Alátámasztás optimális helyének meghatározása egyszerű tartószerkezetek esetén. Triviális és különleges megoldások.

5. hét: Támasz optimálás

Támasz optimálás fontossága

- Egy szerkezet vagy szerkezeti elem tervezési feladatának célja általában a szükséges és elégséges minimális keresztmetszeti terület meghatározása a minimális szerkezeti súly elérésének érdekében.
- Minden más, az alak, a megtámasztások típusai és helyei, a szerkezetre ható terhek adottak, előre meghatározottak.
- A számítások azért történnek, hogy igazolják az előre kiválasztott szerkezetek, szerkezeti elemek terhelhetőségét.
  - Amennyiben a számítás eredményei nem megfelelőek, a keresztmetszeti méreteket módosítjuk, a számításokat megismételjük. A tervezés ily módon egy iterációs eljárás lesz, melyet a mérnöki gyakorlat és tapasztalat vezérel.
- Ez a módszer nem foglalkozik azzal, hogy a megtámasztás típusa vagy helye milyen hatással van a szerkezet erőjátékára, hogyan befolyásolja a teherbíró képességet és ez által a szerkezet súlyát.

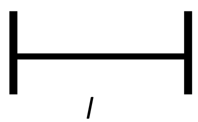
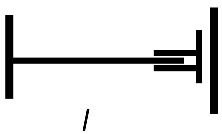
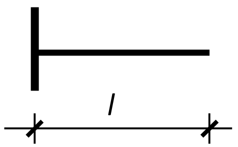
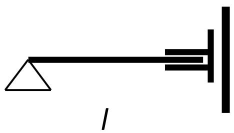
E :tanulmány célja:

- Megmutatni, hogy egy alátámasztás optimális helyének megválasztása hogyan befolyásolja egy konzolos kéttámaszú tartó erőjátékát.
- Bemutatni a lehetséges triviális és szélsőséges megoldásokat, a kedvező célfüggvény megválasztásának menetét és kapott megoldásokat.

A témában végzett kutatások és eredményeik: (GÉPÉSZET'98 konferencia, BME)

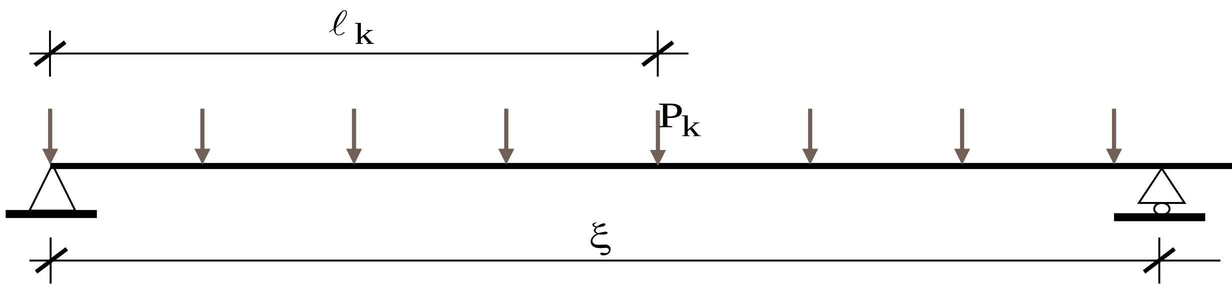
- Gerendatartók variációs megoldása
  - Lehetséges megtámasztási típusok
  - Optimális helymeghatározások
- Az analitikus vizsgálatokat rugalmas vonal differenciálegyenletének segítségével végeztem el.
- A numerikus vizsgálatokat egy szekvenciális kvadratikus nemlineáris algoritmus és végeselemes modellezés segítségével végeztem.

Peremfeltételek meghatározása egy két végén megtámasztott gerendatartó esetében

1.	2.	3.	4.	5.	6.
					
