



PÉCSI TUDOMÁNYEGYETEM
MŰSZAKI ÉS INFORMATIKAI KAR

Tartók statikája II.

2.

Folytatólagos többtámaszú tartók hatásábrái erőműdszerrel

Szabó Imre Gábor

Pécsi Tudományegyetem Műszaki és Informatikai Kar

Építőmérnök Tanszék

1. Folytatólagos többtámaszú tartók hatásábrái erőmódszerrel

A folytatólagos többtámaszú tartó törzstartóját úgy alakítjuk ki, hogy a folytonos gerendát a támaszok felett beiktatott csuklókkal kéttámaszú tartók sorozatává alakítjuk át.

A megszüntetett kapcsolatokat helyettesítő X_i , $i = 1, 2, \dots, n$ erők ekkor a támaszoknál keletkező nyomatékok, amelyek feladata az, hogy a törzstartón a csuklóknál a teher hatására létrejövő a_{i0} relatív elfordulásokat zérussá tegyék. Mozgó teher esetén ennek a feltételnek a teher minden helyzetében teljesülnie kell, így a folytonosan változó kapcsolati elmozdulások $\eta(a_{i0})$ és a folytonosan változó erők $\eta(X_i)$ hatásábráit kell elkészíteni.

Az a_{ij} egységtényezők és azok A mátrixa változatlan marad hatásábrakészítés esetén is. Az a_{i0} terhelési tényezők a támaszok felett beiktatott csuklóknál fellépő relatív elfordulások, amelyek hatásábráit munkatétellel kell meghatározni. Az ehhez szükséges virtuális erők ekkor nyomatékpárok, amelyekről azonban most sem kell külön gondoskodni, hiszen azok maguk a beiktatott X_i nyomatékpárok. Az $\eta(a_{i0})$ hatásábrák tehát az egységnyi X_i nyomatékpárok hatására keletkező függőleges eltolódási ábrákkal azonosak.

2. Fix támasztású folytatólagos többtámaszú tartók hatásábrái

Az EI_0 szerint nagyított egységtényezőket az állótehernél megismert alakban kapjuk:

$$a_{ij} = \int_1 \frac{M_i \cdot M_j}{\tau(s)} ds$$

A terhelési tényezők $\eta(a_{i0})$ hatásábráinak meghatározásához az ábrán fel kell rajzolni az i -edik támasznál lévő $X_i = 1$ kapcsolati nyomatékpárból származó nyomatéki ábrát, amelyből az $\eta(a_{i0})$ közvetlenül számítható a független kéttámaszú tartókra vonatkozó lehajlási ábrák alapján.

Az i -edik támasznál működő $X_i = 1$ nyomaték hatására az αl_i , illetve βl_{i+1} koordinátájú keresztmetszetekhez tartozó lehajlási értékek közvetlenül az $\eta(a_{i0})$ hatására i -edik, illetve $i+1$ -edik támaszközben érvényes ordinátáit adják:

$$\eta(a_{i0})_{\alpha l_i}^i = e_y^i(\alpha l_i) = \frac{l_i^2}{6\tau_i} (\alpha - \alpha^3) \quad \text{illetve} \quad \eta(a_{i0})_{\beta l_{i+1}}^{i+1} = e_y^{i+1}(\beta l_{i+1}) = \frac{l_{i+1}^2}{6\tau_{i+1}} (\beta - \beta^3)$$

ahol α , illetve β a bal, illetve a jobb oldali támasztól számított támaszközarányyszám.



