



# Mechanika II. (szilárdságtan)

## 5. előadás

Keresztmetszet magidoma, külpontos húzás-nyomás  
húzószilárdsággal nem rendelkező anyagok esetén

Szabó Imre Gábor

Pécsi Tudományegyetem Műszaki és Informatikai Kar

Építőmérnök Tanszék



# 1. Síkidomok belső magja

A síkidom belső magja a síkidom olyan kitüntetett része a súlypont környezetében, amelyen belül, vagy annak határán működtetett tengelyirányú nyomóerő a teljes keresztmetszeten csak nyomófeszültséget hoz létre.

E terület határain belül lévő dőfésponthoz tartozó képzeletbeli semleges tengely a keresztmetszeti idomot sehol sem érinti. A keresztmetszetnek ezt a tartományát belső magnak, vagy másképpen magidomnak nevezzük.

**A maghatárpontok meghatározhatók az alábbi összefüggések alapján:**

$$e_x = \frac{i_y^2}{x_0}$$
$$e_y = \frac{i_x^2}{y_0}$$

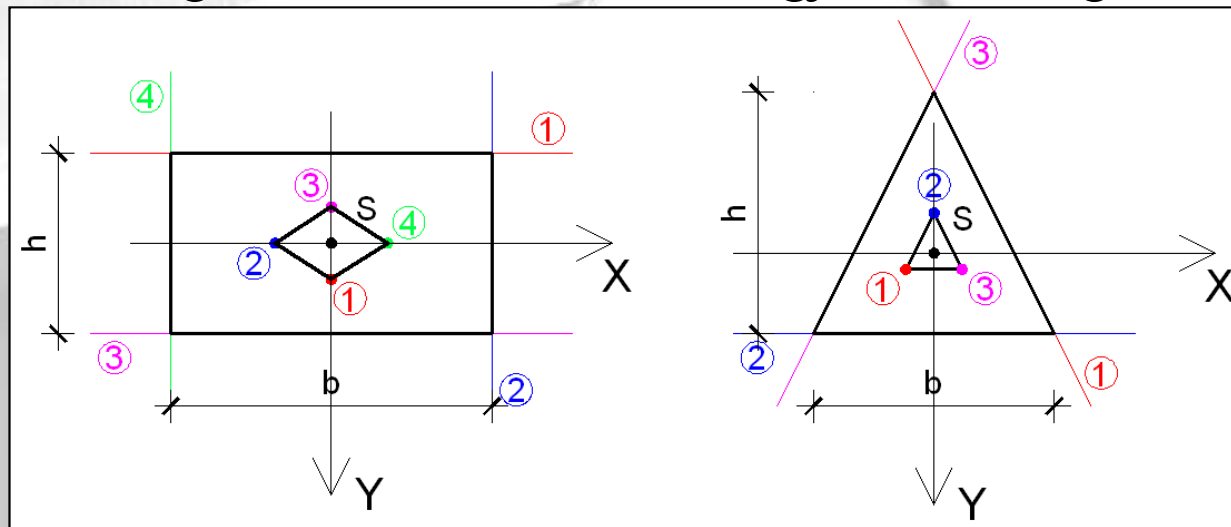
ahol:  $e_x$ ,  $e_y$  – a magidom pontja és a keresztmetszet súlypontja közötti távolság;

$i_x^2$ ,  $i_y^2$  – a keresztmetszet inerciasugarának négyzete;

$x_0, y_0$  – a keresztmetszet súlypontjától mért távolság, ahol a keresztmetszet kontúrvonala metszi az „X” vagy „Y” főtengelyeket.

A negatív előjel arra utal, hogy a maghatárpont a dőfésponthoz képest a keresztmetszet ellenkező oldalán helyezkedik el.

A magidom mérete és alakja a keresztmetszet méretétől és alakjától függ. Görbe alakú síkidom belső magját is görbe vonalak határolják. Sokszög alakú síkidom belső magja is sokszög alakú.



