Acélszerkezetek II.

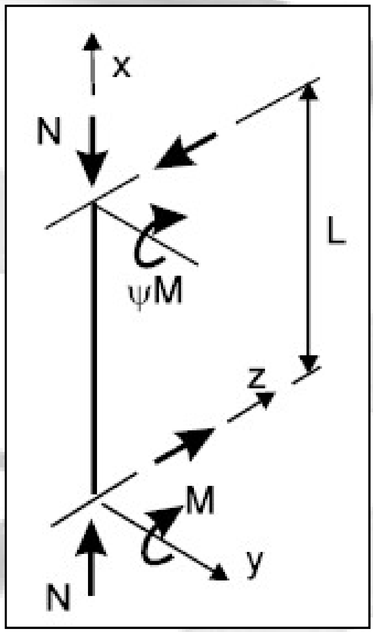
4. előadás

Nyomott–hajlított elemek kifordulása, nyomott–hajlított elemek kéttengelyű hajlítás esetén

Szabó Imre Gábor
Pécsi Tudományegyetem Műszaki és Informatikai Kar
Építőmérnök Tanszék

1. Nyomott–hajlított elemek kifordulása

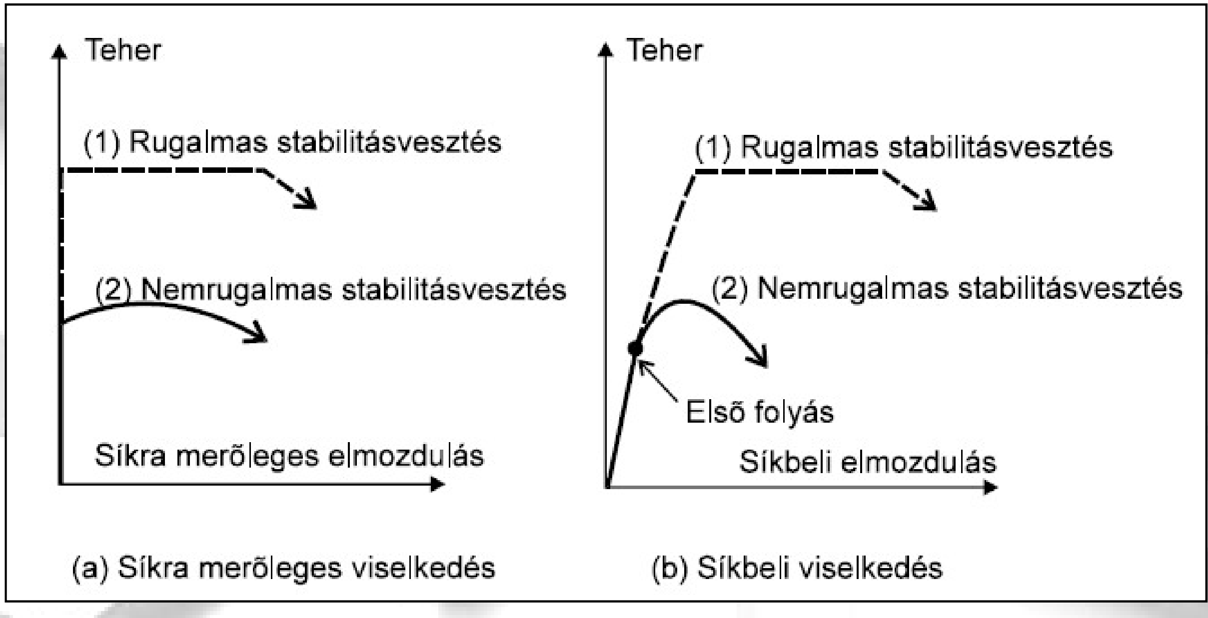
Ha egy oldalirányban nem megtámasztott gerendát az erősebb tengelye körül hajlítunk *(1. ábra)*, akkor oldalirányú kitéréssel és elcsavarodással járó stabilitásvesztés következhet be, a síkbeli vizsgálat által jósolt maximális terhelésnél lényegesen kisebb teherszinten.