A lehajlási függvény területe *l*=10m:					
26.042	**52.083**	**130.208**	**234.375**	**442.708**	**1484.38**
Középpont lehajlása *l*=10m:					
5.208	**9.115**	**20.833**	**26.042**	**41.667**	**166.667**

Az eredmények alapján megérthető, hogy a numerikus számítások eredményei miért tesznek lágy rugókat minden lehetséges pontba és mozgástípusra.

A görgős megtámasztás mozgatása



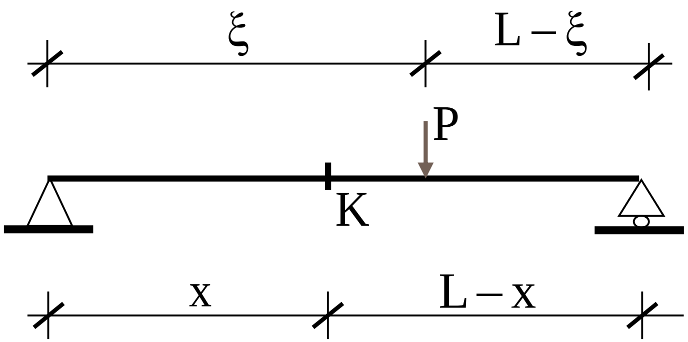
- A terhek egységnyi koncentrált erők
- A csuklós megtámasztás az x=0 pontban rögzített
- A görgős megtámasztás a (0,ℓ] tartományon mozoghat

$$\xi = \frac{\sum_{k=1}^{n} P_k \ell_k}{\sum_{k=1}^{n} P_k}$$

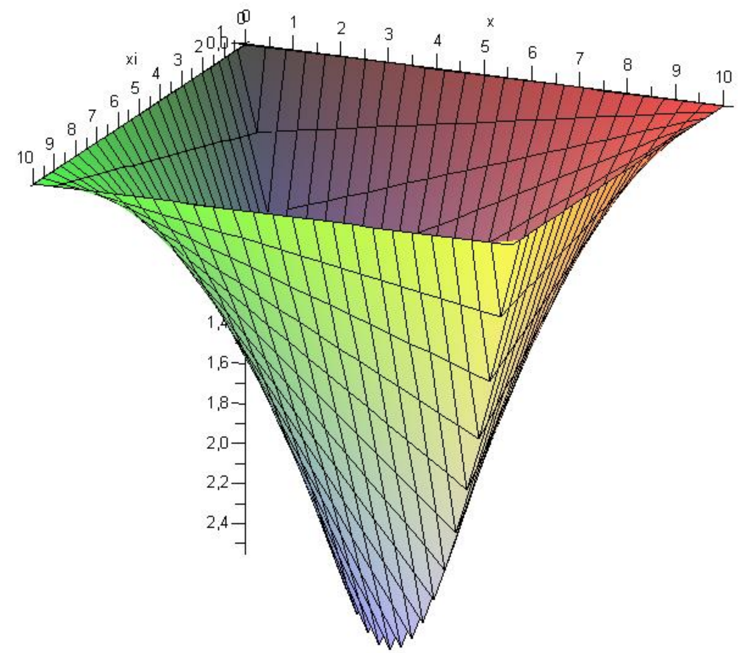
- Triviális megoldás: Mérleg elv.

  Tegyük a görgőt az eredő tehererő alá. Ekkor a csuklós alátámasztásra nincs szükség.

P1: Maximális nyomaték egy koncentrált erő hatására

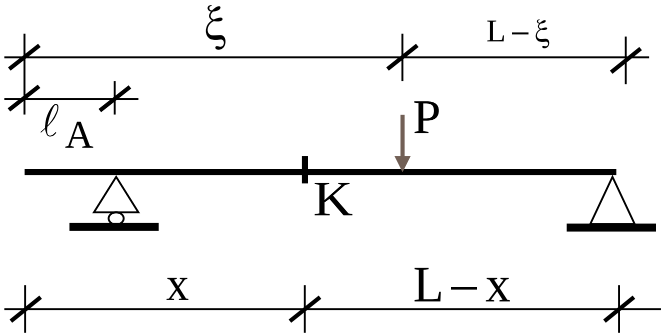


$$M_K(x,\xi) = \begin{cases} \xi \le x & P\xi\left(1-\dfrac{x}{L}\right) \\ x < \xi & Px\left(1-\dfrac{\xi}{L}\right) \end{cases}$$