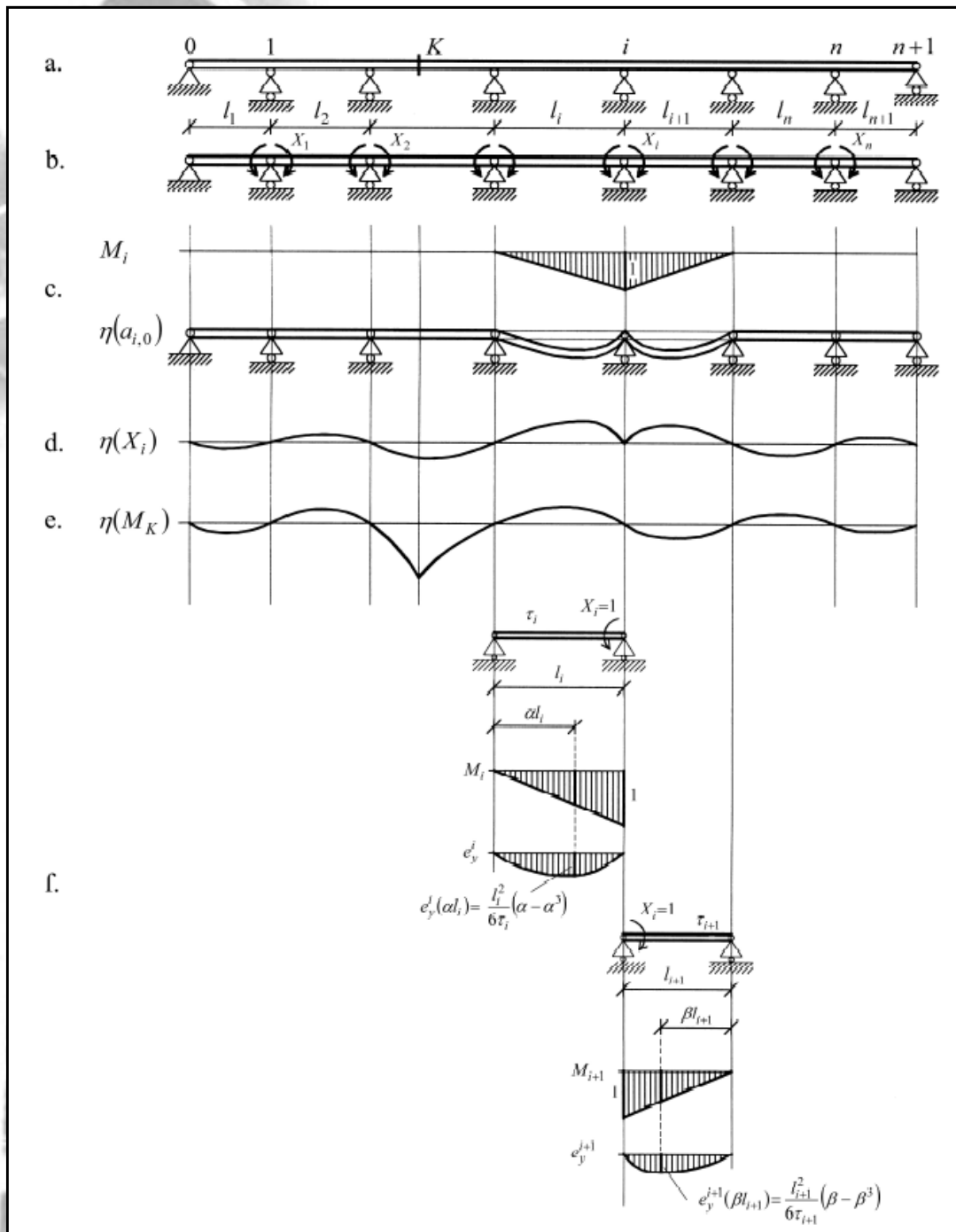
Amint látható, az $\eta(a_{i0})$ hatásábrának a törzstartón beiktatott csuklók miatt csak az i -edik támasztól jobbra és balra eső két szomszédos támaszközben vannak zérustól különböző ordinátái.