1. ábra. Nyomott–hajlított elem kifordulási viselkedése [Iványi 2007]

Az oszlop a *„zx”* síkban végez alakváltozást, majd kifordul, az *„yx”* síkban létrejövő alakváltozással és az *„x”* tengely körüli elcsavarodással.

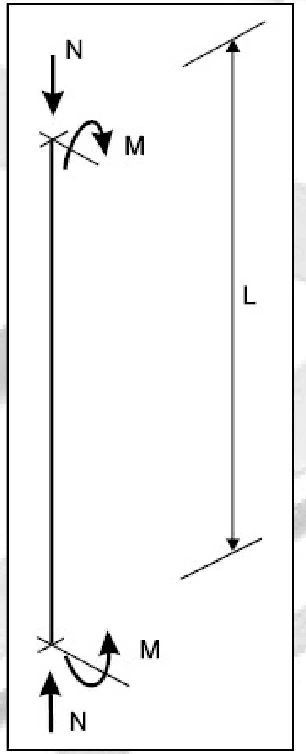
Ez a kifordulás létrejöhet az elem rugalmas állapotában *(2. ábra 1. görbéje)*, vagy bizonyos fokú képlékenyedés után *(2. görbe)*, amelyet a fellépő hajlítás és nyomás okoz.



2. ábra. Nyomott–hajlított elemek kifordulása [Iványi 2007]

1.1 Kifordulás

Tekintsük egy oldalirányban nem megtámasztott, erősebb tengelye körül hajlított nyomott–hajlított elem kifordulási viselkedését. Feltételezve, hogy a viselkedés rugalmas, és a terhelési és megtámasztási viszonyok a *3. ábra* szerintiek, a normálerő és a hajlítónyomaték kritikus kombinációi a következő megoldásából nyerhetők:



3. ábra. A kifordulás alapesete [Iványi 2007]

A végtámaszok megakadályozzák az oldalirányú elmozdulást és elcsavarodást, de nem gátolják az elfordulást és öblösödést.

$$\frac{M^2}{i_0^2 \cdot P_{Ez} \cdot P_{E0}} = \left(1 - \frac{N}{P_{Ez}}\right) \cdot \left(1 - \frac{N}{P_{E0}}\right)$$

ahol: i_0 – a poláris inerciasugár;

$$i_0 = \sqrt{\frac{I_y + I_z}{A}}$$

P_{Ez} – a gyengébb tengelyre vonatkozó kritikus teher;

$$P_{EZ} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2}$$

P_{E0} – a tisztán elcsavarodó kihajláshoz tartozó kritikus teher.

$$P_{E0} = \frac{G \cdot I_t}{i_0^2} \cdot \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_w}{G \cdot I_t \cdot L^2}\right)$$

Ha *N* tart zérushoz, akkor az előző egyenlet a gerenda kifordulásának összefüggésére redukálódik, míg ha *M* tart zérushoz, akkor az oszlop síkbeli kihajlási *(P_{Ez})* vagy tisztán elcsavarodó kihajlási *(P_{E0})* képletét adja.

Az első esetben *M* kritikus értéke a következőre adódik:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \cdot \sqrt{E \cdot I_z \cdot G \cdot I_t} \cdot \sqrt{1 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_w}{L^2 \cdot G \cdot I_t}}$$

ahol: $E \cdot I_z$ – a gyenge tengelyre vonatkozó hajlítási merevség;

$G \cdot I_t$ – a csavarási merevség;

$E \cdot I_w$ – az öblösödési merevség.

