



EURÓPAI UNIÓ
STRUKTURÁLIS ALAPOK



V
A
S
B
E
T
O
N
S
Z
E
R
K
E
Z
E
T
E
K
I.

STNB221 segédlet a PTE Pollack Mihály Műszaki Kar hallgatóinak

„Az építész- és az építőmérnök képzés szerkezeti és tartalmi fejlesztése”

Összeállította: Kiss Rita M.

Műszaki rajzoló: Szabó Imre Gábor

ISBN szám: 978-963-7298-13-4

Kézirat lezárva: 2007. november 30.

A tananyagot e-könyvként, ingyen bocsátjuk a hallgatók rendelkezésére.

Tartalomjegyzék és ütemterv

Hét	Előadás anyaga	Gyakorlat	Oldal
1.	Bevezetés	Gerendák leterhelése	3.
2.	Repedésmentes és berepedt keresztmetszetek méretezése	Repedésmentes és berepedt keresztmetszet méretezése	20.
3.	Egyszeresen vasalt hajlított keresztmetszet ellenőrzése	Egyszeresen vasalt hajlított keresztmetszet ellenőrzése	32.
4.	Húzott és nyomott vasalást tartalmazó hajlított keresztmetszet ellenőrzése	Húzott és nyomott vasalást tartalmazó hajlított keresztmetszet ellenőrzése	40.
5.	Hajlított keresztmetszet tervezése	Hajlított keresztmetszet tervezése	43.
6.	Nyomott-hajlított keresztmetszet	Tervfeladat összeállítása	48.
7.	Szünet	Szünet	67.
8.	I. zárthelyi dolgozat	Nyomott-hajlított keresztmetszet ellenőrzése	68.
9.	Nyírás	Nyírás	69.
10.	Gerendák vizsgálata	Nyírás	85.
11.	Használhatósági határállapot	Gerendák vizsgálata	93.
12.	Csavarás	Használhatósági határállapot	101.
13.	II. zárthelyi dolgozat	Konzultáció	107.
14.	Feszített tartók	Tervfeladat bevétele	108.
	Függelék		135.
	Vasbeton keresztmetszet ellenőrzése		136.
	Vasbeton keresztmetszet kötött tervezése		137.

Bevezetés

Az oktatási segédlet a Pécsi Tudományegyetem Polláck Mihály Műszaki Kar Építőmérnöki alapképzésében oktatott Vasbetonszerkezetek I. tantárgyhoz készült. Az oktatási segédlet elsősorban gyors áttekintést ad a félévi tananyagról.

A jelen jegyzetben a kék anyaggal megadott részek szószerinti átvételek Hegedűs István: Vasbetonszerkezetek I. Oktatási segédlet. BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke elektronikus anyagból.

A gyakorlati foglalkozásokon bemutatott példákat, a zárthelyi és vizsgadolgozatra felkészülést segítő példákat, továbbá a tervezési segédletet

Friedman N. – Huszár Zs. – Kiss R.M. – Klinka K. – Kovács T. – Völgyi I.: Példatár a Vasbetonszerkezetek tantárgyhoz. BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke jegyzet tartalmazza.

1. hét

1. előadás: Bevezetés

Vasbetonszerkezetek alkalmazásának szempontjai

Mc Gregor [Mac Gregor: Reinforced Concrete. Mechanics and Design, Prentice Hall] és Kollár László [Kollár: Vasbetonszerkezetek I. Vasbetonszilárdságtan az EUROCODE 2 szerint, Műegyetem Kiadó] összefoglalta a vasbetonszerkezetek alkalmazásának legfontosabb előnyeit és hátrányait:

Előnyök:

- **Költség:** Vasbetonszerkezetek az anyag költsége és fenntartási költsége (káros környezeti hatásokkal szemben védeni kell) alacsony. Az építés ideje a beton 28 napos szilárdulási ideje miatt hosszú, amely egyes esetekben jelentős hátrányt jelenthet. Az építési idő előregyártott szerkezetek alkalmazásával lényegesen csökkenthető.
- **Tűzállóság:** A mérnöki szerkezeteknek – különösen a magasépítési szerkezeteknek – a tűz esetén legalább a kiürítés idejére állékonyan kell maradniuk. Vasbetonszerkezetek esetén – a faszervezetek és acélszerkezetekkel ellentétben – külön védelem nélkül ez megoldható.
- **Merevség:** A vasbetonszerkezetek lényegesen merevebbek, mint a faszervezetek vagy az acélszerkezetek.
- **Egyszerű szállítás:** A beton alkotói (adalékanyag cement), a kész beton sok helyen hozzáférhető, könnyen szállítható.
- **Szabad formaválasztás:** Monolit vasbetonszerkezetek tetszőleges alakban készíthetők.

Hátrányok:

- **Beton alacsony húzószilárdsága:** A beton húzószilárdsága a nyomószilárdságához képest lényegesen (körülbelül tizede) alacsonyabb, emiatt a vasbetonszerkezetek megrepednek. A repedéseken beszivárgó víz a betonacél korrózióját okozza, ez megfelelő tervezéssel (repedésmentes tervezés, repedéstágasság korlátozása, megfelelő betonfedés alkalmazása) megelőzhető.
- **Zsaluzás:** Monolit szerkezetek esetén a helyszínen a betonozás előtt el kell készíteni a szerkezet zsaluzatát, amit alá kell állványozni. A zsalu és az állványzat a beton megfelelő szilárdságának elérése után bontható csak el. A zsalu készítése, bontása anyag-, idő-, és költségigényes. Egyre jobban elterjedő többször felhasználható zsalukkal ez a költség csökkenthető. Előregyártott szerkezetek esetén a zsaluzás, betonozás a gyártó üzemben történik, többször felhasználható zsaluk alkalmazásával.
- **Alacsony fajlagos szilárdság:** A hagyományos beton szilárdsága az acél tizede, huszada, térfogatsúlya viszont harmada. A magasépületek (toronyházak), nagy fesztávolságú hidak esetén az acél alkalmazása gazdaságosabb. Nagyszilárdságú betonok alkalmazásával ez a hátrány csökkenthető.
- **Lassú alakváltozás:** A beton tartós teher hatására a rövid idejű alakváltozások lejátszódása után is deformálódik, amely hónapokig, évekig is eltarthat. A kialakuló lehajlás értékek a rövid idejű lehajlás két-háromszorosa is lehet. A terheletlen beton zsugorodik, amelynek döntő része a betonozás utáni hetekben játszódik le.
- **Nehéz átalakítani:** A vasbetonszerkezeteket utólag átalakítani körülményes és költséges.

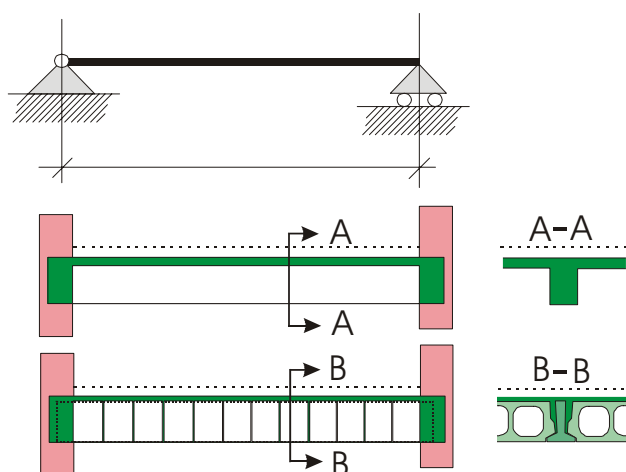
A Vasbetonszerkezetek tantárgy

A Vasbetonszerkezetek c. tantárgy a vasbeton anyagú rúdszerkezetek erőtani vizsgálatának alapvető megfontolásait, alapösszefüggéseit és módszereit tárgyalja.

Hasonló tantárgyra minden reális anyagú szerkezetípussal kapcsolatban szükség van, (pl. acélszerkezetek, falazott szerkezetek, faszervezetek stb.,) mert a reális szerkezetek viselkedése mindig több-kevesebb eltérést mutat attól az idealizált viselkedéstől, amelyet a Mechanika és a Tartók statikája tantárgyakban az egyszerűbb megértés érdekében feltételezünk.

A "reális szerkezeti viselkedéshez közelebb álló feltételezések" semmiképpen nem jelentik azt, hogy a vasbetonszerkezetek szilárdságtanában "minden másképp van", mint ahogy azt a Mechanika tárgy elemi és általános szilárdságtani fejezetei tárgyalják, sőt ennek inkább az ellenkezője igaz: minden korábban szerzett ismeret fontos alkalmazásra kerül a vasbetonszerkezetek szilárdságtanában. Csak amíg a mechanikában és a tartók statikájában a feladatok statikai és geometriai alapadatait többnyire adottnak tekintettük, a vasbetonszerkezetek, acélszerkezetek stb. méretezésével foglalkozó tárgyakban nem kerülhetjük meg azt, hogy ezeknek az alapadatoknak a felvételével is részletesen foglalkozzunk; azoknál a tárgyaknál megelégedtünk azzal, hogy az anyagok és szerkezetek legegyszerűbben vizsgálható, idealizált viselkedését tételeztük fel, emezeknél azt a kérdést is fel kell vetnünk, hogy milyen határok közt lehet elfogadható közelítésnek tekinteni az ideális viselkedést, sőt, azt is, hogy ezeken a határokon kívül milyen módosítással vehetünk fel "reálisabb" eredményt adó idealizált összefüggéseket. Ezeknek a többletfeladatoknak az elvégzése olyan sok újszerű megfontolást igényel, hogy a tantárggyal ismerkedő hallgató könnyen szem elől vesztheti, hogy ugyanolyan egzakt statikai összefüggéseken alapuló vizsgálatokról van szó, mint amilyenekkel korábbi tanulmányai során megismerkedett.

Nézzünk példát az említett többletfeladatokra!



A fenti ábrán két vasbeton szerkezetet láthatunk, mindkét szerkezetnek az erőtani számításban megjelenő mechanikai modellje a legfelül ábrázolt tengelyvázlatú csuklós-göngösarus kéttámaszú gerenda.

A felső vasbeton szerkezethez tartozó A-A metszet mutatja, hogy itt voltaképpen egy ún. alulbordás födém bordájáról van szó, ahol a vizsgálat célja a borda méreteinek és

vasalásának meghatározása. A vizsgálatot egy kéttámaszú gerenda vizsgálatként végezzük el, ennek során a gerenda keresztmetszetéhez tartozónak tekintjük a borda keresztmetszetén kívül a "bordával együttműködő lemez" bizonyos szélességű sávját. Azt, hogy mekkora legyen a gerenda támaszköze, ill. hogy milyen széles legyen a bordával együttműködő lemezszáv, milyen nagyságú állandó és esetleges teher terheli a gerendát, a földem további adatainak a mérlegelésével kell eldönteni. (Ezek felvételéhez a magasépítési szerkezetekre vonatkozó tervezési előírások adnak segítséget.)

A B-B metszet szerint az alsó vasbeton gerenda egy előregyártott gerenda. Ennek a keresztmetszetét az eredeti méretek szerint vesszük figyelembe az építés közbeni állapotában, de - szakszerűen elvégzett és ellenőrzött építés esetén - a végleges állapotban lehetőségünk van arra, hogy a gerenda és a béltestek közti, utólagosan kibetonozott térrész keresztmetszeti területét is hozzászámítsuk a gerenda keresztmetszetéhez.

A vasbeton gerenda támaszközét mindkét esetben nagyobbra vesszük fel az alátámasztó falak belső felületei közti távolságnál (az ún. szabad nyílásnál). Hogy mennyivel nagyobb, azt az alátámasztás körülményeinek a mérlegelésével kell eldönteni.

Ezek az egyszerű példák is mutatják, hogy a konkrét feladatot úgy vezetjük vissza az ismert mechanikai modellek és módszerek alkalmazására, hogy az abban figyelembe veendő mennyiségek felvételénél igyekszünk minél pontosabban számításba venni a konkrét szerkezet kialakításának és használatának sajátosságait.

Szerencsére az említett mérlegelések olyanok, amelyek majd mindegyikét sok megelőző tervezési feladat során el kellett végezni, ezért nekünk nem kell minden alkalommal a "nulláról indulni", hanem támaszkodhatunk (a saját korábbi tapasztalatainkon túl)

- a gyakorlatban kialakult tervezési konvenciókra,
- a tervezés egységesítése érdekében kidolgozott tervezési előírásokra és javaslatokra.

A későbbiek során gyakran fogunk hivatkozni a terhek, az anyagjellemzők és a szerkezeti jellemzők tervezési szabványokban – elsősorban az EUROCODE szabványsorozat magyar nyelvű változatában az MSZ-ENV 1991-ben és az MSZ-ENV 1992-ben rögzített értékeire. A tárgyalásban alkalmazott betűjelek is követik az említett szabványsorozat angol megnevezéseken alapuló jelölésrendszerét. A leggyakrabban használt betűjelek és indexek a következők:

betű	betűjelként	indexként
<i>a</i>	húzott oldali betonfedés	
<i>A</i>	keresztmetszet terület	
<i>B</i>	betonacél szilárdsági jele	
<i>b</i>	szélesség	beton-acél kapcsolat (bond)
<i>c</i>		beton (concrete)
<i>C</i>	teherbírási középpont; beton szilárdsági jele	
<i>d</i>	gerenda hasznos magassága	tervezési érték (design value)
<i>d'</i>	nyomott oldali betonfedés	
<i>E</i>	rugalmassági modulus	
<i>f</i>	szilárdság sűrűségfüggvény	
<i>F</i>	erő	

g	megoszló önsúlyteher	megoszló önsúlyteher
h	keresztmetszet teljes magassága	
I	keresztmetszeti inercianyomaték	
id		helyettesítő/ideális keresztmetszet
M	keresztmetszeti nyomaték	
N	keresztmetszeti normálerő	
p		feszítés (prestress)
R		ellenállás (resistance)
s	acélbetétek /kengyelek távolsága	acélbetét (steel)
S		mértékadó (service)
t		húzás (tension)
u		határérték (ultimate)
V	keresztmetszeti nyíróerő	
x	a nyomott betonzóna magassága	
y		folyáshatár (yield)
Y	igénybevétel (általánosságban)	
α	rugalmassági modulusok aránya	
ε	fajlagos hosszváltozás	
κ	görbületváltozás	
μ	fajlagos keresztmetszeti vasalás	
σ	keresztmetszeti normálfeszültség	
ξ	nyomott betonzóna relatív magassága; valószínűségi változó	
ϕ	nyomott betonrudak emelkedési szöge	
\varnothing, Φ	vasátmérő (mm-ben)	

Néhány szó a vasbetonszerkezetek készítéséről

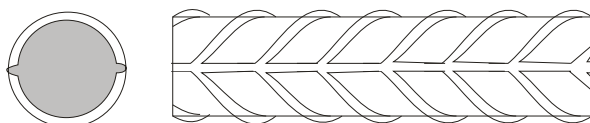
A vasbetonszerkezetek készítésének eredeti technológiája a monolit építési technológia. Ennek alapvető eszköze a szerkezet tervezett helyén készített zsaluzat, amelyet megfelelően méretezett állványzat merevít, ill. támaszt alá. A zsaluzat általában fából készül, és az a szerepe, hogy a képlékeny állapotú friss betont annak megszilárdulásáig a kívánt formában tartsa. Az állvány és a zsaluzat elkészítése után a vasalást – megfelelő távolságtartással - behelyezik a zsaluzatba, majd beleöntik és bedolgozzák a friss betont. Ahhoz, hogy eközben a teherviseléshez szükséges vasalás a tervezett helyén maradjon, a vasaknak olyan vázat kell alkotniuk, amely a bedolgozás során is megtartja az alakját. Ritkán valósítható meg az, hogy a teljes vasbeton szerkezetet egyetlen munkafázisban be lehessen dolgozni, ezért az egy-egy munkafázisban bedolgozott szerkezeti egységek között ún. munkahézag keletkezik. Ennek a szakszerű kialakítása fontos ahhoz, hogy az elkészült szerkezet valóban monolitikus egységet alkosson. Természetesen a vasalás nem szakadhat meg a munkahézagoknál. A folytonosságot a munkahézag felületéből kiálló acélbetétek (az ún. kitüskésés,) ill. a követő építési fázisban ezek folytatását adó acélbetétek biztosítják. A beton a bedolgozás után utókezelést igényel, ami elsősorban a kötéshez szükséges víz utánpótlásából és a szerkezet állandó hőmérsékleten tartásából áll.

A vasbetonszerkezetek előregyártása abban különbözik a vázolt technológiától, hogy az elemekre bontott szerkezet elemeit előregyártó telepeken, üzemekben készítik, az elemeket a helyszínre szállítva különböző szerkezeti megoldásokkal kapcsolják egymáshoz. Maguk az előregyártott vasbeton elemek - a szállítás és beemelés igényeinek megfelelően – általában karcsúbbak és könnyebbek, mint az azonos statikai szerepű helyszíni betonozású elemek.

A vasbeton rudak vasalása

A rúdszerű vasbetonszerkezetek körében a szerepük szerint célszerű megkülönböztetni a vasbeton gerendákat és a vasbeton oszlopokat. A többnyire vízszintesen futó gerendák jellemző igénybevétele a hajlítás és a nyírás, az oszlopokat jellemző igénybevétele a nyomás, de ezzel egyidejűleg valamilyen nagyságú nyomatékot és nyíróerőt is figyelembe kell vennünk.

A vasbetonszerkezetekben elenyészően kevés kivétellel kör keresztmetszetű acélbetéteket alkalmazunk. A beton és az acél együttdolgozásához elengedhetetlenül fontos az acélbetétek beágyazódása a betonba. A beágyazódás – így az együttdolgozás - szempontjából a kör keresztmetszet voltaképpen a legkedvezőtlenebb alak, mert az azonos területű síkidomok közül a kör kerülete a legkisebb, ezért a kör keresztmetszetű betétnek a legkisebb a palástja, amelyen a betonhoz kapcsolódhat. Az együttdolgozás lehetőségének javítása érdekében általában nem sima palástú, hanem bordázott profilú acélbetéteket használnak.

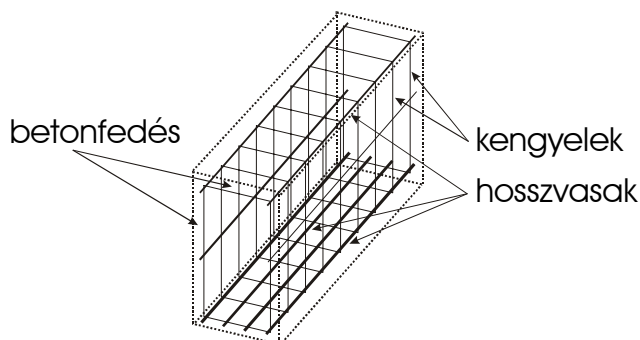


Nyílbordázott profilú betonacél

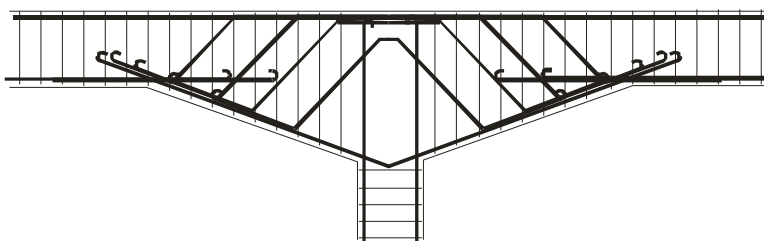
Az együttdolgozás javítható azzal is, ha az acélbetétek végét visszagörbítve ún. kampózást alkalmazunk, de ezzel a munkaigényes lehetőséggel csak sima palástú acélbetétek esetén szoktunk élni.

A betonacélok monolit szerkezetekben használt átmérői milliméterben: 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 25, 28, 32, 36, 40. Előregyártott, ill. feszített szerkezetekben a fenti (járatos) értékektől eltérő átmérőket is használnak.

A vasbeton rudak és a rúdszerkezetként vizsgálható szerkezeti elemek vasalásának az elkészíthetőség szempontjából legkézenfekvőbb elrendezése a hosszvasakból és ezeket körbefogó ún. kengyelekből összetevődő kosárszerű vasalás, amely körbefogja a betont, de amelynek a "kosáron kívüli" betonréteg fedése kellő korrózióvédelmet ad. A szükséges betonfedés mérete a külső környezet korrozivitásától függően 15~35 mm, kétséges esetekben inkább a nagyobb betonfedést alkalmazzuk.



Erőtani és építéstechnológiai előnyei miatt a gyakorlatban is leginkább ez a rendszer vált be. A hagyományos vasbetonépítésben ezeket a "kosarakat" a vasszerelő szakmunkások egyedi szálakból az építés helyszínén szerelték ún. kötöződrót hurkok alkalmazásával össze, a vasszalak végeire pedig a beton és az acélbetétek jobb együttdolgoztatása érdekében kampókat hajtottak.



A fenti vázlat egy hagyományos vasszerelési technológiával készítendő vasbeton gerenda egy részletének oldalnézetét mutatja. (Oldalnézetben lehet leginkább áttekinteni a vasalás rendszerét, ezért a gerendák és oszlopok vasalási tervein mindig szerepel a vasalás oldalnézete.) Az egyedi szálakból lesabott, hajtogatott és összeszerelt vasalás készítésében nem lényeges különbség, hogy egyforma, vagy különböző függőleges kengyelszárú kengyeleket hajtogatnak, nem okoz komoly nehézséget a ferdén meghajlított acélbetétek beszerelése sem. Ezért a tartó magasságával és a vasak irányával követni lehet az igénybevételek alakulását: a legnagyobb nyomatóterek helyén a tartó magassága megnövelhető, a legnagyobb nyíróerők helyén az acélbetétek a nyíróerő felvétele szempontjából a leghatékonyabb, 45^0 -os irányba hajlíthatók.

Az építési költségek analízise azt mutatja, hogy azt a gazdasági előnyt, amit az igénybevételeket pontosan követő tartóalak és vasvezetés az anyagfelhasználásban eredményez, általában felemészti a bonyolultabb kialakítású zsaluzat és a vasszerelés nagyobb élőmunka igénye, ezért az optimum valahol a „nagyvonalúbb” tartóalak-felvétel és vasvezetés, ill. az egyszerűbb acélbetét alakok alkalmazásánál adódik. A lehorgonyzó kampók kialakítása a vasszerelés leginkább munkaigényes része, ezért ezt csak a leginkább indokolt esetekben alkalmazzák. Erre lehetőséget ad az, hogy a régebben alkalmazott sima palást-felületű acélbetétek helyett általánossá vált az ún. periodikus profilú acélbetétek alkalmazása, amelyek palástján megfelelően méretezett bordázat segíti a beton és az acélbetét közti együttdolgozást.

A vasbetonszerkezetek tervein a különböző alakú acélbetéteket általában számjegyekből álló azonosító jellel látják el, és minden acélbetétet külön is megrajzolnak. A rajzon föltüntetik a részhosszakat és az acélbetét teljes hosszát, az egyforma acélbetétek darabszámát, derékszögtől eltérő meghajlítás esetén a hajlítás szögét vagy a ferde

betétszakasz vízszintes és függőleges vetületének a hosszát, a nagyobb átmérőjű (14 mm-nél vastagabb) acélbetétek esetén a görbítési sugarakat. Ennek az a célja, hogy a vasszerelő számára teljesen egyértelmű legyen az elkészítendő betét alakja, de a rajz segíti a tervezőt is hogy ellenőrizni tudja a tervezett alak kivitelezhetőségét.

Hosszú szerkezetek vasalási tervében figyelembe kell vennünk azt is, hogy mekkora az alkalmazott átmérőjű acélbetét szokásos gyártási hossza. Ezt a hosszat általában az acélbetétek vasúti szállítására alkalmazott ún. pórekocsik rakfelületének kb. 12 m-es hossza határozza meg. Amennyiben vasalási terven ennél hosszabb acélbetétre van szükség, ezt az acélbetét ún. teljes átfogásos toldásával oldjuk meg. Az acélbetétek toldására más lehetőség is van, (pl. sajtolt csőhüvelyes toldás, tompa leolvasztó hegesztéses toldás stb.) de ezeket a lehetőségeket csak speciális feladatoknál szokták igénybe venni.

A jelenlegi gyakorlatban a helyszíni szerelésű vasalás helyett egyre inkább túlnyomóvá válik az előszerelt hálókából hajtogatott térváz-vasalások alkalmazása, amelyekben a hagyományos vasalás összeállításánál alkalmazott kötöződrót hurkok és a lehorgonyzó kampók szerepét a keresztződő betétek ponthegesztés kapcsolata veszi át. Szálanként szerelt vasalást inkább csak az így elkészített hálók és térvázak kiegészítő vasalásaként alkalmaznak azokon a helyeken, ahol a térvázak összeillesztése más módszerrel nehezen oldható meg, ill. ahol a vasalás lokális erősítése szükséges.

Hasonló vasalást szoktunk alkalmazni oszlopokban és a bordás lemezek bordáiban is. Oszlopok és állandó keresztmetszetű gerendák esetén a vasalásnak térváz-jelleget adhat az ún. spirál-kengyelezés alkalmazása. Ez abban áll, hogy a kengyel szerepű vasalást nem darabonként hajtogatott és elhelyezett kengyelek, hanem a kívánt kengyeltávolságnak megfelelő menetemelkedésű spirálvonalban hajtogatott vasbetét adja. Tagoltabb keresztmetszetű (pl. T, I stb. keresztmetszetű) gerendák és oszlopok esetén gyakori, hogy a szerkezet teljes vasalását két vagy több térváz egymásba tolásával alakítják ki.

Előre bocsátva, hogy *nem teszünk fölöslegesen vasalást a szerkezeteinkbe*, a vasalást két csoportba sorolhatjuk:

- erőtani számítással méretezett keresztmetszetű vasalásra, ill.
- erőtani számítással nem méretezett vasalásra.

Shokták az erőtani számítással méretezett keresztmetszetű vasalást *fővasalásnak*, a nem így felvett vasalást pedig *kiegészítő vasalásnak*, *szereelő vasalásnak* stb. is nevezni. E szerint az elnevezés szerint a fővasalás mennyiségét és elrendezését tehát ún. *méretezési számítással* határozzuk meg, a kiegészítő vasalást pedig *szervekésztési szabályok* figyelembevételével vesszük fel.

A vasbeton gerendák (ill. gerendaszerűen működő bordák) fővasalására vonatkozó méretezési számítások a rúdszerkezetek elemi szilárdságtanában megismert logika szerint

- nyomatéki méretezésből,
- nyírási méretezésből és
- helyi igénybevételekre történő méretezésből

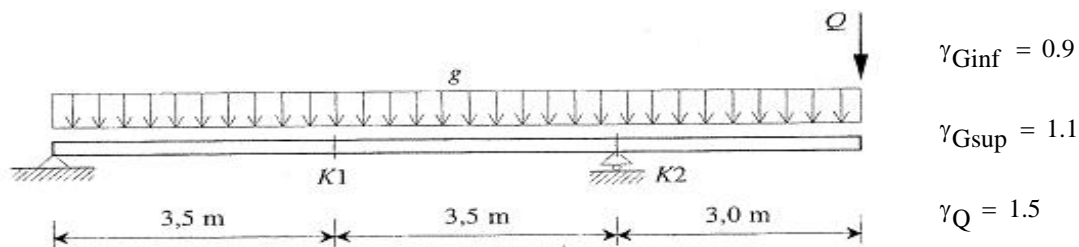
tevődnek össze. A nyomatéki méretezéssel vesszük fel a "kosárszerű" vasalás erőtani számítással méretezendő keresztmetszetű *hosszvasait*, a nyírási méretezéssel a kengyelezést ott, ahol az erőtani méretezés a szervekésztési szabályok által megkövetelt sűrűségű, ill. erősségű vasalásnál nagyobb sűrűséget, ill. nagyobb kengyel-keresztmetszetet igényel.

A vasbeton oszlopok vasalása sok szempontból a vasbeton gerendákéhoz hasonló. Néhány eltérés adódik azonban abból, hogy ezek általában függőleges tengelyű szerkezetek, ill. abból, hogy ezek nyomott szerkezetek.

1. gyakorlat: Gerendák leterhelése

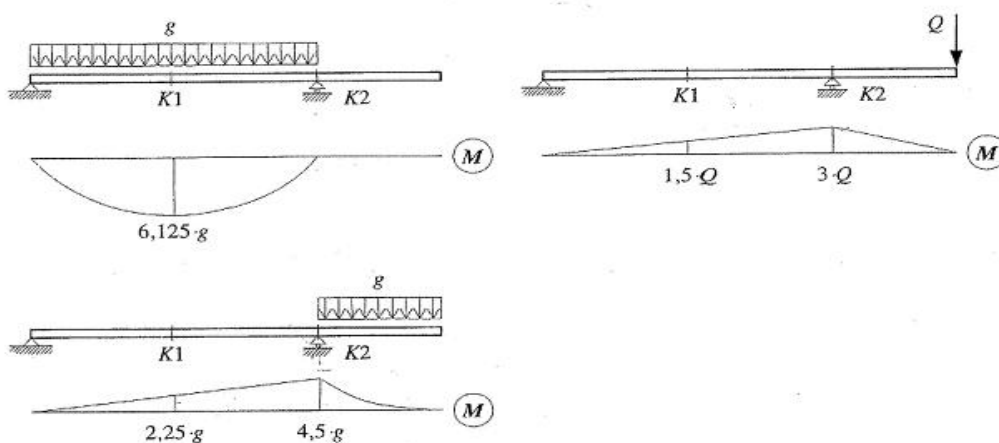
1. gyakorlat: Leterhelés

I. Határozza meg az alábbi konzolos kéttámaszú tartó $K1$ és $K2$ keresztmetszeteiben a hajlítónyomaték szélsőértékeit a $g = 5 \text{ kN/m}$ állandó megoszló és a $Q = 18 \text{ kN}$ koncentrált hasznos terhek hatására!



"1.jpg"

Megoldás: Feltételezzük, hogy az önsúly szakaszonként változhat.



"2.jpg"

1. Terhelési eset

A konzolra minimális a támaszközre maximális teher hat.

$$M_{K1} = 6.125 \cdot g \cdot \gamma_{Gsup} - 2.25 \cdot g \cdot \gamma_{Ginf} = 6.125 \cdot 5 \cdot 1.1 - 2.25 \cdot 5 \cdot 0.9 = 23.563 \text{ kNm (+ max)}$$

$$M_{K2} = -2.25 \cdot g \cdot \gamma_{Ginf} = -2.25 \cdot 5 \cdot 0.9 = -10.125 \text{ kNm (- min)}$$

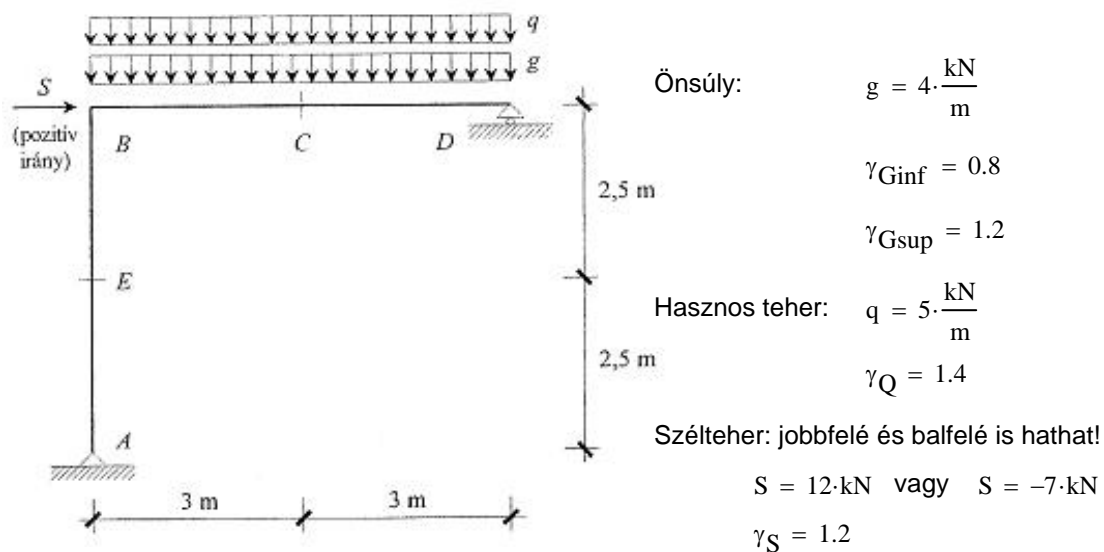
2. Terhelési eset

A konzolra maximális, a támaszközre minimális teher hat.

$$M_{K1} = 6.125 \cdot g \cdot \gamma_{Ginf} - 2.25 \cdot g \cdot \gamma_{Gsup} - 1.5 \cdot Q \cdot \gamma_Q = 6.125 \cdot 5 \cdot 0.9 - 2.25 \cdot 5 \cdot 1.1 - 1.5 \cdot 18 \cdot 1.5 = -25.31 \text{ kNm}$$

$$M_{K2} = -4.5 \cdot g \cdot \gamma_{Gsup} - 3 \cdot Q \cdot \gamma_Q = -4.5 \cdot 5 \cdot 1.1 - 3 \cdot 18 \cdot 1.5 = -105.75 \text{ kNm (- max) (- max)}$$

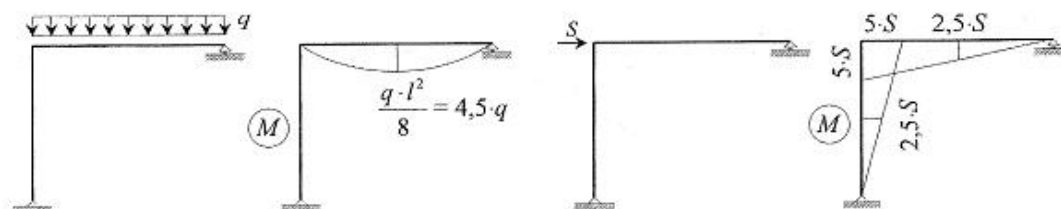
II. Határozza meg az alábbi keret maximális nyomatékait a B, C és E keresztmetszetekben! Rajzolja meg a nyomatéki burkoló ábrát!



"3.jpg"

A hasznos teher és a szélteher $\psi = 0.8$ egyidejűségi tényezője:

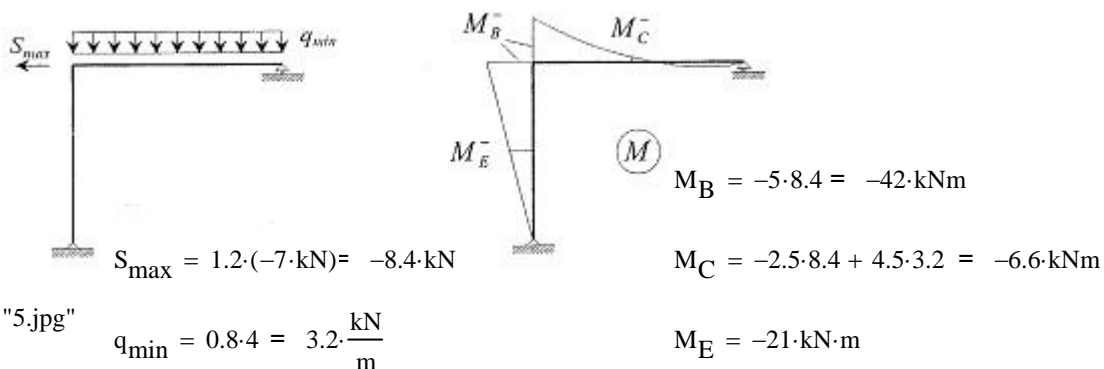
Megoldás:



"4.jpg"

1. Terhelési eset:

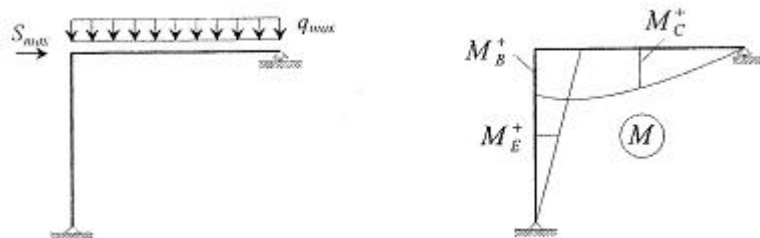
Maximális negatív nyomaték a B, C és E keresztmetszetekben akkor keletkezik, ha szélteher negatív és maximális, a függőleges teher pedig minimális:



"5.jpg"

2. Terhelési eset:

Maximális nyomaték a B , C és E keresztmetszetekben akkor keletkezik, ha a szélteher pozitív és maximális, a függőleges teher pedig szintén maximális:



"6.jpg"

a.) kiemelt teher a szélteher

$$S_{\max} = 1.2 \cdot 12 = 14.4 \cdot \text{kN}$$

$$M_B = 5 \cdot 14.4 = 72 \cdot \text{kNm}$$

$$q_{\max} = 1.2 \cdot 4 + 0.8 \cdot 1.4 \cdot 5 = 10.4 \cdot \text{kNm}$$

$$M_C = 2.5 \cdot 14.4 + 4.5 \cdot 10.4 = 82.8 \cdot \text{kNm}$$

$$M_E = 36 \cdot \text{kNm}$$

b.) kiemelt teher a hasznos teher

$$S_{\max} = 0.8 \cdot 1.2 \cdot 12 = 11.52 \cdot \text{kN}$$

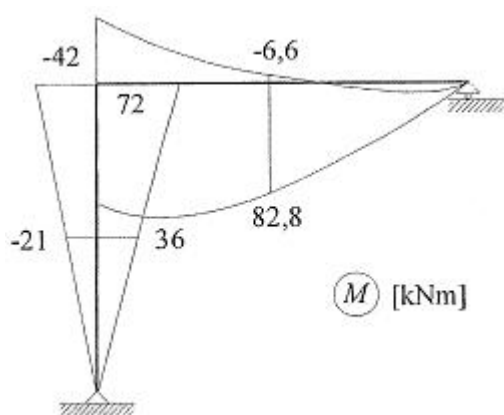
$$M_B = 5 \cdot 11.52 = 57.6 \cdot \text{kNm}$$

$$q_{\max} = 1.2 \cdot 4 + 1.4 \cdot 5 = 11.8 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_C = 2.5 \cdot 11.52 + 4.5 \cdot 11.8 = 81.9 \cdot \text{kNm}$$

$$M_E = 28.8 \cdot \text{kNm}$$

A nyomatéki burkolóábra:



"7.jpg"

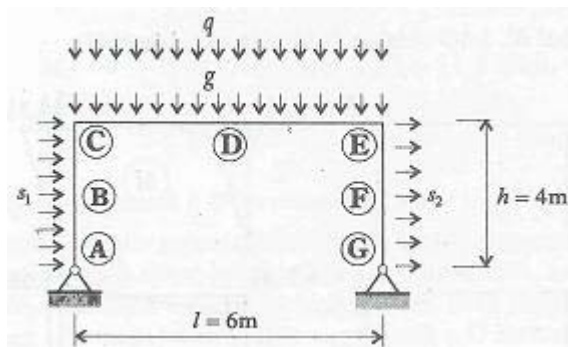
III. Határozza meg az alábbi keret maximális nyomatékait a C, D és E keresztmetszetekben az önsúly, a hasznos és a szélteher együttes hatására.

Önsúlyteher: $g = 6.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $\gamma_{\text{Ginf}} = 1$ $\gamma_{\text{Gsup}} = 1.375$

Hasznos teher: $q = 6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $\gamma_{\text{Q}} = 1.4$

Szélteher: $s_1 = 4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $s_2 = 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $\gamma_{\text{S}} = 1.2$

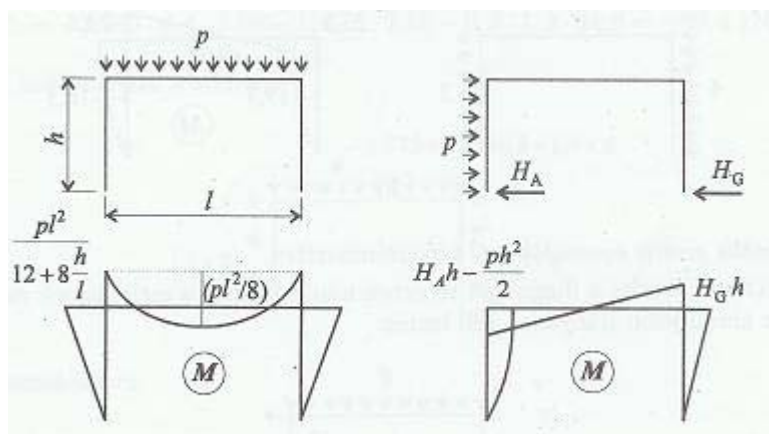
Az egyidejűségi tényező a szélteherre és a hasznos teherre: $\psi = 0.8$



"8.jpg"

Megoldás:

Két tehercsoportosítást kell vizsgálnunk, hisz a kiemelt teher lehet a hasznos teher és a szélteher is. A fenti keret statikailag határozatlan. Igénybevételei kézikönyv alapján (ha a gerenda és az oszlop inercianyomatéka azonos):

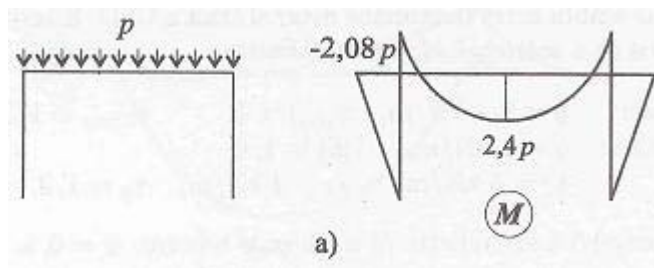


"9.jpg"

$$H_A = \frac{p \cdot h}{8} \cdot \frac{11 \cdot \frac{h}{l} + 18}{2 \cdot \frac{h}{l} + 3} = 2.92p$$

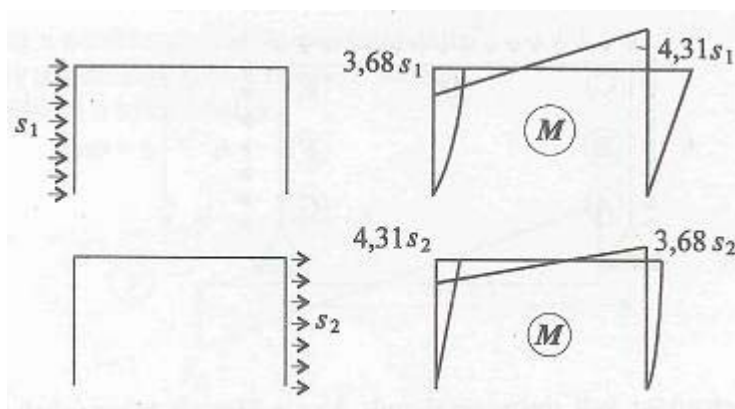
$$H_G = \frac{p \cdot h}{8} \cdot \frac{5 \cdot \frac{h}{l} + 6}{2 \cdot \frac{h}{l} + 3} = 1.08p$$

Nyomaték p függőleges teherből:



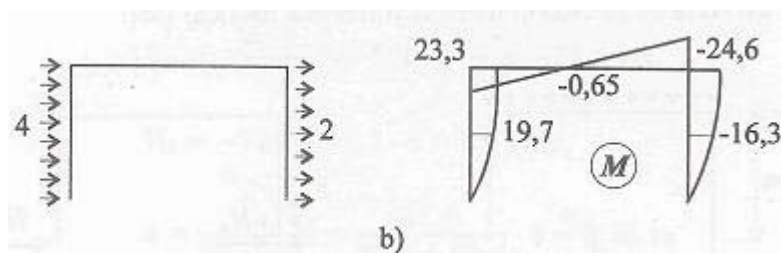
"10.jpg"

Nyomaték a bal ill. jobb oldalon ható megoszló teherből:



"11.jpg"

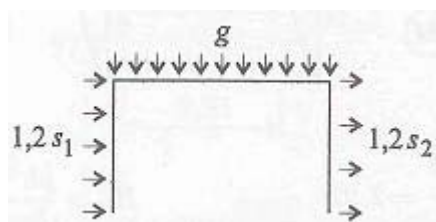
Nyomaték az $s_1 = 4$ kN/m és $s_2 = 2$ kN/m szélteherből:



"12.jpg"

1) Maximális pozitív nyomaték a C keresztmetszetben

Az a és b ábrák szerint a függőleges tehernek minimálisnak, a széltehernek maximálisnak és az ábrán jelölt irányúnak kell lennie:



Ekkor egyidejűségi tényező nem kell, hisz a hasznos teher szorzója nulla.

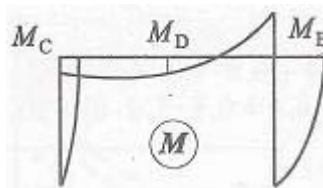
"13.jpg"

Nyomatékábra a fenti teherből:

$$M_C = -6.4 \cdot 2.08 + 1.2 \cdot 23.3 = 14.6 \cdot \text{kNm}$$

$$M_D = 6.4 \cdot 2.4 - 1.2 \cdot 0.65 = 14.6 \cdot \text{kNm}$$

$$M_E = -6.4 \cdot 2.08 - 1.2 \cdot 24.6 = -42.8 \cdot \text{kNm}$$



"14.jpg"

2) Maximális negatív nyomaték a C keresztmetszetben

A függőleges teherből negatív nyomaték keletkezik, így ennek maximális intenzitásúnak kell lennie. A szélteherből akkor keletkezik negatív nyomaték, ha a szél nem balról, hanem jobbról fúj. Kétfajta tehercsoportosítás lehet attól függően, hogy a kiemelt teher a szél-e vagy a hasznos teher. Ekkor a nyomaték a C keresztmetszetben:

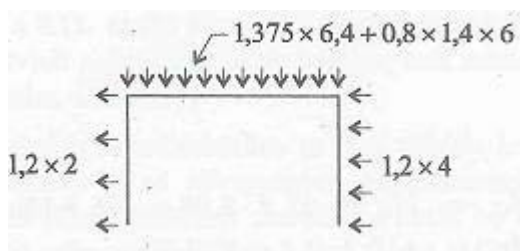
$$M_C = -1.375 \cdot 6.4 \cdot 2.08 - 1.2 \cdot 24.6 - 0.8 \cdot 1.4 \cdot 6 \cdot 2.08 = -61.8 \cdot \text{kNm}$$

vagy

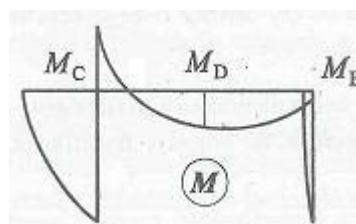
$$M_C = -1.375 \cdot 6.4 \cdot 2.08 - 1.4 \cdot 6 \cdot 2.08 - 0.8 \cdot 1.2 \cdot 24.6 = -59.4 \cdot \text{kNm}$$

Vagyis a kiemelt teher a szélteher:

A nyomatékábra:



"15.1.jpg"



"15.2.jpg"

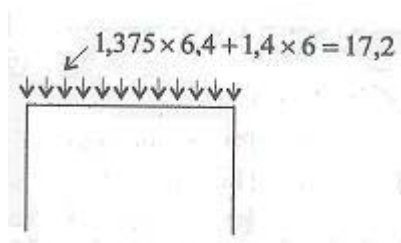
$$M_C = -61.8 \cdot \text{kNm}$$

$$M_D = 2.4 \cdot (1.375 \cdot 6.4 + 0.8 \cdot 1.4 \cdot 6) - 0.65 \cdot 1.2 = 36.5 \cdot \text{kNm}$$

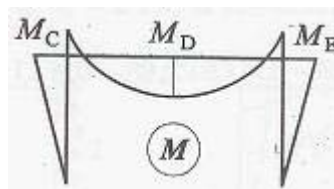
$$M_E = -2.08 \cdot (1.375 \cdot 6.4 + 0.8 \cdot 1.4 \cdot 6) + 23.3 \cdot 1.2 = -4.3 \cdot \text{kNm}$$

3) Maximális pozitív nyomaték a D keresztmetszetben

Ekkor a szélteher nem működik, a függőleges teher pedig maximális.