1. ábra. Egyszerű keresztmetszetek magidoma



## 2. Húzószilárdság nélküli anyagú szerkezetek

A szerkezeti anyagok egy jelentős része nyomásnak ellenáll, viszont húzószilárdsággal elhanyagolhatóan minimálisan vagy egyáltalán nem rendelkezik.

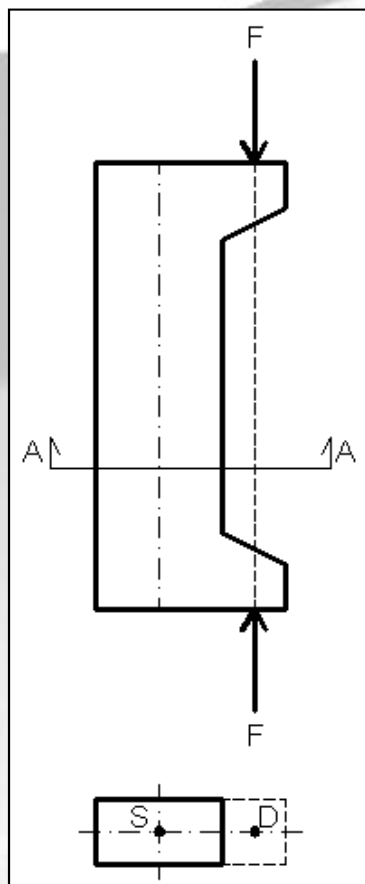
Ilyen anyagok:

- téгла- és kőfalazatok,
- betonszerkezetek (vasalás nélkül),
- talaj.

Ilyen szerkezetek csak olyan terhelést képesek hordani, amely a keresztmetszeten működő nyomófeszültségekkel egyensúlyozható.

A nyomóerő dőléspontjának helyét három különböző esetre vizsgáljuk: a magidomon belül, a magidom határán és a magidomon kívül, de a keresztmetszet kontúrján belül helyezkedik el.

