

# Acélszerkezetek (I.)

## 6. előadás

### Nyírt és hajlított gerendák vizsgálata

Szabó Imre Gábor

Pécsi Tudományegyetem Műszaki és Informatikai Kar

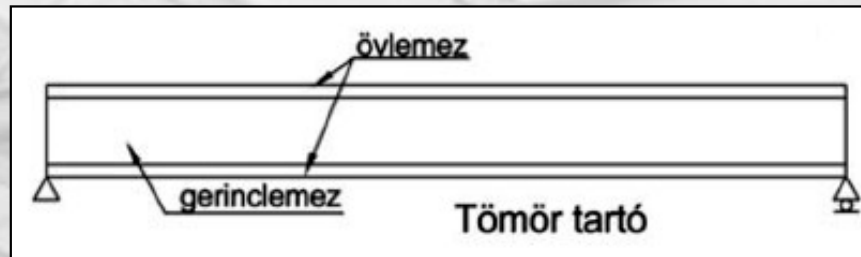
Építőmérnök Tanszék



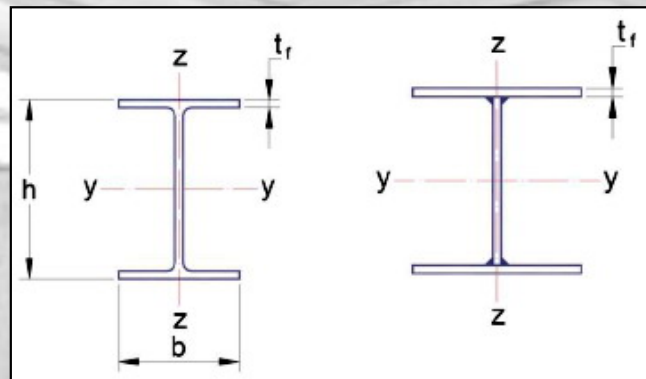
# 1. Grendatartók

A hajlított gerendatartók készülhetnek:

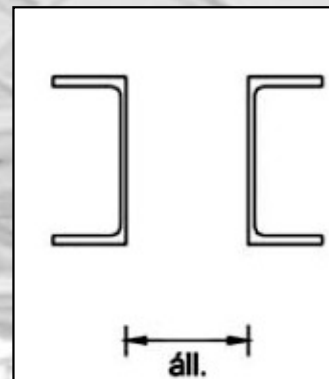
- melegen hengerelt szelvényekből (pl. I szelvény, U szelvény),
- hidegen alakított szelvényekből (vékonyfalú szelvényekből, kis terhelésű tartók, pl. szelemenek),
- gerinclemezes tartóból (acéllemezekből hegesztett I szelvény).



1. ábra. Tömör tartó kialakítása [Grün 2013]



2. ábra. Hengerelt és hegesztett I szelvény keresztmetszete [Grün 2013]



3. ábra. Hengerelt U szelvény keresztmetszete [Grün 2013]



## 2. Nyírt keresztmetszetek ellenállása

A keresztmetszet nyírási ellenállását a következő képlet alapján lehet meghatározni:

