PÉCSI TUDOMÁNYEGYETEM
MŰSZAKI ÉS INFORMATIKAI KAR

Mechanikai alapismeretek I. (statika)

1. előadás

Az erő fogalma, ábrázolása, az erő felbontása, közös metszéspontú erőrendszer eredője

Szabó Imre Gábor
Pécsi Tudományegyetem Műszaki és Informatikai Kar
Építőmérnök Tanszék

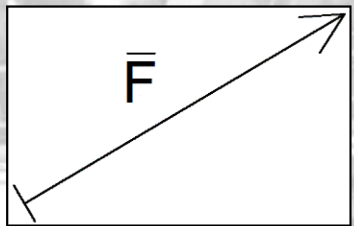
1. Az erő fogalma

1.1 Az erő

Az erő egy képzelt fogalom, amellyel a különböző testek mechanikai kölcsönhatásának nagysága, mértéke jellemezhető. Tehát az erő *nagysággal, iránnyal* és *hatásvonallal* jellemezhető vektor segítségével ábrázolható mennyiség.

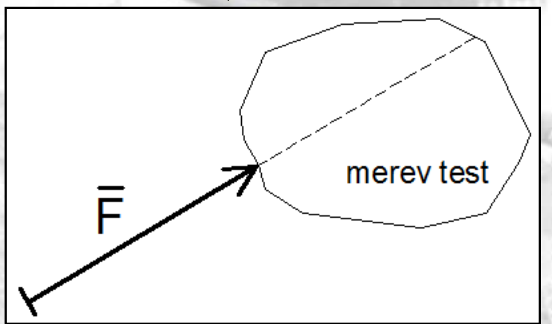
Az erő jele: F (Force)

Az erő mértékegysége: newton [N], illetve ennek prefixumai [kN, mN]



1. ábra. Az erő ábrázolása [Szabó I. G. 2012]

Ha egy merev testre adott erő hat, akkor a test ugyanakkora erővel ellenáll. (Newton – hatás – ellenhatás törvénye)

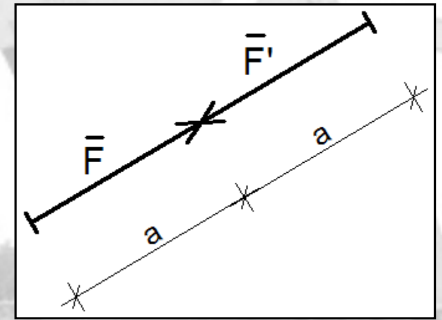


2. ábra. Newton hatás-ellenhatás törvénye [Szabó I. G. 2012]

1.2 A statikának három alapvető axiómája fogalmazható meg

1. axióma: Két erő egyensúlyára vonatkozó tétel

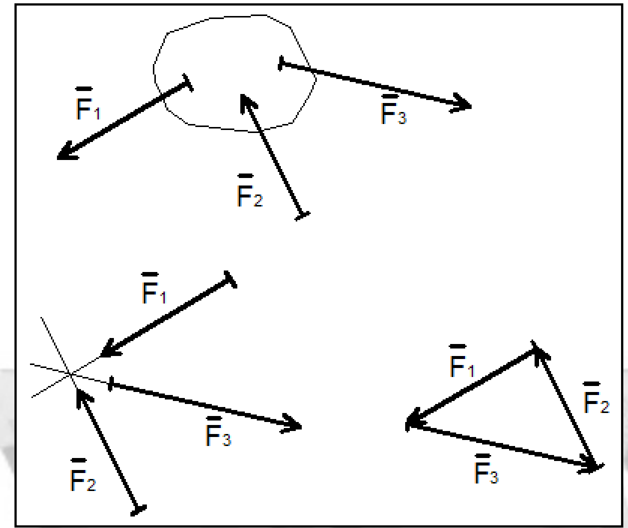
Két erő akkor és csakis akkor van egyensúlyban, ha a hatásvonalai egy egyenesbe esnek, nagyságuk megegyezik, irányuk pedig ellentétes.