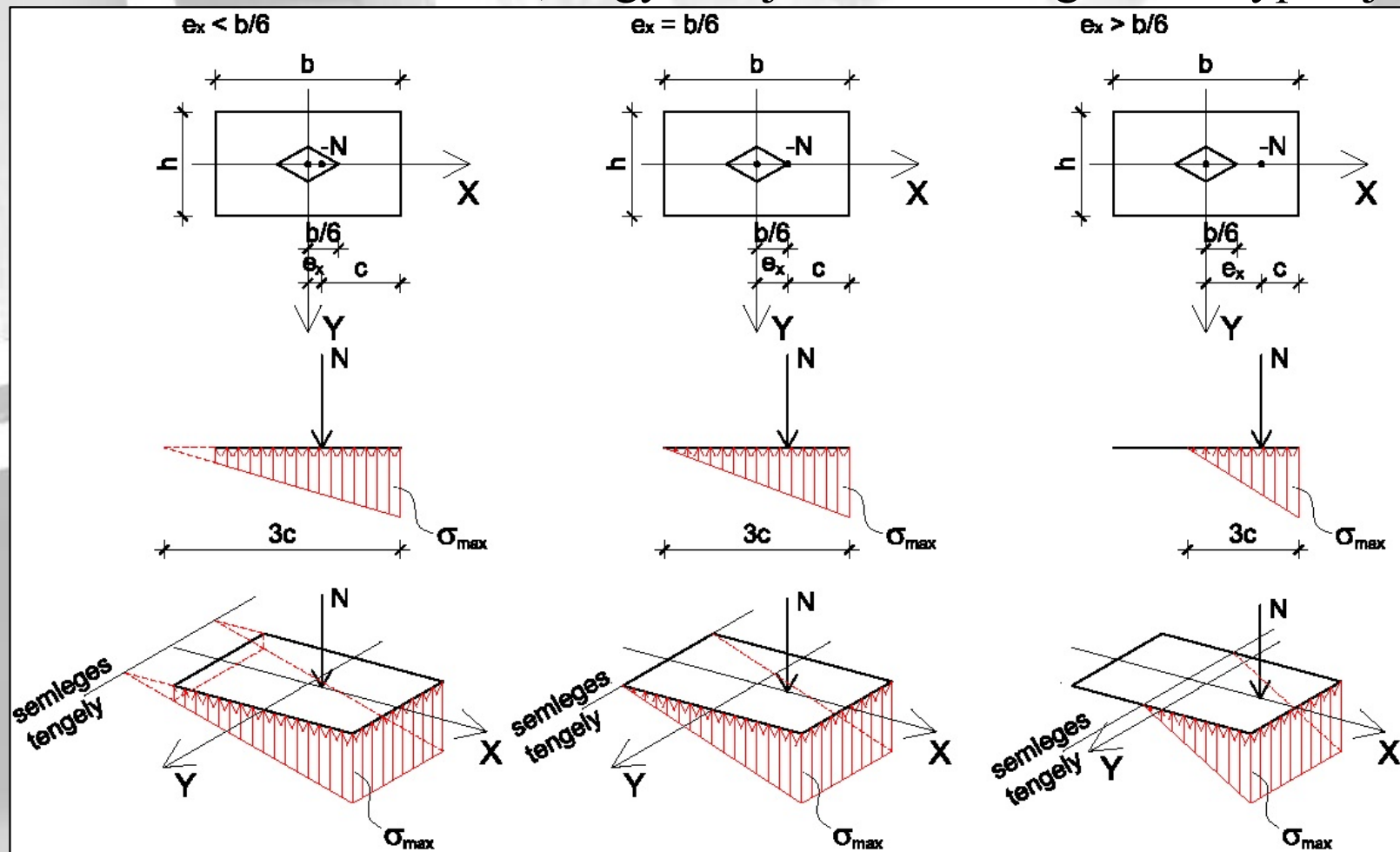
Egy negyedik eset lehetne, hogy a magidomon kívül, és a keresztmetszetet határoló oldaléleken is kívül hat a külpontosan nyomó erő, azonban ebben az esetben a terhelő erőt csupán húzófeszültségekkel nem lehet egyensúlyozni, így húzószilárdság nélküli anyagot sem lehet használni ilyen szerkezetek esetében.



2. ábra. A keresztmetszetet határoló oldalélen kívül eső döféspont

## 2.1 Rugalmas állapot (egyszeres külpontosság)

Rugalmas állapotban a feszültség eloszlás elsőrendű függvény szerint változik. Mivel az anyag nem rendelkezik húzószilárdsággal, csak nyomófeszültségek ébrednek. A külpontosan terhelő erővel a nyomófeszültségek eredője tart egyensúlyt. A külpontosan ható erő hatásvonalára keresztül kell, hogy menjen a feszültségi test súlypontján.



3. ábra. Nyomófeszültségek eloszlása rugalmas állapotban



Négyzet és téglalap keresztmetszet esetén a magidom határpontjai az összefüggések egyszerűsítése miatt az oldalhosszúságok 1/6-ába esnek. ( $b/6$  és  $h/6$ ).

A feszültség maximum értelemszerűen a keresztmetszet mindig azon oldalán van, amelyiken a döféspont elhelyezkedik.