A kifordulási alapesetre vonatkozó egyenlet levezetésénél nem vették figyelembe, hogy a síkbeli nyomatékok megnőhetnek amiatt, hogy a normálerő egy síkbeli alakváltozást szenvedett tartóra működik. Ezt közelítőleg a következő szorzótényezővel lehet figyelembe venni:

$$\frac{M}{1 - \frac{N}{P_{Ey}}}$$

Emiatt az egyenlet a következőképpen módosul:

$$\frac{M^2}{i_0^2 \cdot P_{Ez} \cdot P_{E0}} = \left(1 - \frac{N}{P_{Ey}}\right) \cdot \left(1 - \frac{N}{P_{Ez}}\right) \cdot \left(1 - \frac{N}{P_{E0}}\right)$$

Figyelembe véve P_{Ey}, P_{Ez}, P_{E0} relatív nagyságát, és az egyenletet átrendezve a következő közelítést kapjuk:

$$\frac{N}{P_{Ez}} + \frac{1}{1 - \dfrac{N}{P_{Ey}}} \cdot \frac{M}{i_0 \cdot \sqrt{P_{Ez} \cdot P_{E0}}} = 1$$

vagy

$$\frac{N}{P_{Ez}} + \frac{1}{1 - \dfrac{N}{P_{Ey}}} \cdot \frac{M}{M_{cr}} = 1$$

1.2 Az Eurocode 3 tervezési eljárása

A tervezés során megfelelő módon figyelembe kell venni többek között a kezdeti görbeség, a részleges képlékenyedés és a gyártási sajátfeszültségek (összefoglalóan: az imperfekciók) hatását is. Az előző egyenletet tehát úgy kell módosítani, hogy alkalmas legyen tervezésre.

Különösen fontos, hogy a szélső esetek *(M = 0 és N = 0)* illeszkedjenek az oszlopokra és a gerendákra megadott eljárásokhoz.

1.2.1 1. és 2. osztályú keresztmetszetekkel rendelkező szerkezeti elemek

Az Eurocode 3 a következő interakciós képletet használja:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_z \cdot A \cdot f_y} + \frac{k_{LT} \cdot M_{y,Sd}}{\chi_{LT} \cdot W_{pl,y} \cdot f_y} \leq 1$$

ahol: χ_z – a gyenge tengely körüli kihajlásra vonatkozó csökkentő tényező;

χ_{LT} – a kifordulási csökkentő tényező;

k_{LT} – csökkentő tényező:

$$k_{LT} = 1 - \frac{\mu_{LT} \cdot N_{Sd}}{\chi_z \cdot A \cdot f_y}, \quad \text{de} \quad k_{LT} \leq 1{,}0$$

valamint:

$$\mu_{LT} = 0{,}15 \cdot \left(\bar{\lambda}_z \cdot 2 \cdot \beta_{M,LT} - 1\right), \quad \text{de} \quad \beta_{M,LT} \leq 0{,}90$$

ahol: $\beta_{M,LT}$ – azt veszi figyelembe, hogy a nyomatéki ábra nem állandó (*lásd 3. előadás 2. táblázatot*, *y* tengely körüli hajlítás és *y* irányú megtámasztás esetén).

1.2.2 3. osztályú keresztmetszetekkel rendelkező szerkezeti elemek

Azoknak a szerkezeti elemeknek, amelyeknek a keresztmetszete a 3. osztályba tartozik, ki kell elégíteniük a következő feltételt:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_z \cdot A \cdot f_y} + \frac{k_{LT} \cdot M_{y,Sd}}{\chi_{LT} \cdot W_{el,y} \cdot f_y} \leq 1$$

1.2.3 4. osztályú keresztmetszetekkel rendelkező szerkezeti elemek

Azoknak a szerkezeti elemeknek, amelyeknek a keresztmetszete a 4. osztályba tartozik, ki kell elégíteniük a következő feltételt:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_z \cdot A \cdot f_y} + \frac{k_{LT} \cdot M_{y,Sd} + N_{Sd} \cdot e_{N,z}}{\chi_{LT} \cdot W_{eff,y} \cdot f_y} \leq 1$$

1.2.4 A k_{LT} tényező szerepe

A k_{LT} tényező értéke a következő tényezőktől függ:

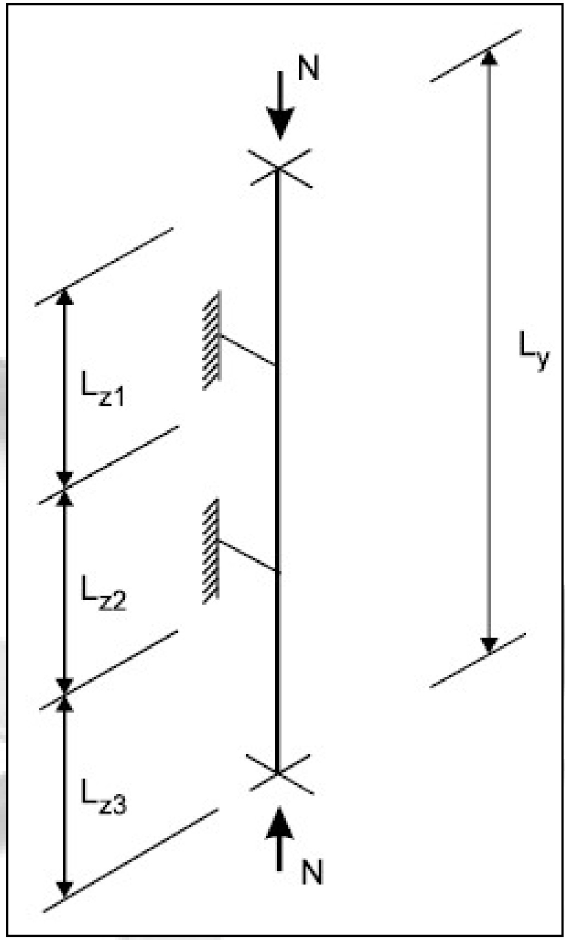
- a normálerő nagyságától, amelyet az $N_{Sd}/\chi_z \cdot A \cdot f_y$ hányadossal mérünk,
- a szerkezeti elem χ_z karcsúságától,
- az elsődleges nyomatékok eloszlásától.

A legkedvezőtlenebb kombináció esetében k_{LT} 1,0 értéket vesz fel, amely a nyomási és a hajlítási tag lineáris kombinációjának felel meg. Ez tükrözi a nyomatéknövelő hatások korlátozott voltát, minthogy N_{Sd} értéke nem haladhatja meg $\chi_z \cdot A \cdot f_y$ -t, ami viszont lényegesen kisebb, mint a síkbeli kihajlás P_{Ey} rugalmas kritikus terhe.

Természetesen meg kell gátolni a hajlítás síkjában bekövetkező azon tönkremenetelt is, amelyet a túlzott síkbeli alakváltozások okozhatnak egy, az *1.2.1 pontban* bemutatott egyenlet által meghatározott tehernél alacsonyabb teherszinten. Ez például bekövetkezhet olyan helyzetekben, amikor különböző rácsozási és/vagy megtámasztási viszonyok vannak az *xy* és *xz* síkban *(4. ábra).* Ezeket az eseteket úgy kell kezelni, hogy az említett egyenlet mellett ellenőrizni kell a következő, a síkbeli viselkedésre vonatkozó feltételt is:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{min} \cdot A \cdot f_y} + \frac{k_y \cdot M_{y,Sd}}{W_{pl,y} \cdot f_y} \leq 1$$

ahol: χ_{min} – a síbeli viszonyok függvénye, általában azonban a *1.2.1 pontban* bemutatott egyenlet mértékadó.