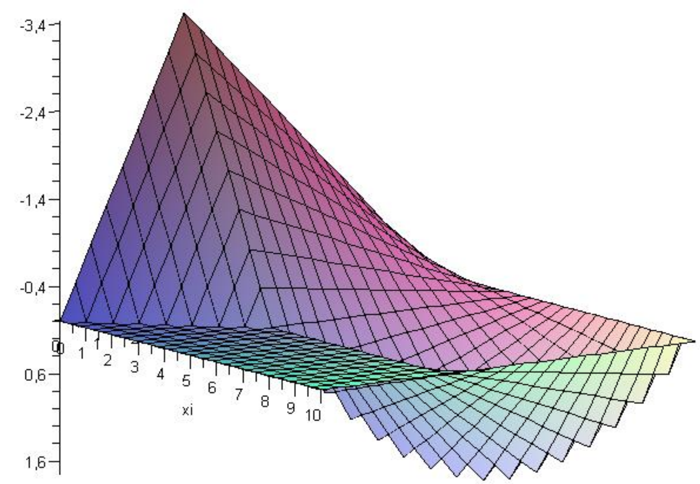


- Maximális nyomatékot kapunk: x=ξ=L/2
- Az ábrában L=10 és P=1

P2: Koncentrál tehererő mozgó alátámasztással



ℓ_A=L/3

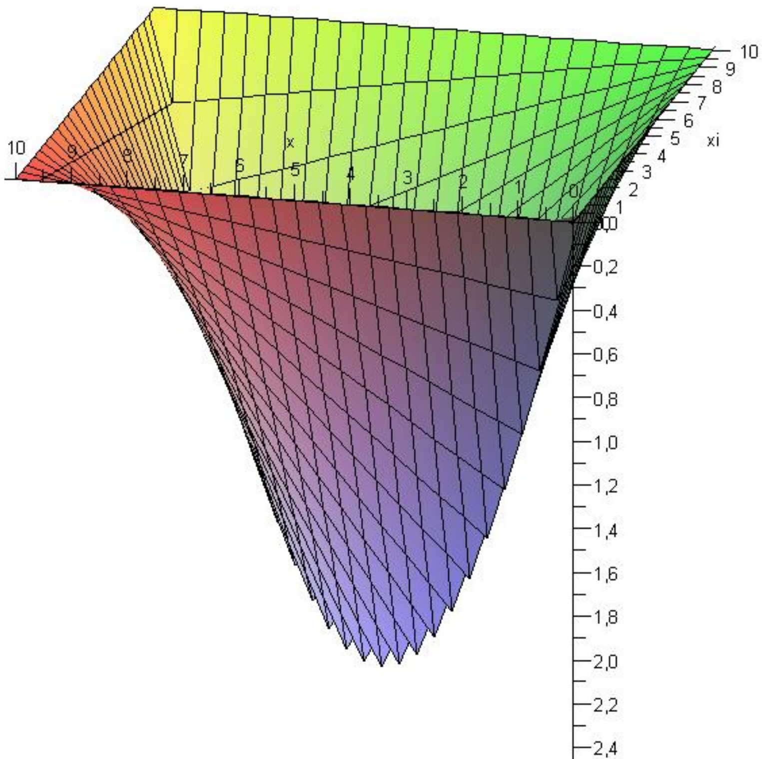


$$M_K(x,\xi,\ell_A)=\begin{cases} \xi \le x \le \ell_A & -P(x-\xi) \\ \xi,\ell_A \le x & -P(x-\xi)+\dfrac{P(L-\xi)}{L-\ell_A}(x-\ell_A) \\ \ell_A \le x \le \xi & \dfrac{P(L-\xi)}{L-\ell_A}(x-\ell_A) \\ x \le \xi,\ell_A & 0 \end{cases}$$

