

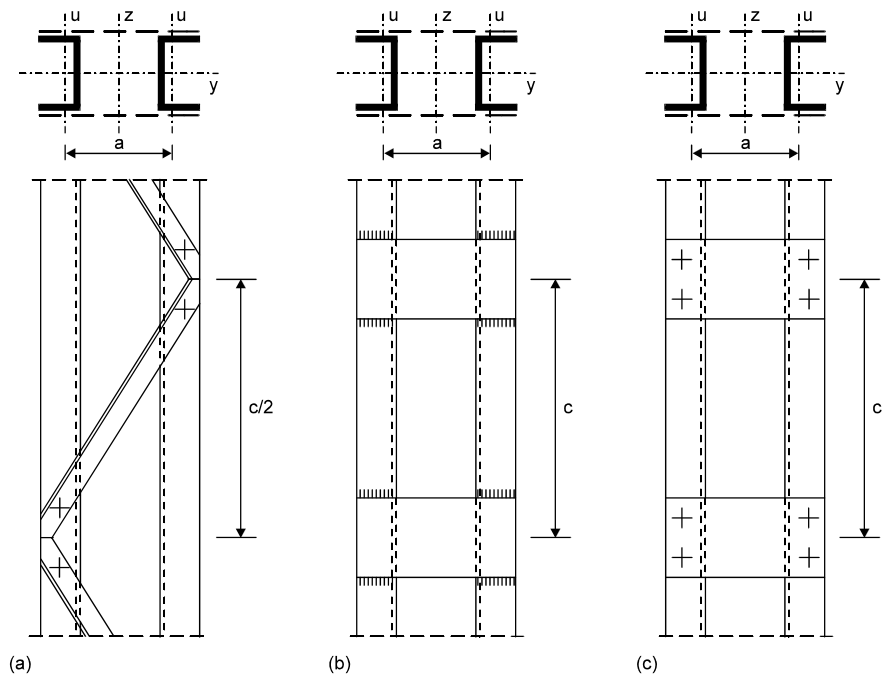
A.12. Osztott szelvényű rúdak

A.12.1. Bevezetés

A kihajlás során nemcsak hajlítónyomaték, hanem nyíróerő is fellép. E nyíróerő hatását elhanyagolva általában jelentéktelen hibát követünk el, de több részből hevederezés vagy rácsozás útján (A.12.1. ábra) összekapcsolt, illetve osztott szelvényű rúd esetében erősen a biztonság rovására tévedünk. Ez belátható abból, hogy a nyírás általában a hajlított tartók gerinclemezében jut szerephez; az osztott szelvényű rúdban éppen a gerinclemez hiányzik, illetve azt csak rácsozás vagy hevederezés pótolja, ezért nagy, nyírásból keletkező alakváltozásokra kell számítanunk.

Ennek a körülménynek a figyelembe nem vétele a XIX. században és a XX. század elején több katasztrófához vezetett [ENGESSER, 1907; FOERSTER, 1911], annak ellenére, hogy Engesser már felhívta a figyelmet a kérdésre [ENGESSER, 1891]. Az 1907-ben, a québeci Szt. Lőrinc-folyón átívelő, 534 m legnagyobb támaszközü híd szélső nyílásának szerelése közben bekövetkezett, 72 emberéletet követelő és mintegy 15 000 tonnányi acélananyag-veszteséget okozó katasztrófa (melynek oka egy osztott szelvényű övrúd kihajlása volt) azonban ráirányította a figyelmet erre a kérdésre. Az esemény nyomán számos kísérletet végeztek, amelyek közül külön kiemelendő a québeci híd újjáépítése előtt, az egyesült államokbeli Phoenix városában 1910 és 1913 között, folytacél és nikkelacél rudakkal végzett kísérletsorozat [MAYER, 1922]. A kísérleti programok és a közben végzett elméleti kutatások [ENGESSER, 1909; MÜLLER-BRESLAU, 1911; KROHN, 1911; KAYSER, 1911; BLEICH, 1924; TIMOSHENKO és GERE, 1961] tisztázták ezt a meglehetősen bonyolult problémát, amelyre abban az időben igen nagy szükség is volt, mert az osztott szelvényeket gazdaságosabbak miatt mind nagyobb előszeretettel alkalmazták. A hegesztés elterjedése ezt az irányzatot később megállította, és napjainkra ismét a tömör gerinclemezű rudak alkalmazása került előtérbe.

