E U R Ó P A I U N I Ó
STRUKTURÁLIS ALAPOK

EÖTVÖS JÓZSEF FŐISKOLA * BAJA

MŰEGYETEM 1782

SZÉCHENYI ISTVÁN EGYETEM
GYŐR

PÉCSI TUDOMÁNYEGYETEM
Pollack Mihály Műszaki Kar

VASBETONSZERKEZETEK

II.

STNB222 segédlet a PTE Polláck Mihály Műszaki Kar hallgatóinak

„Az építész- és az építőmérnök képzés szerkezeti és tartalmi fejlesztése”

HEFOP/2004/3.3.1/0001.01

Összeállította: Orbán Zoltán és Kiss Rita 1. gyakorlat
Kiss Rita (előadások és többi gyakorlat)

Műszaki rajzoló: Szabó Imre Gábor

ISBN szám: 978-963-7298-14-1

Kézirat lezárva: 2007. november 20.

A tananyagot e-példatárként, ingyen bocsátjuk a hallgatók rendelkezésére.

Tartalomjegyzék és ütemterv

Bevezetés

Az oktatási segédlet a Pécsi Tudományegyetem Polláck Mihály Műszaki KarÉpítőmérmöki alapképzésében oktatott Vasbetonszerkezetek II. tantárgyhoz készült. Az oktatási segédlet tartalmazza az előadások és a gyakorlatok tematikáját, valamint az előadáson és gyakorlaton bemutatott példákat részletesen. Az elméleti anyagot részletesen

Kiss Rita M.: Vasbetonszerkezetek II – Lemez és keretszerkezetek című jegyzet tartalmazza.

Az oktatási segédlet végén a zárthelyi dolgozatra és a vizsgára való felkészüléshez példákat mutatunk be.

1. hét

1. előadás: Lemezszerkezetek I.

<u>Tematikája:</u>

- Definíciók:
  - Lemez és osztályozása
  - Anizotrópia-izotrópia
  - Megtámasztás
  - Teherviselés iránya
- Egyirányban teherviselő lemezek számítása
  - Gerenda elmélet
  - Tervezési szabályok
- Kétirányban teherviselő lemezek
- Hajlított lemez terheléstörténete

<u>Háttéranyag:</u>

- Jegyzet 1 és 2. fejezete (3-13.oldalig)

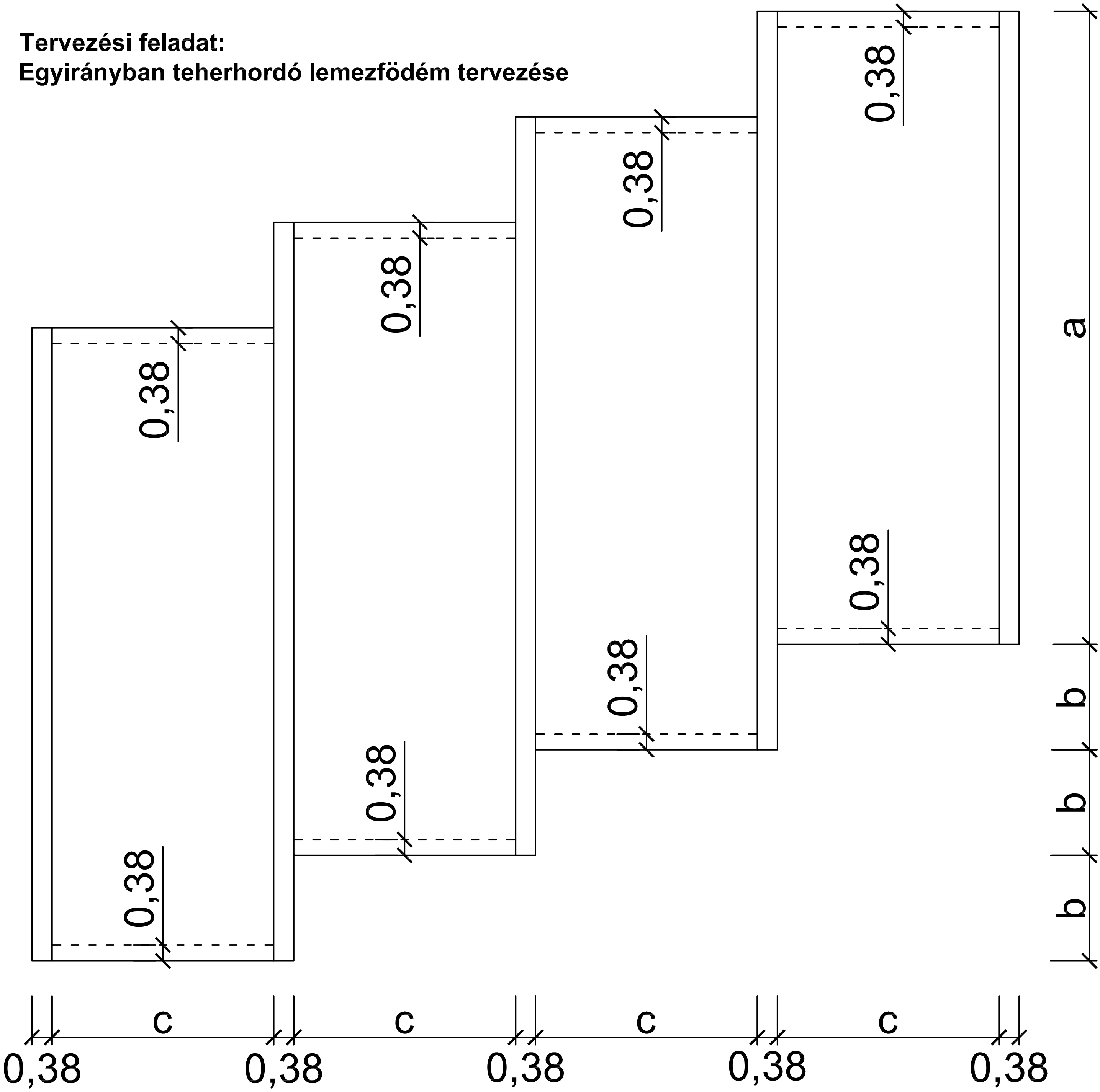
1. gyakorlat: Egyirányban teherviselő lemez számítása

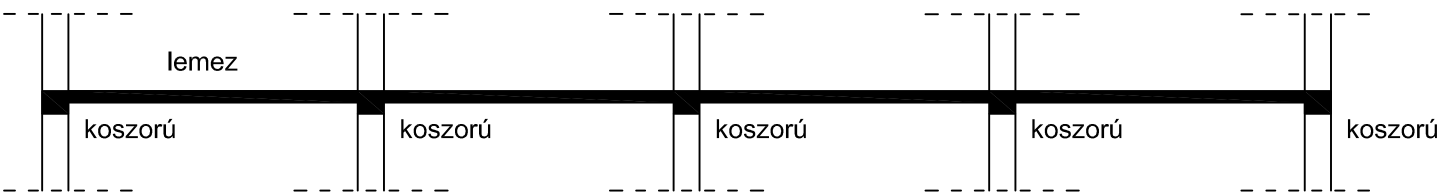
<u>Tematikája:</u>

- Harántfalas épület lemezszerkezetének számítása, vasalása
  - Gerenda modellezés
    - Többtámaszú tartók igénybevétel számítása AXIS-sal
    - Kéttámaszú tartók igénybevétel számítása
  - Lemez vasalásának számítása és ellenőrzése
  - Vasalási vázlat

FELADATLAP

Tervezési feladat:
Egyirányban teherhordó lemezfödém tervezése





Geometriai méretek:

a :	11 m	13 m	14 m	16 m
b :	1,7 m	1,9 m	2,1 m	2,3 m
c :	4,2 m	4,4 m	4,6 m	4,8 m

Anyagok, anyagjellemzők:

Beton :	C16/20	C20/25	C25/30
Betonacél :	B60.50	B55.40	
Kengyel :	B38.24		

Hasznos teher: q_h : 2,0 kN/m² 2,5 kN/m² 3,0 kN/m²

TERVEZÉSI FELADAT:

Harántfalas épület két- és többtámaszú monolit vasbeton födémlemezének tervezése kiadott feladatlap alapján.

Feladatok:

1. Tervezzük meg a harántfalas épület egyirányban teherhordó monolit vasbeton lemezfödémét!
2. Készítsünk vasalási vázlatot a lemezfödém vasalásáról!
3. Készítsük el a lemezfödém vasalási tervét!

1.1 Kiindulási adatok:

Anyagok, anyagjellemzõk:

Beton: C16/20

$$f_{ck} := 16\frac{N}{mm^2} \qquad \gamma_c := 1.5$$

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \qquad f_{cd} = 10.7\frac{N}{mm^2}$$

$$f_{ctm} := 1.9\frac{N}{mm^2}$$

Betonacél: B60.50

$$f_{yk} := 500\frac{N}{mm^2} \qquad \gamma_s := 1.15$$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \qquad f_{yd} = 435\frac{N}{mm^2}$$

Kengyelek, szerelõvasak: B38.24

$$f_{yk.w} := 240\frac{N}{mm^2}$$

1.2 Födém rétegerend:

1	cm	kerámia lapburkolat
2	cm	ágyazó habarcs
6	cm	simított aljzatbeton
4	cm	Nikecell D táblás hõszigetelés
15	cm	monolit vasbeton födémlemez
2	cm	vakolat

Egyszerűsítésképpen az egész alapterületen ezzel a rétegrenddel számolunk.

1.3 Terhek:

Válaszfalterhelés: $g_{vf} := 1.5\frac{kN}{m^2}$

Hasznos teher: $q_h := 2.0\frac{kN}{m^2}$

1.4 Geometriai adatok:

$$l_{1n} := 4.2m$$

$$l_{2n} := 11.24m$$

$$b_{ger} := 0.3m$$

Betonfedés: $c_{min.dur} := 15mm$ Környezeti osztály: XC1

20 mm-es fővas acélbetét átmérővel számolva: $c_{min.b} := 20mm$

$$c_{nom} := 10mm + \max(c_{min.dur}, c_{min.b}, 10mm) \qquad c_{nom} = 30\,mm$$

A tervezés menete:

2.1 Geometriai adatok kigyûjtése a mellékelt tervrõl:

Szabad nyílás(a falak belsõ felületeinek távolsága): $l_{1n} = 4.2\,\mathrm{m}$

Feltámaszkodás hossza szélsõ falon: $t_1 := 0.3\mathrm{m}$

Feltámaszkodás hossza közbensõ falon: $t_2 := 0.38\mathrm{m}$

2.2 Lemezvastagság közelítõ felvétele:

$$v_{lemez} := \frac{l_{1n}}{30} \qquad v_{lemez} = 140\,\mathrm{mm}$$

$$v_{min} := 100\mathrm{mm}$$

2.3 Elméleti támaszközök:

Támaszvonal és a feltámaszkodás széle közötti távolságok:

Szélen:

$$a_1 := \min\left(\frac{v_{lemez}}{2}, \frac{t_1}{2}\right) \qquad a_1 = 70\,\mathrm{mm}$$

Középen:

$$a_2 := \min\left(\frac{v_{lemez}}{2}, \frac{t_2}{2}\right) \qquad a_2 = 70\,\mathrm{mm}$$

Csak véletlen, hogy a két távolság ugyanaz.

Elméleti támaszközök:

Szélsõ mezõ:

$$l_{1eff.1} := l_{1n} + a_1 + a_2 \qquad l_{1eff.1} = 4.34\,\mathrm{m}$$

Közbensõ mezõ:

$$l_{1eff.2} := l_{1n} + a_2 + a_2 \qquad l_{1eff.2} = 4.34\,\mathrm{m}$$

3. A födémlemez méretezése:

3.1 Terhek:

Állandó terhek:

Súlyelemzés:

	testsûrûség	térfogatsúly	vastagság	súly	
kerámia lapburkolat	$\rho_{r1} := 2200\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$	$\gamma_{r1} := 22\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$	$v_{r1} := 1\mathrm{cm}$	$r_1 := v_{r1} \cdot \gamma_{r1}$	$r_1 = 0.22\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$
ágyazó habarcs	$\rho_{r2} := 2100\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$	$\gamma_{r2} := 21\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$	$v_{r2} := 2\mathrm{cm}$	$r_2 := v_{r2} \cdot \gamma_{r2}$	$r_2 = 0.42\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$
simított aljzatbeton	$\rho_{r3} := 2200\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$	$\gamma_{r3} := 22\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$	$v_{r3} := 6\mathrm{cm}$	$r_3 := v_{r3} \cdot \gamma_{r3}$	$r_3 = 1.32\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$
Nikecell D táblás hõszigetelés	$\rho_{r4} := 50\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$	$\gamma_{r4} := 0.5\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$	$v_{r4} := 4\mathrm{cm}$	$r_4 := v_{r4} \cdot \gamma_{r4}$	$r_4 = 0.02\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$

monolit vasbeton födémlemez $\rho_{r5} := 2500 \frac{kg}{m^3}$ $\gamma_{r5} := 25 \frac{kN}{m^3}$ $v_{r5} := 15cm$ $r_5 := v_{r5} \cdot \gamma_{r5}$ $r_5 = 3.75 \frac{kN}{m^2}$

vakolat $\rho_{r6} := 1750 \frac{kg}{m^3}$ $\gamma_{r6} := 17.5 \frac{kN}{m^3}$ $v_{r6} := 2cm$ $r_6 := \gamma_{r6} \cdot v_{r6}$ $r_6 = 0.35 \frac{kN}{m^2}$

$g_r := r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6$ $g_r = 6.08 \frac{kN}{m^2}$

A válaszfalteher vonalmenti teher, de a válaszfalak elhelyezkedését nem ismerjük, ezért a válaszfalterhet "szétkenjük" és felületi megoszló teherként vesszük figyelembe.

$g_{vf} = 1.5 \frac{kN}{m^2}$

Állandó terhek biztonsági tényezõje: $\gamma_G := 1.35$

Esetleges terhek:

$q_h := 2.0 \frac{kN}{m^2}$

Esetleges terhek biztonsági tényezõje: $\gamma_Q := 1.5$

A födém súlyának alapértéke:

$p_F := g_r$ $p_F = 6.08 \frac{kN}{m^2}$

3.2 Mértékadó teher meghatározása:

Teherbírási határállapotban:

$p_M := (g_r + g_{vf}) \cdot \gamma_G + q_h \cdot \gamma_Q$ $p_M = 13.23 \frac{kN}{m^2}$

3.3 A lemez igénybevételeinek kiszámítása a többtámaszú szakaszokon:

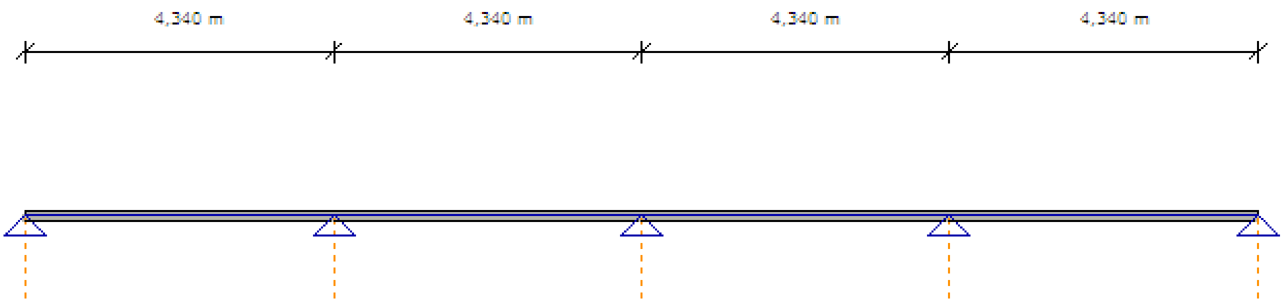
Statikai váz:

5 támaszú lemez.

Elméleti támaszköz hosszirányban:

$l_{2.eff} := l_{2n} + \frac{b_{ger}}{2} + \frac{b_{ger}}{2}$ $l_{2.eff} = 11.54 \, m$

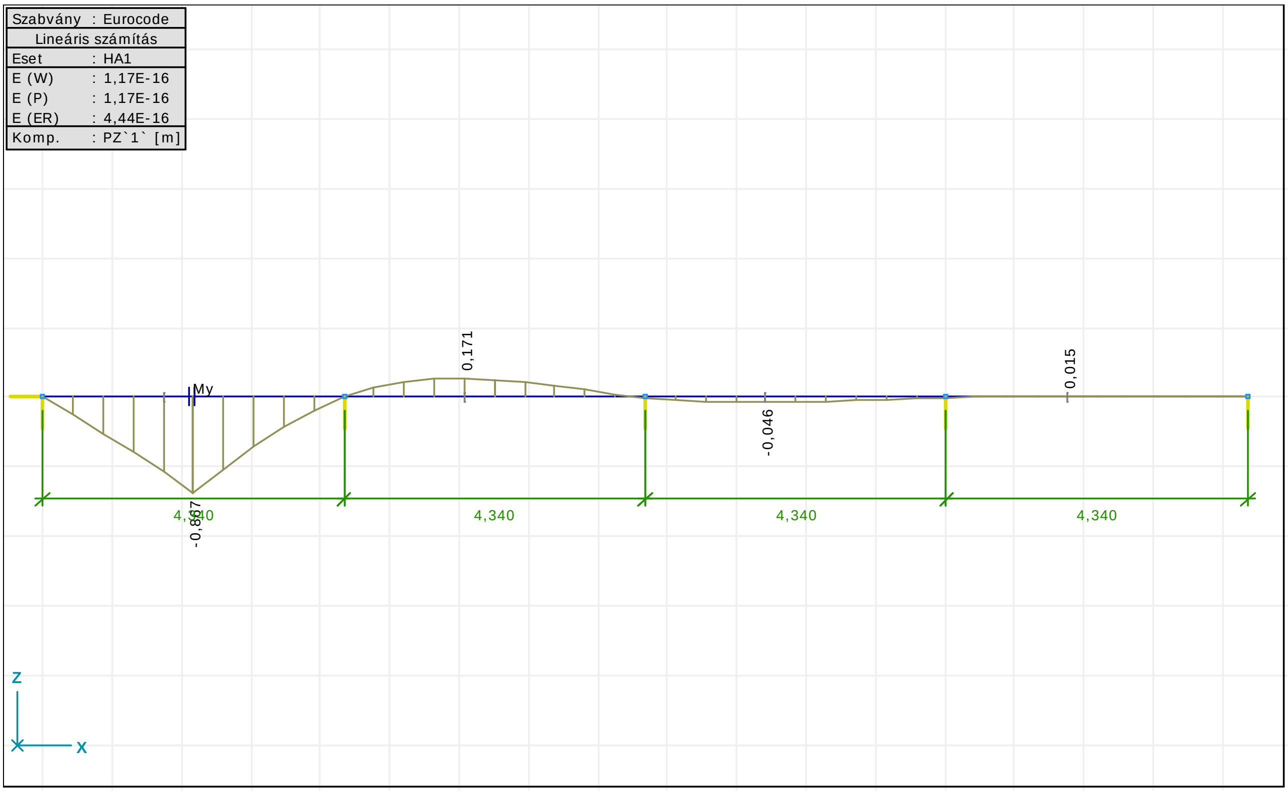
Feltétel: $\frac{l_{2.eff}}{l_{1eff.1}} \geq 2.0$ $\frac{l_{2.eff}}{l_{1eff.1}} = 2.659$ > 2.0 Tehát a lemez egyirányban teherhordó.

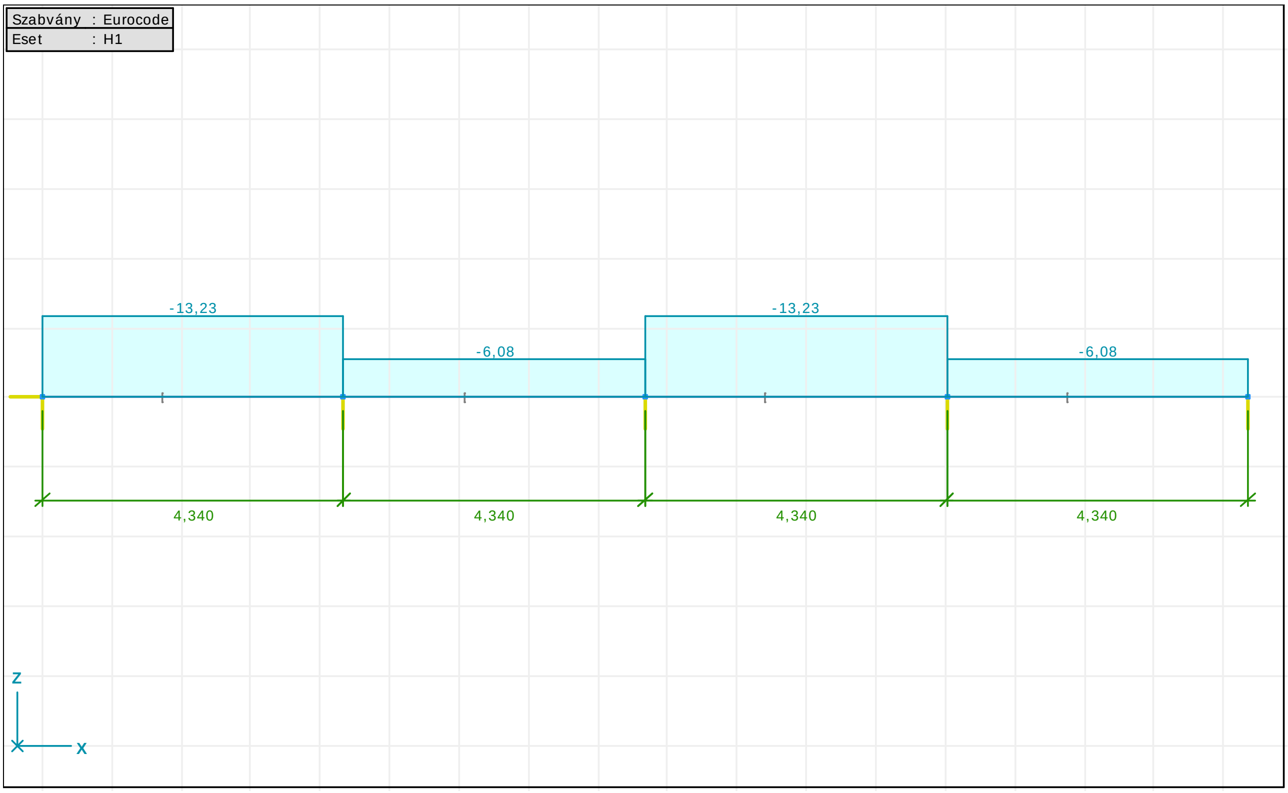


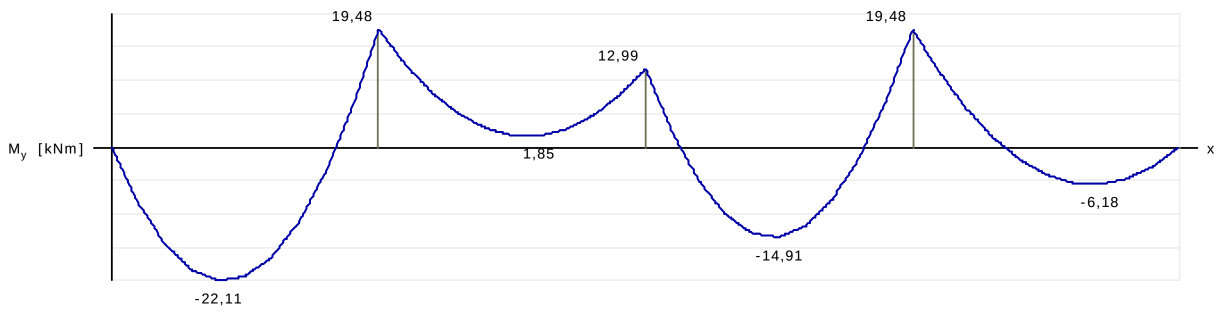
3.3.1 Terhelési esetek:

I. terhelési eset:

Hatásábra a szélsõ mezõközépi nyomatékra:

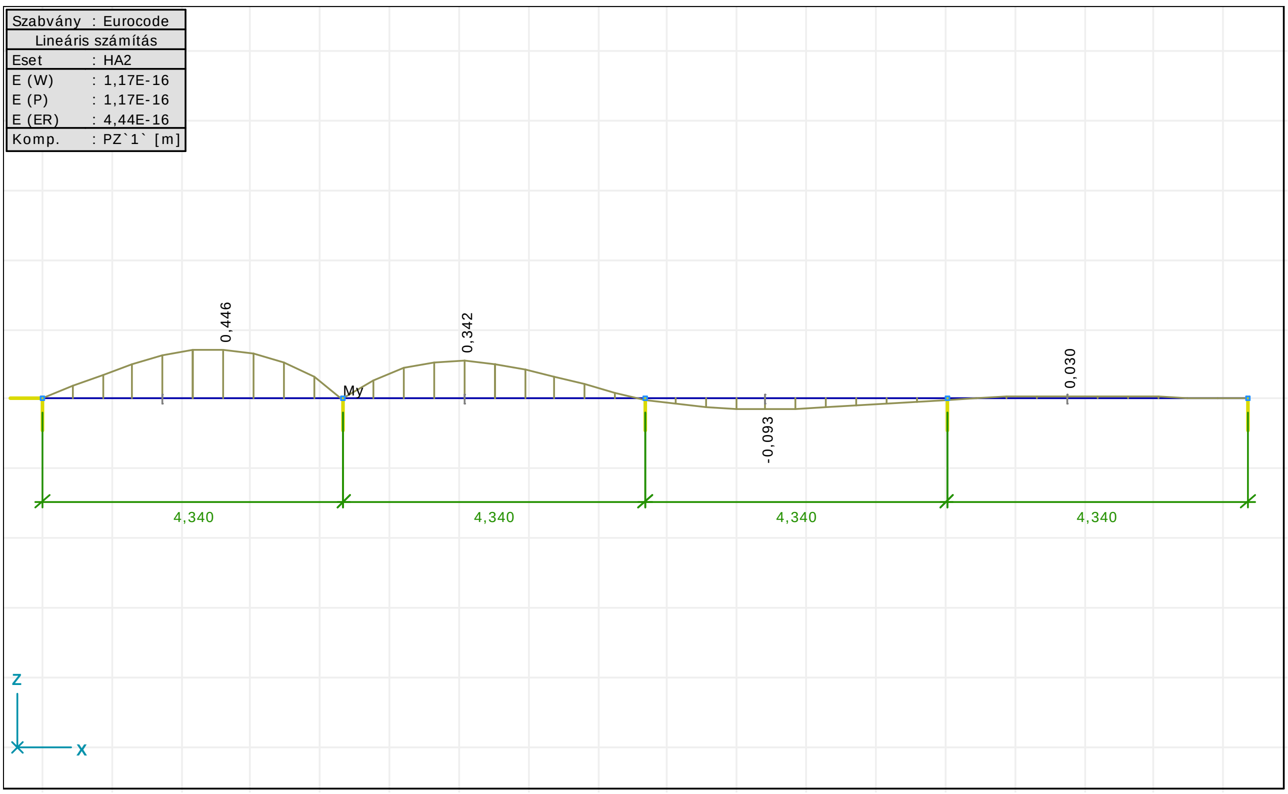




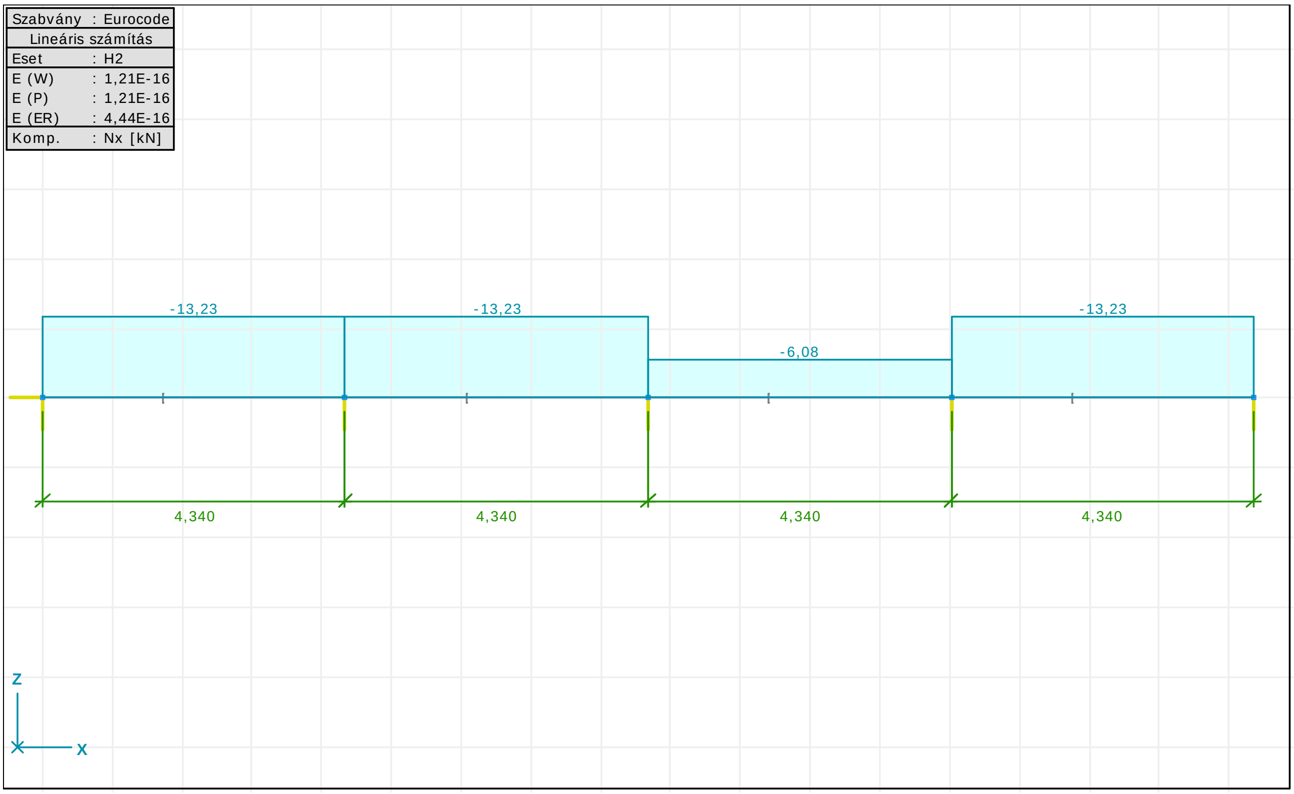


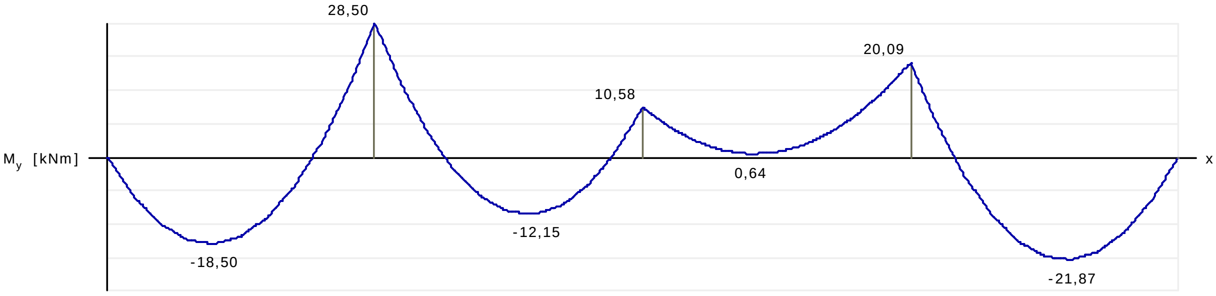
II. terhelési eset:

Hatásábra a második támasz feletti nyomatékra



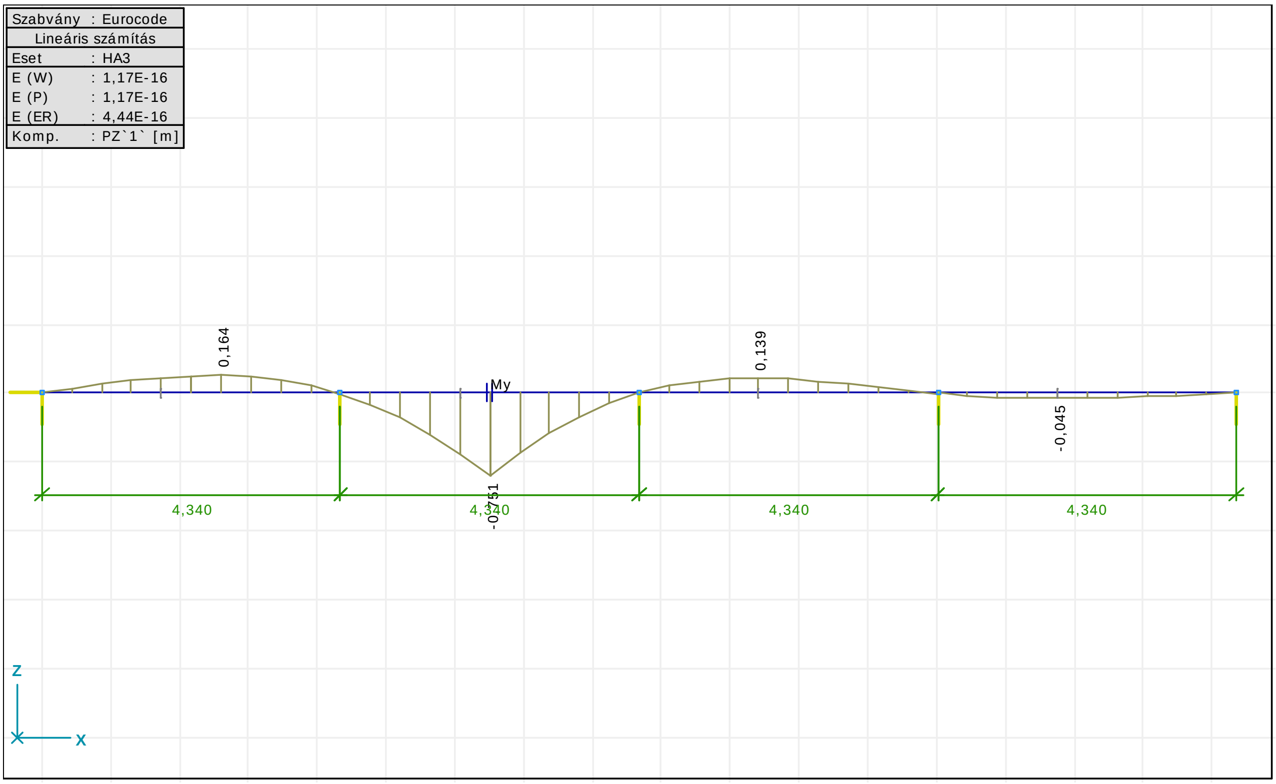
Mértékadó leterhelés:

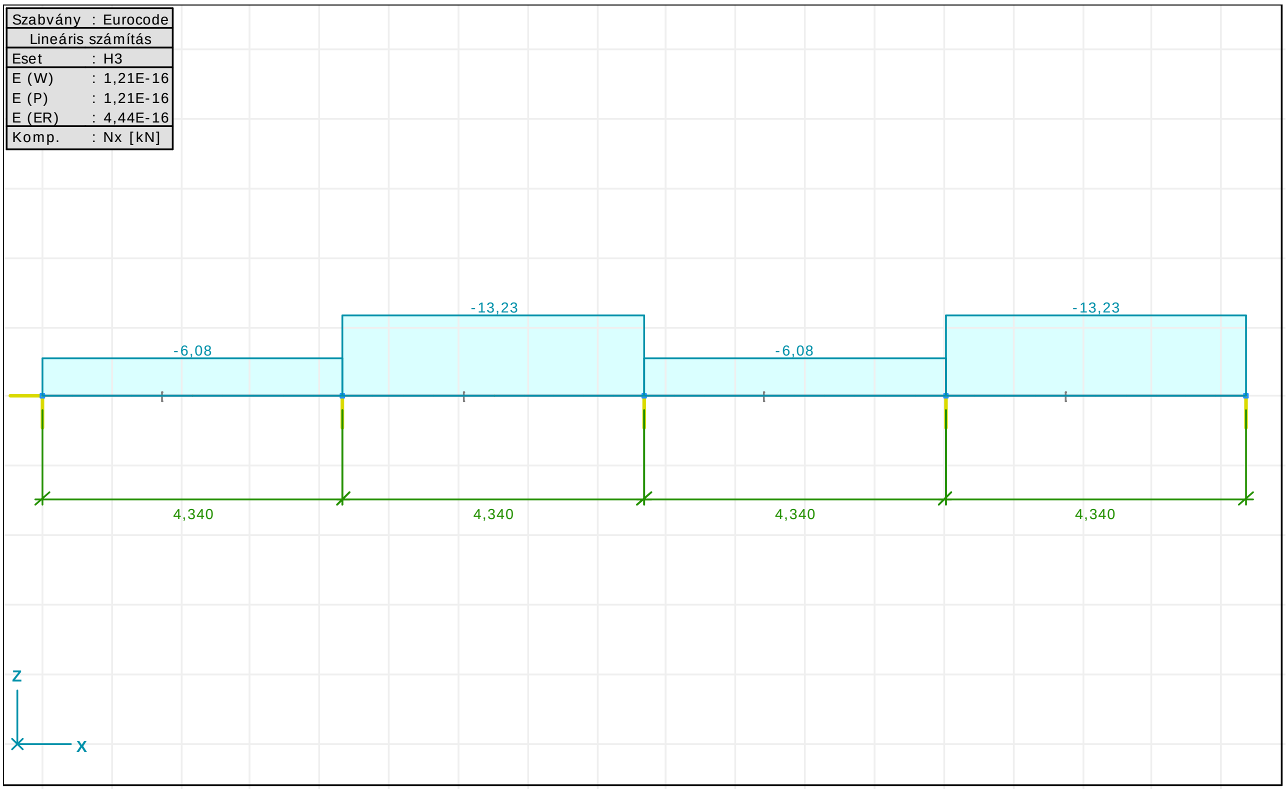


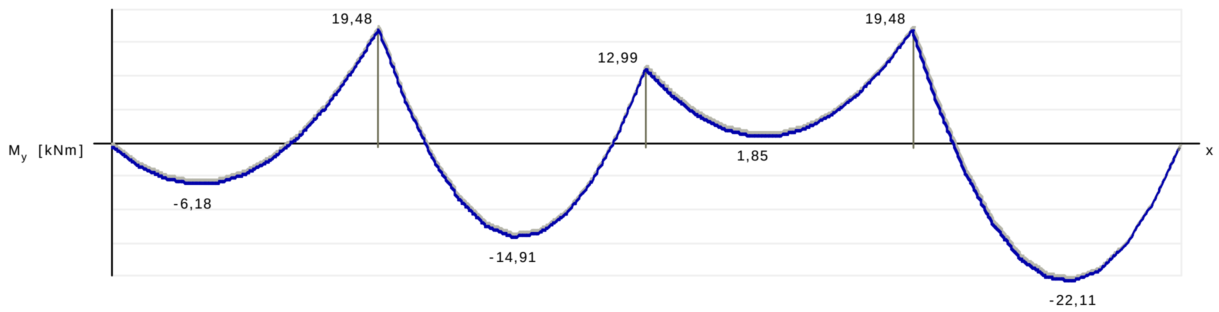


III. terhelési eset:

Hatásábra a bal oldali közbensõ födém mezõközépi nyomatékra:

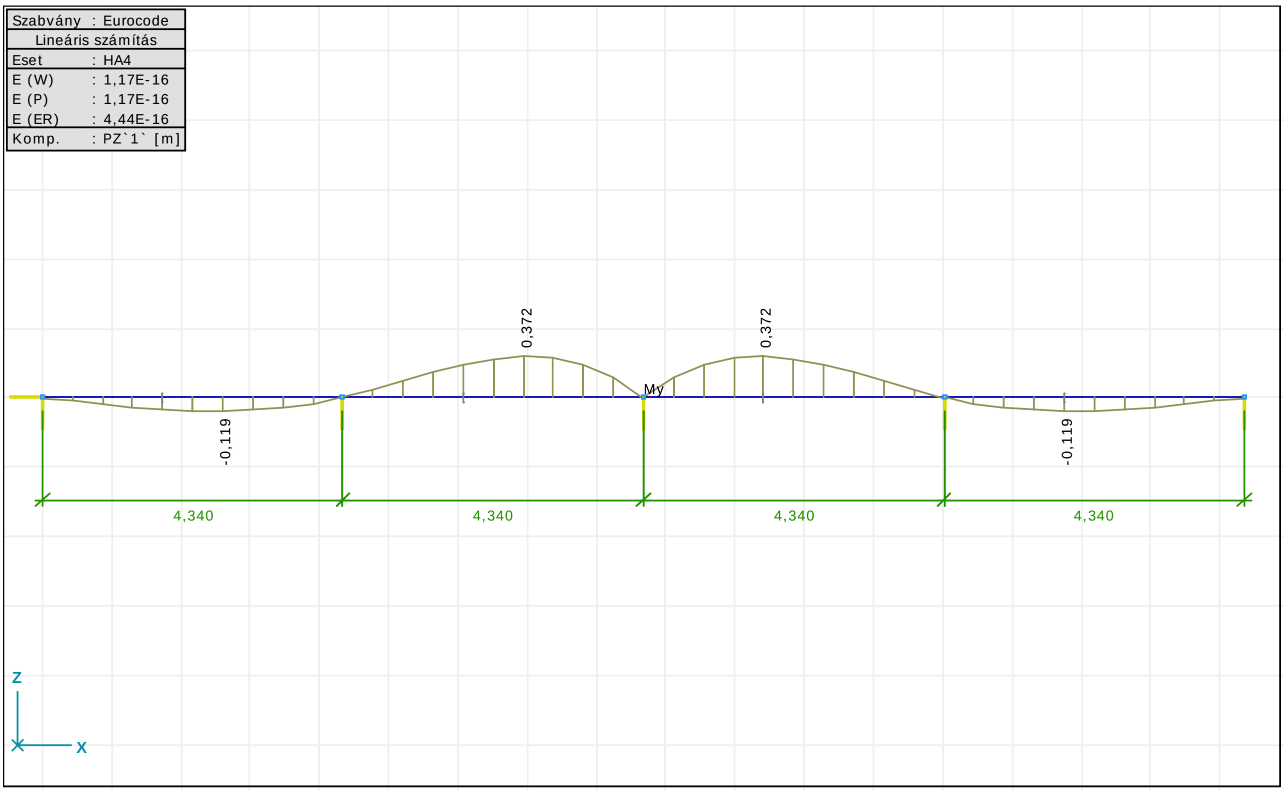


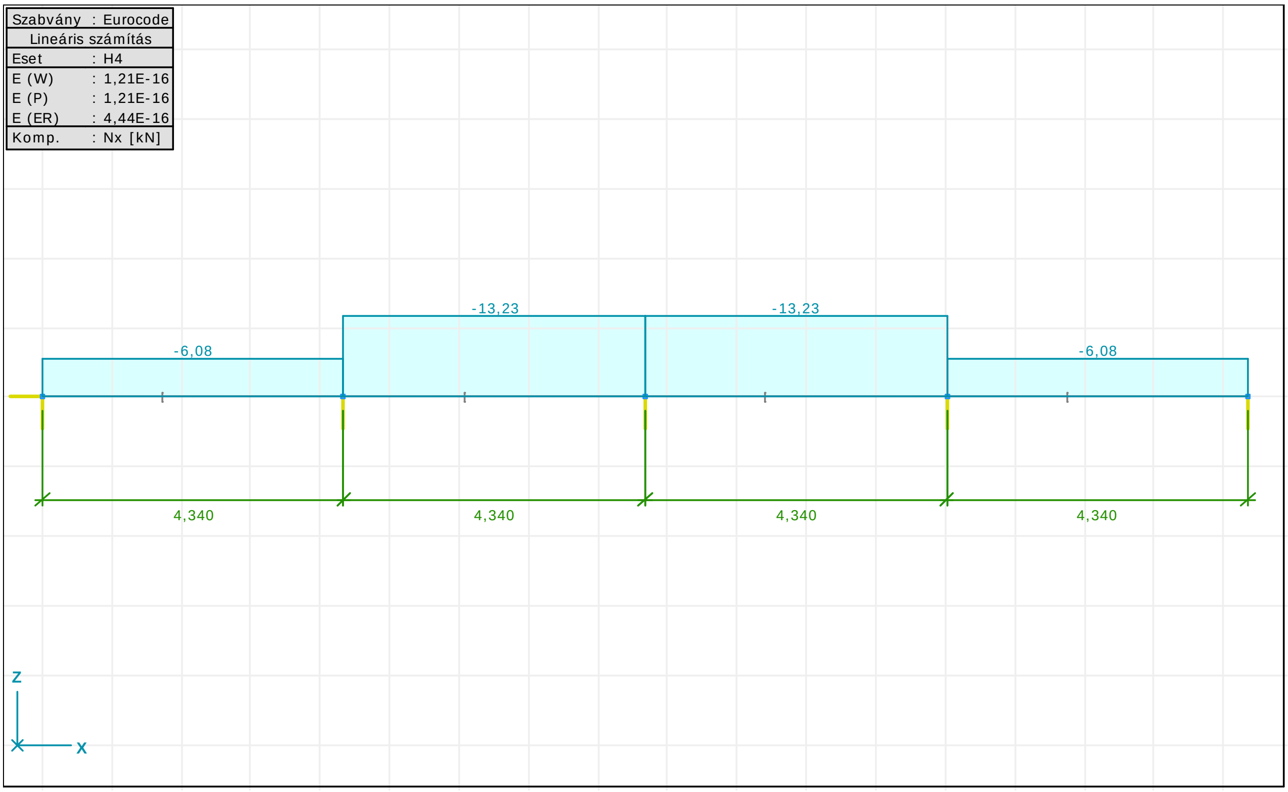


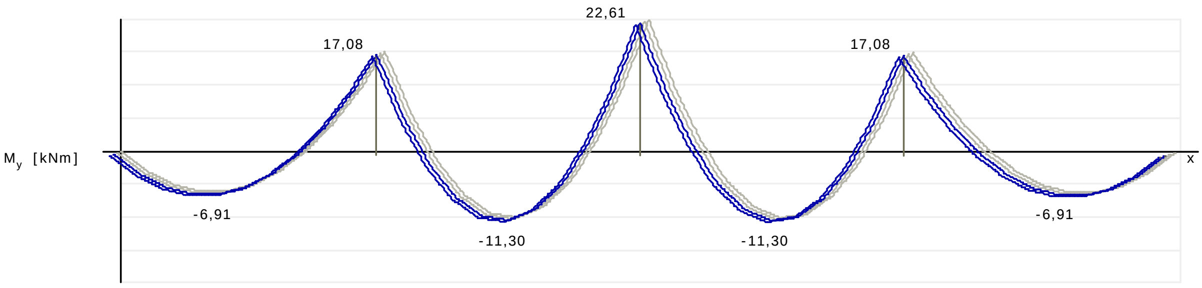


IV. terhelési eset:

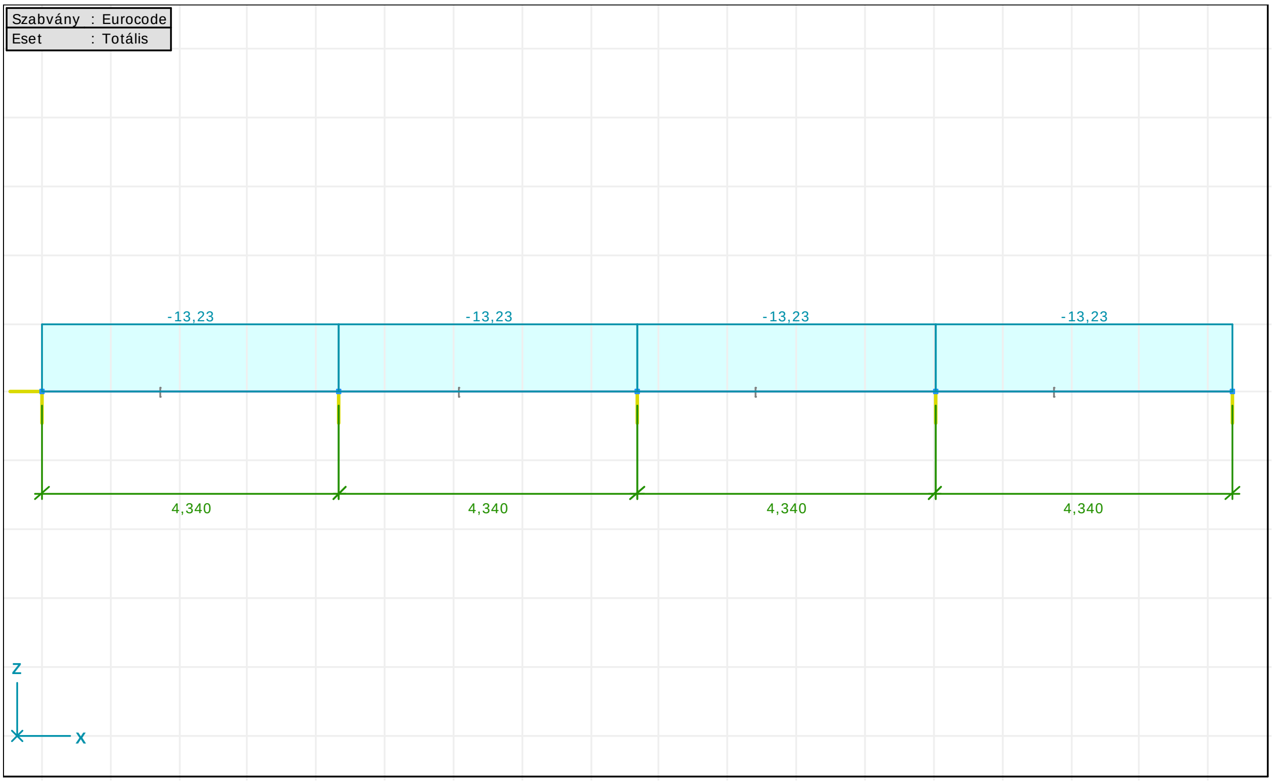
Hatásábra a harmadik támasz feletti nyomatékra:

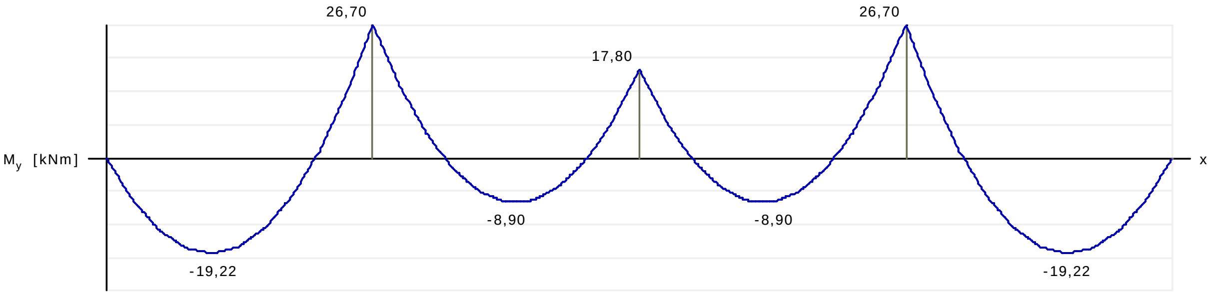



Szabvány : Eurocode
Lineáris számítás
Eset : H4
E (W) : 1,21E-16
E (P) : 1,21E-16
E (ER) : 4,44E-16
Komp. : Nx [kN]
-13,23
-13,23
-6,08
-6,08
4,340
4,340
4,340
4,340
z
x


22,61
17,08
17,08
M_y [kNm]
x
-6,91
-6,91
-11,30
-11,30

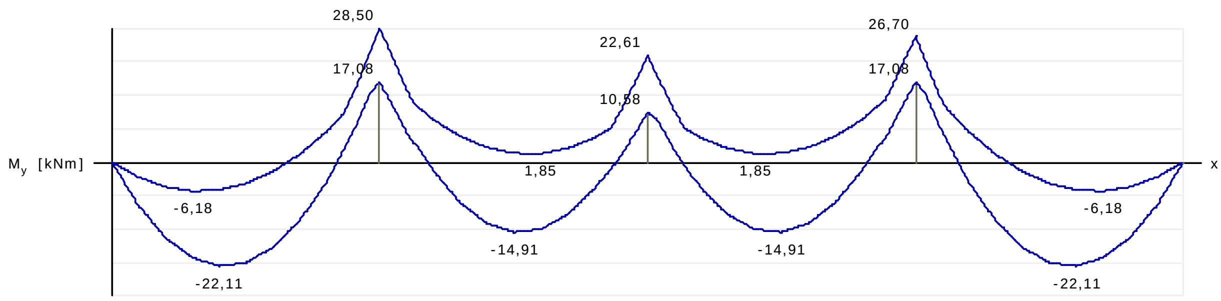
V. terhelési eset: Totális leterhelés





3.3.2 Nyomatéki burkológörbe:

Jelen esetben a maximális és a minimális értékeket is tartalmazza.



3.3.3 Mértékadó igénybevételek a többtámaszú szakaszokon:

Mezõközép:

$M_{Ed.1} := 22.11 kNm$ 1-es és a 4-es mezõ

$M_{Ed.2} := 14.91 kNm$ 2-es és 3-as mezõ, itt mezõközépen felsõ vasalás is szükséges, mert $M_{Ed.2.plusz} := 1.65 kNm$

Támaszok fölött:

$M_{Ed.3} := 28.50 kNm$ 1-es és 2-es, valamint 3-as és 4-es mezõk közötti falakon

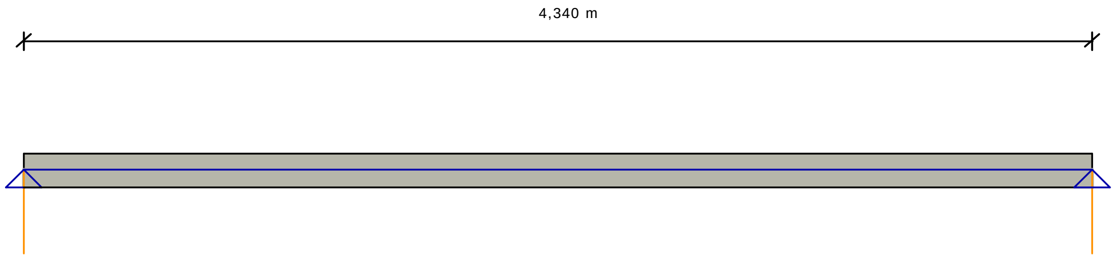
$M_{Ed.4} := 22.61 kNm$ 2-es és 3-as mezõ közötti falon

3.4 A lemez igénybevételeinek kiszámítása a kéttámaszú szakaszokon:

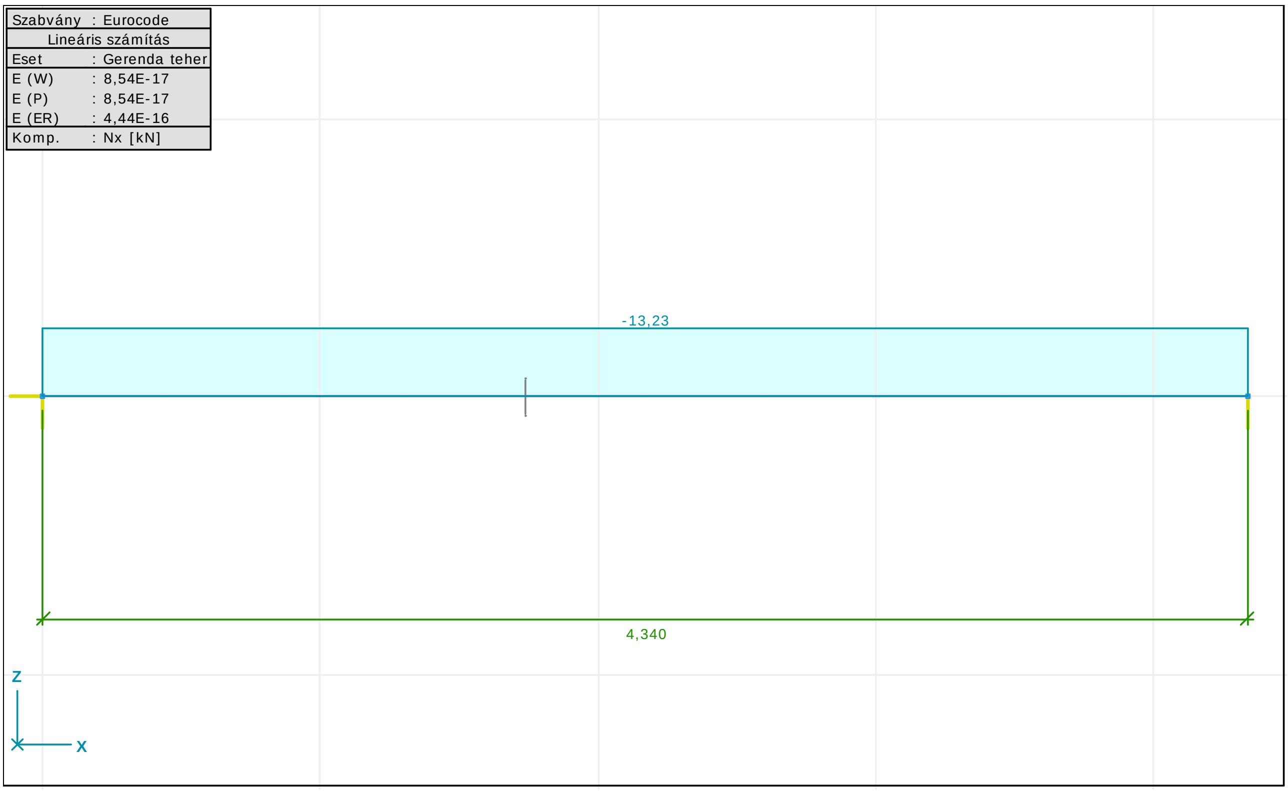
Statikai váz:

Kéttámaszú lemez.