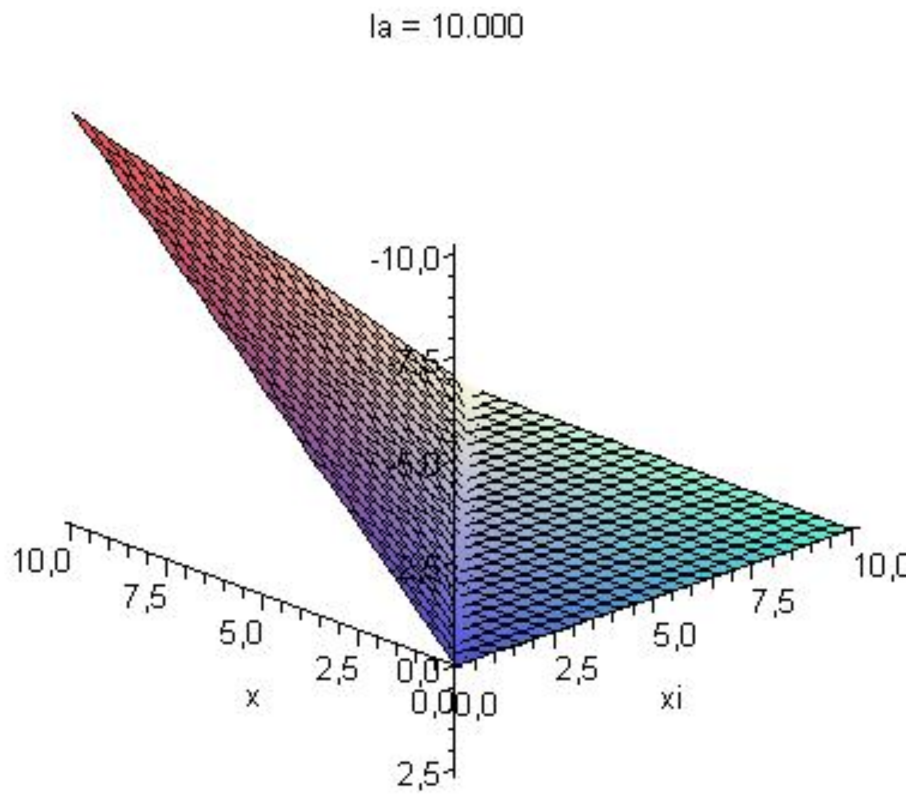
- A maximum helye x=ξ=(L-ℓ_A)/2
- A minimum helye x=ℓ_A és ξ=0