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}$$

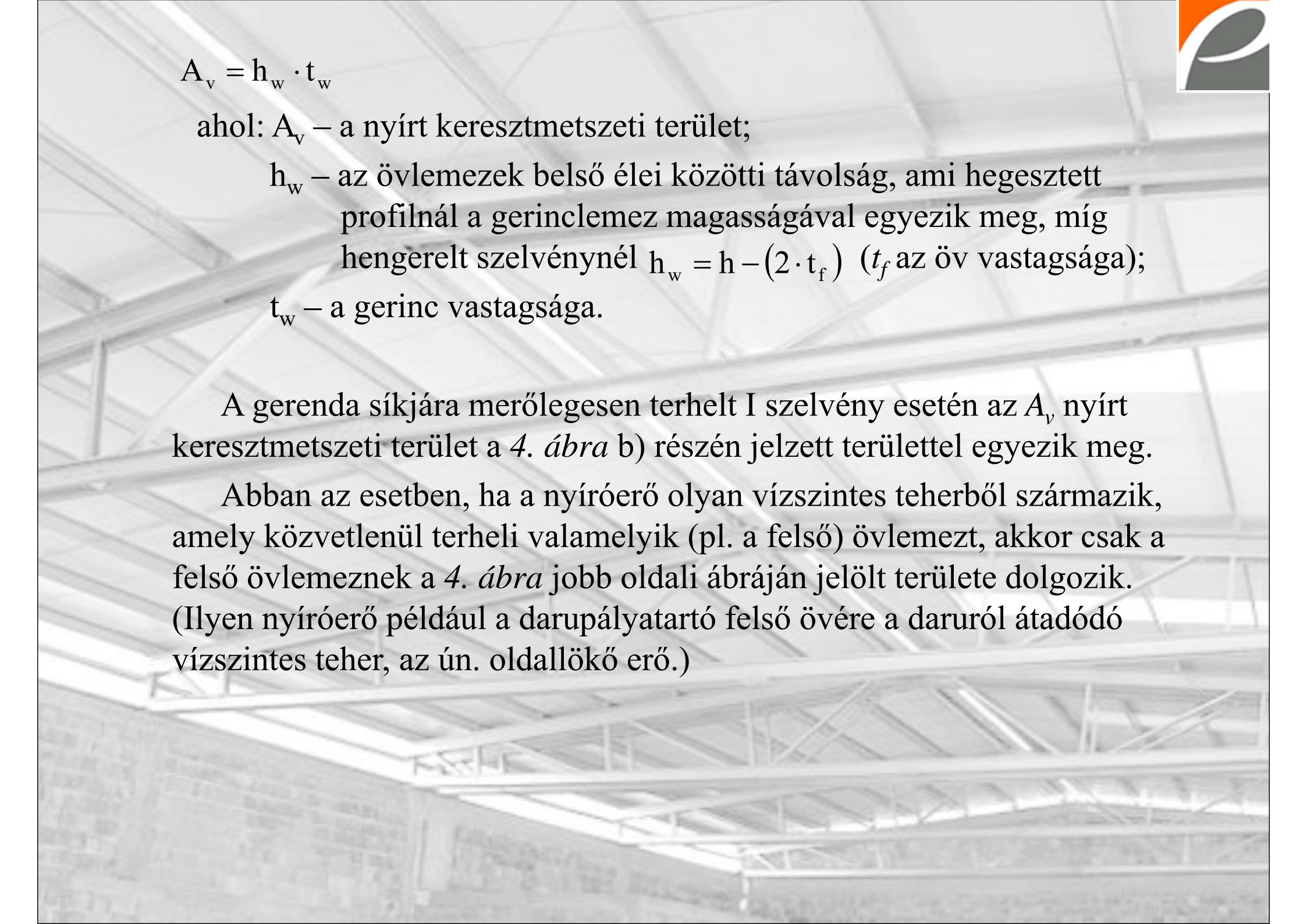
ahol:  $V_{pl,Rd}$  – a keresztmetszet nyírási ellenállása;

$A_v$  – a nyírt keresztmetszeti terület;

$f_y$  – az anyag folyáshatár értéke;

$\gamma_{M0}$  – parciális tényező keresztmetszeti osztályokra (értéke 1,00).

A gerenda síkjában terhelt I szelvény esetén az  $A_v$  nyírt keresztmetszeti terület felvehető a gerinclemez területére, vagy pontosabban a 4. ábra a) részén jelzett területre.


$$A_v = h_w \cdot t_w$$

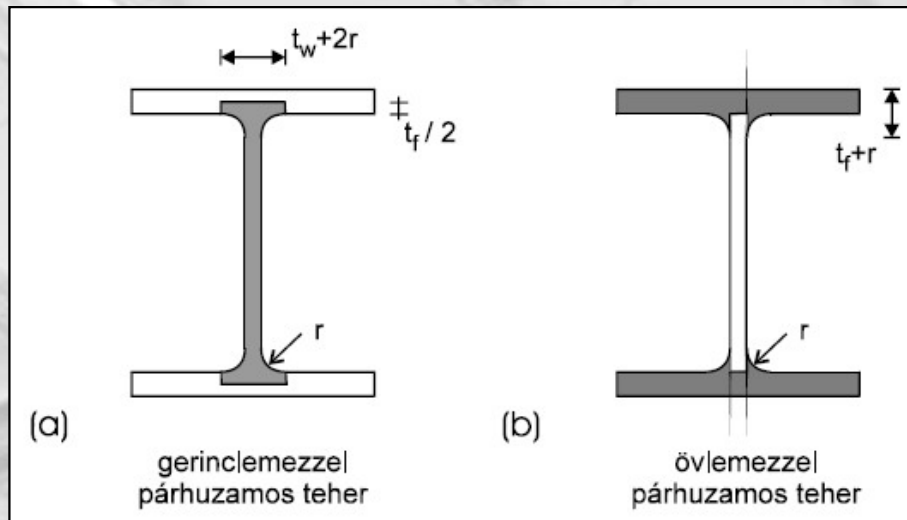
ahol:  $A_v$  – a nyírt keresztmetszeti terület;

$h_w$  – az övlemezek belső élei közötti távolság, ami hegesztett profinnál a gerinclemez magasságával egyezik meg, míg hengerelt szelvénynél  $h_w = h - (2 \cdot t_f)$  ( $t_f$  az öv vastagsága);

$t_w$  – a gerinc vastagsága.

A gerenda síkjára merőlegesen terhelt I szelvény esetén az  $A_v$  nyírt keresztmetszeti terület a 4. ábra b) részén jelzett területtel egyezik meg.