Ha a döféspont a magidomon belül van, akkor a feszültségek eloszlása és számítása teljesen megegyezik a húzószilárdsággal rendelkező anyagú szerkezeteknél tanultakkal.

$$\sigma_{\max} = -\frac{N}{A} - \frac{M_y}{I_y} \cdot x$$
$$\sigma_{\max} = -\frac{N}{A} - \frac{N \cdot e_x}{I_y} \cdot \frac{b}{2}$$
$$\sigma_1 = -\frac{N}{A} + \frac{N \cdot e_x}{I_y} \cdot \frac{b}{2}$$

ahol:  $\sigma$  – a külpontos nyomóerő hatására keletkező normálfeszültség;

$N$  – a külpontos nyomóerő;

$A$  – a keresztmetszet felülete;



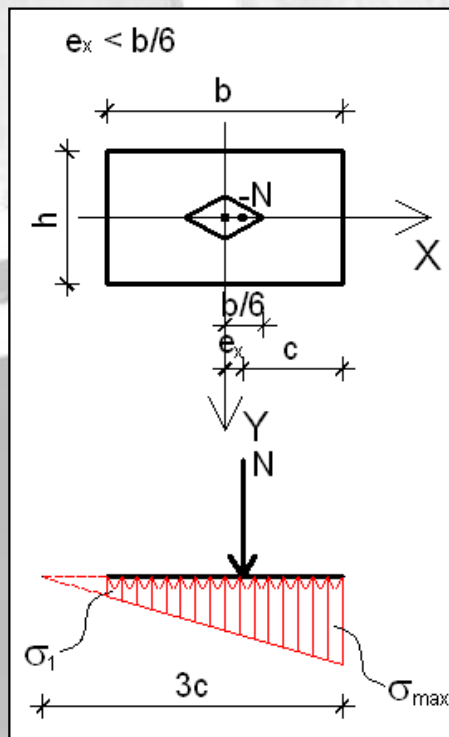
$M_y$  – a hajlítónyomaték értéke „Y” irányban;

$I_y$  – a keresztmetszet tehetetlenségi nyomatéka (inerciája) a súlyponti „Y” tengelyre;

$x$  – a súlyponttól a keresztmetszet szélső szálának távolsága;


$e_x$  – a külpontosság nagysága, a keresztmetszet súlypontja és a dőféspont közötti távolság;

$b/2$  – a súlyponttól a keresztmetszet szélső szálának távolsága.



4. ábra. A dőféspont a magidomon belül helyezkedik el





Ha a döféspont a magidomon kívül van, akkor a keresztmetszet egy része a húzófeszültség hatására bereped, a másik részén csak nyomófeszültség ébred (nyomott felület, nyomott zóna). A két részt elválasztó határvonal (semleges tengely) helyzetét a döféspont helye befolyásolja, a nyomóerő nagysága nem.

**Négyszögszelvény esetében a számításhoz szükséges összefüggések egyszerűsíthetők:**

**Rugalmas állapotban a határerő kiszámítása:**

$$N_{HR} = \frac{3 \cdot c \cdot h \cdot \sigma_h}{2}$$

ahol:  $N_{HR}$  – a külponos nyomóerő határértéke rugalmas állapotban;

$c$  – a külponos nyomóerő döféspontja és a keresztmetszet szélső szála közötti távolság;