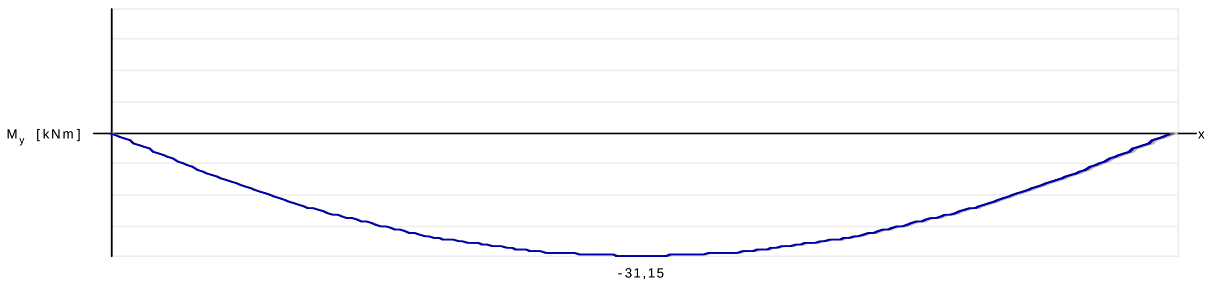
Elméleti támaszköz: $l_{1n} + a_1 + a_1 = 4.34\,m$



Terhelés:



Igénybevételek kiszámítása:



Mértékadó igénybevétel a kéttámaszú szakaszokon:

$M_{Ed.5} := 31.15kNm$

A maximális igénybevétel a lemezek kéttámaszú szakaszán adódik, ehhez a nyomatékhoz határozom meg a mértékadó lemezvastagságot, szabad tervezéssel.

4. Lemezek méretezése:

4.1 Kéttámaszú szakaszok:

Mértékadó igénybevétel: $M_{Ed.5} = 31.15\ kNm$

$\xi_c := 0.3$ $b_5 := 1000mm$

$$d_5 := \sqrt{\frac{M_{Ed.5}}{b_5 \cdot \xi_c \cdot f_{cd} \cdot \left(1 - \frac{\xi_c}{2}\right)}} \qquad d_5 = 107\ mm$$

$x_{c5} := \xi_c \cdot d_5$ $x_{c5} = 32.1\ mm$

$$A_{s5} := \frac{x_{c5} \cdot b_5 \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \qquad A_{s5} = 788\ mm^2$$

$A_{s5.alk} := 808mm^2$ **ϕ12/140** $\phi_{5.alk} := 12mm$

$$a_5 := c_{nom} + \frac{\phi_{5.alk}}{2} \qquad a_5 = 36\,mm$$

$$v_5 := a_5 + d_5 \qquad v_5 = 143\,mm$$

$$v_{5.alk} := 140mm$$

Elosztó vasalás:

$$A_{s5.elosztó} := 0.2 \cdot A_{s5.alk} \qquad A_{s5.elosztó} = 161.6\,mm^2$$

$$A_{s5.elosztó.alk} := 168mm^2$$ **ϕ8/300**

Vasmennyiség ellenõrzése:

$$b_{t5} := b_5$$

Minimális vasalás: $A_{s.min} := \max\left(0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_{t5} \cdot d_5, 0.0013 b_{t5} \cdot d_5\right)$ $\qquad A_{s.min} = 139\,mm^2$

A fõvasalás és az elsztóvasalás is megfelel a minimális vasmennyiség követelményének.

A vasbeton lemezfödém egységes vastagsága:

$$v_{lemez.alk} := v_{5.alk} \qquad v_{lemez.alk} = 140\,mm$$

4.2 Többtámaszú szakaszok:

A további szakaszok vasalásának meghatározása kötött tervezéssel (mert v_{lemez}-t már kiszámoltuk) történik.

4.2.1 Szélsõ mezõk:

Mértékadó igénybevétel: $M_{Ed.1} = 22.11\,kNm$

$$b_1 := 1000mm$$

$$v_{lemez.alk} = 140\,mm \qquad \phi_{1.alk} := \phi_{5.alk} \qquad \phi_{1.alk} = 12\,mm$$

$$d_1 := v_{lemez.alk} - \left(c_{nom} + \phi_{1.alk}\right)$$

$$\xi_{c1} := 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{M_{Ed.1}}{b_1 \cdot d_1^2 \cdot f_{cd}}} \qquad \xi_{c1} = 0.246$$

$$x_{c1} := \xi_{c1} \cdot d_1 \qquad x_{c1} = 24.1\,mm$$

$$A_{s1} := \frac{b_1 \cdot x_{c1} \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \qquad A_{s1} = 592\,mm^2$$

$A_{s1.alk} := 754mm^2$ a szerkesztési szabályok betartása: s_{max} = 150mm **ϕ12/150**

Alsó elosztó vasalás:

$A_{s1.elosztó} := 0.2 \cdot A_{s1.alk}$ $A_{s1.elosztó} = 150.8\,mm^2$

$A_{s1.elosztó.alk} := 168mm^2$ **ϕ8/300**

Vasmennyiség ellenõrzése:

$b_{t1} := b_1$

Minimális vasalás: $A_{s.min.1} := max\left(0.26\frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_{t1} \cdot d_1, 0.0013b_{t1} \cdot d_1\right)$ $A_{s.min.1} = 127\,mm^2$

A fõvasalás és az elsztóvasalás is megfelel a minimális vasmennyiség követelményének.

4.2.2 Középsõ mezõk:

Mértékadó igénybevétel: $M_{Ed.2} = 14.91\,kNm$

$b_2 := 1000mm$

$v_{lemez.alk} = 140\,mm$ $\phi_{2.alk} := \phi_{5.alk}$ $\phi_{2.alk} = 12\,mm$

$d_2 := v_{lemez.alk} - \left(c_{nom} + \phi_{1.alk}\right)$

$\xi_{c2} := 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{M_{Ed.2}}{b_2 \cdot d_2^2 \cdot f_{cd}}}$ $\xi_{c2} = 0.158$

$x_{c2} := \xi_{c2} \cdot d_2$ $x_{c2} = 15.5\,mm$

$A_{s2} := \frac{b_2 \cdot x_{c2} \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$ $A_{s2} = 380\,mm^2$

$A_{s2.alk} := 754mm^2$ a szerkesztési szabályok betartása: s_{max} = 150mm **ϕ12/150**

Alsó elosztó vasalás:

$A_{s2.elosztó} := 0.2 \cdot A_{s2.alk}$ $A_{s2.elosztó} = 150.8\,mm^2$

$A_{s2.elosztó.alk} := 168mm^2$ **ϕ8/300**

Vasmennyiség ellenõrzése:

$b_{t2} := b_2$

Minimális vasalás: $A_{s.min.2} := max\left(0.26\frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_{t2} \cdot d_2, 0.0013b_{t2} \cdot d_2\right)$ $A_{s.min.2} = 127\,mm^2$

A fõvasalás és az elsztóvasalás is megfelel a minimális vasmennyiség követelményének.

4.2.3 A 2-es és a 3-as mezõ mezõközépi plusz (felsõ oldal is bizonyos mértékben húzott) vasalása:

Mértékadó igénybevétel: $M_{Ed.2.plusz} = 1.65\,kNm$

$b_2 = 1000\,mm$

$v_{lemez.alk} = 140\,mm$ $\phi_{2.p.alk} := \phi_{5.alk}$ $\phi_{2.p.alk} = 12\,mm$

$d_{2.p} := v_{lemez.alk} - \left(c_{nom} + \phi_{2.p.alk}\right)$

$\xi_{c2.p} := 1 - \sqrt{1 - 2\cdot\frac{M_{Ed.2.plusz}}{b_2\cdot d_{2.p}^{2}\cdot f_{cd}}}$ $\xi_{c2.p} = 0.016$

$x_{c2.p} := \xi_{c2.p}\cdot d_{2.p}$ $x_{c2.p} = 1.6\,mm$

$A_{s2.p} := \frac{b_2\cdot x_{c2.p}\cdot f_{cd}}{f_{yd}}$ $A_{s2.p} = 39\,mm^2$

$A_{s2.plusz.alk} := 377mm^2$ **ϕ12/300**

Felsõ elosztó vasalás:

$A_{s2.plusz.elosztó} := 0.2\cdot A_{s2.plusz.alk}$ $A_{s2.plusz.elosztó} = 75.4\,mm^2$

$A_{s2.plusz.elosztó.alk} := 94mm^2$ **ϕ6/300**

Vasmennyiség ellenõrzése:

$b_{t2} = 1000\,mm$

Az alsó és a felsõ vasalás között a távolságot ϕ12 -es átmérõjû betonacélból hajlított támasztóbakokkal kell biztosítani.

4.2.4 1-es és 2-es lemez közötti támasz fölötti vasalás:

Mértékadó igénybevétel: $M_{Ed.3} = 28.5\,kNm$

$b_3 := 1000mm$

$v_{lemez.alk} = 140\,mm$ $\phi_{3.alk} := \phi_{5.alk}$ $\phi_{3.alk} = 12\,mm$

$d_3 := v_{lemez.alk} - \left(c_{nom} + \phi_{3.alk}\right)$

$$\xi_{c3} := 1 - \sqrt{1 - 2\cdot\frac{M_{Ed.3}}{b_3\cdot d_3^{\,2}\cdot f_{cd}}} \qquad \xi_{c3} = 0.334$$

$x_{c3} := \xi_{c3}\cdot d_3 \qquad x_{c3} = 32.7\,\mathrm{mm}$

$$A_{s3} := \frac{b_3\cdot x_{c3}\cdot f_{cd}}{f_{yd}} \qquad A_{s3} = 803\,\mathrm{mm}^2$$

$A_{s3.alk} := 1131\mathrm{mm}^2$

A támasz mindkét oldaláról felhajlított acélbetétek futnak a támasz fölé, kialakítva a f12/150 - es vasalási rendszert, ehhez adódik még a 12/300 - as plusz vasalás mely kiadja a szükséges acélmennyiséget.

Felso elosztó vasalás:

$A_{s3.elosztó} := 0.2\cdot A_{s3.alk} \qquad A_{s3.elosztó} = 226.2\,\mathrm{mm}^2$

$A_{s3.elosztó.alk} := 168\mathrm{mm}^2$ **ϕ8/300**

Vasmennyiség ellenõrzése:

$b_{t3} := b_3$

Minimális vasalás: $A_{s.min.3} := \max\left(0.26\,\frac{f_{ctm}}{f_{yk}}\cdot b_{t3}\cdot d_3, 0.0013b_{t3}\cdot d_3\right) \qquad A_{s.min.3} = 127\,\mathrm{mm}^2$

A fõvasalás és az elsztóvasalás is megfelel a minimális vasmennyiség követelményének.

4.2.5 2-es és 3-as mezõ közötti támasz fölötti vasalás:

Mértékadó igénybevétel: $M_{Ed.4} = 22.61\,\mathrm{kNm}$

$b_4 := 1000\mathrm{mm}$

$v_{lemez.alk} = 140\,\mathrm{mm} \qquad \phi_{4.alk} := \phi_{5.alk} \qquad \phi_{4.alk} = 12\,\mathrm{mm}$

$d_4 := v_{lemez.alk} - \left(c_{nom} + \phi_{4.alk}\right)$

$$\xi_{c4} := 1 - \sqrt{1 - 2\cdot\frac{M_{Ed.4}}{b_4\cdot d_4^{\,2}\cdot f_{cd}}} \qquad \xi_{c4} = 0.253$$

$x_{c4} := \xi_{c4}\cdot d_4 \qquad x_{c4} = 24.8\,\mathrm{mm}$

$$A_{s4} := \frac{b_4\cdot x_{c4}\cdot f_{cd}}{f_{yd}} \qquad A_{s4} = 607\,\mathrm{mm}^2$$

$A_{s4.alk} := 1508\mathrm{mm}^2$

A támasz mindkét oldaláról felhajlított acélbetétek futnak a támasz fölé, kialakítva a f12/150 - es vasalási rendszert, ehhez adódik még a 12/300 - as plusz vasalás mindkét mezőből, mely kiadja a szükséges acélmennyiséget.

Felso elosztó vasalás:

$A_{s4.elosztó} := 0.2 \cdot A_{s4.alk}$ $\quad A_{s4.elosztó} = 301.6\,mm^2$

$A_{s4.elosztó.alk} := 168mm^2$ $\quad$ **ϕ8/300**

Vasmennyiség ellenõrzése:

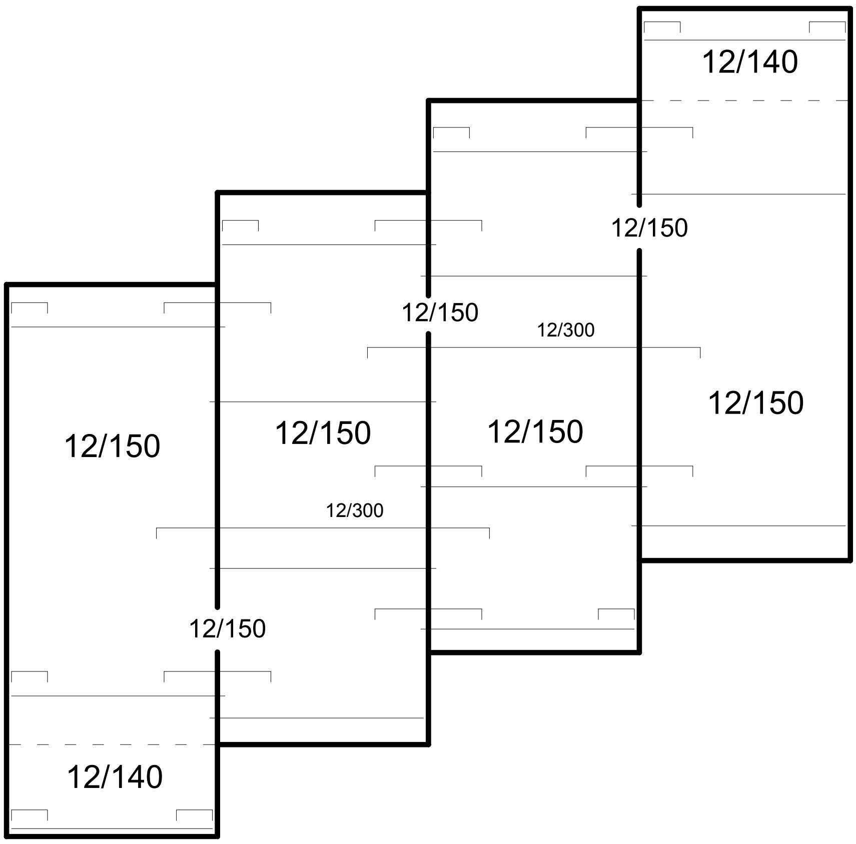
$b_{t4} := b_4$

Minimális vasalás: $\quad A_{s.min.4} := \max\left(0.26\,\frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_{t4} \cdot d_4, 0.0013 b_{t4} \cdot d_4\right)$ $\quad A_{s.min.4} = 127\,mm^2$

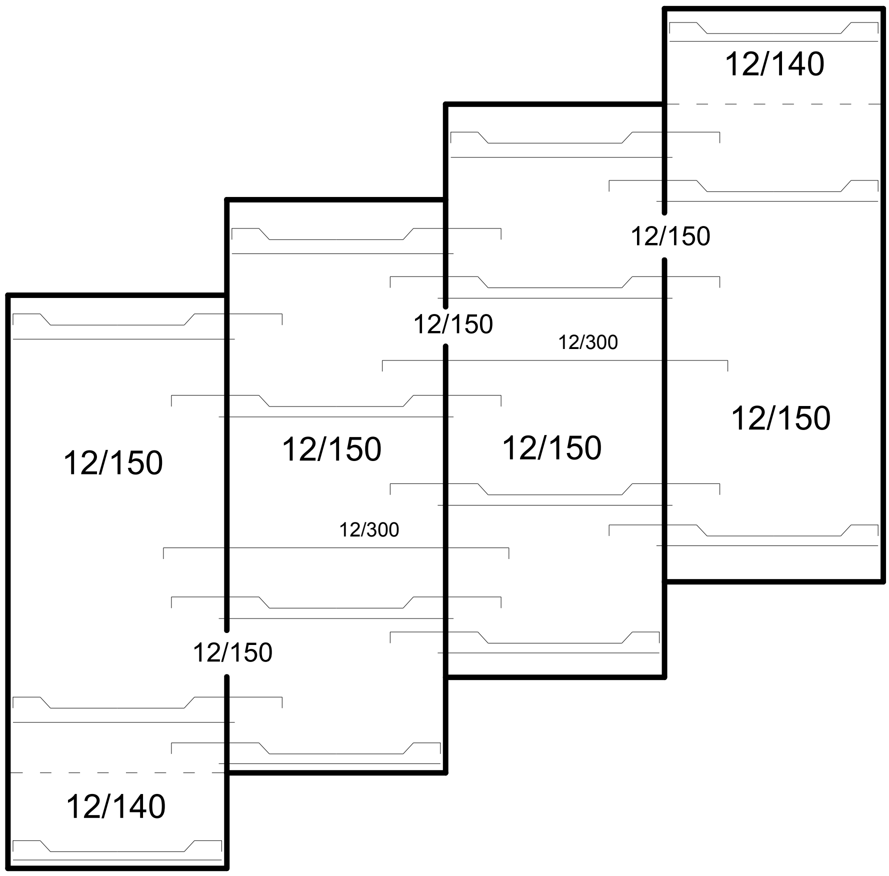
A fõvasalás és az elsztóvasalás is megfelel a minimális vasmennyiség követelményének.

5. Vasalási vázlatok:

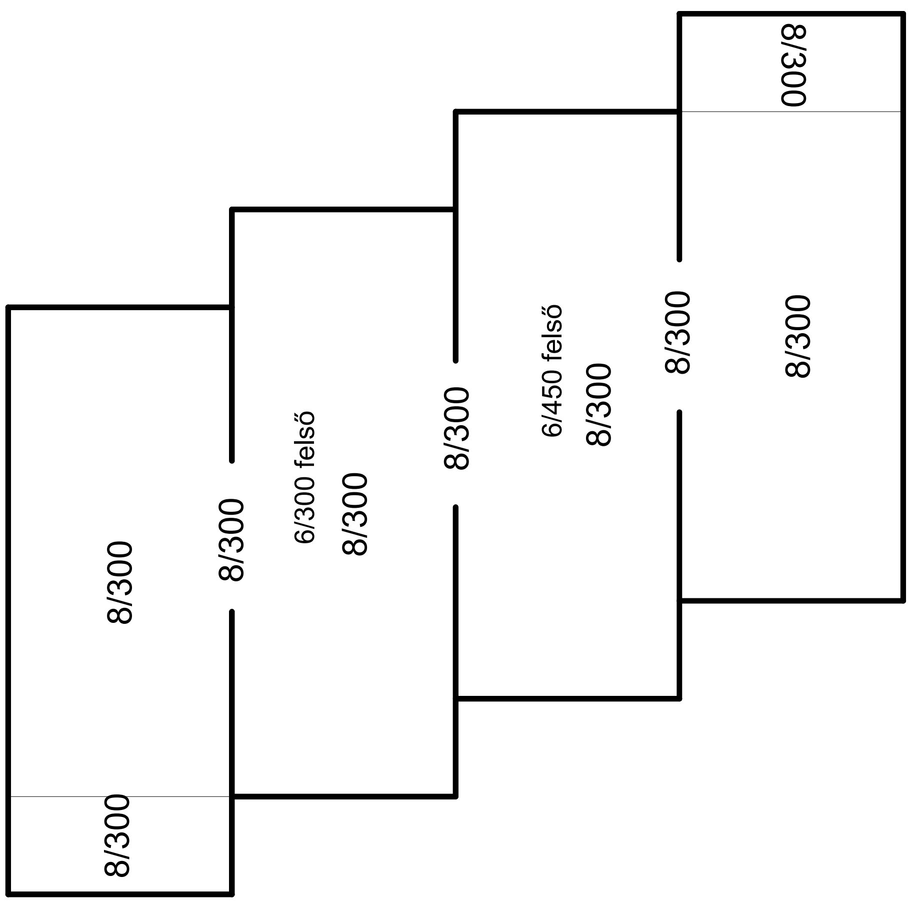
Fõvasalás:



Felhajlított vasakkal:



Elosztó vasalás:



2. hét

2. előadás: Lemezszerkezetek II.

Tematikája:

- Rugalmas lemezelmélet
  - Rugalmas lemez vizsgálata derékszögű koordináta-rendszerben
    - Kirchoff-féle lemezegyenlet felírása
    - Peremfeltételek
    - Speciális kérdések
  - Lemezek pontos megoldása
  - Lemezek közelítő számítása
    - Tartókereszt-eljárás
    - Marcus mószer

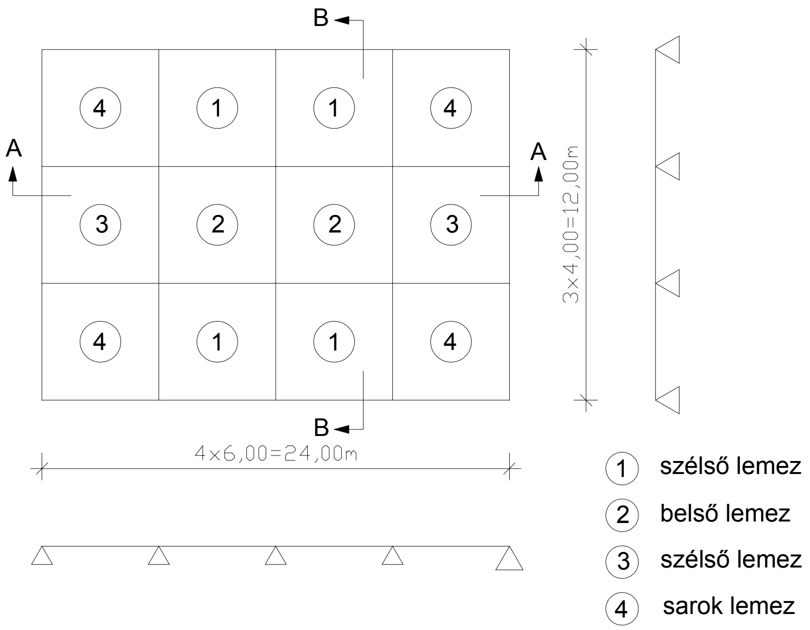
Háttéranyag:

Jegyzet 3.1. fejezete (14-25.oldalig)

2. gyakorlat: Kétirányban teherviselő vasbeton lemezek közelítő számítása a rugalmasságtan szerint

Határozza meg az 1 jelű lemez maximális igénybevételeit sávmódszerrel és Marcus módszerrel!

Geometria



Terhek

Egyenletesen megoszló: állandó teher $g = 18{,}52\ kN/m^2$ $\gamma_g = 1{,}35$

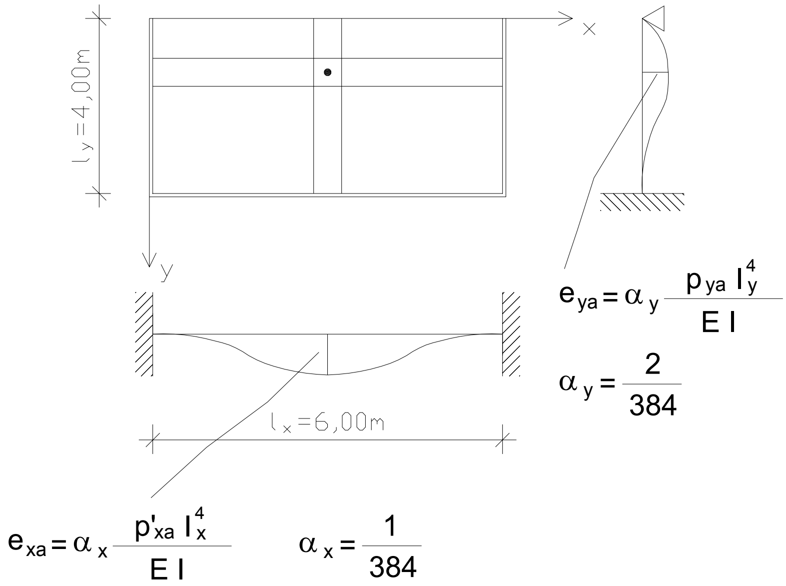
hasznos teher $p = 33{,}33\ kN/m^2$ $\gamma_p = 1{,}50$

Sávmódszer

Statikai váz

A maximális nyomatékok meghatározásához hatásábrák szerint kell terhelnünk. A legnagyobb negatív nyomatékot (lsd. előadás vázlat) a totális leterheléssel, a legnagyobb pozitív nyomatékot a sakktábla szerinti leterheléssel nyerjük. Ezen értékek meghatározásához kétfajta statikai vázzal rendelkező lemez veendő figyelembe.

Negatív nyomaték (támasznyomaték) meghatározása, totális leterhelést alkalmazva, akkor három oldalán befogott lemezt veszünk figyelembe. Ezt alkalmazzuk állandó (g) teherre és a hasznos (p) teher esetén is.