P2: Szélsőségei

$\ell_A=0 \;\; => \;\; M^{+}_{max}$

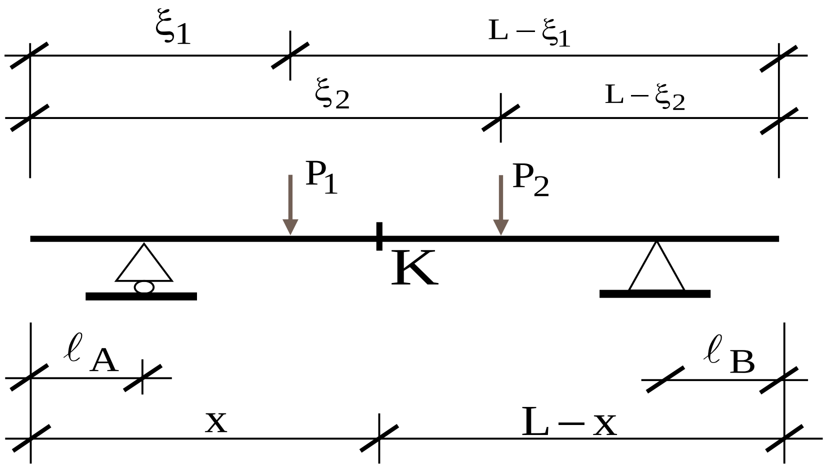


$\ell_A=L \text{ and } \xi=0 \;\; => \;\; M^{-}_{max}$



- A maximum egy sima kéttámaszú tartó
- A minimum egy konzoltartó

P3: Két koncentrál erő és két mozgó támaszpont



M^+_{max} ha

- $\xi_1=\xi_2=x=L/2$ és $\ell_A=\ell_B=0$

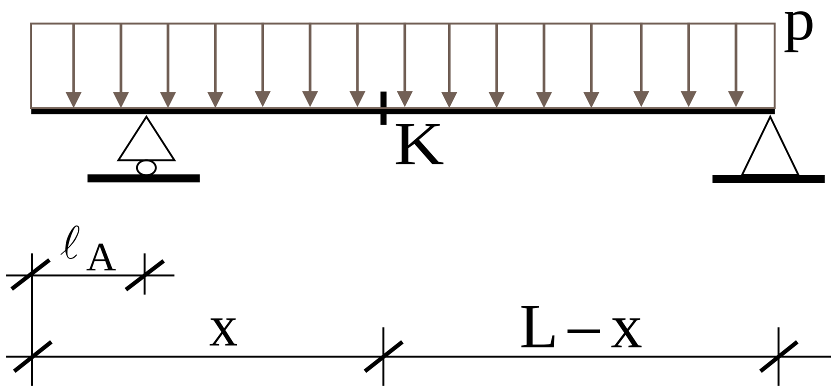
M^-_{max} ha

- $\xi_1=\xi_2=0$ és $\ell_A=x=L$ és $\ell_B=0$
- $\xi_1=\xi_2=L$ és $\ell_A=x=0$ és $\ell_B=L$

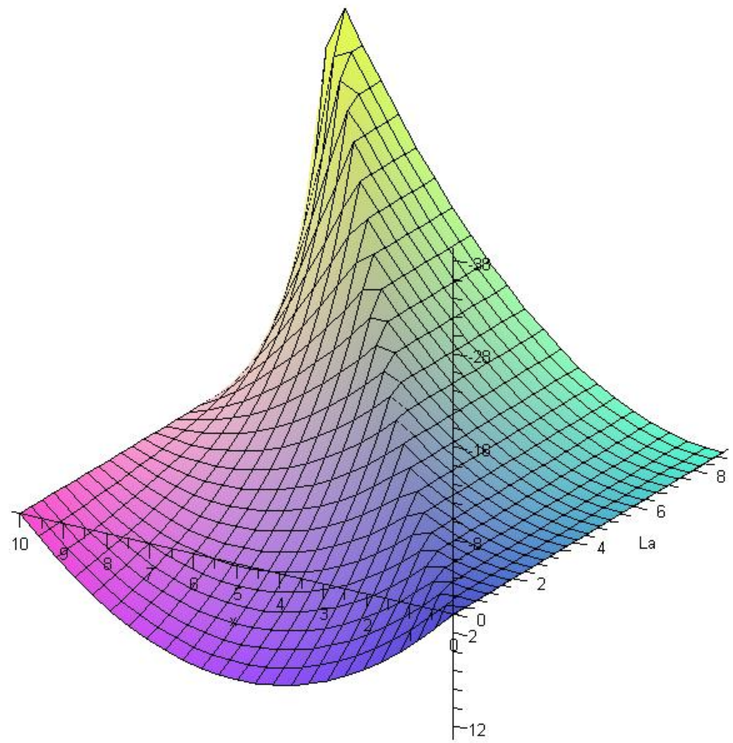
Ha $\xi_1\neq\xi_2$ egyik sem L vagy 0

- M^+_{max} ha $\ell_A=\ell_B=0$
- M^-_{max} függ P_1, P_2 és ξ_1, ξ_2-től

P4: Megoszló teher és mozgó alátámasztás



$$M_K(x,\ell_A)=\begin{cases} x<\ell_A & -\dfrac{px^2}{2} \\ \ell_A \le x & \dfrac{p}{2}\left(L^2\dfrac{x-\ell_A}{L-\ell_A}-x^2\right) \end{cases}$$