A kapcsolati erők hatásábráit az ismert alakban lehet megkapni:

$$\eta(X_i) = -\sum_{j=1}^n z_{ij} \eta(a_{j0}), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

majd ezek birtokában bármely reakcióerő, igénybevétel, vagy elmozdulás hatásábrája ugyancsak a megszokott – az erőmódszer alapelvét kifejező – alakban kapható:

$$\eta(C_K) = \eta(C_K)_0 + \sum_{j=1}^n C_{K,i} \eta(X_i)$$



1. ábra. Fix támasztású folytatólagos többtámaszú tartó hatásábrái 1. [Kurucz né 2006]

3. Rugalmas támasztású folytatólagos többtámaszú tartók hatásábrái

Az EI_0 hajlítómerevség szerint nagyított egységtényezőket itt is az állótehernél megismert alakban kapjuk. Itt azonban az egységtényezőt a rugalmas támasztás hatásával ki kell egészíteni:

$$a_{ij} = a_{ij}^{\text{fix}} + a_{ij}^{\text{rug}} = \int_1 \frac{M_i \cdot M_j}{\tau(s)} ds + EI_0 \sum_m B_{mi} \rho_m B_{mj}$$

A terhelési tényezők $\eta(a_{i0})$ hatásábráinak meghatározásához az ábrán fel kell rajzolni az i -edik támaszhoz tartozó $X_i = 1$ kapcsolati nyomatékpárból származó nyomatéki ábrát és támaszerőket, amelyekből az $\eta(a_{i0})$ ábra két lépésben számítható: a fix és a rugalmas támaszokból eredő $\eta(a_{i0})^{\text{fix}}$ és $\eta(a_{i0})^{\text{rug}}$ ábrák összegzése útján.

Az $\eta(a_{i0})$ hatásábra ordinátáit most is a független kéttámaszú tartókra vonatkozó lehajlási ábrák alapján kell számítani. Az i -edik támasznál csatlakozó két független kéttámaszú tartóhoz tartozó szakaszon ezt a függvényt két függvény alkotja: a támaszsüllyedésből származó lineáris, és a nyomatékból származó harmadfokú függvény.



A lineáris függvényre a b_{mi} támaszsüllyedési értékekre vonatkozó lineáris interpolációt kell alkalmazni, míg a harmadfokú függvényre a fix támasztású tartónál ismertetett harmadfokú interpolációt. Ennek értelmében az i -edik támasznál működő $X_i = 1$ nyomaték hatására az αl_i , illetve βl_{i+1} koordinátájú keresztmetszetekhez tartozó lehajlási értékek, amelyek közvetlenül az $\eta(a_{i0})$ hatására i -edik, illetve $i+1$ -edik támaszközben érvényes ordinátáit adják, az alábbi alakban kaphatók:

$$\eta(a_{i0})_{\alpha l_i}^i = e_y^i(\alpha l_i) = \alpha b_{i,i} + (1 - \alpha)b_{i-1,i} + \frac{l_i^2}{6\tau_i}(\alpha - \alpha^3)$$

illetve

$$\eta(a_{i0})_{\beta l_{i+1}}^{i+1} = e_y^{i+1}(\beta l_{i+1}) = \beta b_{i,i} + (1 - \beta)b_{i+1,i} + \frac{l_{i+1}^2}{6\tau_{i+1}}(\beta - \beta^3)$$

ahol α , illetve β a bal, illetve a jobb oldali támasztól számított támaszköz-arányszám. Amint látható, az $\eta(a_{i0})$ hatásábrának most a rugalmas támaszok miatt a közvetlenül szomszédos támaszokon túli első támaszközökben is vannak zérustól különböző ordinátái.