Nyomatékokat állandó (g) teherből totális leterhelésből

Alapfeltevéseink: (lsd. előadás kiegészítő anyaga)

I. $e_{xa} = e_{ya}$

II. $g = g'_x + g'_y$

$$\alpha_x \frac{g'_x * l^4{}_x}{E*I} = \alpha_y \frac{g'_y * l^4{}_y}{E*I}$$

$$\varepsilon = \frac{l_y}{l_x}\ ; \qquad \text{és} \qquad m = \frac{\alpha_x}{\alpha_y}$$

$$g'_y = \frac{m}{m+\varepsilon^4} * g\ , \qquad \text{és}$$

$$g'_x = \frac{\varepsilon^4}{m+\varepsilon^4} * g\ .$$

Állandó (önsúly) teher:

$$g'_y = \frac{0,5}{0,5+\left(\frac{4}{6}\right)^4} * g = 0,717 * 1,35 * 18,52 = 17,92\ \text{kN/m}^2 \ \text{és}$$

$$g'_x = \frac{\left(\frac{4}{6}\right)^4}{0,5+\left(\frac{4}{6}\right)^4} * g = 0,283 * 1,35 * 18,52 = 7,08\ \text{kN/m}^2$$

Esetleges (hasznos) teher:

$$p'_y = \frac{0,5}{0,5+\left(\frac{4}{6}\right)^4} * p = 0,717 * 1,50 * 33,33 = 35,84\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$p'_x = \frac{\left(\frac{4}{6}\right)^4}{0,5+\left(\frac{4}{6}\right)^4} * p = 0,283 * 1,50 * 33,33 = 14,16\ \mathrm{kN/m^2}$$

A nyomatékok az állandó teherből:

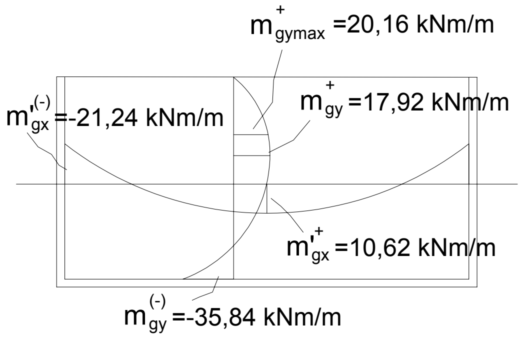
$$m'^{+}_{gx} = \frac{g'_x * l^2_x}{24} = \frac{7,08 * 36}{24} = 10,62\ \mathrm{kNm/m}$$

$$m'^{+}_{gy} = \frac{g'_y * l^2_y}{16} = \frac{17,92 * 16}{16} = 17,92\ \mathrm{kNm/m}\ \text{(középen)}$$

$$m^{+}_{gym} = \frac{9}{128} * g'_y * l^2_y = \frac{9}{128} * 17,92 * 16 = 20,16\ \mathrm{kNm/m}$$

$$m^{(-)}_{gx} = \frac{g'_x * l_x^{\,2}}{12} = -21,24\ \mathrm{kNm/m}$$

$$m'^{(-)}_{gy} = \frac{g'_y * l_y^{\,2}}{8} = -35,84\ \mathrm{kNm/m}$$



A nyomatékok az esetleges teherből:

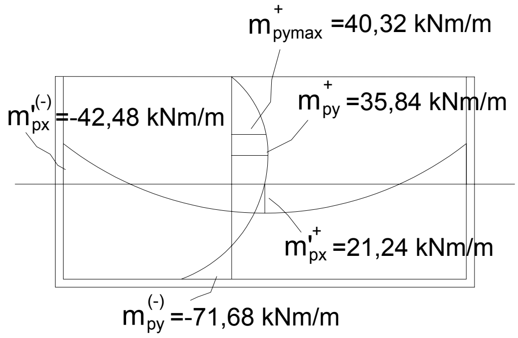
$$m'^{+}_{px} = \frac{p'_x * l^2_x}{24} = \frac{14,16 * 36}{24} = 21,24\ \mathrm{kNm/m}$$

$$m'^{+}_{py} = \frac{p'_y * l^2_y}{16} = \frac{35,84 * 16}{16} = 35,84\ \mathrm{kNm/m}\ \text{(középen)}$$

$$m^{+}_{pym} = \frac{9}{128} * p'_y * l^2_y = \frac{9}{128} * 35,84 * 16 = 40,32\ \mathrm{kNm/m}$$

$$m^{(-)}_{px} = \frac{p'_x * l_x^{\,2}}{12} = -42,48\ \mathrm{kNm/m}$$

$$m'^{(-)}_{py} = \frac{p'_y * l_y^{\,2}}{8} = -71,68\ \mathrm{kNm/m}$$

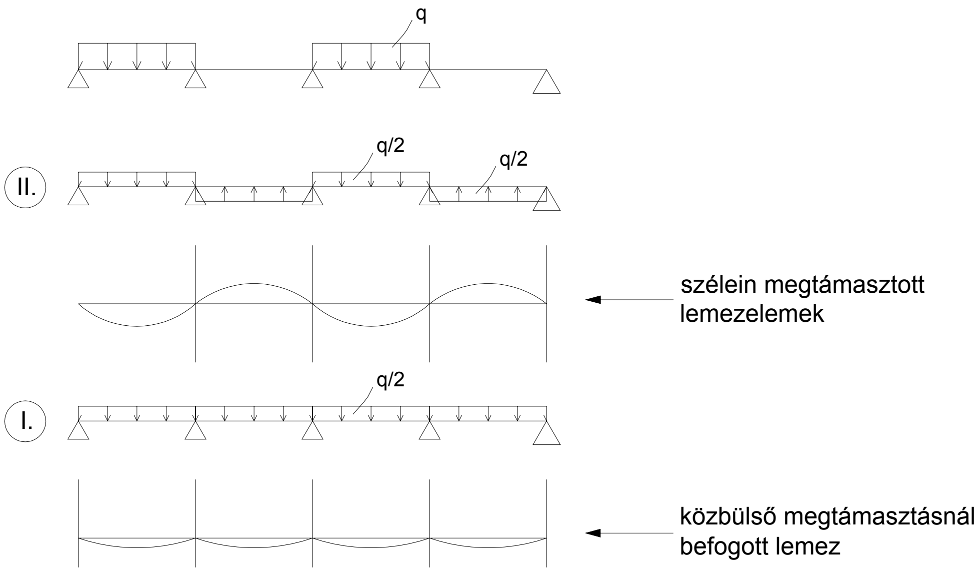


Támasznyomatékok mindkét terherből: (q = g + p)

$$m_{qx}^{(-)} = m_{gx}^{(-)} + m_{px}^{(-)} = -21{,}24 - 42{,}48 = -63{,}72\ \text{kNm/m}$$

$$m_{qy}^{(-)} = m_{gy}^{(-)} + m_{py}^{(-)} = -35{,}84 - 71{,}68 = -107{,}52\ \text{kNm/m}$$

A maximális mezőnyomatékot úgy kapjuk, hogy önsúlyból (előző részben) keletkező mezőnyomatékhoz hozzáadjuk a hasznos teherrel mértékadóan leterhelt (sakktábla szerint) lemezrendszer nyomatékait a következő elv szerint:



I. teherállás esetén a totális leterhelést kell alkalmazni, $p^* = p/2 = 25$ kNm

Az előző pont alapján:

$p^{*\prime}_{I} = 17{,}92$

$p^{*\prime\prime}_{I} = 7{,}08$

Nyomatékok:

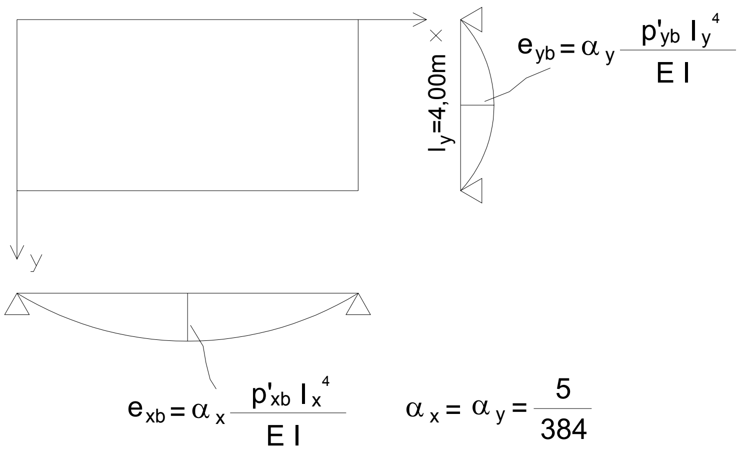
$$m_{p^*Ix}^{(+)} = 8{,}63\ \text{kNm/m}$$

$$m_{p^*Iy}^{(+)} = 15{,}24\ \text{kNm/m} \qquad \text{(középen)}$$

$$m_{p^*Iy}^{(+)}{}_{max} = 17{,}15\ \text{kNm/m}$$

A II. teherállás esetén a statikai váz:

Négy oldalon feltámaszkodó lemezt, a parciális sakktábla szerű leterhelésnél csak a hasznos teherből származó max. mezőnyomaték számításánál vesszük figyelembe.



$$\varepsilon = \frac{4}{6}; \qquad m = \frac{a_b}{b_b} = 1 \text{ és } p_{II} = 25\,\text{kN/m}^2$$

$$p'_{IIy} = \frac{1}{1+\left(\frac{4}{6}\right)^4} * p_{II} = 0{,}835 * P^* = 20{,}88\,\text{kN/m}^2$$

$$p'_{IIx} = 4{,}12\,\text{kN/m}^2$$

Nyomatékok:

$$m'_{yI}{}^{(+)} = \frac{p'_{Iy} * l_y^2}{8} = \frac{20{,}88*16}{8} = 41{,}76\,\text{kNm/m} \qquad \text{(középen)}$$

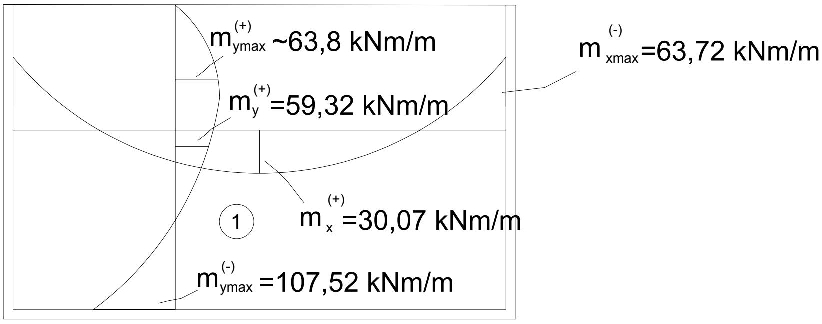
$$m'_{xI}{}^{(+)} = \frac{p'_{Ix} * l_x^2}{8} = \frac{4{,}12*36}{8} = 18{,}54\,\text{kNm/m}$$

Mezőnyomatékok mindkét leterhelésből:

$$m_x{}^{(+)}{}_{ser} = m_{gx}{}^{(+)} + m_{Ix}{}^{(+)} + m_{IIx}{}^{(+)} = 8{,}63 + 12{,}81 + 8{,}63 = 30{,}07\,\text{kNm/m}$$

$$m_y{}^{(+)}{}_{ser} = m_{gy}{}^{+} + m_{Iy}{}^{(+)} + m_{IIy}{}^{(+)} = 15{,}24 + 28{,}84 + 15{,}24 = 59{,}32\,\text{kNm/m} \,\text{(középen)}$$

Összesített ábra



Oldjuk meg ugyanezt a feladatot a Marcus féle módszerrel

Marcus─féle módosítás

$$g = g_x + g_{xy} + g_y \quad \text{ahol} \quad g_{xy} = g_x'' + g_y''$$

$g_x = g'_x - g''_x$ (g''_x a csavarással egyensúlyozott teherrész Marcus szerint.)

$$g''_x = \frac{5}{6} * \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^2 * \frac{m'^{(+)}_x}{m_{ox}} * g'_x \text{ ; ahol}$$

m'_x a sávmódszer alapján meghatározott érték,

m_{ox} a kéttámaszú tartóból meghatározott érték:

Jelen számpélda esetén:

$$m_{ox} = \frac{g * l_x^2}{8} = \frac{25 * 36}{8} = 112{,}5 \text{ kNm/m}$$

A módosított állandó terhek:

$$g''_x = \frac{5}{6} * \left(\frac{4}{6}\right)^2 * \frac{10{,}62}{112{,}5} * 7{,}08 = 1{,}25 \text{ kN/m}^2 \qquad \text{megfelel a 18\%─os különbségnek!}$$

$$g_x = 7{,}00 - 1{,}25 = 5{,}75 \text{ kN/m}^2$$

$$g''_y = \frac{5}{6} * \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^2 * \frac{m'^{(+)}_{y\,max}}{m_{oy}} * g'_y, \text{ ahol } m_{oy} = \frac{25 * 16}{8} = 50 \text{ kNm/m}$$

$$g''_y = \frac{5}{6} * \left(\frac{4}{6}\right)^2 * \frac{20{,}16}{50} * 17{,}92 = 2{,}68 \text{ kN/m}^2 \qquad \text{megfelel 15\%─kal kisebbnek!}$$

$$g_y = 15{,}24 \text{ kN/m}^2$$

Nyomatékok az állandó teherből:

$$m_{g_x}^{(+)} = \frac{g_x * l_x^2}{24} = \frac{5{,}75 * 36}{24} = 8{,}63 \text{ kNm/m},$$

$$m_{gy}^{(+)} = \frac{g_y * l_y^2}{16} = \frac{15{,}24 * 16}{16} = 15{,}24 \text{ kNm/m (középen)},$$

$$m_{gy}{}^{(+)}{}_{max} = \frac{9}{128} * g_y * l_y{}^2 = 17{,}15\ \text{kNm/m}.$$

Marcus–féle módosítás a hasznos terhek esetén

$$p''_y = \frac{5}{6} * \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^2 * \frac{m'_y{}^{(+)}}{m_{oy}} * p'_{Iy} = \frac{5}{6} * \left(\frac{4}{6}\right)^2 * \frac{41{,}76}{50} * 20{,}88 = 6{,}46\ \text{kN/m}^2$$

$$p_{Iy} = p'_{Iy} - p''_{Iy} = 20{,}88 - 6{,}46 = 14{,}42\ \text{kN/m}^2$$

$$p''_{Ix} = \frac{5}{6} * \left(\frac{6}{4}\right)^2 * \frac{18{,}54}{112{,}5} * 4{,}12 = 1{,}27\ \text{kN/m}^2$$

$$p_{Ix} = 4{,}12 - 1{,}27 = 2{,}85\ \text{kN/m}^2$$

Nyomatékok a hasznos teherből:

$$m_{Ix}{}^{(+)} = \frac{2{,}85 * 36}{8} = 12{,}81\ \text{kNm/m}$$

$$m_{yI}{}^{(+)} = \frac{14{,}42 * 16}{8} = 28{,}84\ \text{kNm/m} \qquad \text{(középen)}$$

3. hét

3. előadás: Lemezszerkezetek III.

Tematikája:

Vasbeton lemezrendszerek vizsgálata

Definíció

Közelítő számítás Bares-táblázatokkal

Pontos számítás végeselem módszerrel

Szerkesztési szabályok

Oszlopokkal alátámasztott lemezek

Háttéranyag:

Jegyzet 3.2. és 4. fejezete (25-39 oldalig)

3. gyakorlat: Tervezési feladat

Tematikája:

Strobl András - Koris Kálmán – Péczely Attila: Kétirányban teherviselő lemez tervezése. BME Hidak és Szerkezetek Tsz, 2000. Tervezési segédlet alapján méretfelvétel, igénybevétel számítás.

4. hét

4. előadás: Lemezszerkezetek IV.

Tematikája:

Vasbeton lemezek képlékeny teherbírása

Definíciók

Számítási módszerek, főtételek

Törésvonalak szerkesztése, meghatározása

Külső és belső munkák felírása

Virtuális munkatétel alkalmazása

Háttéranyag:

Jegyzet 5. fejezete (39-45 oldalig)

4. gyakorlat: Tervezési feladat

Tematikája:

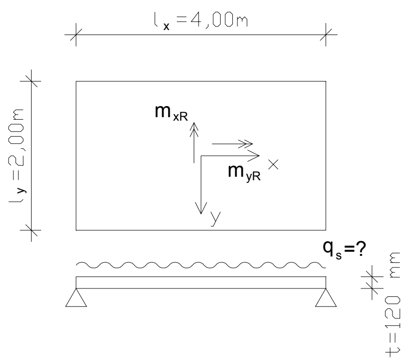
Strobl András - Koris Kálmán – Péczely Attila: Kétirányban teherviselő lemez tervezése. BME Hidak és Szerkezetek Tsz, 2000. Tervezési segédlet alapján igénybevételek számítása Bares-táblázatokkal, vasalás kialakítása, vasalási vázlat

5. hét

5. előadás: Lemezszerkezetek V. -Példamegoldás

<u>1. példa:</u> Egyenletesen megoszló teherrel terhelt négy oldalon feltámaszkodó izotrop lemez tönkremenetelének meghatározása kinematikai módszerrel.

Adott:



Izotrop lemez: a határnyomaték:

$$m_{xR} = m_{yR} = m_R$$

$$m_R = 1{,}8\,\text{kNm/m}$$

Keressük: a teher határértékét $q_s = ?$

Kinematikai módszer lépési

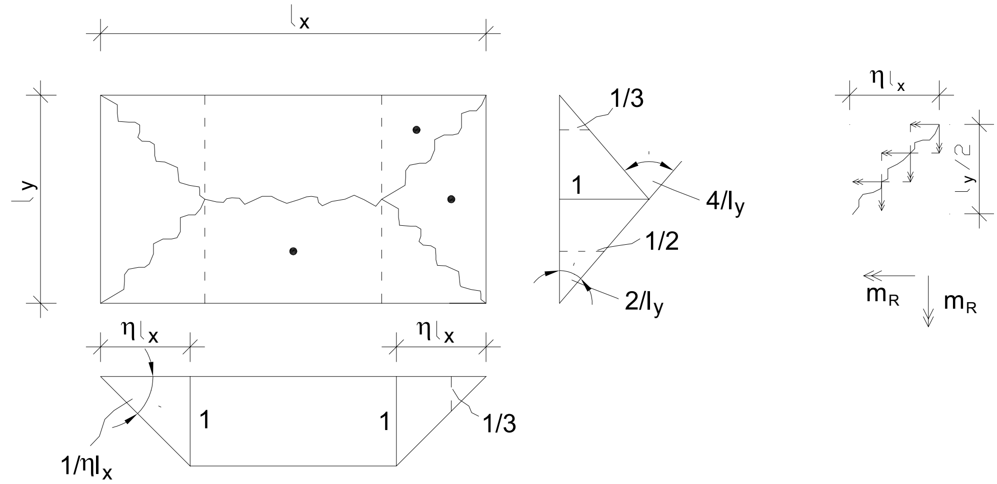
A megoldás lépései: (a kinetikai tétel értelmében):

a.) a geometriai kerületi feltételeket kielégítő törési mechanizmus megválasztása;

b.) az energia egyensúly meghatározása a virtuális elmozdulások tételének felhasználásával, azaz a külső és belső munkák felírása: $L_k = L_b$

c.) a határ teher minimumának meghatározása.

a) A törésmechanizmus felvétele



b.) A külső munka felírása

Általában:

$$L_k = \sum F_i * w_i = \sum qA_i * w_i = \int qwdA$$

$$L_k = q_R\left[l_y * \eta\frac{l_x}{2} * \frac{1}{3} * 2 + \eta l_x * \frac{l_y}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * 4 + (l_x - 2\eta * l_x)\frac{l_y}{2} * \frac{1}{2} * 2\right] =$$

$$= q_R\left[\eta\frac{lx * ly}{3} + \eta\frac{ly * lx}{3} + \frac{(1-2\eta) * lx * ly}{2}\right] = q_R * lx * ly * \left(\frac{2}{3}\eta + \frac{1-2\eta}{2}\right) =$$

$$= q_R * lx * ly * \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\eta\right)$$

A belső munka felírása

Általában:

$$L_b = \sum \int_{-t/2}^{+t/2} \sigma_{ij} * \varepsilon_{ij} * dz = \sum m_i s_i * \varphi_i$$

$$L_b = m_R * l_x * \frac{2}{l_y} * 2 + m_R * \frac{l_y}{2} * \frac{1}{\eta l_x} * 4 = m_R * \left(4 * \frac{l_x}{l_y} + 2 * \frac{l_y}{\eta l_x}\right)$$

A külső és belső munka egyenlőségéből

$$q_R = 8 * \frac{m_R}{l^2{}_y} * \frac{6 * \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^2 * \eta + 3}{6 * \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^2 * \eta - 4 * \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^2 * \eta^2}$$

c.) A teher minimális értékének megkeresése (törőteher meghatározása)

$$\frac{\partial q_R}{\partial \eta} = 0\,; \qquad \{u'v - uv'\} = 0\,; \qquad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$0 = \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^2 * \eta^2 + \eta - \frac{3}{4}$$

amiből

$$\eta = \frac{1}{2 * \left(\frac{l_x}{ly}\right)^2} * \left(\sqrt{1 + 3 * \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^2} - 1\right)$$

és számszerűen

$\eta = 0{,}33$

Ezt visszahelyettesítve a b pontban megadott teher függvénybe:

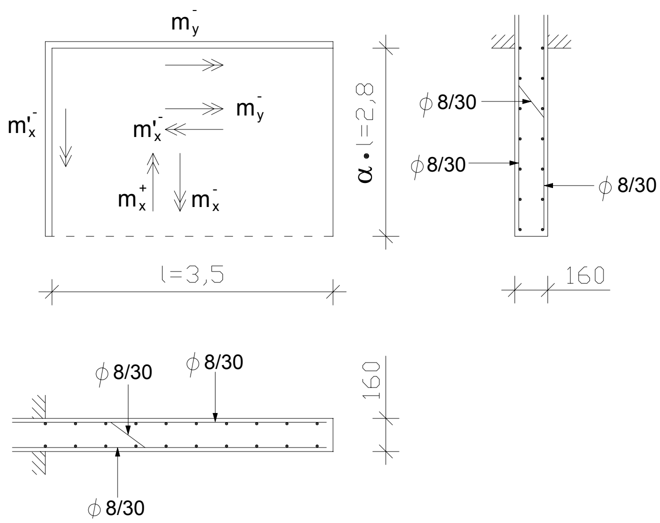
$$q_R = 8 * \frac{m_R}{l^2{}_y} * \frac{1}{1 - \frac{4}{3}\eta} \qquad \text{(ami a teherintenzitás felső korlátja)}$$

$$q_R = 8 * \frac{1{,}8}{2^2} * \frac{1}{1 - \frac{4}{3} * 0{,}33} = 6{,}43\ \mathrm{kN/m^2}$$

<u>A lemez tényleges határterhe 6,43 kN/m^2</u>

<u>2. példa:</u> Két szomszédos peremén befogott, másik két peremén szabad lemez ellenőrzése

Adatok



Állapítsuk meg a határteher–intenzitást.

$$m_x^{+} = m_y^{+} = m_R = 6{,}86\ \mathrm{kNm/m}$$

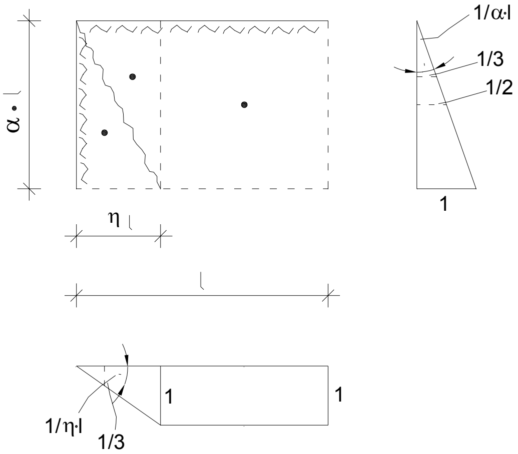
$$m_x^{-} = m_y^{-} = m_R = 6{,}86\ \mathrm{kNm/m}$$

támasznál: $m_x^{-}{}' = m_y^{-}{}' = \nu m_R = 13{,}12\ \mathrm{kNm/m}$

A lemezen két féle törésmechanizmus tud kialakulni.

I. törésmechanizmus

a) A törésmechanizmus felvétel



b.) Külső munka felírása

$$L_K = q_R * \left[\frac{\eta l * \alpha l}{2} * \frac{1}{3} * 2 + \frac{(1-\eta l) * \alpha * 1}{2} \right]$$

Belső munka felírása

$$L_B = m_R * \left[\nu * \alpha l * \frac{1}{\eta l} + \nu * 1 * \frac{1}{\alpha l} + \alpha l * \frac{1}{\eta * 1} + \eta l * \frac{1}{\alpha l} \right] = m_R * \left[\nu * \frac{\alpha}{\eta} + \frac{\nu}{\alpha} + \frac{\alpha}{\eta} + \frac{\eta}{\alpha} \right]$$

Külső és belső munka egyenlőségéből:

$$L_K = L_B$$

$$q_R = \frac{6 * m_R}{l^2 \alpha^2} * \frac{\alpha^2 + \nu\alpha^2 + \eta^2 + \nu\eta}{3\eta - \eta^2}$$

c.) *A teher minimális értékének megkeresése (törőteher meghatározása)*

$$\frac{\partial q_R}{\partial \eta} = 0$$

$$(2\eta + \nu) * (3\eta - \eta^2) - (3 - 2\eta) * (\alpha^2 + \nu\alpha^2 + \eta^2 + \nu\eta) = 0$$

rendezés után:

$$\eta^2 * (3 + \nu) + \eta * 2\alpha^2 * (1 + \nu) - 3\alpha^2 * (1 + \nu) = 0$$

behelyettesítve: $\alpha = \frac{2{,}8}{3{,}5} = 0{,}8$

$$\eta^2 + 0{,}758\eta - 1{,}135 = 0$$

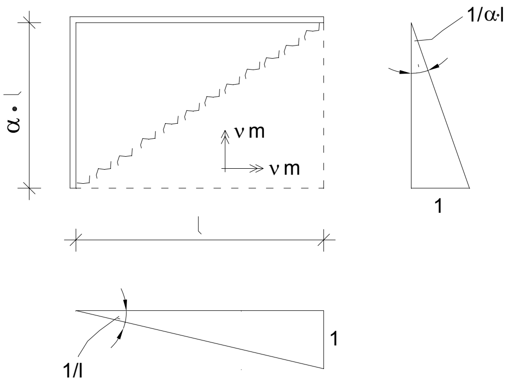
$$\eta = 0{,}751 \ \langle \ 1{,}0$$

Törőteher értéke:

$$q_R = \frac{6*6{,}86}{2{,}8^2} * \frac{0{,}64 + 2{,}91 + 0{,}751^2 + 1{,}434}{0{,}751*(3-0{,}751)} = 12{,}05\ \mathrm{kN/m^2}$$

II. törésmechanizmus

a.) A törésmechanizmus felvétele



b.) *Külső munka felírása*

$$L_K = \frac{q*1*\alpha l}{2} * \frac{1}{3}$$

Belső munka felírása

$$L_B = l*\nu*m*\frac{1}{\alpha l} + \alpha l*\nu m\frac{1}{l}$$

c.) *A teher minimális értékének megkeresése (törőteher meghatározása).*

$$q = \frac{6\nu m}{l^2\alpha^2}*(1+\alpha^2)$$

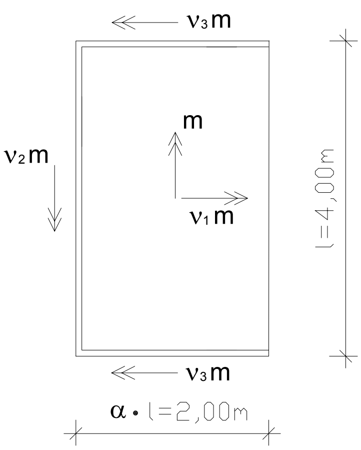
$$q = \frac{6*1{,}91*6{,}86}{2{,}8^2}*(1+0{,}8^2) = 16{,}50\ \mathrm{kN/m^2}$$

Tehát az I. típusú törésmechanizmus a mértékadó. $(q_R = 12{,}05 < q = 16{,}5\ \mathrm{kN/m^2})$

5. gyakorlat: Törőteher meghatározása

Három oldalán befogott lemez méretezése

Adatok



$t = 120\text{mm}$ $\quad g = 3{,}26\,\text{kN/m}^2$ $\quad \gamma_g = 1{,}35$

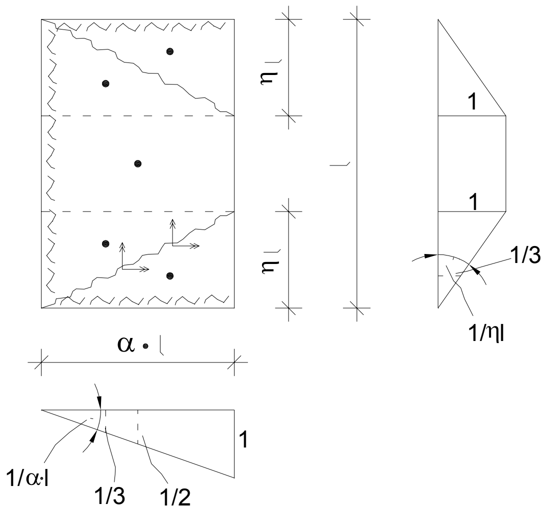
$p = 7{,}80\,\text{kN/m}^2$ $\quad \gamma_p = 1{,}50$

$$g = 1{,}35 * 3{,}25 + 1{,}5 * 4{,}80 = 16{,}1\,\text{kN/m}^2$$

A nyomatékok arányait önkényesen vesszük fel, tekintettel a lemez méreteire.

$$\nu_1 = 2; \quad \nu_2 = 5; \quad \nu_3 = 4$$

a) Törési mechanizmus felvétele



b) A külső és belső munka felírása

Általában

$$L_K = \sum p * w$$

$$L_B = \sum m_s * \varphi$$

Külső munka felírása

$$L_K = q_R * \left[\alpha l * \eta l * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * 2 * 2 + (1 - 2\eta l) * \alpha l * \frac{1}{2}\right] = q_R * \left[\frac{2}{3} * \alpha\eta l^2 + (1 - 2\eta) * \frac{\alpha l^2}{2}\right]$$

Belső munka felírása

$$L_B = m * \left[\alpha l * \nu_3 * \frac{1}{\eta l} * 2 + 1 * \nu_2 * \frac{1}{\alpha l} + \eta l * \frac{1}{\alpha l} * 2 + \alpha l * \nu_1 * \frac{1}{\eta l} * 2\right] =$$

$$= m * \left[2 * \frac{\alpha}{\eta} * (\nu_1 + \nu_3) + \frac{1}{\alpha} * (2\eta + \nu_2)\right]$$

A külső és a belső munka egyenlőségéből a határteher értéke

$$q_R = \frac{12m}{l^2} * \frac{3 + 2\eta^2 + 5\eta}{1{,}5\eta - \eta^2}$$

A teher minimális értékének megkeresése (törőteher meghatározása)

$$\frac{dq_R}{d\eta} = 0$$

$$\frac{d}{d\eta}\left[\frac{3 + 2\eta^2 + 5\eta}{1{,}5\eta - \eta^2}\right] = 0$$

Csak a derivált számlálóját megtartva, kapjuk:

$$(4\eta + 5) * (1{,}5\eta - \eta^2) - (3 + 2\eta^2 + 5\eta) * (1{,}5 - 2\eta) = 0$$

$$8\eta^2 + 6\eta - 4{,}5 = 0$$

$$\eta_1 = 0{,}463$$

(Ha η > lenne mint 0,5 akkor a feltételezett töréskép nem alakul ki.)

Visszahelyettesítve:

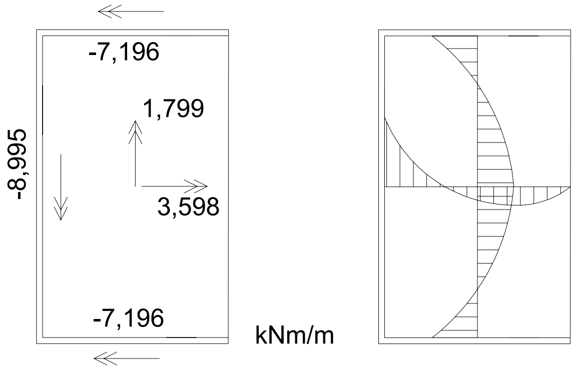
$$q_R = \frac{12m}{l^2} * \left[\frac{3 + 2 * 0{,}463^2 + 5 * 0{,}463}{1{,}5 * 0{,}463 - 0{,}463^2}\right] = \frac{m}{l^2} * 143{,}2$$

azaz

$q_2 = 16{,}1\,\text{kN/m}^2$ $\qquad$ $m_R = ?$

$$m_R = \frac{q_R * l^2}{143{,}2} = \frac{16{,}1 * 4^2}{143{,}2} = 1{,}789\ \text{kNm/m}$$

A nyomatéki arányokkal a mértékadó nyomatéki ábra:



6. hét

6. előadás: Keretszerkezetek I.