Általános alapelvként megemlítjük, hogy az osztott szelvényű rudaknál a tömör szelvényű rudakhoz képest sok új, bizonytalan tényező lép fel, ami megghiúsítja a pontos számítások egyezését a valósággal. Ezek közé a

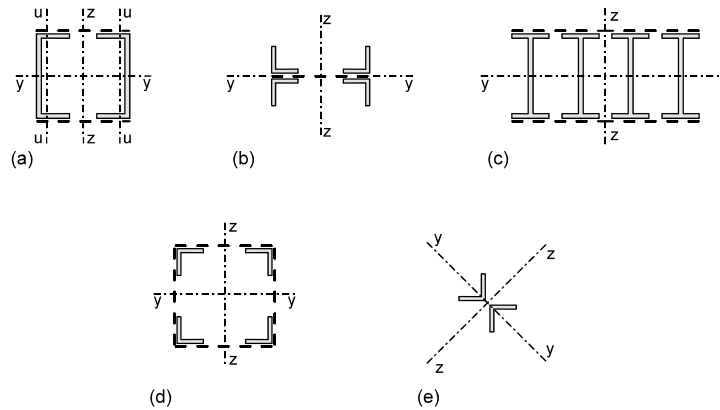


A.12.1. ábra Osztott szelvényű rúdak

tényezők közé tartoznak a kapcsolatok mellékfeszültségei, a kötőelemek alakváltozása, a rácsozás rúdjaiknak külpontos bekötése, a hengerlés és hegesztés okozta sajátfeszültségek, a rácsrudaknak és a hevedereknek a gyártás, szállítás és szerelés közben elszenvedett alakváltozásai [HALÁSZ, 1966].

A.12.1.1. Az osztott szelvényű rúd és tönkremeneteli módjai

Az osztott szelvényű rúd két vagy több tömör szelvényből van összetéve, amelyeket egymással általában két, egymással párhuzamos síkban elhelyezett rácozás vagy hevederezés kapcsol össze. Kisebb keresztmetszetű szelvények készülhetnek csak egy síkban (a szimmetria síkjában) elhelyezett kapcsolattal is (A.12.2. ábra). A szelvénynek mindig két szimmetriatengelye van, amelyek közül az egyik többnyire metszi a tömör félszelvényt,



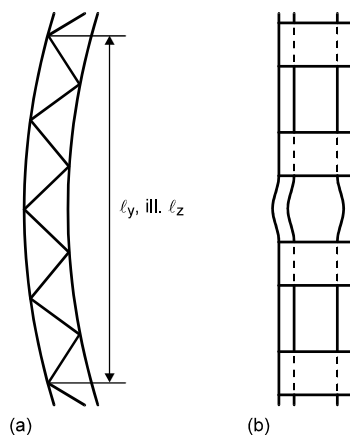
A.12.2. ábra Különböző osztott szelvények

a másik pedig csak a kapcsolatok síkját. Az előbbit *anyag*i tengelynek (y tengely), az utóbbit *szabad* tengelynek (z tengely) nevezzük. Vannak olyan szelvények is, amelyeknek nincs anyag*i* tengelyük (A.12.2d ábra), tehát mindkét szimmetriatengelyük szabad.

A kihajlás jelensége lényegesen eltérő aszerint, hogy az anyag*i* tengely körül vagy a szabad tengely körül zajlik-e le.

Az anyag*i* tengely körüli kihajlás közben a kapcsolatokban a kihajlaskor keletkező nyíróerőkből nem keletkeznek igénybevételek, és a kihajlás ugyanúgy megy végbe, mint a tömör szelvényű rúd esetében; a kritikus erő, a kritikus feszültség, illetőleg a határfeszültség számítása során az l_y , I_y és $\lambda_y = l_y / i_y$ mennyiségeket kell felhasználni.