Abban az esetben, ha a nyíróerő olyan vízszintes teherből származik, amely közvetlenül terheli valamelyik (pl. a felső) övlemezt, akkor csak a felső övlemezeknek a 4. ábra jobb oldali ábráján jelölt területe dolgozik. (Ilyen nyíróerő például a darupályatartó felső övére a daruról átadódó vízszintes teher, az ún. oldallökő erő.)



4. ábra. A nyírt keresztmetszeti terület gerinclemezzel párhuzamosan terhelt és övlemezzel párhuzamosan terhelt hengerelt I szelvényre [Dunai, Horváth 2007]

Hegesztett keresztmetszetek esetén a nyírt keresztmetszeti terület a gerinclemez, illetve az övlemez(ek) területére kell felvenni, a hengerelt eset elve alapján.

Különböző kialakítású szelvények nyírt keresztmetszeti területének számítását mutatja az *1. táblázat*:

| Keresztmetszet formája                | Előállítási mód | Nyíróerő iránya               | $A_v$   |
|---------------------------------------|-----------------|-------------------------------|---|
| I és H profilok                       | hengerelt       | gerinccel párhuzamos          | $A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + 2 \cdot r) \cdot t_f$ |
| U és C profilok                       | hengerelt       | gerinccel párhuzamos          | $A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + r) \cdot t_f$         |
| T profilok                            | hengerelt       | gerinccel párhuzamos          | $0,9 \cdot (A - b \cdot t_f)$                           |
| I, H és zártszelvények                | hegesztett      | gerinccel párhuzamos          | $\sum (h_w \cdot t_w)$                                  |
| I, H, U, C és zártszelvények          | hegesztett      | övvel párhuzamos              | $A - \sum (h_w \cdot t_w)$                              |
| Négyszög keresztmetszetű zártszelvény | hengerelt       | a „h” magassággal párhuzamos  | $\frac{A \cdot h}{b + h}$                               |
| Négyszög keresztmetszetű zártszelvény | hengerelt       | a „b” szélességgel párhuzamos | $\frac{A \cdot b}{b + h}$                               |
| Kör keresztmetszetű zártszelvény, cső | bármely         | bármely                       | $\frac{2 \cdot A}{\pi}$                                 |

1. táblázat. Nyírt keresztmetszeti terület számítása [Ádány 2007]



### 3. Hajlított keresztmetszetek ellenállása

Az alább szereplő számítások feltétele, hogy a hajlítás síkja egybeesik a keresztmetszet valamely szimmetriasíkjával, tehát az igénybevétel egyenes hajlítás.

#### 3.1 A keresztmetszet hajlítási ellenállásának számítása, ha csavarlyukak nem gyengítik a keresztmetszetet

1. és 2. keresztmetszeti osztály esetén:

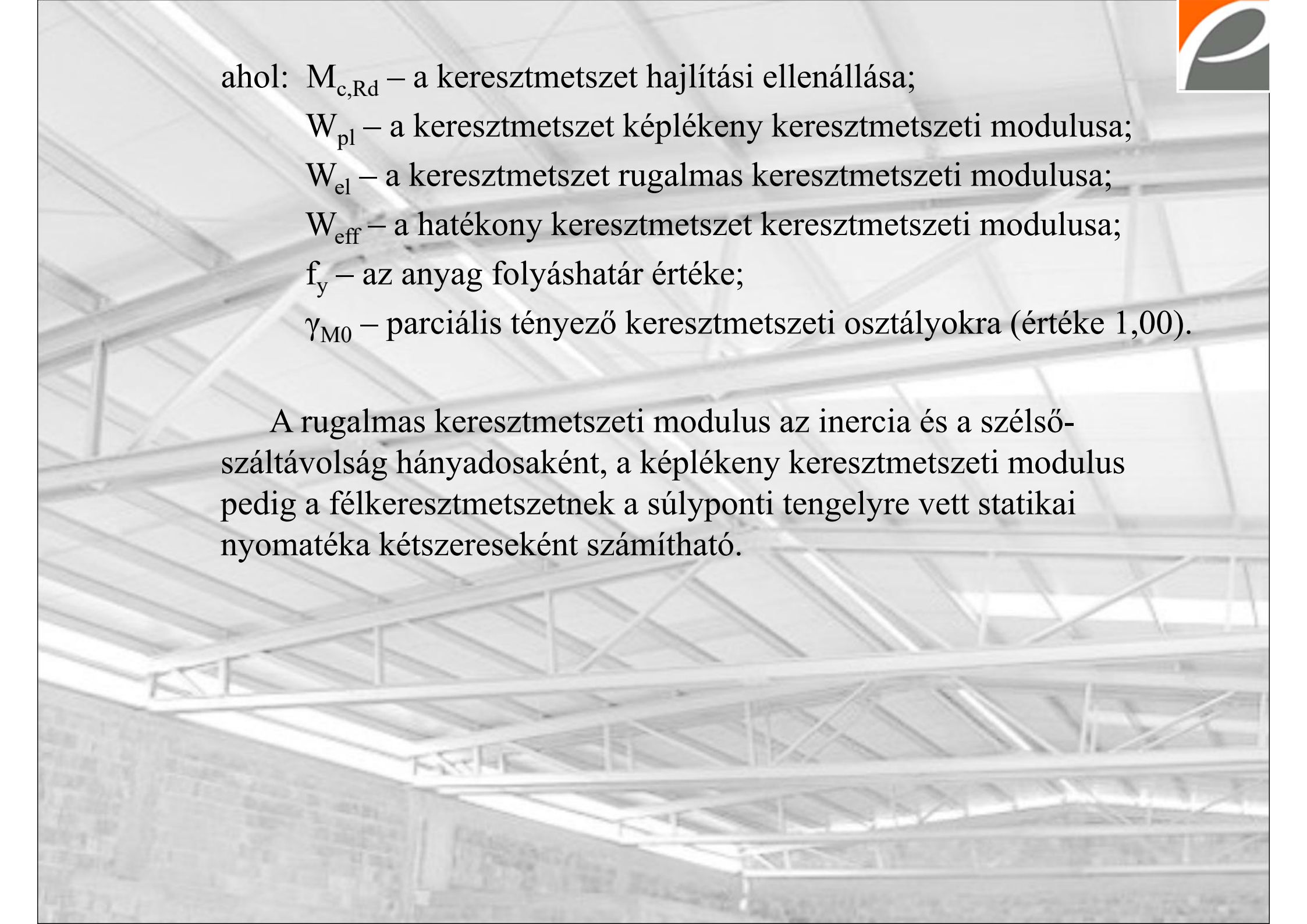
$$M_{c,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

