



Magasépítési vasbetonszerkezetek

2. előadás

Monolit, lágyvasalású lemezek

Szabó Imre Gábor

Pécsi Tudományegyetem Műszaki és Informatikai Kar

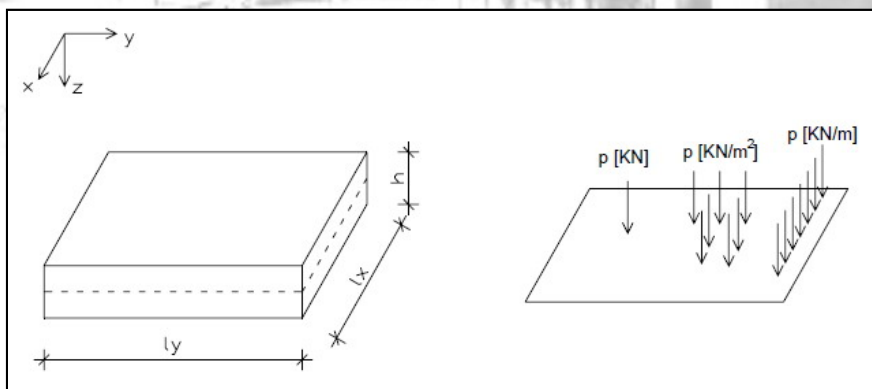
Építőmérnök Tanszék



1. Vasbeton födémek szerkezeti kialakítása

A födémszerkezet megfelelő megválasztása igen lényeges szempont az épületek tervezésénél. Ez elsősorban gazdasági, de gyakran építészeti kérdés is. Lakóépületeknél például kisebb, modern irodaépületeknél nagyobb fesztávolságú födémek építése javasolt. Egyéb tényezők is befolyásolhatják a födém típus megválasztását, úgymint a vízszintes terhek viselésében való részvétel, vagy a kivitelezéssel kapcsolatos szempontok.

Lemez definíciója: A lemez sík tartószerkezet, vastagsága lényegesen kisebb, mint a másik két kiterjedése (szélessége és hossza), azaz $h < l_{min}/5$, ahol h a vastagság, l_{min} a legkisebb oldalszélesség. Emiatt a lemezt középsíkjával modellezhetjük. A lemezre ható terhek (pontszerű, vonal menti, felületen megoszló terhek) merőlegesen a lemez középsíkjára.



1. ábra. Lemez definíciója és az arra ható terhek [Kiss R. 2007]



Előnyei:

- A lemez fajlagos teherbírása kétirányú teherviselés miatt nagyobb, mint a gerendaszerkezetek vagy a gerendarácsok fajlagos teherbírása,
- keresztirányú merevsége miatt a kis felületen megoszló terhekből (pl. koncentrált terhek, kis felületen megoszló, pontszerű terhek) keletkező igénybevételei kedvezőbbek (jobb teherelosztás),
- vastagsága kicsi ($l_{max}/20$ - $l_{max}/40$ – magasépítésben, $l_{max}/12$ - $l_{max}/20$ – hídszerkezeteknél, ahol l_{max} a lemez nagyobbik fesztávolsága),
- lemezek zsaluzása könnyű, gyors, előregyártható,
- lemezek vasalása egyszerű, hálós kialakítású, előregyártható (betonacél hálók, hegesztett hálók), az acélbetétek közötti távolság deciméter nagyságrendű, azaz a betonozás könnyű.

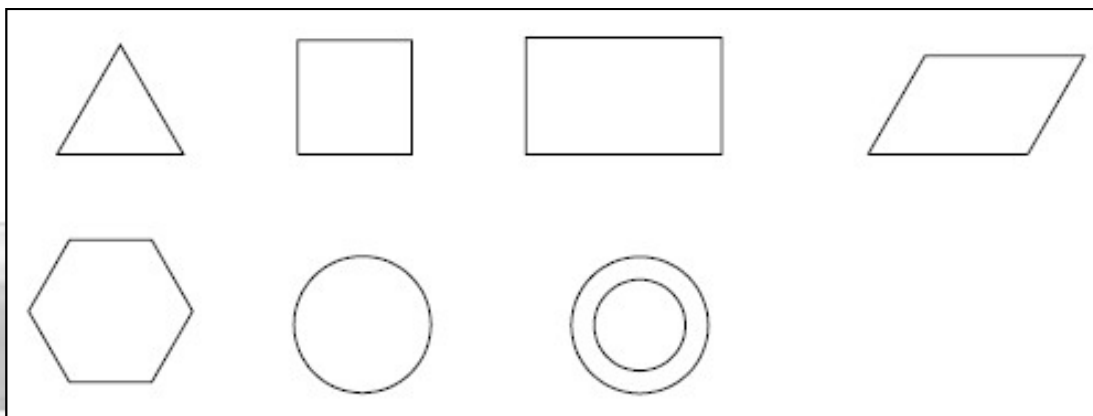
Osztályozása:

Alak szerint:

- háromszög,
- négyszög (négyzet, téglalap, palalelogramma, rombusz, stb.),
- kör,



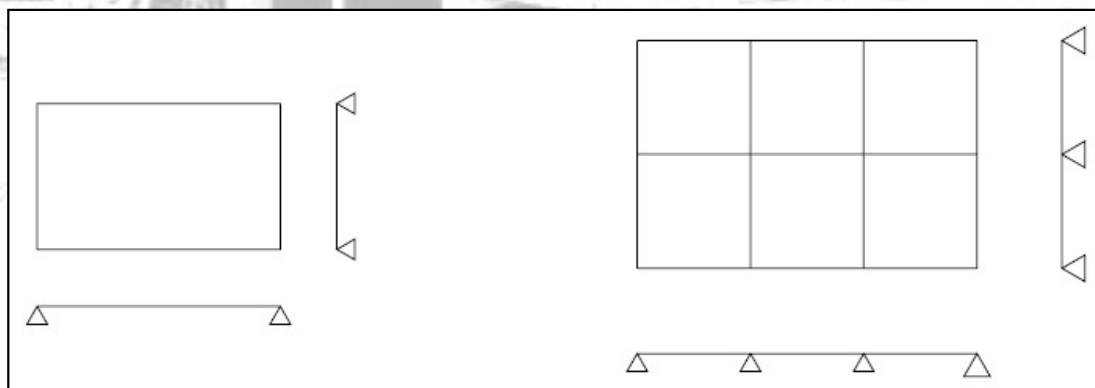
- körgyűrű,
- tetszőleges.



2. ábra. Lemez alakjai [Kiss R. 2007]

Egyedi lemezek és lemezrendszerek:

A lemezek lehetnek „kéttámaszúak”, amelyeket egyedi lemezeknek nevezünk. Több lemez összeépítésével jön létre a lemezrendszer, mely többtámaszú.



3. ábra. Egyedi lemez és lemezrendszer [Kiss R. 2007]



Keresztmetszeti kialakításuk szerint:

A lemezeknek általában állandó vastagságú, izotróp, homogén lemezeket nevezünk. Sajnos ezek a feltételek vasbetonszerkezetek esetén csak megkötésekkel igazak.

Izotrópia-anizotrópia:

A vasbeton lemezek minden esetben anizotróp anyagú lemezek, mert a kétirányú vasalás a keresztmetszet mentén folyamatosan oszlik meg, az alkalmazott acélmennyiség általában a két irányban nem azonos.

Anizotrópiát okoz a bordarendszer alkalmazása is. Ha a bordák egymásra merőlegesek vagy csak egyirányú bordákat alkalmazunk, továbbá a vasalás is egymásra merőleges és a keresztmetszet mentén nem változik, akkor a lemez ortotróp. Statikai számításoknál a vasalás és a bordák okozta anizotrópiától eltekintünk.

Vastagság:

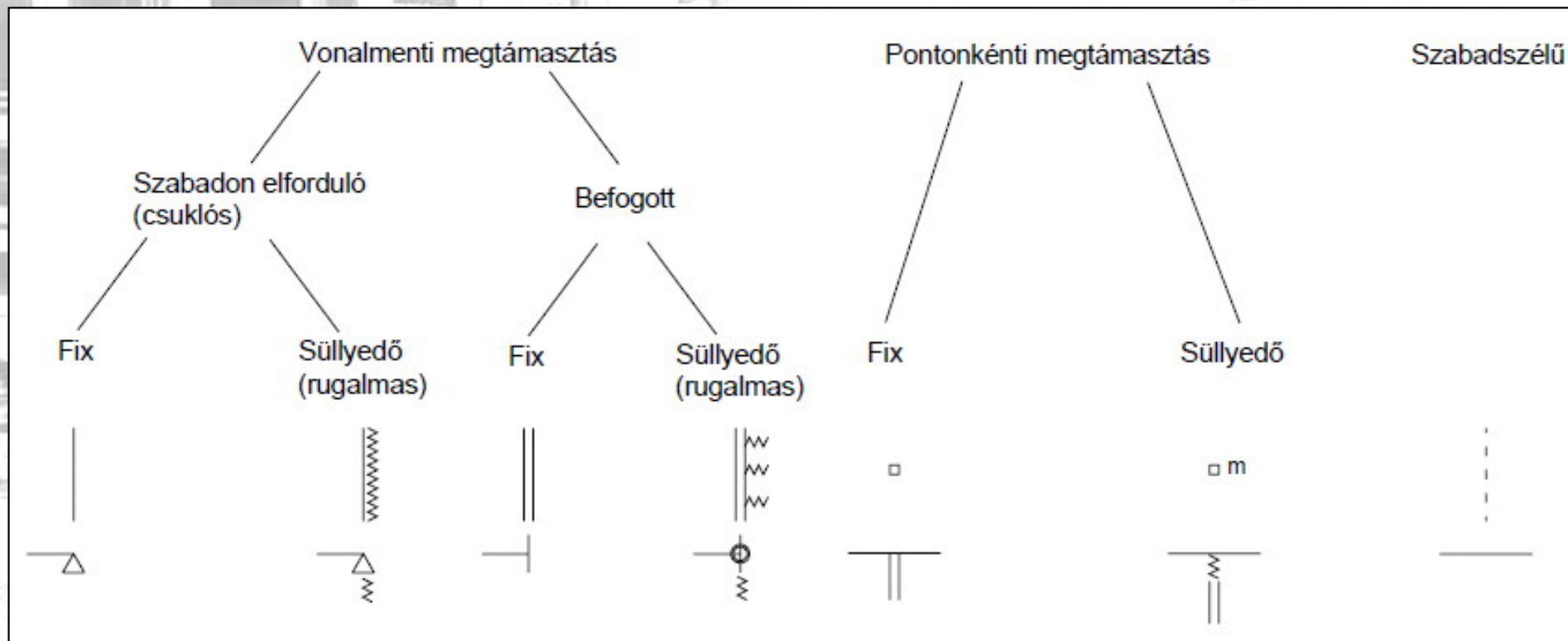
A magasépítési lemezszerkezetek általában állandó vastagságúak. Ha a lemez változó vastagságú, azt külön ki kell emelni.



Megtámasztási módjuk szerint:

A lemezek/lemezmezők általában a széleik mentén vannak megtámasztva, de lehetnek szabadszélűek is. A megtámasztás a lemez pereme mentén is változhat.

Típusai:



4. ábra. Lemezek alátámasztásai [Kiss R. 2007]



Teherviselés szempontjából:

- egyirányban teherviselő szerkezetek,
- kétirányban teherviselő szerkezetek.

Vasalás szempontjából:

- lágyvasalású lemezek,
- feszített lemezek,
- vegyes vasalású lemezek.

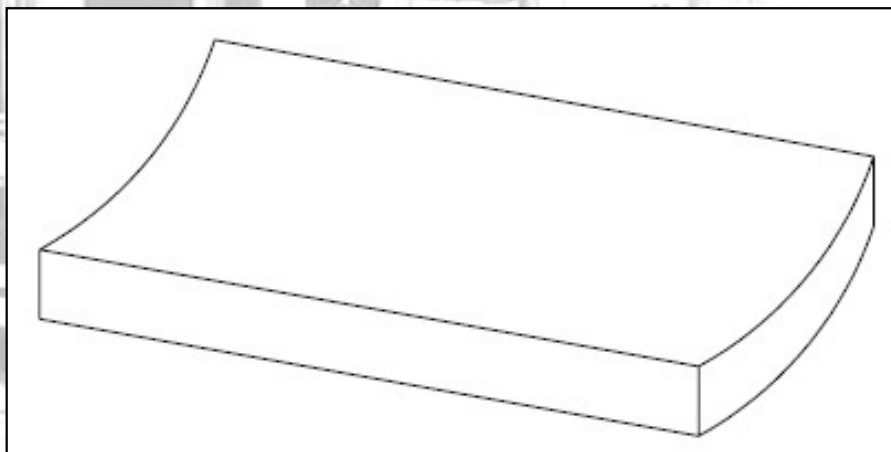




2. Lágyvasalású vasbeton födémek

2.1 Egyirányban teherviselő lemezek

Egyirányban teherviselőnek nevezzük a lemezt, ha a teher hatására a lemez alakja – a megtámasztások okozta zavart résztől eltekintve – egyszeresen görbült, azaz viselkedése a gerendaszerkezetek viselkedéséhez hasonló.