Ha ellenben a kihajlás a szabad tengely körül, tehát a kapcsolatok síkjával párhuzamosan következik be, a két félszelvénynek a nyíróerő okozta elcsúszásával szemben csupán a kapcsolatok fejtenek ki ellenállást. Mint-hogy ezek lényegesen nagyobb alakváltozásokat engednek, a kritikus erő lecsökken ahhoz az értékhez képest, amelyet a tömör szelvényekre felírt képletekkel, a kritikus erő nagyságát meghatározó l_z , I_z és $\lambda_z = l_z / i_z$ mennyiségek felhasználásával kapunk. Ezen túl a kapcsolatok síkjában a jelenség a kapcsolatok merevségétől függően többféleképpen mehet végbe:



A.12.3. ábra Az osztott szelvényű rúd kihajlási módjai

1. erős kapcsolatok esetén a rúd tömör rúdként, egységesen hajlik ki a λ_z karcsúságnak megfelelő, de a nyíróerő miatt lecsökkent kritikus erő hatására (A.12.3a ábra);
2. ha a kapcsolatok a félszelvénynek csak egymástól távoli pontjait fogják meg, kihajolhat a félszelvény két, a kapcsolat által megfogott pont között (A.12.3b ábra);
3. ha gyengék a kapcsolatok, a rúd kihajlásának megindulásakor a kapcsolatok maguk is tönkremehetnek.

A rúdat úgy kell méretezni, hogy a rúd tönkremenetele a 2. és 3. módon ne következhessek be az egységes rúdra érvényes kritikus erő fellépte előtt; ellenkező esetben ugyanis a rúd teherbírási képességét nem lehet kihasználni.

Az osztott szelvényű rudakkal kapcsolatban tehát több feladatot kell megoldani. Először is meg kell határozni a kritikus feszültséget, majd pedig méretezni kell a kapcsolatokat úgy, hogy a 2. és a 3. típusú tönkremenetel ne legyen mértékadó. Ehhez meg kell határozni a kapcsolatot igénybe vevő nyíróerőt is.

A továbbiakban csak a központosan nyomott, osztott szelvény esetével foglalkozunk, és feltételezzük, hogy a rúd anyaga korlátlanul rugalmas.

A.12.1.2. A központosan nyomott, osztott szelvényű rúd kritikus ereje

Mind az egyensúlyi, mind pedig az energiamódszer alkalmazható. Az egyensúlyi módszert alkalmazták a régebbi szerzők [ENGESSER, 1909; MÜLLER-BRESLAU, 1913]. Az ötvenes-hatvanas években több német szerző ellenben az energiamódszert alkalmazta [BLEICH, 1952; BÜRGERMEISTER és STEUP, 1959]. A cél az, hogy a kritikus erő meghatározását egy l_{iz} ideális kihajlási hossz, illetőleg egy λ_{iz} ideális karcsúság bevezetésével a tömör szelvényű rúd kritikus erejével azonos alakra hozzuk.

Feltételezzük, hogy a rúd két végén csuklós megtámasztású. Ettől eltérő megtámasztás esetén a rúd L hosszából először a tömör rúdnál leírt módon a kihajlási hullámhosszt kell meghatározni.

A tömör keresztmetszeteknél alkalmazott fizikai egyenlet szerint görbület csak a hajlítónyomatékból származik, és nagysága:

$$\frac{1}{\bar{R}} = \bar{y}'' = \frac{M}{EI_z},$$

ahol \bar{y} és $1/\bar{R}$ a nyomatékból származó eltolódást és görbületet jelenti. Osztott szelvényeknél azonban a nyíróerőből is származik egy \hat{y} eltolódás és egy $1/\bar{R}^{\square}$ görbület. Végtelenül merev hevederezés feltételezésével ugyanis a A.12.5. ábrán látható nyomatéki ábra alakul ki, amelyhez $\Delta\hat{y}$ eltolódás és $\gamma = \hat{y}'$ szögtorzulás tartozik. Ez utóbbi értéke a A.12.4. ábra jelöléseivel (I_u a félszelvény inerciája a saját súlyponti tengelyére, $i_u = \sqrt{2I_u/A}$ a félszelvény inerciasugara, $\lambda_u = c/i_u$ a félszelvény karcsúsága):