3. keresztmetszeti osztály esetén:

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{el} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

4. keresztmetszeti osztály esetén:

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{eff} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$



ahol:  $M_{c,Rd}$  – a keresztmetszet hajlítási ellenállása;  
 $W_{pl}$  – a keresztmetszet képlékeny keresztmetszeti modulusa;  
 $W_{el}$  – a keresztmetszet rugalmas keresztmetszeti modulusa;  
 $W_{eff}$  – a hatékony keresztmetszet keresztmetszeti modulusa;  
 $f_y$  – az anyag folyáshatár értéke;  
 $\gamma_{M0}$  – parciális tényező keresztmetszeti osztályokra (értéke 1,00).

A rugalmas keresztmetszeti modulus az inercia és a szélsőszáltávolság hányadosaként, a képlékeny keresztmetszeti modulus pedig a félkeresztmetszetnek a súlyponti tengelyre vett statikai nyomatéka kétszereseként számítható.



### 3.2 Ha a keresztmetszet húzott zónáját csavarlyukak gyengítik akkor a gyengítés hatása figyelmen kívül hagyható, ha teljesül a következő feltétel:

$$0,9 \cdot \frac{A_{\text{net}}}{A} \geq \frac{f_y}{f_u} \cdot \frac{\gamma_{M2}}{\gamma_{M0}}$$

ahol:  $A_{\text{net}}$  – a gyengített keresztmetszeti felület;

$A$  – a keresztmetszet teljes felülete;

$f_y$  – az anyag folyáshatár értéke;

$f_u$  – az anyag szakítószilárdsága;

$\gamma_{M2}$  – a képlékeny töréshez tartozó biztonsági tényező (értéke 1,25);

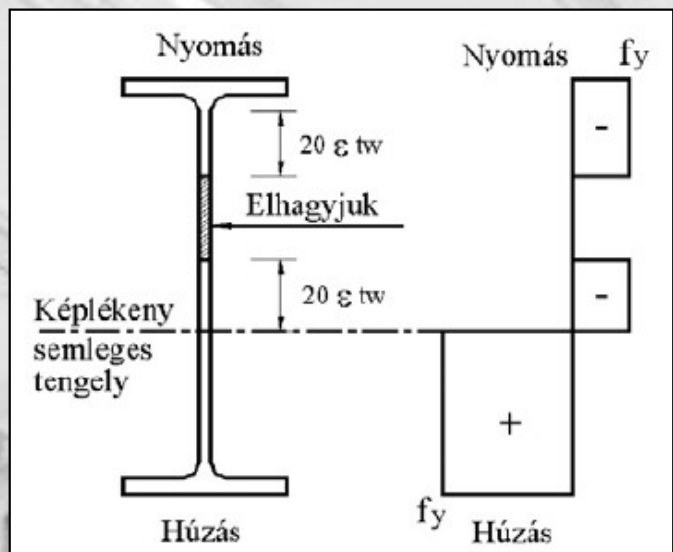
$\gamma_{M0}$  – parciális tényező keresztmetszeti osztályokra (értéke 1,00).