- A maximum egy sima kéttámaszú tartó
- A minimum egy konzoltartó

P4: Más megoldások

$\int M(x)dx=0$: $\ell_A=L/3$

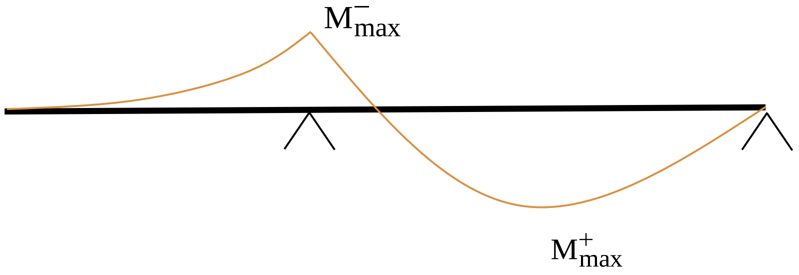
- $M^+_{max}=+pL^2/32=0.03125pL^2$
- $M^-_{max}=-pL^2/18=0.05556pL^2$

$M^+_{max}=M^-_{max}$: $\ell_A=0.7071L$

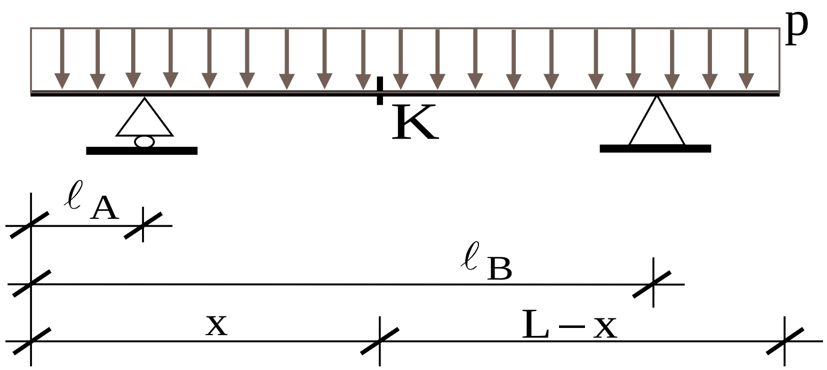
- $M^+_{max}=+0.25pL^2$
- $M^-_{max}=-0.25pL^2$

$M^+_{max}=M^-_{max}$: $\ell_A=0.2929L$

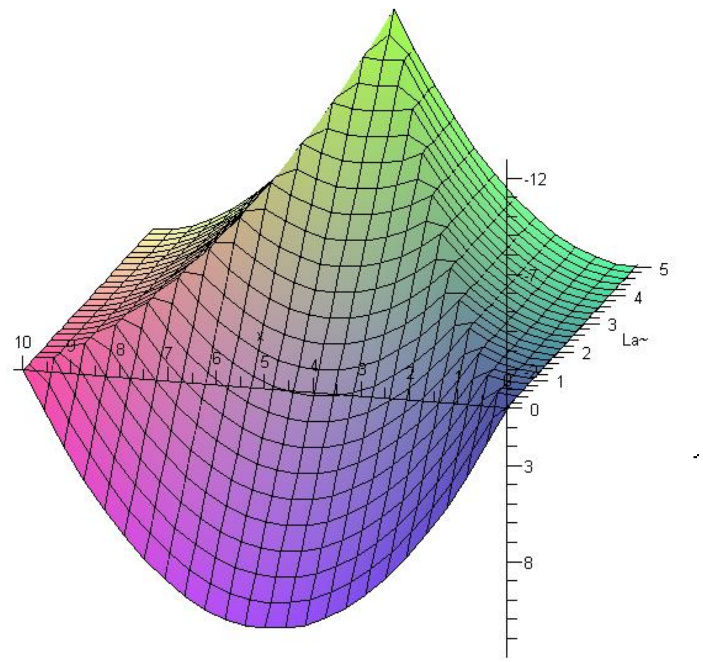
- $M^+_{max}=+0.04289pL^2$
- $M^-_{max}=-0.04289pL^2$