$$\gamma = \hat{y}' = \frac{V \cdot c^2}{24EI_z},$$

vagy a

$$\lambda_u^2 = \frac{c^2}{i_u^2} = \frac{c^2 \cdot A}{2I_u}$$

összefüggés figyelembevételével:

$$\hat{y}' = \frac{V \cdot \lambda_u^2}{12EA}.$$

Ekkor a nyíróerőből származó görbület:

$$\frac{1}{R} = -\bar{y}'' = -\frac{dV}{dx} \cdot \frac{\lambda_u^2}{12EA},$$

a nyomaték és a nyíróerő együtteséből adódó eltolódás, illetve görbület értéke pedig:

$$y = \bar{y} + \bar{y}'$$

$$\frac{1}{R} = -(\bar{y}'' + \bar{y}'') = -y'' = \frac{M}{EI_z} - \frac{dV}{dx} \cdot \frac{\lambda_u^2}{12EA}.$$

Ez lesz a fizikai egyenlet alakja a nyíróerő hatásának figyelembevétel után. Ehhez járulnak az

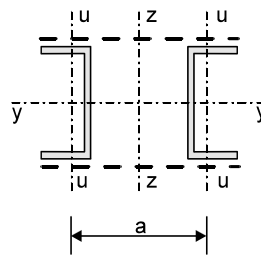
$$M = P \cdot y$$

és

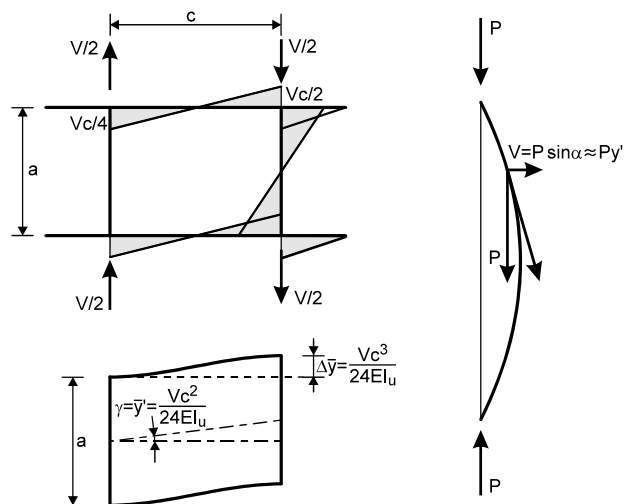
$$V = P \cdot \sin \alpha \approx P \cdot y'$$

egyensúlyi egyenletek (6.34. ábra), amelyek behelyettesítésével a

$$-y'' = \frac{P \cdot y}{EI_z} - P \cdot y' \cdot \frac{\lambda_u^2}{12EA},$$



A.12.4. ábra Osztott szelvényű rúd keresztmetszete



A.12.5. ábra Hevederezett rúd

majd algebrai átalakítások után az

$$EI_z \cdot y'' + \frac{P}{1 - \frac{P \cdot \lambda_u^2}{12EA}} \cdot y = 0$$

differenciálegyenlet adódik. Ezt összevetve a nyírőerő elhanyagolásával kapott

$$EI \cdot y'' + P \cdot y = 0$$

egyenlettel nyilvánvaló, hogy ha az utóbbiból

$$P_{kr} = \sigma_{kr} \cdot A = \frac{\pi^2 \cdot EA}{\lambda_z^2}$$

eredmény adódott, akkor most

$$\frac{P_{kr}}{1 - \frac{P_{kr} \cdot \lambda_u^2}{12EA}} = \frac{\pi^2 \cdot EA}{\lambda_z^2}$$

eredményre kell jutnunk. Innen a kritikus erőt, illetve a

$$\sigma_{kr} = \frac{P_{kr}}{A}$$

kritikus feszültséget kifejezve:

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_z^2 + \frac{\pi^2}{12} \cdot \lambda_u^2}$$

Ebből adódik a szabályzatok azon előírása, hogy osztott szelvényű, nyomott rúd szabad tengely körüli kihajlásakor a tényleges λ_z karcsúság helyett egy megnövelt

$$\lambda_i = \sqrt{\lambda_z^2 + m \cdot \lambda_u^2}$$

karcsúsággal kell számolni, ahol λ_u a félszelvény karcsúsága, m pedig a szelvényt alkotó önálló elemek száma. Az λ_u értékét még külön is korlátozni szokás, mert a

$$\Delta \hat{y} = \frac{V \cdot c^3}{24EI_u}$$

képlet levezetésekor elsőrendű elméletet alkalmaztunk, és nem vettük figyelembe, hogy a félszelvényben működő nyomóerő megnöveli $\Delta \hat{y}$ értékét. Ez pedig csak λ_u viszonylag kis értékei mellett hanyagolható el. Egyes szabályzatok $\lambda_u \leq 40$, mások $\lambda_u \leq 0,8\lambda_z$ korlátot írnak elő.

A.12.3. A V erő megbecslése

A hevederezés vagy rácsoszás a V erőnek nagysága a A.12.5. ábra szerint a rúd végén a legnagyobb,

$$V_{\max} = P \cdot y'_{\max}$$

értékű. Ha a rúd kihajlott alakját az

$$y = f \cdot \sin \frac{\pi x}{l}$$

képlettel jellemezzük, akkor

$$y'_{\max} = f \cdot \left(\frac{\pi}{l} \cos \frac{\pi x}{l} \right)_{\max} = f \cdot \frac{\pi}{l}$$

adódik, amelyből

$$V_{\max} = P \cdot f \cdot \frac{\pi}{l}$$

Tökéletesen központos rudat feltételezve, a kihajlás a P_{kr} erőnél kezdődik, és állandó P_{kr} mellett f nagysága folyamatosan nő. Ennek során a P_{kr} nyomóerőhöz a középső keresztmetszetben $M = P_{kr} \cdot f$ nyomaték is járul. Az f egy kitüntetett f_M értékénél a nyomás és hajlítás együttes hatására a felszervényben keletkező σ_{\max} feszültség eléri a folyáshatárt, tehát a rúd tönkremegy. A

$$W \approx \frac{h \cdot A}{2}$$

közelítéssel:

$$\sigma_{\max} = \frac{P_{kr}}{A} + \frac{M}{W} = \frac{P_{kr}}{A} + \frac{P_{kr} \cdot f_M}{\frac{h \cdot A}{2}} = \sigma_H,$$

ahonnan, mivel $P_{kr} / A = \sigma_{kr}$, az

$$f_M = \frac{\sigma_H - \sigma_{kr}}{\sigma_{kr}} \cdot \frac{h}{2}$$

összefüggés adódik. A tönkrementelhez tartozó f_M eltolódásból a nyíróerő értéke:

$$V_{\max} = P_{kr} \cdot f_M \cdot \frac{\pi}{l} = P_{kr} \cdot \frac{\pi}{l} \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{\sigma_H - \sigma_{kr}}{\sigma_{kr}},$$

vagy az

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \approx \frac{h}{2}$$

közelítést alkalmazva:

$$V_{\max} = P_{kr} \cdot \frac{\pi}{l} \cdot \frac{\sigma_H - \sigma_{kr}}{\sigma_{kr}} \cdot i = a(\lambda) \cdot P_{kr},$$

vagyis V_{\max} a kritikus erőből egy λ -tól függő szorzótényező alkalmazásával nyerhető.

Ha a hevedereket, illetve a rácozást ezen V_{\max} erő alapján méretezzük, elérhető, hogy a rúd előzőekben definiált tönkrementeléig teherbíróak maradjanak.

A szabályzatok a tárgyalt okfejtés alapján V_{\max} -ra egyszerűsített képleteket írnak elő, és mindezen túl rendszerint megkívánják, hogy V_{\max} értékét legalább a nyomóerő 2%-ára kell felvenni.