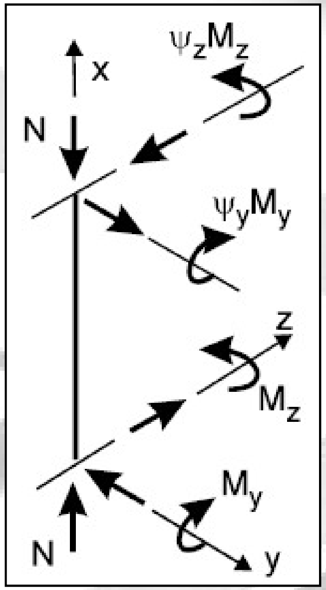


4. ábra. Az *xy* és *xz* síkban különböző megtámasztással rendelkező oszlop [Iványi 2007]

2. Nyomott–hajlított elemek kéttengelyű hajlítás esetén

A teljes háromdimenziós eset vizsgálata, még az egyszerű rugalmas módon is, rendkívül összetett, és nem állnak rendelkezésre zárt képletek.

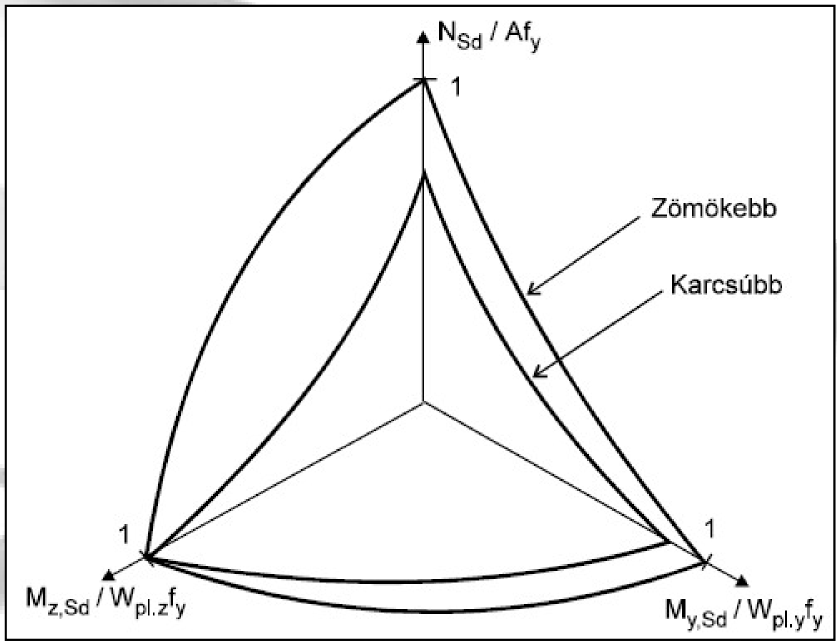
A megfelelő tervezési eljárás kérdésének analitikus megközelítése helyett célravezetőbb, ha a viselkedésre vonatkozó megfontolásokból és az egyszerűbb esetekre már kidolgozott módszerekből indulunk ki *(5. ábra)*.



5. ábra. Az oszlop alakváltozást végez a z*x* és az *xy* síkban, és elcsavarodik az *x* tengely körül [Iványi 2007]

A *6. ábra* diagramos formában mutatja be a tervezési követelményt. Az N–M_z és N–M_y tengelyek a két, már vizsgált egytengelyű esetnek felelnek meg.

Az M_z és M_y nyomatékok kölcsönhatása a vízszintes síknak felel meg. Amikor mindhárom terhelési komponens *(N, M_y és M_z)* egyaránt jelen van, a létrejövő interakció valahol a diagram által bemutatott háromdimenziós térben helyezkedik el. Bármely, a határfelületen belül elhelyezkedő pont biztonságos teherkombinációt jelent.



6. ábra. Interakciós diagram kéttengelyű hajlítás esetén [Iványi 2007]

Ha egyparaméteres terhet tételezünk fel, bármely kombináció egy, az origóból kiinduló vektornak tekinthető, amelynek iránya a három teherkomponens relatív nagyságától függ. A terhek növelése addig növeli a vektor hosszát, amíg az végül eléri és meghaladja a határfelületet. A többparaméteres terhelés ilyen vektorok seregének felelne meg.