A húzási ellenállás szempontjából a korlátozatlan folyás határállapota a mértékadó a képlékeny töréssel szemben. Ha ez a feltétel nem teljesül, akkor a húzott zóna  $A$  területét (célszerű az övlemez szélességének csökkentésével) képzeletben úgy csökkentjük, hogy a feltétel teljesüljön.

### 3.3 A nyomott zónában lévő csavarlyukak nem befolyásolják a hajlítási ellenállás nagyságát

Ennek feltétele azonban, hogy a furatokban csavar helyezkedik el, és nem túlméretes vagy hasítéklyukról van szó.

Lehetőség van arra, hogy az 1. vagy 2. osztályú övvel és 3. osztályú gerinccel rendelkező keresztmetszetet hajlításra 2. osztályúként vizsgáljuk (szemben a korábban tanultakkal, mely szerint a keresztmetszet ilyenkor 3. osztályú lenne). Ilyenkor azonban a gerinclemezt nem szabad teljes egészében figyelembe venni, hanem csak oly módon, hogy a gerinclemez nyomott szakaszában alul-felül egy-egy  $20 \cdot \varepsilon \cdot t_w$  szélességű csonkot képezünk, és a gerinc nyomott szakaszának maradék részét elhagyjuk. (A húzott rész változatlanul teljes hatékonysággal működik.)



5. ábra. A helyettesítő 2. osztályú keresztmetszet felvétele az 1. vagy 2. osztályú övlemezzel és 3. osztályú gerinclemezzel rendelkező szelvény vizsgálatához [Dunai, Horváth 2007]

Mintapélda: AGYU: 3.5 Példa



## 4. Összetett igénybevétellel terhelt keresztmetszetek

### 4.1 Hajlítás és nyírás

A hajlítás és nyírás kölcsönhatását akkor kell figyelembe venni, ha a működő nyíróerő meghaladja a keresztmetszet nyírási ellenállásának a felét:

$$V_{Ed} \geq 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$$

ahol:  $V_{Ed}$  – a működő nyíróerő;

$V_{pl,Rd}$  – a keresztmetszet nyírási ellenállása.

Egyéb esetben feltételezhető, hogy a felkeményedés ellensúlyozza a hatást (feltéve, hogy a nyírási horpadás miatt nem szükséges csökkenteni a nyomatéki ellenállást).



Ha a kölcsönhatást figyelembe kell venni, akkor kétszeresen szimmetrikus I és zárt szelvényekre, ha a szelvény 1. vagy 2. keresztmetszeti osztályba sorolandó a nyíróerő hatására a nyomatéki teherbírás a következő értékre csökken:

$$M_{V,Rd} = \left( W_{pl} - \frac{\rho \cdot A_v^2}{4 \cdot t_w} \right) \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{de} \quad M_{V,Rd} \leq M_{c,Rd}$$

ahol:  $M_{V,Rd}$  – a nyomatéki teherbírás;

$W_{pl}$  – a keresztmetszet képlékeny keresztmetszeti modulusa;

$\rho$  – csökkentő tényező;


$A_v$  – a nyírt keresztmetszeti terület;

$t_w$  – gerincvastagság;

$f_y$  – az anyag folyáshatár értéke;

$\gamma_{M0}$  – parciális tényező keresztmetszeti osztályokra (értéke 1,00);

$M_{c,Rd}$  – a keresztmetszet hajlítási ellenállása.


$$A_v = h_w \cdot t_w$$

ahol:  $A_v$  – a nyírt keresztmetszeti terület;

$h_w$  – a gerincmagasság;

$t_w$  – a gerincvastagság.

$$\rho = \left( \frac{2 \cdot V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$$

ahol:  $\rho$  – csökkentő tényező;

$V_{Ed}$  – a működő nyíróerő;

$V_{pl,Rd}$  – a keresztmetszet nyírási ellenállása.

Más keresztmetszetek és 3. keresztmetszeti osztály esetén a nyíróerő hatására lecsökkent nyomatéki ellenállást, úgy kell kiszámítani, hogy a keresztmetszet nyírt területén egy  $(1 - \rho) \cdot f_y$  csökkentett folyáshatárral számolunk.

## 4.2 Hajlítás és normálerő

A számítások arra az esetre vonatkoznak, ha a nyírás és a normál feszültségek kölcsönhatását figyelmen kívül hagyjuk.

### 1. és 2. keresztmetszeti osztály esetén:

Kétszeresen szimmetrikus I, H és más övlemezekkel rendelkező szelvények esetén feltételezhető, hogy a normálerő nem csökkenti az *y* irányú nyomatéki ellenállást, amennyiben a következő két feltétel teljesül:

$$N_{Ed} \leq 0,25 \cdot N_{pl,Rd}$$

$$N_{Ed} \leq \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$


ahol:  $N_{Ed}$  – normálerő;

$h_w$  – a gerincmagasság;

$t_w$  – gerincvastagság;

$f_y$  – az anyag folyáshatár értéke;

$\gamma_{M0}$  – parciális tényező keresztmetszeti osztályokra (értéke 1,00).