Tematikája:

Keretek definíciója, osztályozása
Keretek pontos számítása számítógépes programokkal.
Keretek közelítő számítása függőleges teherre

Háttéranyag:

Jegyzet 6. fejezete (45-59. oldal)

6. gyakorlat: Tervezési feladat

Tematikája:

Strobl András - Koris Kálmán – Péczely Attila: Kétirányban teherviselő lemez tervezése. BME Hidak és Szerkezetek Tsz, 2000. Tervezési segédlet alapján a lemez törőterhének meghatározása.

7. hét

Oktatási szünet

8. hét

8. előadás: Keretszerkezetek II.

Tematikája:

Keretek közelítő számítása vízszintes teherre

Gerendák méretezése

Háttéranyag:

Jegyzet 6. fejezete (59-67.oldal)

8. gyakorlat: Tervezési feladat

Tematikája:

Lemez tervezési feladat beadása

9. hét

9. előadás: Keretszerkezetek III.

Tematikája:

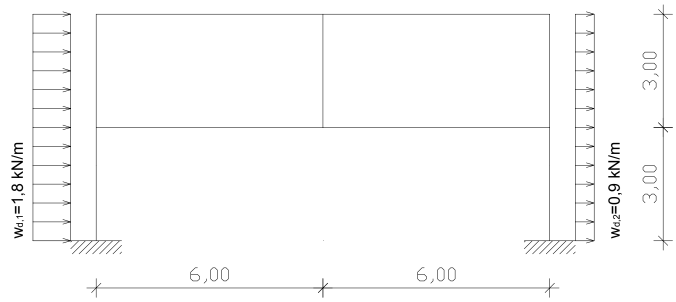
- Oszlop méretezése
  - Véletlen eltérésből származó erők meghatározása
  - Külpontosság és külpontosság növekmények számítása
  - Oszlop vasalása, szerkesztési szabályok
- Keretsarok méretezése
  - Keretsarok teherbírásának meghatározása
  - Keretsarok vasalásának tervezése

Háttéranyag:

- Jegyzet 7. fejezete (67-75. oldal)

9. gyakorlat: *Közelítő igénybevételi ábrák vízszintes teherre*

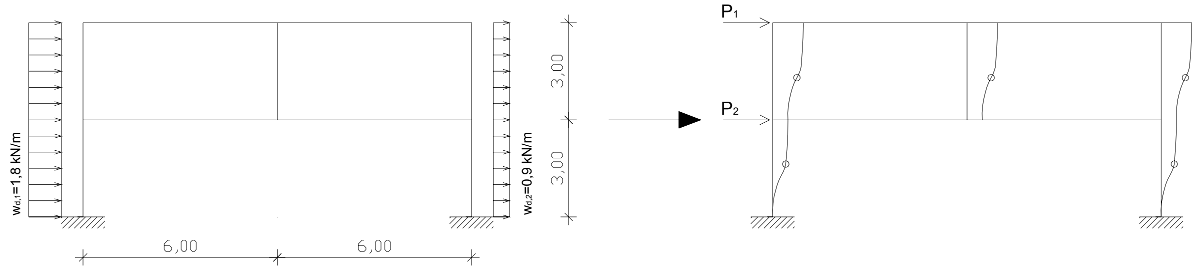
1. példa: Határozza meg és alakhelyes ábrán rajzolja le az alábbi, vízszintes teherrel terhelt keretszerkezet (közelítő) nyomatéki ábráját! (Megjegyzés: A közelítő számításnál vegye figyelembe, hogy a keretgerendák sokkal merevebbek a keretoszlopnál, valamint, hogy az oszlopok vízszintes teherből származó közvetlen hajlítástól eltekinthetünk.)



$$\frac{I_g}{l_y} >> \frac{I_o}{l_o}$$

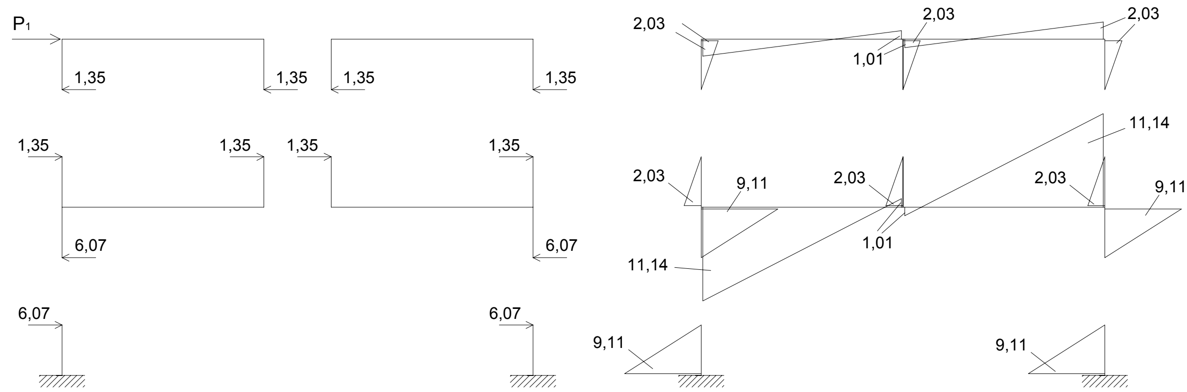
Megoldás:

A tartó elmozdult alakja és a reakcióerők:

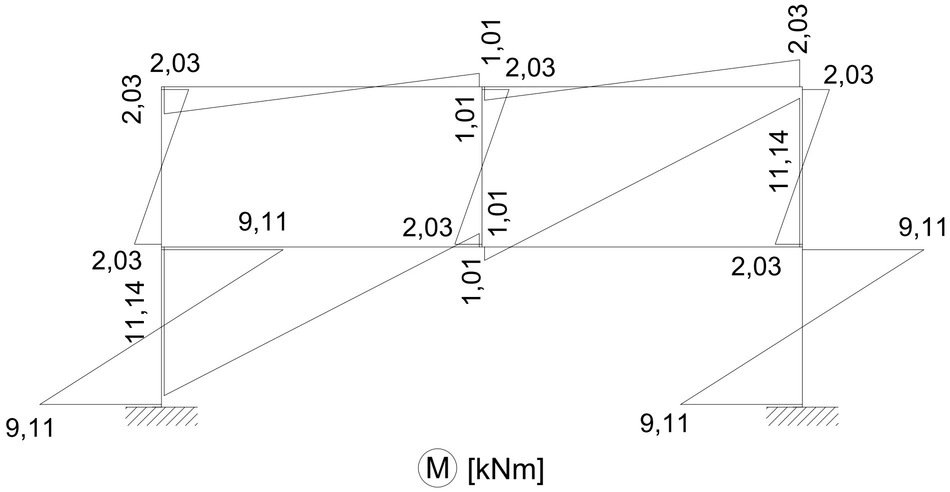


$$p_1 = (1{,}8 + 0{,}9) * \frac{3}{2} = 4{,}05\,\text{kN}$$

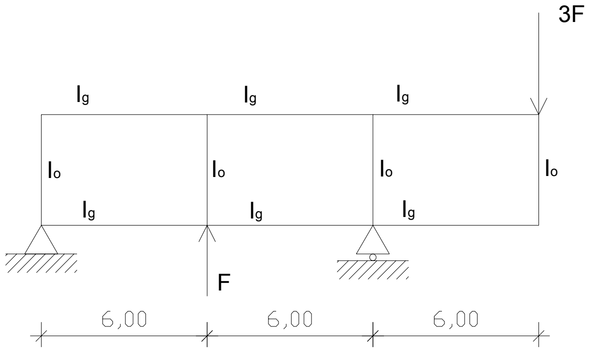
$$p_2 = (1{,}8 + 0{,}9) * 3 = 8{,}10\,\text{kN}$$



A nyomatéki ábra:



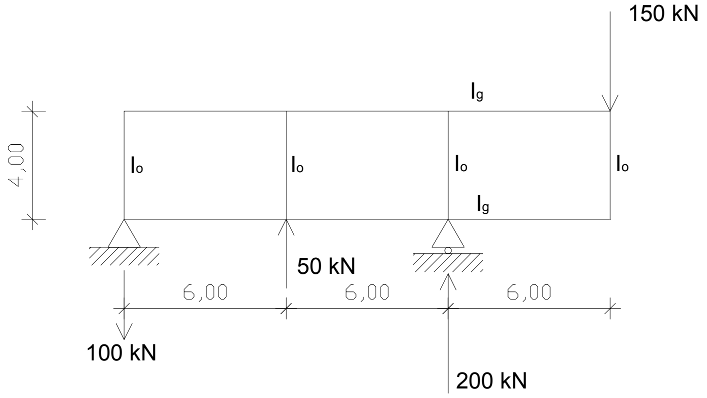
2. példa: Határozza meg az adott tartó (M) ábráját! [Az oszlopok merevsége jóval nagyobb a gerendák merevségnél.]

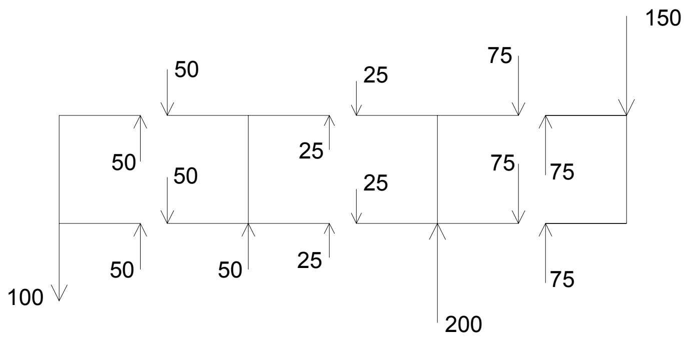


$F = 50$ kN

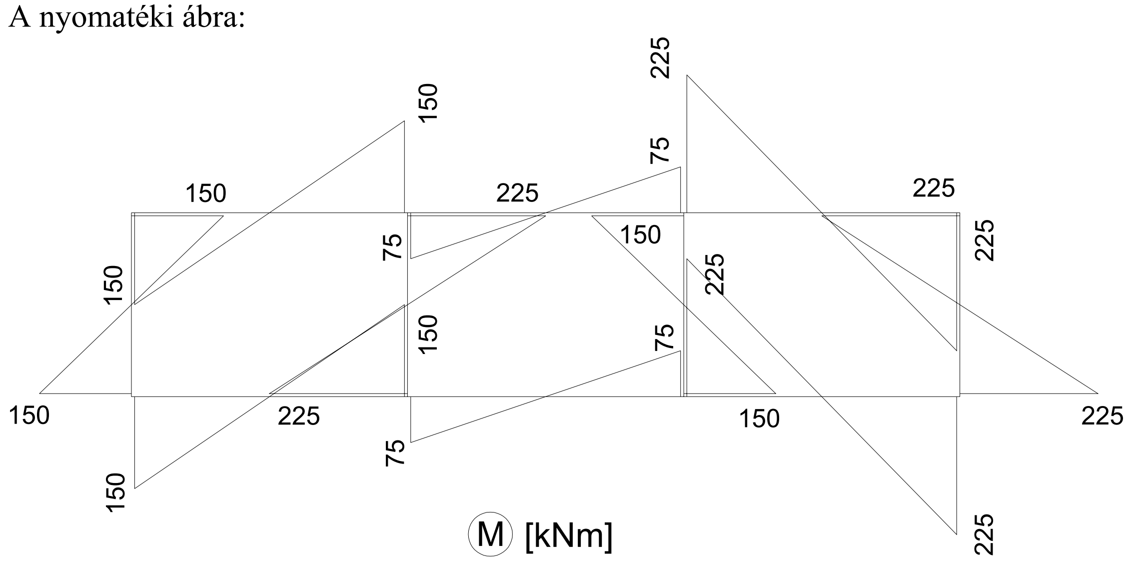
$I_o/l_o >> I_g/l_g$

Megoldás:
A tartó elmozdult alakja és a reakcióerők:

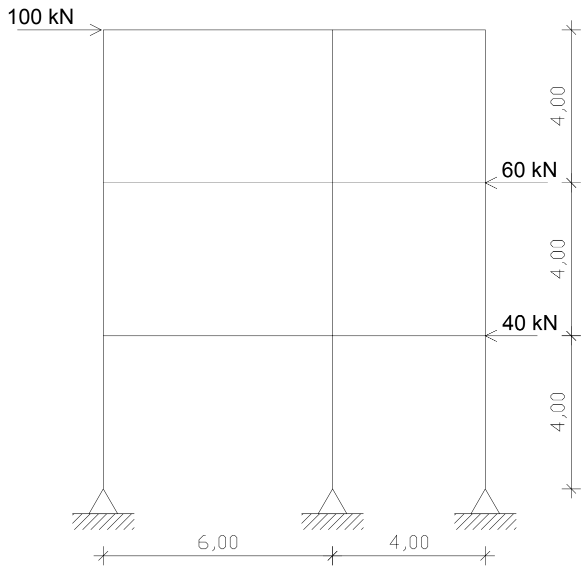




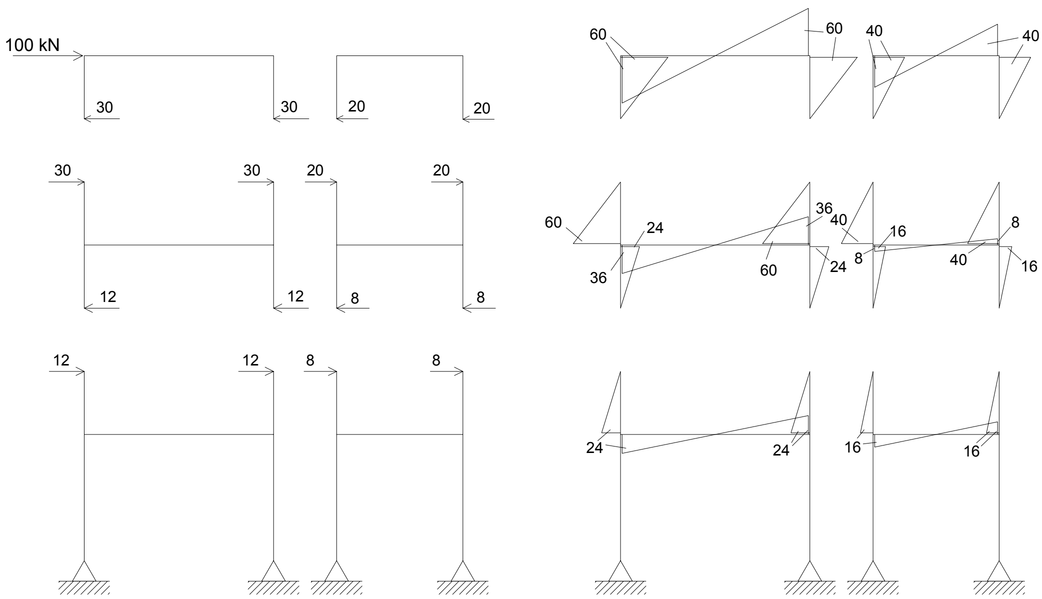
A nyomatéki ábra:



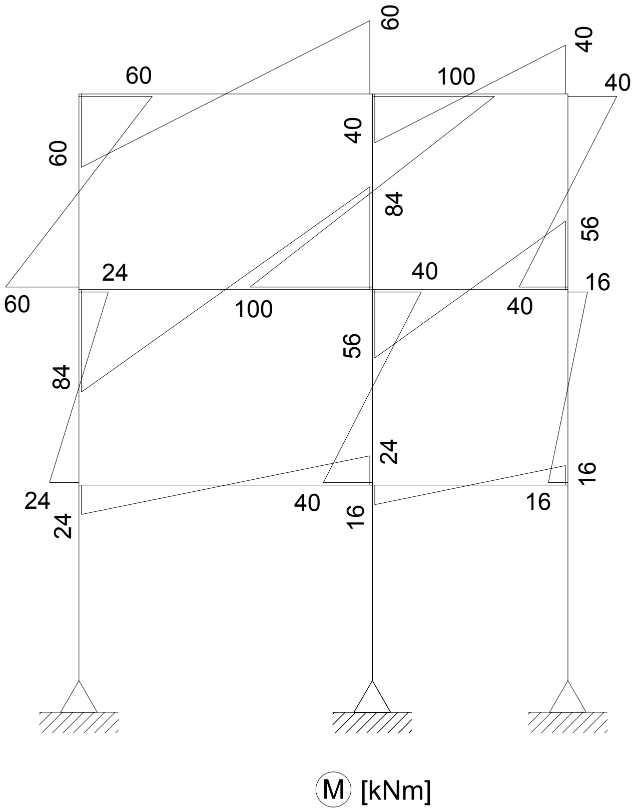
3. példa: Határozza meg az alábbi keret nyomatéki ábráját portál─módszer alkalmazásával!



Megoldás:



A nyomatéki ábra:

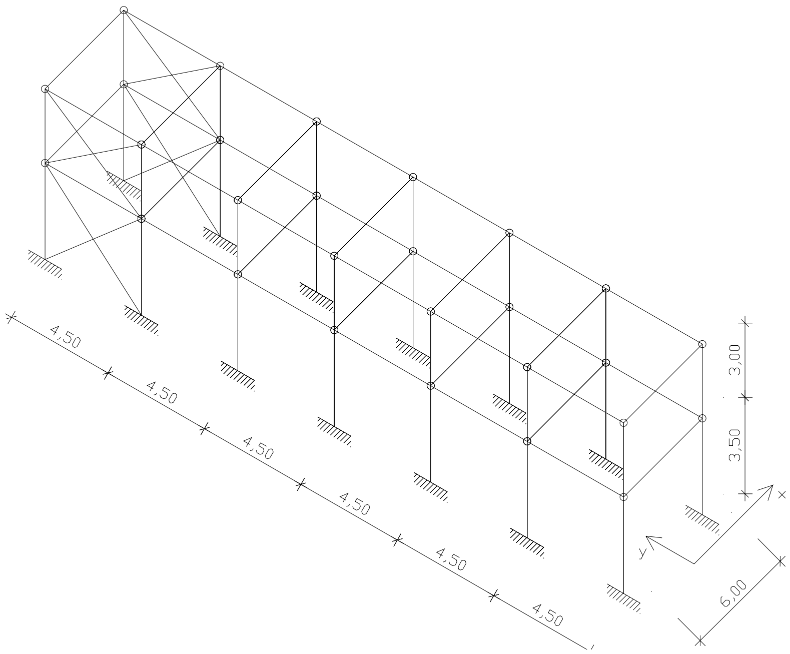


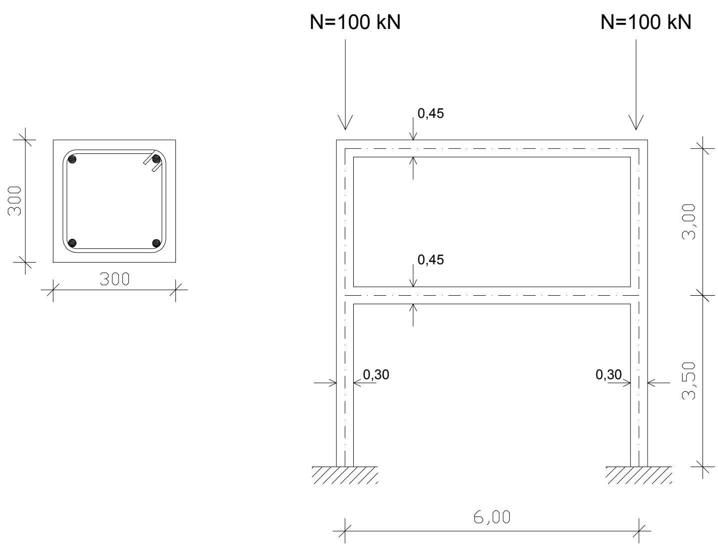
10. hét

10. előadás: Oszlop méretezése

Vasbetonszerkezet központosan nyomott oszlopának ellenőrzése (ENV előírásaival a feladat megoldása a [Kollár L.: Vasbetonszerkezetek I. Vasbetonszilárdságtan az EUROCODE 2 szerint. Műegyetem Kiadó] jegyzetben található).

Az ábrán látható épület oszlopait a terv szerint központos normálerő terheli.





Ellenőrizzük az alsó oszlopszakasz teherbírását az EUROCODE szerint, ha a keresztmetszet vasalása:

hosszvasak: $4\Phi25,\ As = 1963\ mm^2$

kengyel: $\Phi12/300$,

betonfedés: 20 mm

beton: C25/20 $\quad fcd = \dfrac{20}{1{,}5} = 13{,}3\ N/mm^2$

betonacél: S 500 B, $\quad fyd = \dfrac{500}{1{,}15} = 435\ N/mm^2$

d = 245,5 mm

Megoldás:

Igénybevételek:

a) Függőleges teherből

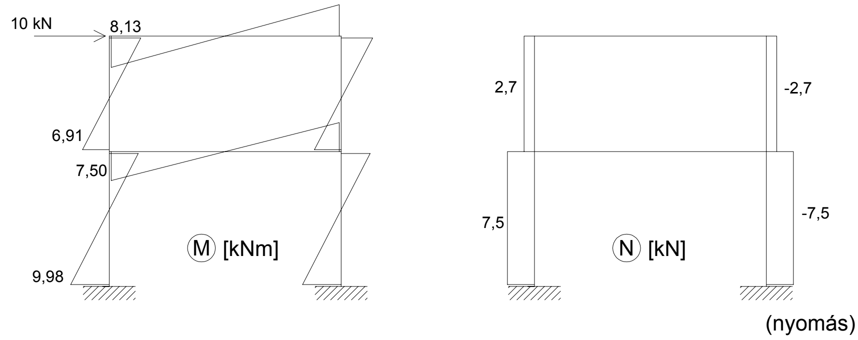
A keret oszlopában 1000 kN nagyságú nyomóerő lép fel.

b) Véletlen eltérésből származó vízszintes teher

$$N_i = \frac{N_i - N_{i-1}}{200} = \frac{2000}{200} = 10\ kN$$

Meghatározott vízszintes terhet x és y irányban is működtetni kell, de y irányban a meghatározott terhet az alkalmazott merevítő rendszerre kell terhelni.

Az oszlopok igénybevételei a H = 10 kN nagyságú vízszintes erőből (számítógéppel meghatározva):



Kihajlási hossz meghatározása

A keret x irányban kilendülő, y irányban nem kilendülő.

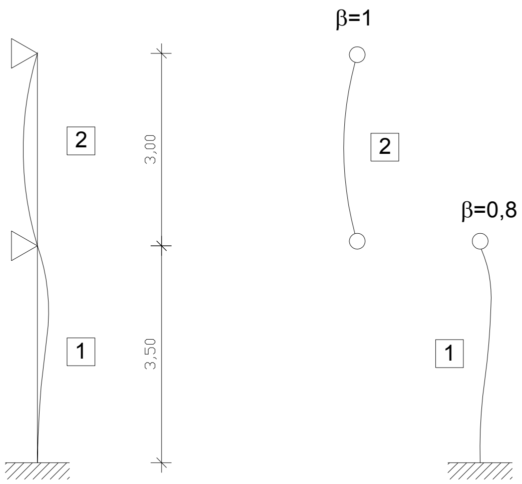
a) y irány: (nem kilendülő)

1. oszlop $k_1 = 0, \quad k_2 = \infty$,

$$l_{o1}{}^{y} = 0{,}8 * l = 0{,}7 * 350 = 245$$

2. oszlop $k_a = k_f = \infty$

$$l_{o2}{}^{y} = 1 * l = 1 * 300 = 300$$



b) x irány: (kilendülő)

$$I_{col} = \frac{0{,}3^4}{12} = 675 * 10^{-6}\ m^4$$

$$I_b = \frac{0{,}3 * 0{,}45^4}{12} = 2278 * 10^{-6}\ m^4$$

1. oszlop:

$$k_1 = 0$$

$$k_2 = \frac{\sum \frac{I_{col}}{l_{col}}}{\sum \frac{\alpha I_b}{l_{eff}}} = \frac{\frac{675}{3{,}5} + \frac{675}{3{,}0}}{1 * \frac{2278}{6{,}0}} = 1{,}10$$

$$\beta = \max \begin{cases} \sqrt{1 + 10 * \frac{0 * 1{,}10}{0 + 1{,}10}} = 1 \\ 1 + \left(\frac{0}{1+0}\right) * \left(1 + \frac{1{,}10}{1 + 1{,}10}\right) = 1 * 1{,}524 = \underline{\underline{1{,}52}} \end{cases}$$

$$l_{o1}{}^{x} = 1{,}52 * 3{,}50 = 5{,}32\ m$$

2. oszlop:

$$k_a = 1{,}10$$

$$k_f = \frac{\frac{675}{3{,}0}}{1 * \frac{2278}{6{,}0}} = 0{,}59$$

$$\beta = \max \begin{cases} \sqrt{1 + 10 * \frac{1{,}10 * 0{,}59}{1{,}10 + 0{,}59}} = \underline{\underline{2{,}2}} \\ 1 + \left(\frac{1{,}10}{1 + 1{,}10}\right) * \left(1 + \frac{0{,}59}{1 + 0{,}59}\right) = 2{,}18 \end{cases}$$

$$l_{o1}^{x} = 2{,}2 * 3{,}00 = 6{,}60\ \mathrm{m}$$

A külpontosságok számítása:

Az oszlop inerciasugara:

$$i = \sqrt{\frac{0{,}3^4}{12 * 0{,}3^2}} = 0{,}0866\ \mathrm{m}$$

Karcsúságok:

$$\lambda_{o1y} = \frac{2{,}45}{0{,}0866} = 28{,}29 \quad \lambda_{o2y} = \frac{3{,}00}{0{,}0866} = 34{,}6$$

$$\lambda_{o1x} = \frac{5{,}32}{0{,}0866} = 61{,}43 \quad \lambda_{o2x} = \frac{6{,}60}{0{,}0866} = 76{,}21$$

$\lambda > 25$, így az oszlop karcsúnak tekintendő,
$\lambda < 140$, így alkalmazható az EUROCODE számítása.

A külpontosságot az <u>x irányban az alábbiakban az 1. oszlopra határozzuk meg</u>:
<u>Kezdeti külpontosság:</u>

$$e_{o1} = -\frac{7{,}5}{1008} = -0{,}0074\ \mathrm{m}$$

$$e_{o2} = \frac{9{,}98}{1008} = 0{,}0099\ \mathrm{m}$$

$$e_o = \max \begin{cases} 0{,}6e_{o2} + 0{,}4e_{01} = 0{,}0030\ \mathrm{m} \\ 0{,}4e_{o2} = \underline{0{,}0040\ \mathrm{m}} \end{cases}$$

Véletlen ferdeségből származó külpontossági növekmény:

$$e_a = \frac{l_0}{400} = \frac{5,32}{400} = 0,0133\,\mathrm{mm}$$

Másodlagos hatásból származó külpontossági növekmény:

$$\frac{1}{r} = k_R * k_f * \frac{1}{r_0}$$

$$k_f = 1$$

$$k_R = \frac{N'_u - N_{Ed}}{N'_u - N_{bal}}$$

$$N'_u = 13,33 * 300^2 + 1963 * 435 = 2053,605\,\mathrm{kN}$$

$$N_{Ed} = 1008\,\mathrm{kN}$$

$$N_{bal} = 0,4 * 13,33 * 300^2 = 480\,\mathrm{kN}$$

$$k_R = \frac{2053,6 - 1008}{2053,6 - 480} = 0,664$$

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon yd}{0,45d} = \frac{435/200 * 10^3}{0,45 * 245,5} = 1,969 * 10^{-2}\,\frac{1}{m}$$

$$\frac{1}{r} = 0,664 * 1 * 1,969 * 10^{-2} = 1,31 * 10^{-2}$$

$$e_2 = \frac{1}{r} * \left(\frac{l_0}{\pi}\right)^2 = 0,0131 * \left(\frac{5,32}{\pi}\right)^2 = 0,0375\,\mathrm{mm}$$

Teljes külpontosság:

$$e_{tot} = e_0 + e_a + e_2 = 0,0040 + 0,0133 + 0,0375 = 0,0548\,\mathrm{mm}$$

Az oszlop végén nem veszünk figyelembe másodrendű hatásokból nyomatékot. Ott a külpontosság két tagból számítható:

$$e_{o2} + e_a = 0,0099 + 0,0101 = 0,020 < e_{tot},$$

vagyis az oszlop közbenső keresztmetszete a mértékadó.

