mathbf{0}$
- $\begin{bmatrix} -1 & -\cos(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

- Célfüggvény:

$$cf = \left(\frac{A_2}{\cos(\alpha)} + A_1 \right) = Min!$$

2. Példa: Két rúdból álló rácsos tartó minimális súlyra való tervezése feszültségkorlát esetén



- $A_1 \geq \frac{S_1}{\sigma_H} = \frac{10}{24} = 0{,}417\ \text{cm}^2$
- $A_2 \geq \frac{S_2}{\sigma_H} = \frac{14{,}14}{24} = 0{,}589\ \text{cm}^2$
- $\frac{S_2}{A_2} \leq \sigma_{EH} = \frac{21000 A_2 \pi}{4 \cdot (100\sqrt{2})^2}$
- Innen:
- ${A_2}^2 \geq \frac{14{,}14 \cdot 4 \cdot (100\sqrt{2})^2}{21000\pi} =$

  $4{,}141^2\ {\text{cm}^2}^2$
- $cf = 6{,}273\ \text{cm}^2$