Hasonlóképpen kétszeresen szimmetrikus I, H szelvények esetén feltételezhető, hogy a normálerő nem csökkenti az  $z$  irányú nyomatéki ellenállást, amennyiben teljesül a következő feltétel:

$$N_{Ed} \leq \frac{h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

ahol:  $N_{Ed}$  – normálerő;

$h_w$  – a gerincmagasság;

$t_w$  – gerincvastagság;

$f_y$  – az anyag folyáshatár értéke;

$\gamma_{M0}$  – parciális tényező keresztmetszeti osztályokra (értéke 1,00).

Vezessük be a következő jelölést (a normálerő kihasználtsága):

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$$



| Keresztmetszettípus  | Hajlítás iránya | Csökkentett nyomatéki ellenállás   | segédmennyiség                            |
|--|-----------------|--|---|
| Kétszeresen szimmetrikus hengerelt és hegesztett I és H profilok | y tengely körül | $M_{Ny,Rd} = M_{pl,y,Rd} \cdot \frac{1-n}{1-0,5 \cdot a} \leq M_{pl,y,Rd}$                     | $a = \frac{A-2b \cdot t_f}{A} \leq 0.5$   |
|  | z tengely körül | $M_{Nz,Rd} = M_{pl,z,Rd} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{n-a}{l-a} \right)^2 \right]$ ha $n > a$ | $a = \frac{A-2b \cdot t_f}{A} \leq 0.5$   |
|  |                 | $M_{Nz,Rd} = M_{pl,z,Rd}$ ha $n \leq a$  |   |
| Hengerelt és kétszeresen szimmetrikus hegesztett zártszelvények  | y tengely körül | $M_{Ny,Rd} = M_{pl,y,Rd} \cdot \frac{1-n}{1-0,5 \cdot a_w} \leq M_{pl,y,Rd}$                   | $a_w = \frac{A-2b \cdot t_f}{A} \leq 0.5$ |
|  | z tengely körül | $M_{Nz,Rd} = M_{pl,z,Rd} \cdot \frac{1-n}{1-0,5 \cdot a_f} \leq M_{pl,z,Rd}$                   | $a_f = \frac{A-2h \cdot t_w}{A} \leq 0.5$ |

2. táblázat. Nyomatéki ellenállás csökkentése egytengelyű hajlítás és normálerő esetén [Ádány 2007]

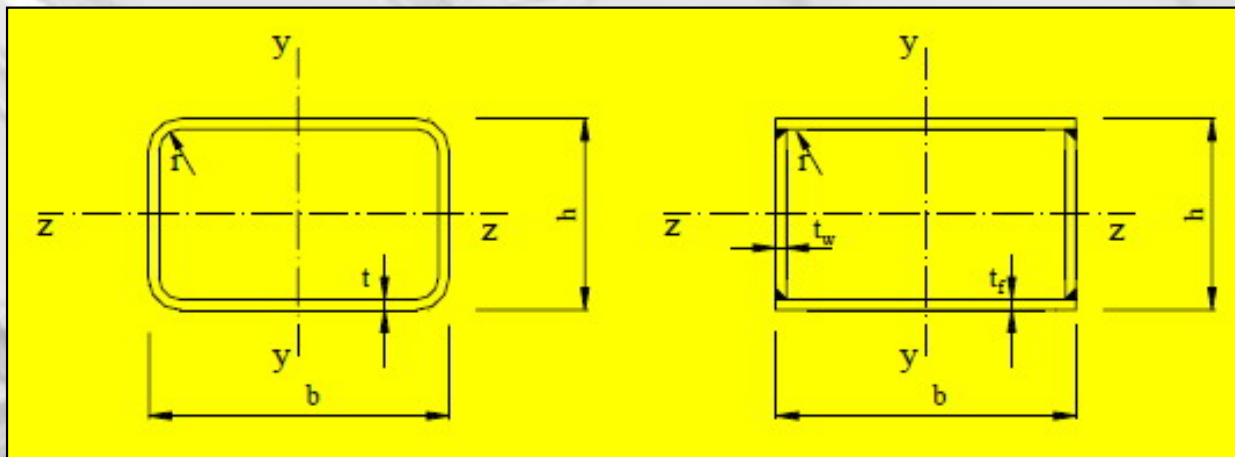
A 2. táblázatban szereplő jelölések:

b – zártszelvény teljes övszélessége;

h – zártszelvény teljes magassága.