5. ábra. Egyszeresen görbült egyirányban teherviselő lemez [Kiss R. 2007]

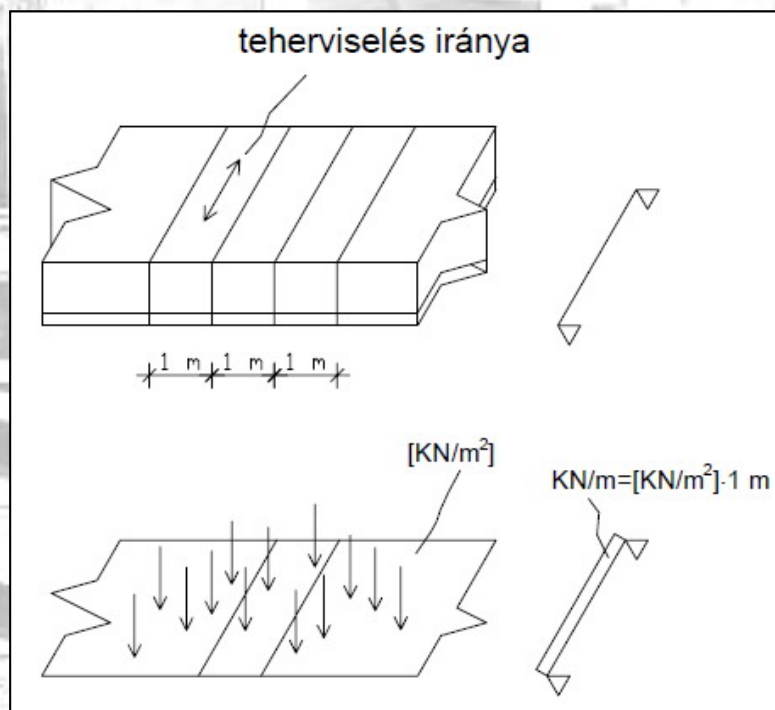
Geometria adataira közelítőleg mondhatjuk, hogy

$$2 < \frac{l_x}{l_y} \text{ vagy } \frac{l_x}{l_y} < \frac{1}{2}$$

arány áll fenn, ahol l_x x irányban, l_y y irányban a lemez hossza.



A fentiek alapján az egyirányban teherviselő lemez méretezése megegyezik a gerendaszerkezetek tervezésével és ellenőrzésével. Feltételezzük, hogy a lemez végtelen hosszú és 1 m széles független gerendából áll. A gerenda megtámasztása megegyezik a lemez megtámasztásával, terhei az 1 m széles sávra eső teher.



6. ábra. Egyirányban teherviselő lemez statikai modellje és terhelése [Kiss R. 2007]

Megjegyezzük, hogy a lemezek sohasem végtelen hosszúak, a megtámasztások környezetében kialakult „zavart” zónákat kétirányban teherviselő lemezként kell méretezni.



Tervezési szabályok:

A tervezési előírásokat, szerkesztési szabályokat különböző szabványok (például az Eurocode 2) pontosan rögzítik, az ott összefoglalt előírásokat mindig ellenőrizni kell.

Vastagság: A lemez minimális vastagságát a tűzvédelmi előírások határozzák meg, továbbá az, hogy a lehajlás ne okozzon problémát.

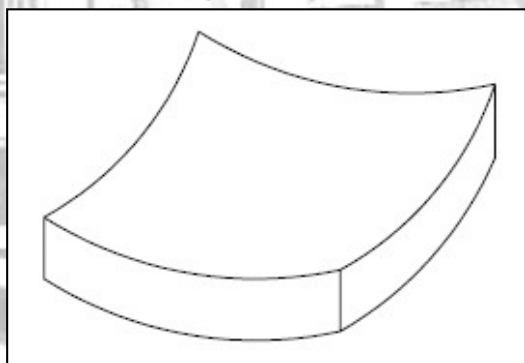
Betonfedés: A betonfedés minimális vastagságát a tűzvédelem, a korrózió védelem, továbbá a beton és az acél közötti megfelelő kapcsolat biztosítása határozza meg.

Vasalás: A minimális vasmennyiséget az határozza meg, hogy a lemezszerkezetben a zsugorodásból, a kúszásból és a külső–belső hőmérsékletkülönbségből ne keletkezzenek repedések. A betonacél átmérő csökkentésével a repedések tágassága csökkenthető. A lemezben nem lehet olyan rész, ahol nincs betonacél. A részletes szerkesztési szabályokat a kétirányban teherviselő lemezeknél ismertetjük.



2.2 Kétirányban teherviselő lemezek

Ha a lemez a terhet mindkét irányban viszi, akkor kétirányban teherviselő lemezről beszélünk. Kétirányban teherviselő lemezek lehetnek a bordás lemezek (alulbordás vagy felülbordás), a síklemezek, gombafödémek vagy könnyített lemezek. A kétirányban teherviselő lemez esetén a rá ható teher hatására kétszeresen görbült felület alakul ki, a két görbület közel azonos.



7. ábra. Kétirányban teherviselő lemez görbületei [Kiss R. 2007]

Kétirányban teherviselőnek nevezzük a lemezt, ha lemez alakja a teher hatására kétszeresen görbült. Geometria adataira közelítőleg mondhatjuk, hogy

$$2 \geq \frac{l_x}{l_y} \text{ vagy } \frac{l_x}{l_y} \geq \frac{1}{2}$$



arány fenn áll, ahol l_x x irányban, l_y y irányban a lemez hossza.

A kétirányban teherviselő lemezek statikai számítása a lemezelméleten alapul.

A lemezek rugalmasságtan szerinti számításához a következő feltételezéseket kell tenni:

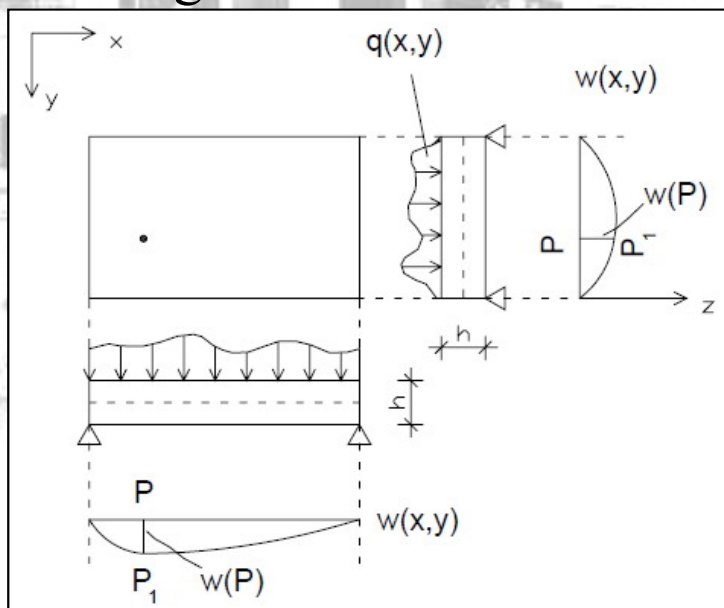
- a lemez anyaga homogén, izotróp, lineárisan rugalmas, azaz követi a Hooke-törvényt,
- a terheletlen állapotban a lemez feszültségmentes,
- a lemez vastagsága állandó és a másik két oldalához képest kicsiny ($h < l_{\min}/5$, ahol t a vastagság, l_{\min} a legkisebb oldalhossz),
- érvényes a Kirchhoff-Love hipotézis, azaz a középsík valamely pontjának normálisán lévő pontja alakváltozás után is ugyanazon a normálison marad,
- a lemez középsíkjának pontjai csak merőlegesen tolódnak el,
- a lemez középsíkjának alakváltozása (lehajlása) a vastagsághoz képest kicsiny ($w < h/5$, ahol w a lemez középsíkjának merőleges eltolódása),



- a lemez középsíkja feszültségmentés, azaz megegyezik a semleges síkkal,
- a középsíkra merőleges feszültségek elhanyagolhatón kicsinyek,
- a lemez síkjában az elmozdulások szabadon létrejöhetnek.

Differenciálegyenlet:

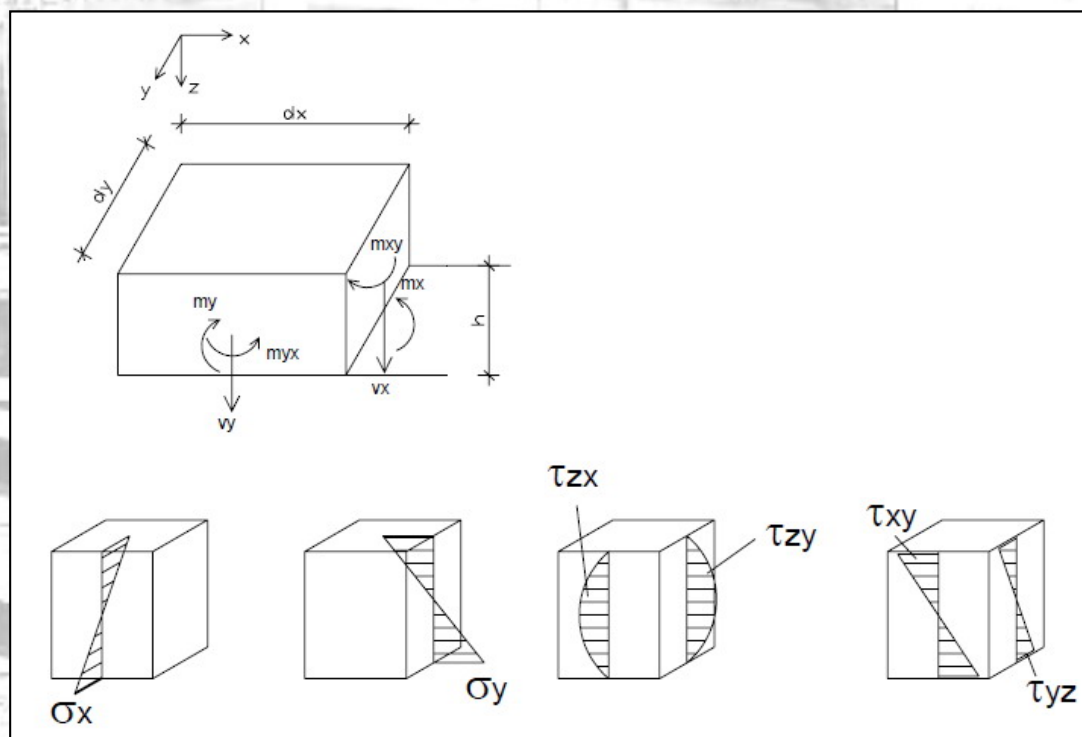
A lemezegyenlet levezetéséhez vizsgáljuk először is a x - y derékszögű koordináta rendszerben adott lemez alakváltozását $q(x,y)$ általános teherre. A lemez középsíkjában lévő tetszőleges P pont a teher hatására az előbbieken összefoglalt közelítő feltételezések alapján merőlegesen eltolódik w értékkel és a P_1 helyzetbe kerül.



8. ábra. A kétirányban teherviselő lemez alakváltozása [Kiss R. 2007]



Vizsgáljuk a P pont körüli h vastagságú dx , dy , elemi nagyságú lemezdarabot. A lemezdarabra a külső terhelés hatására a rugalmasságtan alapján m_x , m_y fajlagos hajlítónyomaték, v_x , v_y fajlagos nyíróerő és $m_{xy} = m_{yx}$ (felcserélhetőségi tétel miatt azonos) csavarónyomaték hat.



9. ábra. A lemezdarab belső feszültségei és igénybevételei [Kiss R. 2007]

Az elemi darabra felírt egyensúlyi egyenlet alapján:

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x, y)$$



Megjegyezzük, hogy a $q(x,y)$ teherfüggvényt akkor tekintjük pozitívnak, ha a pozitív $w(x,y)$ lehajlás függvénnel azonos irányú.

Feltételezésünk szerint a lemez lineárisan rugalmas (rugalmassági modulusa E_c), érvényes a Hooke-törvény, azaz az anyagegyenletek (fizikai egyenletek) a következőképpen írhatók fel, a Poisson hatást μ_c harántnyúlási-tényezővel vesszük figyelembe ($\mu_c = 1/\nu_c$, ahol ν_c a beton Poisson-tényezője):

$$\sigma_x = \frac{E_c}{2(1-\mu_c)} (\varepsilon_x + \mu_c \varepsilon_y)$$

$$\sigma_y = \frac{E_c}{2(1-\mu_c)} (\varepsilon_y + \mu_c \varepsilon_x)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E_c}{2(1+\mu_c)} \gamma_{xy}$$



A kompatibilitási egyenletek (összeférhetőségi egyenletek):

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_y = -z \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2}$$

$$\gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x \partial y}$$

A fizikai és az összeférhetőségi egyenleteket az egyensúlyi egyenletbe behelyettesítve:

$$\frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial y^4} = \frac{q(x, y)}{K}$$

ahol:

$$K = \frac{E_c h^3}{12(1 - \mu_c^2)}$$

ahol: K – a lemez hajlítómerevsége;

E_c – a lemez anyagának (jelen esetben a beton) rugalmassági modulusa;



h – a lemez vastagsága;

μ_c – a lemez anyagának harántnyúlási tényezője.

$w(x,y)$ – lemez középsíkjának eltolódás függvénye;

$q(x,y)$ – lemezre ható teher függvénye.

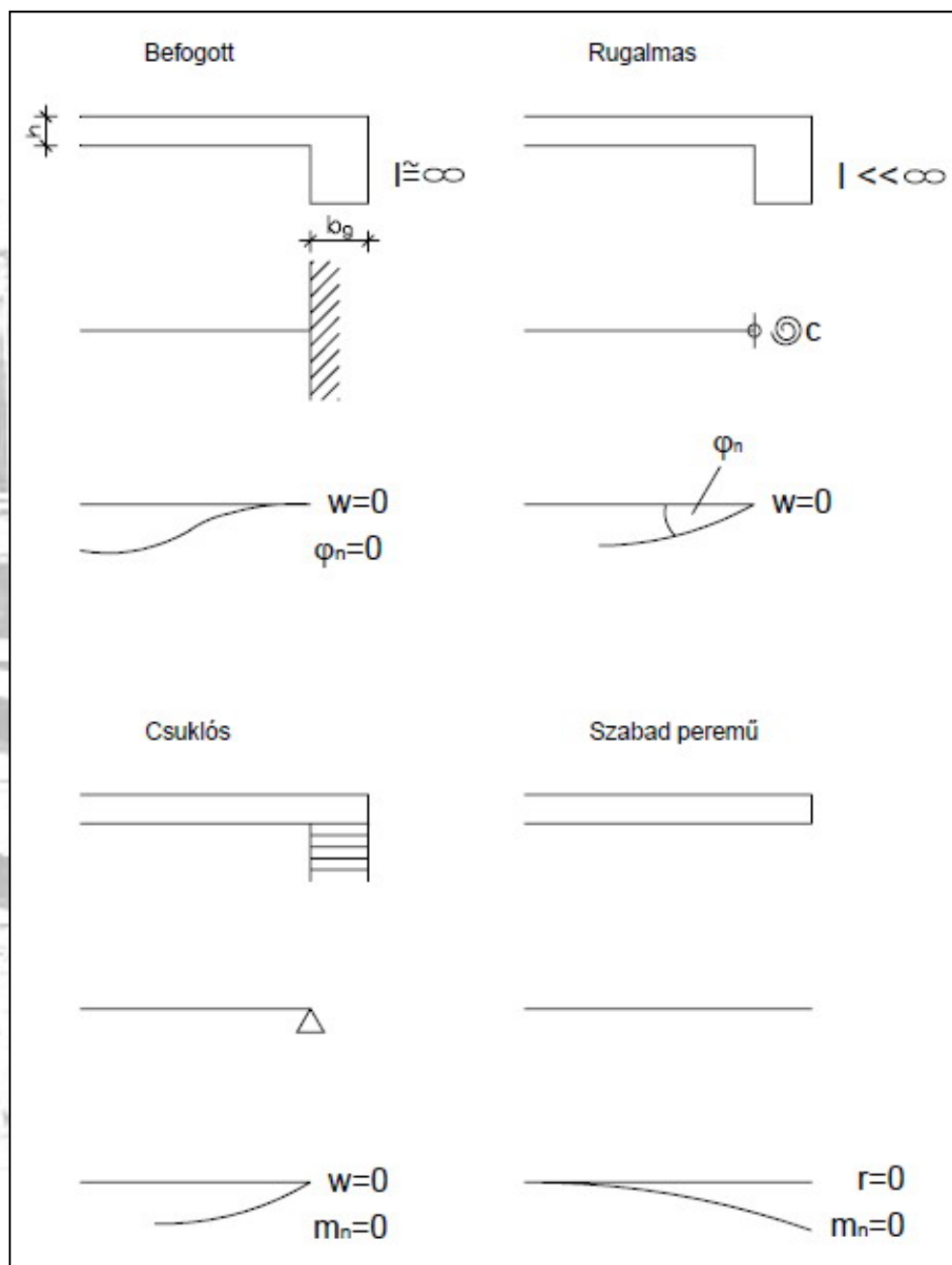
Bevezetve a $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ Laplace-operátort, a fenti egyenlet a következőképpen módosul:

$$\Delta \Delta w(x, y) = \frac{q(x, y)}{K}$$

A kapott egyenletet Kirchoff-féle lemezegyenletnek nevezzük. A lemezegyenlet Lagrange-féle, negyedrendű, parciális (kétváltozós), inhomogén differenciálegyenlet, amely elegendő számú peremfeltétel esetén egyértelműen leírja a $q(x,y)$ terhelés hatására kialakuló $w(x,y)$ lehajlás függvényét. A differenciálegyenlet megoldásának matematikai határozottságához minden perempontban két peremfeltételt kell megadni, amely a lemez megtámasztási viszonyai alapján fogalmazhatók meg.



Peremfeltételek:



10. ábra. Peremfeltételek megfogalmazása különböző megtámasztások esetén [Kiss R. 2007]



Két megjegyzés a rugalmas lemez elmélet alkalmazásához vasbeton lemezek esetén:

1. A vasbeton lemezek anizotróp viselkedésétől eltekintünk.
2. Berepedetlen (repedésmentes), és berepedt (II. feszültségállapotban lévő) vasbeton lemez lineárisan homogén viselkedése biztosított. A berepedt állapotot csökkentett inerciával (hajlítási merevséggel) kell figyelembe venni. Ez alapján kimondhatjuk, hogy a rugalmas lemezelmélet használati határállapotban elegendően pontos.

Az inhomogén differenciálegyenletek pontos megoldása két részből tevődik össze. Az első rész a homogén egyenlet ($\Delta \Delta w(x,y) = 0$) megoldása, ami biztosítja a kompatibilitási feltételek kielégítését. A második rész a teljes inhomogén lemezegyenlet egy partikuláris megoldása, ami a peremfeltételeket elégíti ki. Megjegyezzük, hogy a lemezegyenlet matematikailag zárt formában való megoldása csak egyes, különleges esetekben lehetséges (például teljes felületen terhelt végtelen lemezsáv, körszimmetrikusan terhelt körlemezek), gyakorlatban előforduló feladatoknál ez általában nem lehetséges.



A differenciálegyenlet analitikus megoldásának egyik legelterjedtebb módja az ismeretlen $w(x,y)$ lehajlásfüggvény és az ismert $q(x,y)$ teherfüggvény Fourier sorba fejtése. Az egyes Fourier tagok egyeztetése után

$$w(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

A megoldás gyorsan konvergál, ezért a Fourier sor első 2-3 tagjának felírása elegendő. A lehajlás függvényének ismeretében a kompatibilitási egyenletek segítségével az alakváltozások, a fizikai egyenletek segítségével a feszültségek, majd nyomatékok és nyíróerők írhatók fel

$$m_x = -K \left(\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x^2} + \mu_c \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial y^2} \right)$$

$$m_y = -K \left(\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial y^2} + \mu_c \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x^2} \right)$$

$$m_{xy} = m_{yx} = -K(1 - \mu_c) \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x \partial y}$$



$$v_x = -K \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} \right)$$

$$v_y = -K \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} \right)$$

A legtöbb gyakorlati esetre az analitikus megoldások figyelembevételével táblázatok (Bareš vagy Čzerny –táblázatok), grafikonokat (Pucher) állítottak össze, amely segítségével a mértékadó keresztmetszetek igénybevételei számíthatók.

A lemezek igénybevételének meghatározására ma a legelterjedtebb a különböző végeelem módszerek használata. A kereskedelmi forgalomban kapható szerkezetszámító programok segítségével a napi tervezési gyakorlatban előforduló lemezek igénybevételei rövid előkészítés után néhány percnyi futtatási idő után rendelkezésünkre állnak. A végeelem programok elméletét és gyakorlati alkalmazásának kérdéseit különböző Mechanika tantárgyak keretében ismertették.

Az igénybevételek ismeretében a lemez vasalása meghatározható, mellyel részletesen a Vasbetonszerkezetek II. tantárgy keretében foglalkoztunk.



Rugalmas lemezegyenletről levezethető speciális esetek:

Egyirányban teherviselő lemez:

Az egyirányban teherviselő lemez definíciójából (lásd Bevezetés) következik, hogy

$$\frac{\partial w(x, y)}{\partial y} = 0$$
$$\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} = 0$$

Ennek megfelelően a Kirchoff-féle differenciálegyenlet leegyszerűsödik:

$$\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^4} = \frac{q(x, y)}{K}$$

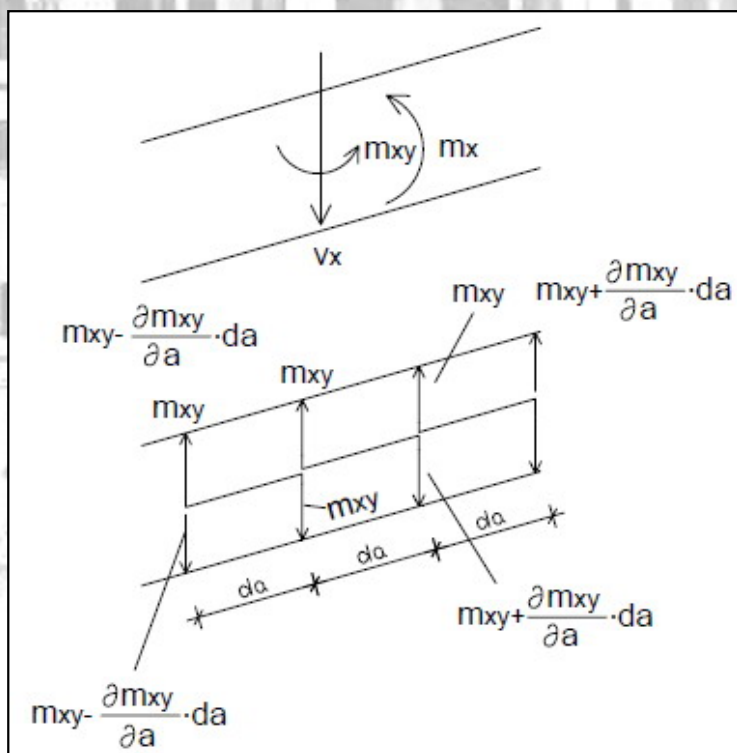
A nyomatékok:

$$m_x = -K \left(\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} \right)$$
$$m_y = -K \left(\mu_c \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} \right) = \mu_c m_x$$



Ez azt jelenti, hogy egyirányban teherviselő lemezek esetén a főirányban elhelyezett vasmennyiség harántnyúlási tényezővel szorzott értékét (általában 16-20% a fővasnak) a másik irányban elosztó vasként el kell helyezni.

A lemez peremein fellépő csavarónyomatékok helyettesítése:
Peremek mentén fellépő fajlagos csavarónyomatékokat statikailag egyenértékű megoszló nyíróerővel helyettesítjük, amihez a lemez szélét da hosszúságú elemekre osztottuk, és a m_{xy} csavarónyomaték da karú erőpárokkal helyettesíthető.



11. ábra. Csavarónyomaték-nyíróerő kapcsolat szabadszél esetén
[Kiss R. 2007]

Emiatt a nyíróerő értékét módosítani kell:

$$V_{x,red} = V_x - \frac{\partial m_{x,y}}{\partial y} = -K \left[\left(\frac{\partial^3 w(x,y)}{\partial x^3} \right) + (2 - \mu_c) \frac{\partial^3 w(x,y)}{\partial x \partial y^2} \right]$$

A fenti egyesítés a Saint-Venant elv szerint megengedhető, és ezt Kirchoff-féle peremerőnek nevezzük.

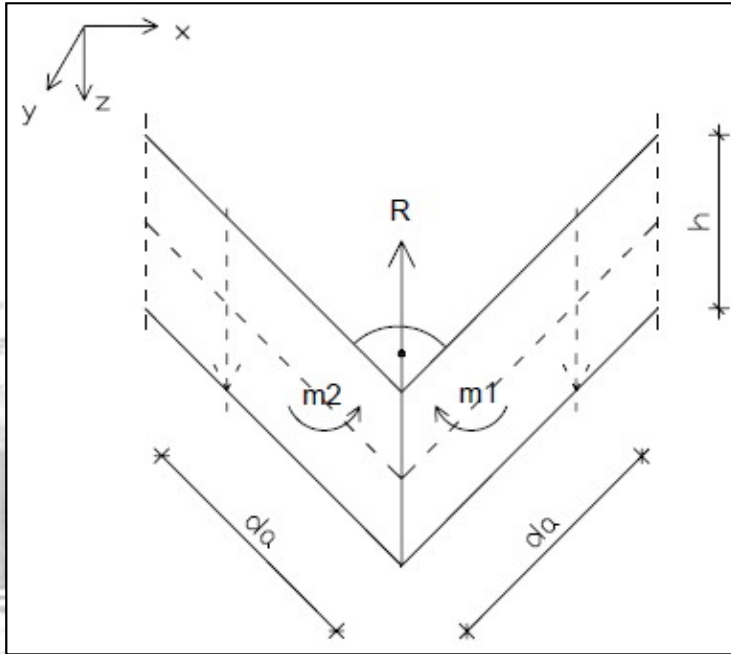
Szabadon felfekvő lemez esetén (csuklós megtámasztás) a lemez peremén átadódó reakcióerő megegyezik a $v_{x,red}$ értékével. A szabadon felfekvő lemezsarok találkozásánál a sarokhoz kapcsolódó da elemi lemezszéleken m_1 és m_2 nagyságú csavarónyomatékok működnek. Az előbb bemutatott erőpárokkal történő helyettesítés után látható, hogy a lemez sarkon $R = m_1 + m_2$ felfelé mutató koncentrált reakcióerő lép fel.

Ha a lemez derékszögű, akkor a koncentrált reakcióerő nagysága $R = 2m_{xy}$. Ebből következik, ha a lemez sarka nincs leterhelve, vagy lekötve, akkor a lemez sarka felemelkedik.

Ha a lemez peremei befogottak, akkor a peremfeltételből $\left(\frac{\partial w(x,y)}{\partial x} = 0 \right)$

következik, hogy a

$$\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x \partial y} = 0, \text{ azaz } m_{x,y} = 0$$



12. ábra. Lemezék találkozása, lemezsarkok igénybevétele [Kiss R. 2007]

Befogott perem esetén a nyíróerőt nem kell módosítani, a reakció erő és a nyíróerő eloszlása azonos.

Koncentrált erők esete:

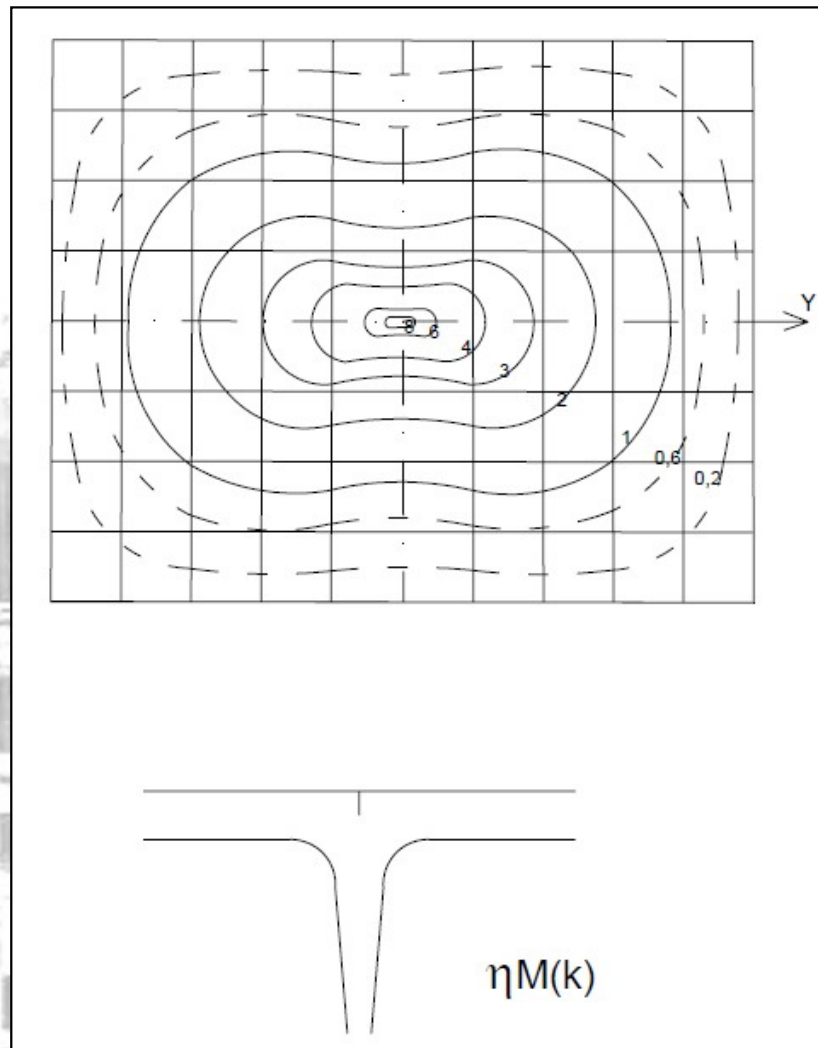
Koncentrált teherrel terhelt lemez Kirchhoff-féle differenciál egyenletének Fouriersorbafejtéssel történő megoldása csak nagyon lassan konvergál, és nem vezet megfelelően pontos eredményre.



A gyakorlatban a feladat Pucher-féle hatásfelületek segítségével oldható meg. A hatásfelületeket Pucher osztrák professzor dolgozta ki. A hatásfelületek a hatásábrákhoz hasonlóan a Maxwell-felcserélhetőségi tételén alapulnak (egy ponton működő egységnyi erő hatására tetszőleges pontban keletkező lehajlás megegyezik az utóbbi pontra állított egységnyi erőből az eredeti pontban számítható lehajlással). A tetszőleges K keresztmetszetben a $q(x,y)$ teherfüggvény hatására keletkező igénybevétel (például hajlítónyomaték) a hatásfelületből $\eta(M_k)$ a következő összefüggéssel – numerikus integrálással – számítható

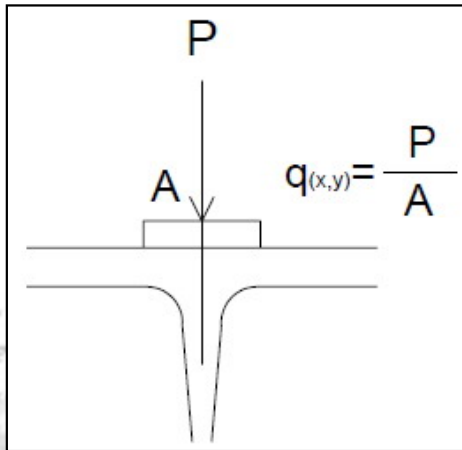
$$M_x^K = \int_A q(x,y) \eta(M_K) dA$$

A következő ábrán szabadon felfekvő lemez középső keresztmetszet hatásfelületének szintvonalas ábráját és metszetét láthatjuk koncentrált teher esetére.



13. ábra. Pucher-féle hatásfelület és metszet [Kiss R. 2007]

A keresztmetszet felett álló koncentrált erőből a keresztmetszetben keletkező nyomaték elvileg végtelen nagy. A gyakorlatban tényleges koncentrált erő nem létezik, csak igen kis felületen megoszló. Ha a vizsgált hatás A felületen oszlik meg, az előbbi képlettel számolható a nyomaték (az integrál véges értéket ad).



14. ábra. Koncentrált erő transzformálása kis felületen megoszló erővé [Kiss R. 2007]

Végelem módszerek alkalmazásakor koncentrált terhek esetén külön hangsúlyt kell fektetni a hálózat felvételére, a hálózat sűrítésére.

A lemez vasalásának számítása a rugalmas lemezegyenletből számított igénybevételek esetén:

A Kirchoff-féle lemezegyenlet alapján a lemez tetszőleges pontjában meghatározhatók a pontban keletkező igénybevételek (m_x , m_y , m_{xy}).

Ezekből a főnyomatékok

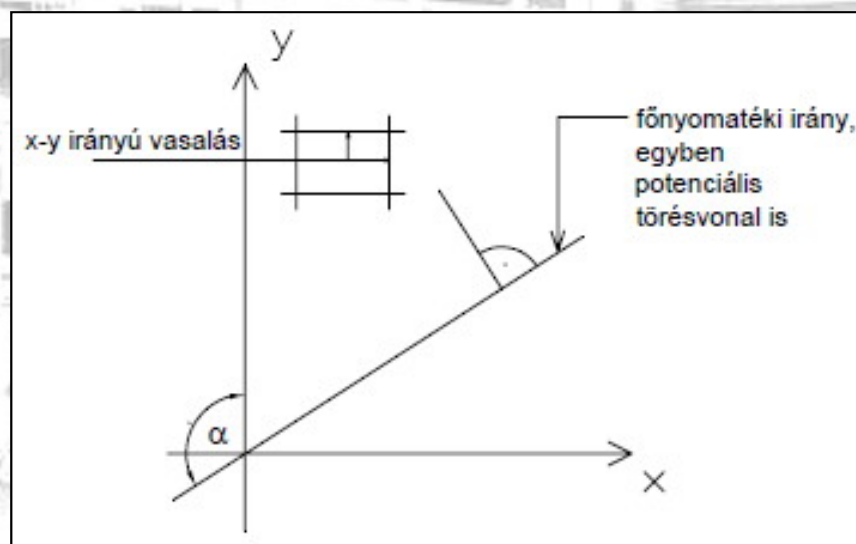
$$m_{1,2} = \frac{m_x + m_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{m_x - m_y}{2}\right)^2 + m_{xy}^2}$$




A főnyomatékok értéke és iránya pontról pontra változik. Iránya a trajektória vonalakkal jellemezhető.

A főnyomatéki irányokhoz tartozó metszetekben a csavarónyomaték zérus. A főnyomatékokból származó húzóerőt trajektória irányú vasalással célszerű felvenni, de ennek kivitelezése nehézkes. Ha a lemezvasalást egymást merőlegesen keresztező (ortogonális) acélbetétekkel alakítjuk ki, akkor az x irányú fajlagos határnyomaték: m_{xH} , az y irányú fajlagos határnyomaték: m_{yH} . Az y tengellyel α szöget bezáró határnyomaték Johansen szerint

$$m_{\alpha,H} = m_{x,H} \cos^2 \alpha + m_{y,H} \sin^2 \alpha$$



15. ábra. x-y irányú vasalás főnyomatéki irányban vett vetületei [Kiss R. 2007]



Ellenőrzéskor a fenti képlet úgy használható, hogy a α szög legyen a trajektória vonalnak az y tengellyel bezárt szöge, és az így kapott határnyomatéknak a főnyomaték értékénél nagyobboknak kell lenni.

A vasalás tervezésekor az x irányban és az y irányban szükséges vasalást – a biztonság javára történő közelítéssel – a $m_x + m_{xy}$ és $m_y + m_{xy}$ nyomatékokból kell meghatározni.

A vasbeton lemezek méreteire és vasalására vonatkozóan a következő **szerkesztési szabályokat** kell figyelembe venni:

1. A fő teherviselés irányában alkalmazott hosszirányú acélbetétek minimális és maximális mennyiségére, a gerendára vonatkozó szabályok érvényesek:

a. Minimális vasmennyiség:
$$A_{s,\min} = 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d \geq 0,0013 b_t d$$

b. Maximális vasmennyiség:
$$A_{s,\max} = 0,04 b_t h$$

ahol: f_{ctm} – a beton húzófeszültsége;

f_{yk} – a betonacél húzószilárdságának karakterisztikus értéke;

b_t – a keresztmetszet szélessége, jelen esetben 1000 mm;



d – a keresztmetszet hasznos magassága;

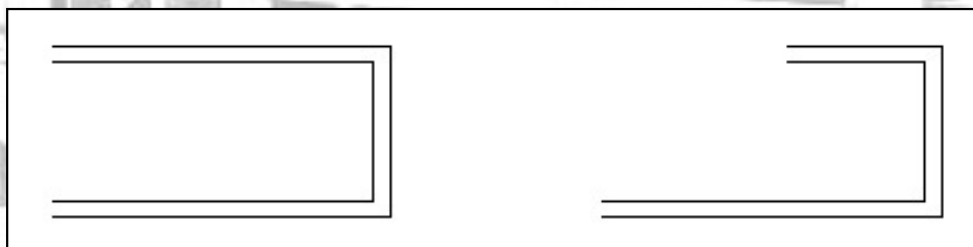
h – a keresztmetszet magassága, itt a lemez vastagsága.

2. Egyirányban teherviselő lemezek esetén a mellékirányban szükséges vasalás mennyisége nem lehet kevesebb, mint a főirányban alkalmazott vasalás mennyiségének 20%-a.
3. Megoszló teherrel terhelt lemezek hosszirányú acélbetéteinek távolsága nem lehet nagyobb, mint
 - a. főirányban $3,0h$ és 400 mm közül a kisebbik;
 - b. mellékirányban $3,5h$ és 450 mm közül a kisebbik.
4. Koncentrált teherrel lemezek esetén a koncentrált teher környezetében hosszirányú acélbetéteinek távolsága nem lehet nagyobb, mint
 - a. főirányban $2,0h$ és 250 mm közül a kisebbik;
 - b. mellékirányban $3,0h$ és 400 mm közül a kisebbik.
5. A mezőben alkalmazott húzott hosszvasalás legalább felét a támaszig kell vezetni.



A lemezek kialakításánál a következő javaslatokat célszerű betartani:

6. A lemez vastagsága minimálisan 60 mm, konzolos lemez befogási keresztmetszetében 100 mm.
7. A lemezben elhelyezett acélbetétek minimális átmérője 5 mm, hegesztett hálós vasalás esetén 4,2 mm, a vasátmérő ne legyen nagyobb a lemez vastagság nyolcadánál ($\varphi_{max} < t/8$).
8. A lemez szabad széleivel párhuzamosan szegély acélbetéteket (hajtűvasakat) kell elhelyezni. Ezek távolsága 400 mm vagy a lemezvastagság kétszerese. A hajtűvasak kialakíthatók egyedileg vagy a végig vitt (a lemez szélre merőlegesen) acélbetétek visszahajtásával.

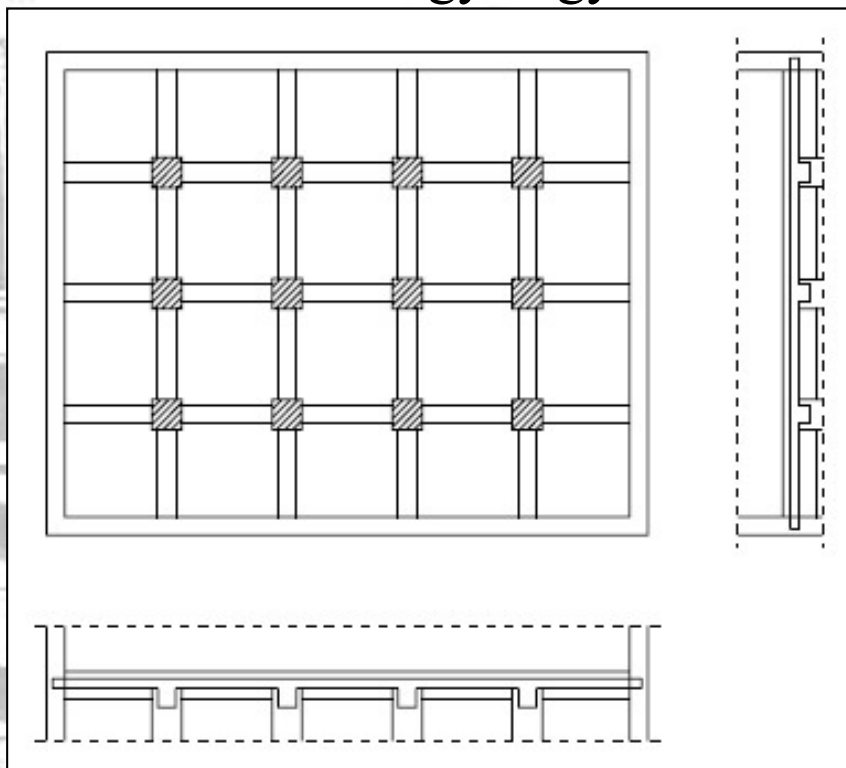


16. ábra. Hajtűvasak kialakítása [Kiss R. 2007]



2.3 Vasbeton lemezrendszerek vizsgálata

Több lemez egyirányban, vagy mindkét irányban való összekapcsolásával lemezrendszerek jönnek létre. Ennek megfelelően a lemezrendszerek egy vagy mindkét irányban többtámaszúak.



17. ábra. Lemezrendszerek kialakítása [Kiss R. 2007]

Számítása: a lemezrendszerek pontos vizsgálata végeelem módszeren alapuló számítógépes programokkal történik.



Közelítő számítása: a kétirányban teherviselő lemezrendszerek maximális nyomatékainak közelítő számítása történhet a lemezrendszer vizsgált mezőjével azonos méretű, különálló lemezen. A közelítő vizsgálat elvégzéséhez feltételezni kell:

- a lemezrendszer vastagsága állandó,
- a lemezrendszert mezőnként egyenletesen megoszló, konstans teher terheli,
- a lemezmezők kétirányban teherviselők,
- a lemezt alátámasztó peremek (általában gerendák) megtámasztása nem befolyásolja a lemez igénybevételeit,
- a lemezmezők hajlításra mereven kapcsolódnak egymáshoz, de a megtámasztási vonalak mentén szabadon elforduló.

A lemezrendszerek maximális nyomatékait a mezőközépen (mezőnyomaték) és az alátámasztások felett (támasz feletti nyomaték/támasznyomaték) kell meghatározni.

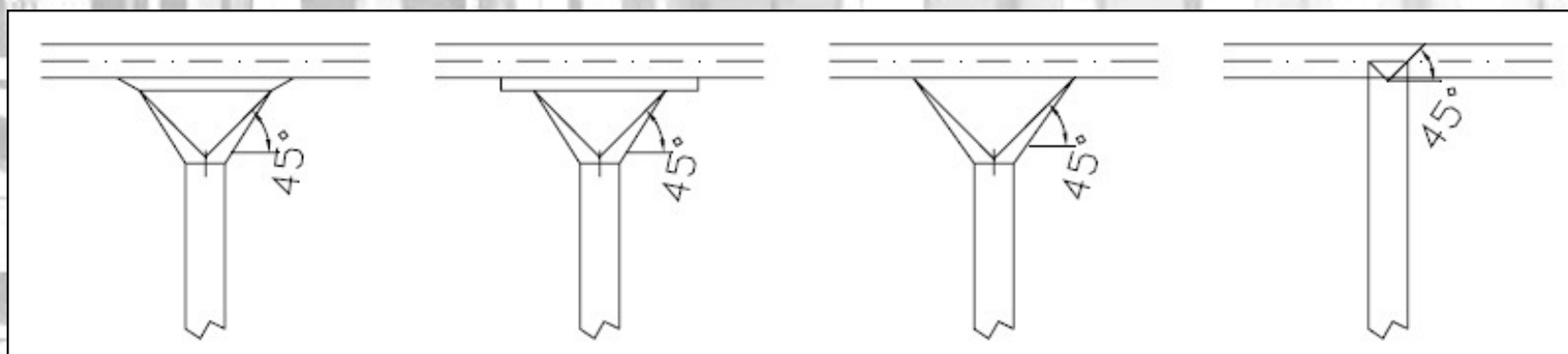
A lemezrendszer maximális mezőnyomatékát akkor kapjuk, ha az önsúly teherrel (g) a teljes lemezrendszert, az esetleges (hasznos teherrel) (p) a lemezrendszert sakktáblaszerűen terheljük le.



2.4 Oszlopokkal alátámasztott lemezek (födémek)

Definíció: oszlopokkal alátámasztott lemezek (födémek) esetén a lemezek (födémek) az oszlopokra közvetlenül (tartógerendák-bordák nélkül) támaszkodnak.

Osztályozása: az oszlopokkal közvetlenül alátámasztott lemezeket az oszlopfej kialakítása alapján osztályozhatjuk. Ha az oszlopfej kiszélesedik, akkor gombafödémről, ha az oszlop és a síklemez födém közvetlenül –kiszélesedés nélkül – csatlakozik egymáshoz, akkor síklemez födémekről beszélhetünk.



18. ábra. Oszlopokkal alátámasztott lemezek típusai [Kiss R. 2007]



A síklemez födémek alkalmazásának előnyei:

- egyszerű, gyors zsaluzás, állványozás, vasszerelés,
- jobb térkihasználás a gerendák és oszlopfejek elmaradása miatt,
- kisebb kötöttségek az alaprajzi elrendezésben,
- jobb természetes bevilágítás.

A síklemez födémek alkalmazásának hátrányai:

- bonyolultabb erőjáték, igénybevételek pontos számítása nehézkes,
- közelítő módszerek túlméretezéshez vezetnek,
- nagyobb alakváltozások,
- a lemez és oszlop kapcsolatának modellezése bizonytalan.

Vasalás meghatározása: a gomba és síklemez födémek vasalásának ellenőrzésekor és tervezésekor legalább két feladatot kell elvégezni: a hajlítási méretezést, és az átszúródás vizsgálatot.

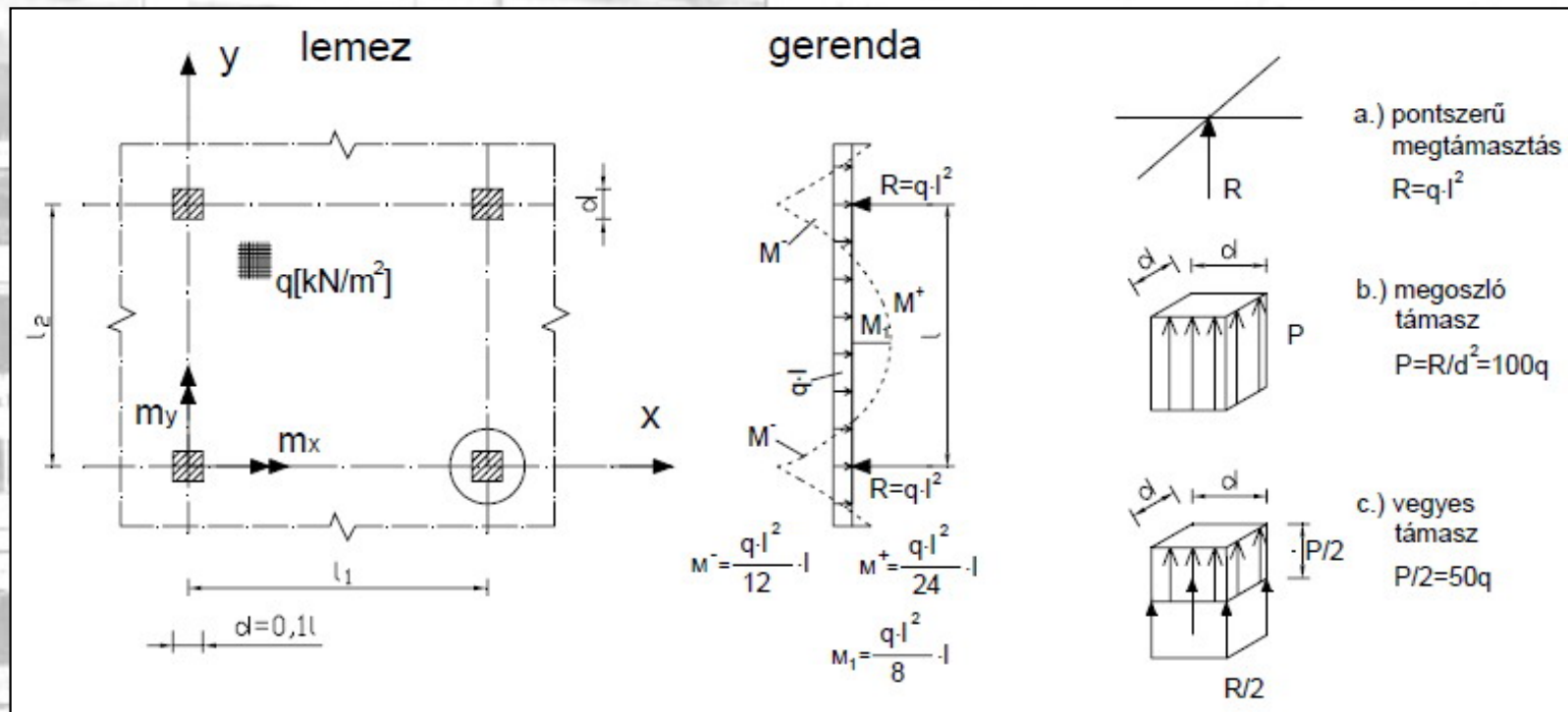
2.4.1 Hajlítási méretezés

A gomba- vagy síklemez födécek függőleges terhekből származó igénybevételei a rugalmas lemezegyenlet (Kirchoff-féle lemezegyenlet) megoldásával határozhatók meg. Feltételezzük, hogy az oszlopra átadódó reakcióerő az oszlop felületén egyenletesen oszlik meg (lásd Koncentrált teher esete). A lemezegyenlet megoldása történhet numerikusan (általában véges elemes módszer) és analitikusan.

A lemezegyenlet analitikus megoldása zárt formában szinte sohasem történhet, a Fourier-sorok alkalmazása a lassú konvergencia miatt nehézkes. A gyakorlatban az analitikus megoldásokon alapuló táblázatok lehet használni. A táblázatok segítségével szabályos elrendezésben megtámasztott, négyszög alaprajzú lemezrendszerek kritikus keresztmetszeteiben a mértékadó nyomaték és a reakcióerők nagysága határozható meg.


Legelterjedtebb a végeselem módszereken alapuló számítógépes programok használata, ahol a végeselemes hálózat felvételénél az oszlopok környezetében a véges elemes hálózatot megfelelően sűríteni kell.

A lemez igénybevételeinek eloszlása, a véges elemek módszerével meghatározva, jelentős mértékben függ az alátámasztó oszlopoknál feltételezett reakció megoszlásától. Általában a következő ábra szerinti három lehetséges reakcióerő eloszlás feltételezhető:



19. ábra. Oszlopokkal alátámasztott lemez számítógépes modellezésének lehetőségei [Kiss R. 2007]

- az oszlop tengelyében feltételezett pontszerű alátámasztás,
- az oszlop keresztmetszeti területével azonos felületen egyenletesen megoszló támaszreakció,



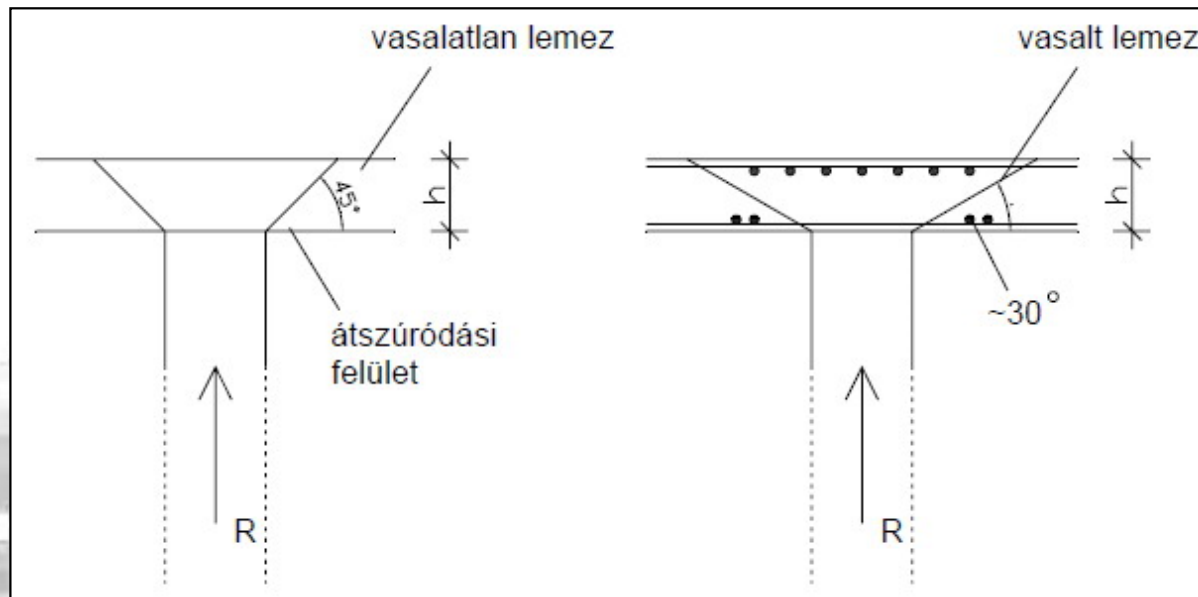
c. a támaszreakció fele az oszlop keresztmetszeti területével azonos felületen egyenletesen oszlik meg, másik fele a négyszög keresztmetszetű oszlop négy sarkán működő azonos nagyságú koncentrált erők formájában adódik át.

A tényleges támaszreakció eloszlást a c változat közelíti legpontosabban. A megoszló reakciók intenzitása, feltételezve, hogy az alátámasztó oszlopok keresztmetszeti mérete a fesztávolság tizede, a b esetben pedig $p=100q$, a c esetben $p/2=50q$.

2.4.2 Átszűrődés vizsgálata

A kis felületen átadódó reakció erő következtében az átszűrődés vizsgálata kritikus. Ez különösen igaz síklemez födémek esetén.

Átszűrődés jelenség: kísérletek alapján megállapítható, hogy a központosan terhelt kör keresztmetszetű oszlop esetén csonka kúp alakú, négyszög alakú oszlop esetén csonka gúlaalakú idom szakad ki a lemezből az oszlop környékén. A kiszakadó kúp vagy gúla hajlásszöge vasalatlan lemez esetén 45 fok, vasalt lemez esetén kb. 30 fok. Az átszűrődés jelensége nyírási jelenség.

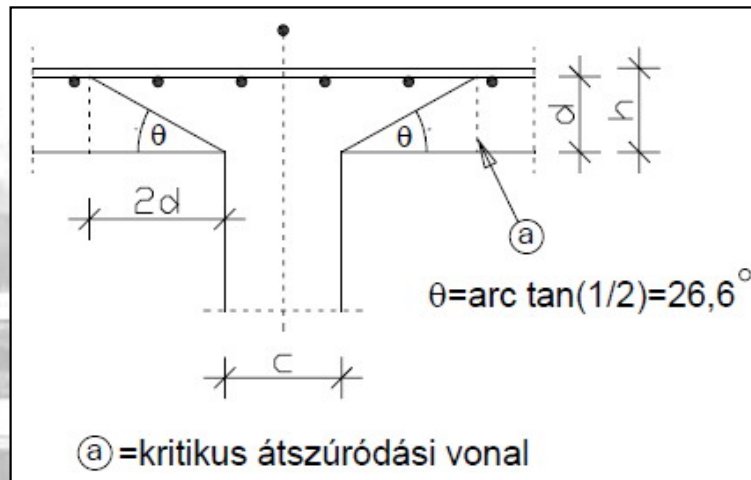


20. ábra. Kiszakadó csonka kúp vagy gúla szerkesztése, hajlásszöge [Kiss R. 2007]

Átszűrődés ellenőrzésének elvi alapjai: a lemez átszűrődásra megfelel, ha az átszűrődási vonal mentén fellépő fajlagos mértékadó nyíróerő nem haladja meg a lemez nyírási ellenállását, amely függ a lemez hasznos magasságától, a beton húzószilárdságától és az átszűrődásra elhelyezett vasalás határerejétől.



Átszűrődés számítása az EUROCODE előírása szerint: az átszűrődési vonal meghatározásához szükséges paramétereket az alábbi ábra tartalmazza.



21. ábra. Az átszűrődés vizsgálat egyes fogalmainak definíciója [Kiss R. 2007]

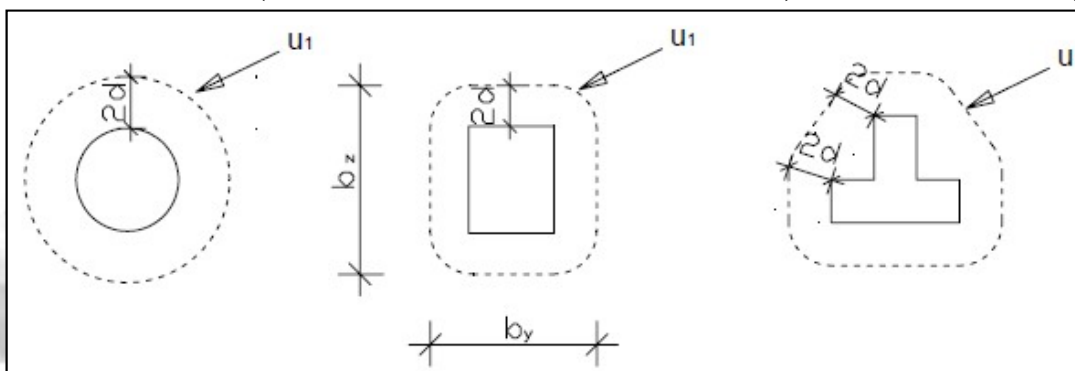
A kritikus átszűrődési vonal meghatározásakor a lemez hasznos magasságát az alábbi értékkel kell figyelembe venni

$$d = d_{\text{eff}} = \frac{d_x + d_y}{2}$$

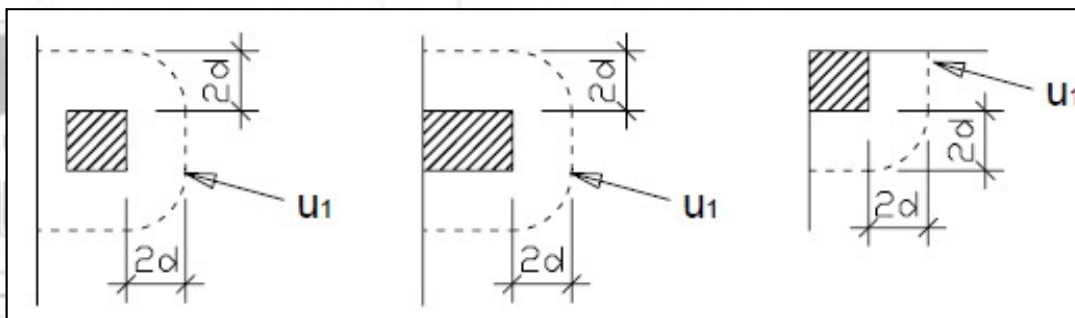
ahol: d_x , d_y – egymásra merőleges x , y irányú, kritikus átszűrődési vonalon belül elhelyezett hajlítási vasalás helyzetéből számított hasznos magasságok



A kritikus átszűrődési vonalat általános esetben és speciális esetekben (lemez szélek esetében) ábrákon adjuk meg.



22. ábra. Az átszűrődési vonal meghatározása általános esetben [Kiss R. 2007]



23. ábra. Az átszűrődési vonal meghatározása speciális esetben [Kiss R. 2007]



Az átszűrődési vasalást nem kell alkalmazni, ha

$$v_{Ed} \leq V_{Rd,c}$$

ahol: v_{Ed} – az átszűrődési fajlagos nyíróerő tervezési értéke,
melyet

$$v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{u_i d}$$
 képlettel számolhatunk központos nyomás esetén,

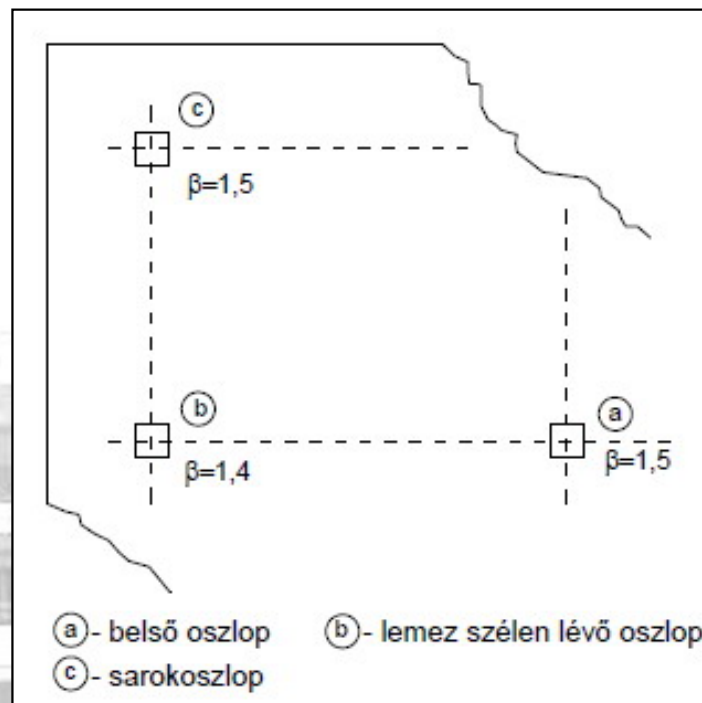
$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_i d}$$
 képlettel számolhatunk külpontosan működő átszűrődési erő esetén

ahol: v_{Ed} – központosan működő átszűrődési erő;

u_i – átszűrődési vonal kerülete;

d – hasznos magasság;

β – külpontosságot figyelembe vehető tényező, ami akkor használható, ha a támaszközök hosszai 25%-nál nagyobb értékben nem térnek el;



24. ábra. β tényező meghatározása [Kiss R. 2007]

$V_{Rd,c}$ – átszűrődési teherbírás tervezési értéke vasalás nélkül, melyet

$$V_{Rd,c} = \left(\frac{0,18}{\gamma_c} k(100\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,10\sigma_{cp} \right) \frac{2d}{a} \geq (v_{\min} + 0,10\sigma_{cp}) \frac{2d}{a}$$

képlettel számolunk,

ahol: γ_c – a beton biztonsági tényezője (1,5);



$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d[\text{mm}]}} \leq 2,0$$

$$\rho_1 = \sqrt{\rho_{lx}\rho_{ly}} \leq 0,02 \quad \text{– kétirányú acélhányad;}$$

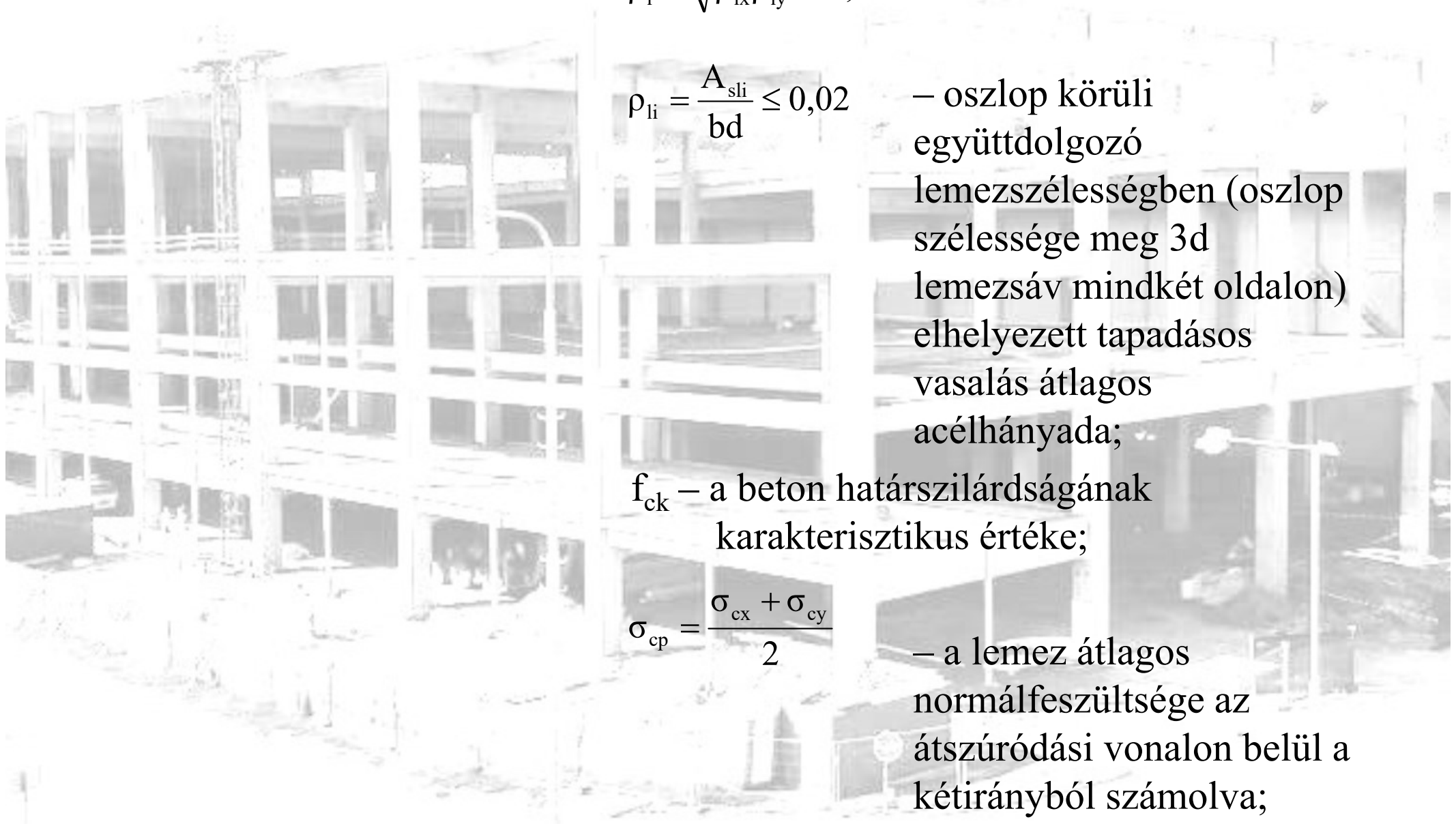
$$\rho_{li} = \frac{A_{sli}}{bd} \leq 0,02$$

– oszlop körüli
együttdolgozó
lemezszélességben (oszlop
szélessége meg 3d
lemezsáv mindkét oldalon)
elhelyezett tapadásos
vasalás átlagos
acélhányada;

f_{ck} – a beton határszilárdságának
karakterisztikus értéke;