"16.jpg"



"17.jpg" Nyomatékábra

$$M_C = M_E = -17.2 \cdot 2.08 = -35.8 \cdot \text{kNm}$$

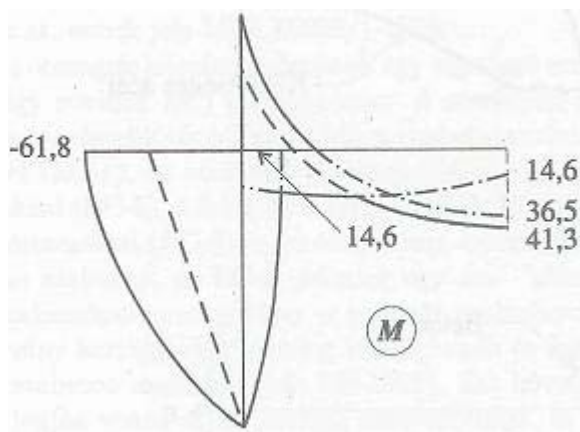
$$M_D = 17.2 \cdot 2. = 41.3 \cdot \text{kNm}$$

4) Szükség lehet még arra a teherre, amely a D keresztmetszetben maximális negatív nyomatékot ébreszt

Ehhez az 1) pontban használt teherelrendezés szükséges, de ez nem okoz negatív nyomatékot, mivel a szélteherből keletkező negatív nyomaték kicsi az önsúlyból keletkező pozitív nyomatékhoz képest.

A jobboldalt nem szükséges vizsgálnunk, mivel a szerkezet szimmetrikus.

A nyomatéki burkolóábra:



"18.jpg"

A mértékadó igénybevételi ábrák meghatározását a vasbeton szerkezet vasalásának meghatározása, illetve adott vasalás esetén a teherbírás és az alakváltozások ellenőrzése követi. Ezt fogjuk vizsgálni a későbbi fejezetekben.

2. hét

2. előadás: Repedésmentes és berepedt keresztmetszetek méretezése

A vasbetonkeresztmetszeti teherbírás kimerülésének alternatív kritériumai

A keresztmetszeti teherbírásra - elvben - a következő definíciók adhatók:

- I. A keresztmetszeti teherbírás határát a beton húzószilárdságának elérése (a beton megrepedése) jelenti;
- II. a keresztmetszeti teherbírás határát a beton nyomó- vagy az acél húzószilárdságának elérése jelenti;
- III. a keresztmetszeti teherbírás határát a keresztmetszet alakváltozó képességének kimerülése jelenti.

Az I. kritérium a berepedetlen keresztmetszetre értelmezett. A berepedésig mind a beton, mind az acél rugalmas viselkedését feltételezzük. Az I. kritérium ellenőrzése esetén használt feszültségeloszlást I. feszültségi állapotnak is nevezik. (A gyakorlat az I. keresztmetszeti teherbírás-kritériumot csak feszített szerkezeteknél alkalmazza.)

A II. kritérium a berepedt keresztmetszetre értelmezett. A II. kritérium ellenőrzéséhez használt feszültségeloszlást II. feszültségi állapotnak nevezzük. A II. feszültségi állapotban a beton és az acél viselkedését rugalmasnak tekintjük, de a betonban csak nyomófeszültséget veszünk figyelembe. Ez azt feltételezi, hogy a beton berepedése után nem vesz fel húzófeszültséget, az összes húzófeszültséget a betonacél veszi fel. Ennek az a magyarázata, hogy a repedés hatására megszűnik az anyagi folytonosság a húzott betonzóna túlnyomó részén, a semleges tengely közelében feltételezhető "maradék" keresztmetszeti húzás hatása pedig (a beton húzó- és nyomószilárdsága közti nagyságrendi különbség miatt) olyan kicsiny, hogy nem változtat a számítás pontosságán, ha teljesen figyelmen kívül hagyjuk. (A II. keresztmetszeti teherbírás-kritériumot a jelenlegi gyakorlatban nem használják a teherbírás ellenőrzésére, [korábbi szabványok igen!], de az ún. használati állapotok vizsgálatánál találkozhatunk a II. feszültségi állapot szerinti modellel.)

A legtöbb modern szabályzat a III. kritérium alapján vizsgálja a keresztmetszeti teherbírás. A keresztmetszet alakváltozó képességének kimerülését vagy az jelzi, hogy a betonban elértük a törési összenyomódás értékét, vagy pedig az, hogy az acélbetétben a nyúlás a szakadónyúlás értékéig nőtt. Mindkét érték lényegesen meghaladja a betonban, ill. az acélbetétben az arányossági határ értékét, (azaz annak a fajlagos alakváltozásnak az értékét, ameddig az anyag rugalmas viselkedése feltételezhető,) ezért a III. feszültségi állapotban a keresztmetszeti teherbírás-vizsgálat módszerét képlékeny alakváltozások figyelembevételével végezzük.

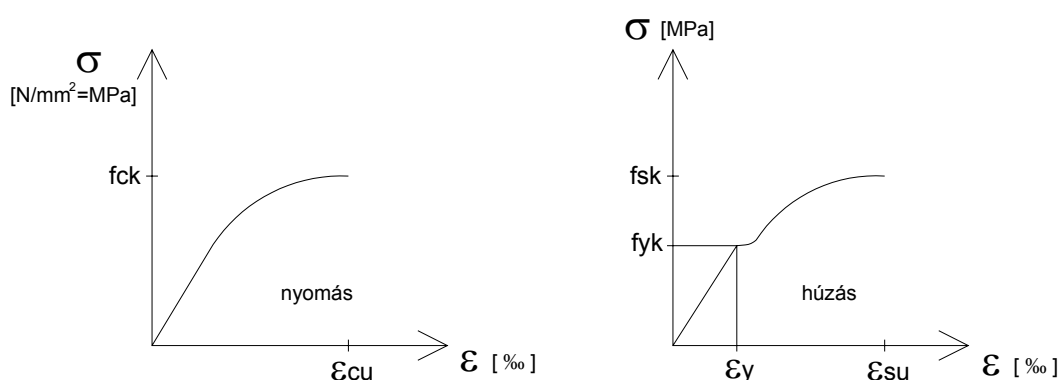
A I-II-III növekvő sorszámozást azzal is indokolhatjuk, hogy nulláról növekvő teherintenzitás esetén a keresztmetszetek előbb I. feszültségi állapotban vannak, az első repedés megjelenése után egyre szélesedő zóna kerül II. feszültségi állapotba, majd a mechanikai viselkedés nemlineárisává válása során az erősen kihasznált keresztmetszetek feszültség-eloszlása egyre közelebb kerül a III. feszültségi állapot szerinti eloszláshoz.

Vasbeton keresztmetszet hajlítási vizsgálata

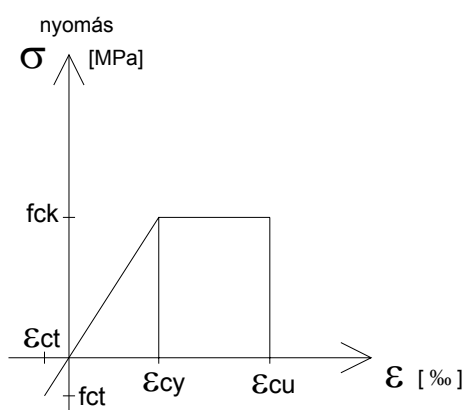
A hajlítási vizsgálatok elvégzéséhez a következő közelítéseket kell alkalmazni:

- *Mindhárom feszültségállapotban érvényesnek tekintjük a Bernoulli-Navier hipotézist.* Ez alapján a rúd tengelyére merőleges keresztmetszetek a deformációk létrejötte után is síkok maradnak és merőlegesek a rúd tengelyére. Az azt jelenti, hogy a repedések végtelen sűrűn helyezkednek el. A berepedt beton feladata az, hogy a betonacélt a helyén tartsa. Valóságban, ha a húzott beton bereped, akkor a repedések egymástól véges távolságban alakulnak ki, amit számításainknál elhanyagolunk.
- Feltételezzük, hogy a beton és a betonacél tökéletesen együttműködik, azaz a betonacél nem csúszik ki. Ez azt jelenti, hogy a gerenda tengelyével párhuzamos alakváltozások a betonacél felületén és a betonacéllal érintkező betonban azonos.

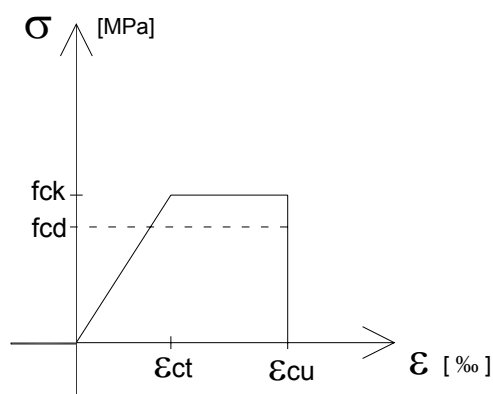
A hajlítási vizsgálatok elvégzéséhez fontos tisztázni a vasbeton keresztmetszetet alkotó anyagok σ – ε diagramját. A beton és a betonacél tipikus σ – ε diagramja.



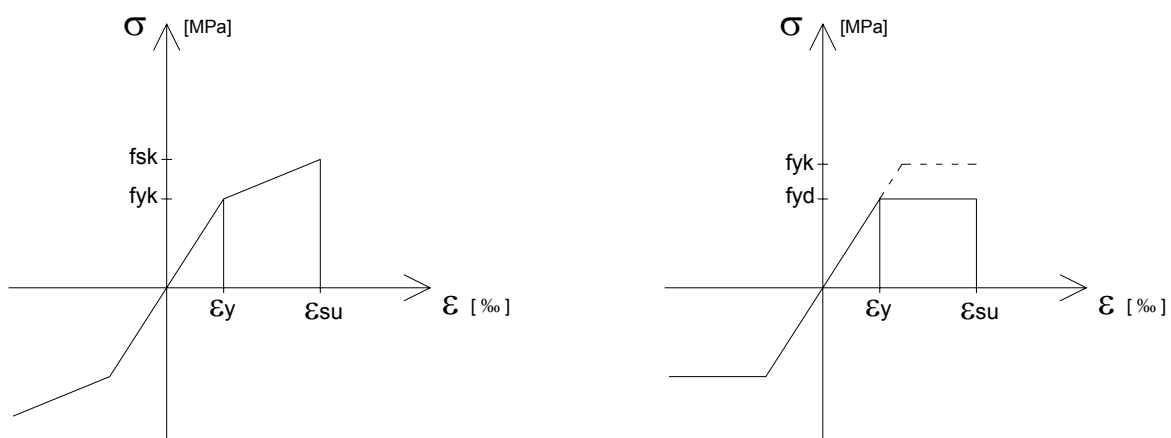
Ezt figyelembe véve számításaink bonyolultak lennének. A különböző szabványok egyszerűsített σ – ε diagramot használnak. A beton egyszerűsített σ – ε diagramja a beton húzószilárdságát és a beton képlékenyedését is figyelembe veszi.



Ez az ábra jól használható a I. kritérium – berepedetlen (repedésmentes) keresztmetszet - számításánál. II. kritérium – berepedt keresztmetszet – számításánál a feltételezésnek megfelelően – a berepedt beton keresztmetszet nem vesz fel húzófeszültséget – a beton σ - ε diagramját módosítani kell.



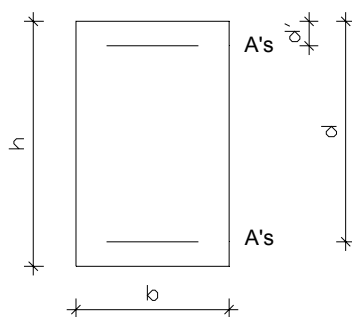
Az acél idealizált σ - ε diagramja lehet lineárisan rugalmas-felkeményedő, vagy rugalmas-képlékeny. Lágúvas esetében számításainknál az utóbbi σ - ε diagramot használjuk.



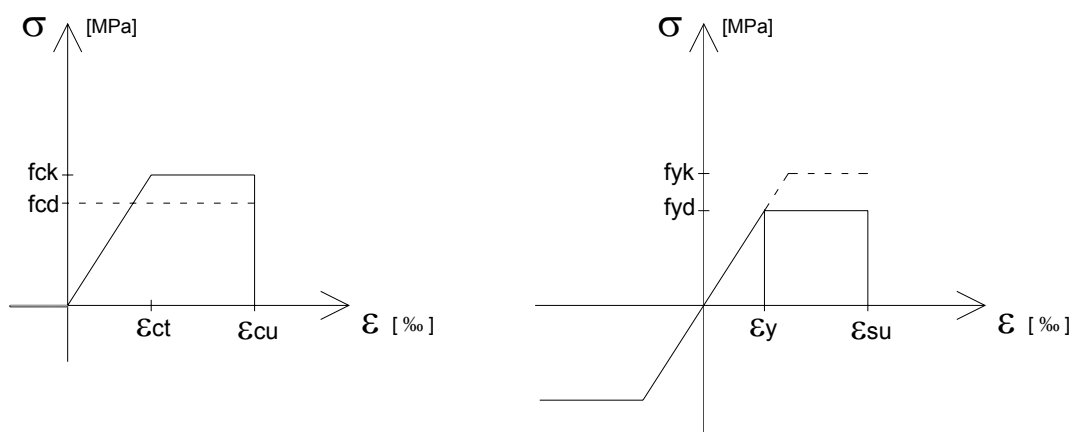
Hajlítási vizsgálat I. feszültségállapotban

Feladatunk meghatározni a berepedetlen, vasbeton keresztmetszetre ható nyomtérk hatására a beton szélső szálaiban és a betonacélban keletkező feszültségeket. A feladat megadásához először meg kell adni a keresztmetszet geometriai jellemzőit, amely

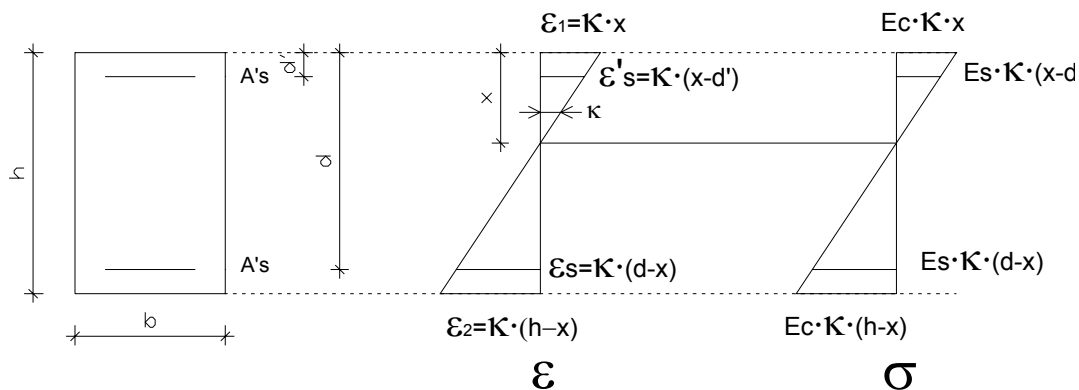
- a beton keresztmetszet alakja és szükséges geometriai méretei (téglalap esetén magassága és szélessége);
- a betonacél mennyisége, és elhelyezkedése (a súlypont helye a nyomott szélső száltól).



Meg kell adni az inhomogén keresztmetszetet alkotó anyagok (beton és betonacél) σ - ε diagramját. Ez a beton húzószilárdságát és a beton képlékenyedését is figyelembe vevő egyszerűsített σ - ε diagramja, és a betonacél rugalmas- képlékeny σ - ε diagramja.



A feladat megoldásánál, a szilárdságtannál megszokott módon adott – nullától különböző) görbület értékéből meghatározzuk a keresztmetszet deformációit (kompatibilitási egyenletek). Azt a vonalat, amelyben a deformációk létrejötte után a tengelyirányú alakváltozás zérus, semleges vonalnak nevezzük. A Bernoulli-Navier feltételezés miatt a keresztmetszetek síkok maradnak, ezért a semleges vonal egyenes. A keresztmetszet ez az egyenes körül fordul el, semleges tengelynek hívjuk, jele x , helyét a nyomott szélő száltól



adjuk meg.

A keresztmetszetek deformációiból az anyagtörvények segítségével a feszültségeket számíthatjuk. A vizsgálatunkat az I. feszültségállapotban végezzük, azaz a húzott és nyomott beton, valamint a húzott és nyomott betonacél is rugalmas, azaz a Hooke-törvény mindkét anyag esetén érvényes.

A feszültségek integrálásával a belső erők meghatározhatók. Az egyensúlyi egyenletek alapján a külső erőknek egyensúlyban kell lenni a belső erők eredőjével. Két egyenletünk van a z irányú vetületi egyenlet és az y - z síkú nyomatéki egyenlet. A vetületi egyenlet felírásánál a nyomás tekintjük pozitívnak:

$$0 = \frac{1}{2} b x E_c \kappa x + [A'_s E_s \kappa (x - d') - A'_s E_c \kappa (x - d')] - \frac{1}{2} b (h - x) E_c \kappa (h - x) - [A_s E_s \kappa (d - x) - A_s E_c \kappa (d - x)],$$

ahol

- b a keresztmetszet szélessége,
- h a keresztmetszet magassága,
- A_s a húzott betonacél keresztmetszeti mérete,
- d a húzott betonacél hasznos magassága (a húzott betonacél súlypontjának a távolsága a nyomott szélső száltól,
- A'_s a nyomott betonacél keresztmetszeti mérete,
- d' a nyomott betonacél hasznos magassága (a nyomott betonacél súlypontjának a távolsága a nyomott szélső száltól,
- E_c a beton rugalmassági modulusa,
- E_s a betonacél rugalmassági modulusa,
- x a semleges tengely helye a nyomott szélső száltól,
- κ a keresztmetszet görbülete.

Az egyenlet felírásánál figyelembe vettük, hogy ahol betonacél van, ott nincs beton. A keresztmetszet görbülete $\kappa \neq 0$ és bevezetve a $\alpha = E_c/E_s$ összefüggést

$$0 = \frac{1}{2} b x^2 + A'_s (\alpha'_E - 1) (x - d') - \frac{1}{2} b (h - x)^2 - A_s (\alpha_E - 1) (d - x), \text{ innen}$$

$$x = \frac{\frac{1}{2} b h^2 + A'_s (\alpha' - 1) d' + A_s (\alpha - 1) d}{b h + A'_s (\alpha' - 1) + A_s (\alpha - 1)}$$

Ez a keresztmetszet súlypontjának egyenlete, ahol a betonacélt $(\alpha_E - 1)$ súllyal vettük számításba. Az egyenletből látszik, hogy a semleges tengely helye nem függ a terhelés nagyságától.

Nyomatéki egyenlet

$$M = \frac{1}{2} b x E_c \kappa \frac{2}{3} x + \left[A'_s E_s \kappa (x - d')^2 - A'_s E_c \kappa (x - d')^2 \right] - \frac{1}{2} b (h - x) E_c \kappa (h - x) \frac{2}{3} (h - x) - \left[A_s E_s \kappa (d - x)^2 - A_s E_c \kappa (d - x)^2 \right]$$

Az egyenlet felírásakor a betonacél saját súlyponti tengelyére írt nyomatékát elhanyagoltuk. $\alpha = E_c/E_s$ összefüggést figyelembe véve

$$M = E_c \kappa \left[\frac{1}{3} b x^3 + \frac{1}{3} b (h - x)^3 + A'_s (\alpha' - 1) (x - d')^2 + A_s (\alpha - 1) (d - x)^2 \right]$$

A fenti kifejezés négyszöges zárójelében lévő tag az inhomogén keresztmetszet inercianyomatéka, továbbra is a betonacélt $(\alpha_E - 1)$ súllyal vettük számításba. A nyomatékgörbület összefüggés lineáris.

A feladat megoldásának lépései:

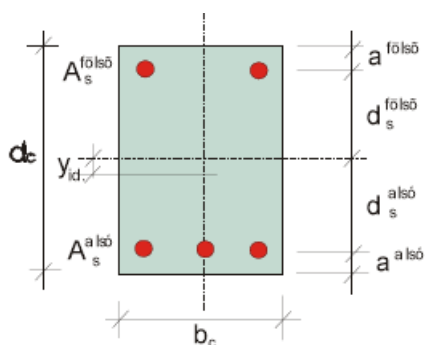
- A vetületi egyenletből az x semleges tengely számítása;
- Az adott nyomatékhoz a nyomatéki egyenletből a κ meghatározása;
- Az x és a κ ismeretében a kérdéses alakváltozások (E ábra) és feszültségek meghatározhatók.

A vasbeton keresztmetszet hajlítási vizsgálata I. feszültségi állapotban csak annyiban más, mint az elemi gerendaelméletben, hogy a keresztmetszet egyes helyein eltérő az azonos nagyságú ε nyúlásokhoz tartozó σ feszültség: mintha az acélkeresztmetszetek helyén az E_s/E_c aránynak megfelelően "erősebben dolgozna" a keresztmetszet. Ezt egyszerűen figyelembe vehetjük egy olyan ideális keresztmetszet bevezetésével, amelyben az acélbetétek helyén ennek a "többleteljesítménynek" megfelelő "többletbetont" veszünk figyelembe,

$$A_{id} = A_c + \frac{E_s}{E_c} A_s,$$

majd a továbbiakban ennek az ideális keresztmetszetnek a keresztmetszeti jellemzőivel - súlypont, inercianyomaték, keresztmetszeti modulusok - számolunk tovább. Az egész olyan egyszerű, hogy alig érdemel további képleteket. Csupán azt kell még észben tartanunk, hogy az acélbetétek vonalában a feszültség más a betonban, mint az acélban.

Példaként írjuk fel az alábbi vasbeton keresztmetszet repesztő nyomatékának meghatározására szolgáló képleteket az I. feszültségi állapot szerinti vizsgálat szerint.



Tekintsük tehát adottnak a keresztmetszeten ábrázolt geometriai adatokat, legyen továbbá ismert

E_c a beton rugalmassági modulusa,

E_s az acél rugalmassági modulusa,

f_{ct} a beton húzószilárdsága

Vezessük be a rugalmassági modulusok arányára az

$$\alpha = \frac{E_s}{E_c}$$

jelölést. Ezt alkalmazva, az ideális keresztmetszeti terület:

$$A_{id} = A_c + \alpha A_s = d_c b_c + (\alpha - 1)(A_s^{alsó} + A_s^{fölső}).$$

Az ideális keresztmetszet statikai nyomatéka a téglalap középpontján átmenő tengelyre:

$$S_{id} = d_s^{alsó} A_s^{alsó} (\alpha - 1) - d_s^{fölső} A_s^{fölső} (\alpha - 1).$$

A statikai nyomatékból kiszámíthatjuk az ideális keresztmetszet súlypontjának a téglalap középpontjától mért távolságát:

$$y_{id} = \frac{S_{id}}{A_{id}} = \frac{[A_s^{alsó} d_s^{alsó} - A_s^{fölső} d_s^{fölső}](\alpha - 1)}{b_c d_c + (A_s^{alsó} + A_s^{fölső})(\alpha - 1)}.$$

Tiszta hajlítás esetén a semleges tengely tehát y_{id} távolságban fekszik a téglalap középpontjától.

A következő számítási lépésben Steiner tételével az ideális keresztmetszet inercianyomatékát számítjuk a súlypontjára:

$$I_{id} = \frac{b_c d_c^3}{12} + b_c d_c y_{id}^2 + (\alpha - 1) \left[A_s^{alsó} (d_s^{alsó} - y_{id})^2 + A_s^{fölső} (d_s^{fölső} + y_{id})^2 \right].$$

A szélső szálakban fellépő feszültség kiszámításához meg szoktuk határozni a keresztmetszeti modulusokat:

$$W_{id}^{alsó} = \frac{I_{id}}{d_s^{alsó} - y_{id}}, \quad W_{id}^{fölső} = \frac{I_{id}}{d_s^{fölső} + y_{id}},$$

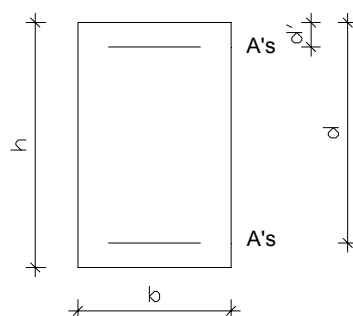
ezek felhasználásával az M nagyságú nyomaték által keltett szélsőszál-feszültségek:

$$\sigma_c^{alsó} = \frac{M}{W_{id}^{alsó}}, \quad \sigma_c^{fölső} = -\frac{M}{W_{id}^{fölső}}.$$

és betonacél feszültségek

$$\sigma_s^{alsó} = \frac{M}{I_{id}} d_s^{alsó} \alpha, \quad \sigma_s^{fölső} = -\frac{M}{I_{id}} d_s^{fölső} \alpha.$$

A fenti képleteket az előzőekben és a Példatárban alkalmazott jelölésekkel felírva:



$$x_I = \frac{S_{i,I}}{A_{i,I}} = \frac{\frac{1}{2}bh^2 + A'_s(\alpha' - 1)d' + A_s(\alpha - 1)d}{bh + A'_s(\alpha' - 1) + A_s(\alpha - 1)},$$

$$I_{i,I} = \frac{1}{3}bx_I^3 + \frac{1}{3}b(h - x_I)^3 + A'_s(\alpha' - 1)(x_I - d')^2 + A_s(\alpha - 1)(d - x_I)^2,$$

$$W_{i,I}^{alsó} = \frac{I_{i,I}}{d - x_I}, \quad W_{i,I}^{fölső} = \frac{I_{i,I}}{x_I},$$

$$\sigma_s^{alsó} = \frac{M}{I_{i,I}}(d - x_I)\alpha, \quad \sigma_s^{fölső} = -\frac{M}{I_{i,I}}(x - d')\alpha.$$

Ha a keresztmetszeti teherbírás-kritérium az, hogy a legnagyobb húzófeszültség ne lépje túl a beton f_{ct} húzószilárdságát, az ennek a kritériumnak megfelelő M_R pozitív nyomatékot a

$$\sigma_c^{alsó} = f_{ct}$$

egyenlőségből számíthatjuk vissza:

$$M_R^+ = W_c^{alsó} f_{ct}.$$

A keresztmetszetre hárítható legnagyobb negatív nyomaték értéke:

$$|M_R^-| = W_c^{fölső} f_{ct}.$$

Az I. feszültségi állapot feltételezése szerint végzett hajlításvizsgálat keresztmetszeti teherbírás-kritériumát természetesen ki lehet egészíteni azzal, hogy a nyomott szélső szálaban fellépő feszültség abszolút értéke se lépje túl beton f_{cd} nyomószilárdságát, az acélbetétekben ébredő feszültségek abszolút értéke se haladja meg az acél f_{yd} folyáshatárát. Ennek azonban "tisztán" hajlított vasbeton keresztmetszet esetén inkább csak elvi jelentősége van. Ennek egyik oka az, hogy a beton nyomószilárdsága nagyságrenddel meghaladja a húzószilárdságát, ezért "tisztán" hajlított vasbeton keresztmetszet esetén olyan keresztmetszeti feszültségeloszlás, amelyben a nyomott szélső szál feszültsége előbb éri el $-f_{cd}$ értékét mint a húzott szélső szál feszültsége f_{ct} -t, a gyakorlatban nemigen fordul elő. A másik ok az, hogy az f_{yd} / f_{cd} hányados gyakorlatilag minden beton-acél párosítás esetén nagyobb érték az E_s / E_c hányadosnál, így az acélbetét vonalában fekvő betonszál szilárdságának kihasználtsága előbb válik teljessé az acél szilárdságánál.

Ha a keresztmetszetre a hajlítónyomatékon kívül nyomóerő is hat, a szilárdságvizsgálat fentiek szerinti kiterjesztése már több egyszerű formalitásnál. Az I. feszültségi állapotban elvégzett hajlítási vizsgálatot azonban nagyon egyszerűen kiegészíthetjük a nyomatékkal és normálerővel egyidejűleg terhelt keresztmetszet szélsőszál-feszültségeinek képleteivel.

Ha feltesszük, hogy az M nyomaték mellett egy N nagyságú normálerő is hat az ideális keresztmetszet súlypontjában, ez a normálerő csupán egy konstans normálfeszültséggel módosítja a nyomatékból számolt feszültségeket. A szélsőszál-feszültségek tehát

$$\sigma_c^{alsó} = \frac{M}{W_{id}^{alsó}} + \frac{N}{A_{id}}, \quad \sigma_c^{fölső} = -\frac{M}{W_{id}^{fölső}} + \frac{N}{A_{id}}.$$

A Példatár jelölésével

$$\sigma_c^{alsó} = \frac{M}{W_{i,I}^{alsó}} + \frac{N}{A_{i,I}}, \quad \sigma_c^{fölső} = -\frac{M}{W_{i,I}^{fölső}} + \frac{N}{A_{i,I}}.$$

Az acélbetétekben működő feszültségeket úgy kapjuk, hogy kiszámítjuk a vizsgált acélbetét magasságában működő betonfeszültséget, majd azt α -val megszorozzuk.

Van azonban a fenti képleteknek egy "szépséghibájuk": az M_S és N_S mértékadó igénybevétel-pár számítása során általában azt tételezzük fel, hogy M_S a vasbeton keresztmetszet *geometriai* középpontjára - az előző példánál a téglalap keresztmetszet két átlójának a metszéspontjára - vonatkozó nyomaték. Ahhoz, hogy a fenti képletek helyes eredményt adjanak, az M_S és N_S mértékadó igénybevétel-párt előbb az *ideális keresztmetszet* súlypontjára kell redukálni.

Az I. feszültségi állapotban végzett számítások tükrében az átlagos vasalású keresztmetszetek acélbetétei viszonylag csekély mértékben befolyásolják az ideális keresztmetszeti jellemzőket. Ezzel függ össze, hogy nem dolgoztak ki olyan módszereket, amelyek a keresztmetszeti vasalás szükséges mennyiségének megállapítására irányultak.

Hajlítási vizsgálat II. feszültségi állapotban

A második feszültségi állapot szerinti vizsgálat "csupán" abban különbözik az I. feszültségállapottól, hogy az ideális keresztmetszet súlypontján átmenő semleges tengely egyben a "dolgozó", azaz nyomott betonkeresztmetszet határa; a betonkeresztmetszetnek a semleges tengelyen túli részét a nyomatéki vizsgálatban figyelmen kívül kell hagynunk.

Ez a különbség azonban lényegesen módosítja az ideális keresztmetszeti jellemzők kiszámításának lépéseit. Most ugyanis nem indulhatunk ki abból, hogy ismerjük az ideális keresztmetszet területét, hiszen azt a semleges tengely helyzete befolyásolja. Azt sem feltételezhetjük, hogy ugyanazokkal az ideális keresztmetszeti jellemzőkkel számolhatunk pozitív és negatív nyomatékok esetén, hiszen a "dolgozó", ill. a "kieső" betonkeresztmetszetek arányát befolyásolja az átrepedt betonzónán átfutó keresztmetszeti vasalás nagysága.

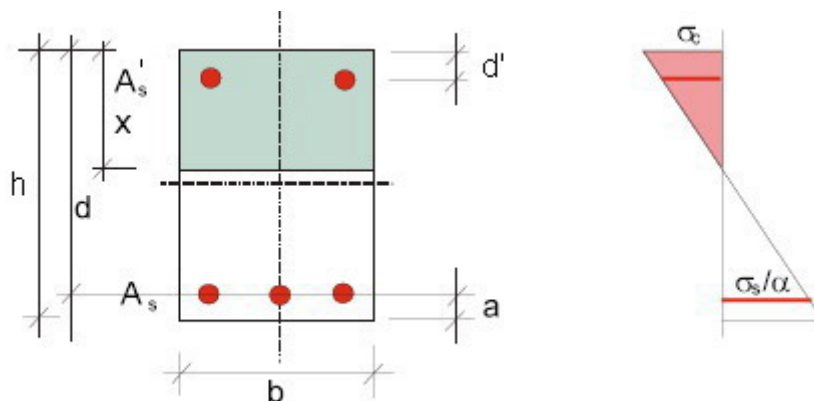
Előjáróban ezért el kell döntenünk, hogy a keresztmetszeti feszültségeloszlást pozitív vagy negatív nyomaték feltételezésével vizsgáljuk. Tételezzük fel, hogy a keresztmetszeti nyomaték pozitív, azaz a húzott zóna a keresztmetszet alsó felében helyezkedik el. A vizsgálatnak természetesen csak akkor van értelme, ha ebben a zónában acélbetét fekszik.

A továbbiakban a Példatárban használt jelölést használjuk. Első lépésben tehát feltesszük, hogy a betonkeresztmetszetet a semleges tengely egy felső, egyelőre ismeretlen x magasságú "dolgozó" és egy alsó, $(h-x)$ magasságú "kieső" részre bontja. $A_{i,II}$ -nek a semleges tengely fölötti része az I. feszültségi állapothoz hasonlóan a nyomásra "dolgozó" beton keresztmetszet és a nyomott zónában fekvő acélkeresztmetszet α -szorosa lesz, viszont $A_{i,II}$ -nek a semleges tengely alatti részét csupán a húzott zónában fekvő acélkeresztmetszet α -szorosa alkotja.

A nyomott zóna x magasságát az ideális keresztmetszet súlyvonalának egyik definíciója alapján határozhatjuk meg. *Eszerint: a súlyvonal által kettéosztott keresztmetszet két részterületének a súlyvonalra vett statikai nyomatéka egymás ellentettje.* A definíció alapján felírt egyenlet ismeretlenként csak x értékét tartalmazza, így az egyenlet megoldásával a II. feszültségi állapotban figyelembe veendő ideális keresztmetszet összes geometriai adata ismertté válik. A hajlítási vizsgálatot ezután az ideális keresztmetszet jellemzőinek meghatározásával az I. feszültségi állapotnál megismert módon folytathatjuk.

Vezessük végig példaként az előbbi téglalap keresztmetszet II. feszültségi állapot szerinti vizsgálatát pozitív nyomaték feltételezésével.

A számítási képletek egyszerűbb felírásához néhány új jelölést alkalmazunk. Ezek értelmezése az ábrán látható.



A semleges tengely x magasságának meghatározására szolgáló egyenlet:

$$\frac{1}{2}bx^2 + (\alpha - 1)A'_s(x - d') = \alpha A_s(d - x),$$

amelyet

$$\frac{b}{2}x^2 + [\alpha A_s + (\alpha - 1)A'_s]x - [\alpha A_s d + (\alpha - 1)A'_s d'] = 0$$

alakra rendezve x -re megoldunk. Továbbiakban x_{II} -vel jelölünk, utalva a II. feszültségállapotra. (A másodfokú egyenlet két gyöke közül csak a pozitív előjelűnek van valós geometriai jelentése.)

A számításban nem jut közvetlen szerephez az ideális keresztmetszet

$$A_{i,II} = bx_{II} + \alpha A_s + (\alpha - 1)A'_s$$

területe, viszont a keresztmetszeti modulusokhoz fel kell írunk az ideális keresztmetszet inercianyomatékát. Ezt az ideális keresztmetszetet alkotó részterületeknek a semleges tengelyre vonatkozó másodrendű nyomatékai összegzésével kapjuk meg:

$$I_{i,II} = \frac{bx_{II}^3}{3} + \alpha A_s(d - x_{II})^2 + (\alpha - 1)A'_s(x_{II} - d')^2.$$

A beton húzott szélső szálában a repedés miatt zérus a feszültség, így erre a szálra vonatkozó keresztmetszeti modulusot nem kell számítanunk. Célszerű viszont keresztmetszeti modulusot értelmeznünk a húzott acélbetétek vonalára. Az ideális inercianyomaték alapján ezért az alábbi két keresztmetszeti modulusot képezzük:

$$W_{c,II} = \frac{I_{i,II}}{x_{II}}, \quad W_{s,II} = \frac{I_{i,II}}{d - x_{II}}.$$

M nagyságú pozitív nyomaték működtekor a nyomott betonzóna szélső szálában, ill. a húzott oldali acélbetétekben az alábbi feszültségek ébrednek:

$$\sigma_c = -\frac{M}{W_c}, \quad \sigma_s = \alpha \frac{M}{W_s}.$$

A II. feszültségi állapotban a keresztmetszet hajlítási teherbírás-kritériuma úgy fogalmazható meg, hogy a beton nyomott szélső szálában a nyomófeszültség abszolút értéke nem haladhatja meg a nyomószilárdság f_{cd} figyelembe vehető értékét, az acélbetétben pedig

nem haladhatja meg a húzófeszültség nagysága az folyáshatár f_{yd} figyelembe vehető értékét¹. (A két szilárdság jelében a d index a "designed" szóra utal, azaz arra, hogy nem kísérleti értékekről, hanem a vizsgálat során figyelembe vehető értékekről van szó.) A kettős teherbírás-kritérium alapján a keresztmetszetre hárítható legnagyobb hajlítónyomaték az alábbi két nyomaték közül a kisebb:

$$M_{R1} = W_c f_{cd}, \quad M_{R2} = \frac{1}{\alpha} W_s f_{yd}.$$

Egyszeres vasalású keresztmetszet esetén (azaz ha esetünkben $A'_s=0$), a képletek egyszerűbbé válnak:

az x_{II} meghatározására vonatkozó egyenlet:

$$\frac{b}{2} x_{II}^2 + \alpha A_s x_{II} - \alpha A_s d = 0,$$

amelyből x meghatározása után a "belső erők karjának" nevezett

$$z = d - \frac{x_{II}}{3}$$

hosszúságot képezve, a szélsőszál-feszültségekre a

$$\sigma_c = \frac{2M}{bx_{II}z}, \quad \sigma_s = \frac{M}{A_s z}$$

képletek vezethetők le.

A levezetett képletek azt mutatják, hogy a keresztmetszeti vasalás II. feszültségállapotban jelentős mértékben befolyásolja az ideális keresztmetszeti jellemzőket. Ezzel függ össze, hogy korábban elterjedten használtak olyan a II. feszültségi állapot alapján álló számítási módszereket, amelyek adott betonméretek mellett adott nagyságú nyomaték felvételéhez szükséges keresztmetszeti vasalás mennyiségének megállapítására irányultak. Ezeket módszereket a keresztmetszeti teherbírás-vizsgálat kontextusában "méretezésnek" nevezik, szemben az "ellenőrzésnek" nevezett vizsgálattal, amely a teljes egészében ismert keresztmetszet M_R nyomatékának megállapítására szolgál.

A jelenlegi gyakorlat szerint a fenti értelemben vett "méretezést" mindig a III. feszültségállapot szerint végzik el.

A normálerővel is terhelt keresztmetszet vizsgálata körülményesebb annál, hogy a nyomatéki vizsgálattal "egy füst alatt" az is elvégezhető legyen. Ennek az az oka, hogy II. feszültségi állapotban a nyomatékkal egyidejű normálerő közvetlenül befolyásolja a "dolgozó" betonkeresztmetszet nagyságát, ezt az ideális keresztmetszet felvételénél figyelembe kell vennünk.

A keresztmetszeti feszültségeloszlás képleteit legegyszerűbben úgy vezethetjük le, ha feltesszük, hogy a nyomaték és a normálerő egymással arányosan változik, mert ilyen változás esetén az ideális keresztmetszet állandó marad.

¹ A nyomott zónában fekvő acélbetétek szilárdsági ellenőrzésétől - az I. feszültségi állapot szerinti vizsgálat során a nyomószilárdságok és a rugalmassági modulusok arányára vonatkozóan tett megjegyzés értelmében - most is eltekinthetünk.

2. gyakorlat: Repedésmentes és berepedt gerendák számítása

Friedman N. – Huszár Zs. – Kiss R.M. – Klinka K. – Kovács T. – Völgyi I.: Példatár a Vasbetonszerkezetek tantárgyhoz. BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke példatár 1. gyakorlati anyaga. (4-12. oldal)

3. hét

3. előadás: Hajlított keresztmetszet ellenőrzése I.

Hajlítási vizsgálat a III. feszültségi állapotban

A II. feszültségi állapotban végzett hajlítási vizsgálatot azzal zártuk, hogy minden berepedt vasbeton keresztmetszetre meg tudtunk határozni egy nyomatókat, amelyhez a keresztmetszetet alkotó anyagok valamelyike a rugalmasság határáig van kihasználva.

A vasbeton gerendák hajlítókísérletei azt mutatják, hogy ez a nyomatók általában tetemesen meghaladható, mert az acél is, a beton is rendelkezik a rugalmassági határon túli alakváltozó képességgel, és ezek "számlájára" olyan keresztmetszeti feszültségátrendeződés alakulhat ki, amelyhez pozitív nyomatók-növekmény tartozik. A hajlított keresztmetszet teherbírásának tényleges határához akkor érünk, ha kimerült annak a lehetősége, hogy a rugalmason túli alakváltozások "számlájára" pozitív nyomatók-növekmény alakuljon ki.

A III. feszültségi állapot szerinti hajlítási vizsgálat ennek a határnak a megállapítására vállalkozik.

A vizsgálat módszere nem az, hogy lépésről-lépésre követjük a feszültség-átrendeződés folyamatát és a nyomatók-növekmények alakulását, hanem az, hogy megpróbáljuk fölvenni közvetlenül azt a keresztmetszeti feszültség-eloszlást, amelyben nincs további lehetőség pozitív nyomatók-növekményt adó feszültségátrendeződésre.

Ennek a keresztmetszeti feszültségeloszlásnak a felvételére alapvetően az ad lehetőséget, hogy a kísérleti megfigyelések és az elméleti megfontolások egyaránt azt mutatják, hogy a fajlagos nyúlások keresztmetszeti eloszlása a rugalmassági határon túli alakváltozások tartományában is kielégítő pontossággal követi a Bernoulli-Navier hipotézis szerinti lineáris eloszlást.

A Bernoulli-Navier hipotézis érvényességéből az következik, hogy a legnagyobb abszolút értékű fajlagos alakváltozások a keresztmetszet szélső szálaiban azaz a nyomott betonzóna szélén, ill. az ettől legtávolabb fekvő acélbetétben lépnek fel, és a pozitív nyomatóki növekményt eredményező feszültségátrendeződésre (a gyakorlatban figyelmen kívül hagyható "patologikus esetektől" eltekintve) azért nincsen lehetőség, mert ezek a fajlagos nyúlások nem léphetők túl a szál törése vagy szakadása nélkül.

A III. feszültségi állapot szerinti vizsgálat alapfeltételezése tehát az, hogy a vizsgált keresztmetszet valamelyik "szélső szálában" a fajlagos alakváltozás a határáig ért, azaz nem növelhető úgy, hogy a keresztmetszeti ellenállás ne csökkenne. Ezt a határt vagy az jelzi, hogy

- a nyomott zóna szélső szálában a legnagyobb keresztmetszeti összenyomódás elérte a beton törési összenyomódásának a továbbiakban ε_{cu} -val jelölt határértékét; (ε_{cu} értéke normál betonok esetén az EUROCODE szerint 3.5 ezrelék, az MSz 15022 szerint 2.5 ezrelék)

vagy pedig az, hogy

- a húzott zóna legnagyobb megnyúlású betétjében a nyúlás elérte az acél szakadó nyúlásának értékét, amelyet a továbbiakban ε_{su} -val fogunk jelölni. (ε_{su} értékét a tervezési szabályzatok az alkalmazott acéltípustól függően 1.0 és 2.5 % közötti értékben állapítják meg. Az EUROCODE csak az ún. felkeményedő acélnyag esetén korlátozza az acélban feltételezhető nyúlás nagyságát.)

A fenti két lehetőség közül majdnem mindig az első szokott bekövetkezni, ezért a III. feszültségi állapot szerinti hajlítási vizsgálatot mindig azzal a feltételezéssel indítjuk, hogy a beton nyomott szélső szálában a törési összenyomódás értéke lép fel.

A III. feszültségi állapot szerinti nyomatéki vizsgálat az elmondottak szerint annak a keresztmetszeti alakváltozási diagramnak a megkeresése, amelyben

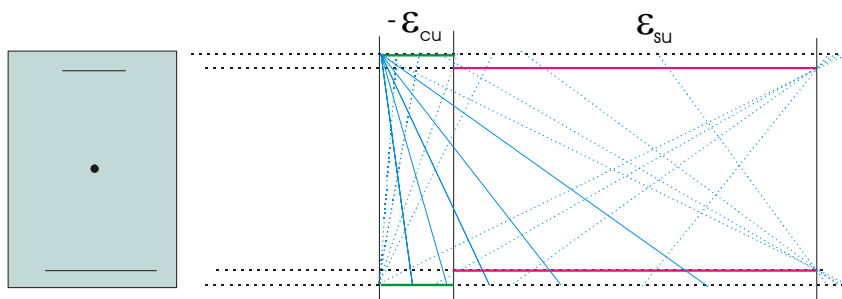
- valamelyik "szélső szál" fajlagos alakváltozása annak határértékével egyenlő,
- a keresztmetszet fajlagos alakváltozásaihoz tartozó feszültségek eredője egy nyomaték.

Ha a fenti két feltételnek megfelelő keresztmetszeti alakváltozási diagramot megtaláltuk, az ehhez tartozó feszültségek nyomaték eredője a keresztmetszetre hárítható legnagyobb nyomaték.

Vegyük szemügyre, hogy hogyan kereshető meg ez a keresztmetszeti fajlagos alakváltozási diagram, ill. ez a nyomaték.

Az alábbi ábra kék vonalai a Bernoulli-Navier hipotézisnek eleget tevő keresztmetszeti alakváltozás-diagramokat mutatnak, amelyek a keresztmetszet alakváltozó képességének kimerüléséhez tartozhatnak. (Célszerű az ábrát nagyítva szemlélni.) Minden diagramhoz valamelyik "szélső szálban" a beton vagy az acél alakváltozó képességének határát jelentő ε érték lép fel. Ezek a vonalak tehát a keresés első kritériumának megfelelő keresztmetszeti alakváltozás-diagramok.

Pozitív nyomatékkal terhelt keresztmetszetenél a "szélső szálak" közül majdnem mindig a nyomott szélső beton szál összenyomódó képessége merül előbb ki, ezért a vizsgálatot úgy indítjuk, hogy a felső szélső szálban a beton törési összenyomódását tételezzük fel. A keresztmetszet III. feszültségi állapotára jellemző alakváltozás-diagramot ezért a folytonos vonalsereggel ábrázolt diagramok közt keressük.



Ennek a keresésnek az elvi módszere a következő:

- Felveszünk egy alakváltozás-diagramot,
- ennek minden értékéhez hozzárendeljük a beton, ill. az acélszálak helyén az acél figyelembe veendő σ - ε diagramjának megfelelő feszültséget, majd
- meghatározzuk a feszültségek vektor-eredőjét.

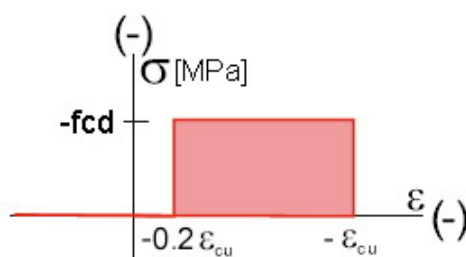
Ez általában nem zérus, pedig ha a keresztmetszeten csak egy nyomaték működik, a húzó- és a nyomófeszültségek vektor-eredőjének zérust kell adnia.

- Módosítanunk kell ezért a felvett alakváltozás-diagramot, mindaddig, amíg olyan keresztmetszeti diagramhoz nem találunk, amelyhez a feszültségek vektor-eredője zérusra adódik.
- Ha megtaláltuk azt a keresztmetszeti feszültség-eloszlást, amelyhez zérus vektor-eredő tartozik, képezzük a feszültségek nyomaték-eredőjét, amelynek értéke a keresztmetszetre hárítható legnagyobb pozitív nyomatékot adja.

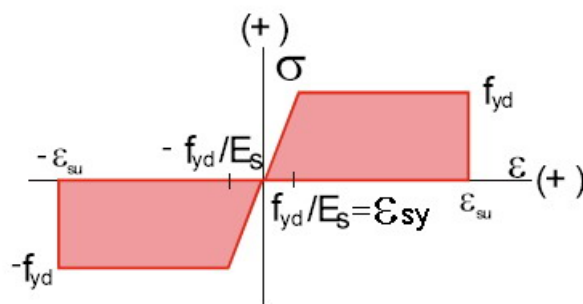
Általános alakú keresztmetszet esetén valóban ezt a fokozatos közelítést kell alkalmaznunk, legfeljebb arra tudunk általánosan érvényes "receptet" adni, hogy milyen értelemben módosítsuk a feltételezett alakváltozás-diagramot: ha a próbálkozás során a feszültségek vektor-eredője pozitív, akkor az ábra szerint "meredekebb", ha negatív, akkor "lankásabb" diagrammal kell kísérleteznünk.

A módszer gyakorlati alkalmazása érdekében az alábbi egyszerűsítéseket tesszük (Ezek csekély mértékben befolyásolják az eredmények valószerűségét, de lényegesen egyszerűbbé teszik a vizsgálatot):

- a beton σ - ε diagramját a megnyúlások tartományában egészében zérus feszültséget kijelölő vonallal, az összenyomódások tartományában a kezdeti rugalmas szakasz "beolvasztásával" általában 0.8 kitöltöttségnek megfelelő konstans feszültséget kijelölő vonallal helyettesítjük (lásd az ábrán), ami a beton tervezési nyomószilárdsága (f_{cd}), amit a beton karakterisztikus nyomószilárdságából (f_{ck}) a $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ képlettel kapunk, a $\gamma_c = 1,5$ biztonsági tényezővel.



- az acél σ - ε diagramját a megnyúlások és az összenyomódások tartományában egyaránt egy a $\pm f_{yd}$ értékéig lineárisan rugalmas viselkedést mutató vonallal ezt követően az ε_{su} értékéig egy-egy konstans feszültséget kijelölő vonallal helyettesítjük (lásd az ábrát; a két egyszerűsített ábra nem azonos léptékben van rajzolva.), ahol a $\pm f_{yd}$ a betonacél tervezési szilárdsága, amit a betonacél karakterisztikus szilárdságából (f_{yk}) a $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ képlettel kapunk, a $\gamma_s = 1,15$ biztonsági tényezővel.



Ezek az egyszerűsítések jól érvényesülnek, ha a számításhoz bevezetjük a nyomott szélső szál és a beton egyszerűsített σ - ε diagramja szerint f_{cd} nyomófeszültséggel "dolgozó" betonkeresztmetszet határvonalának a távolságára az x_c jelölést, és a követelményeknek eleget tevő keresztmetszeti feszültségeloszlás megkeresését x_c megfelelő értékének megkeresésére vezetjük vissza. Ezt a hosszat a feszültségi semleges tengely távolságának vagy egyszerűen a "nyomott zóna magasságának" szoktuk nevezni, bár az utóbbi elnevezés egy kicsit pontatlan. Ahhoz a nyomott zónához ugyanis, amelyben az ε_{cu} összenyomódású szélső száltól x_c távolsáig f_{cd} vehető figyelembe, hozzá tartozik egy $x_c \cdot 0.2/0.8$ magasságú sáv is, ahol a betonban összenyomódás van, de az ehhez tartozó feszültséget a σ - ε diagram egyszerűsítése miatt zérusnak tekintjük.

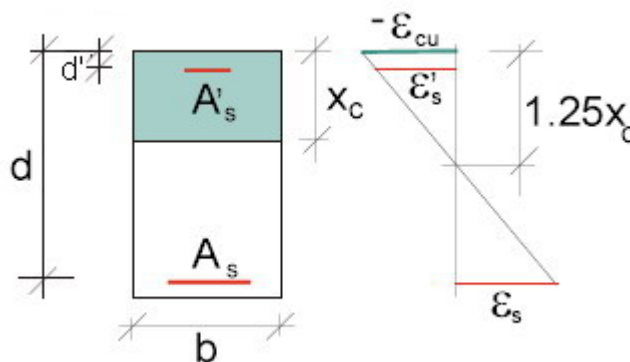
Ha nyomott zónának azt a keresztmetszet-rész tekintjük, ahol az ε fajlagos alakváltozás negatív érték, ahhoz a "nyomott zónához", amelyben az ε_{cu} összenyomódású szélső száltól x_c távolsáig f_{cd} vehető figyelembe, hozzá tartozik egy $x_c \cdot 0.2/0.8$ magasságú további "nyomott zóna" is, ahol ugyancsak összenyomódás van a betonban, de csak olyan mértékű, hogy az itteni ε értékekhez tartozó feszültséget a σ - ε diagram egyszerűsítése miatt zérusnak tekintjük. Az elnevezésekből adódó félreértés elkerülése céljából be lehet vezetni a feszültségi semleges tengely x_c távolsága mellett az alakváltozási semleges tengelynek a nyomott szélső száltól mért távolságát, amelyet x -szel szoktunk jelölni. A fentiekből nyilvánvaló, hogy

$$x = 1.25 x_c ,$$

vagy ami ugyanezt jelenti,

$$x_c = 0.8 x .$$

Az alakváltozási semleges tengely helyzete voltaképpen csak akkor jut szerephez a számításainkban, ha az acélbetétekben figyelembe vehető feszültségeket vizsgáljuk. Ezek megállapításához a nyomott beton zóna szélső szálának $-\varepsilon_{cu}$ törési összenyomódása és az $x=1.25x_c$ alakváltozási semleges tengely távolság alapján felvett keresztmetszeti ε -diagram szerint az acélbetétekben fellépő ε_s és ε_s' fajlagos alakváltozásokat kell kiszámítanunk.



Ha a korábbiakban bevezetett jelölést egyszerűsítve A_s -sel és A_s' -vel jelöljük a húzott, illetve a nyomott övben elhelyezett vasalás mennyiségét, d -vel, ill. d' -vel ezeknek az acélbetéteknek a nyomott szélső száltól mért távolságát, az ε -ábrán látható hasonló háromszögek alapján az A_s vonalában fellépő fajlagos alakváltozás

$$\varepsilon_s = \frac{d - 1.25x_c}{1.25x_c} \varepsilon_{cu} = \frac{0.8d - x_c}{x_c} \varepsilon_{cu} ,$$

az A_s' vonalában fellépő fajlagos alakváltozás pedig

$$\varepsilon_s' = \frac{d' - 1.25x_c}{1.25x_c} \varepsilon_{cu} = \frac{0.8d' - x_c}{x_c} \varepsilon_{cu}$$

Ennek az eredménynek az ad jelentőséget, hogy ha a fajlagos nyúlás abszolút értéke kisebb az acél folyáshatárához tartozó megnyúlásnál, akkor a vizsgált acélbetét nem folyik meg. A figyelembe veendő feszültséget ezért a

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s$$

rugalmas összefüggés szerint kell számítanunk, (és a feszültség értéke függ x_c -től.) Ha viszont a nyúlás abszolút értéke nagyobb a folyáshatárához tartozó megnyúlásnál, akkor σ_s értéke x_c -től függetlenül f_{yd} , ill. a nyomott acélbetétnél $-f_{yd}$.

Ennek az alternatívának az algoritmikus vizsgálatára vezették be a feszültségi semleges tengely relatív magasságát

$$\xi_c = \frac{x_c}{d},$$

és a ξ_c paramétere vonatkozó

$$\xi_0 = \frac{0.8\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \frac{f_{yd}}{E_s}}$$

összehasonlító értéket. Ha figyelembe vesszük az EUROCODE által adott anyagjellemző értékeket, mint $\varepsilon_{cu}=3,5\%$, $E_s=200\text{ kN/mm}^2$, a fenti képletre a következő adódik

$$\xi_0 = \frac{560}{700 + f_{yd}}.$$

A húzott oldali acélbetétben fellépő nyúlás és feszültség képlete alapján ellenőrizni lehet, hogy amennyiben

$$\xi_c \leq \xi_0,$$

az acélbetét megfolyik, benne a folyáshatárral egyenlő nagyságú húzófeszültség lép fel a III. feszültségi állapotban, ha viszont

$$\xi_0 < \xi_c,$$

akkor a betét rugalmas állapotban van, a benne működő húzófeszültséget a korábban már levezetett képlet átrendezésével adódó

$$\sigma_s = E_s \frac{0.8 - \xi_c}{\xi_c} \varepsilon_{cu}$$

összefüggéssel kell figyelembe venni. Az EUROCODE értékét figyelembe véve

$$\sigma_s = 700 \frac{0.8 - \xi_c}{\xi_c} = \frac{560}{\xi_c} - 700 = \frac{560d}{x_c} - 700.$$

A ξ_0 összehasonlító érték független a keresztmetszet kialakításától, és ugyanúgy az alkalmazott vasalás jellemző adatának tekinthető, mint pl. f_{yd} értéke. (Szokták ξ_0 -t a semleges tengely határhelyzetét jelző relatív magasságnak is nevezni, ami nem hibás elnevezés, ha a "határon" valóban azt értjük, hogy ξ_0 -nál kisebb ξ esetén a húzott acélbetétben f_{yd} figyelembe vehető, nagyobb ξ esetén pedig nem, közkeletű viszont a gyakorlatban az a hibás értelmezés, hogy a gerendák keresztmetszeti méretezése során ξ_0 -nál nagyobb relatív nyomott zóna

magasságot nem engedhetünk meg. Ennek a "félreértelmezésnek" annyi a valóságtartalma, hogy a ξ_0 -nál nagyobb értékhez tartozó nyomott betonzóna alkalmazása nem engedi kihasználni az acélbetét teljes húzószilárdságát, amit általában célszerű a keresztmetszeti méretek növelésével vagy nyomott vasalás alkalmazásával elkerülni.)

A ξ_0 -hoz hasonló szerepű paraméter és összehasonlító érték a nyomott oldali vasbetétekhez a

$$\xi'_c = \frac{x_c}{d'},$$

illetve a

$$\xi'_0 = \frac{0.8\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} - \frac{f_{yd}}{E_s}},$$

amelyet szintén az alkalmazott vasalás jellemző adatának tekinthetünk.

Ha $\xi'_c \geq \xi'_0$, akkor az acélbetét nyomásra megfolyik, ellenkező esetben a feszültséget a

$$\sigma'_s = E_s \frac{0.8 - \xi'_c}{\xi'_c} \varepsilon_{cu}$$

képlet szerint kell számolni. Az EUROCODE szabványban használt anyagjellemző értékeket használva a fenti két képlet

$$\xi'_0 = \frac{560}{700 - f_{yd}},$$

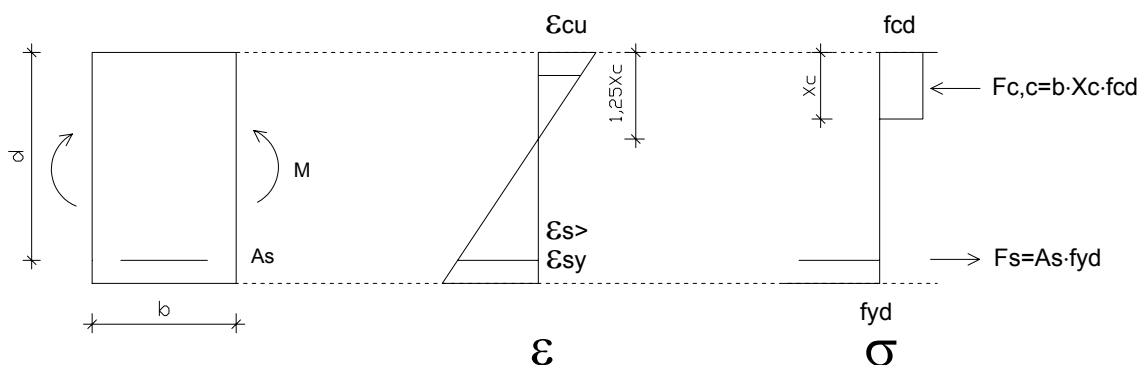
$$\sigma'_s = 700 \frac{0.8 - \xi'_c}{\xi'_c} = \frac{560}{\xi'_c} - 700 = \frac{560d'}{x_c} - 700.$$

A bemutatott összefüggésekkel az x_c (vagy x) felvételével kijelölt keresztmetszeti feszültség-eloszlás minden részlete tetszőleges vasalású, egy szimmetriatengellyel bíró keresztmetszet megadható. Egyszerűbb kialakítású keresztmetszetek esetén arra is mód van, hogy a keresztmetszeti vektor-eredőt, ill. nyomatékot x_c algebrai függvényeként fejezzük ki, így az összes követelménynek megfelelő keresztmetszeti nyúlás- és feszültségeloszlás megkeresését az x_c -re vonatkozó algebrai egyenlet megoldásával végezzük el.

Egyszeresen vasalt négyszög keresztmetszet hajlítása

A III. feszültségi állapot szerinti hajlítási vizsgálat a vasbetonszerkezetek erőtantervezésének leggyakrabban alkalmazott vizsgálata. Ez érthető is, hiszen a vasbetonszerkezetek túlnyomó része hajlításra igénybe vett teherhordó szerkezet, amellyel szemben elsődleges követelmény az igényeknek megfelelő nyomatéki teherbírás.

Az egyszerűen vasalású ($A'_s = 0$) derékszögű négyszög keresztmetszet esetén a vizsgálatot azzal a feltételezéssel indíthatjuk el, hogy a húzott acélbetétben f_{yd} folyási feszültség lép fel. (Ez a feltételezés a gyakorlati feladatok többségében teljesül.) Ennek megfelelően a keresztmetszet alakváltozási és feszültség ábráját és a feszültségek eredőjeként definiált belső erők



Ha kihasználjuk, hogy a nyomásra dolgozó betonzóna területe egy b szélességű, x_c magasságú téglalap területe, ennek a feltételezésnek megfelelően a keresztmetszeti feszültségek vektor-eredőjének zérus volta alapján (vetületi egyenlet) x_c -re a következő összefüggést írhatjuk fel.

$$x_c = \frac{A_s f_{yd}}{b f_{cd}}$$

A $\xi_c = x_c / d$ relatív semlegestengely-magasságra vonatkozó ξ_0 összehasonlító érték alkalmazásával ellenőrizhetjük, hogy az acélbetét megfolyására vonatkozó kiinduló feltételezésünk fennáll-e. Ha $\xi_c < \xi_0$, akkor a feltételezés helyes volt, akkor az x_c számított értékén nem kell módosítanunk. Ha ellenben $\xi_c > \xi_0$, akkor nem volt helytálló a kiinduló feltételezés, ezért x_c értékét az acélbetét ún. "redukált" feszültségének figyelembevételével, a

$$x_c = \frac{A_s \sigma_s}{b f_{cd}}, \quad \text{ahol} \quad \sigma_s = E_s \varepsilon_s = E_s \frac{0.8d - x_c}{x_c} \varepsilon_{cu} = \frac{560d}{x_c} - 700$$

összefüggések figyelembevételével újra kell számolni. Ez x_c -re vonatkozóan egy másodfokú algebrai egyenlet geometriailag értelmezhető gyökének meghatározását igényli. (Az így meghatározott "végleges" x_c -hez tartozó $\xi_c = x_c / d$ értéknek a korábban adódó ξ_c érték és ξ_0 közé kell esnie.)

Újból kihasználva a nyomásra dolgozó betonzóna téglalap-alakjából származó egyszerűsítés lehetőségét, x_c ismeretében a keresztmetszet M_{Rd} nyomatéki teherbírásának értékét a következő képlettel állíthatjuk elő:

$$M_{Rd} = b x_c f_d \left(d - \frac{x_c}{2} \right) = b d^2 f_{cd} \left[\xi_c \left(1 - \frac{\xi_c}{2} \right) \right].$$

3. gyakorlat: Egyszeresen vasalt hajlított keresztmetszet ellenőrzése

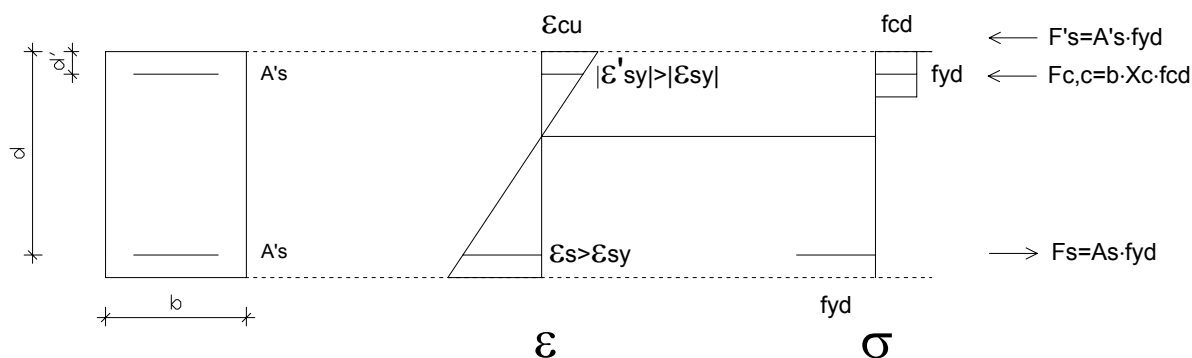
Friedman N. – Huszár Zs. – Kiss R.M. – Klinka K. – Kovács T. – Völgyi I.: Példatár a Vasbetonszerkezetek tantárgyhoz. BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke példatár 2. gyakorlati anyaga. (13-20. oldal)

4. hét

4. előadás: Hajlított keresztmetszet ellenőrzése II.

Húzott és nyomott vasat tartalmazó négyszög keresztmetszet hajlítása

Alul és felül is vasat tartalmazó derékszögű négyszög keresztmetszet esetén a vizsgálatot azzal a feltételezéssel indíthatjuk el, hogy a húzott és a nyomott acélbetétben f_{yd} folyási feszültség lép fel. (Ez a feltételezés a gyakorlati feladatok többségében teljesül.) Ennek megfelelően a keresztmetszet alakváltozási és feszültség ábráját és a feszültségek eredője



Ha kihasználjuk, hogy a nyomásra dolgozó betonzóna területe egy b szélességű, x_c magasságú téglalap területe, ennek a feltételezésnek megfelelően a keresztmetszeti feszültségek vektor-eredőjének zérus volta alapján (vetületi egyenlet) x_c -re a következő összefüggést írhatjuk fel.

$$x_c = \frac{A_s f_{yd} - A'_s f_{yd}}{b f_{cd}}$$

A $\xi_c = x_c / d$ és $\xi'_c = x_c / d'$ relatív semlegestengely-magasságra vonatkozó ξ_0 illetve ξ'_0 összehasonlító érték alkalmazásával ellenőrizhetjük, hogy az acélbetét megfolyására vonatkozó kiinduló feltételezésünk fennáll-e.

Ha $\xi_c < \xi_0$, és a $\xi'_c > \xi'_0$, akkor a feltételezés helyes volt, így x_c számított értékén nem kell módosítanunk. Ha ellenben $\xi_c > \xi_0$, de a $\xi'_c > \xi'_0$, akkor nem volt helytálló a kiinduló feltételezés, ezért x_c értékét a húzott acélbetét ún. "redukált" feszültségének figyelembevételével, a

$$x_c = \frac{A_s \sigma_s - A'_s f_{yd}}{b f_{cd}}, \quad \text{ahol} \quad \sigma_s = E_s \varepsilon_s = E_s \frac{0.8d - x_c}{x_c} \varepsilon_{cu} = \frac{560d}{x_c} - 700$$

összefüggések figyelembevételével újra kell számolni. Ez x_c -re vonatkozóan egy másodfokú algebrai egyenlet geometriailag értelmezhető gyökének meghatározását igényli. (Az így meghatározott "végleges" x_c -hez tartozó $\xi_c = x_c / d$ értéknek a korábban adódó ξ_c érték és ξ_0 közé kell esnie.)

A kiinduló feltételezésünk akkor sem volt helyénvaló, ha $\xi_c < \xi_0$, de a $\xi'_c < \xi'_0$, ezért x_c értékét a nyomott acélbetét ún. "redukált" feszültségének figyelembevételével, a

$$x_c = \frac{A_s f_{yd} + A'_s \sigma'_s}{b f_{cd}}, \quad \text{ahol } \sigma'_s = E_s \varepsilon_s = E_s \frac{0.8d' - x_c}{x_c} \varepsilon_{cu} = \frac{560d'}{x_c} - 700$$

összefüggések figyelembevételével újra kell számolni. Megjegyezzük, hogy a σ_s képlete tartalmazza a nyomott vas „negatív előjelét”. Ez x_c -re vonatkozóan egy másodfokú algebrai egyenlet geometriailag értelmezhető gyökének meghatározását igényli. Matematikailag előfordulhat, fizikailag azonban nem, hogy egyik betonacél sem éri el folyási határértékét.

Újból kihasználva a nyomásra dolgozó betonzóna téglalap-alakjából származó egyszerűsítés lehetőségét, x_c ismeretében a keresztmetszet M_{Rd} nyomatéki teherbírásának értékét a következő képlettel állíthatjuk elő:

$$M_{Rd} = b x_c f_d \left(d - \frac{x_c}{2} \right) + A'_s f_{yd} (d - d') = b d^2 f_{cd} \left[\xi_c \left(1 - \frac{\xi_c}{2} \right) \right] + A'_s f_{yd} (d - d').$$

A keresztmetszet nyomatéki teherbírás számítására bemutatott képlet érvényes abban az esetben, ha húzott és nyomott betonacél képlékeny vagy, ha a nyomott beton acél képlékeny a húzott betonacél még nem éri el folyási állapotát a teherbírás állapotban. Ha a teherbírás határállapotban a nyomott betonacél nem éri el folyási állapotát a fenti képletet a következő képpen kell módosítani:

$$M_{Rd} = b x_c f_d \left(d - \frac{x_c}{2} \right) + A'_s \sigma'_s (d - d') = b d^2 f_{cd} \left[\xi_c \left(1 - \frac{\xi_c}{2} \right) \right] + A'_s \sigma'_s (d - d')$$

A hajlított vasbetonkeresztmetszet ellenőrzése (határnyomaték meghatározásának) folyamatábrája a Függelékben található.

4. gyakorlat: Húzott és nyomott vasalást tartalmazó vasbeton keresztmetszet ellenőrzése

Friedman N. – Huszár Zs. – Kiss R.M. – Klinka K. – Kovács T. – Völgyi I.: Példatár a Vasbetonszerkezetek tantárgyhoz. BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke példatár 2. gyakorlati anyaga. (21-26. oldal)

5. hét

5. előadás: Hajlított keresztmetszet tervezése

Négyszög keresztmetszet tervezése hajlításra

Az egyszeres vasalású derékszögű négyszög keresztmetszet III. feszültségi állapot szerinti hajlítás-vizsgálatának egyszerű összefüggései arra is lehetőséget adnak, hogy a vizsgálat alapkérdését bizonyos értelemben, megfordítsuk:

- az adott vasbeton keresztmetszettel kapcsolatban *ne azt* kérdezzük, hogy mennyi az adott A_s keresztmetszeti vasaláshoz tartozó M_{Rd} értéke, (ezt a keresztmetszet *nyomatéki ellenőrzésének* szoktuk nevezni),
- hanem azt, hogy az adott betonméretekhez legalább mekkora legyen A_s keresztmetszeti vasalás értéke, hogy a keresztmetszet nyomatéki teherbírása meghaladja egy adott M_{Ed} értékét (ezt a feladatot keresztmetszet ún. *kötött méretezésének* szoktuk nevezni.).

A kötött méretezési feladat a megoldásához feltesszük, hogy az alkalmazott vasaláshoz éppen

$$M_{Rd} = M_{Ed}$$

nagyságú határnyomaték tartozik, majd M_{Rd} fenti képletéből "visszaszámítjuk" előbb x_c -t, majd A_s értékét. Az A_s értékénél értelemszerűen figyelembe kell venni, hogy a betonacél az adott M_{Ed} nyomatékértéknél képlékeny vagy rugalmas. A feladatmegoldás algoritmikussá tehető, ha bevezetjük az m nyomatéki kihasználtsági paramétert:

$$m = \frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cd}},$$

mert m segítségével ξ_c -re az alábbi képlet vezethető le:

$$\xi_c = 1 - \sqrt{1 - 2m}.$$

A fenti képlet csak akkor ad valós értéket ξ_c -re, ha $m < 0.5$. Ez azt jelzi, hogy a kötött méretezési feladat nem végezhető el tetszőlegesen felvett betonméretekkel. Ha a nyomatéki kihasználtság paraméterére $m > 0.5$ adódik, vagy lényegesen meg kell növelnünk a betonkeresztmetszetet, (ez gazdaságossági okból már $m > \sim 0.35$ esetén is megfontolandó,) vagy nyomott vasalást kell alkalmaznunk (általában ez sem tekinthető gazdaságos megoldásnak).

A ξ_c meghatározása után a megoldás $\xi_c < \xi_0$ esetén A_s meghatározásával folytatódik. A kiszámított A_s érték alapján az ún. járatos keresztmetszeti átmérők figyelembevételével olyan vasalást kell alkalmaznunk, hogy a húzott vasalás helyére kerülő acélbetétek összegzett keresztmetszeti területe feltétlenül érje el A_s értékét.

A $\xi_c > \xi_0$ esetén viszont kettéágazik a megoldás: döntenünk kell, hogy

- egyszeres vasalású keresztmetszettel oldjuk-e meg a feladatot, vállalva azt, hogy a "feszültség-redukció" szükségessége miatt nem használjuk ki a húzott acélbetétek teljes szilárdságát,

- vagy az acélszilárdság teljes kihasználása érdekében olyan mennyiségű nyomott vasalással "tehermentesítjük" a betonzónát, hogy az ennek figyelembevételével újraszámított ξ_c érték eleget tegyen a $\xi_c < \xi_0$ feltételnek.

Mindkét választásnak vannak előnyei és hátrányai. A nyomott vasalás alkalmazásának hátrányos velejárója, hogy többlet-kengyelezéssel kell a nyomott vasak kihajlását meggátolni, a "feszültség-redukció" hátránya pedig az, hogy az adott keresztmetszeti teherbírás eléréséhez nagyobb területű keresztmetszeti vasalás szükséges, mint a szilárdságilag kihasznált húzott és nyomott vasalás összegzett területe. Mindkét hátrány elkerülhető, ha lehetőség van arra, hogy a keresztmetszet betonméreteit a nyomatéki teherbírás követelményeinek figyelembevételével módosítsuk (az ilyen méretezési feladatot a keresztmetszet *szabad méretezésének* szoktuk nevezni).

A bemutatott összefüggések további gyakorlati alkalmazásaira néhány jól alkalmazható összefüggés:

Kötött tervezés

Ha a keresztmetszet befoglaló (beton) méretei (b, h , amiből jó közelítéssel a hasznos magasság – d – becsülhető), továbbá a keresztmetszetet alkotó anyagok tulajdonságai (határszilárdságuk – f_{cd} és f_{yd} -) ismertek, akkor kötött tervezésről beszélhetünk. A nyomatéknak van egy maximális értéke (M_o), amelyet optimális nyomatéknak is nevezünk, amelynél csak húzott betonacél alkalmazásával a betonacél a rugalmas és képlékeny állapot határán van, azaz

$$\varepsilon_s = \varepsilon_y, \text{ amiből következik, } x_c = x_{c0} = \xi_{c0} d.$$

Ebből a feltételből a M_o nyomaték

$$M_o = b x_{c0} f_{cd} \left(d - \frac{x_{c0}}{2} \right).$$

Ha $M_{Ed} < M_o$, akkor nem érdemes nyomott vasalást alkalmazni ($A'_s = 0$). A húzott betonacél képlékeny állapotban van, a fent bemutatott összefüggések jól használhatók.

Ha $M_{Ed} > M_o$, akkor két lehetőségünk van. Az egyik, hogy csak húzott betonacélt alkalmazunk ($A'_s = 0$), de figyelembe vesszük, hogy a húzott betonacél rugalmas. Ebben az esetben gazdaságtalanul terveztünk (lásd fent). Az x_c értékét a nyomatéki egyenletből az előbbiekhöz hasonlóan meghatározzuk (közvetlenül a nyomatéki egyenletből vagy az m segédmennyiség segítségével). Az x_c ismeretében a betonacélban keletkező húzófeszültség, majd a vetületi egyenletből a húzott betonacél keresztmetszeti területe számítható

$$\sigma_s = \frac{560}{x_c} d - 700,$$

$$A_s = \frac{b x_c f_{cd}}{\sigma_s}.$$

A másik lehetőségünk, hogy nyomott vasalást ($A'_s \neq 0$) is alkalmazunk. Ebben az esetben három ismeretlenünk van (x_c, A_s, A'_s), amelyeket a két egyensúlyi egyenletből (vetületi és nyomatéki) nem lehet meghatározni. További feltételt kell megfogalmaznunk. A legcélszerűbbnek a

$$x_c = x_{c0} = \xi_{c0} d \text{ feltétel tűnik.}$$

Ennek ismeretében, a nyomatéki egyenletből a nyomott betonacél keresztmetszeti területe

$$A'_s = \frac{M_{Ed} - bx_{c0}f_{cd} \left(d - \frac{x_{c0}}{2} \right)}{f_{yd}} = \frac{M_{Ed} - M_o}{f_{yd}},$$

a vetületi egyenletből a húzott betonacél területe

$$A_s = \frac{bx_{c0}f_{cd} + A'_s f_{yd}}{f_{yd}},$$

ha a nyomott betonacél képlékeny, azaz

$$\xi'_c = \frac{x_{c0}}{d'} \geq \xi'_{c0}$$

Ha nyomott betonacél rugalmas, azaz

$$\xi'_c = \frac{x_{c0}}{d'} < \xi'_{c0}, \text{ akkor}$$

$$\sigma'_s = \frac{560d'}{x_{c0}} - 700,$$

$$A'_s = \frac{M_{Ed} - M_o}{|\sigma'_s|},$$

$$A_s = \frac{bx_{c0}f_{cd} + A'_s \sigma'_s}{f_{yd}}.$$

Szabad tervezés

Ha csak a keresztmetszetet alkotó anyagok anyagjellemzői (f_{cd} és f_{yd}) adottak, akkor szabad tervezésről beszélünk. Ebben az esetben ismeretlen a beton keresztmetszetei méretei (b, h vagy d), a húzott és nyomott betonacél keresztmetszeti mérete (A_s, A'_s). A két egyensúlyi egyenlet segítségével ez nem határozható meg, további feltételeket kell megadni. Célszerű feltételezni, hogy nyomott vasalást nem alkalmazunk, de a húzott vasalás képlékeny állapotban van

$$A'_s = 0 \text{ és}$$

$$\xi_c \leq \xi_{c0}, \text{ ami gerendák esetében általában } \xi_c = 0,3 \text{ feltétel.}$$

Még egy paramétert lehet szabadon felvenni, ami lehet, a beton keresztmetszet valamelyik mérete (b vagy d) vagy a két oldal aránya (η).

Minden esetben a nyomatéki egyenletből kell kiindulni

$$M_{Ed} = bx_c f_{cd} \left(d - \frac{x_c}{2} \right) = bd^2 f_{cd} \xi_c \left(1 - \frac{\xi_c}{2} \right).$$

Ha a keresztmetszet szélessége (b) adott, akkor

$$d = \sqrt{\frac{M_{Ed}}{bf_{cd} \xi_c \left(1 - \frac{\xi_c}{2} \right)}}.$$

Ha a keresztmetszet hasznos magasság (d) adott, akkor

$$b = \frac{M_{Ed}}{d^2 f_{cd} \xi_c \left(1 - \frac{\xi_c}{2}\right)}$$

Ha a két oldal aránya ($\eta = \frac{d}{b}$) adott, akkor

$$d = \sqrt[3]{\frac{\eta M_{Ed}}{f_{cd} \xi_c \left(1 - \frac{\xi_c}{2}\right)}} \text{ és } b = \frac{d}{\eta}$$

Ezután a beton keresztmetszeti méretei ismertek, azaz a feladatot visszavezettük a kötött tervezés feladatára (nem alkalmazunk nyomott vasat és a húzott betonacél képlékeny).

A betonacél kialakításánál a következő szerkesztési szabályokat kell betartani [Huszár-Farkas-Kovács-Szalai: Betonszerkezetek tervezése az EUROCODE szerint, Terc Kiadó és Kollár: Vasbetonszerkezetek I. Vasbetonszilárdságtan az EUROCODE 2 szerint, Műegyetem Kiadó]:

1. Minden sarokba hosszvasat kell helyezni;
2. A hosszvasakat kengyelekkel kell összefogni;
3. A fő acélbetétek minimális átmérője 8 mm, a szerelő acélbetéteké 6 mm;
4. A hosszvasak közötti minimális távolság 20 mm, vagy a betonacél átmérője;
5. A betonacélokat több sorban el lehet helyezni, de kettőnél több sor nem ajánlott; A betonacélokat egymás fölé kell helyezni, a felsőbb sorokat kiegészítő kengyellel alá kell támasztani;
6. A mezővasalás negyedét támaszig végig kell vinni;
7. Minimális acélmennyiség

$$A_{s,\min} = 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd \geq 0,0013bd ;$$

8. Maximális acélmennyiség

A vasbeton keresztmetszetek kötött tervezésének folyamatábráját a Függelék tartalmazza.

5. hét Hajlított keresztmetszet tervezése

Friedman N. – Huszár Zs. – Kiss R.M. – Klinka K. – Kovács T. – Völgyi I.: Példatár a Vasbetonszerkezetek tantárgyhoz. BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke példatár 3. gyakorlati anyaga. (27-34. oldal)

6. hét

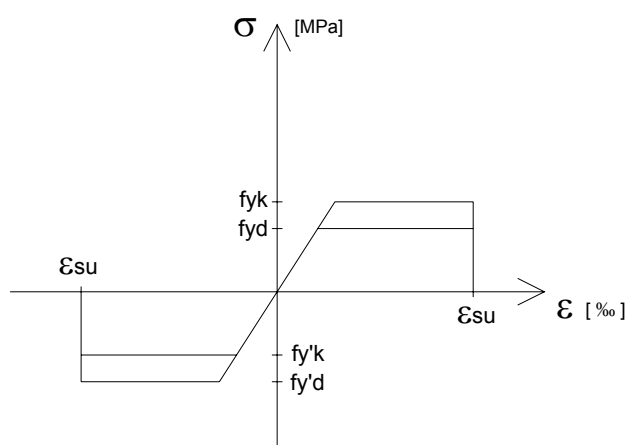
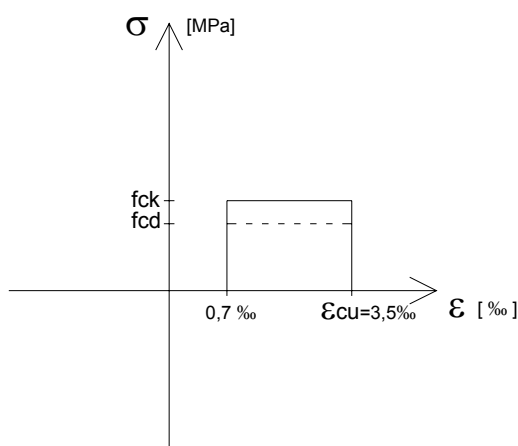
6. előadás: Nyomott-hajlított keresztmetszet

Külpontosan nyomott egyszerűen szimmetrikus keresztmetszet vizsgálata

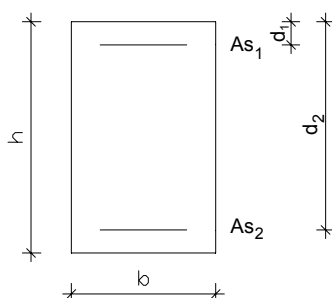
A külpontosan nyomott keresztmetszetek vizsgálatánál is élünk – hajlításvizsgálatokhoz hasonlóan – a következő közelítésekkel:

- Érvényesnek tekintjük a Bernoulli-Navier hipotézist.
- Feltételezzük, hogy a beton és a betonacél tökéletesen együttműködik.

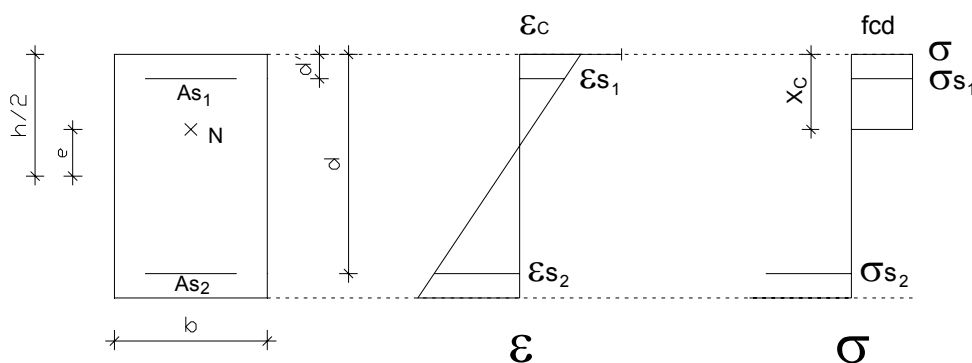
A hajlításvizsgálatokhoz hasonlóan a beton és a betonacél egyszerűsített σ - ϵ diagramját használjuk



A keresztmetszet egyszeresen szimmetrikus, azaz keresztmetszetben húzott és nyomott betonacél is található.



A keresztmetszetet N intenzitású e külpontosságú nyomóerő terheli, a külpontosságot a betonkeresztmetszet súlypontjától (beton keresztmetszet geometriai középpontja) mérjük



A terhelés hatására kialakuló ε és σ ábrát elemezve, megállapíthatjuk, hogy a keresztmetszet tönkremehet, ha:

- a nyomott szélső szál eléri határösszenyomódását;
- a húzott betonacél eléri határnyúlását.

Tegyük fel, hogy a beton szélső szála (felső) éri el határösszenyomódás értékét és az A_{s1} jelű betonacél nyomott, az A_{s2} jelű betonacél húzott, akkor a vetületi és nyomatéki egyenlet a betonkeresztmetszet súlypontjára (beton keresztmetszet geometriai középpontjára) - az adott példánál a geometriai középpont a keresztmetszet magasságának felében ($h/2$ a nyomott szélső száltól) van-:

$$N = bx_c f_{cd} + A_{s1} \sigma'_{s1} - A_{s2} \sigma_{s2},$$

$$M = Ne = bx_c f_{cd} \left(\frac{h}{2} - \frac{x_c}{2} \right) + A_{s1} \sigma'_{s1} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) + A_{s2} \sigma_{s2} \left(d - \frac{h}{2} \right).$$

A feladatnál a betonacélok lehetnek képlékeny vagy rugalmas állapotban, ennek megfelelően:

a nyomott betonacélban keletkező feszültség

$$\sigma'_{s1} = f_{yd}, \text{ ha } \xi'_c = \frac{x_c}{d_1} \geq \xi'_{c0},$$

$$\sigma_{s1} = \left| \frac{560d_1}{x_c} - 700 \right|, \text{ ha } \xi'_c = \frac{x_c}{d_1} < \xi'_{c0},$$

a húzott betonacélban keletkező feszültség

$$\sigma_{s2} = f_{yd}, \text{ ha } \xi_c = \frac{x_c}{d_2} \leq \xi_{c0},$$

$$\sigma_{s2} = \frac{560d_2}{x_c} - 700, \text{ ha } \xi_c = \frac{x_c}{d_2} > \xi_{c0},$$

Legyen a feladatunk, hogy adjuk meg azt az e külpontosságú N normál erőt, amelyre a keresztmetszet tönkremegy. A két egyensúlyi egyenlet segítségével végtelen sok megoldást tudunk megadni, mert az ismeretlenek száma három (x_c, N, e) . A feladatot szűkíteni kell. Az egyik lehetőségünk, hogy egy adott N_{Ed} normálerő értékhez keressük azt a külpontosság értéket, ahol a keresztmetszet törési állapotba kerül. Ezt határkülpontosság meghatározásnak hívjuk. A megoldás lépései:

- A vetületi egyenletből az x_c meghatározása, figyelembe véve, hogy a betonacél képlékeny vagy rugalmas állapotban van;
- A nyomatéki egyenletből az x_c behelyettesítésével a határkülpontosság (e_{Rd}) meghatározása.

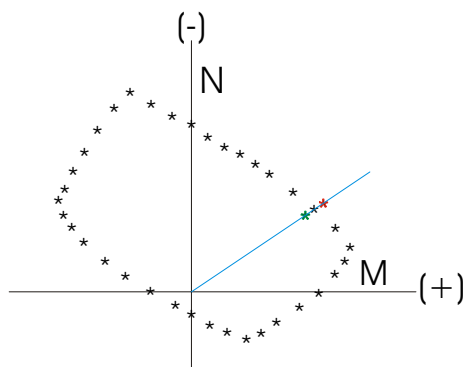
A másik lehetőségünk, hogy egy adott e_{Ed} külpontosság értékhez keressük az a normálerő értéket, ahol a keresztmetszet törési állapotba kerül. Ezt határerő meghatározásnak hívjuk. A megoldás lépései:

- A vetületi egyenletet a nyomatéki egyenlet bal oldalába (N érték helyére) behelyettesítjük, és a kapott egyenletből az x_c meghatározása, figyelembe véve, hogy a betonacél képlékeny vagy rugalmas állapotban van; Megjegyezzük, ha a betonacél rugalmas állapotban van az egyenlet harmadfokú;
- A vetületi egyenletbe az x_c behelyettesítésével a határerő (N_{Rd}) meghatározása.

A keresztmetszet M-N teherbírasi vonala

Értékes hozadéka a keresztmetszeti teherbírás-vizsgálathoz tartozó keresztmetszeti ε -eloszlás "keresésének" a következő vizsgálat.

Ha a taláalomra fölvevett keresztmetszeti ε -eloszlásokhoz tartozó feszültségek N vektoreredőjéhez és a keresztmetszet geometriai középpontra vett M nyomatékához egy derékszögű M - N koordináta-rendszer egy-egy pontját rendeljük, ezek a pontok egy görbe futását jelölik ki. (Ebben önmagában nincsen semmi említésre méltó.), és az összetartozó értékpárokat jelölő pontok egy az origót magában foglaló konvex tartomány határvonalát jelölik ki:

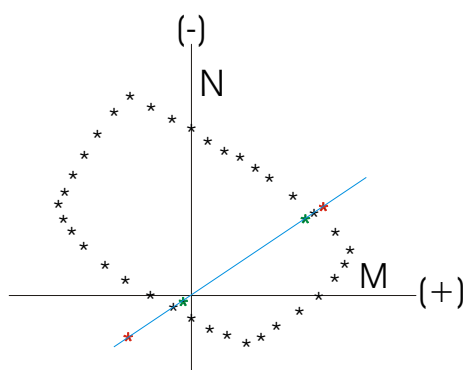


Ha módosítjuk a keresztmetszet alakját vagy a keresztmetszeti vasalást, a görbe alakja, arányai megváltoznak, de a tartomány jellege változatlan marad. Ez azt mutatja, hogy minden vasbeton keresztmetszethez egy-egy meghatározott görbe tartozik, viszont a minden görbén megmutatkozó jellemzők a keresztmetszet alakjától és a vasalástól független jelenségekre utalnak.

Az összetartozó M és N értékek kiszámításának tüzetes vizsgálatával meg lehet mutatni, hogy a görbe minden pontjához olyan keresztmetszeti feszültségeloszlás tartozik, amely a "szélső szálak" egyikének a határalakváltozása miatt nem módosítható úgy, hogy mind M , mind N értéke arányosan növekedjék. Ezt úgy lehet az ábrán szemléltetni, hogy az origóból a határgörbe pontjain át húzott sugárra illeszkedő külső pontok (az ábrán pirossal jelölve) olyan $M-N$ értékpárokat jelölnek ki, amelyek együttesen nem háríthatók a keresztmetszetre, viszont a belső pontok által kijelölt $M-N$ igénybevétel-párokat (az ábrán zölddel jelölve) képes a keresztmetszet elviselni. Mivel a sík összes pontjához húzhatunk az origóból a görbét elmesző sugarat, a sugáron elfoglalt helyzete alapján minden pont vagy "zöldnek" vagy "pirosnak" minősül. A pontsor által kirajzolt görbét a vizsgált keresztmetszet teherbírási görbéjének, az általa körbevett tartományt teherbírási tartománynak nevezzük.

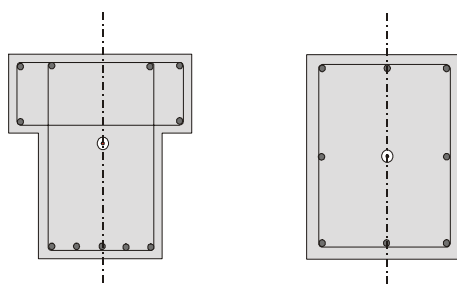
A teherbírási görbe fontos szerepet játszik az összetett igénybevételű keresztmetszetek vizsgálatában.

A tetszőlegesen felvett x_c értékek figyelembevételével számított feszültségek N vektoreredőjét és a keresztmetszet középpontjára vonatkozó M nyomatékát összetartozó értékpárnak tekinthetjük, amely egyidejűleg a keresztmetszetre hárítható nyomatékot és normálerőt jelöl ki.



Az összetartozó értékek grafikus ábrázolásával adódó ábráról tisztán logikai úton beláttuk, hogy ez a keresztmetszet szimmetriasíkjában működő axiális terhek teherbírási vonala. Az $M-N$ koordinátasík azonos sugáron fekvő pontjaihoz azonos külpontosság és változó nagyságú normálerő tartozik, ennek a teherbírási határhoz tartozó értékét az a pont jelöli ki, ahol a sugár elmeszi a görbét. Láthatólag két ilyen pont van, az egyikhez nyomóerő a másikhoz húzóerő tartozik.

Vizsgáljuk meg részletesebben a teherbírási vonal tulajdonságait! Egyelőre tételezzük fel, hogy a vizsgált keresztmetszetnek legalább egy szimmetriatengelye van, amely a terhelés síkjában fekszik.



A teherbírési görbe jellegzetes pontjai és szakaszai

A nyomó teherbírési középpont és a teherbírési alapérték

Kezdjük a teherbírési diagram vizsgálatát a legnagyobb nyomóerőhöz tartozó ponttal. A legnagyobb nyomóerőt akkor kapjuk, ha a keresztmetszet minden szálában legalább akkora összenyomódást tételezünk fel, amely megegyezik a beton határösszenyomódási értékével. Az EUROCODE a beton törési összenyomódását hajlításra 3,5 ‰-ben adja meg, központos nyomás esetén e feltétel szigorúbb, a beton határösszenyomódása 2,0 ‰. Ezt a normálerőt *a keresztmetszet nyomó teherbírési alapértékének* szoktuk nevezni. Jelölje a nyomó teherbírési alapértékét N_{R0} .

$$N_{R0} = A_c f_c + \sum_k A_{s,k} f_{s,y}$$

Hol kell működnie a keresztmetszetre ható normálerőnek ahhoz, hogy elérhesse N_{R0} értékét? Abban a vonalban, ahol az N_{R0} értékét megadó összegzésben szereplő nyomóerők eredője működik. Ez a vonal a keresztmetszeten kijelöl egy pontot, amelyet *a keresztmetszet nyomó teherbírési középpontjának* nevezünk. Egyszeres szimmetriával bíró keresztmetszet esetén ez a pont rajta fekszik a szimmetriatengelyen, de nincsen közvetlen kapcsolatban sem a keresztmetszet geometriai középpontjával, sem a korábban bevezetett ideális keresztmetszet súlypontjával. A vasalás elrendezésétől függően fekehet annál alacsonyabban is, magasabban is. A helyzetét nyomatéki egyenlet felírásával lehet meghatározni.

Mivel a teherbírési szempontjából a keresztmetszet geometriai középpontjának nincsen kitüntetett szerepe, megtehetjük, hogy a keresztmetszetre ható erő külpontosságát nem a geometriai középponttól, hanem a teherbírési középponttól mérjük, ezzel együtt a keresztmetszeti nyomatékot és a teherbírési diagramot nem a geometriai középpontra, hanem a teherbírési középpontra értelmezzük. Ez azzal az előnnyel jár, hogy a teherbírési diagram legmagasabb pontja éppen az N tengelyen fekszik. *A továbbiakban a nyomatékot ezért a keresztmetszet teherbírési középpontjára vonatkoztatjuk, központos nyomásnak azt tekintjük, ha a nyomóerő hatásvonala átmegy a teherbírési középponton.*

A gyakorlati feladatok jelentős részében olyan keresztmetszeteket vizsgálunk, amelyeknek a betonkeresztmetszet alakját és a vasalás elrendezését tekintve is két szimmetriatengelye van (legtöbbször szimmetrikus vasalású téglalap keresztmetszetet,) az ilyen keresztmetszetek teherbírési középpontja egybe esik a geometriai középponttal.

A diagram "csúcsa" és a keresztmetszeten belüli külpontossághoz tartozó szakaszok

A nyomó teherbírési alapértéket jelző pont nemcsak azért kitüntetett pontja a teherbírési diagramnak, mert a legmagasabban fekvő pont, hanem azért is, mert ehhez a ponthoz a III. feszültségi állapot feltételezéseit teljesítő keresztmetszeti ε -diagramok közül nem egyetlen diagram tartozik, hanem mindegyik, amelyhez feszültségként az összes szálban a nyomó határfeszültség (f_c , ill. $f_{s,y}$) rendelhető.

Keressük meg a teherbírési alapértékhez tartozó keresztmetszeti ε -diagramok szélső helyzeteit. Ha a felső szélső szálban tételezzük fel a beton törési összenyomódását, az N_{R0} -hoz tartozó diagramok szélső helyzetét általában a nyomott szélső száltól legtávolabb eső acélbetét nyomásra történő megfolyásához tartozó ε érték jelöli ki.

A további vizsgálatot az x_c különböző értékeihez tartozó N_R és M_R határigénybevétel-párok meghatározásával végezzük, hogy a keresztmetszet teljes magasságánál nagyobb x_c értékeket is értelmezzünk.

Ha x_c a keresztmetszeten kívüli semleges tengely-helyzetet jelöl ki, a teljes betonkeresztmetszetet f_{cd} feszültséggel nyomott, figyelembe kell azonban vennünk, hogy az acélbetétekben feltételezhető feszültség nagysága is függ a semleges tengely helyzetétől: amíg a nyomott szélső száltól d_k távolságban fekvő acélbetétre vonatkozó

$$\xi_k = \frac{x_c}{d_k}$$

érték nagyobb a III. feszültségi állapot szerinti nyomatóki vizsgálatnál bevezetett ξ_0' összehasonlító értéknél, az acélbetétben f_{yd} nyomófeszültség vehető figyelembe, ha kisebb annál, akkor az acélbetét nem folyik meg nyomásra.

Ha ez a váltás az ε_{cu} összenyomódású szélső száltól legtávolabb fekvő acélbetét esetében a keresztmetszeten kívül fekvő semleges tengely-helyzetnél megtörténik, (általában ez szokott bekövetkezni x_c fokozatos csökkentésekor,) az N_{R0} -hoz tartozó keresztmetszeti ε -diagramok szélső helyzetét a nyomott szélső száltól legtávolabb eső acélbetétre vonatkozó, (adott x_c esetén legkisebb) ξ_k értékből a

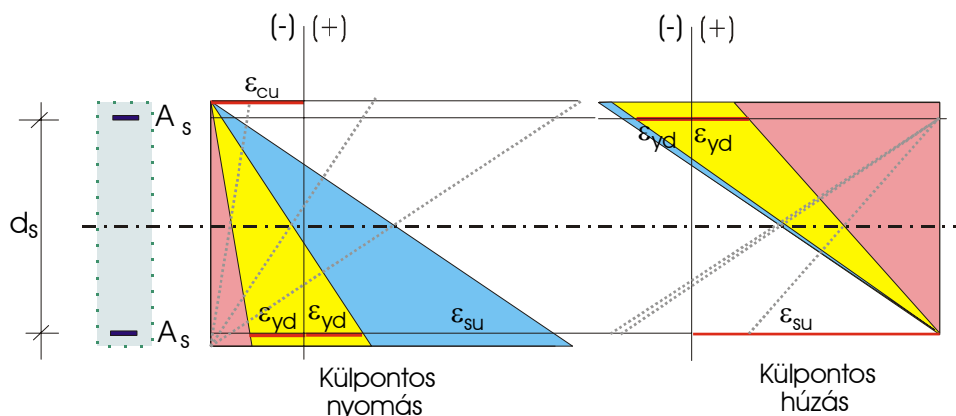
$$\xi_k = \xi_0'$$

egyenlőség alapján számított semlegestengely-helyzet jelöli ki.

Az x_c értékét az iménti szélső helyzetet jelentő semleges tengely-magasság alá csökkentve a beton keresztmetszet teljes kihasználtsága még nem szűnik meg, de a nyomott szélső száltól legtávolabb eső acélbetétben a folyáshatárnál kisebb nyomófeszültséget kapunk. Ezért N_R kisebb lesz, mint N_{R0} , és a nyomóerő ΔN csökkenéséhez a csökkenéssel arányos nagyságú M_R nyomaték is társul. Ez azt jelenti, hogy a teherbírási diagram az N_{R0} magasságú pontból lefelé lejtő egyenes vonallal indul.

Az alsó és a felső szélső szálak szerepét megcserélve hasonló megállapítást tehetünk a teherbírási vonalnak az N_{R0} magasságú ponttól ellentétes irányban induló szakaszára vonatkozóan. Ezeket a szakaszt a keresztmetszeten belüli külpontosságokhoz tartozó szakasznak is szokták nevezni. A teherbírási diagram legmagasabban fekvő pontjának "kivételezettsége" tehát abban is megnyilvánul, hogy a diagramnak az itteni töréspontban "csúcsa" van.

A csúcsból induló egyenes szakaszok legegyszerűbben egy olyan "atipikus vasbeton keresztmetszeten" követhetők, amely csupán egy alsó és egy felső oldali vasalásból áll, és a két vasalás keresztmetszeti területe azonos (A_s).



Ennek a keresztmetszetnek a teherbírási középpontja a geometriai középpontban van, az acélbetétektől $d_s/2$ távolságban. Amíg a keresztmetszeti ε -diagramhoz mindkét acélbetétben az ε_{yd} értékét meghaladó nagyságú összenyomódás tartozik, (a bal oldali ábrán rózsaszínnel jelölt szektoron belül,) mindkét acélbetét nyomásra megfolyik, a keresztmetszeti határigénybevétel-pár

$$N_R = -2A_s f_{yd}, \quad M_R = 0.$$

Ha a "kevésbé nyomott" alsó acélbetétben az összenyomódás a folyáshatár negatív és pozitív értéke közé esik, azaz

$$-\varepsilon_{yd} < \varepsilon_s^{alsó} < +\varepsilon_{yd},$$

(a bal oldali ábrán sárgával jelölt szektoron belül,) akkor csak az "erősebben nyomott" felső acélbetét folyik meg, sőt, az alsó acélbetét az ε -diagram ferdeségének növelése során előbb-utóbb húzottá válik. Az összetartozó keresztmetszeti határigénybevétel-pár

$$N_R = -A_s f_{yd} \left(1 - \frac{\varepsilon_s^{alsó}}{\varepsilon_{yd}}\right), \quad M_R = \frac{d_s}{2} A_s f_{yd} \left(1 + \frac{\varepsilon_s^{alsó}}{\varepsilon_{yd}}\right).$$

Amikor az $\varepsilon_s^{alsó}$ -val elérjük az ε_{yd} nagyságú megnyúlás értékét, a két acélbetétben működő erő abszolút értékben egyenlővé válik, és az erők nagysága $\varepsilon_s^{alsó}$ további növelésével (az ábrán kézzel jelölt szektoron belül) nem változik. Ebben a szektorban az összetartozó határigénybevétel-pár:

$$N_R = 0, \quad M_R = A_s f_{yd} d_s.$$

Ennek a (kék) szektornak a határát az az ε -diagram adja, amikor a húzott acélbetétben elérjük az ε_{su} szakadó nyúlás értékét.

A keresztmetszet ellentett oldali szélső szálában a beton törési összenyomódását feltételezve ugyanilyen szektorokat jelölhetünk ki, amelyeken belül az igénybevétel változatlan, (a rózsaszín és a kék szektorok,) ill. amelyen belül minden ε -diagramhoz más igénybevétel-pár tartozik (a sárga szektor.) A szektorhatárokat a bal oldali ábrán szürke szaggatott vonal jelzi.

A teljes teherbírási vonal megszerkesztéséhez úgy kell folytatnunk az ε -diagramok felvételét, (l. a jobb oldali ábrát,) hogy a továbbiakban a szektorok fix pontjának az alsó acélszálaban ε_{su} szakadónyúlás értékét tekintjük.

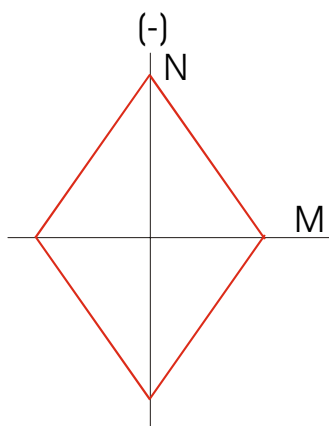
A konstans nyomatékhoz tartozó (kézzel jelzett) szektor határát akkor érjük el, amikor a felső acélbetét összenyomódása $-\varepsilon_{yd}$ értékre csökken. Ennél kisebb összenyomódás mellett nem fog nyomásra megfolyni a felső vasalás. A jobb oldali ábra sárgával jelölt szektorában az összetartozó keresztmetszeti határigénybevétel-pár

$$N_R = A_s f_{yd} \left(1 + \frac{\varepsilon_s^{felső}}{\varepsilon_{yd}}\right), \quad M_R = \frac{d_s}{2} A_s f_{yd} \left(1 - \frac{\varepsilon_s^{felső}}{\varepsilon_{yd}}\right).$$

A változó határigénybevételű szektor határát akkor érjük el, amikor a felső acélbetétben a folyáshatárral azonos nagyságú nyúlás lép fel. Az előző ábrapár jobb oldali ábrájának rózsaszín szektorában

$$N_R = 2A_s f_{yd}, \quad M_R = 0.$$

A keresztmetszet teherbírési diagramja a fentiek alapján az alábbi:



A teherbírési diagram láthatóan csupa egyenes vonalból áll, és csúcsai vannak ott, ahol az igénybevétel-párhoz nem egyetlen ε -diagram rendelhető hozzá. A diagram $N_{R0}/2$ magasságban fekvő pontjaihoz a rugalmasan viselkedő acélbetétben éppen 0 feszültség tartozik, vagyis a külpontos nyomóerő éppen az ezzel átellenes oldali acélbetét vonalában működik. A diagram magasabban fekvő pontjaihoz szükségszerűen a keresztmetszeten belüli külpontosság, az alacsonyabban fekvő pontokhoz pedig a keresztmetszeten kívüli (pontosabban a két acélbetét közti szakaszon kívüli) külpontosság tartozik. Az előbbi esetben mindkét acélbetét nyomott, az utóbbiban az egyik acélbetétben húzás lép fel.

A kis külpontosságokhoz tartozó szakasz

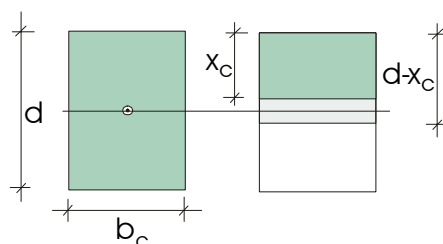
Visszatérve az eredeti problémánkhoz, csökkentjük tovább folyamatosan x_c értékét. Ennek során minden semleges tengely-helyzethez (azaz minden keresztmetszeti ε -diagramhoz) más nagyságú feszültség tartozik a rugalmasan viselkedő acélbetétben, más és más lesz a keresztmetszeti feszültségek vektor-eredője és nyomatéka a teherbírési középpontra. Minden keresztmetszeti ε -diagramhoz tehát a teherbírési diagram más pontja tartozik. Az x_c érték csökkentésével előbb-utóbb a keresztmetszeten belüli semleges tengely-helyzetekhez jutunk. Ettől kezdve N_R értéke nem csupán a rugalmasan viselkedő acélbetétekben figyelembe vehető nyomóerő csökkenése miatt csökken, hanem a nyomott betonzóna területének csökkenése miatt is. A teherbírési középpontra vonatkozó nyomaték ekkor már nem a csökkenéssel egyenes arányban növekszik, mert megváltozik (csökken) a kieső nyomások eredőjének a külpontossága. Ebből az következik, hogy a teherbírési diagram csökkenő N_R értékekhez tartozó szakasza görbe vonallá válik, azaz N_R csökkenéséhez (negatív növekményéhez) M_R egyre kisebb pozitív növekménye tartozik. (Vegyük észre, hogy a teherbírési diagram eddig bejárt szakaszán csökkenő normálerőhöz folyamatosan növekvő nyomaték tartozott, továbbá hogy a görbe kívülről nézve vagy egyenes, vagy domború volt!)

A teherbírési diagramnak ehhez a lefelé görbülő szakaszához a keresztmetszet határvonalát megközelítő, majd azon túllépő külpontosságok tartoznak, ezt a maximális M_R eléréséig tartó szakaszt a kis külpontosságokhoz tartozó szakasznak szokták nevezni.

A maximális M_R -hez tartozó pont

Különös érdeklődésünkre tarthat számot a teherbírési diagramnak az a pontja, ahol a negatív normálerő növekményhez tartozó, egyre kisebb nyomatéki növekmény értéke zérussá válik, ugyanis ez jelöli ki a legnagyobb nyomatékot, amely - megfelelő nagyságú normálerővel egyidejűleg - a keresztmetszetre hárítható. Ennek a pontnak a megkeresése előtt célszerű elvégezni az alábbi egyszerű vizsgálatot.

A változó nagyságú nyomatéki növekmény szemléltetésére vizsgáljunk egy vasatlan téglalap keresztmetszetet, amely szintén tekinthető "atipikus" vasbeton keresztmetszetnek.



A keresztmetszet teherbírési középpontja $d/2$ magasságban fekszik, a nyomó teherbírás alapértéke

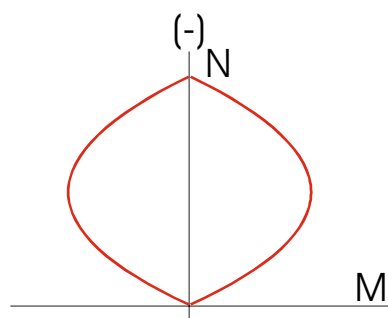
$$N_{R0} = dbf_{cd}.$$

A keresztmetszetben csak nyomás vehető figyelembe, ezért a teljes teherbírési tartománynak az N - M koordinátarendszer felső félsíkjában kell elhelyezkednie.

A teherbírési görbe összetartozó értékpárjait $d > x_c > 0$ függvényében a következő képletek adják:

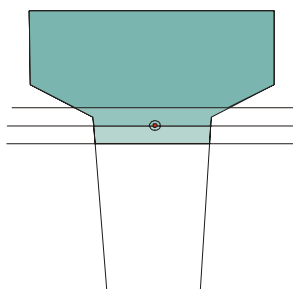
$$N_R = x_c b f_{cd}, \quad M_R = \frac{x_c b f_{cd} (d - x_c)}{2}$$

A teherbírési diagramot azzal a megfontolással tehetjük teljessé hogy a keresztmetszet középpontján átmenő vízszintes tengelyre tükrözött feszültségeloszláshoz változatlan nagyságú normálerő és ellentett előjelű nyomaték tartozik. Így az alábbi, két parabolából álló diagramot kapjuk:



Figyelemre méltó tulajdonsága ennek a teherbírési diagramnak, hogy M_r maximális értékét akkor kapjuk, amikor a semleges tengely éppen a teherbírési középponton fut keresztül. Ez az eredmény első pillanatra partikulárisnak látszik, mert azzal is magyarázhatjuk, hogy M_R képletében x_c és $(d - x_c)$ szerepe formálisan fölcserélhető, de a megállapítás más alakú vasatlan keresztmetszetekre is igaz. Ha az alábbi keresztmetszetben a teherbírési középponttól fölfelé mozdulunk el a semleges tengellyel, azért csökken a

nyomaték, mert csökken a dolgozó terület, ha lefelé, azért, mert csökken a dolgozó területnek a teherbírasi középpontra vonatkozóan excentrikus része.



A fenti példa eredményét az előző "atipikus vasbeton keresztmetszet" vizsgálatának eredményével összevetve arra következtethetünk, hogy amennyiben a vasbeton keresztmetszet axiális teherbírásában dominál a beton szerepe, a maximális M_R várhatóan ahhoz az x_c -hez fog tartozni, amikor a semleges tengely a teherbírasi középponton halad keresztül, ha viszont az acélbetétek szerepe dominál, ahhoz az x_c -hez, ahol a törési összenyomódású beton szélső szállal átellenes oldali acélbetétben a megnyúlás az ε_{sy} értékével egyenlővé válik. Ez a semlegestengely-magasság éppen a III. feszültségi állapot szerinti hajlítási vizsgálatnál bevezetett ξ_0 összehasonlító érték felhasználásával képzett

$$x_{c0} = d\xi_0$$

érték, ahol d értelmezése is ugyanaz, mint a hajlítási vizsgálat esetén. A különböző vasalású vasbeton keresztmetszetek vizsgálata valóban ezt a várakozást igazolja. A gyakorlatban alkalmazott vasbeton keresztmetszetek és acélminőségek többségénél a fenti két semleges tengely-helyzet nem áll távol egymástól, így inkább csak elvi különbség adódik abból, hogy a teherbírasi diagram maximális M_R értékét tartalmazó határigénybevétel-párosát melyik feltételezés elfogadásával határozzuk meg.

A nagy külpontosságokhoz tartozó szakasz

A maximális M_R elérését követően a keresztmetszeti feszültségeloszlás egyre inkább a nyomatéki vizsgálatnál megismert eloszláshoz hasonló, a húzott oldali acélbetét húzásra, a nyomott oldali nyomásra megfolyik. Azokat a keresztmetszeteket, amelyekben ez a kép maradéktalanul ki tud alakulni, normálisan vasalt keresztmetszetnek nevezzük. Túlvasalt a keresztmetszet, ha a tiszta nyomatéki terheléshez tartozó pontig a húzott oldali acélbetétek megfolyása nélkül jut el a teherbírasi vonal.

Az x_c csökkenésével még a tiszta nyomatéki terheléshez tartozó pont elérése előtt olyan keresztmetszeti ε -diagramhoz érkezhünk, amelyben a nyomott oldali acélbetétekben fellépő összenyomódás abszolút értéke ε_{sy} értéke alá kerül. (Jellemzően ez a helyzet alakul ki szimmetrikus vasalású oszlopkeresztmetszetek esetében.) Ilyenkor a határigénybevétel-párokat a nyomott oldali acélbetétek rugalmas viselkedésének feltételezésével kell számítani.

A külpontos húzáshoz tartozó szakasz

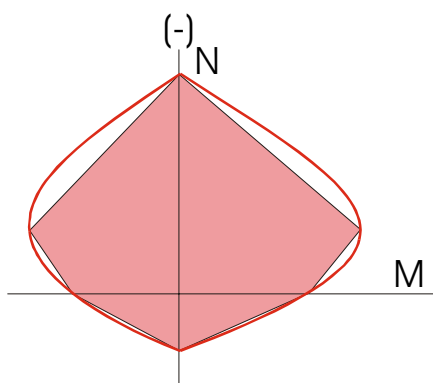
Az x_c további csökkenésének az az ε -diagram szab határt, amelyben a beton törési összenyomódásával egyidejűleg az átellenes oldali legszélső acélbetétben a szakadónyúlás értéke alakul ki. (Ennek az állapotnak felel meg az első apróbetűs vizsgálatban közölt szektorhatárok közül a bal oldali ábra késsel jelzett szegmensét jobbról, illetve a jobb oldali ábra kék szektorát balról határoló vonal.) Az ún. normálisan vasalt keresztmetszetek esetén az ilyen

keresztmetszeti ε -diagramhoz már húzás vektor-eredő tartozik, azaz a keresztmetszet igénybevétele nem külpontos nyomás, hanem külpontos húzás.

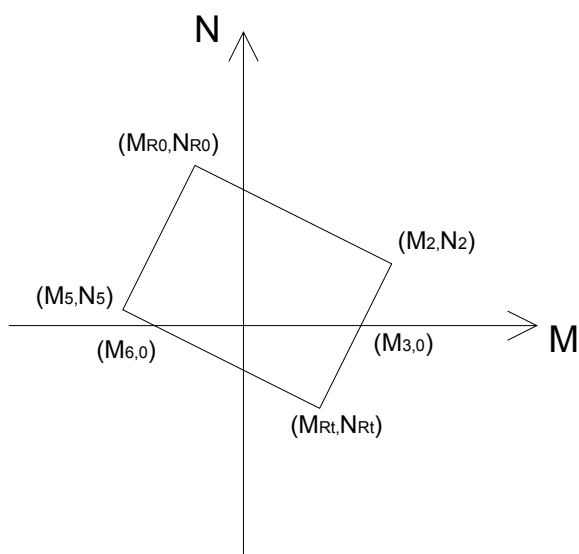
A gyakorlatban nincs nagy jelentősége, de a teherbírési diagram teljessé tételéhez meg kell vizsgálnunk ezt a tiszta hajlítás utáni szakaszt is. Ez általában kicsiny görbületű vonal, amely a keresztmetszet húzó teherbírési alapértékének megfelelő alsó csúcspontig tart. A keresztmetszet húzó teherbírési alapértéke csupán a keresztmetszeti vasalás mennyiségétől függ, azt a pontot, ahol a húzásra megfolyt összes acélbetétben működő erők eredője a keresztmetszetet döfi, húzási teherbírési középpontnak nevezzük. Ez a pont általános esetben természetesen nem esik egybe a nyomó teherbírési középponttal.

Az egyszerűsített teherbírési vonal

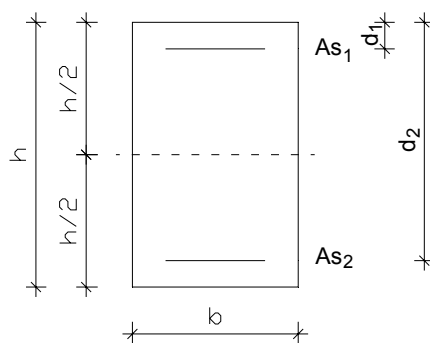
A teljes teherbírési vonalról általánosságban megállapíthatjuk, hogy olyan konvex tartományt határol le az M - N koordinátasíkban, amelynek a belsejében (kivételes esetben a határán fekszik az origó). A tartomány konvex volta lehetőséget ad arra, hogy a teherbírési görbe helyett a biztonság javára szolgáló közelítésként olyan sokszögvonallal határoljuk le a teherbírési tartományt, amelynek a sarokpontjai fekszenek a teherbírési görbén. A teljes teherbírési tartomány közelítéséhez általában 6 pontot szoktunk fölvenni: a nyomó- és a húzó teherbírési alapértéket, a legnagyobb M_R értékekhez tartozó pontokat és a tiszta hajlításhoz tartozó pontokat. Az ezek összekötésével adódó egyszerűsített teherbírési tartományt mutatja az alábbi ábra.



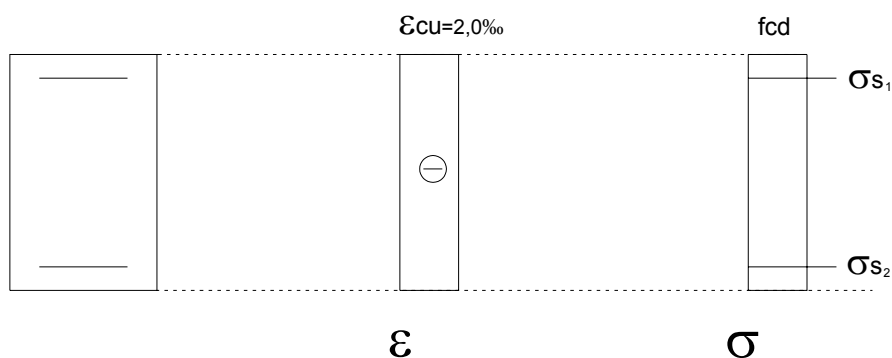
A következőkben megadjuk az egyszerűsített teherbírési vonal jellegzetes hat pontjának értékeit a geometriai középpontra felírva.



A keresztmetszet geometriai adatai



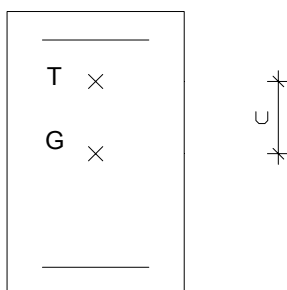
A közelítő teherbírési vonal első pontja a nyomó teherbírési alapértéke, egyensúlyi egyenletek



$$N_{R0} = bhf_{cd} + (A_{s1} + A_{s2})\sigma_s,$$

$$M_{R0} = A_{s1}\sigma_s\left(\frac{h}{2} - d_1\right) - A_{s2}\sigma_s\left(d_2 - \frac{h}{2}\right).$$

A teherbírési középpont (T) távolsága (c) a geometriai középponttól (G)



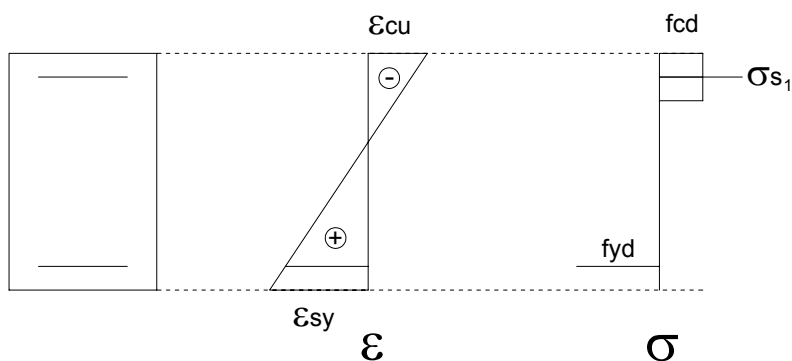
$$c = \frac{M_{R0}}{N_{R0}} = \frac{A_{s1}\sigma_s\left(\frac{h}{2} - d_1\right) - A_{s2}\sigma_s\left(d_2 - \frac{h}{2}\right)}{bhf_{cd} + (A_{s1} + A_{s2})\sigma_s}.$$

A fenti egyenletekben a betonacél lehet rugalmas és képlékeny állapotban is, így

$$\sigma_{si} = f_{yd}, \text{ ha } E_s \varepsilon_{cu} \geq f_{yd},$$

$$\sigma_{si} = E_s \varepsilon_{cu}, \text{ ha } E_s \varepsilon_{cu} < f_{yd}.$$

A következőkben vizsgáljuk azokat az eseteket, amikor az alsó A_{s2} jelű betonacél húzott, azaz a nyomaték alul okoz húzást. Az egyszerűsített teherbírési vonal következő pontja a legnagyobb nyomatékhoz tartozó pont



Ebben az esetben

$$x_c = x_{c0} = \xi_{c0} d_2.$$

Az egyensúlyi egyenletek

$$N_2 = b x_c f_{cd} + A_{s1} \sigma_{s1} - A_{s2} f_{yd},$$

$$M_2 = M_R^{\max} = b x_c f_{cd} \left(\frac{h}{2} - \frac{x_c}{2} \right) + A_{s1} \sigma_{s1} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) + A_{s2} f_{yd} \left(d_2 - \frac{h}{2} \right).$$

A nyomott A_{s1} betonacél lehet rugalmas és képlékeny állapotban

$$\sigma_{s1} = f_{yd}, \text{ ha } \xi_{c1} = \frac{x_{c0}}{d_1} \geq \xi'_{c0},$$

$$\sigma_{s1} = \left| \frac{560d_1}{x_c} - 700 \right|, \text{ ha } \xi_{c1} = \frac{x_{c0}}{d_1} < \xi'_{c0},$$

Az egyszerűsített teherbírasi vonal következő pontja a tiszta hajlítás esete, az egyensúlyi egyenletek

$$N_3 = 0 = b x_c f_{cd} + A_{s1} \sigma_{s1} - A_{s2} f_{yd},$$

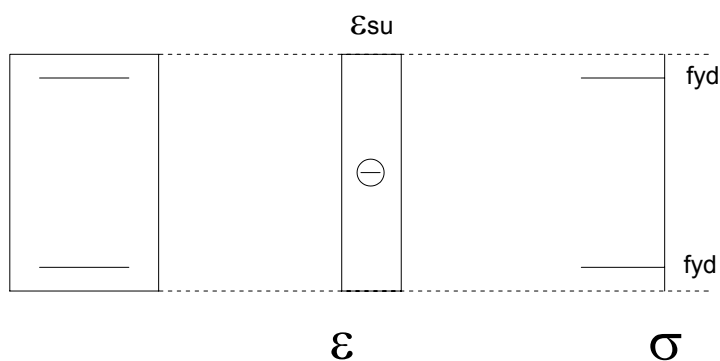
$$M_3 = b x_c f_{cd} \left(\frac{h}{2} - \frac{x_c}{2} \right) + A_{s1} \sigma_{s1} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) + A_{s2} f_{yd} \left(d_2 - \frac{h}{2} \right).$$

A vetületi egyenletből a nyomott zóna magassága (x_c) meghatározható, ezt a nyomatéki egyenletbe behelyettesítve a tiszta hajlítás határnyomatéka (hajlítási teherbírás) számítható. A nyomott A_{s1} betonacél lehet rugalmas és képlékeny állapotban

$$\sigma_{s1} = f_{yd}, \text{ ha } \xi_{c1} = \frac{x_{c0}}{d_1} \geq \xi'_{c0},$$

$$\sigma_{s1} = \left| \frac{560d_1}{x_c} - 700 \right|, \text{ ha } \xi_{c1} = \frac{x_{c0}}{d_1} < \xi'_{c0}.$$

Az egyszerűsített teherbírasi vonal következő pontja a teherbírasi vonal másik csúcsa, a húzási teherbírasi határérték

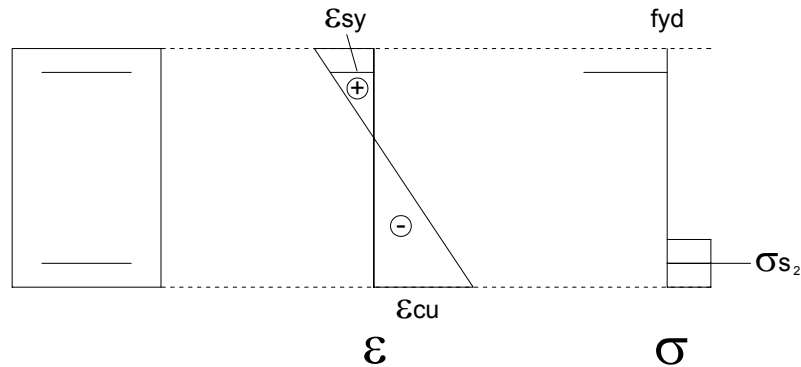


$$N_{Rt} = (A_{s1} + A_{s2})f_{yd},$$

$$M_{Rt} = -A_{s1}f_{yd}\left(\frac{h}{2} - d_1\right) + A_{s2}f_{yd}\left(d_2 - \frac{h}{2}\right).$$

A közelítő teherbírasi vonal további két pontját (átellenes görbeszakasz), úgy kaphatjuk meg, hogy az A_{s1} felső betonacélt tekintjük húzottnak, azaz a nyomaték felül okoz húzást.

Az egyszerűsített teherbírasi görbe ötödik pontja szintén a legnagyobb nyomatékhoz tartozó pont.



Ebben az esetben

$$x_c = x_{c0} = \xi_{c0}(h - d_1).$$

Az egyensúlyi egyenletek

$$N_5 = bx_c f_{cd} - A_{s1}f_{yd} + A_{s2}\sigma_{s2},$$

$$M_5 = M_R^{\max} = bx_c f_{cd}\left(\frac{h}{2} - \frac{x_c}{2}\right) + A_{s1}f_{yd}\left(\frac{h}{2} - d_1\right) + A_{s2}\sigma_{s2}\left(d_2 - \frac{h}{2}\right).$$

A nyomott A_{s2} betonacél lehet rugalmas és képlékeny állapotban

$$\sigma_{s2} = f_{yd}, \text{ ha } \xi_{c1} = \frac{x_{c0}}{h - d_2} \geq \xi'_{c0},$$

$$\sigma_{s2} = \left| \frac{560(h - d_2)}{x_c} - 700 \right|, \text{ ha } \xi_{c1} = \frac{x_{c0}}{h - d_2} < \xi'_{c0}.$$

Az egyszerűsített teherbírasi vonal következő, hatodik pontja a tiszta hajlítás esete, az egyensúlyi egyenletek

$$N_6 = 0 = bx_c f_{cd} - A_{s1}f_{yd} + A_{s2}\sigma_{s2},$$

$$M_6 = bx_c f_{cd}\left(\frac{h}{2} - \frac{x_c}{2}\right) + A_{s1}f_{yd}\left(\frac{h}{2} - d_1\right) + A_{s2}\sigma_{s2}\left(d_2 - \frac{h}{2}\right).$$

A vetületi egyenletből a nyomott zóna magassága (x_c) meghatározható, ezt nyomatéki egyenletbe behelyettesítve a tiszta hajlítás határnyomatéka (hajlítási teherbírás) számítható. A nyomott A_{s2} betonacél lehet rugalmas és képlékeny állapotban

$$\sigma_{s2} = f_{yd}, \text{ ha } \xi_{c1} = \frac{x_{c0}}{h - d_2} \geq \xi'_{c0},$$

$$\sigma_{s2} = \left| \frac{560(h - d_2)}{x_c} - 700 \right|, \text{ ha } \xi_{c1} = \frac{x_{c0}}{h - d_2} < \xi'_{c0}.$$

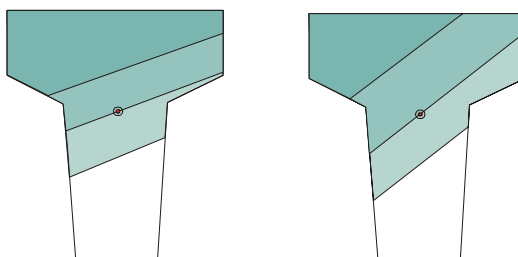
Az egyszerűsített teherbírasi vonal hat pontjának értéke megadható a keresztmetszet teherbírasi középpontjára is, amely a geometriai középponttól c távolságra helyezkedik el. A normálerő értékek a mindkét esetben azonosak, a nyomatéki értékeket (M') a geometriai középpontra felírt nyomatékokból (M) a

$$M' = M - Nc$$

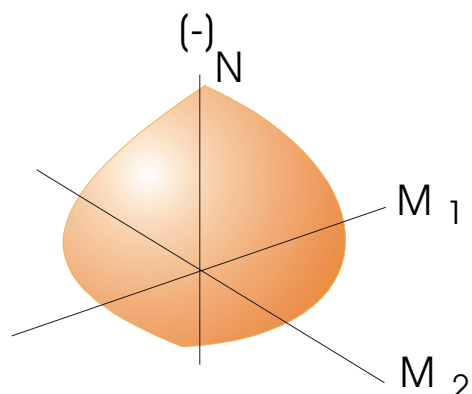
összefüggéssel nyerhetjük. Ez az összefüggés is mutatja, ha a teherbírasi középpontra felírt teherbírasi vonal esetén a maximális nyomó teherbírashoz tartozó nyomaték zérus.

A ferde külponos nyomás és a teherbírasi felület

Ha a vizsgálat eddigi feltételezéseit megtartva, csupán azt a feltételt vetjük el, hogy a semleges tengely merőleges legyen a keresztmetszet szimmetriatengelyére, a ferde külponos nyomás esetéhez jutunk.



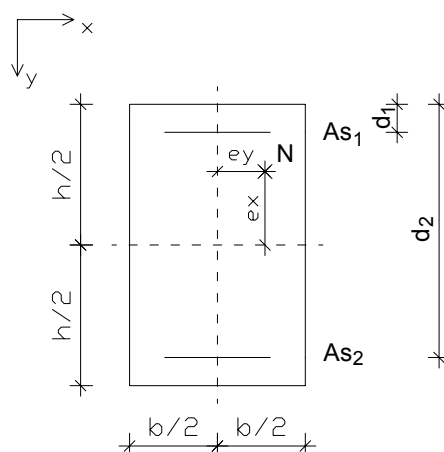
Ebben az esetben a teherbírasi középpontra vett nyomatéknak nemcsak a szimmetriatengelyre merőleges M_1 hanem a szimmetriatengellyel párhuzamos M_2 komponense is van. A keresztmetszet axiális teherbírását általános irányú semleges tengely feltételezése esetén egy az N - M_1 - M_2 háromtengelyű koordinátarendszerben értelmezett, hagymára emlékeztető felülettel tudjuk jellemezni, amelynek az eddig vizsgált teherbírasi vonal egy felületi vonala, amelyet az N - M_1 koordinátasík vág ki a felületből. A szimmetriatengellyel párhuzamos és a szimmetriatengelyre merőleges nyomatékkomponensek aránya a semleges tengely párhuzamos eltolása esetén nem állandó, ezért az ilyen úton számított határigénybevétel-hármasok pontjai nem síkgörbén sorakoznak.



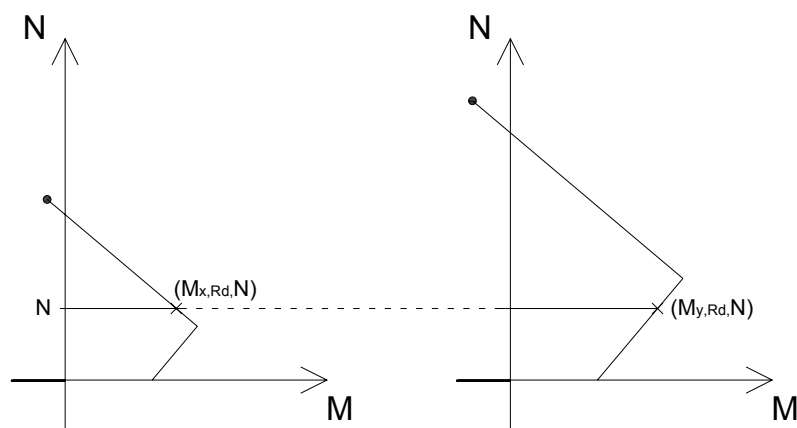
A teherbírési felület számos tulajdonságára egyszerűen következtetni lehet teherbírési görbék tulajdonságai alapján. Ezek közül a legfontosabb, hogy a teherbírési felület igen általános feltételek teljesülése esetén konvex teherbírési tartományt határol. A konvexitás lehetőséget ad arra, hogy - a sokszöggé egyszerűsített teherbírési vonal analógiájára - a teherbírési tartományt határoló felületet néhány jellemző határigénybevétel-hármas kiszámítása után a teherbírési felületen fekvő csúcspontokhoz szerkesztett konvex poliéderrel (síklapokból álló alakzattal) helyettesítsük.

A szabályzatok által a ferde hajlítási és ferde külpontos nyomási teherbírás közelítő ellenőrzésére javasolt formulákat ilyen helyettesítő teherbírési felületek alapján vezették be.

A teherbírési felületek alkalmazásával eldönthető, hogy egy N nagyságú e_x és e_y külpontosságú nyomóerőt képes-e elviselni az adott keresztmetszet.



Először meg kell határozni mindkét irányban a teherbírési görbét (egyszerűsített teherbírési vonalat), azzal a feltételezéssel, hogy N erőhöz tartozó e_y külpontosság, majd az e_x külpontosság zérus, így számítható az adott N normálerőhöz tartozó határnyomaték értékek (M_{xRd} és M_{yRd}).



A keresztmetszet megfelelő teherbírású, ha az $M_{x,Ed} = N e_x$ és $M_{y,Ed} = N e_y$ nyomatékok a M_{xRd} és M_{yRd} pontokra illeszkedő görbén belül vannak, ami a következő egyenlőtlenséggel fogalmazható meg

$$\left(\frac{M_{x,Ed}}{M_{xRd}} \right)^a + \left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{yRd}} \right)^a \leq 1$$

Az a kitevő következő táblázatból határozható meg

$\frac{N_{Ed}}{N_{R0}}$	0,1	0,7	1,0
a	1,0	1,5	2,0

A köztes értékek között lineáris interpoláció használható.

6. gyakorlat: Tervfeladat összeállítása

Friedman N. – Huszár Zs. – Kiss R.M. – Klinka K. – Kovács T. – Völgyi I.: Példatár a Vasbetonszerkezetek tantárgyhoz. BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke példatár Tervezési segédlet I. része (135-141.oldal)

7. hét*Szünet*

8. hét

8. előadás: I. zárthelyi dolgozat

8. gyakorlat:

Friedman N. – Huszár Zs. – Kiss R.M. – Klinka K. – Kovács T. – Völgyi I.: Példatár a Vasbetonszerkezetek tantárgyhoz. BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke példatár 3. gyakorlati anyaga (35-45. oldal)

9. hét

9. előadás: Nyírás

Nyírás vizsgálata

A nyírás fogalmával legelőször a szilárdságtan keretein belül foglalkoztunk, és kéttípusú nyírást különböztettünk meg:

1. Tiszta nyírás, amikor a rúdelemre a határoló keresztmetszetek síkjában fekvő és a súlyponton átmenő erők működnek, akkor a rúdelem tiszta nyírásnak van kitéve. A tiszta nyírás általában kapcsolóeleme esetén fordul elő, (acélszerkezetek kapcsolatainál, szegecseknél, csavarnál, faszerkezetek kötéseinél). [Kaliszky S., Kurutzné Kovács M., Szilágyi Gy.: Mechanika II. Szilárdságtan. Tankönyv Kiadó, 1990].
2. Rudak vagy gerendák esetén tiszta nyírás ritkán fordul elő, a nyíróerő általában hajlítónyomatékkal együtt működik, ami összetett igénybevétel. Ezt hajlítással egyidejű nyírásnak nevezzük [Kaliszky S., Kurutzné Kovács M., Szilágyi Gy.: Mechanika II. Szilárdságtan. Tankönyv Kiadó, 1990].

Vasbetonszerkezeteknél általában a hajlítással egyidejű nyírással találkozunk. A vasbetonszerkezetek esetén a keresztmetszeti méreteket és a szükséges acélmennyiségeket a hajlító-igénybevétel határozza meg, de a nyírási teherbírás számítása is elengedhetetlen. A nyírásvizsgálatnál alkalmazandó módszereket nem lehet egyszerűen levezetni a szilárdságtani megfontolások alapján, mint az axiális igénybevételek esetén. A módszerek elsősorban kísérleti tapasztalatokon nyugszanak és szabvány előírásaira egyre jobban kell támaszkodni. E miatt felhívjuk a figyelmet, hogy tervezés, tervek, statikai számítások ellenőrzése előtt mindig pontosan át kell tanulmányozni az érvényben lévő szabványokat és nemzeti alkalmazási dokumentumokat.

Nyírásvizsgálat repedésmentes állapotban, (I. feszültségállapotban)

Az axiálisan igénybevett keresztmetszetek esetén megállapítottuk, hogy a vasbeton keresztmetszet vizsgálata I. feszültségi állapotban csak annyiban más, mint az elemi gerendaelméletben, hogy a keresztmetszet egyes helyein eltérő az azonos nagyságú ε nyúlásokhoz tartozó σ feszültség: mintha az acélkeresztmetszetek helyén az E_s/E_c aránynak megfelelően "erősebben dolgozna" a keresztmetszet. Ezt egyszerűen figyelembe vehetjük egy olyan ideális keresztmetszet bevezetésével, amelyben az acélbetétek helyén ennek a "többletteljesítménynek" megfelelő "többletbetont" veszünk figyelembe. Ennek megfelelően a szilárdságtanban tanultak szerint az axiális, tangenciális és főfeszültségek az ideális keresztmetszetet felhasználva számíthatók.

Az axiális feszültség a nyomott szélső szálban

$$\sigma_c = \pm \frac{N_{Ed}}{A_I} - \frac{M_{Ed}}{I_I} x_I,$$

húzott szélső szálban

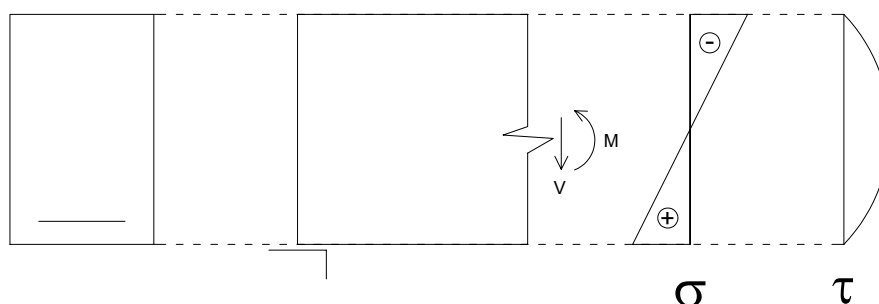
$$\sigma_t = \pm \frac{N_{Ed}}{A_I} + \frac{M_{Ed}}{I_I} (h - x_I),$$

tangenciális feszültség a nyomott szélső száltól x távolságra lévő vízszintes metszetben (Zsuravszkij – tétel felhasználásával)

$$\tau = \frac{V_{Ed} S_{Ix}}{I_I b_i}, \text{ ahol}$$

- N_{Ed} normálerő (húzás vagy nyomás),
- M_{Ed} hajlítónyomaték,
- V_{Ed} nyíróerő
- A_I ideális keresztmetszet területe az I. feszültségállapotban,
- I_I ideális keresztmetszet inercianyomatéka az I. feszültségállapotban,
- x_I semleges tengely távolsága a nyomott szélső száltól az I. feszültségállapotban,
- h a keresztmetszet magassága,
- S_{Ix} a vizsgált ponton átmenő vízszintes sík alatti elcsúszni akaró rész statikai nyomatéka a súlyponti tengelyre,
- b_i a vizsgált metszetben a keresztmetszet szélessége.

A feszültségek eloszlása



A főfeszültségek ($\sigma_{1,2}$)

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}, \text{ ahol}$$

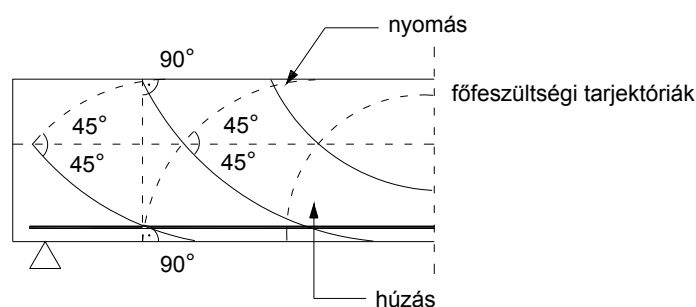
- σ axiális feszültségek,
- τ tangenciális feszültségek.

A megfelelést a főfeszültségekre kell elvégezni, azaz

$$\sigma_{1,2} \leq \begin{cases} 0,6 f_{ck} \\ f_{ctd} \end{cases}, \text{ ahol}$$

- f_{ck} a beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke,
- f_{ctd} a beton húzószilárdsága.

Ha a keresztmetszetet hajlított-nyírt (normálerő nincs), akkor a legnagyobb nyírófeszültség a semleges tengely magasságában alakul ki, ahol az axiális feszültségek értéke zérus, a főfeszültségek a vízszintes tengellyel $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau}{\sigma}$ képlet alapján 45° -ot zárnak be. A teher növekedésével a beton húzási teherbírása fog kimerülni, és a húzási trajektóriára merőlegesen repedés fog kialakulni.



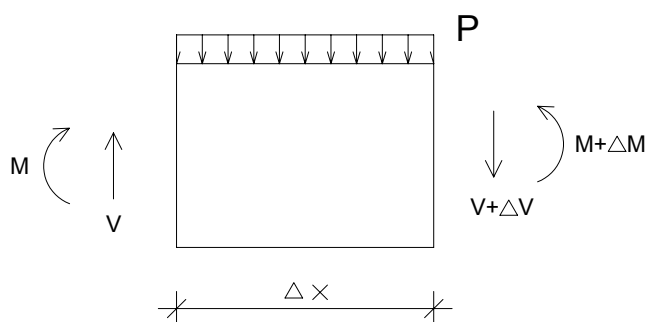
Ha a keresztmetszetet nyomóerő is terheli, akkor a húzó főfeszültség csökken, a nyomó főfeszültség növekszik. A teher növekedésével várhatóan a beton nyomási teherbírása fog kimerülni és a beton összemorzsolódik. Ha a keresztmetszetet húzóerő is terheli, akkor a húzó főfeszültség növekszik, és a nyomó főfeszültség csökken, azaz lényegesen csökken az repesztő igénybevétele. A normálerő a főfeszültségek irányát, ennek következtében a repedések síkját is módosítják.

Nyírásvizsgálat berepedt állapotban (II. feszültségállapotban)

Az axiális igénybevételek tárgyalásánál megállapítottuk, hogy a II. feszültségi állapot szerinti vizsgálat "csupán" abban különbözik az I. feszültségállapottól, hogy az ideális keresztmetszet súlypontján átmenő semleges tengely egyben a "dolgozó", azaz nyomott betonkeresztmetszet határa; a betonkeresztmetszetnek a semleges tengelyen túli részét figyelmen kívül kell hagynunk, mert a beton nem vesz fel húzást, az összes húzófeszültséget a betonacél. Az a „kicsi” változtatás azt eredményezi, hogy a szuperpozíció elve nem érvényes, a vizsgálatokhoz a berepedt gerenda egyensúlyát kell vizsgálni.

Vizsgáljunk egy állandó keresztmetszetű vasbeton gerenda Δx hosszúságú elemét, amelyet két repedés határol. A gerenda elemre ható terheket és igénybevételeket az alábbiláthatjuk, az elem nyomatéki egyensúlyából (részletesen a Statika tantárgyban keretében került bemutatásra), feltételezve hogy a ΔV a V -hez képest elhanyagolható

$$\Delta M = V\Delta x, \text{ azaz } V = \frac{\Delta M}{\Delta x}.$$



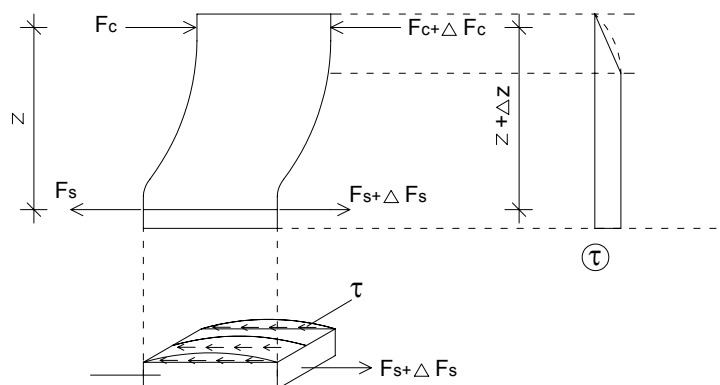
A keresztmetszet belső erőit a következő ábrán mutatjuk be, és a külső és belső erők egyensúlyából, feltételezve, hogy a $\Delta F_s \Delta z$ közel nulla

$$M = F_s z \text{ és } M + \Delta M = (F_s + \Delta F_s)(z + \Delta z), \text{ amiből}$$

$$\Delta M = \Delta F_s z + F_s \Delta z.$$

Az utóbbi egyenletet visszahelyettesítve a nyíróerő képletébe és feltételezve, hogy $\Delta z=0$ (a belső erők karja nem változik), hogy

$$V = \frac{\Delta M}{\Delta x} = \frac{\Delta F_s}{\Delta x} z .$$



Ugyanennek az elemnek vizsgáljuk a repedés csúcsa alatt vett vízszintes metszősík vízszintes egyensúlyát úgy, hogy vízszintes síkon működő nyírófeszültségek átlaga legyen $\bar{\tau}$. A vetületi egyensúly

$$F_s + \bar{\tau} b \Delta x = F_s + \Delta F_s , \text{ amelyből}$$

$$\bar{\tau} = \frac{\Delta F_s}{b \Delta x} = \frac{V}{bz} .$$

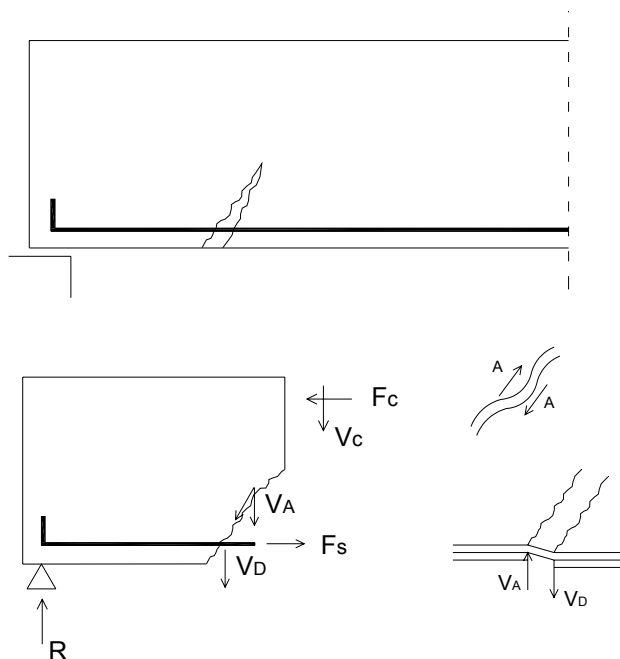
Megállapíthatjuk, hogy a repedés csúcs alatt a nyírófeszültség eloszlása állandó.

Ha a metszősík a repedés csúcs felett van, akkor a $\bar{\tau}$ feszültségek eloszlása a σ feszültség eloszlásától is függ. Ha a σ feszültség eloszlása állandó, a $\bar{\tau}$ feszültség eloszlása lineáris. Ha a σ feszültség eloszlása lineáris, a $\bar{\tau}$ feszültség eloszlása másodfokú parabola. A $\bar{\tau}$ feszültségek teljes keresztmetszeten vett integrálja a keresztmetszetre ható V nyíróerővel egyezik meg.

A berepedt, II. feszültségállapotban lévő tartót az előző képletben megadott nyírófeszültségre kell méretezni.

Nyírásra vasalatlan, berepedt (ferde repedés alakul ki) gerendát a repedés csúcsától függőlegesen felfelé indított metszősíkkal vágjuk két részre. A baloldali elemre ható erőket elemezve a következőket tudjuk megállapítani:

- A nyomott zónában a beton nyomóereje (F_c) és nyíróerő (V_c) adódik át;
- A repedés nem tökéletesen sík, emiatt a repedéssel párhuzamosan súrlódás jellegű erőt képes átadni, amelyet szemcsehatásnak nevezünk. A függőleges komponense (V_A) résztvesz a nyírasi teherbírásban.
- A lerepedt betonfedés és a hosszanti betonacél erős alakváltozása is képes függőleges erőt átadni, amit csaphatásnak (V_D) nevezünk.



Ezeket figyelembe véve a nyírásra vasalatlan tartó nyírési teherbírása

$$V_{Rd} = V_c + V_A + V_D$$

Nyírési vizsgálat teherbírési állapotban (III. feszültségállapotban)

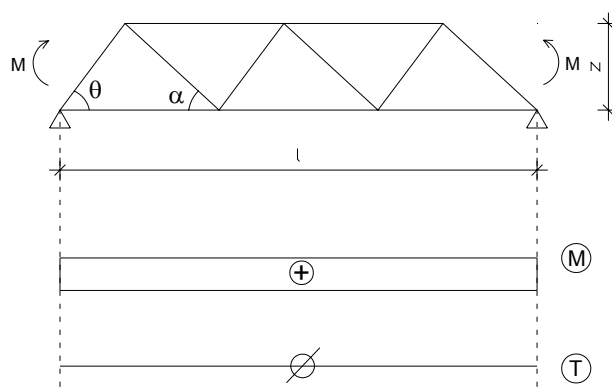
A teherbírési határállapotban a nyírás vizsgálatára az EUROCODE bevezetésével a rácsostartó modellek terjedtek el. A modellt 1899-ben Ritter vezette be, és 1902-ben Morsch fejlesztette tovább. A fentiek miatt e módszert Morsch-féle rácsos tartó modellnek is hívjuk.

A modell megértéséhez néhány ismétlés a rácsostartók témaköréből [Kollár: Vasbetonszerkezetek I. Vasbetonszilárdságtan az EUROCODE szerint. Műegyetem Kiadó, 1997.]:

Tekintsünk egy ferde rácsozású rácsostartót, melynek magassága legyen z , támaszköze l . Először a tartóra hasson a két végén M konstans nyomaték. A felső övben és az alsó övben keletkező erő

$$N = T = \frac{M}{z},$$

a rácsrudakban nem keletkezik erő. Vasbeton rudak esetén a felső övben keletkező nyomóerőt a nyomott betonöv, az alsó övben keletkező húzóerőt a betonacél veszi fel.



Tekintsük ugyanezt a rácsostartót, de a tartóra közepén P koncentrált erő hasson. A felső övben nyomás, alsó övben húzás, a ferde rácsrudakban nyomás vagy húzás keletkezik. Vasbeton rudak esetén a felső övben keletkező nyomóerőt a nyomott beton öv, az alsó övben keletkező húzóerőt a betonacél veszi fel. A rácsrudakban keletkező erők meghatározásához írjuk fel egy elem vektor sokszöge alapján, a függőleges vetületi egyensúlyt

$$c \sin \theta = b \sin \alpha,$$

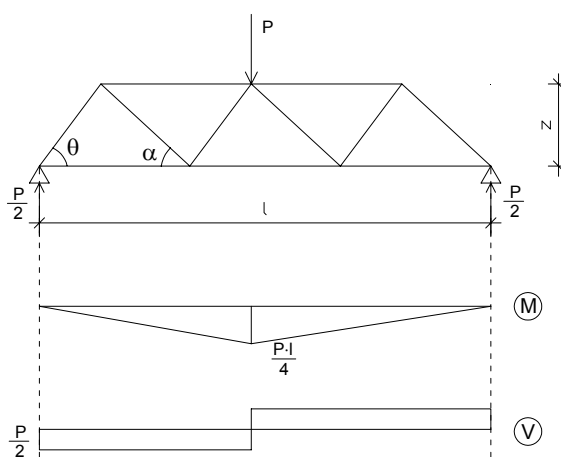
és vízszintes vetületi egyensúlyt

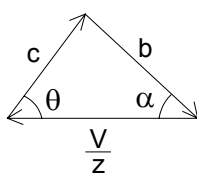
$$\frac{V}{z} = c \cos \theta + b \cos \alpha,$$

A két egyenlet összevonásából kapjuk, hogy a húzott rácsrúdban és a nyomott rácsrúdban keletkező fajlagos erő

$$b = \frac{V}{z} \frac{1}{\sin \alpha \operatorname{ctg} \theta + \cos \alpha}$$

$$c = \frac{V}{z} \frac{1}{\cos \theta + \sin \theta \operatorname{ctg} \alpha}.$$



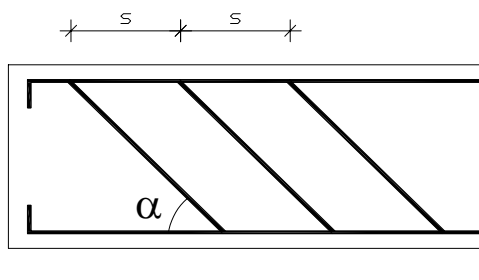


A nyomott rácsrúdban keletkező erőt a betonnak, a húzott rácsrúdban keletkező erőt nyírásra vasalatlan tartó esetén a betonnak ($b \leq V_{Rd}$), vagy betonacélnak kell felvenni.

A betonacél lehet a húzott rácsrúddal párhuzamos, ami felhajlított vas vagy ferde kengyel. A vasalt rúd „röntgen képe” a látható. A ferde betonacél maximális fajlagos húzóerő értéke

$$b_{\max} = \frac{A_{sw} f_{ydw}}{s}, \text{ ahol}$$

A_{sw} a betonacél keresztmetszeti területe,
 f_{ydw} a betonacél határszilárdságának fajlagos értéke,
 s a betonacélok egymástól mért távolsága a rúd tengelyén mérve.

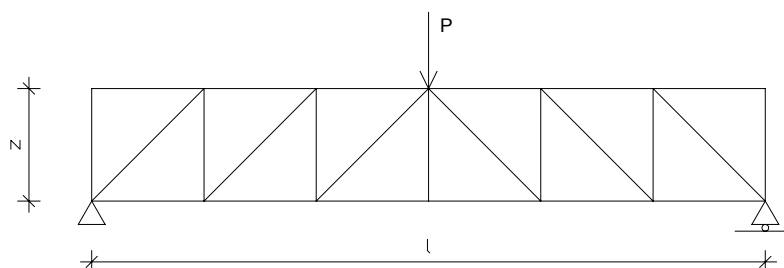


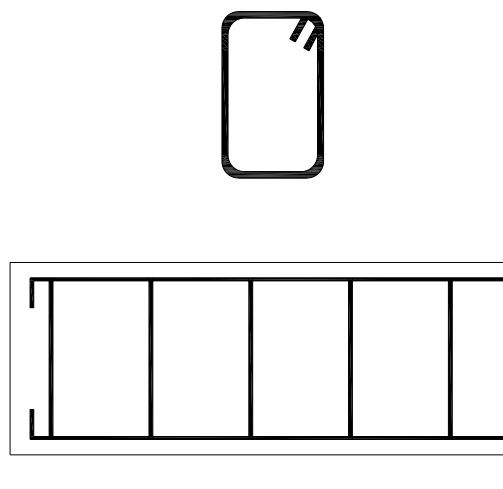
A ferde betonacéllal felvehető maximális nyomóerő értéke a $b = b_{\max}$ feltételből

$$V_{\max} = \frac{A_{sw} f_{yd}}{s} z (\sin \alpha \operatorname{ctg} \theta + \cos \alpha)$$

A rácsostartó modellt módosíthatjuk, hogy a húzott rácsrúd függőleges legyen (oszlop). A húzott rácsrúdban keletkező erőt függőleges kengyelnek kell felvenni, a vasalt rúd „röntgenképe” a látható. A fenti képletek úgy módosulnak, hogy $\alpha=90^\circ$, így

$$V_{\max} = \frac{A_{sw} f_{yd}}{s} z \operatorname{ctg} \theta.$$





Nyírás vizsgálata az Eurocode előírása alapján

A vizsgálat részletesen a [Huszár-Farkas-Kovács-Szalai: Betonszerkezetek tervezése az EUROCODE szerint. 3.3.1.3. pont] könyvben megtalálható. A számítást megkönnyítő táblázatok a [Deák-Draskóczy-Dulácska-Kollár-Visnovitz: Vasbetonszerkezetek. Tervezés EUROCODE alapján, Springer Média, 2007] tervezési segédletben lelhetők fel.

Nyíróerő ábra meghatározása

Egy tartószerkezet adott keresztmetszetében az elméleti (vonalszerű) statikai vázon meghatározott nyíróerők (V_{Ed}) és a vizsgált keresztmetszetben ténylegesen fellépő nyíróerők ($V_{Ed,red}$) értéke bizonyos esetekben különbözhet egymástól. Ezt az eltérést – annak kedvezőtlen/kedvező voltától függően - a nyíróerő számításakor figyelembe kell/lehet venni.

A statikai vázon meghatározott nyíróerők lényegesen a megtámasztás környezetében módosulhatnak, mivel a támasz környezetében lévő terhek a közvetlen teherátadás miatt a támaszt terhelik.

Ez általában egyenletesen megoszló teherrel (közel a teljes hosszban) terhelt szerkezetek esetén szerkezetek esetén fordul elő. a támasz szélétől (rugalmas támasz esetén a támasz tengelyétől) a hasznos magasságon távolságon belül működő (egyenletesen megoszló) terheket a nyírási vasalás méretezése céljából meghatározott $V_{Ed,red}$ nyíróerő számításakor nem kell figyelembe venni, azaz

$$V_{Ed,red} = V_{Ed} - p_d d, \text{ ahol}$$

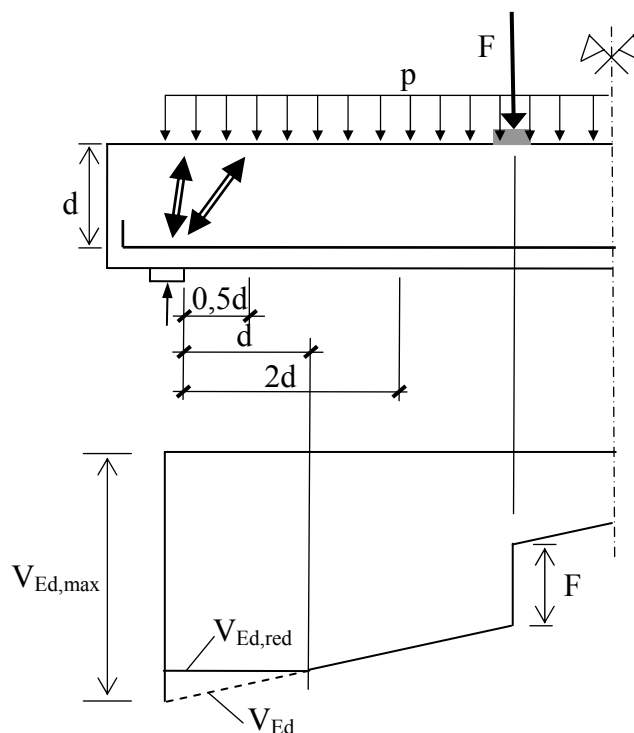
$V_{Ed,red}$ vizsgált keresztmetszetben ténylegesen fellépő nyíróerő,

V_{Ed} statikai vázon meghatározott nyíróerő,

p_d a teher tervezési értéke,

d a tartó hasznos magassága.

A támasz környezetében a vizsgált keresztmetszetben ténylegesen fellépő nyíróerő ($V_{Ed,red}$) állandó.



A nyíróerő redukciója a támasz környezetében, a kapott nyíróerő ábrát redukált mértékadó nyíróerőnek nevezzük.

Nyírási teherbírás ellenőrzése

A keresztmetszetben méretezett nyírási vasalásra nincs szükség, ha

$$V_{Ed,red} \leq V_{Rd,c}, \text{ ahol}$$

$V_{Ed,red}$ a redukált nyíróerő ábra értéke a vizsgált keresztmetszetben,

$V_{Rd,c}$ a beton nyírási teherbírása.

Az elhelyezett kengyelek mennyiségét a szerkesztési szabályok határozzák meg.

Ellenkező esetben, vagyis

$$V_{Ed,red} \geq V_{Rd,c},$$

akkor a keresztmetszetben méretezett nyírási vasalásra van szükség, és ki kell elégíteni a következő feltételeket

$$V_{Ed,red} \leq V_{Rd,s} \text{ és}$$

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max}, \text{ ahol}$$

$V_{Ed,red}$ a redukált nyíróerő ábra értéke a vizsgált keresztmetszetben,

V_{Ed} a nyíróerő ábra értéke a vizsgált keresztmetszetben (nem redukált!),

$V_{Rd,s}$ a nyírásra elhelyezett acélok teherbírása

$V_{Rd,max}$ a nyomott ferde rácsrúd teherbírása

A beton nyírási teherbírásának meghatározása

A keresztmetszet nyírási teherbírása ez esetben a következőképpen számítható:

$$V_{Rd,c} = \max \left\{ \left[\frac{0,18}{\gamma_c} k (100 \rho_\ell f_{ck})^{1/3} + 0,15 \sigma_{cp} \right] b_w d \right. \\ \left. (v_{\min} + 0,15 \sigma_{cp}) b_w d \right\} \text{ ahol}$$

f_{ck} a beton nyomószilárdságának tervezési értéke,
 k alak tényező,

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad \text{ahol } d \text{ mm-ben értendő,}$$

d hasznos magasság,

ρ_ℓ húzott vashányad,

$$\rho_\ell = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0,02,$$

A_{sl} a vizsgált keresztmetszetben megfelelően lehorgonyzott hosszvasalás keresztmetszeti területe, melybe a tapadásos feszítőbetét is beszámítható,

b_w a keresztmetszet legkisebb szélessége a húzott zónában,

σ_{cp} átlagos nyomófeszültség,

$$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c \leq 0,2f_{cd},$$

N_{Ed} a vizsgált keresztmetszetben a külső terhekből és a feszítésből származó normálerő tervezési értéke (nyomás esetén pozitív). A terhelő mozgásokból származó normálerő figyelmen kívül hagyható a beton keresztmetszeti területe

$$v_{\min} = 0,035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$$

Anyíráásra elhelyezett acélok teherbírásának meghatározása

A méretezett nyírási vasalást tartalmazó keresztmetszet nyírási teherbírása általános esetben a következő összefüggéssel határozható meg:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} (\text{ctg}\theta + \text{ctg}\alpha) \sin\alpha, \text{ ahol}$$

A_{sw} a nyírási vasalás keresztmetszeti területe

f_{ywd} a nyírási vasalás szilárdságának tervezési értéke.

s nyírási vasalás egymástól mért távolsága a tartó hossz tengelye mentén mérve.

α a nyírási vasalás síkjának a tartó hossz tengelyével bezárt szöge,

θ a ferde nyomott rácsrúd (repedés) a tartó hossz tengelyével bezárt szöge.

A ferde nyomott rácsrúdnak a tartó hossz tengelyével bezárt θ szögét a következő korlátok betartásával úgy célszerű felvenni, hogy a vasalás kialakítása optimális legyen

$$1,0 \leq \text{ctg}\theta \leq 2,5.$$

A ferde nyomott rácsrúd dőlésének felvételére a Magyar Szabványügyi testület a készülő Nemzeti alkalmazási dokumentumban a következőt javasolja. Alacsonyabb minőségi szintek esetén, ha a tartó számottevő normálerő nem terheli, akkor a $\text{ctg}\theta=1$ érték használatát javasoljuk. Magasabb minőségi szinteknél a $\text{ctg}\theta=1,3$ érték alkalmazható. A pontosabb számítás esetén, vagy a keresztmetszetre ható axiális erő nem elhanyagolható, akkor

$$1 \leq \operatorname{ctg} \theta = \frac{1,2 + 1,4 \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}}{1 - \frac{V_c}{V_{Ed,red}}} \leq 2, \text{ ahol}$$

σ_{cp} átlagos nyomófeszültség az ideális keresztmetszeten meghatározva,
 f_{cd} a beton nyomószilárdságának tervezési értéke,
 $V_{Ed,red}$ a redukált nyíróerő ábra értéke a vizsgált keresztmetszetben,
 V_c betonra hárítható nyírési érték, melyet normál beton esetén

$$V_c = \left[2,4 \cdot 1 \cdot 0,1 \cdot f_{ck}^{1/3} \left(1 + 1,2 \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} \right) \right], \text{ ahol}$$

f_{ck} a beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke.

Ha a vizsgált tartószakaszon csak a tartótengelyre merőleges síkú nyírési vasalás, azaz kengyel készül ($\alpha = 90^\circ$), akkor a méretezett nyírési vasalást tartalmazó keresztmetszet nyírési teherbírása a következőképpen határozható meg

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \operatorname{ctg} \theta$$

A nyomott beton ferde rácsrúd

A beton ferde nyomási teherbírása a következő összefüggéssel számítható:

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v f_{cd} \frac{\operatorname{ctg} \theta + \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta}, \text{ ahol}$$

α_{cw} nyomás figyelembe vevő módosító tényező, melynek értéke:
 1,0 feszítés nélküli szerkezetek esetén,

$$1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} \quad \text{ha } 0 < \sigma_{cp} \leq 0,25 f_{cd},$$

$$1,25 \quad \text{ha } 0,25 f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0,5 f_{cd},$$

$$2,5 \left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} \right) \quad \text{ha } 0,5 f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd},$$

σ_{cp} átlagos nyomófeszültség, a támasz szélétől $0,5d \operatorname{ctg} \theta$ távolságon belül értékét zérusnak lehet tekinteni,

b_w a húzott és nyomott öv közötti legkisebb keresztmetszeti szélesség,

z a belső kar, általános esetben $z = 0,9d$ érték alkalmazható,

v hatékonysági tényező,

$$v = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right), \text{ ha}$$

a nyírési vasalás $0,8f_{yk}$ feszültségnél nincs jobban kihasználva, akkor a v alábbi értékei alkalmazhatók:

$$v = 0,6 \quad \text{ha } f_{ck} \leq 60 \text{ N/mm}^2,$$

$$v = 0,9 - \frac{f_{ck}}{200} > 0,5 \quad \text{ha } f_{ck} > 60 \text{ N/mm}^2,$$

α a nyírési vasalás síkjának a tartó hossz tengelyével bezárt szöge,

θ a ferde nyomott rácsrúd (repedés) a tartó hossz tengelyével bezárt szöge.

Ha a vizsgált tartószakaszon csak a tartótengelyre merőleges síkú nyírási vasalás (kengyel) készül ($\alpha = 90^\circ$), akkor a beton ferde nyomási teherbírása a következő összefüggéssel számítható:

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v f_{cd} \frac{1}{\operatorname{tg}\theta + \operatorname{ctg}\theta}.$$

A nyírási vasalás szerkesztési szabályai

A nyírási vasak szerkesztési szabályait a Tervezési előírások, szabványok foglalják össze, a jelenleg érvényes szerkesztési szabályok a következők [Huszár-Farkas-Kovács-Szalai: Betonszerkezetek tervezése az EUROCODE előírásai szerint. Terc Kiadó, 2005] alapján:

A szükséges nyírási vasalás legalább 50%-át függőleges kengyelekkel kell kialakítani.

A nyírási vasalás fajlagos mennyisége (ρ_w)

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s b_w \sin \alpha}.$$

A nyírási vasalás minimális mennyisége

$$\rho_{w, \min} = \frac{0,08 \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}},$$

ahol

f_{ck}	a beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke,
f_{yk}	a betonacél húzószilárdságának karakterisztikus értéke,
A_{sw}	az s hosszúságú szakaszon elhelyezett nyírási vasalás keresztmetszeti területe,
s	a nyírási acélbetétek távolsága a gerenda hossz tengelye mentén mérve,
b_w	gerinc szélesség,
α	a nyírási vasalás és a gerenda hossz tengelye által bezárt szög.

A nyírási vasalás maximális értéke

$$\rho_{w, \max} = \frac{1}{2} \frac{\alpha_{cw} v f_{cd}}{1 - \cos \alpha} \frac{1}{f_{yd}}, \text{ ahol}$$

f_{cd}	a beton nyomószilárdságának tervezési értéke,
f_{yd}	a betonacél húzószilárdságának tervezési értéke,
α	a nyírási vasalás és a gerenda hossz tengelye által bezárt szög,
α_{cw}	nyomás figyelembe vevő módosító tényező,
v	hatékonysági tényező.

A nyírási acélbetétek maximális távolsága a hossz tengely mentén mérve: a kengyeleknél:

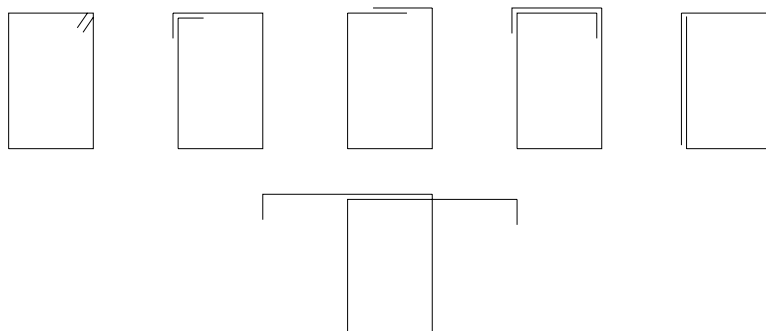
$$s_{\max} = 0,75 d (1 + \operatorname{ctg}\alpha),$$

a felhajlított acélbetéteknél:

$$s_{\max} = 0,6 d (1 + \operatorname{ctg}\alpha).$$

A kengyelszarak maximális keresztirányú távolsága $0,75d \leq 600$ mm lehet.

A kengyelek kialakítását alábbiakban mutatjuk be.



Speciális nyírási problémák

A speciális nyírási problémák vizsgálatához térjünk vissza a Nyírásvizsgálat berepedt keresztmetszetben című fejezetben levezetett

$$\Delta M = \Delta F_s z + F_s \Delta z$$

egyenlethez. Ezt a teljes egyenletet behelyettesítve a $V = \frac{\Delta M}{\Delta x}$ egyenletbe azt kapjuk, hogy

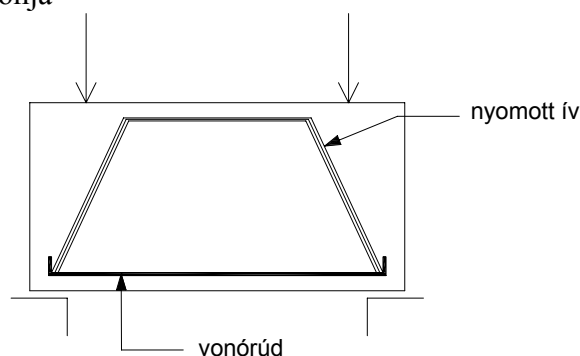
$$V = \frac{\Delta M}{\Delta x} = \frac{\Delta F_s z + F_s \Delta z}{\Delta x} = \frac{\Delta F_s}{\Delta x} z + F_s \frac{\Delta z}{\Delta x}.$$

Az egyenlet alapján azt mondhatjuk, hogy a nyírás két hatás összegeként írható le. Az egyenlet első tagja veszi figyelembe a gerendahatást, az egyenlet második tagja az ívhatást. A gerenda hatással a Nyírásvizsgálat berepedt keresztmetszetben című fejezetben részletesen foglalkoztunk.

Az ívhatás akkor jön létre a feltételezzük, hogy $\Delta F_s = 0$, azaz

$$V = \frac{\Delta M}{\Delta x} = F_s \frac{\Delta z}{\Delta x}.$$

Ekkor a gerenda úgy viselkedik, mint egy ív, ahol a vonórúd az alsó húzott betonacél, a nyomott ív a gerenda betonja



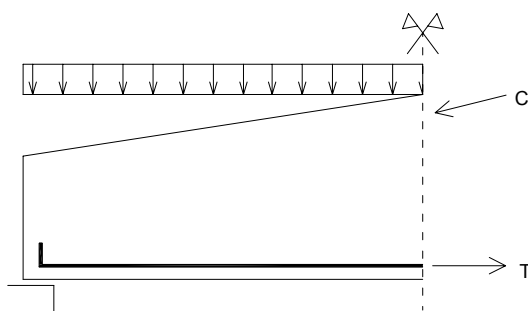
Az ívhatás figyelembe kell venni magas gerendák, változó magasságú tartók esetén, erőbevezetési helyeken valamint támaszok környékén

Változó magasságú tartóknál a belső erők sem lesznek vízszintesek, azaz lesz nyíróerő komponense, a

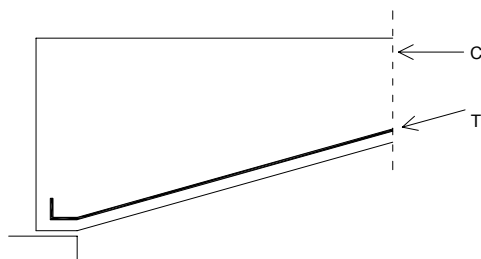
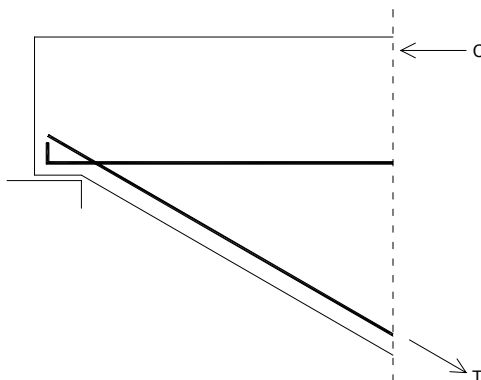
$$V = \frac{\Delta F_s}{\Delta x} z + F_s \frac{\Delta z}{\Delta x}$$

egyenletet és a $\frac{\Delta z}{\Delta x} = \operatorname{tg} \beta$, feltételezéssel a nyírási vasalás méretezésénél számításba veendő módosított nyíróerő

$$V_{\text{mod}} = V \pm \frac{M}{z} \operatorname{tg} \beta.$$



Ha a tartó magassága a tartó hossza mentén a nyomaték növekedésével csökken akkor pozitív előjel alkalmazandó, ha a nyomaték növekedésével nő, akkor negatív előjel alkalmazandó.

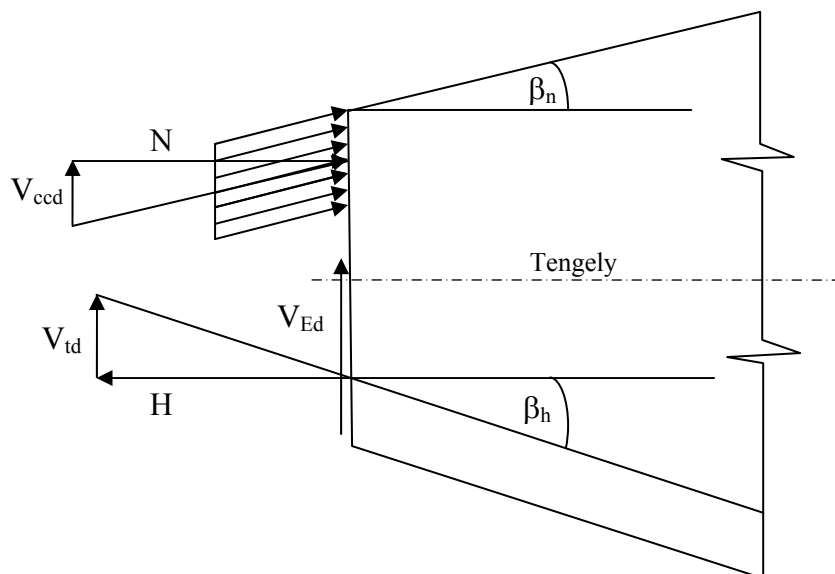


Az EUROCODE előírása szerint a nyomaték növekedésével növekvő keresztmetszet esetén a számításba veendő nyíróerő értéke

$$V_{Ed}^* = V_{Ed} - V_{ccd} - V_{td}, \text{ ahol}$$

$V_{ccd} = N \tan(\beta_n)$ a keresztmetszet nyomott zónájában keletkező belső erő (N) nyíróerőt csökkentő tangenciális összetevője

$V_{td} = H \tan(\beta_h)$ a hosszvasalásban keletkező belső erő (H) nyíróerőt csökkentő tangenciális összetevője



Az axiális igénybevételek nyíróerőt csökkentő komponensei [Huszár-Farkas-Kovács-Szalai:
Betonszerkezetek tervezése az EUROCODE szerint.]

A nyírási teherbírás további két esetével a rövid konzollal és az erő bevezetés problémájával a Vasbetonszerkezetek II. tantárgy keretében foglalkozunk.

9. gyakorlat Nyírás I.

Friedman N. – Huszár Zs. – Kiss R.M. – Klinka K. – Kovács T. – Völgyi I.: Példatár a Vasbetonszerkezetek tantárgyhoz. BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke példatár 5. gyakorlati anyaga. (46-54. oldal)

10. hét

10. előadás: Gerendák vizsgálata

Gerenda vizsgálata

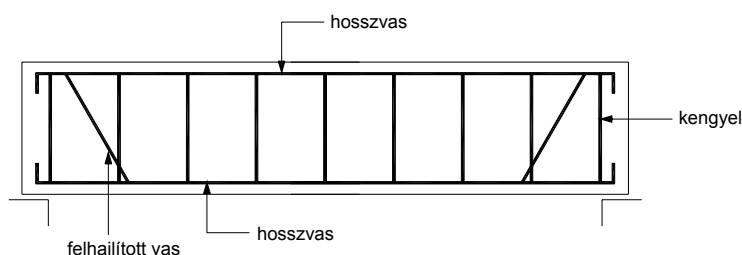
Definíciók, vasalás kialakítása

Előző fejezetekben egy adott szerkezeti elem adott keresztmetszetének teherbírását ellenőriztük axiális és tangenciális igénybevételekre. Ennek inverz feladata adott igénybevételre a keresztmetszet vasalásának tervezése.

A feladatunk nem koncentrálni csak egyes keresztmetszetek méretezésére, hanem egy szerkezeti elemet kell vizsgálni, mivel a terheket a szerkezetnek kell károsodás nélkül viselni. Ebben a félévben gerenda szerkezeti elemmel fogunk foglalkozni.

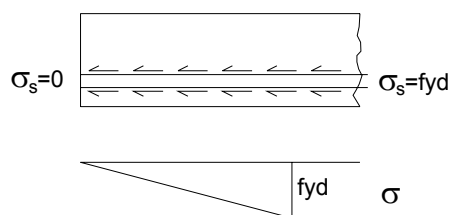
A gerenda definíciója: A gerenda vonalas tartószerkezet (rúdszerkezet), két keresztmetszeti mérete (h , b) lényegesen kisebb, mint a harmadik, a tartószerkezet hossza (l). A gravitációval párhuzamos erők a gerenda tengelyére merőlegesen hatnak, amelyből hajlítónyomaték és nyíróerő keletkezik a szerkezetben. (L alakú gerendákat csavarónyomaték is terheli, és az erőbevezetés helyénél nagy nyomófeszültségek is felléphetnek.) A gerendák teherbírásvizsgálata összetett feladat, mert a nyírás és hajlítás nem tárgyalható egymástól függetlenül.

A gerenda tipikus vasalását nézeti rajzon ábrázoljuk, kibővítvé felhajlított vassal. A vasalás végigmenő hosszvasakból, 45° -ban felhajlított vasakból és kengyelekből áll. A hajlítási és nyírési vasalás szerkesztési szabályait a megadott fejezeteknél ismertettük.



A hosszvasak között megkülönböztetünk fővasakat, amelyeket az erőtani számításból számolunk ki és szerelő vasakat, amelyeket a szerkesztési szabályok kielégítése miatt, vagy vasalás megfelelő váz kialakítását szolgálják.

A keresztmetszetek vizsgálatánál feltételeztük, hogy a betonacélban az acél tervezési szilárdságával azonos feszültség ki tud alakulni. A beton és a betonacél közötti kapcsolatot tapadás biztosítja. A betonacél végén az acélbetétben a feszültség zérus, egy adott hossz után tud csak a betonacél tervezési szilárdsága kialakulni. Azt a hosszt, amely ahhoz szükséges, hogy a $\sigma_s = f_{yd}$ feszültség az egyenes végű betonacélban kialakuljon (az adott feszültséggel megterhelt egyenes végű acélbetét ne húzódjon ki a betonból) lehorgonyzási hossz alapértékének (l_b) nevezzük. A lehorgonyzási hossz alapértékét az acélbetét hosszirányú egyensúlyából tudjuk meghatározni



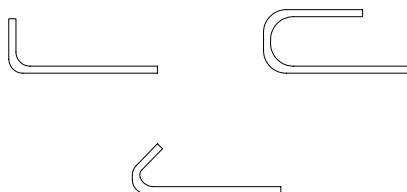
$$\pi\phi l_b f_{bd} = \frac{\phi^2 \pi}{4} f_{yd}, \text{ ahonnan}$$

$$l_b = \frac{\phi f_{yd}}{4 f_{bd}}$$

- ϕ a betonacél átmérője,
- l_b a lehorgonyzási hossz alapértéke,
- f_{bd} a beton és a betonacél közötti tapadási feszültség tervezési értéke,
- f_{yd} a betonacél húzószilárdságának tervezési értéke.

Ha a vizsgált keresztmetszet a lehorgonyzási hosszban belül van, akkor a betonacél húzószilárdságánál kisebb feszültséget kell figyelembe venni. A lehorgonyzási hosszban az előírások meghatározzák egy minimális hossz értékét ($l_{b,min}$), ahol a betonacélban keletkező feszültséget nem lehet figyelembe venni. Ez a probléma különösen a tartó végének ellenőrzésekor lesz kritikus.

A lehorgonyzási hossz csökkenthető, ha a betonacél végén kampót alakítunk ki). A kampó görbületi sugarát az határozza meg, hogy a betonacél nem repedhet meg. A kampós végű betonacélok – a betonozás megkönnyítése miatt – elsősorban a gerenda végénél alkalmazzunk. A betonacél végét (egyenes végű, kampós, hurkos) figyelembe vevő lehorgonyzási hosszat nettó lehorgonyzási hosszban ($l_{b,eq}$) nevezzük.



A gerendáknál többször alkalmazunk felhajlított acélbetéteket (nyírás felvétele). A hajlítási (görbítési) sugar megválasztásánál a betonacél megrepedésének elkerülése mellett figyelembe kell venni, hogy a kialakuló sugárirányú erő a betont ne morzsolja össze.

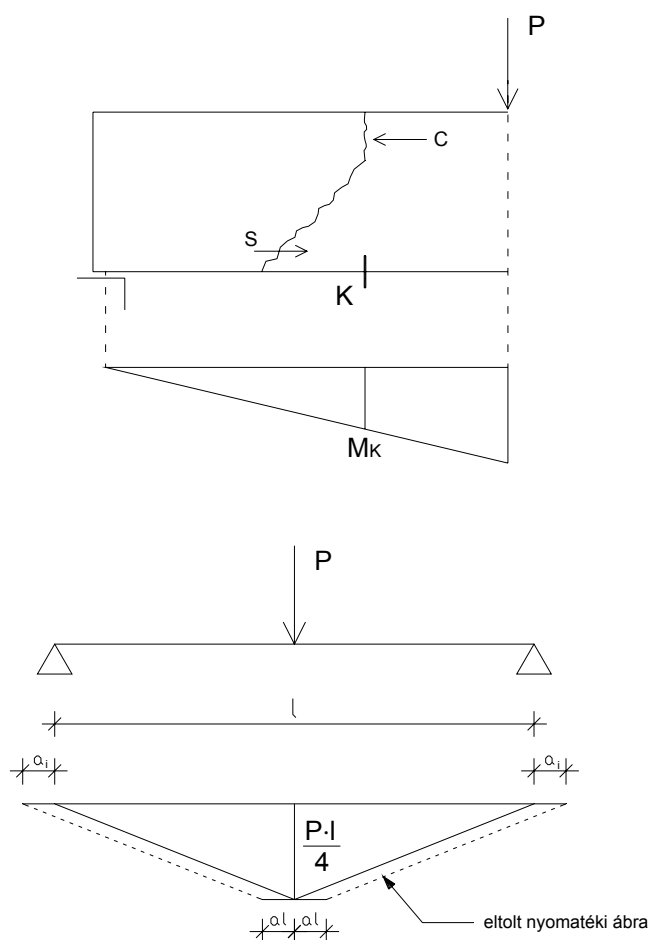
A gerendák esetén előfordulhat, hogy az acélbetéteket toldani kell. Ezt nyomatéki zéruspontok környezetében célszerű kialakítani. A toldás lehet

- átfogásos,
- hüvelyes,
- hegesztett.

A kampók görbületi sugarának, a felhajlított vasak görbítési sugarának, a toldási hosszak szerkesztési szabályait a Szabályzatok részletesen tartalmazzák [Deák-Draskóczy-Dulácska-Kollár-Visnovitz: Vasbetonszerkezetek. Tervezés EUROCODE alapján, Springer Média, 2007. 8.2-8.5 fejezetek].

Hajlított-nyírt gerenda vizsgálata

A hajlított-nyírt gerenda viselkedése és ennek következtében méretezése is eltér a maximális nyomaték helyén történő méretezéstől. A maximális nyomaték helyén, a nyírás elhanyagolható, és a repedések merőlegesek a tengelyre. A hajlított-nyírt szakaszon a repedések ferdek. A betonacélban keletkező húzóerő nem abban a merőleges keresztmetszetben ébred, ahol a hajlítónyomatékot számítjuk, hanem a repedés és a húzott szélő szál találkozásánál, ami a merőleges keresztmetszettől a_l távolságra. Ezt úgy tudjuk figyelembe venni, hogy nyomatéki ábrát eltoljuk.



Az eltolás mértéke nyírási vasalást nem tartalmazó gerendák esetén

$$a_l = d .$$

Az eltolás mértéke méretezett nyírási vasalást tartalmazó gerendák esetén

$$a_l = \frac{1}{2} z(\operatorname{ctg}\theta - \operatorname{ctg}\alpha), \text{ ahol}$$

z a belső erők karja, amit $z=0,9 d$ értéknek felvehető,

$\operatorname{ctg}\theta$ a nyomott rácsrúd dőlése, ami az EUROCODE előírása alapján $1 \leq \operatorname{ctg}\theta \leq 2,5$ közé felvehető. A szabályokról a Nyírásvizsgálat az EUROCODE előírása alapján fejezetben foglalkoztunk.

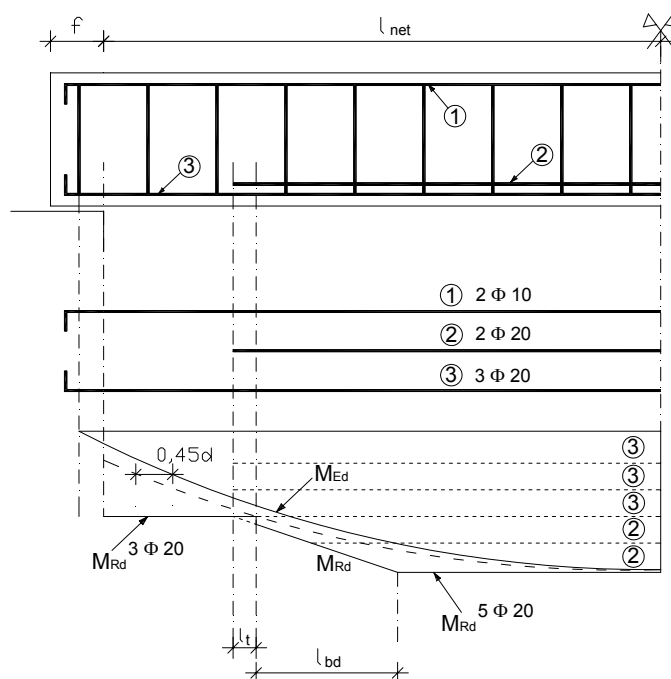
Nyomatéki burkolóábra meghatározása

A nyomatéki burkolóábra elkészítéséhez az első lépés az igénybevételi ábra eltolása a_l értékkel.

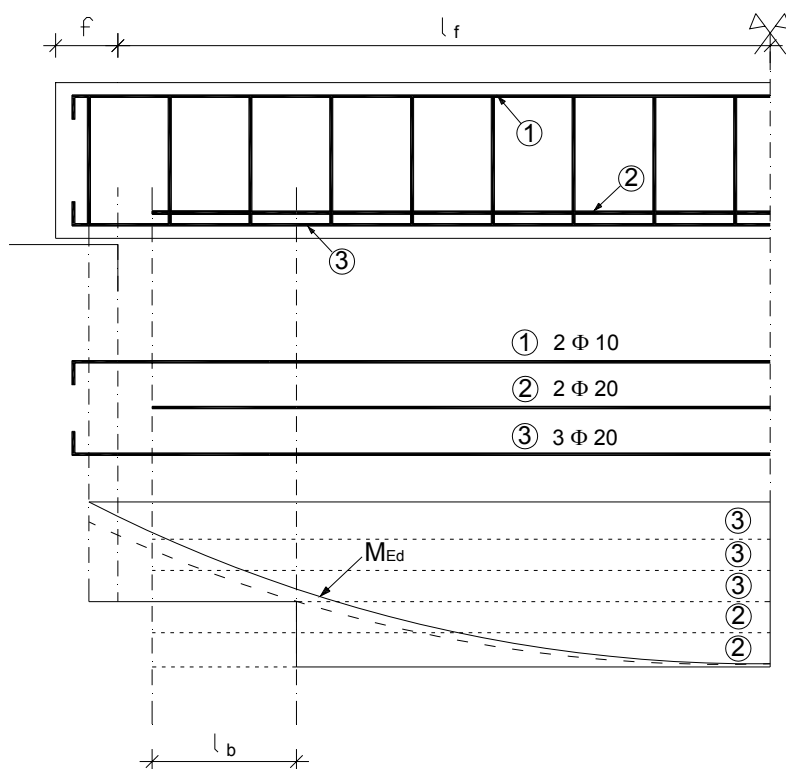
Először vizsgáljuk azt az esetet, hogy a nyíróerőt kengyelekkel vesszük fel, és a vasakat egyenes végűek. Ha 45° ferde rácsrudat (repedés iránya) tételezünk fel, akkor az eltolás mértéke

$$a_l = \frac{1}{2} z(\operatorname{ctg}\theta - \operatorname{ctg}\alpha) = \frac{1}{2} 0,9 d = 0,45d .$$

A burkoló görbe előkészítéséhez a különböző vasalásoknak megfelelő határnyomatékokat ki kell számolni, és az ábrán jelölni kell. Az acélbetétet csak akkor szabad teljes értékkel figyelembe venni, ha az le van horgonyozva. A lehorgonyzási hosszban lineáris viselkedés tételezhető fel. Azonban felhívjuk a figyelmet, hogy a $l_{b,min}$ minimális hosszban az acélbetétet nem szabad figyelembe venni. Az acélbetétet l_t értékkel túl kell vezetni, azon a keresztmetszeten, ahol szükség van rá. A l_t értéke minimálisan a minimális lehorgonyzási hossz, de a javasolt értéke a lehorgonyzási hossz fele ($l_b/2$).

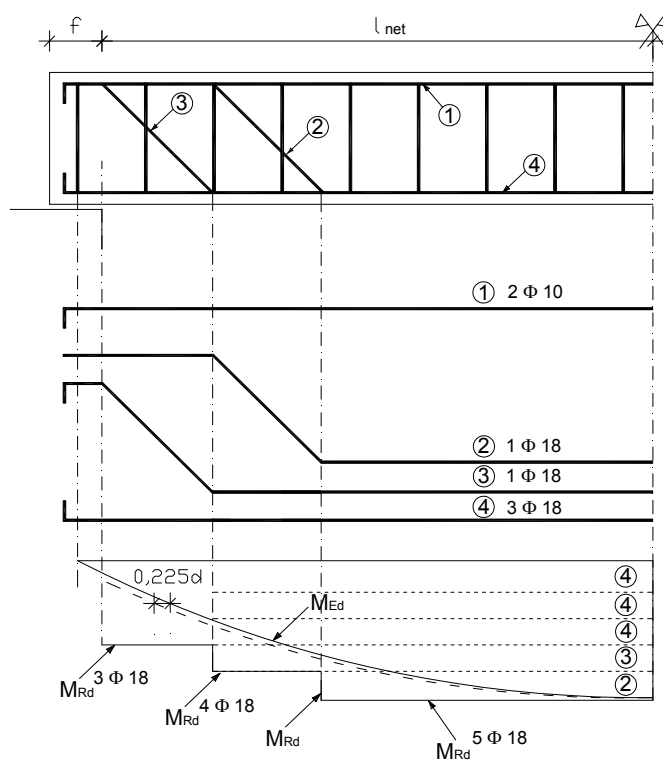


Mindenképp biztosítani kell, hogy a burkoló görbe ne messen bele az eltolt mértékadó nyomatéki ábrába. Megjegyezzük, hogy sok esetben a lehorgonyzási hossz kezdetétől a vaselhagyást ugrással vesszük figyelembe.



A felhajlított vasakat tartalmazó gerendán a nyíróerő felét kengyelekkel vesszük fel. Az eltolás mértéke, ha 45° ferde rácsrudat (repedés iránya) tételezünk fel

$$a_l = \frac{1}{2} z(\operatorname{ctg} \theta - \operatorname{ctg} \alpha) = \frac{1}{2} 0,9 d 0,5 = 0,225 d .$$

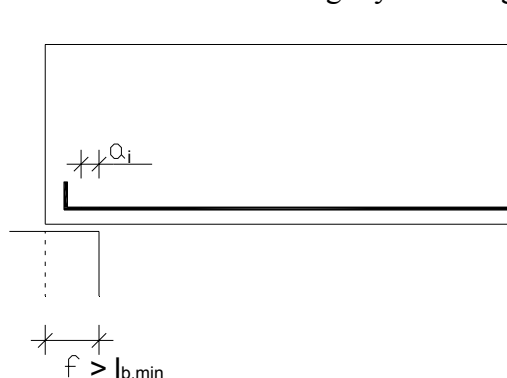


A felhajlított acélbetétekben keletkező húzóerő karja rohamosan csökken, ezért a felhajlítás kezdeténél ugrást veszünk figyelembe.

Tartóvég ellenőrzése

Az előző ábrákon a tartóvég ellenőrzéssel nem foglalkoztunk, a statikai számításoknak ez egy külön fejezete. A tartóvég ellenőrzésénél egyrészt ellenőrizni kell a tartó feltámaszkodási (f) hosszát, mert a túl kis felfekvés a támasz vagy a tartó sarokletörését okozhatja. A tartóvég ellenőrzés másik feladata a végigvezetett fővasak lehorgonyzásának ellenőrzése.

A tartó feltámaszkodási hossza nem lehet kisebb, mint a lehorgonyzási hossz minimális értéke. Ha a fenti feltétel nem teljesül, akkor a feltámaszkodási hosszat meg kell növelni, vagy más módon kell az acélbetétek lehorgonyzását megoldani (hajtú vasak).



A nyírási vasalás tervezésénél és a nyírási teherbírás meghatározásánál a rácsostartó modellt alkalmaztuk. A támaszig végigvezetett fővasalásnak az utolsó nyomott rácsrúd vízszintes komponensét is fel kell venni. Ezt figyelembe véve a lehorgonyzendó erő

$$F_{Ed} = V_{Ed} \frac{a_l + a_i}{z}, \text{ ahol}$$

V_{Ed} a nyíróerő tervezési értéke (támasz esetén a reakció erő, nem redukált érték!),

a_l az eltolás mértéke,

a_i az elméleti támasz és a feltámaszkodás széle közötti távolság.

A tartóvég vizsgálatánál ellenőrizni kell, hogy az F_{Ed} húzóerő bekötésére a lehorgonyzási hossz tervezési értékére van szükség.

A fentiekben túlmenően ellenőrizni kell, hogy

$$F_{Ed} \leq F_{Rd} = A_s f_{yd} \frac{f}{l_{b,eq}}, \text{ ahol}$$

A_s a végig vezetett húzási fővasalás keresztmetszeti területe,

f_{yd} a betonacél szilárdságának tervezési értéke,

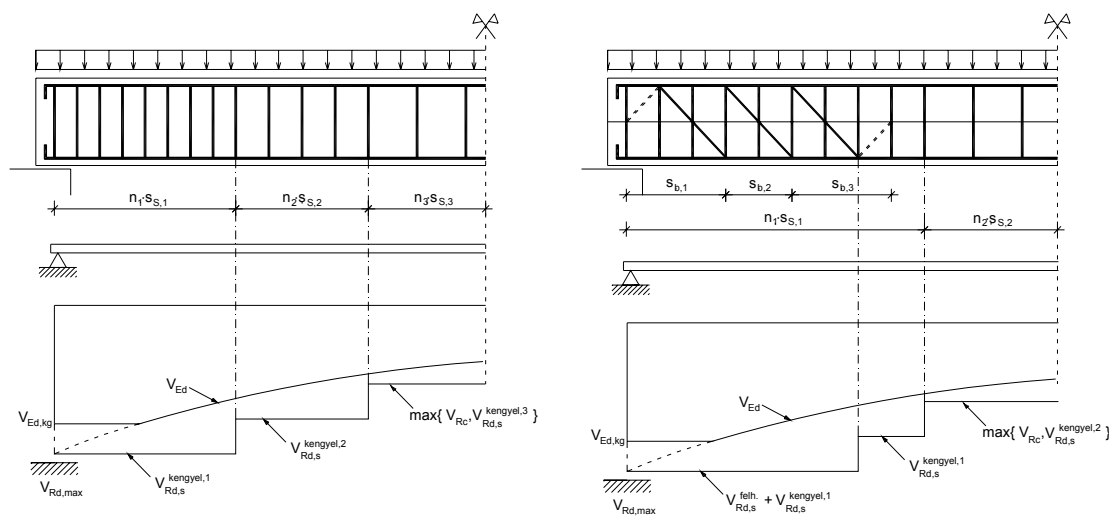
f feltámaszkodási hossz,

$l_{b,eq}$ netto lehorgonyzási hossz.

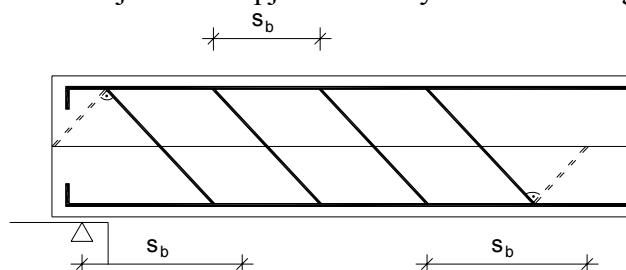
Nyírási burkoló görbe meghatározása

A hajlított-nyírt gerenda nyírási méretezésénél az első lépés a statikai vázból számított mértékadó nyomatóéki ábrából a redukált nyíróerő ábra előállítás, a közvetlen teherhivétel figyelembevételével. A következő lépésben a különböző nyírási vasalású szakaszok nyírási teherbírását és a nyomott ferde beton rácsrúd teherbírását kell meghatározni.

Abban az esetben, ha a nyírőerőt csak kengyel alkalmazásával vesszük fel, akkor a kengyelek egymástól mért távolsága (s_s) változik a tartó hossz tengelye mentén. Ennek figyelembevételével a határnyírőerő ábra megrajzolható).



Abban az esetben, ha a nyírőerőt kengyel és felhajlított vas együttes alkalmazásával (a nyírőerő felét kengyellel kell felvenni), akkor a kengyelek egymástól mért távolsága ebben az esetben is változhat a tartó hossza mentén. A tartóban egy felhajlított vasat alkalmazunk a támasz környezetében, akkor a felhajlított vas teherbírásának számításánál a $s_b = 2z$ értéket kell behelyettesíteni. Több felhajlított vas alkalmazásakor a nyírási vasak egymástól mért távolságát a 34. ábrán definiáljuk. Ez alapján a határnyírőerő ábra megrajzolható.



Hajlított- nyírt gerenda ellenőrzésekor a gerendában elhelyezett hajlítási és nyírási vasalás szerkesztési szabályait ellenőrizni kell. A szerkesztési szabályokat a Hajlítás és a Nyírás fejezetekben adtuk meg.

10. gyakorlat: Nyírás II.

Friedman N. – Huszár Zs. – Kiss R.M. – Klinka K. – Kovács T. – Völgyi I.: Példatár a Vasbetonszerkezetek tantárgyhoz. BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke példatár 5. gyakorlati anyaga. (55-60. oldal)

11. hét

11. előadás: Használhatósági határállapot

Használhatósági határállapot

Definíciók

A használhatósági határállapot ismertetése előtt néhány – a Méretezés elmélet tantárgy keretében már tanult – fogalom definícióját adjuk meg:

Határállapot: A tartószerkezet olyan állapotai, amelyeken túl már nem teljesülnek a vonatkozó tervezési követelmények.

Teherbírési határállapot: Összeomlással, töréssel, tönkremenetelnek tekinthető túlzott mértékű alakváltozással, vagy más hasonló jellegű szerkezeti tönkremenetellel járó határállapotok. A fentiek általában a tartószerkezet vagy egy elemének teherbírési kimerülését vagy teljes üzemképtelenségét jelentik.

Használhatósági határállapot: A tartószerkezet, vagy egy elemének olyan állapota, amelyen túl a használattal kapcsolatos, előírt követelmények nem teljesülnek.

Hatások kombinációja: A különböző, egyidejűleg működő hatások tervezési értékeinek egy csoportja, amelyet a szerkezet megbízhatóságának igazolására használnak az adott határállapotokban.

Az EUROCODE a teherbírési határállapotban öt teherkombinációt ad meg, a használhatósági határállapotban három teherkombinációt ad meg, ami részletesen megtalálható [Huszár-Farkas-Kovács-Szalai: Betonszerkezetek tervezése az EUROCODE szerint. 2.2.4. fejezet]. Vizsgálatainkhoz teherbírési határállapotban legtöbbször az alapkombinációt alkalmazzuk

	$E_d = \gamma_{sd} \left[\sum \gamma_{Gi} G_{ki} + \gamma_{Q1} Q_{k1} + \sum \gamma_{Qi} \Psi_{0,i} Q_{ki} \right]$, ahol
+	a hatások általánosított összegzése (Csak azonos mértékegységgel rendelkező terheket és hatásokat lehet és kell összegezni. Különböző mértékegységű terhek esetén a terhekből igénybevételeket kell számolni és az igénybevételeket kell a fentiek alapján összegezni.),
γ_{sd}	a számítási modell megbízhatóságát figyelembe vevő módosító tényező, amely általában 1
$\gamma_{Gi}, \gamma_{Q1}, \gamma_{Qi}$	állandó (általában 1,35), kiemelt esetleges vagy a többi esetleges hatás (általában 1,5) parciális (biztonsági) tényezője
G_{ki}	az „i” állandó hatás karakterisztikus értéke,
Q_{k1}	a kiemelt esetleges hatás karakterisztikus értéke,
Q_{ki}	az „i” további (nem kiemelt) esetleges hatás karakterisztikus értéke,
$\Psi_{0,i}$	az esetleges hatás kombinációs (egyidejűségi) tényezője a teherbírési határállapotban (A kombinációs tényező értéke függ az esetleges hatás típusától – földemteher, hóteher, szélteher, stb. – és a kombináció fajtájától, a értékeit a Szabályzatok tartalmazzák).

A használhatósági határállapot vizsgálatokor a feladatnak megfelelően mindhárom hatáskombinációt alkalmazzuk

A repedésmentesség, a beton nyomófeszültségének (keresztirányú repedések elkerülése miatt) és az acél húzó-feszültségének korlátozásának ellenőrzésekor a karakterisztikus (ritka) kombinációt alkalmazzuk:

$$E_{ser(a)} = \sum G_{ki} + Q_{k1} + \sum \Psi_{0,i} Q_{ki} .$$

Az épületek alakváltozásának korlátozása és térbeli merevségének és a feszített tartók repedéskorlátozásának ellenőrzésekor a gyakori kombináció

$$E_{ser(b)} = \sum G_{ki} + \Psi_{1,1} Q_{k1} + \sum \Psi_{2,i} Q_{ki}.$$

A vasbetonszerkezetek repedéstágasság, a lehajlások, továbbá a beton nyomófeszültségek kúszási ellenőrzéshez szükséges korlátozásának ellenőrzésekor a kvázi-állandó kombinációt kell használni

$$E_{ser(c)} = E_{qp} = \sum G_{ki} + \sum \Psi_{2,i} Q_{ki}.$$

A vasbetonszerkezetek használhatósági határállapotának vizsgálata általában két fontos lépésre korlátozódik a szerkezet lehajlásának és a repedéstágasság meghatározására, és határértékkel történő összehasonlításra, azaz vizsgálatainkhoz a kvázi-állandó hatáskombinációt kell használni.

A vasbetonszerkezetek lehajlásának számítása

A Tartók Statikája tantárgy keretén belül a lehajlás függvényének és a maximális lehajlás értékének meghatározásával részletesen foglalkoznak. Megoszló teherrel (p) terhelt, l támaszközű, EI merevségű gerenda maximális lehajlás értéke

$$w_{\max} = a \frac{pl^4}{EI}, \text{ a hol}$$

- a a gerenda befogásától függő tényező
 $a = 5/384$ kéttámaszú gerenda esetén,
 $a = 48/384$ konzol esetén,
 $a = 1/384$ mindkét végén befogott gerenda esetén.

Az axiális és a nyírási teherbírás számításánál is megállapítottuk, hogy a vasbeton keresztmetszet vizsgálata I. feszültségi állapotban csak annyiban más, mint az elemi gerendaelméletben, hogy a keresztmetszet egyes helyein eltérő az azonos nagyságú ε nyúlásokhoz tartozó σ feszültség: mintha az acélkeresztmetszetek helyén az E_s/E_c aránynak megfelelően "erősebben dolgozna" a keresztmetszet. Ezt egyszerűen figyelembe vehetjük egy olyan ideális keresztmetszet bevezetésével, amelyben az acélbetétek helyén ennek a "többletjeljesítménynek" megfelelő "többletbetont" veszünk figyelembe. Ennek megfelelően a repedésmentes vasbeton gerenda maximális lehajlása

$$w_I^{\max} = a \frac{p_{qp} l^4}{E_{c,eff} I_{il}}, \text{ ahol}$$

- a a gerenda befogásától függő tényező
 p_{qp} kvázi állandó kombinációból meghatározott teher
 l gerenda fesztávja
 $E_{c,eff}$ a beton rugalmassági modulusának effektív értéke,
 I_{il} a vasbeton keresztmetszet inercianyomatéka az I. feszültségállapot feltételezésével számítva.

Az axiális igénybevételek tárgyalásánál megállapítottuk, hogy a II. feszültségi állapot szerinti vizsgálat "csupán" abban különbözik az I. feszültségállapottól, hogy az ideális keresztmetszet súlypontján átmenő semleges tengely egyben a "dolgozó", azaz nyomott betonkeresztmetszet határa; a betonkeresztmetszetnek a semleges tengelyen túli részét figyelmen kívül kell hagynunk, mert a beton nem vesz fel húzást, az összes húzófeszültséget a betonacél. Ez alapján a berepedt gerenda maximális lehajlása

$$w_{II}^{\max} = a \frac{p_{qp} l^4}{E_{c,eff} I_{III}}, \text{ ahol}$$

- a a gerenda befogásától függő tényező
 p_{qp} kvázi állandó kombinációból meghatározott teher
 l gerenda fesztávja
 $E_{c,eff}$ a beton rugalmassági modulusának effektív értéke,
 I_{III} a vasbeton keresztmetszet inercianyomatéka a II. feszültségállapot feltételezésével számítva.

Ebben az esetben feltételeztük, hogy a gerenda összes keresztmetszete berepedt. Ez nem teljesen igaz, mert a repedések a tartón egymástól véges távolságra alakulnak ki, a repedések közötti repedésmentes húzott öv a gerendát merevíti. A gerenda tényleges lehajlásának maximális értéke kisebb az előbbieken meghatározott maximális értéknél (w^{\max}_{II}). A húzott öv merevítési hatását a célszerű úgy meghatározni, hogy számoljuk a repedésmentes (w^{\max}_I) és a teljesen berepedt gerenda (w^{\max}_{II}) maximális lehajlás értékét és ezek súlyozott átlagát számítjuk. A súlyozáshoz szükséges ζ súly számítási módját a Szabályzatok adják meg

$$w = (1 - \zeta) w_I + \zeta w_{II}.$$

Néhány megjegyzés a fenti képlethez és a bemutatott számításhoz

- A képlet alkalmas egyéb alakváltozási paraméterek (görbület, nyúlás, elfordulás) meghatározására

$$\kappa = (1 - \zeta) \alpha_I + \zeta \alpha_{II};$$

- A II. feszültségállapotban alakváltozások számításánál sem szabad elfelejtenünk, hogy a szuperpozíció elve már nem érvényes (Ha a tartót normálerő és hajlítónyomaték is terheli a semleges tengely helyét és az inercianyomaték értékét az egyensúlyi egyenletekből kell meghatározni.

Pontosabb vizsgálat esetén az alakváltozásokat az α alakváltozási paraméter alkalmazása helyett numerikus integrálással kell meghatározni a görbületnek a szerkezeti elem szükséges számú pontjában való számítása után. E módszer közelítő változata lehet az, ha a görbületeket a tartó repedésmentes szakaszán repedésmentes keresztmetszet feltételezésével, a berepedt szakaszon a fenti α alakváltozási paraméter alkalmazásával számítjuk. Ennek részleteit a [Friedmann N., Huszár Zs., Kiss R., Klinka K., Kovács T., Völgyi István: Példatár a Vasbetonszerkezetek I. tantárgyhoz. BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke] oktatási segédlet kiegészítő anyaga tartalmazza.

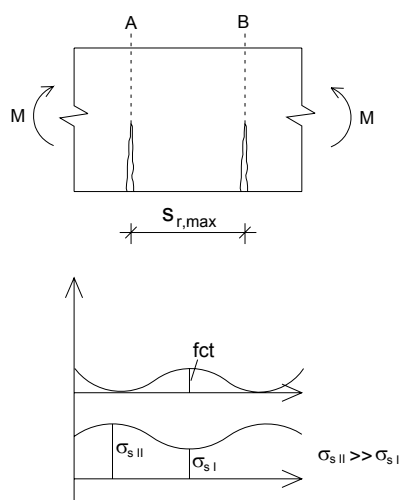
Repedéstágasság számítása

A húzó- vagy hajlító igénybevételek okozta repedésképződés nem véletlenszerű, bizonyos törvényszerűségeket mutat, azaz a repedések távolsága és tágassága bizonyos megkötésekkel és feltevésekkel közelítőleg számítható.

Egyszerű közelítő módszert dolgozott ki Kármán Tamás, amelyet részletesen [Kollár L.: Vasbetonszerkezetek I. Vasbetonszilárdságtan az EUROCODE 2 szerint] tankönyvben található.

Az egyszerűség kedvéért a tartó legyen tisztán hajlított. Az első repedés a maximális igénybevétel környezetében alakul ki (általában valamilyen gyengített keresztmetszetben –

például kengyelnél). A következő repedés az első repedéstől bizonyos távolságra véletlenszerűen alakul ki.

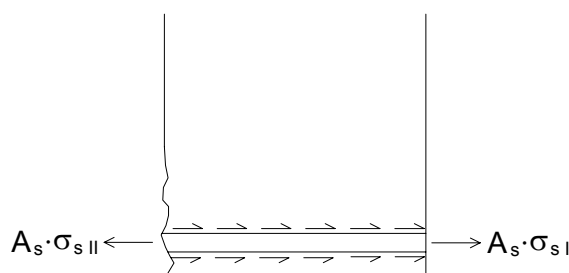


A repedés keresztmetszetében a betonacélban keletkező húzófeszültség a II. feszültségállapotban számolható feszültség ($\sigma_{s,II}$), a beton húzófeszültsége zérus. A feladat az, hogy meghatározzuk azt a maximális távolságot ($s_{r,max}$), amelynél újabb repedés nem alakul ki a meglévő két repedés között. A távolság felében a betonban keletkező feszültség ($\sigma_t = f_{ctm}$), a betonacélban keletkező feszültséget az I. feszültségállapot szerint kell számolni ($\sigma_{s,I}$). A A és C keresztmetszet közötti elem vízszintes egyensúlyát felírva

$$\frac{\phi^2 \pi}{4} \sigma_{sI} - \frac{\phi^2 \pi}{4} \sigma_{sII} + \phi \pi \frac{s_{r,max}}{2} k_1 f_{ct} = 0, \text{ ahonnan}$$

feltételezve, hogy $\sigma_{sI} \ll \sigma_{sII}$

$$s_{r,max} = \frac{\sigma_{sII} \phi}{2 k_1 f_{ct}}.$$



A repedés tágassága az acél és a beton két repedés közötti hosszon vett megnyúlásának különbsége

$$w_k = s_{r,max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}).$$

A repedéstágasság és a lehajlás számítása az EUROCODE előírása szerint.

A vizsgálat részletei [Huszár-Farkas-Kovács-Szalai: Betonszerkezetek tervezése az EUROCODE szerint.] könyvben megtalálhatók. A számítást könnyítő táblázatok a [Deák-Draskóczy-Dulácska-Kollár-Visnovitz: Vasbetonszerkezetek. Tervezés EUROCODE alapján, Springer Média, 2007] tervezési segédletben lelhetők fel.

A vasbeton szerkezetek használhatóságát a vonatkozó hatáskombinációk alapján, az alábbi követelmények kielégítésével kell igazolni:

- a normálfeszültségek korlátozása
- a repedezettség ellenőrzése
- az alakváltozások korlátozása.

A használhatósági határállapotok ellenőrzése során a szerkezet feszültségeit és alakváltozásait akkor szabad repedésmentes állapot feltételezésével számítani, ha a figyelembe veendő hatáskombinációból számított igénybevétel hatására repedésmentes állapot feltételezésével meghatározott beton-húzófeszültség nem haladja meg az f_{ctm} értéket.

A normálfeszültségek korlátozása

Általános esetben igazolni kell, hogy:

- a túlzott mértékű beton-nyomófeszültségek miatt hosszirányú repedések nem keletkeznek: $\sigma_c \leq 0,6f_{ck}$
- az acélokban képlékeny alakváltozások nem alakulnak ki: $\sigma_s \leq 0,6f_{yk}$

ahol

σ_c ill. σ_s	a karakterisztikus kombináció ($E_{ser(a)}$) alapján számított maximális beton- és acélfeszültségek,
f_{ck}	a beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke,
f_{yk}	a betonacél húzószilárdságának karakterisztikus értéke.

A repedezettség vizsgálata

A vasbeton szerkezetek repedezettségének mértékét a funkció, a megfelelő tartósság és a kedvezőtlen megjelenés elkerülése érdekében kell korlátozni.

Általános környezeti feltételeknek kitett épületek vasbetonszerkezetei esetén általában azt kell igazolni, hogy a hatások kvázi-állandó kombinációjára ($E_{ser(c)} = E_{qp}$) a maximális repedéstágasság értéke nem haladja meg a 0,3 mm-t.

A repedéstágasságot a következő összefüggéssel lehet meghatározni:

$$w_k = s_{r,max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}), \text{ ahol}$$

$s_{r,max}$ a legnagyobb repedéstávolság,

ε_{sm} az acélbetét átlagos nyúlása a vonatkozó kombinációból származó igénybevétel hatására, a húzott betonzóna merevítő hatásának figyelembevételével,

ε_{cm} átlagos nyúlás a betonban a repedések közötti repedésmentes szakaszokon.

Az $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$ nyúláskülönbség meghatározásához a következő képletet használjuk

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}, \text{ ahol}$$

σ_s a húzott acélbetétben lévő feszültség berepedt keresztmetszet feltételezésével a vonatkozó kombináció alapján számított igénybevételből,

α_e a rugalmassági modulusok aránya,

$$\alpha_e = E_s / E_{cm}$$

$\rho_{p,eff}$ acélok fajlagos értéke,

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s + \xi_1^2 A_p}{A_{c,eff}}$$

A_s és A_p az $A_{c,eff}$ hatékony, húzott betonzónában elhelyezkedő lágyacélbetétek, ill. tapadásos feszítőbetétek keresztmetszeti területe,

k_t a teher tartósságától függő tényező,

$k_t = 0,6$ rövididejű terhelés esetén,

$k_t = 0,4$ tartós terhelés esetén,

$A_{c,eff}$ hatékony, húzott betonzóna, azaz a húzott vasalás körüli, $h_{c,ef}$ magasságú betonterület,

$$h_{c,ef} = \min \begin{cases} 2,5(h-d) \\ \frac{h-x}{3} \\ h/2 \end{cases}$$

A repedések közötti maximális távolság ($s_{r,max}$) meghatározása, ha a tapadásos acélbetétek egymáshoz közel helyezkednek el, azaz egymástól való távolságuk $\leq 5(c + \phi/2)$:

$$s_{r,max} = 3,4 c + 0,425 k_1 k_2 \frac{\phi}{\rho_{p,eff}}, \text{ ahol}$$

ϕ az acélbetét átmérője. Különböző átmérőjű acélbetétek esetén a ϕ_{eq} egyenértékű átmérőt kell alkalmazni az alábbiak szerint:

$$\phi_{eq} = \frac{n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2}, \text{ ahol}$$

n_1 a ϕ_1 átmérőjű acélbetétek (lágyacél vagy feszítőbetét) darabszáma

n_2 a ϕ_2 átmérőjű acélbetétek (lágyacél vagy feszítőbetét) darabszáma.

c betonfedés

k_1 az acélbetét és a beton közti tapadási tulajdonságokat figyelembe vevő tényező

$k_1 = 0,8$ bordás acélbetét esetén

$k_1 = 1,6$ sima felületű acélbetét esetén (pl. feszítőbetétnél)

k_2 a keresztmetszeten belüli feszültség(nyúlás)eloszlást figyelembe vevő tényező

$k_2 = 0,5$ hajlítás esetén

$k_2 = 1,0$ tiszta húzás esetén

Ha a tapadásos acélbetétek egymástól távol helyezkednek el, azaz egymástól való távolságuk $> 5(c + \phi/2)$, akkor a repedések közötti maximális távolság

$$s_{r,max} = 1,3 (h-x)$$

Az alakváltozások vizsgálata

Az alakváltozások mértékét

a) a vasbeton szerkezetek funkciója, a szerkezeti elemek megfelelő működése, a kedvezőtlen megjelenés elkerülése és

b) a csatlakozó elemek károsodásának megelőzése

érdekében kell korlátozni. A megengedett lehajlás értékei a terhek kvázi-állandó kombinációjának megfelelő teherre az

- a) esetben a támaszköz 1/250-ed része,
- b) esetben a támaszköz 1/500-ed része.

Az alakváltozások számítása során, a szerkezet repedésmentességének megítélésakor a bevezetőben leírtak szerint kell eljárni. A nem repedésmentes szerkezetek alakváltozásainak számításakor a szerkezet viselkedését a repedésmentes és a teljes hosszban berepedt állapotok közti átmenettel kell figyelembe venni, ahol az átmenet leírására az alábbi összefüggés alkalmazható

$$\alpha = \zeta \alpha_{II} + (1 - \zeta) \alpha_I, \text{ ahol}$$

- α alakváltozási paraméter, (nyúlás, görbület, elfordulás, lehajlás, stb.),
- α_I, α_{II} az α paraméter I. (repedésmentes), és a II. (teljes hosszban berepedt) feszültségi állapot alapján számított értéke,
- ζ a húzott betonzóna merevítő hatását figyelembe vevő tényező, a következő összefüggés szerint:

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2, \text{ ahol}$$

- β a teher tartósságát és ciklikusságát figyelembe vevő tényező az alábbiak szerint:

$\beta = 1,0$ egyszeri, rövididejű terhelés esetén,

$\beta = 0,5$ tartós, vagy ismétlődő terhelés esetén,

- σ_s - a húzott acélbetétben keletkező feszültség, berepedt keresztmetszet feltételezésével számítva,

- σ_{sr} - a húzott acélbetétben keletkező feszültség a repesztőnyomaték hatására, berepedt keresztmetszet feltételezésével számítva. A σ_{sr}/σ_s hányados tiszta hajlítás esetén az M_{cr}/M , tiszta húzás esetén az N_{cr}/N hányadosokkal helyettesíthető, ahol M_{cr} a repesztőnyomaték, és N_{cr} a repesztő húzóerő.

11. gyakorlat: Gerendák vizsgálata

Friedman N. – Huszár Zs. – Kiss R.M. – Klinka K. – Kovács T. – Völgyi I.: Példatár a Vasbetonszerkezetek tantárgyhoz. BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke példatár 6. gyakorlati anyaga. (60-79. oldal)

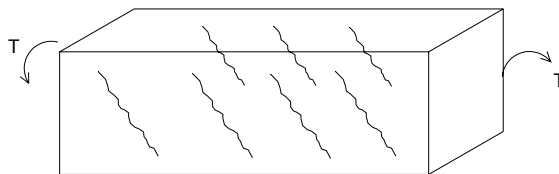
12. hét

12. előadás: Csavarás

Csavarás

Elméleti összefoglaló

Az építőmérnöki szerkezetek szokásos szerkezeteinél a csavaró igénybevételek elkerülésére törekszünk, mert a számítást elbonyolítja és a csavarás felvételéhez nagy betonacél mennyiség szükséges. Csavaró igénybevételekkel elsősorban magasépítési szerkezeteknél alkalmazott L alakú rövid főtartóknál találkozhatunk. A csavarásra kialakuló repedésképet a mutatjuk be.



A lineárisan rugalmas anyagú csavart rúd vizsgálatával a Szilárdságtan keretein belül foglalkoztunk [Kaliszky S., Kurutzné Kovács M., Szilágyi Gy.: Mechanika II. Szilárdságtan. Tankönyv Kiadó, 1990]. A csavart rúd fajlagos elcsavarodása

$$\vartheta = \frac{T}{GI_t}, \text{ ahol}$$

ϑ a csavart rúd fajlagos elfordulása,

T csavarónyomaték,

G nyírási rugalmassági modulus,

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)},$$

I_t a csavarási inercianyomaték.

A keletkező feszültség

$$\tau = \frac{T}{W_t}, \text{ ahol}$$

W_t csavarási keresztmetszeti tényező.

A csavarási inercianyomatékok és a csavarási keresztmetszeti tényezők a [Kaliszky S., Kurutzné Kovács M., Szilágyi Gy.: Mechanika II. Szilárdságtan. Tankönyv Kiadó, 1990] tankönyvben megtalálhatók.

Csavart vasbeton gerendák számítása teherbírési határállapotban

A csavart vasbeton gerendákat a vékonyfalú zárt keresztmetszetek csavarásánál tanult Bredt-képlet [Kaliszky S., Kurutzné Kovács M., Szilágyi Gy.: Mechanika II. Szilárdságtan. Tankönyv Kiadó, 1990] segítségével fogjuk tárgyalni. A számítási módszer lényege, hogy a zárt keresztmetszet falában kialakuló nyírófolyam egyensúlyozza a csavarónyomatékokot. A csavart vasbetongerendák esetén feltételezzük, hogy a zárt nyírófolyam a kengyelek

vonalában alakul ki. A húzóerőket az acélok, a nyomóerőket a köztük kialakuló nyomott beton rácsrudak veszik fel.

A vázolt négyszög keresztmetszet esetén a Bredt-képlet felhasználásával a nyírófolyam

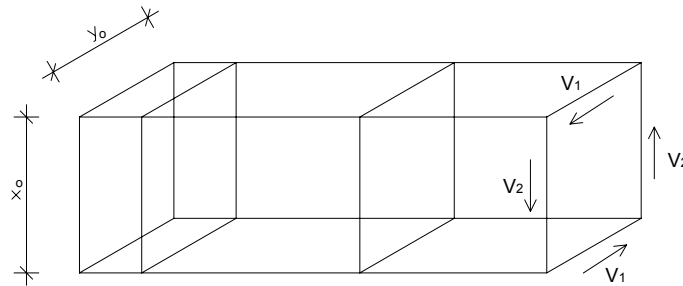
$$q = \frac{T}{2x_0y_0} = \frac{T}{2A_0}$$

a négy oldalon keletkező erők

$$V_1 = \frac{T}{2A_0} x_0,$$

$$V_2 = \frac{T}{2A_0} y_0, \text{ ahol}$$

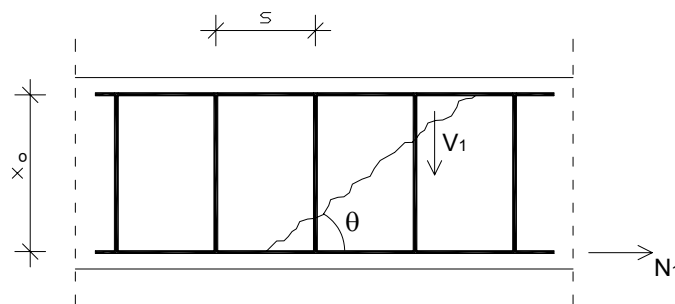
x_0, y_0 a kengyel oldalhosszúsága középvonalon mérve,
 A_0 a kengyel középvonal által határolt terület.



A hosszvasakban ébredő erő a vektor háromszög alapján

$$N_1 = V_1 \operatorname{ctg} \theta = \frac{T}{2A_0} x_0 \operatorname{ctg} \theta,$$

$$N_2 = V_2 \operatorname{ctg} \theta = \frac{T}{2A_0} y_0 \operatorname{ctg} \theta.$$



A hosszvasakban keletkező összes erő

$$N = 2(N_1 + N_2) = \frac{T}{2A_0} 2(x_0 + y_0) \operatorname{ctg} \theta = \frac{T}{2A_0} K_0 \operatorname{ctg} \theta, \text{ ahol}$$

θ a nyomott rácsrúd (repedés síkjának) a tartó hossz tengelyével bezárt szöge,
 K_0 a kengyel középvonal által határolt kerület.

Ennek maximális értéke a húzott fővasalás határereje azaz $(A_s f_{yd})$. Ezt figyelembe véve a csavarónyomaték határereje

$$T_{R,l} = 2A_0 \frac{A_s f_{yd}}{K_o \operatorname{ctg} \theta}.$$

A kengyelek szárában V_l nagyságú erő keletkezik, a x_0 magas hosszfalban a θ irányú repedésen $\frac{x_0}{s} \operatorname{ctg} \theta$ darab kengyel megy át. Ezt figyelembe véve a csavarónyomaték határereje

$$T_{R,k} = 2A_0 \frac{A_{sw} f_{ydw}}{s} \operatorname{ctg} \theta, \text{ ahol}$$

A_{sw} a kengyel keresztmetszeti területe,
 f_{ydw} a kengyel szilárdságának tervezési értéke,
 s a kengyel távolsága a tartó hossz tengelyén mérve.

A nyomott beton rácsrúdban szintén V_l nagyságú erő keletkezik, amelynek határereje a nyírásnál bevezetett

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v f_{cd} \frac{\operatorname{ctg} \theta + \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta}$$

képletből számítható, ha $z=x_0$, $b_w=t$, és kengyeleket alkalmaztunk $\alpha=90^\circ$, így

$$T_{R,c} = 2\alpha_{cw} v f_{cd} A_o t \frac{\operatorname{ctg} \theta}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta}.$$

A csavarás határereje

$$T_R = \min \{ T_{R,l}, T_{R,k}, T_{R,c} \}$$

A csavarás számítása az EUROCODE előírásai szerint

Statikailag határozatlan szerkezetek esetén, ahol a csavarási igénybevétel csak a szerkezeti elemek kompatibilitása miatt jelentkezik, azonban ez a szerkezet teherbírásában nem játszik központi szerepet, a csavarás vizsgálata teherbírás határállapotban mellőzhető. Ez esetben is szükség van azonban a szerkesztési szabályok szerinti minimális vasalás (kengyelezés és hosszvasalás) alkalmazására.

A keresztmetszetek csavarási teherbírásának számítását az alábbiak szerint, a vékonyfalú, zárt keresztmetszetek csavarási elmélete alapján kell végezni. A méretezés részletesen a [Huszár-Farkas-Kovács-Szalai: Betonszerkezetek tervezése az EUROCODE szerint.] irodalomban található meg. A következőkben a legfontosabb lépéseket mutatjuk be.

A tömör keresztmetszeteket egyenértékű vékonyfalú, zárt keresztmetszetekké kell alakítani. Összetett (tömör) keresztmetszeteket (T, I, L alakú keresztmetszetek) rész-kérsztmetszetekre kell bontani, melyek között a teljes keresztmetszetet terhelő csavarónyomatékot a repedésmentes állapot feltételezésével számított csavarási merevségek arányában kell szétosztani, majd a rész-kérsztmetszeteket pedig egyedileg kell vizsgálni. Ez esetben a teljes keresztmetszet csavarási teherbírása a rész-kérsztmetszetek csavarási teherbírásának összegeként számítható.

A tiszta csavarásból származó nyírófolyam a keresztmetszet i -edik fala mentén az alábbi összefüggéssel határozható meg:

$$\tau_{t,i} t_{ef,i} = \frac{T_{Ed}}{2A_k}$$

Az i -edik fal mentén működő nyíróerő ($V_{Ed,i}$),

$$V_{Ed,i} = \tau_{t,i} t_{ef,i} z_i, \text{ ahol}$$

T_{Ed} a keresztmetszetben működő csavarónyomaték tervezési értéke,

A_k a keresztmetszet középvonala által körbezárt terület,

$\tau_{t,i}$ az i -edik falban keletkező nyírófeszültség a csavarás hatására,

$t_{ef,i}$ egyenértékű falvastagság,

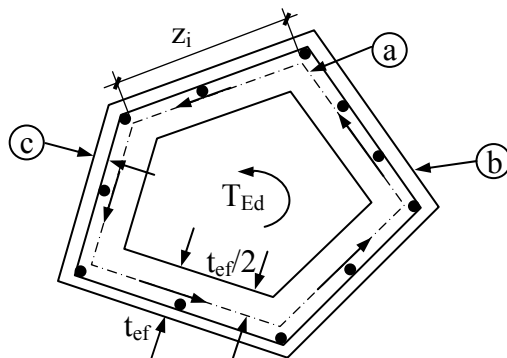
$$t_{ef,i} = A/u,$$

Értéke nem lehet kisebb, mint a hosszvasalás tengelye és a közelebb eső betonfelület távolságának 2,0-szorosa, üreges keresztmetszeteknél a tényleges falvastagságnál nagyobb érték nem alkalmazható,

A a keresztmetszet külső kerülete által határolt terület (a belső üregeket is beleszámítva),

u a keresztmetszet külső kerülete,

z_i az i -edik fal hossza a középvonalon mérve.



Ⓐ- középvonal Ⓑ- külső kerület Ⓒ- betonfedés

A csavarási teherbírás meghatározásának modellje [Huszár-Farkas-Kovács-Szalai:
Betonszerkezetek tervezése az EUROCODE szerint.]

Egyidejű nyíró- és csavaró igénybevétel esetén a nyírási és a csavarási vizsgálatokból adódó, szükséges keresztirányú vasalások (kengyelezés) mennyiségét össze kell adni, de mind a nyírási, mind a csavarási vizsgálatok során a ferde nyomott betonrudak dőlésszögére ugyanazt a θ értéket kell alkalmazni. A θ érték felvételével a nyírásvizsgálat az EUROCODE szerint című fejezetben foglalkoztunk.

A csavarásra szükséges kengyel meghatározása

$$\frac{T_{Ed}}{2A_k} = \frac{A_{sw}}{s} f_{ywd} (\text{ctg } \theta + \text{ctg } \alpha) \sin \alpha, \text{ ahol}$$

A_{sw} a nyírási vasalás keresztmetszeti területe

f_{ywd} a nyírási vasalás szilárdságának tervezési értéke.

s nyírási vasalás egymástól mért távolsága a tartó hossz tengelye mentén mérve.

α a nyírási vasalás síkjának a tartó hossz tengelyével bezárt szöge,

θ a ferde nyomott rácsrúd (repedés) a tartó hossz tengelyével bezárt szöge.
90 fokos kengyeleket feltételezve

$$\frac{T_{Ed}}{2A_k} = \frac{A_{sw}}{s} f_{ywd} \operatorname{ctg} \theta$$

A csavarás miatt szükséges hosszvasalás mennyiségét (A_{sl}) az alábbi összefüggéssel lehet meghatározni:

$$\frac{\sum A_{sl} f_{yd}}{u_k} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} \operatorname{ctg} \theta, \text{ ahol}$$

u_k az A_k terület kerülete, azaz a keresztmetszet középvonalának hossza

Az így számított hosszvasalást a keresztmetszet kerülete mentén közel egyenletesen, - kisebb keresztmetszetek esetén a sarkok környékén koncentrálva - kell kiosztani. A keresztmetszet nyomott zónájába kerülő mennyiség a rendelkezésre álló nyomóerő arányában csökkenthető, míg a húzott zónába kerülő mennyiséget összegezni kell a már meglévő hosszvasalás mennyiségével.

Egyidejű nyíró és csavaró igénybevétel esetén, a ferde nyomott betonrudak az alábbiak szerint kell igazolni:

Tömör keresztmetszetek esetén:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \leq 1,0, \text{ ahol}$$

T_{Ed} a csavarónyomaték tervezési értéke

V_{Ed} a nyíróerő tervezési értéke

$T_{Rd,max}$ a ferde nyomott betonrudak teherbírása egyidejű nyíróerő nélkül

$$T_{Rd,max} = 2 v \alpha_{cw} f_{cd} A_k t_{ef,i} \sin \theta \cos \theta$$

v hatékonysági tényező

α_{cw} nyomás figyelembe vevő módosító tényező,

$t_{ef,i}$ egyenértékű falvastagság

$V_{Rd,max}$ a ferde nyomott betonrudak teherbírása egyidejű csavarónyomaték nélkül

12. gyakorlat

Friedman N. – Huszár Zs. – Kiss R.M. – Klinka K. – Kovács T. – Völgyi I.: Példatár a Vasbetonszerkezetek tantárgyhoz. BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke példatár 7. gyakorlati anyaga. (80-88.oldal)

13. hét

13. előadás: II. zárthelyi dolgozat

13. gyakorlat: Konzultáció

14. hét

14. előadás: Feszítés

A feszítés alap gondolata

A vasbeton szerkezetek III. feszültségi állapotban végzett vizsgálatánál azt a megfigyelést tehetjük, hogy a keresztmetszetre hárítható legnagyobb nyomatók értéke - legalább is egy ideig - növekszik, ha a keresztmetszetre a nyomatókkal egyidejűleg nyomóerőt is működtetünk. A feszítés alap gondolata az, hogy amennyiben lehet elérni, hogy a hajlító nyomatókkal egyidejűleg ilyen kedvező hatású normálerő hatását is figyelembe vehessük, nagyobb teherbírási és minden bizonnyal gazdaságosabb szerkezetet tudunk kialakítani. (Hacsak "nem kerül többbe a leves, mint a hús".)

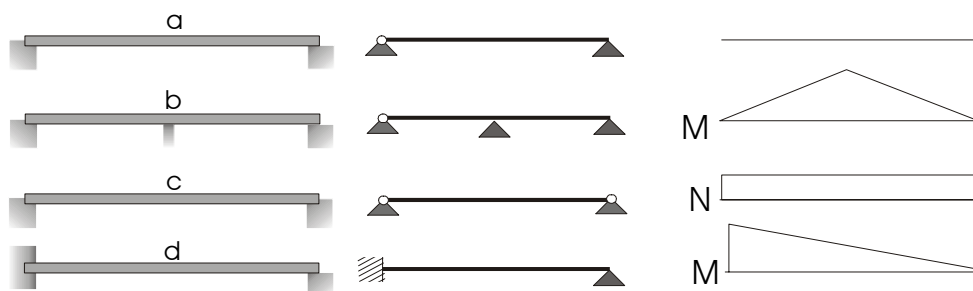
Ugyancsak a nyomóerő kedvező hatására következtethetünk, ha meggondoljuk, hogy minél nagyobb nyomófeszültség működik egy terheletlen gerendának azokban a szálaiban, amelyekben a teherből származó nyomatók húzófeszültséget kelt, annál nagyobb nyomatók szükségesek ahhoz, hogy ezekben a szálakban a beton húzószilárdságát meghaladó feszültség lépjen fel. Vagyis minél nagyobb a nyomatókkal egyidejűleg működtetett nyomóerő, annál nagyobb nyomatókot képes a keresztmetszet repedés nélkül elviselni.

A mérnöki szerkezetek egy nagy csoportja olyan kialakítású, hogy terheletlen állapotban is feszültségek működhetnek benne. A tartók statikájában az ilyen állapotokat sajátfeszültségi állapotoknak szoktuk nevezni.

Ahhoz, hogy egy szerkezetben sajátfeszültségi állapot alakulhasson ki, az szükséges, hogy a szerkezet statikailag határozatlan erőjátékú legyen.

A későbbiek szempontjából célszerű megkülönböztetni a statikai határozatlanság két formáját: a külső és a belső statikai határozatlanságot.

Egy szerkezet külsőleg statikailag határozatlan, ha több kapcsolati kényszer (megtámasztás, befogás) kapcsolja a merev alzathoz, mint amennyi a térbeli helyzetének rögzítéséhez minimálisan szükséges. A külsőstatikai határozatlansághoz tartozó sajátfeszültségi állapotokat a támaszok mozgásával tudjuk a legegyszerűbben létrehozni.



Az *a* ábrán egy külsőleg statikailag határozott gerendát látunk, a *b*, *c* és *d* ábrán pedig külsőleg statikailag egyszerűen határozatlan tartókat. Az *a* esetben a támaszok mozgása valóban nem eredményez sajátfeszültségi állapotot, a másik háromban igen. Ez mindhárom szerkezetnél más. A *b* esetben ezt egy háromszög alakú nyomatókára és a hozzátartozó, két konstans szakaszból álló nyíróerő ábra jellemzi, a *c* esetben konstans normálerő ábra, a *d* esetben a befogástól a csuklóig lineárisan változó nyomatók és konstans nyíróerő.

A statikai határozatlansághoz tartozó sajátfeszültségi állapotokat sok különböző módon fel lehet használni a tartók statikai viselkedésének kedvezőbbé tételére. Ezek közül a módszerek közül a legjellemzőbbeket a belsőleg statikailag határozatlan szerkezetekkel kapcsolatban fogjuk áttekinteni, fontos azonban tudnunk, hogy a feszítés elve külsőleg statikailag határozatlan szerkezetek esetén is alkalmazható.

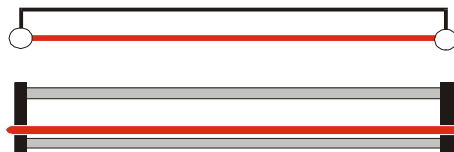
A belső statikai határozottság, ill. határozatlanság értelmezéséhez a szerkezetet több egymáshoz kapcsolt elemből állónak kell tekintenünk. A szerkezet belsőleg statikailag határozott, ha elemei a szerkezet térbeli alaktartóságához minimálisan szükséges számú kapcsolattal csatlakoznak egymáshoz. A legegyszerűbb belsőleg statikailag határozatlan szerkezet két közös tengelyű egyenes rúd, amelyeket a végükön egy-egy csukló kapcsol össze.



Központosan feszített elem

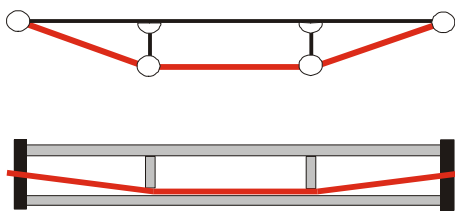
Fizikailag ez pl. úgy valósítható meg, hogy az egyik rúd egy cső, a másik ennek az üregében helyezkedik el, és mindkettő hozzá van kapcsolva egy-egy véglezáró elemhez. Ennek a szerkezetnek a sajátfeszültségi állapota úgy hozható létre, hogy valamelyik rúd terheletlen állapotban mért hosszát megváltoztatjuk. Ha pl. a belső rúd terheletlen hosszát lecsökkentjük, a két rúd hosszkülönbségének kiegyenlítéséhez a belső rúdban rugalmas megnyúlásnak, a külsőben rugalmas összenyomódásnak kell kialakulnia, vagyis a rudak összekapcsolása kor a belső rúdban egy húzóerő, a külsőben ezzel ellentett nagyságú nyomóerő lép fel. A szerkezet sajátfeszültségi állapotát ez a két normálerő adja.

Változatlanul statikailag egyszerűen határozatlan szerkezetet kapunk, ha a két rúd tengelyét eltoljuk egymástól, azaz a belsőt a külsőhöz képest külpontosan kapcsoljuk a záróelemekhez. Ebben az esetben megváltozik a sajátfeszültségi állapot, mert a rudakban működő ellentett nagyságú normálerők mellett a külső rúdban konstans nagyságú nyomaték is ébred.



Külpontos feszítés

További módosításként helyettesíthetjük a belső rudat egy rúdlánccal is, amelynek csuklóit ingaként működő elemek támasztják a külső rúdhoz:



Külpontos feszítés törtvonalú feszítőelemmel

Ennek a szerkezetnek a sajátfeszültségi állapota az előzőétől abban különbözik, hogy a külső rúdban változó nagyságú nyomték és nyírőerő is ébred. Folytonos egymáshoz támaszkodás is kialakítható a szerkezet két eleme közt, ilyenkor a külső rúdban fellépő sajátfeszültségi nyomték és nyírőerő folytonos függvény szerint változik.



Külpontos feszítés íves vezetésű feszítőelemmel

A feszített vasbeton szerkezetekben a feszítés az iménti példákban megmutatkozó sajátfeszültségi állapothoz hasonló sajátfeszültségi állapotot hoz létre. A külső cső szerepét maga a (vasalt vagy vasalatlan) betonszerkezet játssza, a belső rúd szerepét pedig speciálisan erre a célra kialakított ún. feszítőbetétek.

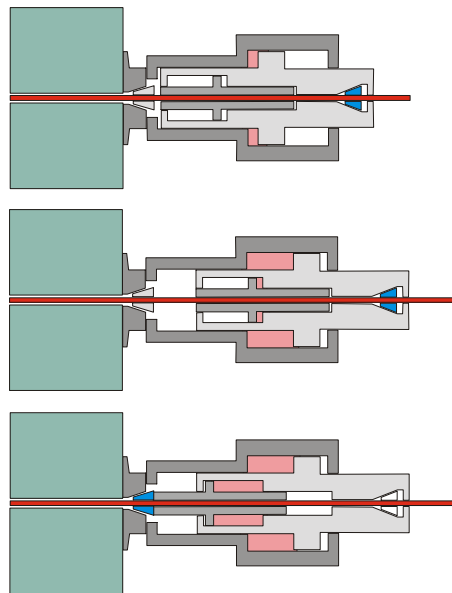
A feszítési sajátfeszültségi állapot tehát jellemzően olyan, hogy a betonszerkezetben nyomás, a feszítőbetétekben húzás lép fel. A szerkezet külső terheiből származó feszültségek nem "önmagukban", hanem a feszítési sajátfeszültségekhez hozzáadódva lépnek fel. Ez egyrészt azzal a haszonnal jár, hogy a külső terhek által keltett beton-húzófeszültségekre nyomófeszültségek halmozódnak, ezáltal a feszített szerkezet a feszítetlennél jóval nagyobb terheket képes repedésmentesen elviselni, másrészt azzal, hogy az acélbetétekben a terhekből keletkező feszültségekhez húzófeszültség adódik, így lehetővé válik a nagyszilárdságú acélbetétek magas szilárdságának a kihasználása. Mindkét előny - különösen előregyártott, ill. szigorúbb erőtanai és használati követelményeknek eleget tevő szerkezeteknél - olyan jelentős lehet, hogy érdemes vállalni a feszítés megvalósításának a feszítetlen szerkezetekénél igényesebb technológiájával járó komplikációkat, ill. a feszített szerkezetek tervezésének a feszítetlen szerkezetekénél összetettebb voltából származó nehézségeket.

A feszítés alkalmazásának gondolata már a vasbetonépítés korai időszakában fölmerült, de elterjedt használata csak a beton lassú alakváltozásával kapcsolatos kérdések tisztázása, ill. a kellően magas szilárdságú acélbetétek gyártástechnológiáinak kidolgozása után, a XX. század negyvenes éveitől vált lehetővé.

A feszítési rendszerekről

Minden feszítési rendszer alapelve és célja az előző szakaszban megmutatotthoz hasonló sajátfeszültségi állapot létrehozása. A sajátfeszültségi állapot kialakulásában központi szerepű hosszkülönbséget úgy alakítják ki, hogy a végleges állapotban elengedhetetlenül szükséges kapcsolat létrejötte előtt reverzibilis megnyúlást hoznak létre a feszítőelemekben. Ilyen reverzibilis megnyúlás elvben létrehozható pl. a feszítőelemek felhevítésével is, az építési gyakorlat azonban szinte kizárólag rugalmas megnyújtást alkalmaz, erre a célra kialakított

feszítőeszközök segítségével. Az alábbi vázlat egy ilyen feszítő berendezés elvi működését mutatja.



Feszítősajtó működése. 1: megfogás, 2: feszítés, 3: ledugózás

Az ábrázolt feszítő berendezés voltaképpen egy gyűrűs olajterű kettős hidraulikus sajtó, amely a feszítőelemek egyenkénti megfeszítésére és a feszített állapotban való rögzítésére alkalmas. A gyűrűs olajterre azért van szükség, hogy a feszítőelemet át lehessen vezetni a sajtó tengelyében. A sajtó külső hengerének homloklapját a feszítőcsatorna nyílásánál elhelyezett acélszerkezetű lehorgonyzó fejre támasztják, majd a sajtó tengelyében kialakított csatornán átvezetett feszítőelemet, önzáró ékek segítségével ideiglenesen a feszítődugattyúhoz rögzítik (1. ábra). Az ideiglenes rögzítés megtörténte után a feszítőelem megfogott végét a külső hengerben létrehozott olajnyomással a feszítőerő eléréséhez szükséges nagyságú feszítőút megtételére kényszerítik (2. ábra). A kívánt nagyságú feszítőerő elérése után a végleges rögzítésre szolgáló önzáró ékeket a feszítődugattyúba épített független működtetésű sajtó alkalmazásával a lehorgonyzó elem kúpos nyílásába sajtolják (3. ábra). A lehorgonyzódást a továbbiakban az ékek és a feszítőelem palástja közt fellépő súrlódás biztosítja. A feszítés megtörténte után oldják a feszítőelem és a feszítődugattyú ideiglenes kapcsolatát, eltávolítják a feszítő berendezést és levágják a feszítőelem túlnyúló darabját.

Van olyan kialakítású feszítő berendezés is, amelyben nem a feszítést végző henger, hanem a feszítődugattyú támaszkodik a lehorgonyzó elem homloklapjára. Ilyen elrendezés esetén a feszítőelem ideiglenes rögzítése a hengeren történik, legtöbbször úgy, hogy a feszítőelem (nyaláb vagy kábel) szálait, ill. pászmáit a henger palástja mentén egyenletesen elosztva egyenként fogják be. A lehorgonyzást biztosító második sajtó változatlanul a feszítődugattyúban van kialakítva. Ennek az elrendezésnek előnye, hogy nem szükséges a feszítőelemet átvezetni a feszítő berendezésen, ezért nincsen szükség gyűrűs olajterekre, hátránya viszont, hogy a feszítőelem szálainak ideiglenes megfogását a hengeren külön-külön kell elvégezni.

A fenti elven működő feszítő berendezések számtalan további változatát dolgozták ki. Vannak olyan feszítő berendezések, amelyek egyidejűleg több (esetleg az összes) feszítőelem

megfeszítését végzik el, olyanok is, amelyekkel a teljes feszítőút több feszítési szakaszban, ideiglenes lehorgonyzás közbeiktatásával érhető el; egyes rendszerek több feszítőelem egyetlen lehorgonyzó fejben történő lehorgonyzását teszik lehetővé stb. Külön említést érdemel, hogy van olyan rendszer, amely csavarmenettel ellátott palástú feszítőelemeket alkalmaz. Ez a palást kialakítás egyszerű lehetőséget ad a megcsúszás-mentes lehorgonyzásra és a feszítőelemek szakaszonként változó nagyságú erővel történő megfeszítésére, toldására stb.

A feszítési sajátfeszültség kialakulásához szükséges rugalmas megnyúlás nemcsak a feszítőelem végeinek tengelyirányú elmozdításával hozható létre, hanem pl. úgy is, ha a végükön rögzített feszítőelemeket (az ábrán szaggatott egyenes vonal) a közbenső pontjaiknak a tengelyre merőleges elmozdulásra kényszerítve zezug-vonalakká formáljuk át, ebben az esetben a feszítési feszültség az egyenes- és a zezug-vonal hosszkülönbségéből adódó rugalmas megnyúlás során alakul ki.

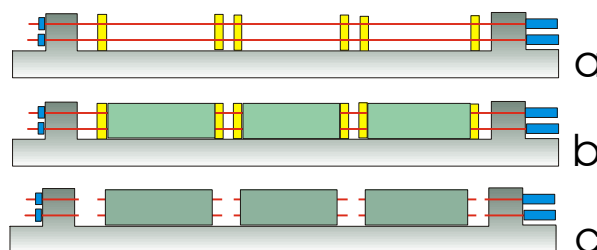


Feszítés a tengelyre merőleges irányú elmozdítással

Előrefeszítés

Az előrefeszítés szót ne tévesszük össze magával a feszítéssel. A magyar műszaki szóhasználat szerint az előrefeszítés a vasbeton szerkezetek körében azt jelenti, hogy a feszítőelemeket még a szerkezet betonozása előtt megfeszítik.

Az egyik elterjedten használt előrefeszítési eljárás az ún. hosszúpados előrefeszítés. Ennek az alapelve az, hogy az üzemi előregyártási technológia módszerei szerint készülő egymás mögé sorolt elemeket egyidejűleg feszítik egy megfelelően kialakított hosszú feszítőpadon. A feszítőhuzalokat az elemek zsaluzatán és a feszítőbakok nyílásain átfűzik, az egyik bakon önzáró ékekkel rögzítik, majd a másik bak homloklapjára támaszkodó, speciális huzal-megfogó csatlakozóelemekkel ellátott hidraulikus berendezéssel a folyáshatárt megközelítő feszültségig megfeszítik (a). Ezt követően a feszítés alatt álló huzalok köré betonozzák az elemeket (b), végül a legtöbbször hőérleléssel gyorsított szilárdulású elemek betonjának a megszilárdulása után "levágják" az elemeket a feszítőpadról, ezzel a feszítést mintegy „ráengedik” a szerkezetre (c).



A hosszúpados feszítés elvi vázlata

Az előrefeszített szerkezetekben a beton és a feszítőelemek kapcsolata tapadás útján jön létre, szokták ezért az ilyen szerkezeteket *tapadóbetétes* feszített szerkezetnek is nevezni.

A hatékony feszítőerő

A feszítés hatása nyilvánvalóan annál nagyobb, minél nagyobb feszítőerőt tudunk létrehozni a feszítőelemekben. A feszítőelemeket legfeljebb az acél σ_{sA} arányossági határát megközelítő nagyságú feszültségig célszerű megfeszíteni, a névleges feszítőerő ezért $A_{s,p} \cdot \nu \cdot \sigma_{sA}$, ahol $A_{s,p}$ a feszítőelem keresztmetszeti területe, ν pedig egy 1-hez közelálló szám.

A feszített szerkezet feszítési sajátfeszültségeinek számításánál figyelembe vehető ún. hatékony feszítőerő $F_{p,eff}$ nagyságának kiinduló értéke a névleges feszítőerő, de felvételénél számításba kell vennünk a következő okokból beálló feszítőerő-veszteségeket:

- az acél relaxációjából (ernyedéséből) származó veszteség,
- az esetleges hőérleléshez tartozó veszteség,
- a beton zsugorodásából származó veszteség.

Nem hagyhatjuk figyelmen kívül, hogy a feszítőelemekben módosul a feszítőerő a feszítési sajátfeszültségekhez tartozó rugalmas és lassú alakváltozások miatt is, de ezt a módosulást nem a feszítőerő-veszteségek közt célszerű figyelembe venni.

Az *acél relaxációja* az arányossági határig feszített feszítőhuzalokban néhány óra alatt lejátszódik és 5~10%-os feszültségcsökkenést okoz. Figyelembevétele általában úgy történik, hogy a feszítőbetéteket a relaxációs veszteség várható értékével túlfeszítik.

A *hőérleléshez* tartozó veszteség abból adódik, hogy a feszítőpadhoz rögzített huzal hőmérsékletének a növekedésekor a rugalmas nyúlás egy része hőmérsékleti nyúlássá "váltódik át", és az elemek a huzaloknak ebben a "lehangolódott" állapotában kövülnek meg. A feszítőerő-veszteségnek ezt az összetevőjét a ΔT hőmérsékletváltozás, a lineáris hőtágulási állandó ($\alpha_c \approx \alpha_s \approx 0.5 \sim 1.0 \cdot 10^{-5}$) és a rugalmassági modulus ismeretében egyszerű számítással fel lehet venni:

$$\Delta\sigma_{p,h\delta} = E_{s,p} \alpha_s \Delta T$$

A *zsugorodási veszteség* a betonelem kiszáradása során fellépő hosszváltozás ennek megfelelően időben elhúzódó folyamat következménye. Nagyságát a zsugorodási végérték és a száradási folyamat időbeli lejátszódását leíró, tapasztalati úton meghatározott szám és függvény felvételével szokták meghatározni.

$$\Delta\sigma_{p,zsug} = E_{s,p} \varepsilon_{zsug}(t)$$

A zsugorodás végértéke 0.2~0.8 ezrelék közé esik, nagysága függ a betonminőségtől és az utókezelés milyenségétől. Időbeli változását egy $(1 - e^{-ct})$ alakú függvénnyel szokták figyelembe venni, ahol t a megszilárdulástól számított idő, c pedig egy kísérletekkel megállapított konstans.

A feszítőerő figyelembe vehető értékében a legnagyobb megváltozást a beton lassú alakváltozása okozza. Ezt a megváltozást előre feszített tartók esetén úgy szokták vizsgálni, hogy a fenti feszítőerő-veszteségekkel csökkentett feszítőerőhöz tartozó feszítési sajátfeszültség alakulását a rugalmas és a lassú alakváltozások együttes figyelembevételével határozzák meg.

Az erőátadódás

A "levágás" után a feszítőhuzalok végein a feszítőerő zérussá válik, viszont a beton és a feszítőhuzalok közti kapcsolat nem teszi lehetővé, hogy ilyen mértékű rugalmas visszaengedés az elemek belsejében is lezajlódjék, így egy átmeneti szakasz után, amelynek hosszát erőátadódási hosszúnak nevezzük, csupán akkora a rugalmas visszaengedés, amennyit a beton összenyomódása megenged.

Az elemek végein tehát közelítőleg $A_{s,p}\sigma_{s,p}$ nagyságú erőnek kell átadódnia a feszítőelemekről a betonra az erőátadódási hosszban. Ezt a hosszúságot a feszítőelemek és a beton közti kapcsolat terhelhetősége határozza meg. Ha a vizsgálatok szerint a feszítőelem palástja és a beton között τ_B nagyságú kapcsolati nyírófeszültséget tételezhetünk fel, az erőátadódási hossz a_B értékét az

$$a_B \pi d_i \tau_B = F_{p,eff,i}$$

képletből határozhatjuk meg, ahol πd_i a kör keresztmetszetének tekintett feszítőelem keresztmetszetének a kerülete, $F_{p,eff,i}$ pedig a feszítőelemben működő hatékony feszítőerő.

A fenti képletből könnyen arra a következtetésre juthatunk, hogy az előfeszítésnél minél nagyobb átmérőjű feszítőelemeket célszerű alkalmazni, hiszen minél nagyobb az átmérő, annál kisebb az adott nagyságú erő átadódásához szükséges hosszúság. Ez azonban téves következtetés. Figyelembe kell ugyanis vennünk azt is, hogy a $\sigma_{p,eff}$ feszítési feszültséggel arra törekszünk, hogy megközelítsük a feszítőelemek $f_{p,yd}$ folyási határát. Ha biztonságos közelítésként abból indulunk ki, hogy a feszítési feszültség a folyáshatárral egyenlő érték, az erőátadódási hosszra a következő összefüggést írhatjuk fel:

$$a_B \pi d_i \tau_B = \frac{d_i^2 \pi}{4} f_{p,yd}$$

amelyből a_B -t kifejezve láthatjuk, hogy minél kisebb átmérőt alkalmazunk, annál rövidebb lesz az erőátadódási hossz:

$$a_B = \frac{f_{p,yd}}{4\tau_B} d_i$$

Valóban, a tapadóbetétes feszítéshez kedvezőbb tapadási tulajdonságuk miatt kis keresztmetszetű, általában 5 mm átmérőjű nagyszilárdságú huzalokat alkalmaznak.

Az erőátadódási hosszban belül fellépő feszültségek eloszlása lényegesen különbözik a gerendaelméletben használt feltételezés szerinti eloszlástól, ennek vizsgálatára, ill. az itteni vasalás meghatározására speciális tartóvég-vizsgálati módszereket dolgoztak ki.

A feszítési sajátfeszültségek

Az erőátadódási hosszban túl a feszítési sajátfeszültségek eloszlása igen jó közelítéssel azonos a sík keresztmetszetek elvén számítható feszültségeloszlással. Az alábbiakban is ezt a feltételezést alkalmazzuk.

Központos feszítés

Vizsgáljuk meg, hogyan alakul a feszítési sajátfeszültség az erő ráengedésének pillanatában, központos feszítés esetén, azaz ha a feszítőelemek $A_{s,p}$ összegzett keresztmetszetének a súlypontja egybeesik a beton és a lágyvasalás alapján számított $A+(\alpha-1)A_s$ ideális keresztmetszet súlypontjával. Jelölje a feszítőelemekben működő feszítőerőt a "levágás" pillanatában $F_{p,eff}$, az együtdolgozás által gátolt rugalmas megnyúlás nagysága

$$\varepsilon_{p,rug} = \frac{F_{p,eff}}{E_{s,p} A_{s,p}}$$

ahol $E_{s,p}$ a feszítőbetétek rugalmassági modulusát jelöli. (A feszítőbetétek rugalmassági modulusa általában alacsonyabb a lágyvasbetétek rugalmassági modulusánál.) A

sajátfeszültségi állapot kialakulása során a betonban egyelőre ismeretlen $-\varepsilon_c$ nagyságú összenyomódás lép fel, amely az együttdolgozás miatt $\varepsilon_{p,eff} - \varepsilon_c$ nagyságúra változtatja a feszítőhuzalokban lévő rugalmas nyúlást. Az összenyomódás nagyságát abból a feltételből határozhatjuk meg, hogy a sajátfeszültségi állapotban lévő elem teljes keresztmetszetében a normálerő értéke - azaz a betonban és a feszítőelemekben működő normálerő összege - zérus. Az összegzésben szereplő erőket a fajlagos alakváltozásokkal kifejezve a következő egyenletet írhatjuk:

$$-\varepsilon_c E_c [(A - A_{s,p}) + (\alpha - 1)A_s] + (\varepsilon_{p,rug} - \varepsilon_c) E_{s,p} A_{s,p} = 0,$$

amelyből ε_c kirendezhető.

Ha bevezetjük az

$$\alpha_p = \frac{E_{s,p}}{E_c}$$

jelölést, továbbá az

$$A_{id} = A + (\alpha - 1)A_s + (\alpha_p - 1)A_{s,p}$$

jelölést, ε_c képletét az alábbi ismerős alakra hozhatjuk:

$$\varepsilon_c = -\frac{F_{p,eff}}{E_c [A + (\alpha - 1)A_s + (\alpha_p - 1)A_{s,p}]} = \frac{F_{p,eff}}{E_c A_{id}}.$$

A fenti képlet nevezőjében egy $A = A_c + A_s + A_{s,p}$ teljes keresztmetszetű vasbeton rúd I. feszültségi állapotára jellemző "ideális"

$$A_{id} = A_c + \alpha A_s + \alpha_p A_{s,p} = A + (\alpha - 1)A_s + (\alpha_p - 1)A_{s,p}$$

keresztmetszete alapján számítható összenyomódási merevségét találjuk. A feszítés okozta sajátfeszültségi állapothoz tartozó beton-összenyomódást ezért *formálisan* úgy vizsgálhatjuk, mintha a beton, a lágyvasbetétek és a feszítőbetétek egyesítésével adódó vasbeton keresztmetszetet külső teherként a feszítőerő hatásvonalában működő, $F_{p,eff}$ -fel ellentett nagyságú nyomóerő terhelné. A betonban ébredő feszítési nyomófeszültség ennek megfelelően

$$\sigma_{c,p} = -\frac{F_{p,eff}}{A_{id}}.$$

A feszítőbetétben a rugalmas visszaengedés után működő feszültség nagysága:

$$\sigma_{s,p} = \frac{F_{p,eff}}{A_{s,p}} - \alpha_p \sigma_{c,p} = \frac{F_{p,eff}}{A_{s,p}} \left(1 - \frac{\alpha_p A_{s,p}}{A_{id}} \right) = \frac{F_{p,eff}}{A_{s,p}} \frac{A_c}{A_{id}}.$$

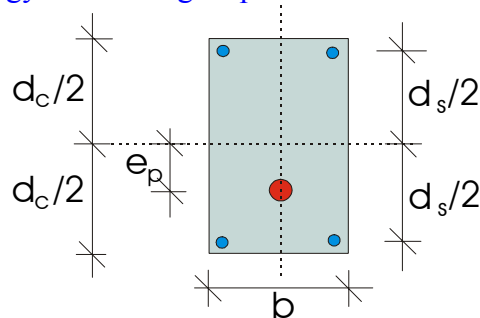
Annak, hogy a feszítés hatásának a vizsgálatát *formálisan* egy külső teherrel terhelt vasbeton keresztmetszet vizsgálatára vezethettük vissza, az ad nagy jelentőséget, hogy ezt az értelmezést tovább vihetjük egyrészt olyan keresztmetszetekre is, amelyekben a beton és a feszítőbetétek mellett nem feszített acélbetétek is szerepelnek, (az ilyen szerkezeteket vegyes vasalású szerkezeteknek nevezzük,) másrészt olyan keresztmetszetekre is, amelyekben nem központos feszítőerő működik, (ilyenkor előfordulhat, hogy a betonkeresztmetszet egy

részében a feszítésből húzófeszültség lép föl,) sőt, olyan esetekre is alkalmassá tehető ez a vizsgálati módszer, amikor a feszítőerő ráengedésekor a beton megreped.

A feszítési sajátfeszültség külpontos feszítés esetén

A feszítés hatékonysága növelhető, ha központos feszítés helyett külpontos feszítést alkalmazunk. A külpontosságot kézenfekvően abban az irányban kell felvenni, amelyik oldalon a feszített gerendában a rendeltetés szerű használat során fellépő nyomtérk húzást kelt.

Vizsgáljuk pl. az alábbi ábrán vázolt keresztmetszetű előrefeszített vasbeton gerenda feszítési sajátfeszültségeit. (A keresztmetszetet csak a számítási képletek egyszerűsége miatt választottuk szimmetrikus lágyvasalású téglalap keresztmetszetnek.)



Jelölje a kék körökkel ábrázolt lágyvasalás teljes keresztmetszetét A_s , a piros körrel ábrázolt feszítővasalás keresztmetszetét $A_{s,p}$, a beton, a lágyvasalás és a feszítő vasalás rugalmassági modulusa legyen rendre E_c , $E_s = \alpha E_c$ és $E_{s,p} = \alpha_p E_c$.

Határozzuk meg a téglalap középpontjától mérve e_p külpontosságú $F_{p,eff}$ feszítőerőhöz tartozó feszítési sajátfeszültségeket, azt feltételezve, hogy a feszítés nem repeszi meg a keresztmetszetet. (Látni fogjuk, hogy ez a feltételezés nem teljesül automatikusan.)

Első lépésben meghatározzuk az ideális keresztmetszet adatait.

- az ideális keresztmetszeti terület:

$$A_{id} = b d_c + (\alpha - 1) A_s + (\alpha_p - 1) A_{s,p} ,$$

- az ideális keresztmetszet súlypontjának a téglalap középpontjától mért távolsága:

$$y_{id} = \frac{e_p (\alpha_p - 1) A_{s,p}}{A_{id}} ,$$

- az ideális keresztmetszet inercianyomatéka a vízszintes súlyponti tengelyre:

$$I_{id} = \frac{d_c^3 b}{12} + 2 \frac{d_s^2}{4} \frac{(\alpha - 1) A_s}{2} + e_p^2 (\alpha_{s,p} - 1) A_{s,p} - y_{id}^2 A_{id} ,$$

- a szélső szálakra vonatkozó ideális keresztmetszeti modulusok:

$$W_{id}^{felső} = \frac{I_{id}}{d_c / 2 + y_{id}} , \quad W_{id}^{alsó} = \frac{I_{id}}{d_c / 2 - y_{id}} .$$

A következő lépésben föl vesszük az $F_{p,eff}$ feszítőerővel azonos nagyságú külpontos nyomóerőből az ideális keresztmetszetre háruló igénybevételeket

$$N_p = -F_{p,eff} , \quad M_p = -F_{p,eff} (e_p - y_{id}) ,$$

majd ezek figyelembevételével az elemi szilárdságtan ismert módszerével kiszámítjuk a feszültségeket a keresztmetszet különböző helyein:

- az alsó szélső betonszálaban:

$$\sigma_{c,p}^{alsó} = \frac{N_p}{A_{id}} + \frac{M_p}{W_{id}^{alsó}} = -\frac{F_{p,eff}}{A_{id}} - \frac{F_{p,eff}(e_p - y_{id})}{W_{id}^{alsó}},$$

- a felső szélső betonszálaban:

$$\sigma_{c,p}^{felső} = \frac{N_p}{A_{id}} - \frac{M_p}{W_{id}^{felső}} = -\frac{F_{p,eff}}{A_{id}} + \frac{F_{p,eff}(e_p - y_{id})}{W_{id}^{felső}},$$

- az alsó lágyvas betétekben:

$$\sigma_{s,p}^{alsó} = \alpha \left(\frac{N_p}{A_{id}} + \frac{M_p(d_s/2 - y_{id})}{I_{id}} \right) = -\frac{\alpha F_{p,eff}}{A_{id}} - \frac{\alpha F_{p,eff}(e_p - y_{id})(d_s/2 - y_{id})}{I_{id}},$$

- a felső lágyvas betétekben:

$$\sigma_{s,p}^{felső} = \alpha \left(\frac{N_p}{A_{id}} - \frac{M_p(d_s/2 + y_{id})}{I_{id}} \right) = -\frac{\alpha F_{p,eff}}{A_{id}} + \frac{\alpha F_{p,eff}(e_p - y_{id})(d_s/2 + y_{id})}{I_{id}},$$

- a feszítőbetétekben:

$$\sigma_{s,p}^{feszítő} = \frac{F_{p,eff}}{A_{s,p}} + \alpha_p \left(\frac{N_p}{A_{id}} + \frac{M_p(e_p - y_{id})}{I_{id}} \right) = \frac{F_{p,eff}}{A_{s,p}} - \frac{\alpha_p F_{p,eff}}{A_{id}} - \frac{\alpha_p F_{p,eff}(e_p - y_{id})^2}{I_{id}}.$$

Ebből a feszítőbetétben a rugalmas visszaengedésből származó feszültségváltozás:

$$\Delta\sigma_{p,rug} = -\alpha_p \left[\frac{F_{p,eff}}{A_{id}} + \frac{F_{p,eff}(e_p - y_{id})^2}{I_{id}} \right].$$

Ezt a feszültségváltozást – pontosabban a feszítőerőnek e feszültségváltozáshoz tartozó megváltozását - gyakran a feszítőerő-vesztések közt szokták felsorolni, ami voltaképpen nem kifogásolható,

Vizsgálat berepedt keresztmetszet esetén

A felső szélső betonszálabra vonatkozó képlet azt mutatja, hogy a külpontos feszítés hatására húzás is kialakulhat a betonban. Ha ennek a nagysága meghaladja a beton húzószilárdságát, a betonkeresztmetszet megreped. Ebben az esetben az I. feszültségi állapot feltételezésével bevezetett összefüggéseket a II. feszültségi állapot szerinti összefüggésekkel kell helyettesíteni. Ezek levezetésével hosszadalmasságuk miatt az előadás nem tudott foglalkozni. Az alábbiakban nagy vonalakban ismertetjük az imént vizsgált keresztmetszet vizsgálatának a lépéseit a II. feszültségi állapot feltételezésével.

Tételezzük fel, hogy a beton felső szélső szálában az I. feszültségi állapotban végzett vizsgálat szerint húzófeszültség adódik, amely megrepedeszt a betont. Ebből az következik, hogy a feszítési sajátfeszültség úgy rendeződik át a keresztmetszetben, hogy a semleges tengely közelebb kerül a nyomott szélső szálhoz. Általában jogos ezért az a feltételezés, hogy az excentricitással átellenes oldalon fekvő lágyvas betét a feszítés miatt húzottá válik.

Mivel a feszültségeket most nem egyetlen nyomaték, hanem egy nyomaték és egy normálerő együttes hatása hozza létre a berepedt keresztmetszeten, nem indulhatunk ki abból

a feltételezésből, hogy a nyomott zóna határvonala egyszersmind az ideális keresztmetszet súlyvonala is. Ehelyett azt a feltételt használhatjuk ki, hogy az ideális keresztmetszeten működő feszítési sajátfeszültségek eredője a keresztmetszet geometriai középpontjától e_p távolságban, a feszítőbetét helyén fekszik.

Jelöljük a nyomott zóna határvonalának - a semleges tengelynek - az alsó szélső száltól mért távolságát x -szel, és tételezzük fel, hogy ismert x értéke, továbbá ismert a nyomott szélső szálaban σ fellépő feszültség nagysága. Az ideális keresztmetszeten működő feszültségek eredőjének nagysága e feltételezés szerint:

$$N = \frac{xb_c}{2}\sigma + (\alpha - 1)\frac{A_s}{2}\frac{x - (d_c - d_s)/2}{x}\sigma + (\alpha_p - 1)A_{s,p}\frac{x - d_c/2 + e_p}{x}\sigma - \alpha\frac{A_s}{2}\frac{(d_c - x) - (d_c - d_s)/2}{x}\sigma$$

A fenti egyenlőség felírásánál azt is feltételeztük, hogy a semleges tengely a feszítőbetét keresztmetszete és a felső lágyvas betétek keresztmetszete közé esik, az utolsó tag első szorzótényezője ezért α , nem pedig $\alpha - 1$. (Ezt az egyenletet a továbbiakban csak arra használjuk, hogy követhetőbbé tegyük az alábbi egyenlet felírását.)

Ahhoz, hogy N eredő helye e_p távolságra essék a keresztmetszet geometriai középpontjától, az szükséges, hogy a fenti normálerő-komponenseknek a feszítőbetétek vonalára vett nyomatékösszege zérus legyen. Ennek a feltételnek a felírásakor figyelembe vehetjük, hogy minden tagban szorzóként szerepel σ , amit ezért kiejthetünk az egyenletből. Az x is eltüntethető a nevezőkből, ha minden összegzendő tagot x -szel szorzunk. Így a következő egyenletet kapjuk:

$$\frac{x^2 b_c}{2} \left(\frac{d_c}{2} - \frac{x}{3} - e_p \right) + (\alpha - 1) \frac{A_s}{2} \left(x - \frac{d_c - d_s}{2} \right) \left(\frac{d_s}{2} - e_p \right) + \alpha \frac{A_s}{2} \left(d_c - x - \frac{d_c - d_s}{2} \right) \left(\frac{d_s}{2} + e_p \right) = 0$$

A fenti egyenlet x -re harmadfokú algebrai egyenlet, amelynek valós geometriai tartalommal bíró megoldását fokozatos közelítéssel meg tudjuk határozni. Ha x értéke úgy adódik, hogy a lágyvasalás mindkét oldalon nyomott, akkor a nyomatéki egyenlet utolsó tagjának első együtthatóját α -ról $(\alpha - 1)$ -re kell módosítani, és x kiszámítását meg kell ismételni. A megoldás ismeretében az ideális keresztmetszet területe

$$A_{id} = xb_c + \left(\alpha - \frac{1}{2} \right) A_s + (\alpha_p - 1) A_{s,p},$$

a keresztmetszet további adatait az elemi szilárdságtanban megismert módszerekkel határozhatjuk meg. A feszítési sajátfeszültségek számítása is az I. feszültségi állapotban megismert módon végezhető el. Hibátlanul elvégzett számítás esetén a betonban fellépő sajátfeszültség semleges tengelye a nyomott szélső száltól x távolságban adódik.

A zsugorodás hatása a feszítési sajátfeszültségekre

Gondoljuk végig, hogyan alakulnak a feszítési sajátfeszültségek, miután „ráengedtük” a feszítőerőt a szerkezetre! A kezdeti feszítési sajátfeszültségek kialakulásával a beton alakváltozásának csak egy része zajlódik le, ezt egy időben elhúzódó alakváltozás követi, amely szintén hatással van a feszítőelemekben működő feszültségre, így a feszítési sajátfeszültségekre is.

Az időben lejátszódó alakváltozást két részre kell bontanunk: azokra az alakváltozásokra, amelyek függetlenek a szerkezetben működő feszültségektől, ill. azokra, amelyek kapcsolatban állnak a szerkezetben működő feszültségekkel.

Foglalkozzunk előbb a szerkezetben működő feszültségektől függetlenül létrejövő, időben lejátszódó alakváltozásokkal. Ezek a beton kiszáradását kísérő zsugorodás következményei, és feltehetjük, hogy izotróp alakváltozások, abban az értelemben, hogy amennyiben gátolatlanul létrejöhetnek, a beton minden pontjában, minden irányban

$$\varepsilon_{zs}(t) = -\varepsilon_{zs}^{\infty} \varphi_{zs}(t)$$

nagyságú fajlagos megrövidülés lép fel, ahol $\varepsilon_{zs}^{\infty} \varphi_{zs}(t)$ az ún. zsugorodási végérték, $\varphi_{zs}(t)$ pedig a zsugorodás ütemének lefolyását leíró függvény, amelynek t független változója a beton szilárdulásának kezdetétől számított idő. A $t = 0$ időpontban a zsugorodás értéke 0.

Ha egy vasbeton gerendában elhanyagolnánk az acélbetétek gátló hatását, a szilárdulás kezdetét követő t időpontban a keresztmetszet minden pontjában $\varepsilon_{zs}(t)$ nagyságú fajlagos megrövidülést tételezhetnénk fel. A gátló hatás abban áll, hogy mivel az acélbetétek nem zsugorodnak, ahhoz, hogy az egyenletes zsugorodásnak megfelelő állapot alakuljon ki, a lágyvas betétekben $E_s \varepsilon_{zs}(t)$, a feszítőbetétekben $E_{s,p} \varepsilon_{zs}(t)$ nagyságú nyomófeszültség hatására létrejövő rugalmas összenyomódásnak kellene lennie, ehhez azonban egy

$$N(t) = \varepsilon_{zs}(t) (E_s A_s + E_{s,p} A_{s,p})$$

nagyságú nyomóerőnek kellene működni az $E_s \varepsilon_{zs}(t)$, ill. $E_{s,p} \varepsilon_{zs}(t)$ feszültségek eredőjének a helyén. Mivel azonban ez az $N(t)$ normálerő, ill. a külpontosságából számított $M(t)$ nyomaték külső teher nélkül nem tud kialakulni, zsugorodás hatására sajátfeszültségi állapot jön létre. Ezt a sajátfeszültségi állapotot ugyanazzal a módszerrel határozhatjuk meg, amit a feszítési sajátfeszültségi állapot számításánál használtunk. Az ideális keresztmetszetet tehát megterheljük az $N(t)$ normálerő és az $M(t)$ nyomaték ellentettjével, és az ebből számított feszültségeket az $E_s \varepsilon_{zs}(t)$, ill. $E_{s,p} \varepsilon_{zs}(t)$ nyomófeszültségekkel jellemzett keresztmetszeti feszültségeloszláshoz szuperponáljuk. Végeredményül a betonban húzófeszültségeket, az acélbetétekben nyomófeszültségeket kapunk, az utóbbiak azonban kisebbek $E_s \varepsilon_{zs}(t)$, ill. $E_{s,p} \varepsilon_{zs}(t)$ értékénél.

Érdeemes utánagondolnunk, milyen zsugorodási sajátfeszültség-eloszlás jön létre, ha a keresztmetszetben teljesen figyelmen kívül hagyjuk a lágyvas betéteket, és csupán az $A_{s,p}$ területű feszítőelem gátló hatását vesszük figyelembe. Az eddig is használt módszer alkalmazva azt kapjuk, hogy a zsugorodási sajátfeszültség-eloszlást a legegyszerűbben úgy számíthatjuk ki, ha a feszítőelemen egy nyomóerőt, a beton keresztmetszetre ennek ellentettjét működtetve ezeknek az erőknek a nagyságát azzal a feltétellel vesszük fel, hogy a feszítőelemen keletkező összenyomódás és a betonkeresztmetszetben a feszítőelem helyén fellépő megnyúlás abszolút értékének az összege $\varepsilon_{zs}(t)$ abszolút értékével legyen egyenlő.

A zsugorodási sajátfeszültségek a feszítési sajátfeszültségektől függetlenül alakulnak ki, ezért – amennyiben a szuperpozíció lehetőségének az alapfeltétele, a repedésmentesség fennáll, - a feszítési sajátfeszültségekhez hozzátehetők. Sőt, voltaképpen azt is megtehetjük, hogy gondolatban fölcseréljük a t időpontig lejátszódó zsugorodáshoz tartozó sajátfeszültségek és a feszítési sajátfeszültségek kialakulásának a sorrendjét. Ez a csere azzal az előnnyel jár, hogy ha eltekintünk a lágyvas betétek zsugorodás-gátló hatásának a figyelembevételétől, tetemesen egyszerűsíthető a zsugorodás hatásával módosított feszítési sajátfeszültség számítása: csupán annyit kell tennünk, hogy az effektív feszítőerő értékét $A_{s,p} E_{s,p} \varepsilon_{zs}(t)$ értékével csökkentjük, és a feszítési sajátfeszültség meghatározására szolgáló számítás lépéseit ennek az időben változó feszítőerőnek a figyelembevételével hajtjuk végre.

A gyakorlatban a zsugorodásnak a feszítési feszültségekre vonatkozó hatását általában ezzel az egyszerűsített módszerrel vesszük figyelembe az előre feszített szerkezetek vizsgálatán során.

A kúszás hatása a feszítési sajátfeszültségre

A sajátfeszültségek kialakulásával egyidejűleg megváltozik a tartó alakja is. Központos feszítésnél ez csak az összenyomódásnak megfelelő hosszváltozás, külpontos feszítésnél viszont görbületváltozás is létrejön (az egyenes elem "kardossá" válik.) A "kardosság" mértéke annál nagyobb, minél fiatalabb korban engedték az elemre a feszítőerőt. Minél fiatalabb ugyanis a beton, annál alacsonyabb a rugalmassági modulusa.

A megfigyelések szerint az elemek "kardossága" nem állandó, hanem előbb gyorsabban, később lassabban növekvő érték. Ezt a beton lassú alakváltozása (kúszása) okozza, és azért kell foglalkoznunk a jelenséggel, mert lényeges hatással van a feszítési sajátfeszültségre is.

A kúszás értelmezése szerint a betonban *állandó nagyságú mechanikai feszültség* által keltett fajlagos alakváltozás időbeni alakulását az alábbi szorzat alakjában írhatjuk fel:

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{c,rug} * [1 + \varphi(t)],$$

ahol $\varepsilon_{c,rug}$ a rugalmas alakváltozás, a zárójelen belüli összeg a pillanatnyi alakváltozásra ráhalmozódó többlet alakváltozás arányának az időbeli változását mutatja. A $\varphi(t)$ kúszási tényező kezdőértéke nulla nagysága egyre csökkenő sebességgel tart a végértékhez. A matematikai leíráshoz használt legegyszerűbb struktúrájú ilyen függvény

$$\varphi(t) = \varphi_\infty (1 - e^{-kt}),$$

ahol t a mechanikai feszültség fellépésétől számított idő, k egy tapasztalati úton megadható állandó, φ_∞ a kúszási végérték, azaz a végtelen hosszú idő elteltével fellépő alakváltozás-növekmény és a pillanatnyi alakváltozás hányadosa.

Az $\varepsilon_c(t)$ teljes alakváltozást a fentiek szerint formálisan úgy is értelmezhetjük, mint olyan rugalmas alakváltozást, amelyet időben változó

$$E_c(t) = \frac{E_c}{1 + \varphi(t)}$$

rugalmassági modulussal számítottunk ki. (Ne feledjük el, hogy ez csak egy számítási fogás, amelynek *semmi köze sincs* ahhoz, hogy a beton szilárdulása során a "valódi" rugalmassági modulus is időben változó mennyiség!)

Bár a feszített szerkezetek feszítési sajátfeszültségeinek hatására bekövetkező kúszás voltaképpen nem állandó nagyságú mechanikai feszültség mellett alakul ki, közelítésképp megtehetjük, hogy a rugalmas alakváltozás és a kúszás együttes hatását ennek az időben változó $E_c(t)$ rugalmassági modulusnak a bevezetésével vegyük figyelembe. Ez radikálisan leegyszerűsíti a feszítési sajátfeszültségek időbeli alakulásának vizsgálatát: "csupán" annyit kell változtatnunk a feszítési sajátfeszültségek számításához a rugalmas visszaengedés kapcsán levezetett képletekben, hogy α és α_p értékét E_c helyett $E_c(t)$ figyelembevételével kell számításba venni. Ez a "csupán" azonban meglehetősen hosszadalmas számítást jelent, különösen, ha berepedt betonkeresztmetszetet kell feltételeznünk. Az egyébként is közelítő vizsgálatot ezért legtöbbször csak a kúszási végérték feltételezésével érdemes elvégezni, és további közelítésként azt tehetjük fel, hogy a kúszás hatásának betudható változások

(alakváltozás-növekmények, a feszítési sajátfeszültségek megváltozása) létrejöttének üteme is a $\varphi(t)$ képletének szögletes zárójelében szereplő kifejezésnek megfelelő.

Ha a hatékony feszítőerő időbeni alakulását helyettesítő rugalmassági modulus alkalmazásával követjük, hallgatólag azt tételezzük fel, hogy a betonnak a feszítési sajátfeszültség hatására bekövetkezett kúszását a vizsgált időpontban számítható feszítési sajátfeszültséggel azonos nagyságú *állandó* mechanikai feszültség váltotta ki. Ez a feltételezés azonban nem lehet igaz, mert a feszítési sajátfeszültség - elsősorban éppen a kúszás miatt - folyamatosan csökken, azaz a vizsgálati időpontot megelőzően a sajátfeszültség *nagyobb* volt, így a feszítési sajátfeszültség hatására bekövetkezett kúszásnak is *nagyobbnak* kell lennie annál, amit a számítás tükröz. *A helyettesítő rugalmassági modulus alkalmazásával végzett számítás tehát alulbecsli a kúszás hatását a feszítési sajátfeszültségek változására, azaz a valóságosnál nagyobb hatékony feszítőerőt vesz figyelembe.* Mivel ez az eltérés a méretezés egyes lépéseiben a *biztonság kárára* szolgál, a méretezési előírások (pl. az EUROCODE 2) a helyettesítő rugalmassági modulus alkalmazása helyett pontosabb, ill. a *biztonság javára* közelítő kúszási modell alkalmazását írják elő. Ezekről további részletek *Kollár László: Vasbetonszerkezetek I. (Vasbeton-szilárdságtan az EUROCODE 2 szerint)* c. jegyzet 9. fejezetében található.

Az előrefeszített gerendák statikai tervezése

Az előrefeszített gerendák általában sorozatgyártással készülő szerkezetek, amelyeket az előregyártás igényeinek megfelelően az emelési súly minimalizálására törekedve terveznek. Mivel az emelési súly túlnyomó részét a beton súlya adja, az erőtani igényeknek és a használati követelményeknek megfelelő legkisebb betonkeresztmetszet felvételére kell törekedni. Ezt a gyakorlatban úgy szokták elérni, hogy a korábbi tapasztalatok alapján fölveszik a keresztmetszet közelítő méreteit, majd az erőtani vizsgálatot újból és újból elvégezve addig módosítgatják a keresztmetszeti adatokat, amíg a módosítással érdemi súlycsökkentés érhető el.

Az említett erőtani vizsgálat meglehetősen sokrétű, egyrészt azért, mert nemcsak az axiális igénybevételekkel kapcsolatos erőtani követelmények teljesülésének az ellenőrzésére van szükség, hanem a tangenciális igénybevételekkel és az ún. lokális igénybevételekkel kapcsolatos ellenőrzésre is, másrészt azért, mert a feszített szerkezetekre vonatkozó erőtani követelmények a szerkezet elkészítésének és használatának különböző fázisaira vonatkoznak. A számítás munkaiigényes volta miatt a vizsgálatot számítógépi programok alkalmazásával szokták elvégezni.

Egy a végleges állapotában kéttámaszú tartóként működő előre gyártott, előrefeszített gerenda esetén általában az alábbi állapotok vizsgálatára van szükség ahhoz, hogy az erőtani követelmények teljesülését ellenőrizzük.

1. A feszítőerő ráengedésének állapota.

Ebben az állapotban azt szokták feltételezni, hogy a feszítési sajátfeszültségnek az időben lejátszódó veszteségei még nem következtek be, ugyanakkor a beton szilárdságai (nyomó- és húzószilárdsága), ill. rugalmassági modulusa még nem érte el a teljes szilárduláshoz tartozó végértéket. Általában fel lehet tételezni, hogy külső teherként a gerenda önsúlya hat a szerkezetre, mert a feszítési sajátfeszültség kialakulása során a gerenda „kardossá” válik, és csak a végpontjain támaszkodik a feszítőpadra. Ebben az állapotban ellenőrizni kell, hogy a feszítési sajátfeszültség nem repesztí-e meg a gerenda felső övét, ill.

hogy az alsó övben működő nyomófeszültség ráhárítható-e a vizsgált korú betonra. Az ellenőrző számításokat az I. feszültségi állapot feltételezései szerint szokták elvégezni.