Hengerelt zártszelvények esetén természetesen azonos a falvastagság:

$$t_w = t_f = t$$



6. ábra. Az előző számításokban szereplő jelölések [Dunai, Horváth 2007]

Amennyiben mindkét tengely körül működik hajlítás, akkor az ellenőrzést a következő képlettel kell elvégezni:

$$\left( \frac{M_{y,Ed}}{M_{Ny,Rd}} \right)^\alpha + \left( \frac{M_{z,Ed}}{M_{Nz,Rd}} \right)^\beta \leq 1$$

Ahol a nevezőben a normálerő hatásával csökkentett nyomatéki ellenállások vannak.

A képletben szereplő segédmennyiségeket a 3. táblázat adja.

| Keresztmetszet formája              | $\alpha$   | $\beta$  |
|-------------------------------------|--|--|
| bármely profil<br>(egyszerűsítés)   | $\alpha = 1$   | $\beta = 1$  |
| I és H profilok                     | $\alpha = 2$   | $\beta = 5n \text{ de } \beta \geq 1.0$                              |
| zártszelvények                      | $\alpha = \frac{1,66}{1 - 1,13 \cdot n^2} \text{ de } \alpha \leq 6,0$ | $\beta = \frac{1,66}{1 - 1,13 \cdot n^2} \text{ de } \beta \leq 6,0$ |
| kör keresztmetszetű<br>zártszelvény | $\alpha = 2$   | $\beta = 2$  |

3. táblázat.  $\alpha$  és  $\beta$  segédmenntiségek [Ádány 2007]

### 3. és 4. keresztmetszeti osztály esetén:

Meg kell határozni a hajlítás és normálerő együttes hatásából származó legnagyobb normálfeszültséget és ki kell mutatni, hogy:

$$\sigma_{x,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

ahol:  $\sigma_{x,Ed}$  – normálfeszültség;

$f_y$  – az anyag folyáshatár értéke;

$\gamma_{M0}$  – parciális tényező keresztmetszeti osztályokra (értéke 1,00).

## Egyszeresen szimmetrikus 4. keresztmetszeti osztály esetén:

Tekintetbe kell venni azt a hatást, hogy a normálerőre hatékony keresztmetszet és a teljes keresztmetszet súlypontja nem esik egybe, amiből többletnyomatékok keletkeznek. A következő képlettel számolható:

$$\frac{N_{Ed}}{A_{eff} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}}{W_{eff,y,min} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}}{W_{eff,z,min} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} \leq 1,0$$

ahol:  $N_{Ed}$  – normálerő;

$M_{y,Ed}$ ,  $M_{z,Ed}$  – nyomaték az y és z tengely körül;

$A_{eff}$  – a normálerőre hatékony keresztmetszet területe;

$W_{eff,min}$  – a megfelelő tengely körüli hajlításra hatékony keresztmetszetben ébredő legnagyobb feszültségű szélső szálhoz tartozó rugalmas keresztmetszeti modulus;

$e_N$  – a normálerőre hatékony keresztmetszet súlypontjának tengelyirányú eltolódásai a teljes keresztmetszet súlypontjához képest;



$f_y$  – a normálerőre hatékony keresztmetszet területe;

$\gamma_{M0}$  – parciális tényező keresztmetszeti osztályokra (értéke 1,00).

### 4.3 Hajlítás, nyírás és normálerő

A nyírás hatását csak akkor kell figyelembe venni, ha a nyíróerő meghaladja a következő feltételt:


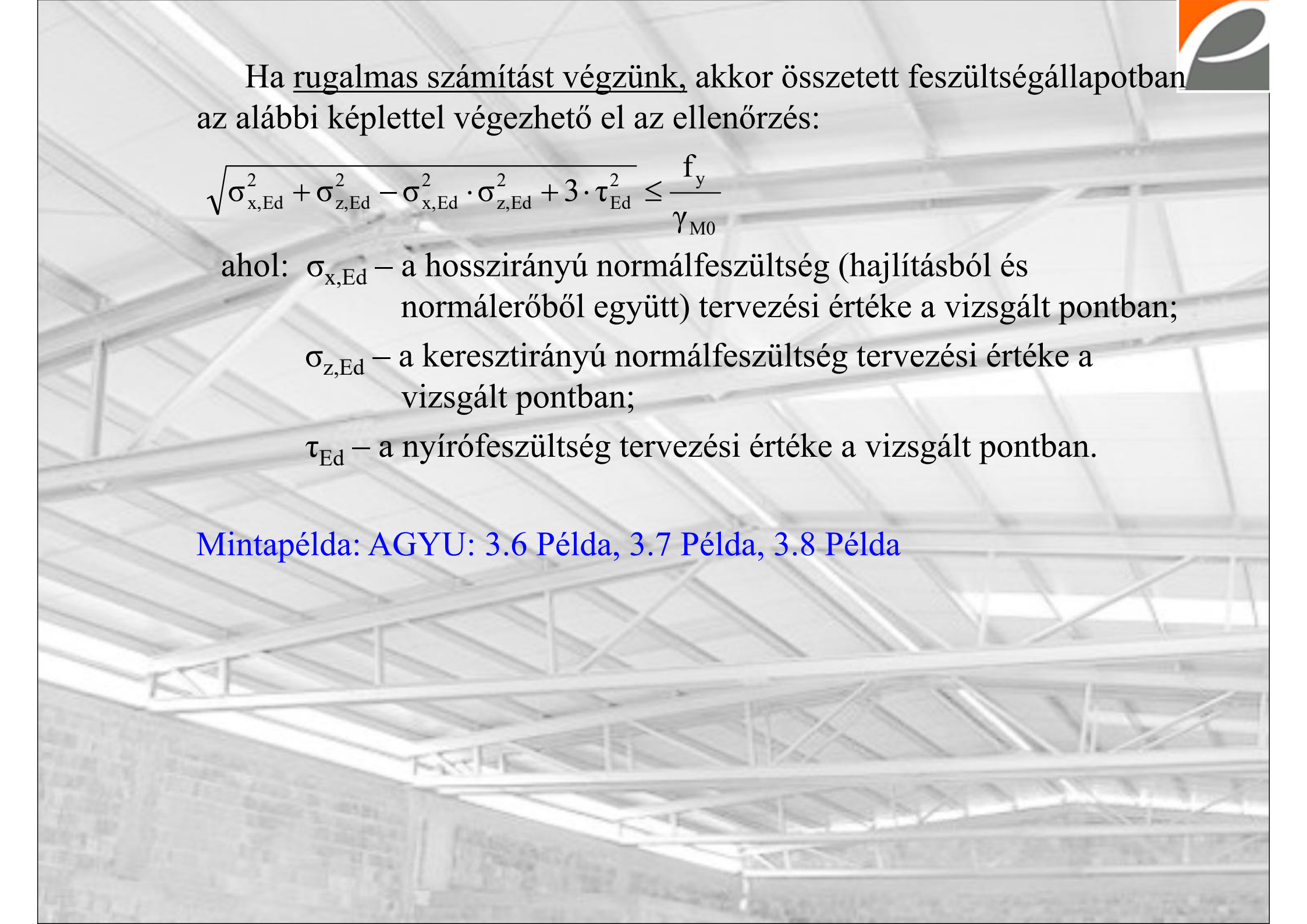
$$V_{Ed} \geq 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$$

ahol:  $V_{Ed}$  – a működő nyíróerő;

$V_{pl,Rd}$  – a keresztmetszet nyírási ellenállása.

Ekkor a következők szerint kell eljárni:

Képlékeny ellenőrzést végezve (1. és 2. keresztmetszeti osztály) a keresztmetszet nyírt területén egy csökkentett  $(1-\rho) \cdot f_y$  értékű folyáshatárt veszünk figyelembe és így határozzuk meg a keresztmetszet ellenállását normálerőre és hajlításra, majd a 4.2 pont szerint elvégezzük a normálerő és hajlítás kölcsönhatásának vizsgálatát.



Ha rugalmas számítást végzünk, akkor összetett feszültségállapotban az alábbi képlettel végezhető el az ellenőrzés:

$$\sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + \sigma_{z,Ed}^2 - \sigma_{x,Ed} \cdot \sigma_{z,Ed} + 3 \cdot \tau_{Ed}^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

ahol:  $\sigma_{x,Ed}$  – a hosszirányú normálfeszültség (hajlításból és normálerőből együtt) tervezési értéke a vizsgált pontban;

$\sigma_{z,Ed}$  – a keresztirányú normálfeszültség tervezési értéke a vizsgált pontban;

$\tau_{Ed}$  – a nyírófeszültség tervezési értéke a vizsgált pontban.

Mintapélda: AGYU: 3.6 Példa, 3.7 Példa, 3.8 Példa



## Felhasznált irodalom

**ÁDÁNY SÁNDOR, DULÁCSKA ENDRE, DUNAI LÁSZLÓ, FERNEZELYI SÁNDOR, HORVÁTH LÁSZLÓ:** *Acélszerkezetek. Tervezés az Eurocode alapján. Általános eljárások.* Budapest, 2007

**DUNAI LÁSZLÓ, HORVÁTH LÁSZLÓ, KOVÁCS NAUZIKA, VARGA GÉZA, VERŐCI BÉLA, VIGH L. GERGELY:** *Acélszerkezetek méretezése Eurocode 3 szerint, gyakorlati útmutató.* Budapest, 2007

**DUNAI LÁSZLÓ, HORVÁTH LÁSZLÓ, KOVÁCS NAUZIKA, VARGA GÉZA, VERŐCI BÉLA, VIGH L. GERGELY:** *Acélszerkezetek méretezése Eurocode 3 szerint, gyakorlati útmutató.* Budapest, 2009

**GRÜN TAMÁS:** *Acélszerkezetek II. Hajlított gerendák szerkezeti kialakítása.* Elektronikus jegyzet, Pécs, 2013