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cx} + \sigma_{cy}}{2}$$

– a lemez átlagos
normálfeszültsége az
átszűrődési vonalon belül a
kétirányból számolva;





$$V_{\min} = 0,0035k^{\frac{3}{2}}f_{ck}^{\frac{1}{2}}$$

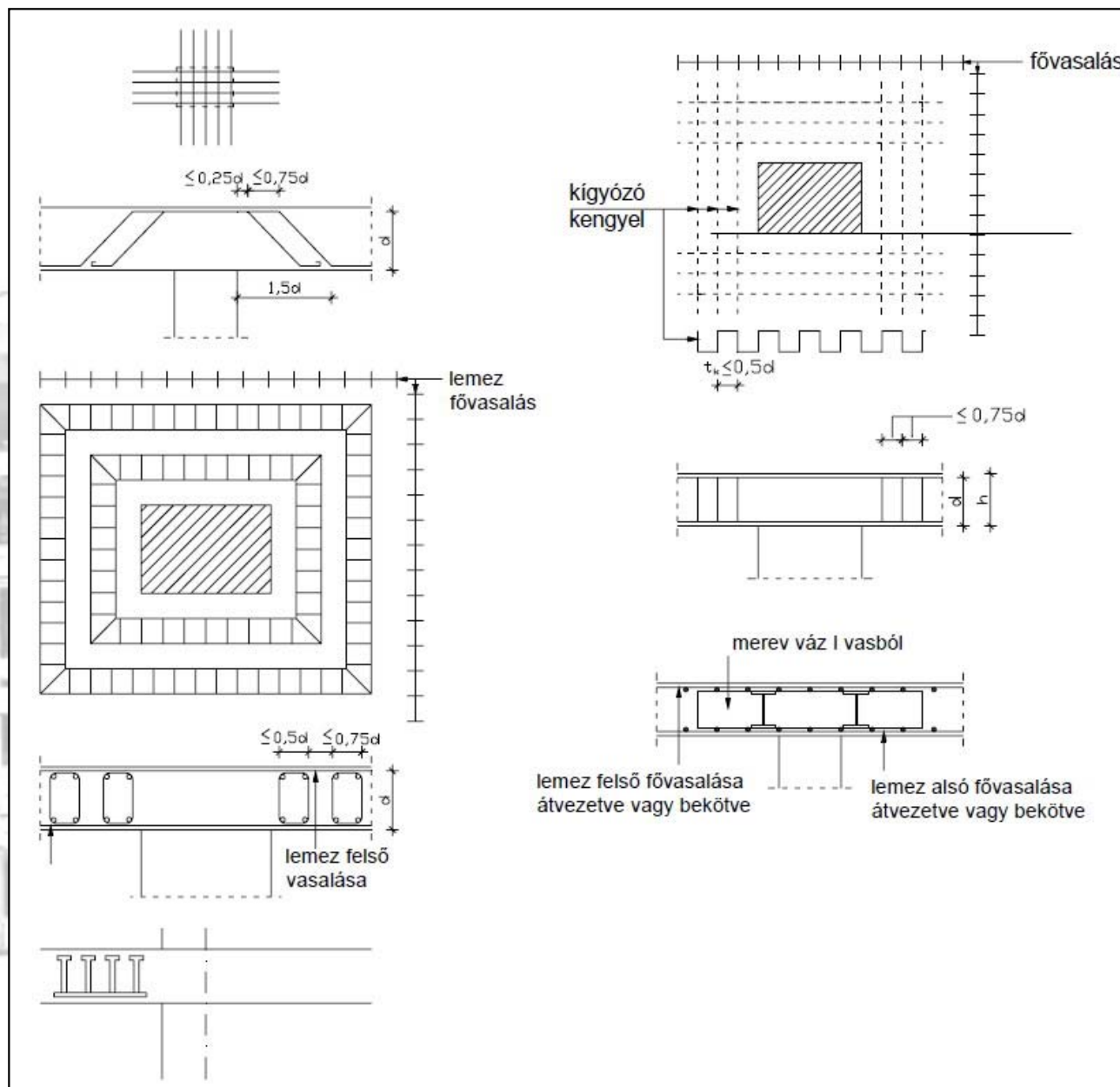
d – lemez hasznos magassága;

a – az oszlop széle és a figyelembe vett átszűrődési vonal távolsága.

Megjegyezzük, hogy a kritikus vonalon a $2d/a=1$.

Ha az előbbi feltétel nem teljesül (azaz az átszűrődési fajlagos nyíróerő tervezési értéke nagyobb, mint az átszűrődési teherbírás tervezési értéke átszűrődési vasalás nélkül), akkor az átszűrődésre vasalást kell elhelyezni.

A kialakításnál figyelni kell arra, hogy a külső acélbetét-sor $1,5d$ távolságnál ne kerüljön távolabb az átszűrődési vonal. Ebben az esetben két feltételt kell kielégíteni.



25. ábra. Átszúródási elleni vasalás típusai, különböző kialakítási módjai [Kiss R. 2007]

Először ellenőrizni kell a meglévő átszűrődési vasalást

$$V_{Ed} \leq V_{rd,cs}$$

$$\text{ahol: } v_{rd,cs} = 0,75V_{Rd,c} + 1,5 \frac{d}{S_R} \frac{A_{sw} f_{ywd,eff}}{u_i d} \sin \alpha$$

ahol: d – a lemez hasznos magassága;

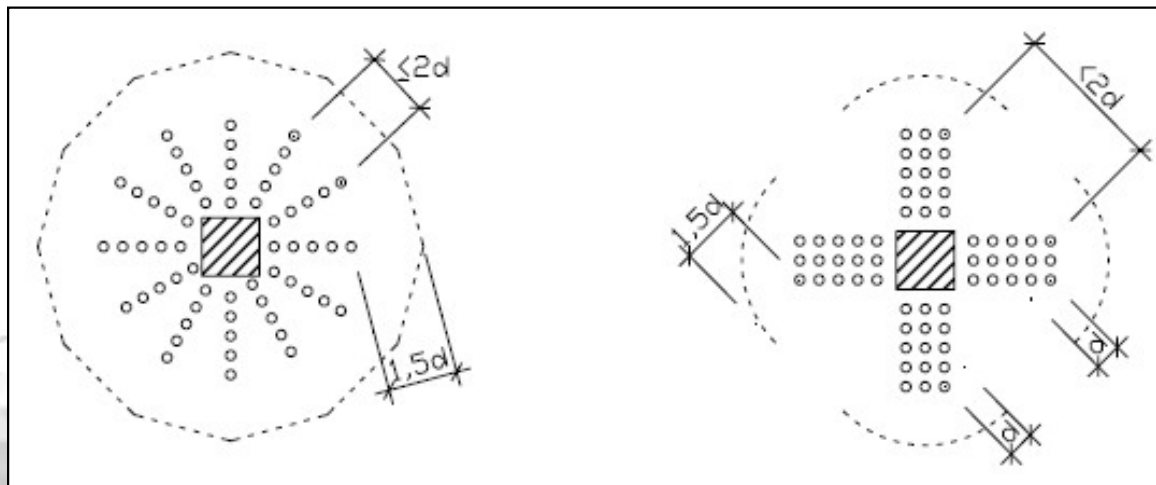
S_R – a koncentrikus körök távolsága (egyetlen sor felhajlított acélbetéttel kialakított átszűrődési vasalás esetén $d/S_R = 0,67$);

A_{sw} – egy körön elhelyezett átszűrődési vasalás keresztmetszeti területe;

$f_{ywd,eff} \left[\frac{N}{mm^2} \right] = 250 + 0,25d[mm] \leq f_{ywd}$ – átszűrődési vasalás csökkentett értéke;

f_{ywd} – átszűrődési vasalás határszilárdságának tervezési értéke;

α – átszűrődési acélbetétek tengelyének a lemez síkjával bezárt szöge.



26. ábra. Átszűrődési vasalás elhelyezése [Kiss R. 2007]

Másodszor ellenőrizni kell a ferde nyomott betonrudak teherbírását

$$V_{Ed} \leq V_{rd,max}$$

ahol: $v_{rd,max} = 0,5v f_{cd}$

ahol: $v = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$

f_{ck} – a beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke;

f_{cd} – a beton nyomószilárdságának tervezési értéke.

2.5 Vasbeton lemezek képlékeny teherbírása

A biztonság kárára tévedhetünk, ha nem vesszük figyelembe, hogy a szerkezet alakváltozó képessége a berepedezetté válás, a lokális képlékenyedés stb. miatt a teherszint növekedésével növekszik, a gazdaságosság kárára tévedhetünk, ha nem vesszük figyelembe, hogy a szerkezetnek az igénybevétel-átrendeződés lehetősége miatt jelentős teherbírasi tartalékok lehetnek.

Igénybevétel-átrendeződés csak statikailag határozatlan erőjátékú szerkezetekben lehetséges, mint a folytatólagos többtámaszú gerendák, és keretszerkezetek esetén. A felületszerkezetek is statikailag határozatlan erőjátékúak, mert igénybevételeloszlásuk a legkritikább esetben vehető fel egyértelműen az alakváltozások analízise nélkül.

Az ideálisan rugalmas viselkedéstől való eltérés figyelembevételére számtalan különböző részletességű elvi modellt dolgoztak ki. A lemezek tervezésére alkalmazott képlékenységtani módszerek elvi alapját a képlékenységtan főtételei alkotják. Ezek a tételek korlátlan képlékeny alakváltozó képességgel bíró szerkezetekre érvényesek feltételenül. Korlátozott képlékeny alakváltozású szerkezetek esetén akkor alkalmazható, ha a vizsgálat kiterjed az alakváltozásokra vonatkozó korlátozások ellenőrzésére is.



Számítási módszerek:

A képlékeny alakváltozások és feszültségek között nincs egyértelmű összefüggés, a képlékeny alakváltozások nem reverzibilisek. A szerkezetek képlékeny teherbírásának vizsgálatánál a következő feltételeket kell kielégíteni:


1. Egyensúlyi feltétel, amely szerint a szerkezetre működő összes erőknek egyensúlyban kell lennie.
2. Mechanizmusa a merev testek kinematikailag határozott láncolata. A láncolatban bármelyik, a láncolat mozgásában résztvevő elem egyetlen mozgáselemét megváltoztatva, a láncolat minden elemének a helyzete e változás és a láncolat geometriája által egyértelműen meghatározott módon változik meg. A mechanizmus kialakulásának feltétele, hogy a törési mechanizmushoz elegendő képlékeny csuklónak kell létrejönni. Ez a rugalmasságtanban a kompatibilitási feltételnek felel meg.
3. Teherbírási feltétel, amely szerint a szerkezet összes keresztmetszetében a külső terhekből keletkező igénybevételek nem haladhatják meg az adott keresztmetszet teherbírását. Vasbeton keresztmetszet esetén ez bekövetkezhet, ha a keresztmetszet nyomott




szélső szálában elérjük a beton határösszenyomódását, vagy a keresztmetszetben lévő acélbetétek elszakadnak (vasbeton keresztmetszet teherbírasi határállapotának –III. feszültségállapot – feltétele).

A szerkezet képlékenységi teherbírása két számítási módszerrel határozható meg:

1. Statikai főtétele: Statikailag lehetséges feszültségeloszlásnak nevezünk egy feszültségeloszlást, ha az adott eloszlású teherrel terhelt szerkezet minden pontjában maradéktalanul kielégíti az egyensúlyi feltételeket. Szilárdságilag elérhetőnek egy-egy feszültségeloszláshoz rendelt azon teherintenzitást nevezük, amely nem növelhető anélkül, hogy a szerkezet valamely pontjában a képlékenységi határt meghaladó feszültségek lépjenek fel. A statikai főtétele kimondja, hogy a törőteher intenzitása a statikailag lehetséges feszültségeloszlások szilárdságilag elérhető teherintenzitásainak felső korlátja. A statikai főtétele alapján minden olyan Q_i terhelés, amelynek egy statikailag megengedett feszültségmező felel meg kisebb, vagy legfeljebb azonos a szerkezet Q_R törőterhénél $Q_{i,stat} \leq Q_R$. A statikailag megengedett nyomatékmező kielégíti az egyensúlyi és a teherbírasi feltételeket.



2. A képlékenységtani vizsgálatok általában felteszik, hogy a képlékeny alakváltozások nagyságát az anyagtulajdonság nem korlátozza. A szerkezet alakváltozásai a képlékeny viselkedés kialakulása után jó közelítéssel olyanok, mintha a belső alakváltozások egy-egy képlékenyedési helyre - rúdszerkezeteknél egy-egy képlékenyedő pontra, felületszerkezeteknél vonalra, tömbszerű szerkezeteknél felületre - koncentrálnának, a képlékenyedési helyek közt pedig merev testként mozdulnának el a szerkezet részei. A képlékenyedési helyek a megtámasztásai miatt merevtest-szerű elmozdulásra képtelen szerkezetet olyan tartományokra bontják, amelynek elemei a merev testekből álló láncolatok mozgástörvényei szerint egymáshoz képest elmozdulhatnak. Ha a képlékenyedési helyek a szerkezetet mechanizmussá alakítják át, a szerkezet terhe nem növelhető tovább, újabb képlékenyedési hely kialakulására már nincsen lehetőség. Egy szerkezet *törési mechanizmusainak* nevezzük azokat a kinematikailag határozott láncolatokat, amelyekké a szerkezet feltételezett képlékenyedési helyekkel feldarabolható. Egy törési mechanizmus minden feltételezett képlékenyedési helyéhez kapcsolati teherbírásként hozzárendelhetjük a szerkezet ottani



képlékeny ellenállását, amellyel a képlékenyedési helyen feltételezett relatív elmozdulást akadályozni képes. Ezt megtéve, a szerkezet minden terhéhez hozzárendelhetünk egy teherintenzitást, amellyel a teher képes "beindítani" a feltételezett törési mechanizmust, azaz olyan teherintenzitást, amely a feltételezett képlékenyedési helyek közt abszolút merevnek feltételezett testekből álló, de a képlékenyedési helyeken csak a helyi képlékeny ellenállás értékének eléréséig "blokkolt" kapcsolatú mechanizmust képlékeny alakváltozásra kényszeríti. Ezt a teherintenzitást a vizsgált teher egy *kinematikailag elégséges teherintenzitásának* nevezzük.

A képlékenységtan kinematikai főtétele alapján a törőteher intenzitása a kinematikailag elégséges teherintenzitások alsó korlátja. A tétel szerint egy "találomra" kiválasztott törési mechanizmushoz kiszámolt kinematikailag elégséges teherintenzitás mindig felső korlátja a törőteher intenzitásának. A képlékenyedések feltételezett helyének a variálásával megkeressük azt a törési mechanizmust, amelyhez a legkisebb kinematikailag elégséges teherintenzitás tartozik. $Q_{i,kint} \geq Q_R$. A kinematikailag megengedett nyomatókmező kielégíti az egyensúlyi és a mechanizmus kialakulásának feltételeit.




Ha egy kinematikailag lehetséges törési mechanizmushoz hozzárendelhető egy statikailag megengedett nyomtérmező, akkor a hozzájuk tartozó Q_i közös terhelés, a szerkezet tényleges teherbírása. Ezt az unicitás tételének hívjuk.