3. ábra. Két erő egyensúlya (I. axióma) [Szabó I. G. 2012]

2. axióma: Három erő egyensúlya

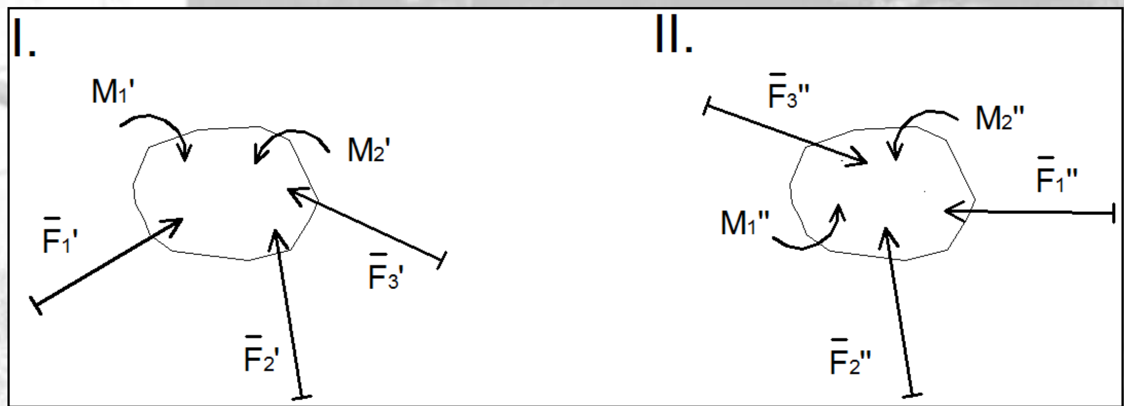
Három erő akkor és csak is akkor van egyensúlyban, ha közös metszéspontúak és vektoraikból nyílfolytonos, zárt vektorháromszög szerkeszthető.



4. ábra. Három erő egyensúlya (II. axióma) [Szabó I. G. 2012]

3. axióma: Eredő erőrendszer egyensúlya

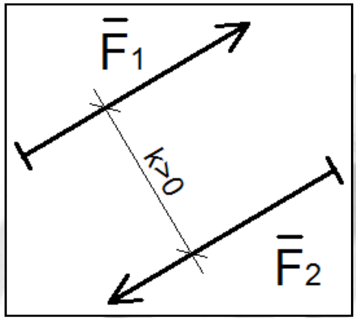
Ha egy egyensúlyban lévő erőrendszerhez hozzáadunk egy másik önmagában is egyensúlyban lévő erőrendszert, akkor az így kapott eredő erőrendszer is egyensúlyban lesz.



5. ábra. Eredő erőrendszer egyensúlya (III. axióma) [Szabó I. G. 2012]

1.3 Az erőpár

Két párhuzamos, de egymással ellentétes irányú az abszolút nagyságukat tekintve egyenlő erőt erőpárnak nevezzük.



6. ábra. Az erőpár [Szabó I. G. 2012]

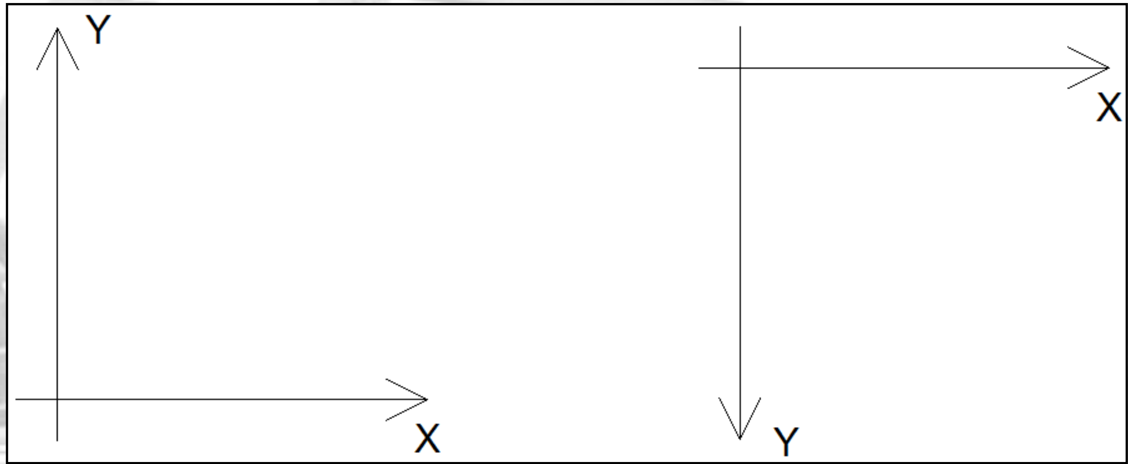
$$\bar{F}_1 = \bar{F}_2 = \bar{F}$$

1.4 Síkbeli erőrendszer

Ha egy adott – általában a statikában használatos „*X–Y*” – síkban elhelyezünk egy erőt, azt *nagysága, hatásvonala* és *iránya* fogja jellemezni (az erő vektormennyiség).