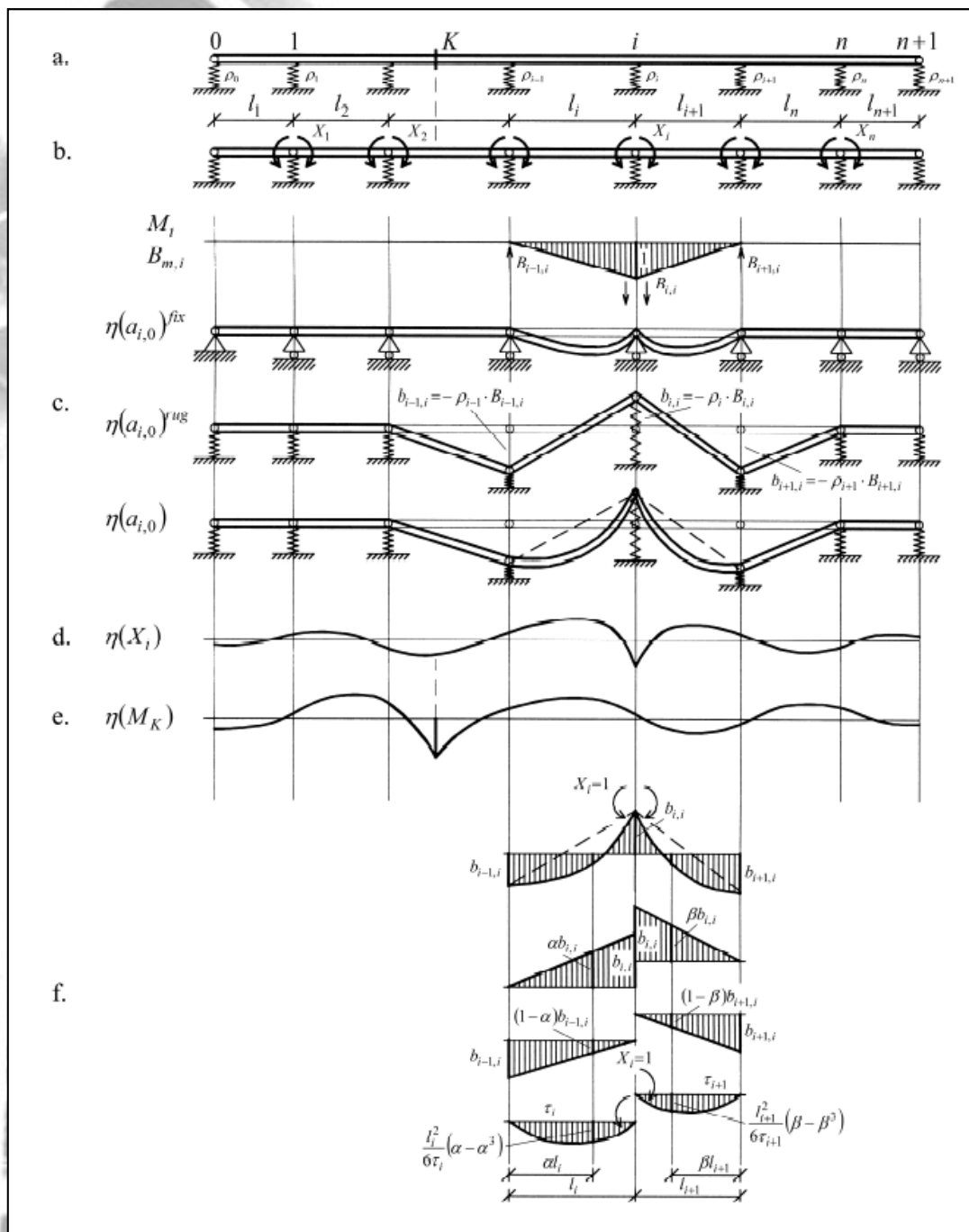


A kapcsolati erők hatásábráit az ismert alakban lehet megkapni:

$$\eta(X_i) = -\sum_{j=1}^n z_{ij} \eta(a_{j0}), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

majd ezek birtokában bármely reakcióerő, igénybevétel, vagy elmozdulás hatásábrája ugyancsak a megszokott alakban kapható:

$$\eta(C_K) = \eta(C_K)_0 + \sum_{j=1}^n C_{K,i} \eta(X_i)$$



2. ábra. Rugalmas támasztású folytatólagos többtámaszú tartó hatásábrái [Kuruczné 2006]



Felhasznált irodalom

KURUCZNÉ DR. KOVÁCS MÁRTA: *Tartók statikája. Előadás-vázlat.*
Elektronikus jegyzet, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Építőmérnöki Kar Tartószerkezetek Mechanikája Tanszék, Budapest, 2006