2.5.1. Vasbeton lemezek képlékeny teherbírásának meghatározása

A vasbeton lemezek képlékeny teherbírásának meghatározásához a statikai és a kinematikai tétel egyaránt használható. A következőkben kinematikai tételen alapuló Johansen-féle törésvonal elméletet mutatjuk be. A törésvonal elmélet lényege, hogy a lemezen kinematikailag lehetséges törésvonal konfigurációinak felvételével olyan törési mechanizmus alakul ki, amelyhez a szerkezet törőterhének felső korlátja meghatározható. A törésvonal elmélet alkalmazásakor következő alapfeltételezéseket kell tenni:

- a törésvonalak mentén a nyomtér állandó és megegyezik az acélbetétek folyásához tartozó határnyomtékkal,
- a törésvonalak által határolt lemeztáblák merev test szerűen fordulnak el a csuklós (szabadon elforduló) vagy a tökéletesen befogott peremek körül,

- 
- oszlopokkal megtámasztott lemez esetén az elfordulási tengely átmegy az oszlop tengelyén.

Ezekből az alapfeltevésekből az alábbiak következnek:

- a képlékeny viselkedés kialakulása során olyan nagyságú képlékeny alakváltozások jöhetnek létre, amelyek mellett a rugalmas alakváltozások elhanyagolhatóan kicsinyek, azaz a vizsgált lemez viselkedése merevképlékeny, a törésvonalak egyenesek,
- a befogott peremen mindig törésvonalat (negatív) kell feltételeznünk,
- minden törésvonal átmegy azon két lemeztábla elfordulási tengelyének metszéspontján, amelyet elválaszt,
- ha a törésvonalak a lemez felületét n lemeztáblára osztják és minden elfordulási tengely ismert, akkor $n-1$ geometriai paraméterrel lehet leírni a törési mechanizmust,
- általános esetben minden lemeztábla elfordulási tengelye ismert. Ha k a nemismert elfordulási tengelyek száma, akkor a törési mechanizmus $i=n-1+k$ geometriai paramétere szükséges a törési mechanizmus leírásához.




A törőteher felső korlátjának meghatározásához a virtuális munka tételét célszerű alkalmazni. A számítás legfontosabb lépései a következőkben megtalálhatók.

A törési mechanizmus kialakulása után a törésvonalakra, vagy a lemez széle által határolt lemeztáblára a következő terhek hatnak:

- a külső terhek (önsúly és hasznos terhelés) a felületen megoszló q , vagy vonal mentén megoszló q , vagy koncentrált Q erő,
- a törésvonalak mentén fellépő m hajlító- és m_T csavarónyomatékok,
- a törésvonalak mentén, a két csatlakozó lemeztábla között keletkező nyíróerők.

Legyen a lemez egy végtelenül kicsi eleme $dxdy$ felülettel jellemezve, ha ennek a virtuális elmozdulása $\delta(x,y)$, akkor a teljes lemezre a külső erők virtuális munkája

$$L_K = \int \int_A q \delta(x, y) dx dy + \int l q \delta(l) dl + \sum Q \delta_i$$



Legyen θ_i a törési mechanizmus egy lemezelemének virtuális elfordulása, s_i egy az elemet határoló törésvonal szakasz hossza, és m_i az s_i törésvonalon működő fajlagos nyomaték. Ekkor a nyomatékok belső virtuális munkája a teljes lemezre

$$L_B = \sum_i (\underline{m}_i s_i) \underline{\Theta}_i = \sum_i s_i (\underline{m}_i \otimes \underline{\Theta}_i)$$


ahol: $\underline{m}_i \otimes \underline{\Theta}_i$ skalárszorzat jelentése $\underline{m}_i \otimes \underline{\Theta}_i = |\underline{m}| \cdot |\underline{\Theta}| \cos(\underline{m}, \underline{\Theta})$

A csavarónyomatékok és a nyíróerők munkája teljes lemezre zérus (mivel a törésvonal két oldalán ezek azonos értékűek, de ellenkező előjelűek).

A külső és belső munkák egyenlősége alapján ($L_K = L_B$), az m nyomatékok meghatározhatók a q_R törőteher és a törésképet jellemző λ_i paraméterek függvényében:

a. A feladat megoldása az $m = m(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, q_R)$ függvény maximálásából áll és a következő egyenletrendszer megoldására vezet

$$\frac{\partial m}{\partial \lambda_1} = 0; \quad \frac{\partial m}{\partial \lambda_2} = 0; \quad \dots \quad \frac{\partial m}{\partial \lambda_n} = 0$$



Az egyenletrendszert megoldva λ_i értékei és az m nyomaték, a q_R függvényében meghatározhatók ($i = 1, 2, \dots, n$).

- b. Másik lehetséges megoldás: a q_R törőterhet a lemez ismert vasalásából számítható törőnyomatékok és a töréskép jellemző λ_i paramétereinek függvényében határozzuk meg.

Ekkor a $q_R(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, m_R)$ függvény minimumát kell kiszámítani a következő egyenletrendszerből

$$\frac{\partial q_R}{\partial \lambda_1} = 0; \frac{\partial q_R}{\partial \lambda_2} = 0; \dots \frac{\partial q_R}{\partial \lambda_n} = 0$$

Ez a megoldás az adott vasalású lemez törőterhének felső korlátját adja.

2.5.2 Az oszlopokkal alátámasztott síklemez födémek képlékenységtan szerinti vizsgálata

Szabálytalan alaprajzi elrendezésű oszlop kiosztás esetén a lehetséges törésvonal mechanizmusok száma nagyon nagy lehet és ekkor a számítási paraméterek nagy száma miatt a módszer alkalmazása is nehézkessé válik.



Itt csak azt a nagyon gyakori esetet vizsgáljuk, amikor a födémet egyenletesen megoszló teher terheli, az oszlopok alaprajzi elrendezése szabályos és eleget tesz a következő feltételeknek is

$$0,67 \leq \frac{l_y}{l_x} \leq 1,50$$

$$0,75 \leq \frac{l_{x1}}{l_{x2}} \leq 1,33$$

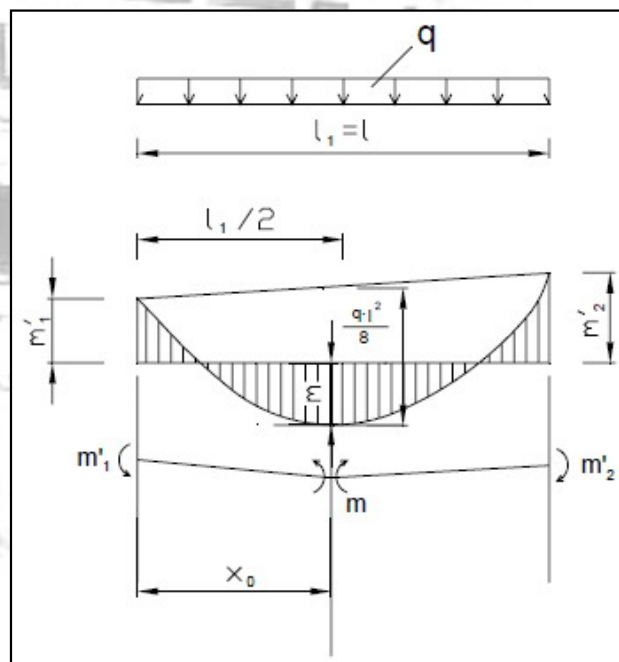
Ebben az esetben két lehetséges törési mechanizmus alakulhat ki, egy úgynevezett *globális*, mely a teljes födémmre kiterjed és egy *lokális*, amely csak az alátámasztó oszlopok környezetére korlátozódik.

A globális mechanizmus:

A globális törési mechanizmust Johansen dolgozta ki. Elméleti eredményeit orosz és amerikai kísérletekkel is igazolták. Egy teljes, l_{xr} , l_{yr} redukált fesztávolságú födémmezőn kialakuló törésvonalrendszer elemzésén alapszik.



A törési mechanizmus az egyik, vagy az x , vagy az y irányban alakul ki. Alkalmas vasalás esetén a törésvonalrendszer egyszerre két irányban is kialakulhat, de a kétirányú mechanizmus ekkor is egymástól függetlenül vizsgálható. A q egyenletesen megoszló födémteher hatására keletkező m_x pozitív nyomatékok meghatározására vizsgáljuk a lemez egy egységnyi szélességű sávját, feltételezve, hogy az m_x pozitív és m'_x negatív képlékeny nyomatékok a törésvonalak mentén állandóak. Megjegyezzük, hogy x irányúnak azt a nyomatékot tekintjük, amelynek felvételére az x tengellyel párhuzamos vasalást kell alkalmazni.



27. ábra. Globális törési mechanizmus modellje [Kiss R. 2007]



Írjuk fel a nyomatékok egyensúlyát az ábra alapján, feltételezve, hogy a törésvonalakon képlékeny nyomatékok alakulnak ki.

Az x_0 szélességű baloldali lemeztábla egyensúlyi feltétele:

$$m_x + m'_{x1} = q \cdot \frac{x_0^2}{1}$$

Az $l_r - x_0$ szélességű jobboldali lemeztábla egyensúlyából:

$$m_x + m'_{x2} = q \cdot \frac{(l_r - x_0)^2}{1}$$

ahol x_0 elvileg ismert paraméter.

Az egyszerűség kedvéért alkalmazzuk az $m'_{x1}/m_x = \varphi_{x1} = \varphi_1$ és az $m'_{x2}/m_{xx2} = \varphi_{y2} = \varphi_2$ jelöléseket. Ezzel az előző egyensúlyi egyenletek az alábbi alakban írhatók:

$$m_x \cdot (1 + \varphi_1) = \frac{1}{2} \cdot q \cdot x_0^2 \quad \text{és} \quad m_x \cdot (1 + \varphi_2) = \frac{1}{2} \cdot q \cdot (l_r - x_0)^2$$



A fenti két egyenletből m_x -et kifejezve és az egyenleteket egymással egyenlővé téve a következő összefüggést kapjuk:

$$\frac{1 + \varphi_1}{1 + \varphi_2} = \frac{x_0^2}{(1_r - x_0)^2}$$

melyből x_0 értéke az

$$x_0^2 = \frac{\sqrt{1 + \varphi_1}}{\sqrt{1 + \varphi_1} + \sqrt{1 + \varphi_2}} \cdot 1_r$$

kifejezéssel számítható. Ezt a baloldali lemeztábla egyensúlyi egyenletébe beírva és átrendezve adódik.


$$m_x = \frac{q l_{rx}^2}{2(\sqrt{1 + \varphi_1} + \sqrt{1 + \varphi_2})^2}$$

$\varphi_{x1} = 1$ és $\varphi_{x1} = 0$ esetén

$$m_x = \frac{q l_{rx}^2}{11,6}$$

Az y irányban hasonló megfontolások után

$$m_y = \frac{q l_{ry}^2}{2(\sqrt{1 + \varphi_1} + \sqrt{1 + \varphi_2})^2}$$



Ha az m_x , m'_x , m_y , m'_y képlékeny nyomatékok a törésvonalak mentén nem állandóak, akkor a teljes l_y vagy l_x szélességű lemezsáv egyensúlyát kell vizsgálni a következő összefüggés szerint:

$$\int_0^{l_y} m_x d_y = \frac{q l_{rx}^2 l_y}{2(\sqrt{1+\varphi_1} + \sqrt{1+\varphi_2})^2}$$

A lokális mechanizmus:

A lokális törési mechanizmus egy a lemezfelületre működő koncentrált erő hatására alakul ki a 28. ábra szerint. Ideálisan koncentrált erő és izotróp lemez esetén a megoldás „pontos” eredményt ad.



Tételezzük fel, hogy egy izotróp vasalású lemez négyzetes hálózatban pontszerűen van megtámasztva, vagyis

$$l_x = l_y$$

$$\frac{m_{sx}}{m_{sy}} = \mu = 1$$

$$\frac{m_{s1}}{m_{s2}} = \varphi$$

A kialakuló lokális töréskép ekkor az alá-támasztási pont körül kialakuló, r sugarú körrel jellemezhető, legyezőszerű mechanizmus lesz. A töréskép $d\alpha$ szöggel jellemzett vektorára a belső erők virtuális munkája az ábra szerint

$$dL = (m_s \cdot ds + \varphi m_s \cdot ds) \cdot \Theta$$

A $ds = r d\alpha$ és $q = d/r = 1/r$ helyettesítésekkel a külső és belső erők virtuális munkájának egyenlősége a teljes mechanizmusra

$$(1 - \varphi) \cdot m_s \cdot \int_0^{2\pi} d\alpha = Q$$

$$m_s = \frac{Q}{2\pi(1 + \varphi)}$$



Általános esetben a töréskép elliptikus alakú lesz, melynek fél tengelyei a CEB ajánlása szerint

$$r_x = 0,651 l_x \cdot \sqrt[3]{\frac{a}{l_x}} \quad \text{és} \quad r_y = 0,651 l_y \cdot \sqrt[3]{\frac{b}{l_y}}$$

alakban vehetők fel, ahol l_x , és l_y az x illetve y irányú nyomaték az alábbi összefüggéssel határozható meg.

$$m_{sx} = \frac{Q}{1 + \varphi_{sx}} + \frac{\sqrt{\mu}}{2\pi \left(1 + \frac{4a}{l_y}\right)} \quad m_{sy} = \frac{Q}{1 + \varphi_x} + \frac{\sqrt{\mu}}{2\pi \left(1 + \frac{4b}{l_x}\right)} \cdot \sqrt{\mu}$$

$$\sqrt{\mu} = \frac{l_x}{l_y}$$

$$\text{ahol: } \varphi_{sx} = \frac{m_{sx1}}{m_{sx2}}$$

$$\varphi_{sy} = \frac{m_{sy1}}{m_{sy2}}$$

Gombafejes födém analitikus vizsgálata rendkívül bonyolult, ekkor általában csak véges elemes analízis vezet eredményre.



Felhasznált irodalom

DR. KISS RITA M.: *Magasépítési vasbetonszerkezetek.* Elektronikus jegyzet, Pécs, 2007