P5: Megoszló teher két mozgó támaszponttal



Szimmetria: $\ell_B = L - \ell_A$



$$M_K(x,\ell_A,\ell_B)=\begin{cases} x<\ell_A & -\dfrac{px^2}{2} \\ \ell_A \le x \le \ell_B & -\dfrac{px^2}{2}+pL\dfrac{\left(\ell_B-\dfrac{L}{2}\right)(x-\ell_A)}{\ell_B-\ell_A} \\ \ell_A<\ell_B\le x & -\dfrac{p(L-x)^2}{2} \end{cases}$$

- A maximum egy sima kéttámaszú tartó
- A minimum egy konzoltartó

P5: Más megoldások

$\int M(x)dx=0$ szimmetrikus:

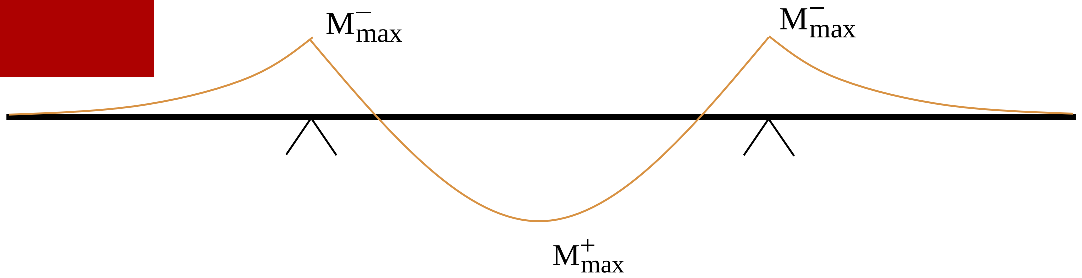
$\ell_A=0.2113L$

- $M^+_{max}=+0.01934pL^2$
- $M^-_{max}=-0.02233pL^2$

$M^+_{max}=M^-_{max}$ szimmetrikus:

$\ell_A=0.2071L$

- $M^+_{max}=+0.02145pL^2$
- $M^-_{max}=-0.02145pL^2$



Összefoglalás

- Megállapítható, hogy egyszerű, két végén megtámasztott kéttámaszú tartó esetén célszerű a terhet és a nyomatéki pontot együtt mozgatni.

- Konzolos kéttámaszú tartó esetében, amikor a egyik támasza tartó egyik végében rögzített, míg a másik a tartó teljes hosszában mozoghat mind a triviális, mind a szélsőséges megoldások előállíthatóak:
  - Egy koncentrált erő,
  - Két koncentrált erő és
  - Megoszló teher esetén is.

- A megoszló teherrel terhelt kéttámaszú tartó speciális megoldásokat is ad:
  - Egy mozgó támaszpont és
  - Két mozgó támaszpont esetében is.

Irodalom

- Pomezanski V.; Vásárhelyi A.; Chevallier, D.: „Analysis of Boundary Conditions of Structural Elements", in Molnár K., Ziaja Gy., Vörös G. (Editors), *Gépészet '98. Proceedings of First Conference on Mechanical Engineering*, Springer Hungarica, 1998. Vol. 1. pp. 221-230.
- Pomezanski V.: „Analysis of Boundary Conditions of Structural Elements", in *Technical Report for CERMICS-ENPC*, Champs-sur-Marne MARNE-LA-VALLÉE, France, Aug. 1997.