A tengelyeket minden esetben úgy kell felvenni, hogy rajtuk a teherkomponens és az elem adott teherkomponenssel mint egyedüli terheléssel szembeni ellenállásának hányadosa szerepeljen:

például $N_{Sd}/\chi_{min} \cdot A \cdot f_y$ a nyomóerő esetén. A *6. ábra* egy ilyen konkrét, adott keresztmetszeti jellemzőkkel, karcsúsággal és teherelrendezéssel jellemzett esetet ábrázol. Ezek valamelyikének vagy mindegyikének változása módosítani fogja a bemutatott interakciós felület alakját, de az alkalmazott alapelveket nem.

2.1 Kéttengelyű hajlításra és nyomatékra való tervezés

Az 1. és 2. osztályba tartozó keresztmetszettel rendelkező, kéttengelyű hajlításra és nyomásra igénybe vett szerkezeti elemeknek ki kell elégíteniük a következő feltételt:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{min} \cdot A \cdot f_y} + \frac{k_y \cdot M_{y,Sd}}{W_{pl,y} \cdot f_y} + \frac{k_z \cdot M_{z,Sd}}{W_{pl,z} \cdot f_y} \leq 1$$

ahol: k_z – a korábbiakban szerepelt k_y –hoz hasonló tényező.

Azoknak a 1. és 2. osztályba tartozó keresztmetszettel rendelkező, kéttengelyű hajlításra és nyomásra igénybe vett szerkezeti elemeknek, amelyeknél felléphet kifordulás, ki kell elégíteniük a következő feltételt is:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_z \cdot A \cdot f_y} + \frac{k_{LT} \cdot M_{y,Sd}}{\chi_{LT} \cdot W_{pl,y} \cdot f_y} + \frac{k_z \cdot M_{z,Sd}}{W_{pl,z} \cdot f_y} \leq 1$$

A 3. osztályba tartozó keresztmetszettel rendelkező, kéttengelyű hajlításra és nyomásra igénybe vett szerkezeti elemeknek ki kell elégíteniük a következő feltételt:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{min} \cdot A \cdot f_y} + \frac{k_y \cdot M_{y,Sd}}{W_{el,y} \cdot f_y} + \frac{k_z \cdot M_{z,Sd}}{W_{el,z} \cdot f_y} \leq 1$$

Az olyan 3. osztályba tartozó keresztmetszettel rendelkező, kéttengelyű hajlításra és nyomásra igénybe vett szerkezeti elemeknek, amelyeknél felléphet kifordulás, ki kell elégíteniük a következő feltételt is:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_z \cdot A \cdot f_y} + \frac{k_{LT} \cdot M_{y,Sd}}{\chi_{LT} \cdot W_{el,y} \cdot f_y} + \frac{k_z \cdot M_{z,Sd}}{W_{el,z} \cdot f_y} \leq 1$$

A 4. osztályba tartozó keresztmetszettel rendelkező, kéttengelyű hajlításra és nyomásra igénybe vett szerkezeti elemeknek ki kell elégíteniük a következő feltételt:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{min} \cdot A_{eff} \cdot f_y} + \frac{k_y \cdot \left(M_{y,Sd} + N_{Sd} \cdot e_{Nz}\right)}{W_{eff,y} \cdot f_y} + \frac{k_z \cdot \left(M_{z,Sd} + N_{Sd} \cdot e_{Ny}\right)}{W_{eff,z} \cdot f_y} \leq 1$$

Az olyan 4. osztályba tartozó keresztmetszettel rendelkező, kéttengelyű hajlításra és nyomásra igénybe vett elemeknek, amelyeknél felléphet kifordulás, ki kell elégíteniük a következő feltételt is:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_z \cdot A_{eff} \cdot f_y} + \frac{k_{LT} \cdot M_{y,Sd} + N_{Sd} \cdot e_{Ny}}{\chi_{LT} \cdot W_{eff,y} \cdot f_y} + \frac{k_z \cdot \left(M_{z,Sd} + N_{Sd} \cdot e_{Nz}\right)}{W_{eff,z} \cdot f_y} \leq 1$$

A bemutatott összefüggésekben szereplő A_{eff} és W_{eff} definíciójával kapcsolatban fontos megjegyezni, hogy a keresztmetszeti jellemzők számítását, és így a keresztmetszeti osztályozást is mind a három teherkomponensre *(N, M_y és M_z)* külön–külön kell elvégezni.

Ez természetesen azt jelenti, hogy ugyanaz az elem tartozhat mondjuk az 1. osztályba az erős tengely körüli hajlítás, a 2. osztályba a gyenge tengely körüli hajlítás, és a 3. osztályba a nyomás szempontjából. Ilyen esetekben a biztonságos tervezési eljárás az, ha az összes, nyomott–hajlított elemre vonatkozó ellenőrzést a legkedvezőtlenebb osztályra adott eljárás alkalmazásával végezzük el.

2.2 Keresztmetszeti ellenőrzések

Ha a *k* tényező meghatározása során figyelembe vettük, hogy az állandó görbületű hajlítástól eltérő nyomatékeloszlásnak kevésbé kedvezőtlen a hatása, ellenőrizni kell azt is, hogy a keresztmetszet bármely pontban képes elviselni a nyomás és az elsődleges nyomaték(ok) kombinációját.

Kéttengelyű hajlításra az Eurocode 3 a következő képletet alkalmazza:

$$\left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{Ny,Rd}}\right)^{\alpha} + \left(\frac{M_{z,Ed}}{M_{Nz,Rd}}\right)^{\beta} \leq 1,0$$

A képletben szereplő α és β érétkeket az *1. táblázat* mutatja:

A keresztmetszet típusa	α	β
I és H szelvények	2	$5n$ de ≥ 1
Csövek	2	2
Téglalap alakú zárt szelvények	$\frac{1{,}66}{1-1{,}33n^2}$ de ≤ 6	$\frac{1{,}66}{1-1{,}33n^2}$ de ≤ 6
Tömör téglalap alakú szelvények és lemezek	$1{,}73 + 1{,}8n^3$	$1{,}73 + 1{,}8n^3$

1. táblázat. A fenti egyenletben szereplő α és β értékek. $n = N_{Sd} / N_{pl,Rd}$ [Iványi 2007]

2.3 Állandó keresztmetszetű hajlított és nyomott rudak

Hajlított és tengelyirányban nyomott rudaknak ki kell elégíteni:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \cdot \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\chi_{LT} \cdot \frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \cdot \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \cdot \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\chi_{LT} \cdot \frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

ahol: N_{Ed}, $M_{y,Ed}$ és $M_{z,Ed}$ – a nyomóerő, az y–y és a z–z tengelyre vett maximális nyomatékok tervezési értékei;

ΔM_y, ΔM_z – a súlypont eltolódásából származó nyomatékok;

χ_y és χ_z – a kihajlási csökkentő tényezők;

χ_{LT} – a kifordulási csökkentő tényező;

k_{yy}, k_{yz}, k_{zy}, k_{zz} – a interakciós tényezők, meghatározásukra két módszer adott.

$$N_{Rk} = f_y \cdot A, M_{i,Rk} = f_y \cdot W_i \text{ és } \Delta M_{i,Ed} \text{ értékei:}$$

Km-i osztály	1	2	3	4
A	A	A	A	A_{eff}
W_y	$W_{pl,y}$	$W_{pl,y}$	$W_{el,y}$	$W_{eff,y}$
W_z	$W_{pl,z}$	$W_{pl,z}$	$W_{el,z}$	$W_{eff,z}$
ΔM_y	0	0	0	$e_{N,y}\,N_{Ed}$
ΔM_z	0	0	0	$e_{N,z}\,N_{Ed}$

2. táblázat. A keresztmetszeti osztályokhoz tartozó értékek [Iványi 2007]

Felhasznált irodalom

DR. IVÁNYI MIKLÓS: *Acélszerkezetek I-II. Oktatási segédlet.* Elektronikus jegyzet, Pécs, 2007