2. A szállítás és szerelés állapota

Ez az állapot azért igényel külön vizsgálatot, mert a tárolás a szállítás és a beemelés során más a gerenda megtámasztása, mint a feszítőerő ráengedésekor, emellett a dinamikus hatások és a szerelés során fellépő terhek miatt a figyelembe veendő teher is lényegesen különbözhet az előző állapotétól. Ebben az állapotban a feszítési sajátfeszültség és a beton szilárdsági jellemzőinek „köztes” értékeit szokták figyelembe venni. Az ellenőrzendő követelmények gyakorlatilag ugyanazok, mint a feszítőerő ráengedésének állapotában. Az ellenőrző számításokat az I. feszültségi állapot feltételezései szerint szokták elvégezni.

3. A használati állapot.

Ebben az állapotban lezajlódnak feltételezik a feszítési feszültségek időben lejátszódó változásait, a beton szilárdsági jellemzőit is a végértékekkel veszik figyelembe. A statikai modellt a szerkezet végleges helyzetének megfelelően kell felvenni, teherként pedig az ún. használati terhek mértékadó (azaz a vizsgált követelmény szempontjából legkedvezőtlenebb, de reális) elrendezését kell feltételezni. Ebben az állapotban azt kell ellenőrizni, hogy a megmaradó feszítési sajátfeszültségek és a külső teherből számított feszültségek együttesen ráháríthatók-e a betonra. Azoknál a szerkezeteknél, amelyekre vonatkozóan repedésmentességi követelményt kell érvényesíteni, meg kell győződni arról, hogy az első főfeszültség nagysága sehol sem haladja meg a beton húzószilárdság értékét, az erre vonatkozó ellenőrző számításokat az I. feszültségi állapot feltételezései szerint szokták elvégezni. Azoknál a szerkezeteknél, amelyekre vonatkozóan a repedéstágasság korlátozására vonatkozó feltételt kell teljesíteni, az ellenőrző számításokat a II. feszültségi állapot feltételezései alapján kell elvégezni. (Formálisan az I. feszültségi állapot módszereinek alkalmazásával szokták ellenőrizni az ún. zérus repedéstágasság feltételének a teljesülését a gerendának abban az övében, amelyben a külső terhek hatására húzás lép fel.)

4. A teherbírás határállapot.

A teherbírás vizsgálatát a nem feszített gerendák teherbírás vizsgálatához hasonlóan úgy végzik, hogy a terhek szélsőértékei alapján meghatározzák a szerkezet élettartama során a méretezési szabályzatban feltételezett valószínűséggel fellépő legnagyobb igénybevételeket, majd azokat összehasonlítják azokkal az igénybevételekkel, amelyek a szerkezeti kialakítás alapján a szabályzatban figyelembe vett biztonsággal szerkezetre ráháríthatók. Ezt a vizsgálatot a III. feszültségi állapot feltételezéseinek alkalmazásával végzik.

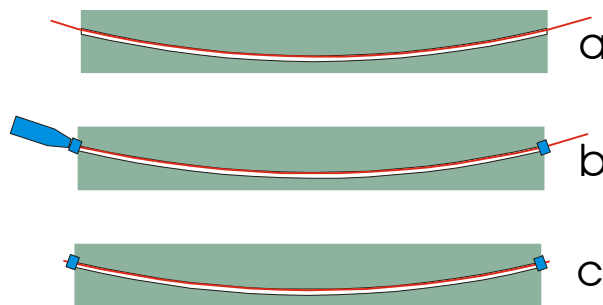
A feszített szerkezeteknél a teherbírás vizsgálatát ki kell egészíteni az ún. ridegtöréssel szembeni biztonság ellenőrzésével. Ez abban áll, hogy meg kell határozni az ún. repesztő-igénybevételt, (vagyis azt az igénybevételt, amely a repedésmentes szerkezet berepedését okozza,) és meg kell mutatni, hogy a törő- és a repesztő-igénybevétel hányadosa nagyobb a méretezési szabályzatban megadott értéknél.

A fenti vizsgálatokat számítógépi programmal (pl. Mathcad) segített számítás esetén is úgy célszerű elvégezni, hogy előbb – szemlélet alapján, vagy a megfelelő igénybevételi maximum-ábrák alkalmazásával – meghatározzuk, hogy melyek azok a kritikus helyek, ahol egy-egy erőtan követelményt elegendő megvizsgálni ahhoz, hogy a követelmény teljesülését az egész szerkezeten be lehessen látni.

Utófeszítés

Az utófeszítés, ahogy erre az elnevezésből is következtethetünk, abban különbözik az előrefeszítéstől, hogy a feszítőelemekbe a feszítőerőt a szerkezeti beton megszilárdulása után "viszik bele". Ez persze kivihetetlen lenne tapadóbetétes kialakítás esetén, ezért az utófeszített tartókat úgy kell kialakítani, hogy a feszítőelem a feszítés során szabadon megnyúlhasson a feszítés megtörténte után pedig a betonhoz rögzíthető legyen.

Erre az egyik megoldás az, hogy a feszítőelemeket a tartóvégeken lévő lehorgonyzások közt a betonkeresztmetszeten kívül vezetik, (ezt hívjuk szabadkábelos feszítésnek,) a gyakrabban alkalmazott megoldás pedig az, hogy a vasbeton tartóban feszítőcsatornákat hoznak létre, amelyekben a feszítőelemek a feszítőcsatorna falán fellépő súrlódástól eltekintve szabadon elmozdulhatnak a feszítéskor.



A feszítőcsatorna pl. úgy alakítható ki, hogy betonozás előtt az elem szerelővasaláshoz rögzített kábelüreg-képző elemeket (általában spirálkorcos bádogcsöveket) helyeznek el a zsaluzatban, ezekbe fűzik bele (vagy a behelyezés előtt, vagy a bebetonozás után) a feszítőelemeket, amelyek legtöbbször nagyszilárdságú feszítőhuzalokból, feszítőpászmákból álló kábelek vagy nyalábok. Ezeket a kábelcsatornának nevezett üregeket a feszítés megtörténte után korrózióvédő anyaggal kell kitölteni. Ez általában cementhabarcs, amelynek megszilárdulása után a feszítő kábelek és a beton együttdolgozása a tapadó betétes szerkezetekéhez hasonlóvá válik.

Egy másik megoldás a feszítőcsatorna kialakítására az, hogy a feszítőelemeket speciális zsírral kitöltött műanyag hüvellyel veszik körül, amely egyrészt tartósan védi a feszítőelemeket a korróziótól, másrészt elhanyagolhatóan kicsinnyé teszi a súrlódást a feszítőhuzal és a csatorna fala közt. A műanyag hüvelybe ágyazott feszítőelemeket és a lehorgonyzó elemeket a vasszerelés munkafázisában helyezik el a bebetonozandó szerkezetben. Az ilyen feszítőelemekkel megfeszített szerkezetek nem tehetők utólag tapadó betétesek.

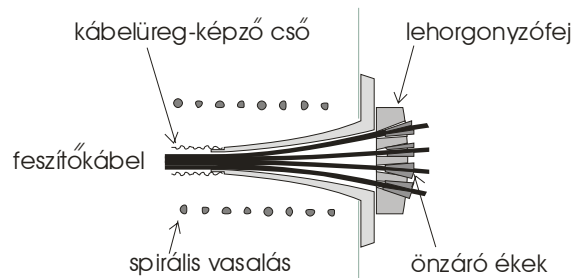
Az utófeszített szerkezetek feszítőelemei egyenes és íves vezetésűek is lehetnek. Ez a lehetőség az utófeszítés alkalmazása során lényegesen nagyobb szabadságot biztosít a szilárdsági követelményeknek maradéktalanul eleget tevő feszítési sajátfeszültség felvételére, mint az előrefeszítési technológiák. Arra is lehetőség, van, hogy a feszítőelemeket ne a tartó végein, hanem közbenső helyeken horgonyozzuk le, továbbá arra is, hogy a feszítést több lépcsőben, akár a szerkezet különböző építési fázisaiban végezzük.

Az utófeszítés központi problémája a megfelelő feszítőelemek és a megfelelő lehorgonyzás kérdése. A feszítőelemek megválasztásánál nem elsőrendű szempont a kicsiny átmérő, mert nem tapadással adjuk át a feszítőerőt, hanem erre a célra kifejlesztett lehorgonyzó elemeket alkalmazunk. Az utófeszítésben alkalmazott feszítőhuzalok átmérői általában nagyobbak, mint az előrefeszítésnél, (optimális méretüket elsősorban metallurgiai

szempontok határozzák meg,) és jellemző a pászmaákba, nyalábokba, kábelekbe összevont csoportos vezetési feszítőhuzalok együttes megfeszítése, lehorgonyzása.

A lehorgonyzó elemek költséges mechanikai megmunkálással készülnek, törekedni kell ezért arra, hogy minél kevesebb lehorgonyzó elem alkalmazásával megfelelő kábelelrendezés alakuljon ki. Ez a szempont is a feszítőelemek csoportos vezetését, a nagyobb keresztmetszetű feszítőelemek alkalmazását indokolja.

A legtöbb utófeszítési rendszer acél lehorgonyzó elemeket használ, amelyek az önzáró ék működési elvét alkalmazzák a feszítőelem megfogásához. Lehetőleg elcsúszásmentesen, ill. minimális megcsúszással kell megfogniuk a feszítőelemeket, hiszen a megcsúszás a feszítőerő lecsökkenését idézi elő. Ez a csökkenés annál jelentősebb, minél rövidebb az elem, ill. az elem kívánt megfeszítéséhez szükséges feszítési út. Az ún. rövid feszítőutas feszítési rendszerek a megcsúszás minimalizálása érdekében csavarorsóként kialakított palástú feszítőrudakat használnak, ezek megfogását és lehorgonyzását a palástra ráhajtott csavaranyával biztosítják.

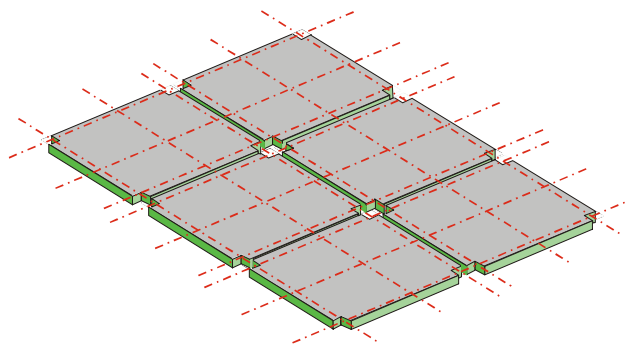
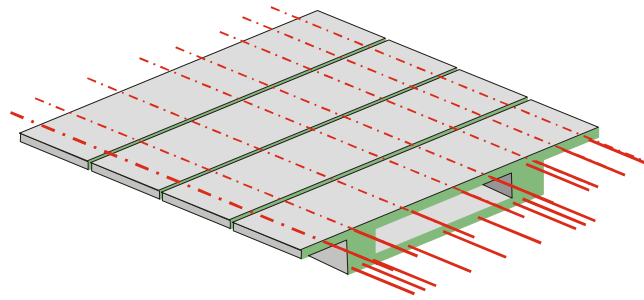


Feszítőelem lehorgonyzása

A fenti vázlat egy nagy keresztmetszetű feszítőkábel önzáró ékcsoporttal való lehorgonyzását mutatja be. A lehorgonyzó fej megtámasztására szolgáló acél szerelvényt általában úgy alakítják ki, hogy csatlakoztató hozzá a kábelüreg kiinjektálására szolgáló berendezés.

A nagy keresztmetszetű feszítőelemek lehorgonyzó elemei nagy koncentrált terheket hárítanak a betonra. Emiatt a lehorgonyzás környezetében nagy helyi feszültségek lépnek fel. Ezek kellemetlen hatásainak elkerülése a lehorgonyzó elemek felfektetésének és a környezet kiegészítő vasalásának gondos megtervezését igényli. Az ábrán látható spirális vasalás is ennek a kiegészítő vasalásnak része. A helyi feszültségek vizsgálatára nem alkalmazhatók az elemi szilárdságtan módszerei, így e vizsgálatok céljára speciális számítási módszereket dolgoztak ki. Ezeket tartóvég-vizsgálatnak nevezzük.

Az utófeszítés jellemző alkalmazási területei a hídépítés és a nagy műtárgyak építése, de a magasépítésben is számos alkalmazását találjuk. Sok építési technológia alap gondolata az, hogy a terjedelmes szerkezeteket egymáshoz pontosan illeszkedő előregyártott elemekből készítik el, majd az elemeket a végleges helyükön utófeszítéssel kapcsolják egymáshoz. Ilyen technológiával épülnek pl. az ún. szabad szerelésű hidak, az IMS fődémek.



Utófeszített szerkezet feszítési sajátfeszültségének meghatározása

Az utófeszített tartókban fellépő feszítési sajátfeszültségek számításának mechanikai elve voltaképpen ugyanaz, amit az előre feszített szerkezetekkel kapcsolatban megismertünk, a számítás módszere mégis lényeges eltéréseket mutat. Ezek abból adódnak, hogy

- az utófeszített szerkezetek feszítőelemei többnyire íves vonalvezetésűek,
- nem egyszerre feszítjük meg a feszítőelemeket,
- a szerkezetek igen gyakran külső statikai határozatlanságot is mutatnak.

Annak, hogy a feszítőelemeket nem egyszerre feszítjük meg, az a következménye, hogy a feszítési sorrendtől függően más és más értékű a kábelekben a rugalmas visszaengedésből és a feszítés időtartama alatt bekövetkező lassú alakváltozásból származó feszítőerő-változás.

Ha minden kábelt egyszerre feszítenénk meg és egyszerre horgonyoznánk le, rugalmas visszaengedéssel egyáltalán nem kellene számolnunk, hiszen a feszítésből származó rugalmas alakváltozások a feszítéssel egyidejűleg létrejönnének. Ha viszont a kábeleket egymás után feszítjük és horgonyozzuk le, az elsőnek lehorgonyzott kábel feszítőerejét az összes többi kábel megfeszítéséhez tartozó alakváltozás befolyásolja, az utolsóét viszont egyik sem. Ezt a feszítőerő-megváltozást az előtervezés becslés vagy közelítő számítások alapján felvett átlagos értékkel vesz figyelembe, a részletes tervezés során viszont meg kell tervezni a kábelek feszítési sorrendjét is, így a feszítési sajátfeszültség módosulását lépésről-lépésre követni lehet.

Az utófeszített szerkezetekben a kúszás hatását legtöbbször nemcsak a feszítőerő megváltozásában, hanem (a statikai határozatlanság és az egymáshoz kapcsolódó szerkezetek illesztési követelményei miatt) a tartó alakjának megváltozásában is pontosan követni kell, ehhez a fiktív rugalmassági modulus bevezetésével végzett számítások nem adnak megbízható eredményt. Ezeknél a szerkezeteknél a részletes számítást ezért pontosabb kúszási modell alapján kell elvégezni.

Az íves vonalvezetés egyik következménye az, hogy a Mechanika tárgyban kötélúrlódásként megismert jelenség erősen befolyásolhatja a hatékony feszítőerő nagyságát a kábel hossza mentén. Ha a feszítő berendezés F_0 erővel húzza a feszítő elemet, a feszítő elem és a kábelcsatorna fala közti úrlódási tényező értéke f , a feszítés helye és a vizsgált hely közti φ nagyságú (abszolút értékben összegzett, radiánban mért) irányváltozás következtében az Euler-féle kötélúrlódási képlet szerint

$$\Delta F_{\text{úrlódás}} = F_0 [1 - e^{-f\varphi}].$$

súrlódásból származó feszítőerő-csökkenés jön létre. Ez az érték többszörös iránytörésű, hagyományos kialakítású kábel esetén olyan nagy lehet, hogy töredékére csökkenti a hatékony feszítőerőt. Ezt úgy lehet mérsékelni, hogy a közbenső kivezetésekkel kevesebb iránytöréssel bíró szakaszokra bontjuk a feszítőkábelokat, amelyeket ezután kétoldali feszítéssel feszítünk meg. A zsírba ágyazott kábelok esetén ilyen kényszer-intézkedésekre általában nincsen szükség.

Az íves vonalvezetés másik következménye az, hogy a tartó tengelye mentén nemcsak a hatékony feszítőerő nagysága, hanem a helyzete is folyamatosan változik.

A feszítés alap gondolatának ismertetésekor rámutattunk, hogy a külső statikai határozatlanság a fokszámaival egyező számú független saját feszültség-eloszlással növeli a saját feszültség-eloszlások számát. Statikailag határozatlan megtámasztású feszített szerkezetnél ebből az következik, hogy a feszítés jelentősen módosíthatja a szerkezet támaszreakcióinak az értékét, ill. az, hogy a feszítési saját feszültség is módosul a külső statikai határozatlanság miatt.

A változó külpontosságú, változó nagyságú hatékony feszítőerő és a statikai határozatlanság együttes figyelembevételére tanulságos, a gerendák hajlításelméletének jelentős ismereteit mozgósító eljárást dolgoztak ki az ún. fiktív feszítési teher bevezetésével.

Tekintsük ismertnek a tartó hossza mentén az $F_{p,eff}$ effektív feszítőerő változását leíró $F_p(z)$ és a feszítőerő e_p külpontosságának változását leíró $e_p(z)$ függvényt. Egyszerűsítés gyanánt feltehetjük, hogy $F_{p,eff}$ vízszintes komponense lényegtelenül tér el magától $F_{p,eff}$ -től. Ezzel az egyszerűsítéssel a feszítési saját feszültség egyenletes keresztmetszeti feszültségeloszlást mutató komponensét az

$$N(z) = -F_p(z)$$

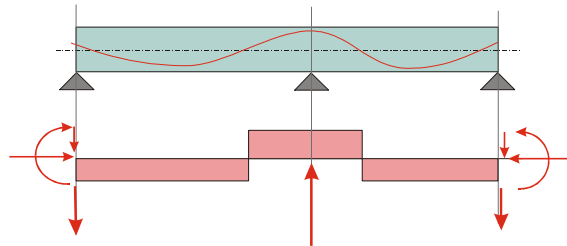
függvény szerint változó nagyságú (központos) normálerő figyelembevételével számíthatjuk ki. A különbség az előre feszített szerkezeteknél megismert módszerhez képest láthatóan csak annyi, hogy N értéke helyről-helyre változik. Ha a gerenda statikailag határozott megtámasztású lenne, akkor a feszítőerő külpontosságának a hatását is az előre feszített szerkezeteknél megismert módon, azaz az

$$M(z) = -F_p(z) * e(z)$$

nagyságú, szintén helyről-helyre változó nagyságú keresztmetszeti nyomaték által keltett feszültségeknek az imént számoltakhoz hozzáadásával vehetnénk figyelembe. A statikailag határozatlan megtámasztás miatt azonban ezt a nyomatékfüggvényt módosítanunk kell. Ennek az a magyarázata, hogy a fenti nyomatékfüggvény alapján számolt feszítési alakváltozások nem összeférhetőek a megtámasztások mozgáskorlátozásaival. Összeférhető és az alkalmazott közelítések keretén belül pontos feszítési elmozdulásokat kaphatunk azonban, ha a gerendaelmélet

$$p_p(z) = -\frac{d^2}{dz^2}[M(z)]$$

összefüggése alapján egy fiktív gerendaterhet számítunk, majd ennek a tehernek a figyelembevételével a szerkezetet megoldjuk a statikailag határozatlan tartók valamelyik ismert módszerével. (A fiktív feszítési teherhez hozzátartoznak a gerendavégeken számított nyomatékok, normál- és nyíróerők is.) A fiktív feszítési teherből számított reakciók, igénybevételek és feszültségek a feszítőerő külpontosságából és a statikailag határozatlan megtámasztásból együttesen származó feszítési sajátfeszültségeket adják.



A p_p fiktív feszítési terhet alkalmazó eljárás azért hasznos, mert nagyon szemléletes teszi az ívelt vezetésű kábelok alkalmazásának statikai előnyeit: megfelelő kábelvezetéssel, ill. a hatékony feszítőerő megfelelő megválasztásával elérhető, hogy a fiktív feszítési teher a szerkezet túlnyomó részén az önsúllyal és az esetleges teherrel ellentétes irányú legyen, ill. olyan látszólagos teherátrendeződést adjon, amely radikálisan csökkenti a maximális igénybevételek (nyomatékok és nyíróerők) nagyságát a szerkezeten. Az egyetlen "szépséghibája", hogy ismertnek tekinti az $F_{p,eff}$ effektív feszítőerő és az e_p külpontosság változását leíró függvényeket, holott azokat a tervezés feladata meghatározni. A tervezést ezért több lépcsőben, a kábelvezetés és a feszítőerő-eloszlás fokozatos finomításával célszerű elvégezni.

A feszített keresztmetszet nyomatéki teherbírása

A feszített szerkezetek *egyik csoportját* olyan körülmények közt alkalmazzuk, ahol a használhatóság feltétele a repedésmentesség. Ezeket a szerkezeteket az I. feszültségi állapot feltételezése szerint vizsgáljuk.

A repedésmentesség kritériuma szerint tervezett szerkezeteknél a feszítés nagyságát és elrendezését olyan *formális teherbírasi kritérium* alapján határozzuk meg, hogy a szerkezetre ható terhekből számított betonfeszültségek és a feszítési sajátfeszültség egymásra halmozásából adódó feszültségek minden tehercsoportosítás és -elrendezés esetén, minden helyen kielégítsék a

$$-f_{cd} \leq \sigma_{cd} \leq f_{ct}$$

kritériumot. A feszített szerkezet különböző terhelési állapotait végigtekintve arra a megállapításra juthatunk, hogy ez az egyenlőtlenség-pár minden keresztmetszetre vonatkozóan négy „hatályos” feszültség-korlátozási feltételt ad: egyet-egyét az alsó és a felső szélsőságra vonatkozóan a legnagyobb, ill. egyet-egyét a legkisebb szélsősálg-feszültségeket keltő külső teher esetére.

Az egyenlőtlenségeket teljesítő eredő feszültségeloszlás vizsgálatára *G. Magnel* dolgozott ki szemléletes eljárást. Ennek alap gondolata az, hogy az $(F_{p,eff})^{-1}$ és e_p változójú koordináta-rendszerben a „hatályos” feszültségkorlátozási feltételeket egyenlőségként teljesítő

szélsőszál-feszültségek képletéből kifejezhető, összetartozó $F_{p,eff}$ és e_p értékek pontjai egy-egy egyenesen helyezkednek el (ezek az ún. Magnel-féle egyenesek,) és ezek az egyenesek körbezárják azt a tartományt, amelynek pontjai olyan összetartozó $F_{p,eff}$ és e_p értékeket jelölnek ki, amelyek mellett mind a négy „hatályos” feszültséghatárolási feltétel teljesülhet. Ha a Magnel-féle ábrában nem alakul ki ilyen tartomány, ez azt jelzi, hogy változtatni kell a felvett keresztmetszet alakján ahhoz, hogy a repedésmentességen alapuló formális teherbírási kritériumot teljesíteni lehessen.

A III. feszültségi állapot szerinti teherbírást (lásd alább) ezeknél a szerkezeteknél is meg szoktuk határozni, és ki szoktuk kötni, hogy a keresztmetszetek törőteherbírása biztonsággal haladja meg az I. feszültségi állapot formális teherbírási kritériuma alapján a keresztmetszetre hárítható legnagyobb nyomatókót. Ennek az a magyarázata, hogy a repedésmentességi kritérium alapján kellő körültekintés nélkül tervezett szerkezetek hajlamosak az ún. ridegtörésre. (Ridegtörésnek azt a jelenséget nevezzük, amikor a szerkezet megrepedését kiváltó teher el is töri a szerkezetet.)

A feszített szerkezetek egy másik csoportjától nem követeljük meg, hogy a szerkezetre háruló legnagyobb terheket repedésmentesen viseljék, viszont az ún. használati terhekre vonatkozóan (ezek lényegesen kisebb terhek a teherbírásra vonatkozóan mértékadó tehernél,) kikötjük, hogy a szerkezet repedéstágassága 0 legyen. Ezt úgy kell elképzelni, hogy rövid ideig működő nagy terhek megrepedeztetik a szerkezetet, de ezek elmúltával a feszítési sajátfeszültség zárja a kialakuló repedést. Ezeknek a szerkezeteknek a használati terhek és a feszítési sajátfeszültségek alapján számított szélsőszál-feszültségeire a

$$-f_{cd} \leq \sigma_{cd} \leq 0$$

feszültség-korlátozási kritériumot írjuk elő, (az egyszer már megrepedt szálban nem tételvezetünk fel húzófeszültséget,) a teherbírásra mértékadó teherből számított nyomatókót viszont a III. feszültségi állapot alapján meghatározott nyomatókói teherbírással vetjük össze.

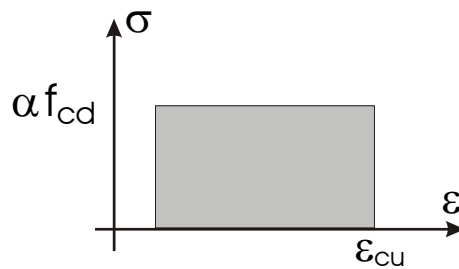
Végül a feszített szerkezetek harmadik csoportját azok a feszített szerkezetek alkotják, amelyekkel szemben nem támasztunk a feszültségek korlátozásával megfogalmazott formális teherbírási kritériumokat, csupán azokat a követelményeket írjuk elő, amelyek nem feszített vasbeton szerkezetekkel is teljesíthetők. Ezeket a feszített szerkezeteket (nem túl szerencsés elnevezéssel) részlegesen feszített szerkezeteknek nevezzük. A részlegesen feszített szerkezetek általában előregyártott gerendák amelyekben tehát az erőtani szerepű hosszvasalás nagyobb részét - vagy egészét - feszítőhuzalok alkotják.

A feszített szerkezetek III. feszültségi állapot szerinti nyomatókói vizsgálatát a részlegesen feszített szerkezetekkel kapcsolatban vizsgáljuk meg.

A feszített keresztmetszet törőnyomatéka. A részleges feszítés elve.

A vasbeton gerendák hajlítási teherbírásának meghatározásakor - a III. feszültségi állapot feltételezései szerinti vizsgálattal - úgy találtuk, hogy az átlagosnak tekinthető esetekben a keresztmetszet nyomatókói teherbírása növekszik, ha növeljük a keresztmetszeti vasalást, ill. megnöveljük a húzott acélbetétek szilárdságát. Ez a növekedés nem egyenes arányosság, hanem annál bonyolultabb összefüggés szerint történik.

Vegyük szemügyre ezt az összefüggést a rövideg kedvéért egy d hasznos magasságú, b_c szélességű téglalap alakú keresztmetszetet esetén, a 0.8 kitöltöttségű, azaz az



ábra szerinti betonfeszültség diagram feltételezésével számítva a különböző keresztmetszeti vasalásokhoz tartozó M_r értékeit. Ezt a vizsgálatot célszerű az inverz feladat megoldásával a következőképp elvégezni. A nyomott betonzóna szélső szálában folyamatosan a beton törési összenyomódását tételezzük fel, a keresztmetszeti alakváltozási semleges tengely magasságát pedig fokozatosan változtatjuk 0 és d között. Minden helyzethez meghatározzuk a betonban fellépő nyomások eredőjének nagyságát és helyét, továbbá az acélban fellépő nyúláshoz tartozó feszültséget. A keresztmetszeti vasalás ennek a feszültségnek a figyelembevételével számíthatjuk a keresztmetszeti feszültségek vektoreredőjének nullértékűsége alapján, M_r értékét pedig úgy kapjuk, ha a keresztmetszeti nyomás eredőjét megszorozzuk az eredő és a vasalás távolságával, azaz a belső erők karjával.

Az ábrán a vízszintes tengelyen $A_s \sigma_{sd}$ szorzat értékét mérjük fel, σ_{sd} -vel az A_s keresztmetszeti területű acélbetétben a *beton nyomófeszültségeivel egyidejűleg* figyelembe vehető húzófeszültséget jelölve. A nyomatéki teherbírás alakulását ábrázoló görbe alakja másodfokú parabola. M_r maximális értéke az

$$1.25x_c = d$$

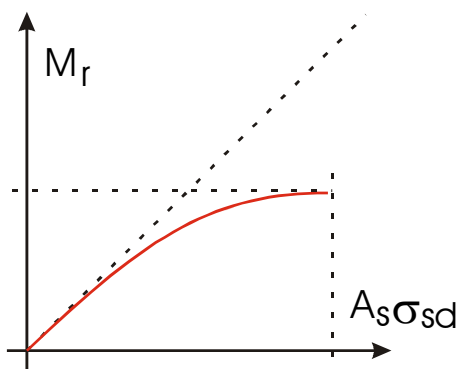
nyomott betonzóna magasságához tartozik:

$$(M_r)_{max} = 0.8 * 0.6 d^2 b_c f_{cd},$$

az $A_s \sigma_{sd}$ maximális értéke ugyanitt

$$(A_s \sigma_{sd})_{max} = 0.8 * d b_c f_{cd},$$

függetlenül az alkalmazott acélbetét húzószilárdságától.



A maximális nyomatékhoz tartozó keresztmetszeti nyúlás- és feszültségeloszlás esetére az előző fejezetben megismert méretezési képletekből σ_{sd} értékére nullát, A_s értékére végtelent kapunk.

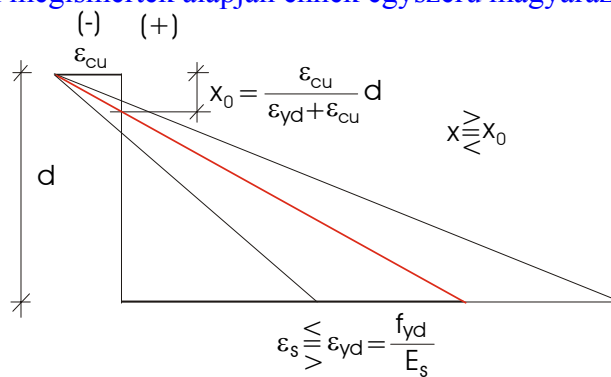
A végtelen nagyságú acélkeresztmetszet nulla húzófeszültséggel nem lehet valóságos méretezési helyzet, de ha a nyomott zóna magasságát a d értékénél egy gondolattal kisebbre választjuk, nem nulla, csak nagyon kicsiny acélfeszültséget kapunk, ennek megfelelően nem végtelen nagy, csak nagyon nagy acélkeresztmetszetet adódik, amit már valóságos méretezési helyzetnek is tekinthetünk. A gyakorlat szemszögéből ez a helyzet is hipotetikusnak

tekinthető, hiszen megmutattuk, hogy a hasznos magasság felét lényegesen meghaladó x érték kialakulását mindig el lehet kerülni (és célszerű is elkerülni) nyomott vasalás alkalmazásával, de szélsőséges voltával egy nagyon is létező problémára hívja föl a figyelmet: minél inkább törekszünk arra, hogy a nagyobb nyomatéki teherbírás érdekében kihasználjuk a vasbeton keresztmetszet betonjának a nyomószilárdságát, annál nagyobb áldozatot kell hoznunk a keresztmetszeti vasalás szilárdságának kihasználatlanságával.

Hasonlóan korlátba ütközünk, ha a keresztmetszeti vasalás szilárdságának növelésével próbáljuk a nyomatéki teherbírást növelni.

Ha egy átlagos vasalású keresztmetszetben az alkalmazott vasalást az acélkeresztmetszet változatlanul tartása mellett nagyobb szilárdságú vasalásra cseréljük ki, a nyomatéki teherbírás egy ideig a várakozásunknak megfelelően növekszik, bizonyos határ fölött viszont nem változik tovább. Ennek az az oka, hogy egy határ fölött az acélbetét szilárdsága nem befolyásolja a keresztmetszet alakváltozó képességének a határát.

Az előző fejezetben megismertek alapján ennek egyszerű magyarázatát adhatjuk.



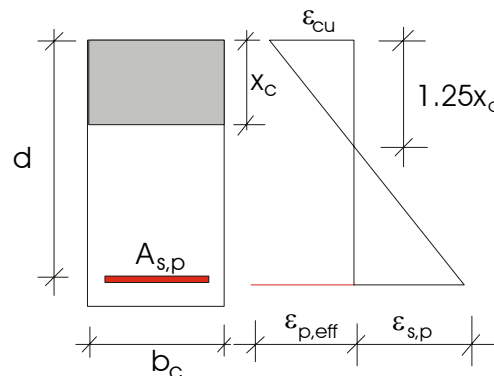
Az axiális keresztmetszeti teherbírás határát azzal a kiinduló feltételezéssel vizsgáltuk, hogy a nyomott szélső szálban ε_c értéke a törési összenyomódás ε_{cu} értékével (az ábrán a felső vastagított vonal) egyenlő. Ahhoz, hogy a húzott acélbetét szilárdságát teljesen ki tudjuk használni, az acélbetétben az ε_{yd} (az ábrán az alsó vastagított vonal) értékét elérő, ill. meghaladó nyúlásnak kell kialakulnia. Ez a nyúlás annál nagyobb, minél nagyobb az acél figyelembe vehető folyáshatára, f_{sd} .

A fenti ábráról leolvasható, hogy minél nagyobb az acélbetét megfolyásához tartozó nyúlás, annál kisebb x értékig vehető a keresztmetszeti vasalás teljes szilárdsága figyelembe.

A feszítőhuzalok jobb minőségű acélból készülnek, mint a lágyvas-betétek, ennek megfelelően különkénti egységárukat tekintve drágábbak is azoknál. De - a különleges igényeknek megfelelően készített feszítőhuzaloktól eltekintve - nem annyiszor drágábbak, mint ahányszor nagyobb a szilárdságuk. Ha tehát egy {húzószilárdság / egységár} hányados tükrében vizsgáljuk a feszítőhuzalok alkalmazásának gazdaságosságát, úgy találjuk, hogy minden húzásra méretezett lágyvas betét helyett gazdaságosabb lenne feszítőhuzalt alkalmazni, ha annak nagyobb szilárdságát ki tudnánk használni.

Ez a "ha" azonban sokkal erősebb feltétel, mintsem első hallásra gondolnánk. Ahhoz ugyanis, hogy a lágyvas betétek szilárdságának három-négyszeresét elérő feszültség kialakulhasson, három-négyszer akkora megnyúlás szükséges, mint a lágyvas betétek folyáshatárához tartozó nyúlás. A vasbeton keresztmetszet III. feszültségi állapot szerinti vizsgálatában viszont úgy találtuk, hogy semleges tengely határhelyzetét jelző ξ_0 értéke fordítva arányos ezzel a nyúlással: minél nagyobb tehát az acélbetét figyelembe vehető szilárdsága, annál kisebb lehet a betonkeresztmetszet nyomott zónájának a relatív magassága,

amelynél ezt az acél szilárdságot teljes egészében figyelembe is tudjuk venni. Azaz, amit nyerünk a réven, a betonkeresztmetszet kihasználatlansága miatt elveszítjük a vámon. Hacsak egy jó mérnöki ötlettel fel nem oldjuk ezt az ellentmondást.



Hogyan lehetne mégis kihasználni az acélbetét nagy szilárdságát? Nyilvánvalóan úgy, hogy valamilyen módszerrel *előre* létrehozunk benne valamekkora megnyúlást, (az ábrán piros vonallal jelölve,) amelyhez a keresztmetszet hajlításából származó nyúlás úgy adódik hozzá, hogy a két nyúlás együttese el tudja érni az acélbetét megfolyásához tartozó értéket.

Ez a jó mérnöki ötlet ismét a feszítés alkalmazásával valósítható meg. Ha a feszítőbetétekbe már a betonozás előtt a folyáshatárt megközelítő nagyságú nyúlást viszünk be, ennek a nyúlásnak a nagyobb része a rugalmas, ill. a kúszási visszaengedés és a zsugorodás lejátszódása után is "benne van" a betétekben, ezért viszonylag kicsiny többlet-nyúlás árán a feszítőbetét eljuthat a folyáshatárig, amikor a teljes szilárdsága "hasznosul".

Azokat az előrefeszített szerkezeteket, amelyekben a feszítőerő nagyságát és a feszítőhuzalok mennyiségét annak a követelménynek a figyelembevételével határozzuk meg, hogy a feszítőbetétek teljes szilárdsága a nyomatóki teherbírás-vizsgálat során figyelembe vehető legyen, *részlegesen feszített* szerkezeteknek nevezzük. (A "részlegesen feszített szerkezet" elnevezés egy voltaképpen szerencsétlen fordítás, amelyet a "partially prestressed concrete" elnevezés magyar megfelelőjeként használunk. Az eredeti elnevezés leginkább arra utal, hogy a szerkezettel szemben nem támasztunk a nem feszített vasbeton szerkezetekre vonatkozó használati feltételeken túl olyan feltételeket, - pl. repedésmentesség, - amelyek csak feszített szerkezetekkel teljesíthetők.)

Alkalmazzuk a III. feszültségi állapot feltételezései szerinti nyomatóki vizsgálat lépéseit egy részlegesen feszített, azaz az acélzilárdság kihasználása céljából megfeszített feszítőbetétekkel vasalt téglalap alakú keresztmetszetre. Az egyszerűség kedvéért hagyjuk figyelmen kívül a keresztmetszetben esetleg benne lévő lágyvas betéteket. (Ezek szerepe a teherbírás-vizsgálat szempontjából valóban nem jelentős.)

Jelölje $A_{s,p}$, a feszítőbetétek keresztmetszeti területét, $\epsilon_{p,yd}$ pedig a feszítőbetét megfolyásához tartozó nyúlást. Tételezzük fel, hogy a feszítőhuzalokban olyan nagyságú feszítést hoztunk létre, hogy a huzalokban a szomszédos betonszalakhoz képest $\epsilon_{p,eff}$ nyúláskülönbség vehető figyelembe. (Ez voltaképpen azt jelenti, hogy ha a tartó terheletlen állapotában a feszítési sajátfeszültségekre olyan feszültséget halmozunk, amelyet a feszítőbetétek vonalában működő $A_{s,p}E_{s,p}\epsilon_{p,eff}$ nagyságú húzóerő kelt, a teljes betonkeresztmetszet éppen feszültségmentessé válna.) A keresztmetszeti feszültségek vektor-eredőjének zérus értékűségéből adódó

$$x_c b_c f_{cd} = A_{s,p} f_{p,yd}$$

egyenlőséget akkor használhatjuk a nyomott betonzóna magasságának a meghatározására, ha feszítőbetétben a teljes nyúlás értéke legalább $\varepsilon_{p,yd}$. Ehhez a fenti ábra szerint az szükséges, hogy a nyomott szélső szál ε_{cu} összenyomódásával és az $1.25x_c$ nyomott zóna magasságával jellemzett keresztmetszeti ε -diagramban a feszítőbetétek vonalára adódó

$$\varepsilon_{s,p} = \frac{\varepsilon_{cu}(d - 1.25x_c)}{x_c}$$

megnyúláshoz legalább olyan nagyságú $\varepsilon_{p,eff}$ nyúlást lehessen hozzáadni, hogy teljesüljön az

$$\varepsilon_{s,p} + \varepsilon_{p,eff} \geq \varepsilon_{p,yd}$$

egyenlőtlenség. A feszítőerő megfelelő megválasztásával ez a feltétel viszonylag nagy nyomott zóna magasságok esetén is egyszerűen teljesíthető. Az ún. részlegesen feszített szerkezetekben feszítőerő nagyságát és a feszítőhuzalok mennyiségét ezeknek a követelményeknek a figyelembevételével határozzuk meg.

A nem feszített keresztmetszetek hajlítási teherbírásának vizsgálatánál bevezetett ξ_0 összehasonlító érték mintájára a részlegesen feszített szerkezeteknél is bevezethetjük a semleges tengely ξ viszonyított magasságának azt a ξ_0^p határhelyzetét, amikor tehát a keresztmetszet nyomott szélső szálában éppen a törési összenyomódás, a feszítőbetétben pedig éppen a folyáshatárhoz tartozó nyúlás lép fel. Ha a feszítőacélok rugalmas-képlékeny viselkedését tételezzük fel, (azaz nem veszünk figyelembe felkeményedő szakaszt,) a betonra vonatkozóan pedig változatlanul a 0.8 kitöltöttségű téglalap alakú σ - ε diagramot alkalmazzuk, ξ_0^p -re a fenti ábra alapján az alábbi képletet vezethetjük le:

$$\xi_0^p = 0.8 \frac{\varepsilon_{cu}}{(\varepsilon_{p,yd} - \varepsilon_{p,eff}) + \varepsilon_{cu}}$$

Ez az érték ugyanúgy használható, mint ξ_0 : ha fennáll a teherbírás határán a

$$\xi = \frac{x_c}{d} \leq \xi_0^p$$

reláció, a feszítőhuzal megfolytnak tételezhető fel, ellenkező esetben a III. feszültségi állapot szerinti keresztmetszeti feszültségeloszlást a huzal rugalmas viselkedésének feltételezésével kell meghatározni, természetesen ekkor is figyelembe véve a feszítőbetétek előnyújtását.

Ez a vizsgálat lényegtelenül módosul, ha a keresztmetszetben a feszítőhuzalok mellett lágyvasalás is található. Változatlan a vizsgálat elve, - csupán a keresztmetszeti ε -diagram megkeresése válik körülményesebbé - akkor is, ha a feszítőhuzal σ - ε diagramjaként a fölkieményedést mutató "bilineáris" vonalat veszünk figyelembe.

A feszített keresztmetszeteknek ezt a III. feszültségi állapot szerinti nyomtatéki teherbírás-vizsgálatát vizsgálatot *Mörsch-féle vizsgálatnak* is szokták nevezni.

A részlegesen feszített tartók teljes nyomtatéki vizsgálata a feszítési nyújtás figyelembevételén túl abban is különbözik a feszítetlen szerkezetekétől, hogy ellenőriznünk kell, hogy maga a feszítési sajátfeszültség nem okozza-e a feszítőerő eredőjével azonos oldali nyomott szélső szál tönkremenetelét a feszítőerő ráengedésekor, ill. a megengedettnél tágasabb repedések kialakulását az ezzel átellenes oldalon. Ellenőrizni kell továbbá a tartónak a feszítésből származó alakváltozásait is. Ezeket a kiegészítő vizsgálatokat az I. feszültségi állapot feltételezései szerint végezzük el, ha olyan feszítést alkalmazunk, hogy a tartó a

feszítést repedésmentes állapotban „élje túl,” ill. a II. feszültségi állapot feltételezései szerint, ha megengedjük, hogy a feszítés megrepessze a tartót.

A kiegészítő vizsgálatot az teszi némileg komplikálttá, hogy figyelembe kell vennünk azokat a változásokat, amelyek a tartó anyagjellemzőiben és a feszítőerő nagyságában a feszítőerő ráengedése és a beépítés közti időszakban bekövetkeznek. A teherbírasi vizsgálatot a beton teljes megszilárdulásának és a feszültségveszteségek lejátszódásának feltételezésével végezzük, a kiegészítő vizsgálatokat pedig annak a figyelembevételével, hogy a beton szilárdsága még nem érte el a tervezett értéket, a kúszási, ill. zsugorodási feszültségveszteségek pedig még nem zajlottak le.

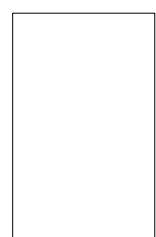
A részleges feszítés elve nemcsak a hajlított szerkezetek hosszvasalásával, hanem a többi ún. méretezett vasalással kapcsolatban is érvényes, de a gyakorlatban a feszítés megvalósításának körülményessége miatt csak elvétve alkalmazzák.

14. gyakorlat: Tervfeladat bevétele

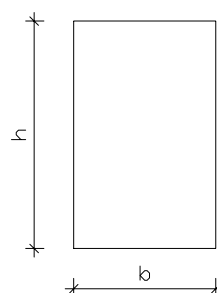
Függelék

Ellenőrzés

Adott:



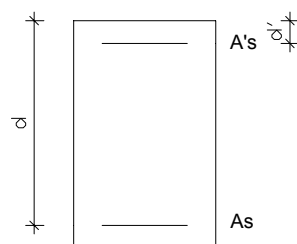
alak



Vetületi egyenlet

$$bx_c \alpha f_{cd} + A'_s f_{yd} - A_s f_{yd} \rightarrow x_c \rightarrow \xi_c = \frac{x_c}{d}$$

$$\xi'_c = \frac{x_c}{d'}$$



C... $f_{cd} =$
 S... $f_{yd} =$
 $\xi_{co} =$
 $\xi'_{co} =$

Ismeretlen

$x_c = ?$
 $M_{Rd} = ?$

Nyomatéki egyenlet

$$M_{Rd} = bx_c \alpha f_{cd} \left(d - \frac{x_c}{2} \right) + A'_s f_{yd} (d - d')$$

$$\xi_c < \xi_{co}$$

$$\xi'_c > \xi'_{co}$$

$$\xi_c > \xi_{co}$$

$$\xi'_c > \xi'_{co}$$

$$\rightarrow bx_c \alpha f_{cd} + A'_s f_{yd} - A_s \left(\frac{560}{x_c} d - 700 \right) = 0 \rightarrow x_c \rightarrow M_{Rd} = bx_c \alpha f_{cd} \left(d - \frac{x_c}{2} \right) + A'_s f_{yd} (d - d')$$

$$\xi_c < \xi_{co}$$

$$\xi'_c < \xi'_{co}$$

$$\rightarrow bx_c \alpha f_{cd} + A'_s \left(700 - \frac{560}{x_c} d' \right) - A_s * f_{yd} = 0 \rightarrow x_c \rightarrow M_{Rd} = bx_c \alpha f_{cd} \left(d - \frac{x_c}{2} \right) + A'_s \left(700 - \frac{560}{x_c} d' \right) (d - d')$$

$$\xi_c > \xi_{co}$$

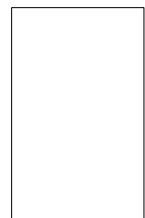
$$\xi'_{co} < \xi'_{co}$$

$$\rightarrow bx_c \alpha f_{cd} + A'_s \left(700 - \frac{560}{x_c} d' \right) - A_s \left(\frac{560}{x_c} d - 700 \right) = 0 \rightarrow x_c \rightarrow M_{Rd} = bx_c \alpha f_{cd} \left(d - \frac{x_c}{2} \right) + A'_s \left(700 - \frac{560}{x_c} d' \right) (d - d')$$

Fizikailag lehetetlen

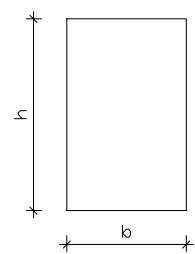
Kötött tervezés

Adott: M_{Ed}



alak

C... $f_{cd} =$
 S... $f_{yd} =$
 $\xi_{co} =$
 $\xi'_{co} =$



$\rightarrow h - d$

Ismeretlen

$A_s = ?$
 $A'_s = ?$
 $x_c = ?$

$$x_{co} = \xi_{co} d \rightarrow M_o = bx_{co} \alpha f_{cd} \left(d - \frac{x_{co}}{2} \right)$$

$$M_{Ed} < M_o \rightarrow A'_s = 0 \rightarrow M_{Ed} = bx_c \alpha f_{cd} \left(d - \frac{x_c}{2} \right) \rightarrow x_c \rightarrow \xi_c < \xi_{co} \rightarrow bx_c \alpha f_{cd} - A_s f_{yd} = 0 \rightarrow A_s$$

$$M_{Ed} > M_o \rightarrow x_c = x_{co} \rightarrow A'_s \neq 0$$

$$\xi'_c > \xi'_{co} \rightarrow M_{Ed} = bx_{co} \alpha f_{cd} \left(d - \frac{x_{co}}{2} \right) + A'_s f_{yd} (d - d') \rightarrow A'_s \rightarrow bx_{co} \alpha f_{cd} + A'_s f_{yd} - A_s f_{yd} = 0 \rightarrow A_s$$

$$\xi'_c < \xi'_{co} \rightarrow M_{Ed} = bx_c \alpha f_{cd} \left(d - \frac{x_{co}}{2} \right) + A'_s \left(700 - \frac{560}{x_{co}} d' \right) (d - d') \rightarrow A'_s$$

$$bx_{co} \alpha f_{cd} + A'_s \left(700 - \frac{560}{x_{co}} d' \right) - A_s f_{yd} = 0 \rightarrow A_s$$