A külpontosságok számítását az alábbi táblázatban foglaltuk össze:

	l_1 oszlop		l_2 oszlop	
	x irány	y irány	x irány	y irány
kihajlási hossz: l_o	5,32	2,45	6,60	3,00
karcsúság: λ	61,43	28,29	76,21	34,6
e_{o1}	-0,0074	0	-0,0069	0
e_{o2}	0,0099	0	0,0081	0
eo	0,0040	0	0,0032	0
ea	0,0133	0,006125	0,0165	0,0075
k_R	0,664	0,664	0,667	0,667
$1/r_o$	$1{,}969 * 10^{-2}$	$1{,}969 * 10^{-2}$	$1{,}969 * 10^{-2}$	$1{,}969 * 10^{-2}$
$1/r$	$1{,}31 * 10^{-2}$	0,0131	0,0131	0,0131
e_2	0,0375	0,00797	0,0578	0,01196
e_{tot}	0,0548	0,0141	0,0775	0,0195

Az oszlop mértékadó igénybevételei:

1. oszlop:

$N_{sd} = 1007{,}5\text{kN}$ $\qquad M^1{}_{sdx} = 1007{,}5 * 0{,}0548 = 55{,}21\,\text{kNm}$

$M^1{}_{sdy} = 1007{,}5 * 0{,}0141 = 14{,}21\,\text{kNm}$

2. oszlop:

$N_{sd} = 1002{,}75\,\text{kN}$ $\qquad M^2{}_{sdx} = 1002{,}75 * 0{,}0775 = 77{,}71\,\text{kNm}$

$M^2{}_{sdy} = 1002{,}75 * 0{,}0195 = 19{,}55\,\text{kNm}$

A keresztmetszet ellenőrzése

Számítógéppel meghatároztuk a keresztmetszet teherbírási vonalát. A határnyomaték:

$N = 1007{,}5\,\text{kN esetén:}$ $\qquad M_{Rd} = 88{,}1\,\text{kNm}$

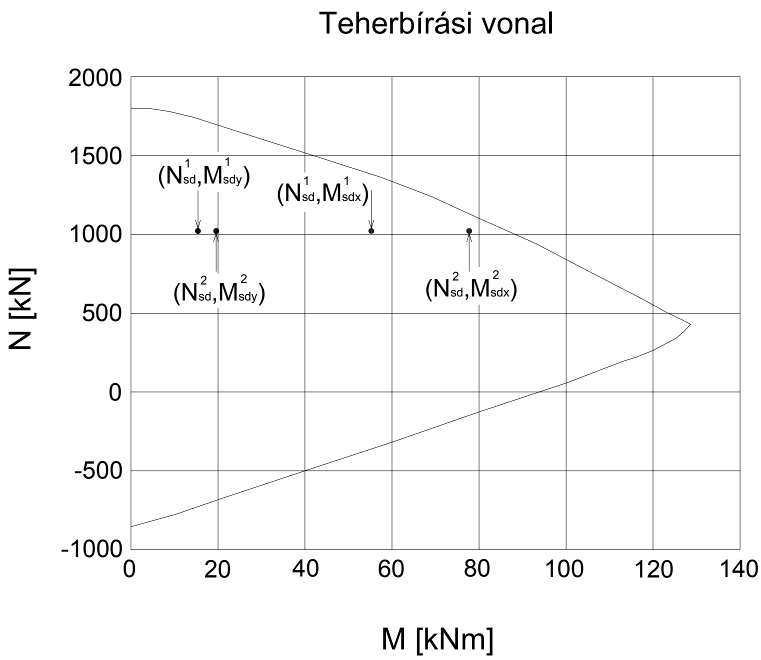
$N = 1002{,}75\,\text{kN esetén:}$ $\qquad M_{Rd} = 88{,}5\,\text{kNm}$

Az 1. oszlop ellenőrzése:

$$\frac{55{,}21}{88{,}1} + \frac{14{,}21}{88{,}1} = 0{,}79 < 1$$

A 2. oszlop ellenőrzése:

$$\frac{77{,}71}{88{,}5} + \frac{19{,}55}{88{,}5} = 1{,}09 > 1 \rightarrow \text{nem felel meg!}$$



A második oszlop nem felel meg!

10. gyakorlat: Tervezési feladat

<u>Tematika:</u>

Ódor Péter-Kóris Kálmán: Vasbeton keretvázas épület erőtani számítása. BME Hidak és Szerkezetek Tsz. Tervezési segédlet alapján a méretek közelítő számítása

11. hét

11. előadás: Keretszerkezetek IV.

Tematikája:

- Rövid konzol méretezése
  - Definíció
  - Fővasalás számítása
  - Kengyelek számítása
- Koncentrált erő bevezetése
  - Pecsétnyomás
  - Keresztirányú vasalás részleges terhelés alatt

Háttéranyag:

- Jegyzet 8 és 9. fejezete (76-82. oldal)

11. gyakorlat: Oszlopok méretezése

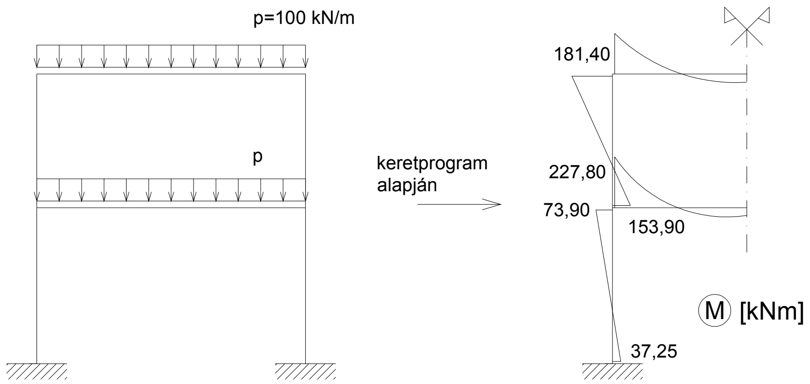
Vasbeton keret nyomott és hajlított oszlopának ellenőrzése

Ellenőrizzük a 10. előadáson bemutatott keret alsó oszlopát, ha a keret gerendáit p = 100 kN/m nagyságú megoszló teher terheli. (Ez a teher tartalmazza az önsúlyt, a hasznos terhet és a biztonsági tényezőket.) (ENV előírásaival a feladat megoldása a [Kollár L.: Vasbetonszerkezetek I. Vasbetonszilárdságtan az EUROCODE 2 szerint. Műegyetem Kiadó] jegyzetben található.)

<u>Megoldás:</u>

Keret igénybevételei

A keret igénybevételei (kis elmozdulásokkal és rugalmas anyagmodellel dolgozó) keretprogram alapján:



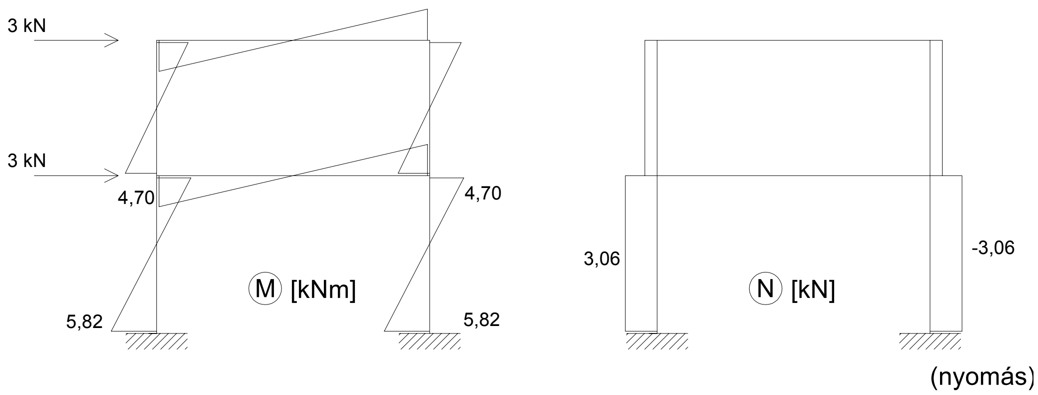
Normálerő az alsó oszlopokban:

$$N = p * 6 = 600\,\text{kN}$$

Az épület ferdeségéből:

$$H = \frac{600}{2} = 3\,\text{kN}$$

nagyságú vízszintes erő keletkezik. Az alsó oszlopban számítógéppel határozzuk meg az ebből a teherből származó igénybevételeket:



Normálerő az alsó oszlopban (nyomás):

$$N = 6 * 100 + 3{,}06 = 603\,\text{kN}$$

Nyomatékok:

$$73{,}90 + 4{,}70 = 78{,}60\,\text{kNm}$$

$$-37{,}25 - 5{,}82 = -43{,}07\,\text{kNm}$$

A kihajlási hosszak: megegyeznek az 1. Mintapéldában számítottakkal

A külpontosságok számítása:

x irány:

$$e_{o1} = -\frac{43{,}07}{603} = -0{,}0714\,,$$

$$e_{o2} = \frac{78{,}6}{603} = 0{,}1303\,,$$

$$e_o = \begin{cases} 0{,}6 * 0{,}1303 - 0{,}4 * 0{,}0714 = 0{,}0496 \\ \\ 0{,}4 * 0{,}1303 \qquad\qquad\qquad = \underline{0{,}0521} \end{cases}$$

A részletek mellőzésével:

$$e_a = 0{,}0133\,\text{m}\,,$$

$$k_f = 1, \quad k_r = 0{,}921,$$

$$\frac{1}{r_0} = 1{,}969 * 10^{-2}$$

$$\frac{1}{r} = 1{,}81 * 10^{-2}$$

$$e_2 = 0{,}0520\,\text{m}$$

$$e_{tot} = 0{,}0521 + 0{,}0133 + 0{,}0520 = 0{,}1174\,\text{m}$$

A számítás szerint $e_{tot} < e_{o2}$. Ez azt jelenti, hogy az oszlop egy közbenső keresztmetszetében a másodrendű hatásokat figyelembe véve számított külpontosság kisebb, mint az oszlop végén számított külpontosság. Ekkor az oszlop végén fellépő külpontosságot kell figyelembe venni, amely e_{o2}–t és e_a–t tartalmaza:

$$e = 0{,}1303 + 0{,}101 = 0{,}1404\,\text{m}\,.$$

y irány:
A részletek mellőzésével:

$$e_a = 0{,}006125\,\mathrm{m},$$
$$k_r = 0{,}921,$$
$$\frac{1}{r_0} = 1{,}969 * 10^{-2}$$
$$\frac{1}{r} = 0{,}0181$$
$$e_2 = 0{,}0110\,\mathrm{m},$$
$$e_{tot} = 0{,}0171\,\mathrm{m}.$$

A mértékadó igénybevételek:

$$N_{sd} = 603\,\mathrm{kN} \qquad M_{sdx} = 603 * 0{,}1404 = 84{,}7\,\mathrm{kNm}$$
$$M_{sdy} = 603 * 0{,}0171 = 10{,}32\,\mathrm{kNm}$$

A teherbírási vonal szerint az N = 603 kN nyomóerőhöz tartozó határnyomaték $M_{Rd} = 117{,}1\,\mathrm{kNm}$, így

$$\frac{84{,}7}{117{,}1} + \frac{10{,}32}{117{,}1} = 0{,}81 < 1,$$

vagyis a keresztmetszet megfelel.

12. hét

12. előadás: Keretek merevítő rendszerének számítása

Tematikája:

Definíció

Arányos, el nem csavarodó (elmozduló) keretek számítása

Háttéranyag:

Jegyzet 10. fejezete (82-92. oldal)

12. gyakorlat: Keret tervezési feladat

Tematikája:

Ódor Péter-Kóris Kálmán: Vasbeton keretvázas épület erőtani számítása. BME Hidak és szerkezetek Tsz. Tervezési segédlet alapján a keret pontos számítása, gerenda, oszlop méretezése

13. hét

13. előadás: Zárthelyi dolgozat

13. gyakorlat: Keret tervezési feladat

Tematikája:

Ódor Péter-Kóris Kálmán: Vasbeton keretvázas épület erőtani számítása. BME Hidak és szerkezetek Tsz. Tervezési segédlet alapján a keret vasalása

14. hét

14. előadás: Keretek merevítő rendszerének számítása

Tematikája:
Arányos, elcsavarodó (elmozduló és elforduló) keretek számítása

Háttéranyag:
Jegyzet 10. fejezete (92-101. oldal)

14. gyakorlat: Keret tervezési feladat beadása

F E L K É S Z Ü L É S T S E G Í T Ő
P É L D Á K

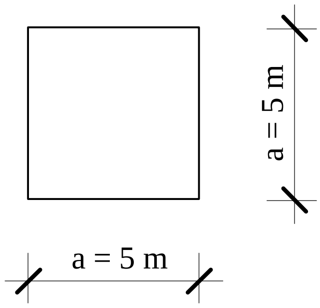
Lemezszerkezetek – Törőteher meghatározása

Koris Kálmán gyűjtése alapján

1. Határozza meg az ábrán megadott, négy oldalán szabadon felfekvő izotróp vasbeton lemez törőterhét!

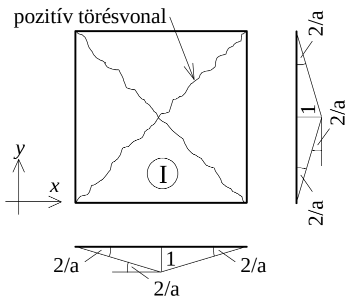
A lemez fajlagos nyomatéki teherbírása:

$m_{Rx} = m_{Ry} = 25$ kNm/m



<u>*Megoldás:*</u>

A lemez törésképe (középen egységnyi eltolódást feltételezve):



a.) Egyensúlyi módszer alkalmazása

A külső erők nyomatéka az *x* tengelyre az I. lemezdarabon:

$$M_k(p_t) = a\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot p_t\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{1}{3} = \frac{a^3}{24}\cdot p_t$$

A belső erők nyomatéka az *x* tengelyre az I. lemezdarabon:

$$M_b = a\cdot m_{Rx} = 125\,\text{kNm}$$

A külső és belső erők egyensúlya alapján:

$$M_k = M_b$$

$$\frac{a^3}{24}\cdot p_t = a\cdot m_{Rx} \Longrightarrow p_t = a\cdot m_{Rx}\cdot\frac{24}{a^3} = 24\,\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

b.) Energia módszer alkalmazása

A külső erők által végzett munka a törésképp alapján:

$$L_k(p_t) = a\cdot a\cdot 1\cdot\frac{1}{3}\cdot p_t = \frac{a^2}{3}\cdot p_t$$

A belső erők által végzett munka a törésképalapján:

$$L_b = 2\cdot a\cdot\frac{2}{a}\cdot m_{Rx} + 2\cdot a\cdot\frac{2}{a}\cdot m_{Ry} = 4\cdot m_{Rx} + 4\cdot m_{Ry} = 200\,kN$$

A külső és belső munka egyenlősége alapján:

$$L_k = L_b$$

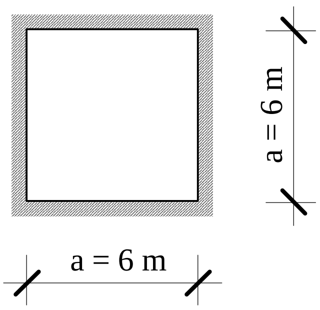
$$\frac{a^2}{3}\cdot p_t = 4\cdot m_{Rx} + 4\cdot m_{Ry} \quad\Longrightarrow\quad p_t = \left(4\cdot m_{Rx} + 4\cdot m_{Ry}\right)\cdot\frac{3}{a^2} = 24\,\frac{kN}{m^2}$$

---

2. Határozza meg az ábrán látható, négy oldalán befogott izotróp vasbeton lemez törőterhét!

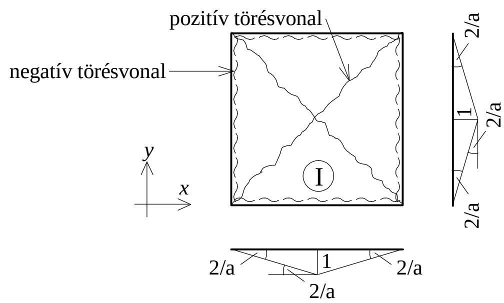
A lemez fajlagos nyomatéki teherbírása:

- pozitív nyomatékra: $m_{Rx.p} = m_{Ry.p} = 5$ kNm/m
- negatív nyomatékra: $m_{Rx.n} = m_{Ry.n} = 3$ kNm/m



Megoldás:

A lemez törésképe (középen egységnyi eltolódást feltételezve):



a.) Egyensúlyi módszer alkalmazása

A külső erők nyomatéka az *x* tengelyre az I. lemezdarabon:

$$M_k(p_t) = a\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot p_t\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{1}{3} = \frac{a^3}{24}\cdot p_t$$

A belső erők nyomatéka az *x* tengelyre az I. lemezdarabon:

$$M_b = a\cdot m_{Rx.p} + a\cdot m_{Rx.n} = 48\,kNm$$

A külső és belső erők egyensúlya alapján:

$$M_k = M_b$$

$$\frac{a^3}{24} \cdot p_t = 48\text{kNm} \quad \Longrightarrow \quad p_t = 48\text{kNm} \cdot \frac{24}{a^3} = 5.33 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

b.) Energia módszer alkalmazása

A külső erők által végzett munka a töréskép alapján:

$$L_k(p_t) = a \cdot a \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot p_t = \frac{a^2}{3} \cdot p_t$$

A belső erők által végzett munka a töréskép alapján:

$$L_b = 2 \cdot a \cdot \frac{2}{a} \cdot m_{Rx.p} + 2 \cdot a \cdot \frac{2}{a} \cdot m_{Ry.p} + 2 \cdot a \cdot \frac{2}{a} \cdot m_{Rx.n} + 2 \cdot a \cdot \frac{2}{a} \cdot m_{Ry.n} =$$

$$= 4 \cdot m_{Rx.p} + 4 \cdot m_{Ry.p} + 4 \cdot m_{Rx.n} + 4 \cdot m_{Ry.n} = 64\,\text{kN}$$

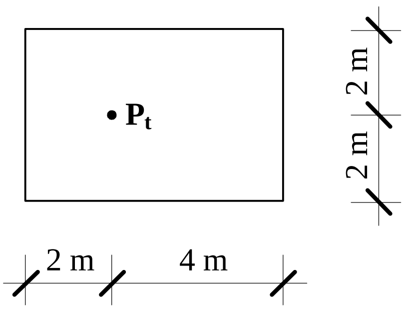
A külső és belső munka egyenlősége alapján:

$$L_k = L_b$$

$$\frac{a^2}{3} \cdot p_t = 64\text{kN} \quad \Longrightarrow \quad p_t = 64\text{kN} \cdot \frac{3}{a^2} = 5.33 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

---

3. Határozza meg az ábrán látható, csuklós megtámasztású izotrop lemez koncentrált $\mathbf{P_t}$ törőterhét!



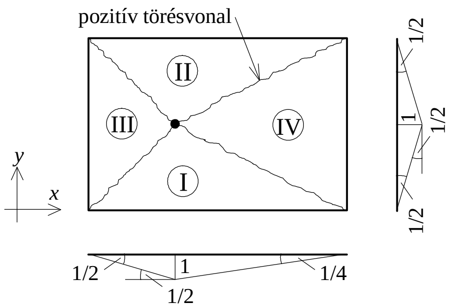
$$m_{Rx} = m_{Ry} = m_{R0} = 4 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

$$t = 0.12\text{m}$$

$$\nu = 0.2$$

<u>*Megoldás:*</u>

A lemez törésképe:



A koncentrált erő alatt egységnyi eltolódást veszünk fel.

a.) Egyensúlyi módszer alkalmazása

Írjuk fel a nyomatéki egyensúlyi egyenleteket az egyes lemezdarabokra (a szimmetria miat a II. lemezdarabot nem szükséges vizsgálni)!

A külső és belső erők egyensúlya az I. lemezdarabon:

$$\xi \cdot P_t \cdot 2m = 6m \cdot m_{R0}$$

A külső és belső erők egyensúlya a III. lemezdarabon:

$$\zeta \cdot P_t \cdot 2m = 4m \cdot m_{R0}$$

A külső és belső erők egyensúlya a IV. lemezdarabon:

$$\chi \cdot P_t \cdot 4m = 4m \cdot m_{R0}$$

Az egyes lemezdarabokra működő rész-erők összegére vonatkozó feltétel:

$$2 \cdot \xi \cdot P_t + \zeta \cdot P_t + \chi \cdot P_t = P_t$$

Összességében tehát van 4 db ismeretlenünk (ξ, ζ, χ, P_t) és hozzá 4 db egyenletünk. Az ismeretlen P_t törőteher az egyenletrendszer megoldásából nyerhető:

Az egyes lemezdarabokra működő rész-erők: $\xi \cdot P_t = \blacksquare\, kN$

$\zeta \cdot P_t = \blacksquare\, kN$

$\chi \cdot P_t = \blacksquare\, kN$

A törőteher: $P_t = \blacksquare\, kN$

b.) Energia módszer alkalmazása

A külső erők által végzett munka a törésképalapján:

$$L_k(p_t) = P_t \cdot 1m$$

A belső erők által végzett munka a törésképalapján:

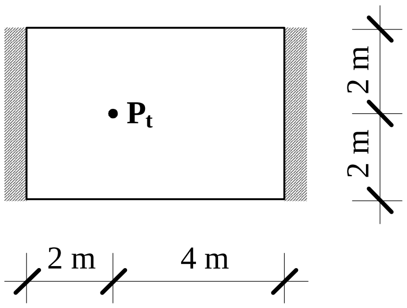
$$L_b = \left(2m \cdot \frac{1}{2} \cdot m_{R0} + 2m \cdot \frac{1}{2} \cdot m_{R0}\right) \cdot 2 + 2m \cdot \frac{1}{4} \cdot m_{R0} \cdot 2 + 4m \cdot \frac{1}{2} \cdot m_{R0} \cdot 2 = 36\, kNm$$

A külső és belső munka egyenlősége alapján:

$$L_k = L_b$$

$$P_t \cdot 1m = 36kNm \quad \Longrightarrow \quad P_t = \frac{36kNm}{1m} = 36\, kN$$

4. Határozza meg az ábrán látható, két oldalán csuklós megtámasztású, két oldalán befogott vasbeton lemez koncentrált $\mathbf{P_t}$ törőterhét!

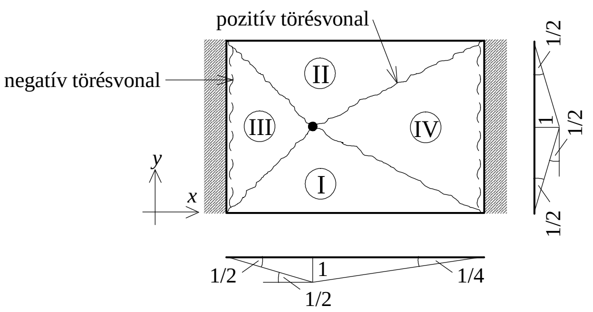


$$m_{Rx} = 16 \frac{kNm}{m}$$

$$m_{Ry} = 8 \frac{kNm}{m}$$

Megoldás:

A lemez törésképe:



A koncentrált erő alatt egységnyi eltolódást veszünk fel.

a.) Egyensúlyi módszer alkalmazása

Írjuk fel a nyomatéki egyensúlyi egyenleteket az egyes lemezdarabokra (a szimmetria miat a II. lemezdarabot nem szükséges vizsgálni)!

A külső és belső erők egyensúlya az I. lemezdarabon:

$$\xi \cdot P_t \cdot 2m = 6m \cdot m_{Rx}$$

A külső és belső erők egyensúlya a III. lemezdarabon:

$$\zeta \cdot P_t \cdot 2m = 4m \cdot \left(m_{Ry} + m_{Ry}\right)$$

A külső és belső erők egyensúlya a IV. lemezdarabon:

$$\chi \cdot P_t \cdot 4m = 4m \cdot \left(m_{Ry} + m_{Ry}\right)$$

Az egyes lemezdarabokra működő rész-erők összegére vonatkozó feltétel:

$$2 \cdot \xi \cdot P_t + \zeta \cdot P_t + \chi \cdot P_t = P_t$$

Összességében tehát van 4 db ismeretlenünk (ξ, ζ, χ, P_t) és hozzá 4 db egyenletünk. Az ismeretlen P_t törőteher az egyenletrendszer megoldásából nyerhető:

Az egyes lemezdarabokra működő rész-erők: $\xi \cdot P_t = ■$ kN

$\zeta \cdot P_t = ■$ kN

$\chi \cdot P_t = ■$ kN

A törőteher: $P_t = ■$ kN

b.) Energia módszer alkalmazása

A külső erők által végzett munka a töréskép alapján:

$$L_k(p_t) = P_t \cdot 1m$$

A belső erők által végzett munka a töréskép alapján:

$$L_b = \left(2m\cdot\frac{1}{2}\cdot m_{Rx} + 2m\cdot\frac{1}{2}\cdot m_{Ry}\right)\cdot 2 + \left(4m\cdot\frac{1}{2}\cdot m_{Rx} + 2m\cdot\frac{1}{4}\cdot m_{Ry}\right)\cdot 2 \ ...$$
$$+ 4m\cdot\frac{1}{2}\cdot m_{Ry} + 4m\cdot\frac{1}{4}\cdot m_{Ry}$$

$$L_b = 144\,kNm$$

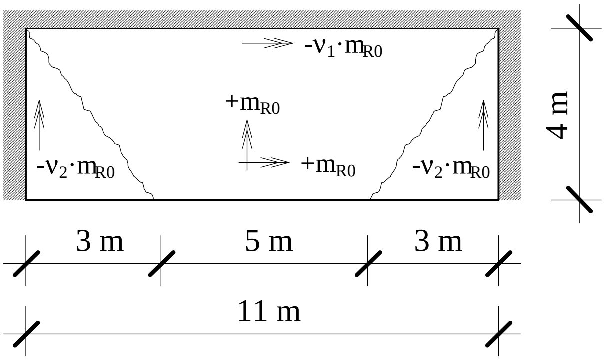
A külső és belső munka egyenlősége alapján:

$$L_k = L_b$$

$$P_t\cdot 1m = 144kNm \quad \Longrightarrow \quad P_t = \frac{144kNm}{1m} = 144\,kN$$

---

5. Határozza meg az alábbi, három oldalán befogott, egy oldalán szabad peremmel rendelkező négyszög alakú vasbeton lemez megoszló törőterhét! A pozitív törésvonalak az ábrán látható módon futnak (a lehetséges negatív törésvonalakat az ábrán nem tüntettük fel).



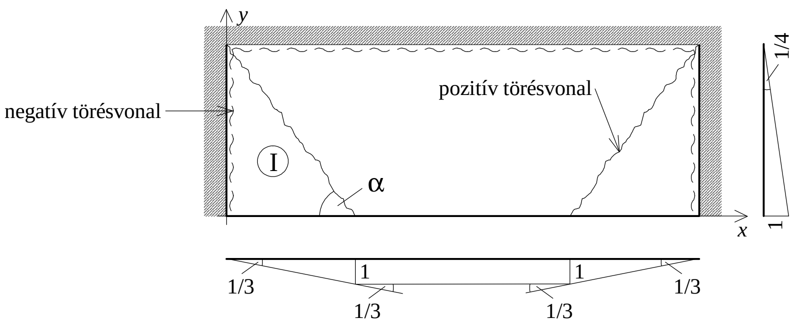
$$m_{R0} = 8\frac{kNm}{m}$$

$$\nu_1 = 1.785$$

$$\nu_2 = 0.41$$

<u>*Megoldás:*</u>

A lemez törésképe:



a.) Egyensúlyi módszer alkalmazása

A külső erők nyomatéka az y tengelyre az I. lemezdarabon, figyelembe véve a kiegyensúlyozatlan csavarónyomatékokból származó erőt:

$$\alpha = \operatorname{atan}\left(\frac{4m}{3m}\right) \qquad \alpha = 53.13°$$

$$M_k(p_t) = 3m \cdot 4m \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3m}{3} \cdot p_t + 3 \cdot m \cdot m_{R0} \cdot \cot(\alpha)$$

A belső erők nyomatéka az y tengelyre az I. lemezdarabon:

$$M_b = 4 \cdot m \cdot m_{R0} + 4 \cdot m \cdot \nu_2 \cdot m_{R0} = 45.12\,kNm$$

A külső és belső erők egyensúlya alapján:

$$M_k = M_b \quad \Longrightarrow \quad p_t = \frac{45.12kNm - 3 \cdot m \cdot m_{R0} \cdot \cot(\alpha)}{3 \cdot m \cdot 4 \cdot m \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot m}{3}} = 4.52\,\frac{kN}{m^2}$$

b.) Energia módszer alkalmazása

A külső erők által végzett munka a töréskép alapján:

$$L_k(p_t) = \left[3m \cdot 4m \cdot 1m \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 + (11m - 2 \cdot 3m) \cdot 4m \cdot 1m \cdot \frac{1}{2}\right] \cdot p_t$$

A belső erők által végzett munka a töréskép alapján:

$$L_b = 4m \cdot \frac{1}{3} \cdot \nu_2 \cdot m_{R0} \cdot 2 + 11m\frac{1}{4} \cdot \nu_1 \cdot m_{R0} + 4m\frac{1}{3} \cdot m_{R0} \cdot 2 + 3m\frac{1}{4} \cdot m_{R0} \cdot 2$$

$$L_b = 81.35\,kNm$$

A külső és belső munka egyenlősége alapján:

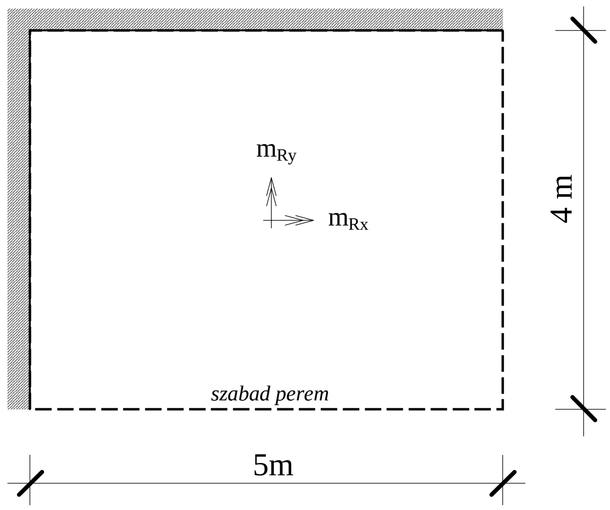
$$p_t = \frac{L_b}{3 \cdot m \cdot 4 \cdot m \cdot 1 \cdot m \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 + (11 \cdot m - 2 \cdot 3 \cdot m) \cdot 4 \cdot m \cdot 1 \cdot m \cdot \frac{1}{2}} \qquad p_t = 4.52\,\frac{kN}{m^2}$$

6. Határozza meg az alábbi ábrán látható, két oldalán befogott, két oldalán szabad peremmel rendelkező négyszög alakú vasbeton lemez megoszló törőterhét!