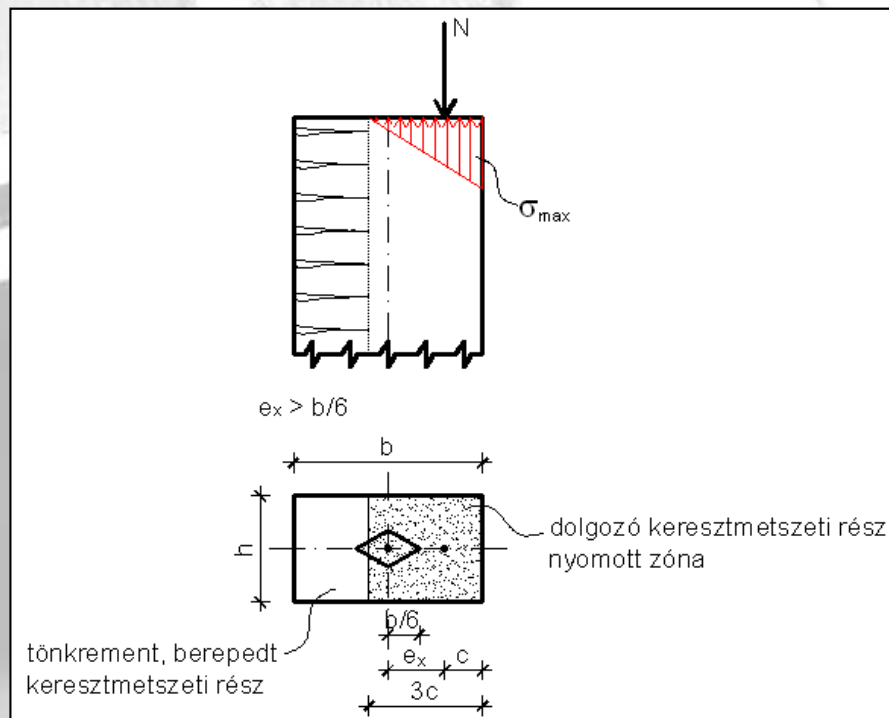
$h$  – a keresztmetszet oldalélének hossza (ha a külponos nyomóerő döféspontja az „X” főtengelyen helyezkedik el, akkor a keresztmetszet „y” irányú oldalhosszúsága, ha a döféspont az „Y” főtengelyen van, akkor a keresztmetszet „x” irányú oldalhosszúsága);

$\sigma_H$  – a normál feszültség határértéke;

2 – mivel rugalmas állapotban a feszültségi ábra elsőrendű függvény szerint változik (háromszög alakú), ezért szükséges a 2–vel való osztás.

Az összefüggést jobban megvizsgálva, látszik, hogy gyakorlatilag a feszültségi test térfogatát kell kiszámolni.

Az összefüggés átrendezésével, a mértékadó nyomóerő felhasználásával a mértékadó normál feszültség is kifejezhető.