Ahhoz, hogy ezt az erőt egyértelműen jellemezni tudjuk, szükséges az elhelyezése a matematikából is jól ismert Descartes–koordinátarendszerben.

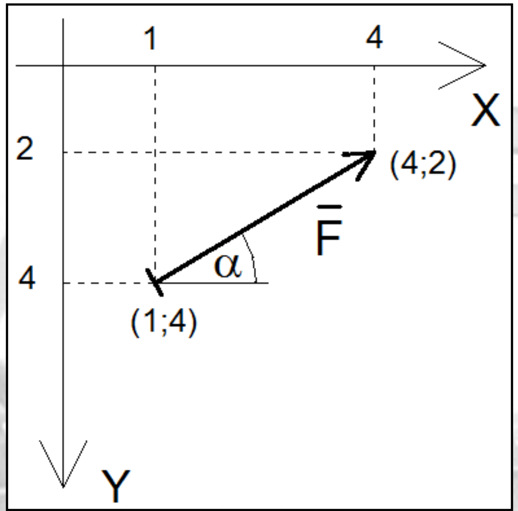
A matematikai és a mechanikai koordinátarendszerek között a különbség a függőleges *„Y”* tengely irányultságában rejlik. A mechanikában általunk használt koordinátarendszer függőleges tengelye megegyezés szerint lefelé pozitív, míg a vízszintes tengely jobbra kap pozitív előjelet.



7. ábra. Matematikai és mechanikai koordinátarendszer [Szabó I. G. 2012]

E koordinátarendszerben elhelyezett erő természetesen tetszőleges állású és irányú lehet. Abban az esetben, ha az erő iránya nem azonos sem a vízszintes *„X”*, sem a függőleges *„Y”* tengely irányával, akkor az irányultság jellemezhető az erőnek akár az *„X”*, akár az *„Y”* főiránnyal bezárt szögértékével (α).

Ennek az *„F”* nagyságú vektornak a kezdő és végpontja koordinátákkal megadható, minek következtében az erő már rendelkezik fog egyértelműen meghatározható nagysággal is.

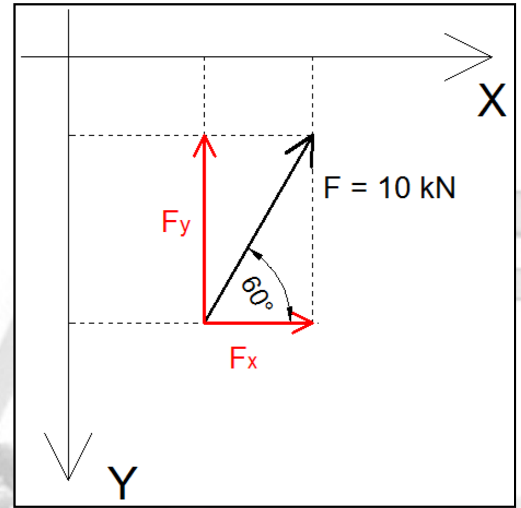


8. ábra. Az erő elhelyezése koordináta–rendszerben [Szabó I. G. 2012]

1.5 Az erő felbontása, vetülete

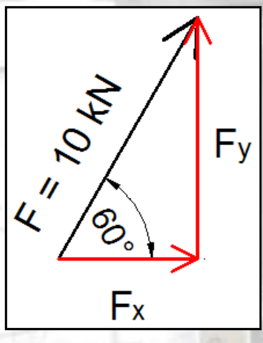
Ha ismerjük ennek az adott *„F”* erőnek a hatásvonalát, az irányát és a nagyságát, valamint azt, hogy egyik, vagy másik főtengellyel milyen szöget zár be, akkor felbonthatjuk az erőt *„X”* és *„ Y”* irányú összetevőire (komponenseire).

A következő rövid feladat egy adott F=10 kN nagyságú erő felbontását szemlélteti:



9. ábra. Az erő felbontása [Szabó I. G. 2012]

szögfüggvények alapján:



10. ábra. Az erő felbontása [Szabó I. G. 2012]

$$\sin 60^0 = \frac{F_y}{F}$$

$$F_y = \sin 60^0 \cdot F$$

$$F_y = 0{,}8660 \cdot 10\ \mathrm{kN} = 8{,}66\ \mathrm{kN}\ (\uparrow)$$

$$\cos 60^0 = \frac{F_x}{F}$$

$$F_x = \cos 60^0 \cdot F$$

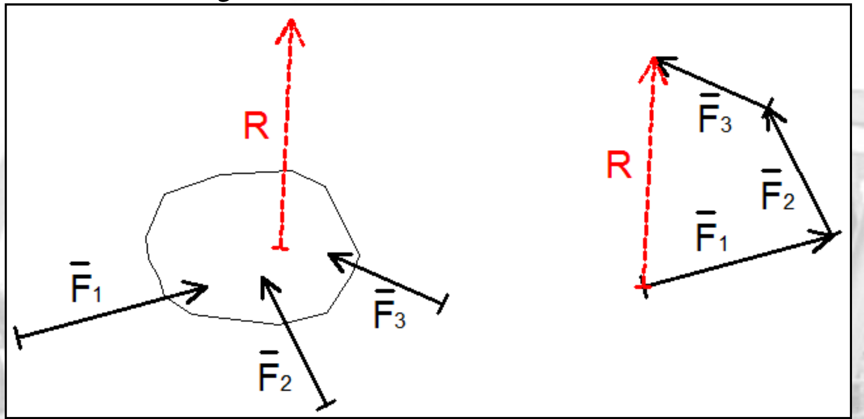
$$F_x = 0{,}5 \cdot 10\ \mathrm{kN} = 5\ \mathrm{kN}\ (\rightarrow)$$

Az erő összegzése Pitagorasz-tétel alapján:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

1.6 Az eredő erő

Az eredő erő, azaz erő, ami az adott erőrendszer hatásvonalával azonos hatást fejt ki a szilárd testre. Egy adott erőrendszer helyett működtetjük az eredő erőt.



11. ábra. Az eredő erő [Szabó I. G. 2012]

$$R = F_1 + F_2 + F_3$$

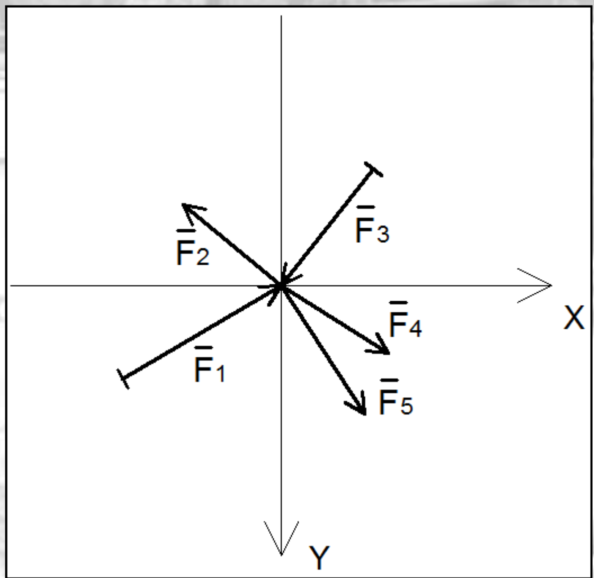
2. Közös metszéspontú erőrendszer eredője

2.1 Az erők elhelyezése

A már korábban említett Descartes–koordinátarendszerben helyezzük el az erőket.

Célszerű, hogy:

- a koordinátarendszer kezdő pontja (origója) essen egybe a közös metszésponttal,
- az erők *„X–Y”* síkban helyezkedjenek el,
- az *„X–Y”* síkra merőleges *„Z”* tengely felénk mutasson.

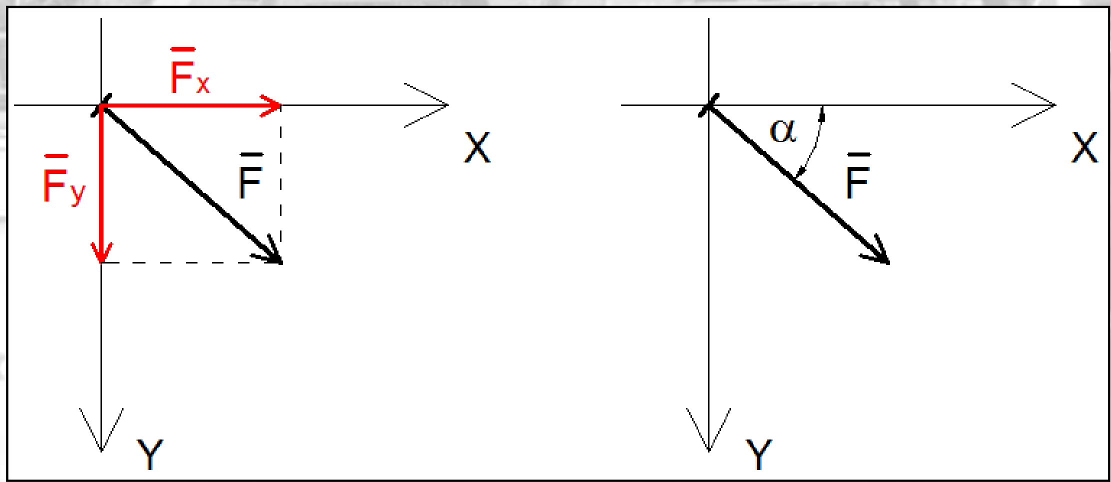


12. ábra. A közös metszéspont elhelyezése az origóban [Szabó I. G. 2012]

Az egyes erők jellemezhetők nagysággal, hatásvonallal és iránnyal. Ennek következtében az F_1, F_2, … F_n erőket jellemezhetjük F_{1x}, F_{1y}, F_{2x}, F_{2y}, … F_{nx}, F_{ny} koordinátákkal. Ezek segítségével egyértelműen meghatározhatók a síkbeli erők.

A másik megoldás a síkban polárkoordinátás (térben hengerkoordinátás) megadás. Ebben az esetben az egyes erőket az *„X”* főtengely és az adott erő (vektor) által bezárt α szög (polárszög) jellemzi.

A megoldások egyenértékűek!



13. ábra. Síkbeli erők megadásának két módszere [Szabó I. G. 2012]

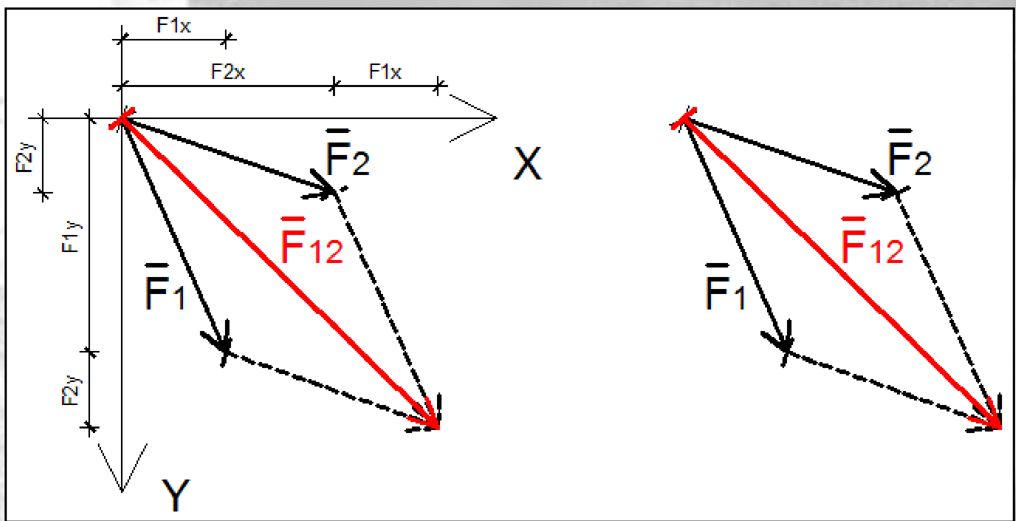
2.2 Az erővektorok összeadása

Az összeadás történhet számítással (numerikusan) vagy szerkesztéssel (grafikusan) is.

Két vektor összege:

$$F_{12} = F_1 + F_2 = F_{1xi} + F_{1yj} + F_{2xi} + F_{2yj} =$$
$$= (F_{1x} + F_{2x})i + (F_{1y} + F_{2y})j = F_{12xi} + F_{12yj}$$

Az alábbi ábrán az F_1 és F_2 vektorok grafikus összegzése látható az ún. paralelogramma módszerrel. Az adott F_1 és F_2 erők egymás végpontjába való eltolásának eredményeképp egy paralelogramma alak formálódik, melynek a hosszabb átlója megadja a két erő (F_1 és F_2) összegének F_{12} nagyságát, hatásvonalát és irányát.



14. ábra. Az erők összegzése paralelogramma módszerrel [Szabó I. G. 2012]

A fentiek alapján három vagy több erő is összegezhető!

$$F_{1n} = F_1 + F_2 + \dots F_n = \sum_{i=1}^{n} F_i$$

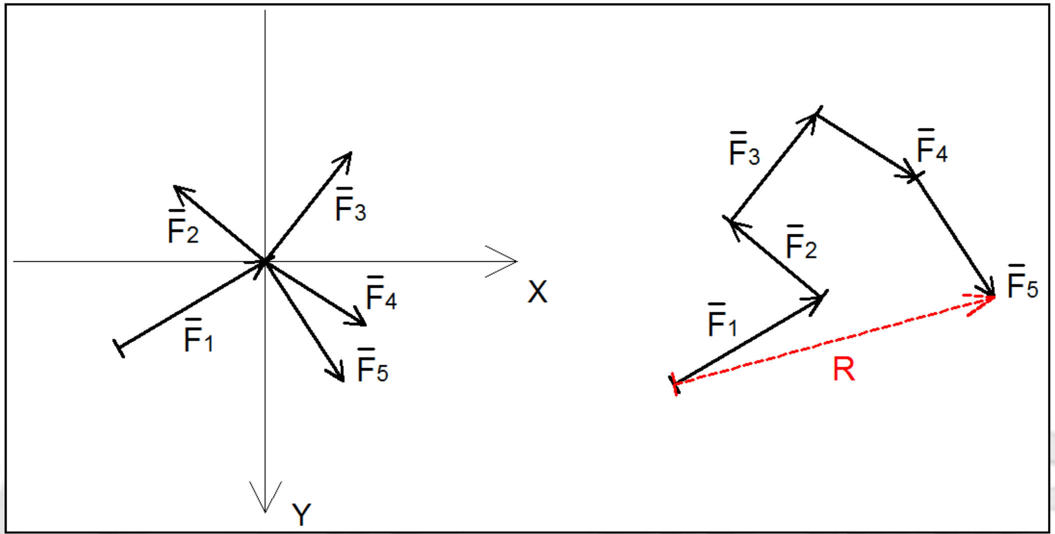
Az összegzés eredménye egy F_{1n} vektor, amelynek a koordinátáit a megfelelő koordináták összegei is megadják:

$$F_{1nx} = \sum_{i=1}^{n} F_{ix}$$

$$F_{1ny} = \sum_{i=1}^{n} F_{iy}$$

Grafikusan:

n számú vektort bármilyen sorrendben nyíl folytonosan egymás után rajzoljuk, majd az első vektor kezdőpontját összekötjük az utoljára felrajzolt vektor végpontjával, megkapjuk az eredő vektort.



15. ábra. Erők összegzése grafikusan [Szabó I. G. 2012]

Erőrendszerek egyenértékűsége:

Két erőrendszert egyenértékűnek nevezünk, ha egyazon merev testre hatva ugyanazt a hatást (mechanikai hatást) fejtik ki, azaz a merev test mozgását ugyanúgy változtatják meg.

Erőrendszer egyensúlya:

Az erőrendszert egyensúlyi erőrendszernek nevezzük, ha az erőrendszer eredője zéruserő.

$$F_1, F_2, \ldots F_n = 0$$

Felhasznált irodalom

SIPTÁR TIBOR, MARSAY ISTVÁN: *Mechanika módszertani útmutató és példatár.* Pollack Mihály Műszaki Főiskola Építőipari Kar, Pécs, 1978.

SZABÓ IMRE GÁBOR: *Mechanika I. (statika). Példatár és módszertani útmutató*. Pécs, 2012.