A lemez fajlagos nyomatéki teherbírása:

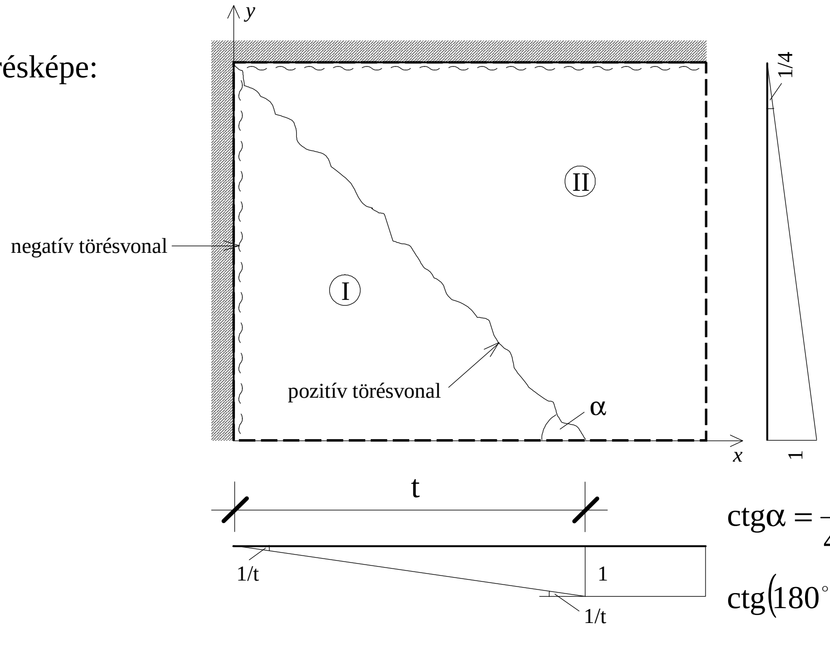
- pozitív nyomatékra:
  $m_{Rx.p} = m_{Ry.p} = 12$ kNm/m

- negatív nyomatékra:
  $m_{Rx.n} = m_{Ry.n} = 15$ kNm/m



Megoldás:

A lemez törésképe:



$$\mathrm{ctg}\alpha = \frac{t}{4m}$$

$$\mathrm{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\frac{t}{4m}$$

a.) Egyensúlyi módszer alkalmazása

A külső és belső erők egyensúlya az y tengelyre az I. lemezdarabon:

$$t \cdot 4m \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{t}{3} \cdot p_t + t \cdot m_{Rx.p} \cdot \frac{t}{4m} = 4m \cdot \left(m_{Ry.p} + m_{Ry.n}\right)$$

A külső és belső erők egyensúlya az elfordulási tengelyre a II. lemezdarabon:

$$t \cdot 4m \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4m}{3} \cdot p_t + (5m - t) \cdot 4m \cdot p_t \cdot \frac{4m}{2} - 4m \cdot m_{Ry.p} \cdot \frac{t}{4m} = t \cdot m_{Rx.p} + 5m \cdot m_{Rx.n}$$

A fenti két egyenletben a t távolság és a p_t törőteher ismeretlenek, melyek értékét az egyenletrendszer megoldásával számíthatjuk:

$$t = \blacksquare \qquad\qquad p_t = \blacksquare \frac{kN}{m^2}$$

b.) Energia módszer alkalmazása

A külső erők által végzett munka a töréskép alapján:

$$L_k(t, p_t) = \left[t \cdot 4m \cdot 1m \cdot \frac{1}{3} + (5m - t) \cdot 4m \cdot 1m \cdot \frac{1}{2} \right] \cdot p_t$$

A belső erők által végzett munka a töréskép alapján:

$$L_b(t) = 4m \cdot \frac{1m}{t} \cdot m_{Ry.n} + 5m \cdot \frac{1}{4} \cdot m_{Rx.n} + 4m \cdot \frac{1m}{t} \cdot m_{Ry.p} + t \cdot \frac{1}{4} \cdot m_{Rx.p}$$

A külső és belső munka egyenlősége alapján a törőteher a t távolság függvényében:

$$p_t(t) = \frac{4m \cdot \frac{1m}{t} \cdot m_{Ry.n} + 5m \cdot \frac{1}{4} \cdot m_{Rx.n} + 4m \cdot \frac{1m}{t} \cdot m_{Ry.p} + t \cdot \frac{1}{4} \cdot m_{Rx.p}}{t \cdot 4 \cdot m \cdot 1 \cdot m \cdot \frac{1}{3} + (5 \cdot m - t) \cdot 4 \cdot m \cdot 1 \cdot m \cdot \frac{1}{2}}$$

A fenti kifejezés minimumát deriválással kereshetjük meg:

$$\frac{d}{dt} p_t(t) = 0$$

A deriváltra vonatkozó egyenletből a t távolság értéke:

$$t = 3.624\,m$$

A törőteher t ismeretében számítható a külső-belső munka egyenlőségéből:

$$p_t(t) = 7.84 \frac{kN}{m^2}$$

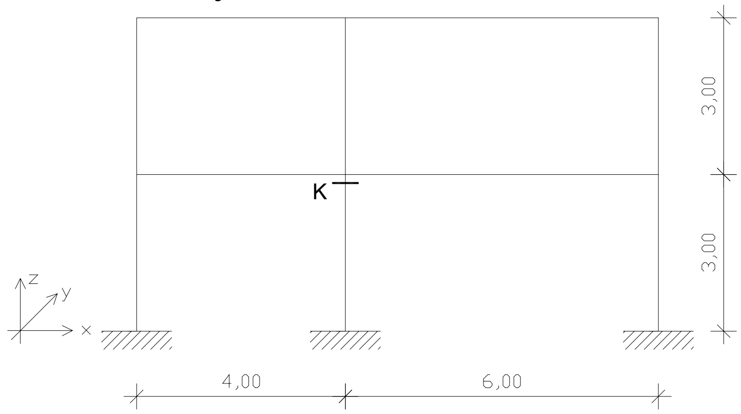
Keretszerkezetek

K1. példa

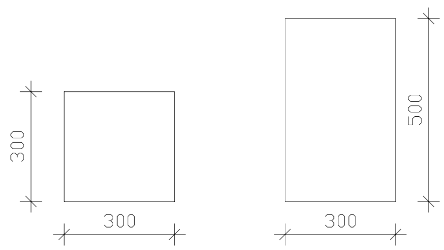
Ellenőrizze az ábrán látható keretszerkezet „K” jelű keresztmetszetének teherbírását az alábbiak szerint:

a.) Rajzolja fel a „K” keresztmetszetre vonatkozó alakhelyes nyomatéki és normálerő hatásábrákat (η(Mk), η(Nk))!

b.) Mutassa meg, hogy milyen teherelrendezés esetén lesz a nyomaték értéke maximális a „K” keresztmetszetben! A mértékadó leterheléssel számítsa ki a közelítő modell alkalmazásával a „K” keresztmetszetben ébredő hajlítónyomaték és (egyidejű) normálerő értékét a keret síkjában!



Oszlopok Gerendák



Terhek: $g = 10\,\text{kN/m}, \gamma_G = 1{,}35$

$q = 16\,\text{kN/m}, \gamma_Q = 1{,}5$

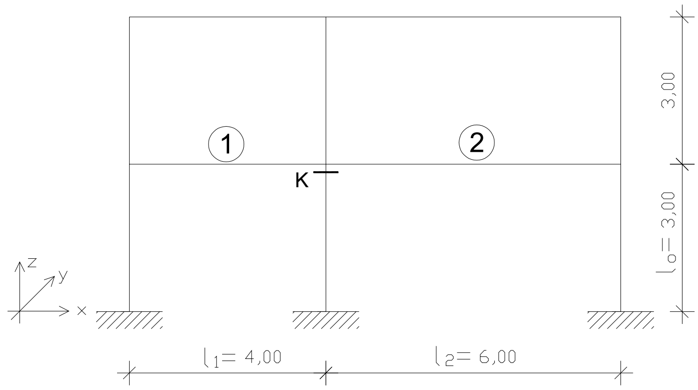
Oszlop km. hasznos magasság:

$d_x = d_y = 250\,\text{mm}$

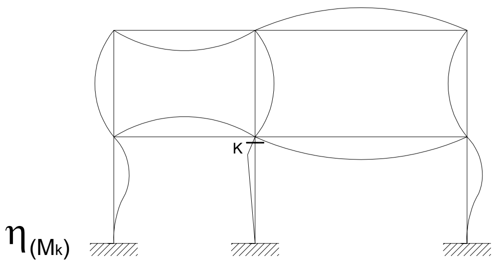
Megoldás:

$g = 10\,\text{kN/m}, \gamma_G = 1{,}35$

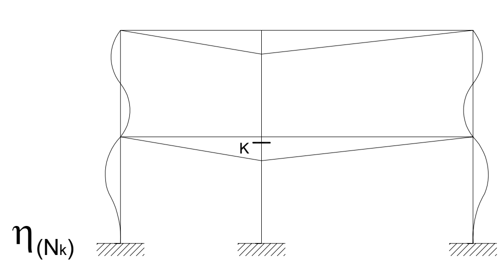
$q = 16\text{kN/m}, \gamma_Q = 1{,}5$



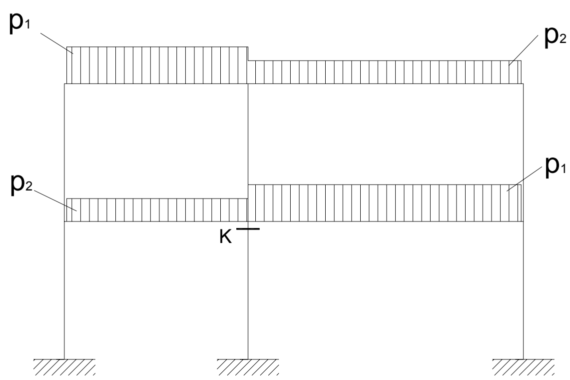
a.) nyomatéki hatásábra



normálerő hatásábra



b.)

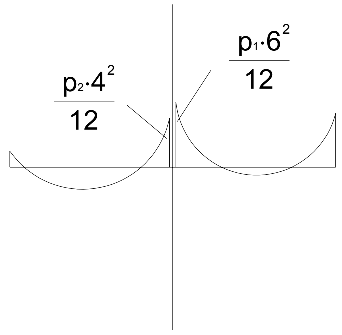


$$p_1 = \gamma_G * g + \gamma_Q * q$$

$$p_2 = \gamma_G * g \text{ (a tervezési feladat alapján)}$$

$$p_1 = 1{,}35 * 10 + 1{,}5 * 16 = 37{,}5 \text{ kN/m}$$

$$p_2 = 13{,}5 \text{ kN/m}$$



$$\Delta M = 112{,}5 - 18 = 94{,}5 \text{ kNm}$$

Merevségek:

$$\frac{I_o}{l_o} = \frac{300 * 300^3}{12 * 3000} = 2{,}25 * 10^5$$

$$\frac{I_g}{l_1} = \frac{300 * 500^3}{12 * 6000} = 5{,}21 * 10^5$$

$$\frac{I_g}{l_2} = \frac{300 * 500^3}{12 * 4000} = 7{,}81 * 10^5$$

Nyomatékkülönbség szétosztása az oszlopokra:

$$M_{oszlop} = \Delta M \frac{\frac{I_o}{l_o}}{\sum \frac{I_i}{l_i}} = 94{,}5 \frac{2{,}25 * 10^5}{(2 * 2{,}25 + 5{,}21 + 7{,}81)10^5} = 12{,}14 \text{ kNm}$$

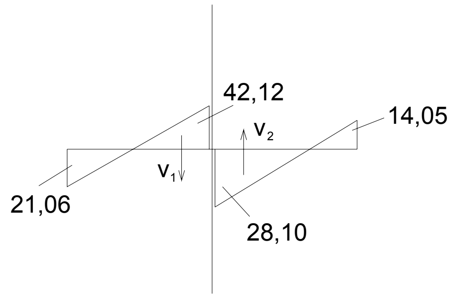
1–es gerendára jutó nyomaték:

$$M_1 = \frac{\Delta M * \frac{I_g}{l_1}}{\sum \frac{I_i}{l_i}} = \frac{94{,}5 * 7{,}81 * 10^5}{17{,}52 * 10^5} = 42{,}12 \text{ kNm}$$

$$\sum \frac{I_i}{l_i} = (2 * 2{,}25 + 7{,}81 + 5{,}21)10^5 = 17{,}52 * 10^5$$

2–es gerendára jutó nyomaték:

$$M_2 = \frac{\Delta M * \frac{I_g}{l_2}}{\sum \frac{I_i}{l_i}} = \frac{94{,}5 * 5{,}21 * 10^5}{17{,}52 * 10^5} = 28{,}10 \text{ kNm}$$



$$V_1 = \frac{42{,}12 + 21{,}06}{4} = 15{,}8\,\text{kN}, \quad V_2 = \frac{28{,}10 + 14{,}05}{6} = 7{,}02\,\text{kN}$$

Egyidejű normálerő:

nyomatékosztás előtt:

$$\frac{p_1 * l_2}{2} + \frac{p_2 * l_1}{2} + \frac{p_2 * l_2}{2}$$

$$N = (p_1 + p_2) * \left(\frac{l_1 + l_2}{2}\right) = 51 * 5 = 255\,\text{kN}$$

normálerő a nyomatékosztás után:

A gerenda reakcióerejét felhasználva:

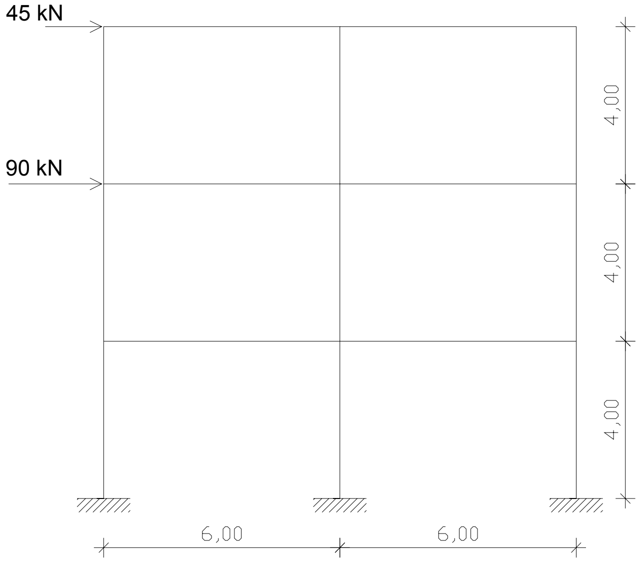
$$V_1 = \frac{42{,}12 + 21{,}06}{4} = 15{,}8\,\text{kN}, \quad V_2 = \frac{28{,}10 + 14{,}05}{6} = 7{,}02\,\text{kN}$$

$$N_e = 255 + 15{,}8 - 7{,}02 = \underline{\underline{263{,}78\,\text{kN}}}$$

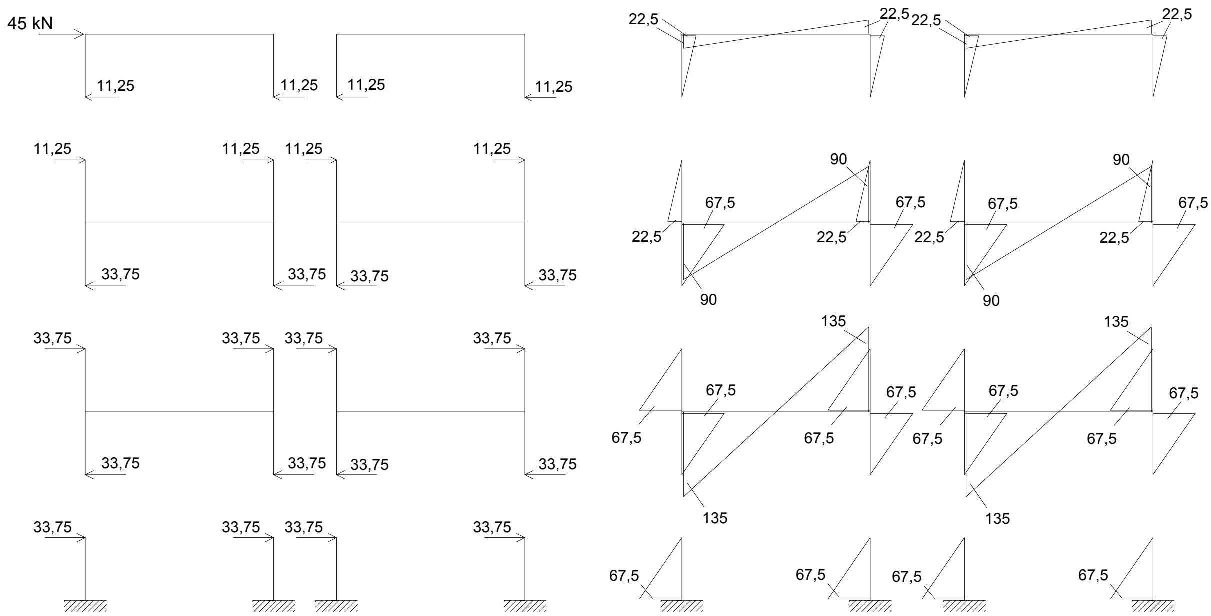
(a felső csomópont nyomatékosztásától eltekintünk)

K2. példa

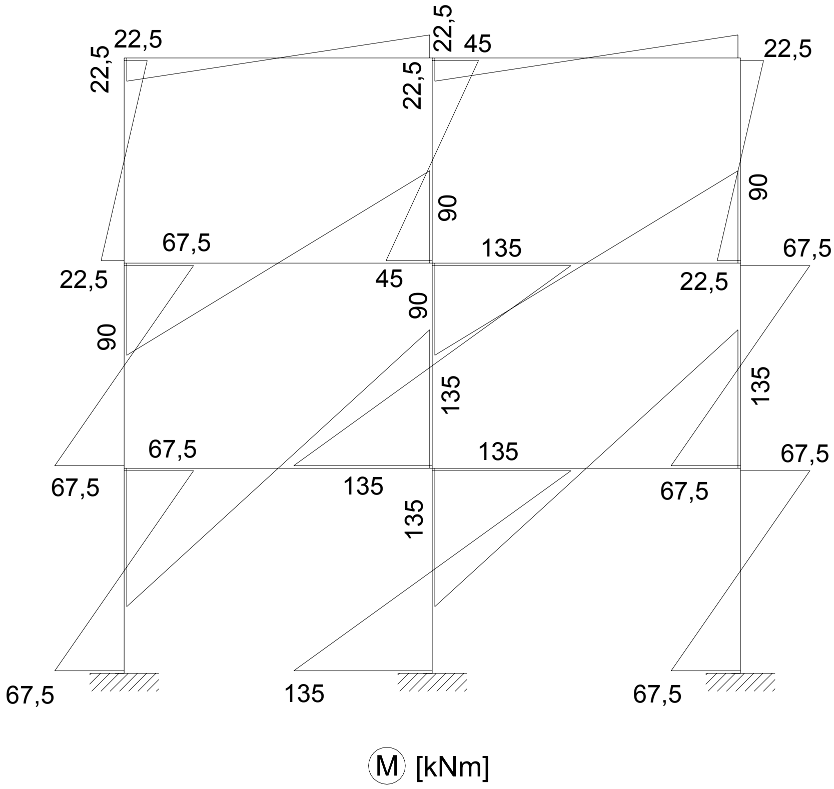
Határozza meg és alakhelyes ábrán ábrázolja az alábbi háromszintes keretszerkezet közelítő hajlítónyomatéki (M) és normálerő (N) ábráit a portál–módszer alkalmazásával!

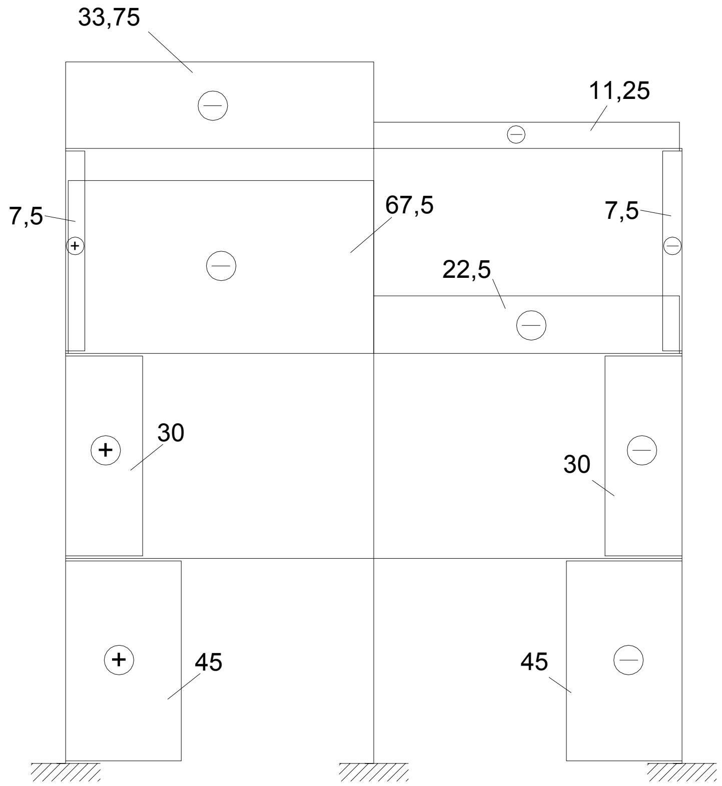


Megoldás:



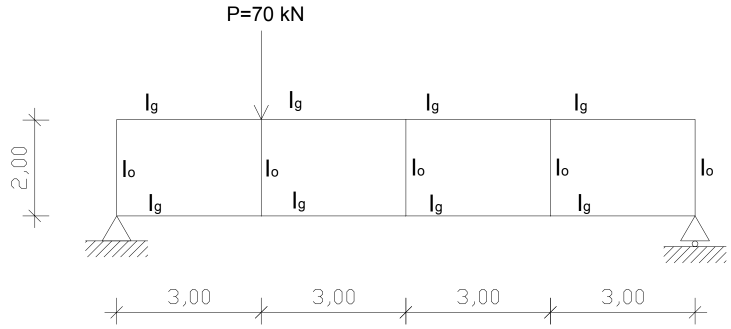
A nyomatéki ábra:





K3. példa

Határozza meg az alábbi tartó alakhelyes közelítő nyomatéki ábráját a jellemző értékek feltüntetésével!

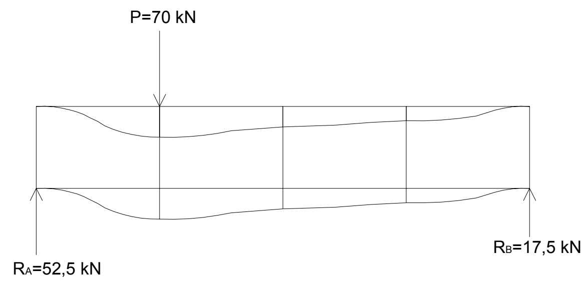


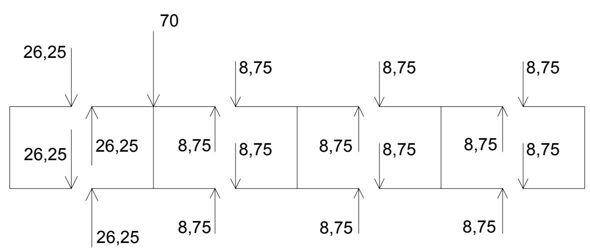
Merevségiviszonyok :

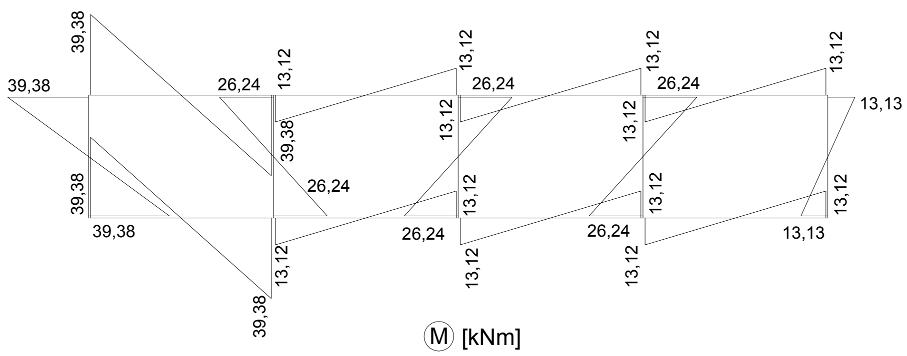
$E * I_o / l_o << E * I_g / l_g$

Megoldás:

A tartó elmozdult alakja és a reakcióerők:



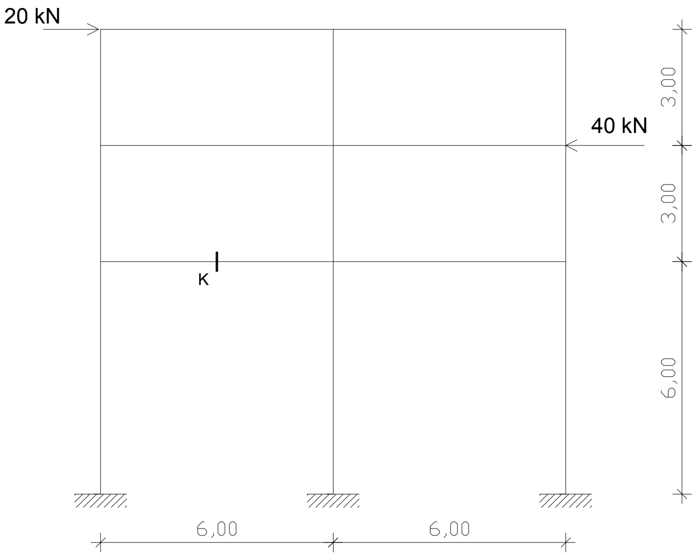




K4. példa

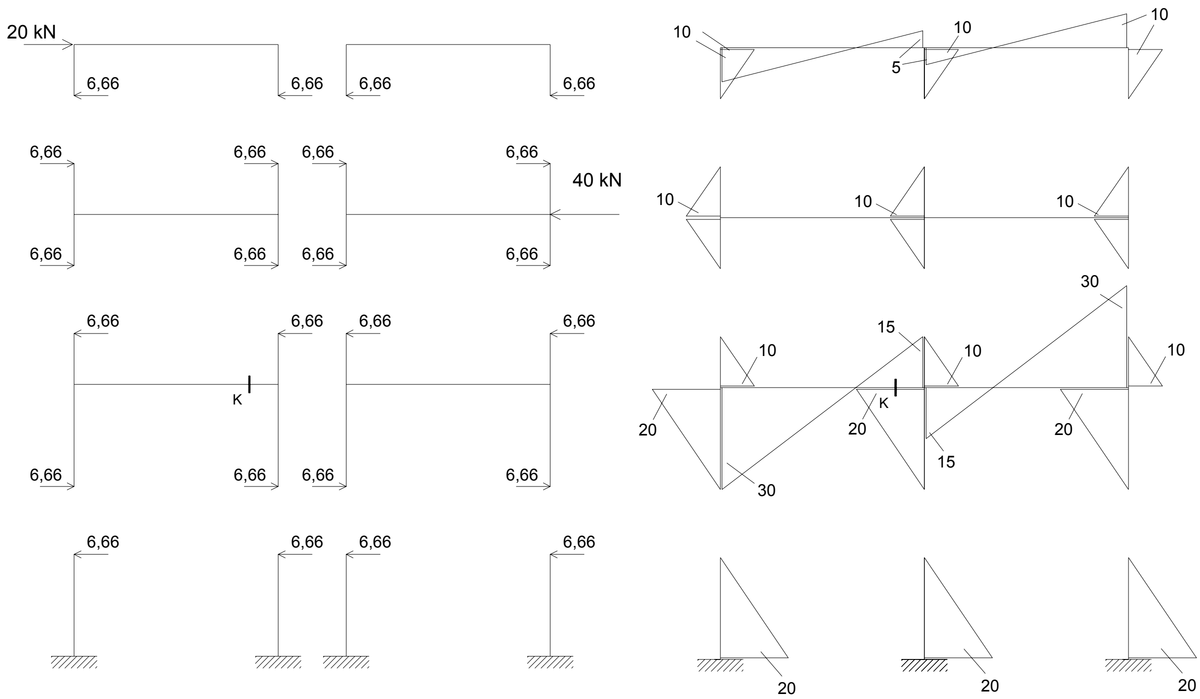
a.) Határozza meg és alakhelyes ábrán rajzolja le az alábbi, vízszintes teherrel terhelt keretszerkezet közelítő nyomatéki (M) ábráját Portál módszerrel!

b.) Milyen módon kell a keretgerendákat a q_d hasznos födémteherrel leterhelni ahhoz, hogy a „K_1" keresztmetszetben maximális legyen a hajlítónyomaték értéke?