5. ábra. A dőféspont a magidomon kívül helyezkedik el

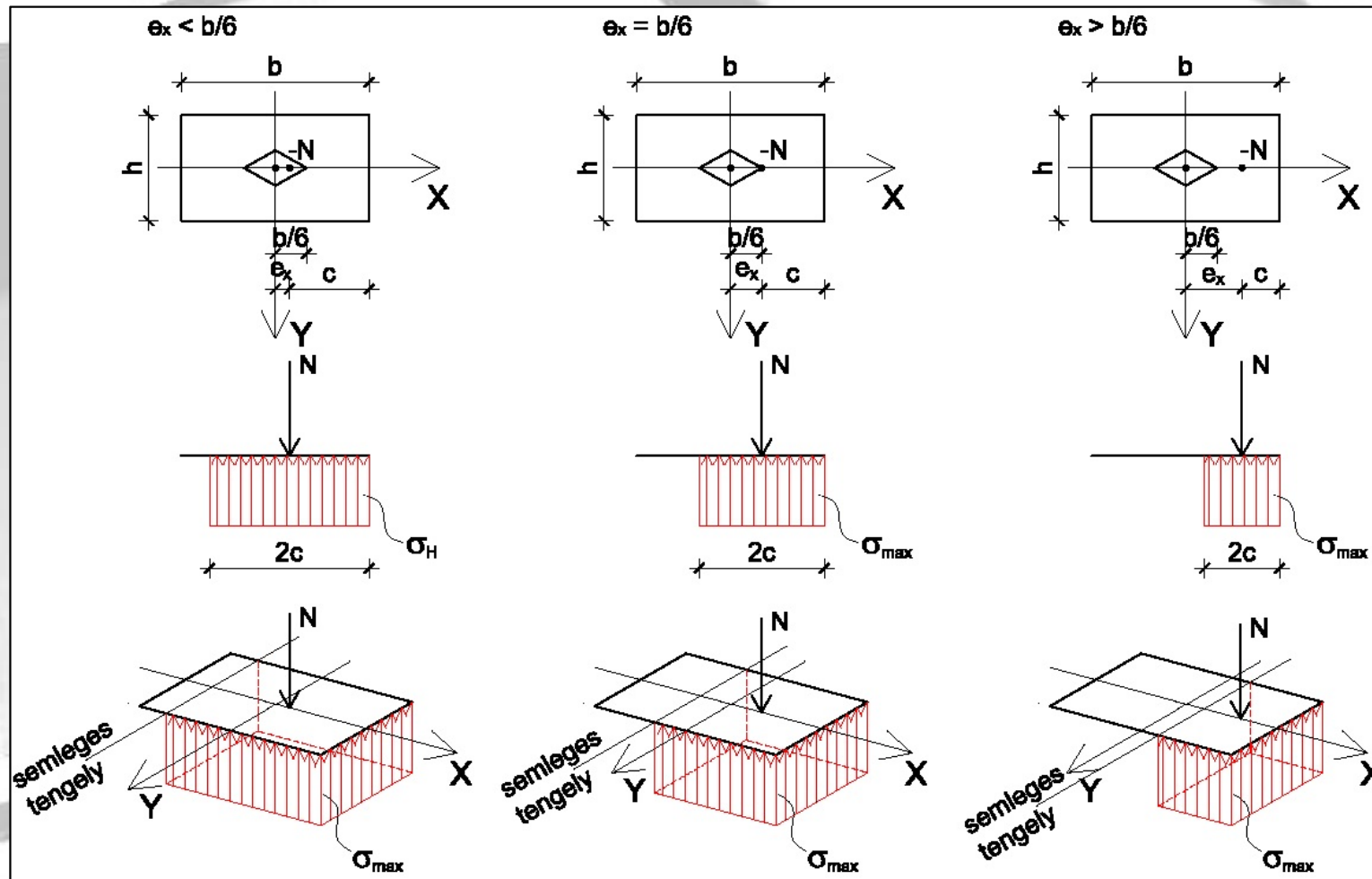
## 2.2 Képlékeny állapot (egyszeres külpontosság)

Képlékeny állapotban a feszültség eloszlása egyenletes. A nyomóerővel a nyomófeszültségek eredője tart egyensúlyt. A dőféspont kijelöli a feszültségi test súlypontjának helyét.

**Képlékeny állapotban a határerő kiszámítása:**

$$N_{HK} = 2 \cdot c \cdot h \cdot \sigma_h$$

- ahol:  $N_{HK}$  – a külpontos nyomóerő határértéke képlékeny állapotban;  
 $c$  – a külpontos nyomóerő dőféspontja és a keresztmetszet szélső szála közötti távolság;  
 $h$  – a keresztmetszet oldalélének hossza;  
 $\sigma_H$  – a normálfeszültség határértéke.



6. ábra. Nyomófeszültségek eloszlása képlékeny állapotban

Kétszeres külpontosság esetén az alapösszefüggések változatlanok. Eltérés a dolgozó keresztmetszeti rész (nyomott zóna) nagyságának meghatározásában van. A feladatok során csak egyszeres külpontossággal foglalkozunk.



## Felhasznált irodalom

**ARNOLD ILDIKÓ, HAJÓSNÉ TEMESI ESZTER:** *Mechanika 2. – szilárdságtan –*. Janus Pannonius Tudományegyetem Pollack Mihály Műszaki Főiskola, Pécs, 1998.

**DR. SALÁT GÉZA:** *Szilárdságtani példatár*. Pollack Mihály Műszaki Főiskola, Építőipari Kar Tartószerkezetek Tanszék, Pécs, 1974.

**SZAKÁCS JÓZSEF, NAGY ZOLTÁN:** *Mechanika. Módszertani útmutató és példatár II. évfolyam Magas- és Mélyépítő szakos levelezős hallgatók részére 2–3–4. konzultáció*. Pollack Mihály Műszaki Főiskola Építőipari Kar, Pécs, é.n.