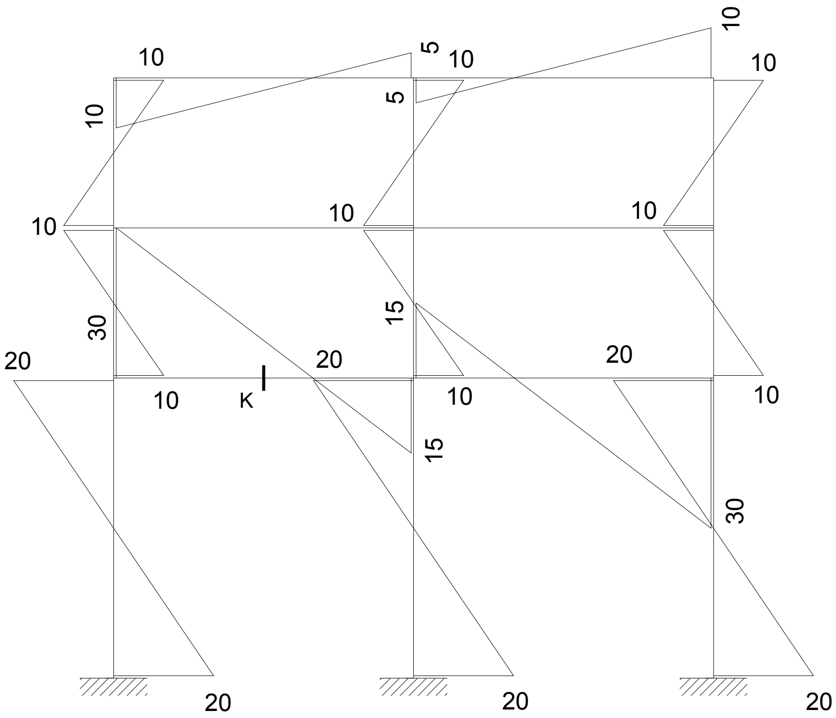


Megoldás:

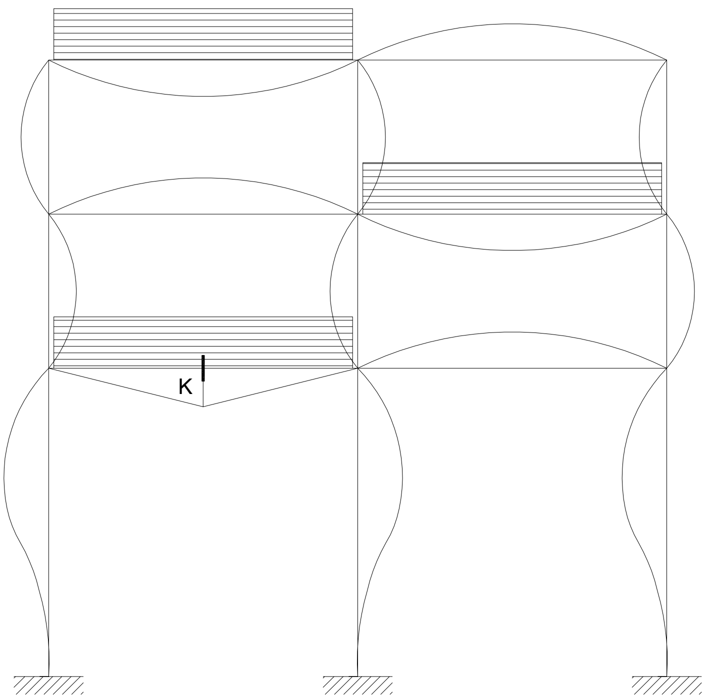
a.)



A nyomatéki ábra:

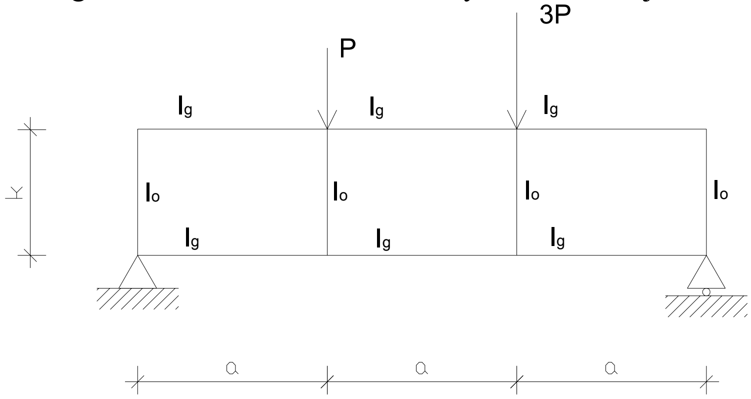


b.) Mértékadó leterhelés



K5. példa

Határozza meg az alábbi Vierendeel─tartó nyomatéki ábráját közelítő módszerrel!



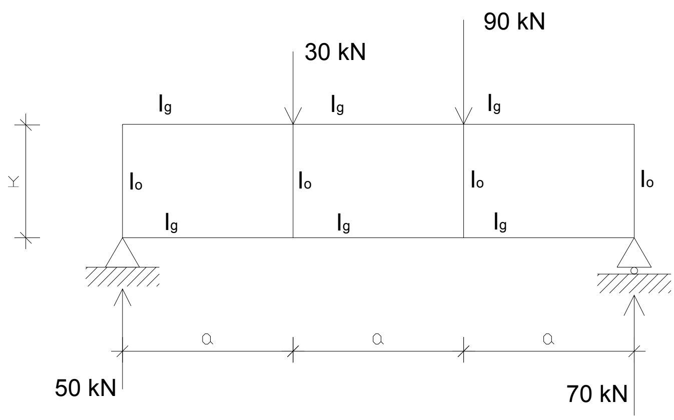
$a = 6\,\mathrm{m}$

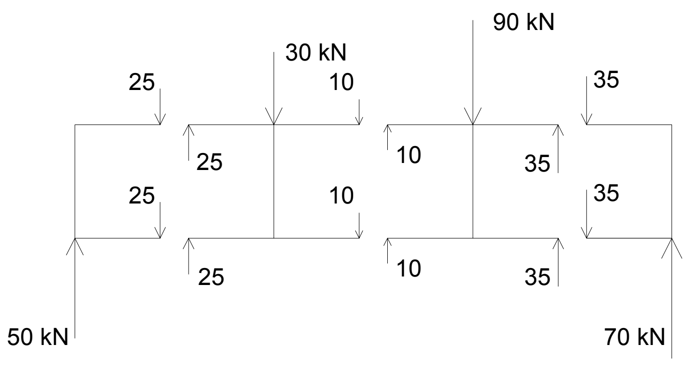
$k = 4\,\mathrm{m}$

$P = 30\,\mathrm{kN}$

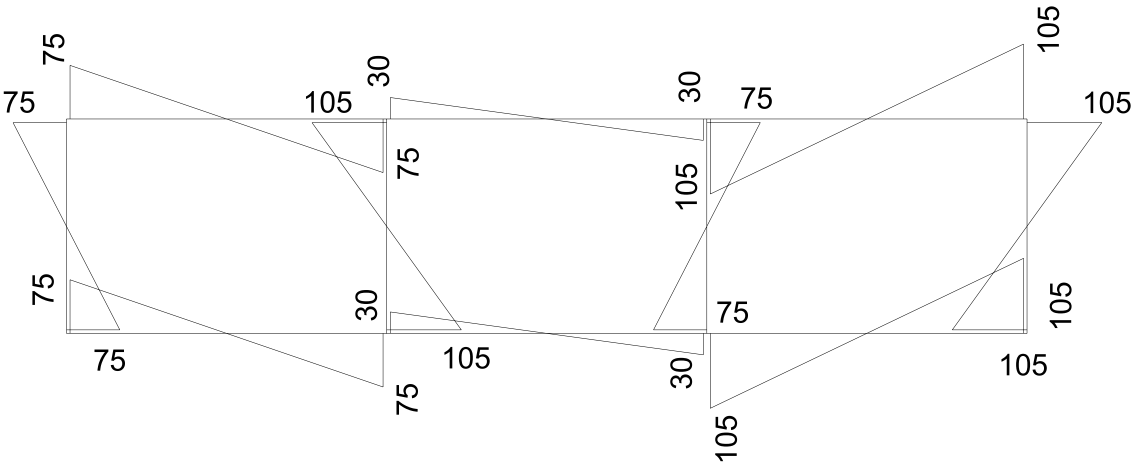
$I_o \gg I_g$

Megoldás:





A nyomatéki ábra:

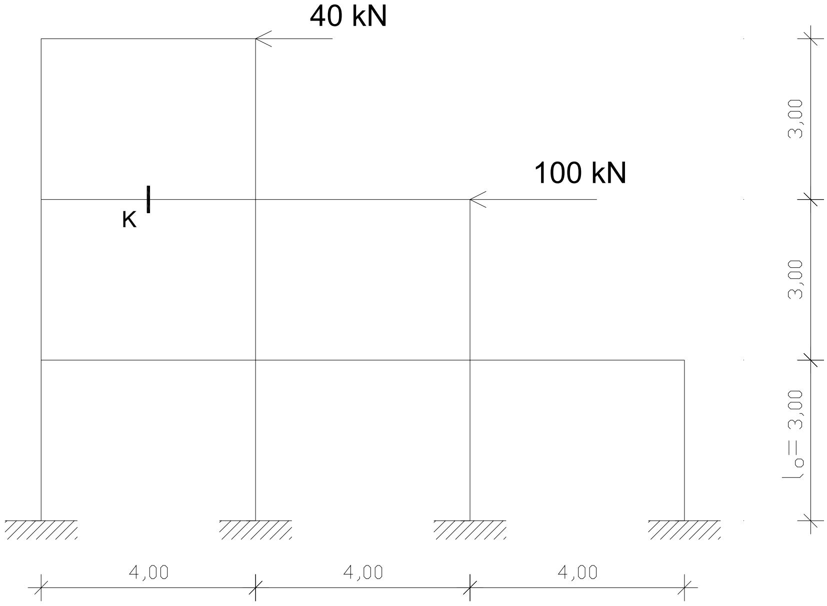


M [kNm]

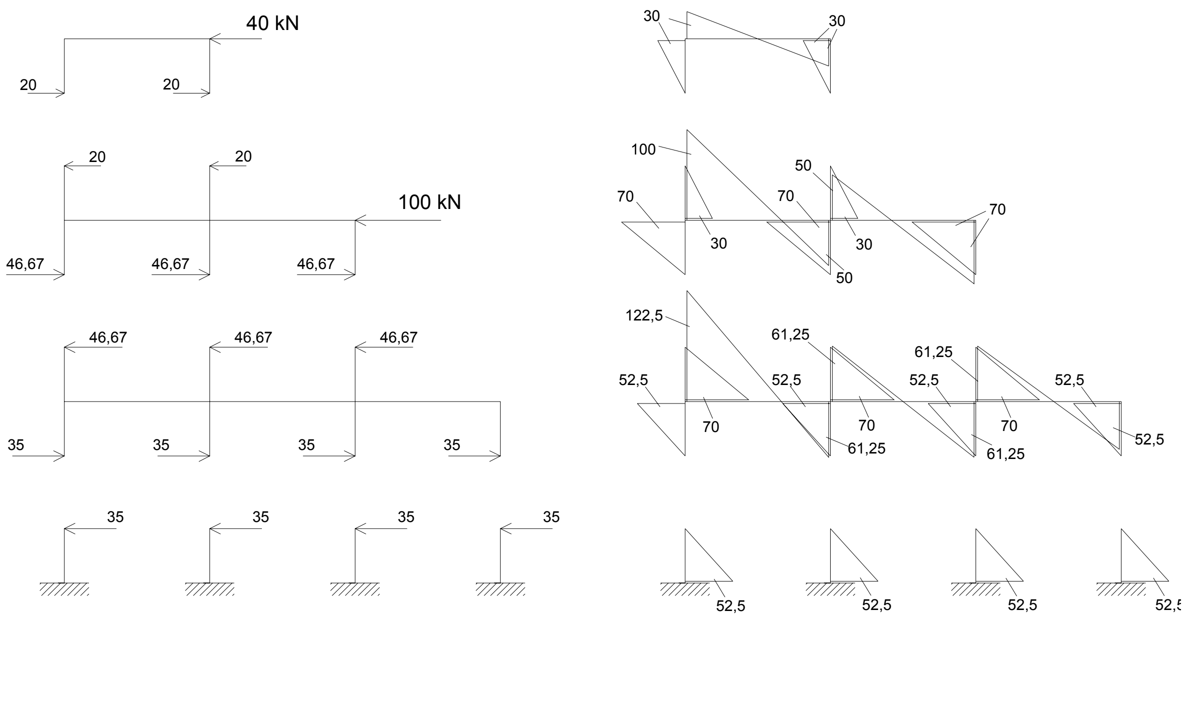
K6. példa

a.) Határozza meg és alakhelyes ábrán rajzolja le az alábbi, vízszintes teherrel terhelt keretszerkezet közelítő nyomatéki (M) ábráját!

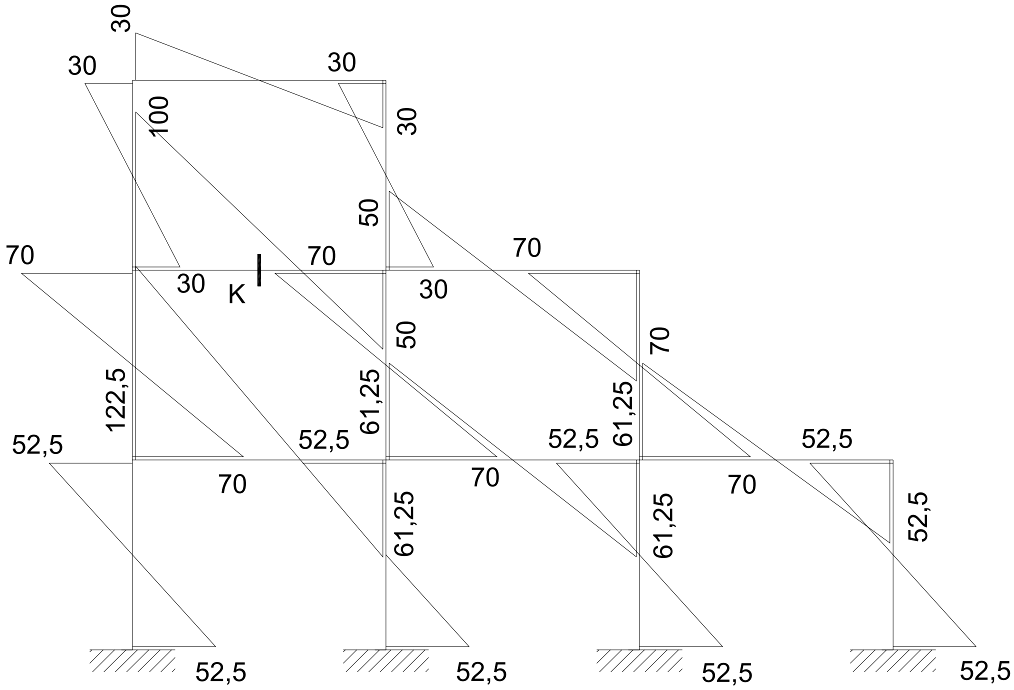
b.) Milyen módon kell a keretgerendákat a q_d hasznos födémteherrel leterhelni ahhoz, hogy a K1 keresztmetszetben maximális legyen a hajlítónyomaték értéke?



Megoldás:

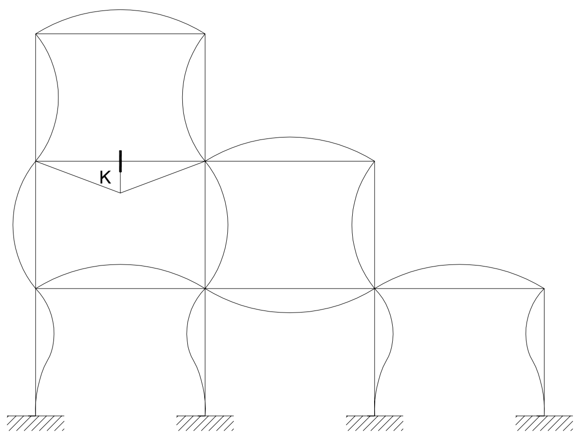


A nyomatéki ábra:

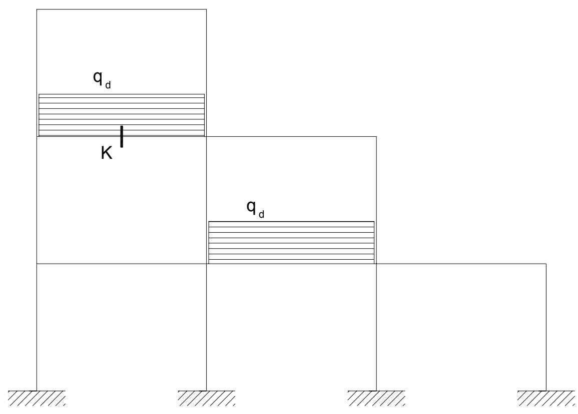


M [kNm]

b.) Mértékadó leterhelés

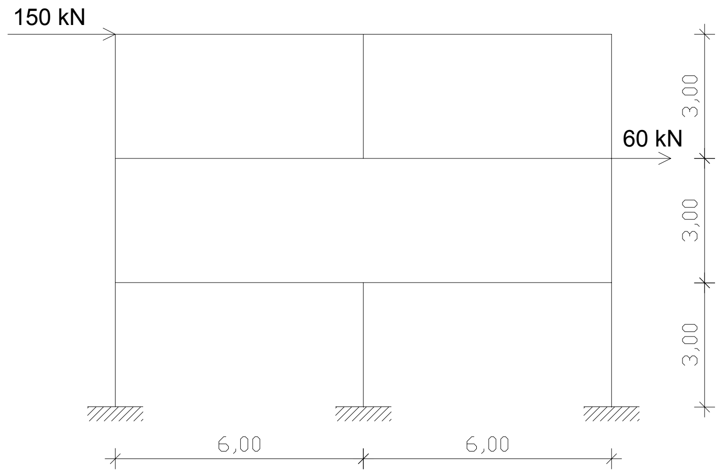


$\eta_{(M_k)}$

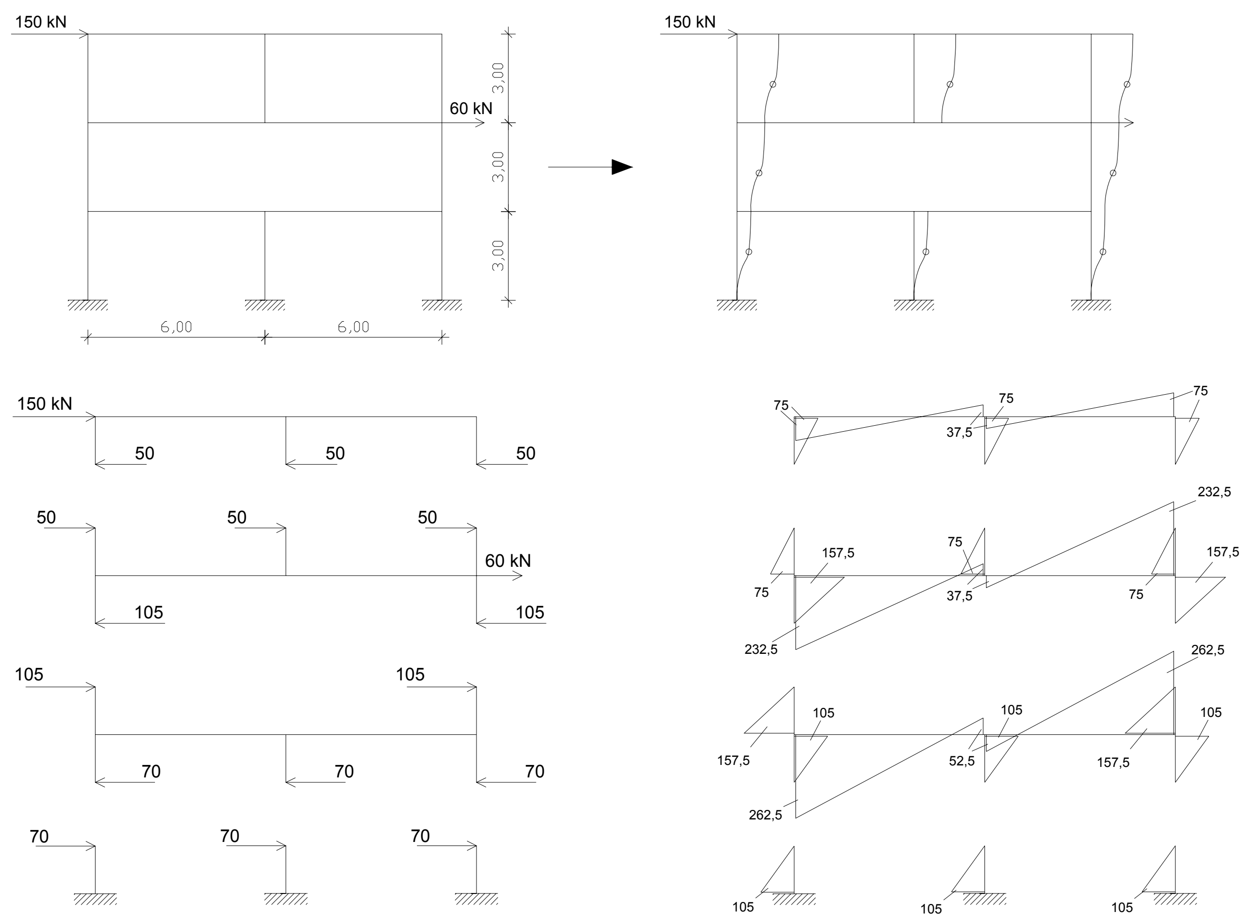


K7. példa

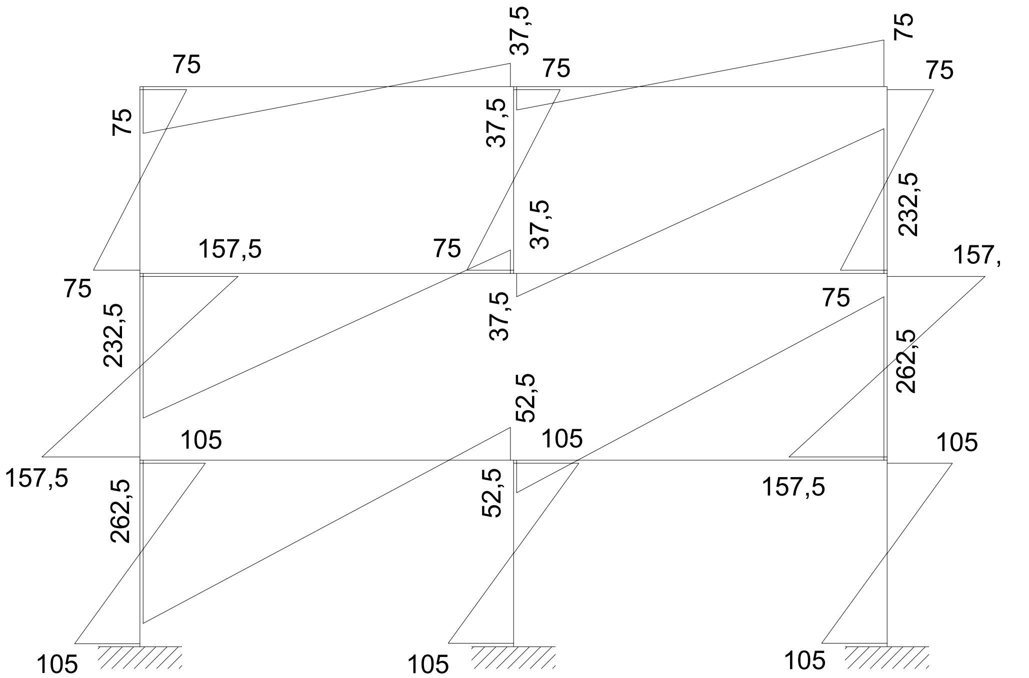
Határozza meg és alakhelyes ábrán rajzolja le az alábbi, vízszintes teherrel terhelt keretszerkezet (közelítő) nyomatéki ábráját! (Megjegyzés: A közelítő számításnál vegye figyelembe, hogy a keretgerendák sokkal merevebbek a keretoszlopoknál.)



Megoldás:



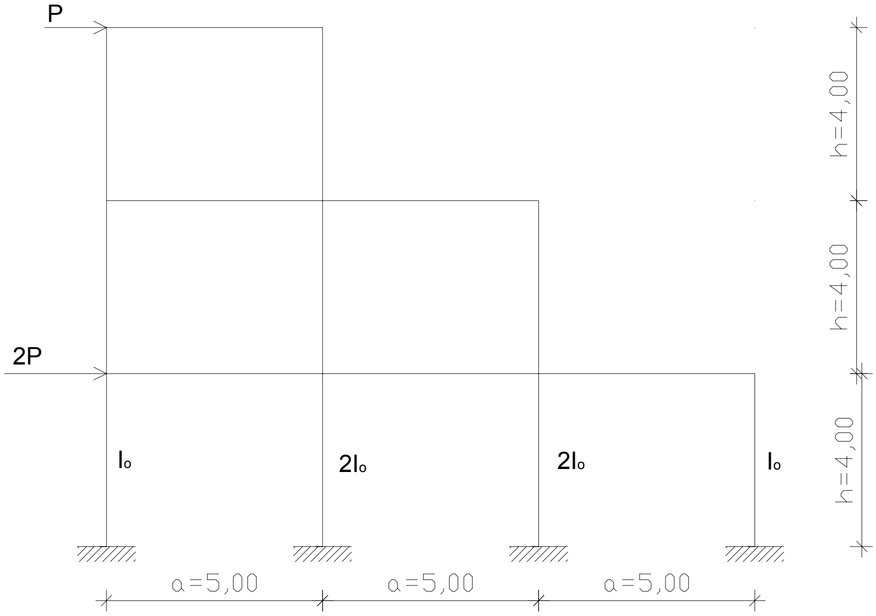
A nyomatéki ábra:


75
37,5
75
75
75
37,5
37,5
232,5
157,5
75
157,
75
75
232,5
37,5
262,5
52,5
105
105
105
157,5
157,5
262,5
52,5
105
105
105

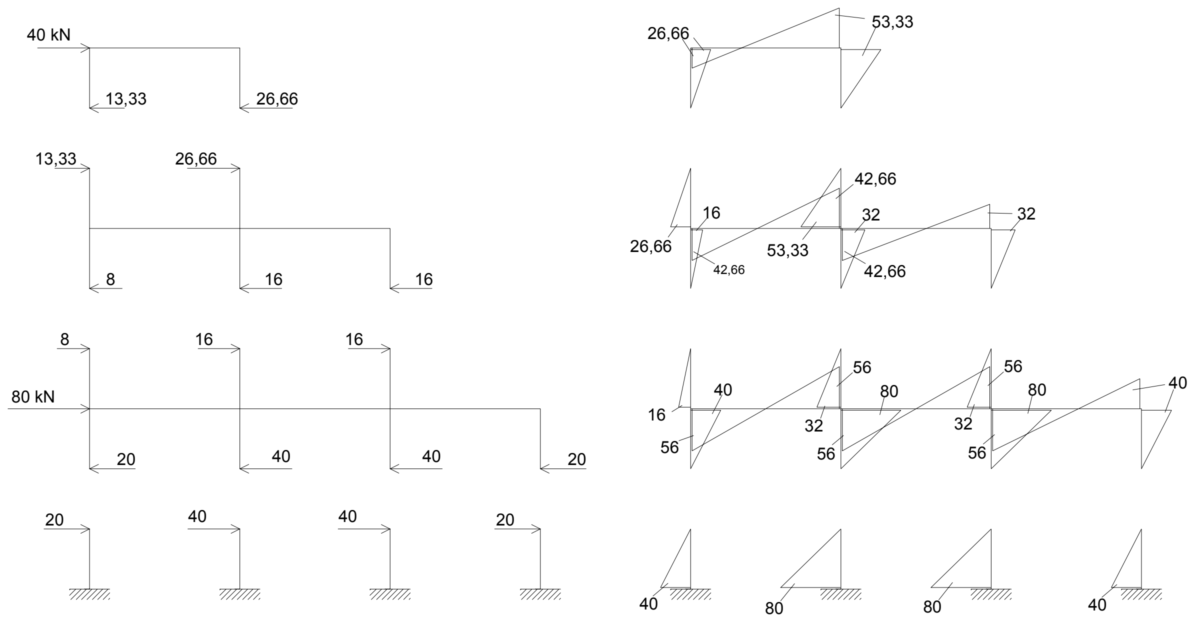
M [kNm]

K8. példa

Határozza meg az alábbi keret nyomatéki ábráját közelítő módszerrel!



Megoldás:



A nyomatéki ábra: