



# Tartók statikája II.

3.

Tartók maximális igénybevételei ábrái  
megoszló teherre

Szabó Imre Gábor

Pécsi Tudományegyetem Műszaki és Informatikai Kar

Építőmérnök Tanszék



Az egyes keresztmetszetek mértékadó igénybevételeit úgy kapjuk, hogy az állandó teherből származó értékhez hozzáadjuk a mértékadóan elhelyezett esetleges teherből származó igénybevételeket.

Így két értéket kapunk: az egyik a pozitív, a másik a negatív igénybevételi szélsőértéket jelenti. E két érték egy intervallumot jelöl meg: az adott teher-együttesből származó lehetséges igénybevételek halmazát.

Ha minden egyes keresztmetszet lehetséges igénybevételeit a keresztmetszet helyén a tartó tengelyére felmérjük, egy ún. többértékű függvény képet kapunk, amelynek minden ordinátája egy intervallum, a keresztmetszet lehetséges igénybevételeinek halmaza. Ez az ábra a tartó lehetséges igénybevételeinek ábrája. A maximális ábra ennek az ábrának a burkológörbéje.

Egy keresztmetszet mértékadó igénybevételeit két előjeles szám, lehetséges igénybevételeit pedig a két szám által meghatározott intervallum adja meg. Az intervallumokat felmérve a tartó tengelyére, a lehetséges igénybevételek ábráját kapjuk. A maximális ábra a lehetséges igénybevételek ábrájának a burkológörbéje. A maximális ábra egy olyan diagram, amelynek egy-egy ordinátája megmutatja, hogy a tartón működő, előírt állandó és esetleges teher következtében mekkora lesz az ordináta keresztmetszetében fellépő legnagyobb pozitív és negatív igénybevétel.



A maximális igénybevételek megállapításakor a tartó önsúlyából, vagyis állandó terhéből származó hatást is számításba kell venni. Ezt a hatást egyenletesen megoszló erőként kell figyelembe venni, amely a tartót teljes hossza mentén végig terheli.

Eszerint bármely tartó egyenletesen megoszló teherből származó maximális igénybevételi ábrája megegyezik az igénybevételi ábrával.

# 1. Maximális nyomatéki ábrák egyenletesen megoszló teherre

## 1.1 Konzoltartó maximális nyomatéki ábrája egyenletesen megoszló teherre

A jobboldali végén befogott konzoltartót az *1. ábra* mutatja. Az állandó teher  $g$ , az esetleges teher  $p$  intenzitású, egyenletesen megoszló teher. Az állandó teherből származó  $M_{\max}^g(\xi)$  ábra a nyomatéki ábrával azonos.

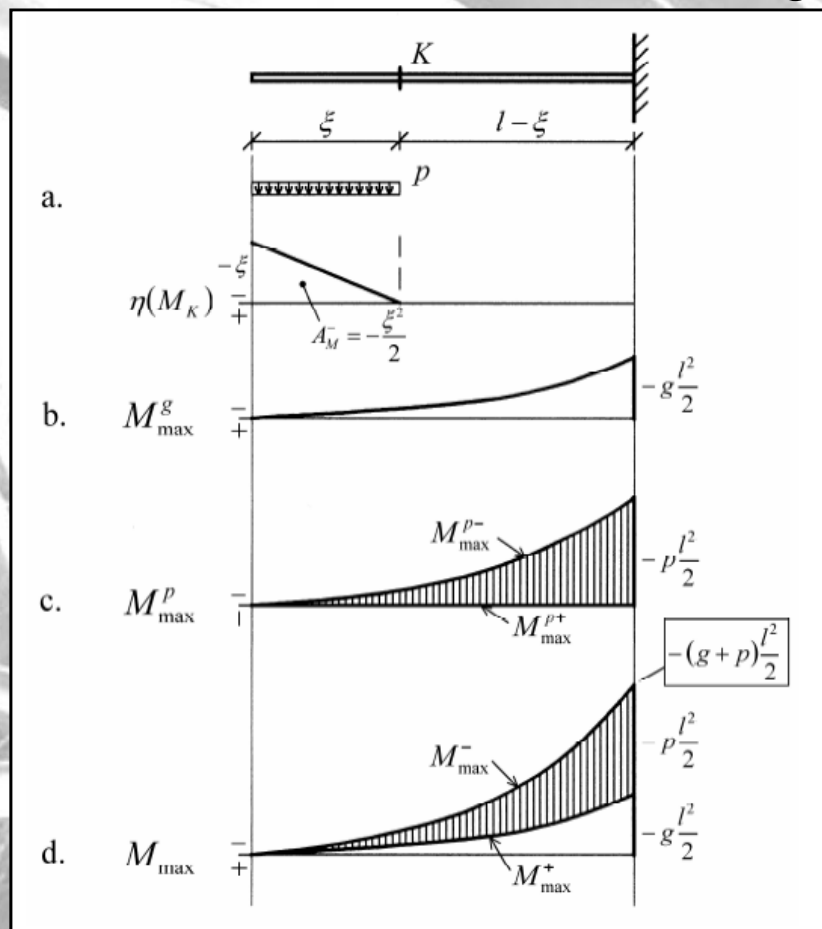
Az esetleges teherből származó  $M_{\max}^p(\xi)$  ábra megrajzolásához rajzoljuk fel a  $\xi$  koordinátájú keresztmetszet nyomatéki hatásábráját. A hatására mértékadó leterhelése a pozitív és a negatív maximális nyomatéki ábrák függvényét adja meg:

$$M_{\max}^{p+}(\xi) = p \cdot A_M^+ = 0 \quad \text{és} \quad M_{\max}^{p-}(\xi) = p \cdot A_M^- = -p \cdot \frac{\xi^2}{2}$$

ahol  $A_M^+$  és  $A_M^-$  a hatására pozitív és negatív területe. Látható, hogy  $M_{\max}^{p-}$  függvény a  $\xi$ -ben másodfokú, ha  $\xi=0$ , akkor  $M_{\max}^{p-} = 0$ , és, ha  $\xi=l$ , akkor  $M_{\max}^{p-} = -p \cdot l^2 / 2$ , amely a konzol nyomatéki ábráját eredményezi. Az ábra csak negatív tartománnyal rendelkezik.

A konzoltartó egyenletesen megoszló esetleges teherből származó negatív maximális nyomatéki ábrája a nyomatéki ábrával azonos, pozitív maximális nyomatéki ábrája a nullvonal.

Az állandó és esetleges teher együttes hatására a maximális nyomatéki ábrákat szuperpozícióval kapjuk. A lehetséges keresztmetszeti nyomatékok tartományát árnyékolással emeljük ki. A maximális ábra ennek a burkoló görbéje



1. ábra. Konzoltartó maximális nyomatéki ábrája egyenletesen megoszló teherre [Kurucz né 2006]

## 1.2 Kéttámaszú maximális nyomatéki ábrája egyenletesen megoszló teherre

A kéttámaszú tartót a 2. ábra mutatja. A tartón a  $g$  intenzitású állandó teher mellett, olyan egyenletesen megoszló  $p$  teher működik, amelynek kiterjedése nincs korlátozva. Az állandó teherből származó  $M_{\max}^g(\xi)$  ábra itt is a nyomatéki ábrával azonos.

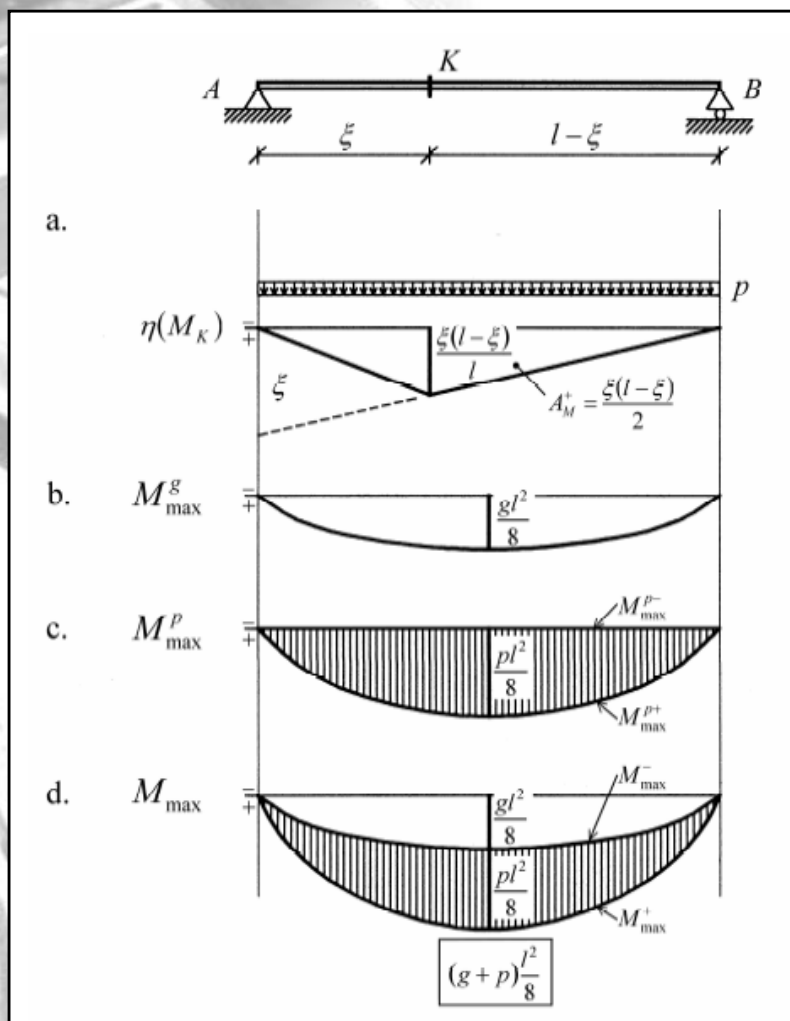
Az esetleges teherből származó  $M_{\max}^p(\xi)$  ábra megrajzolásához rajzoljuk fel egy tetszés szerinti  $\xi$  koordinátájú keresztmetszetének nyomatéki hatásábráját. Írjuk fel a maximális ábrák függvényét. A hatására mértékadó leterhelése a

$$M_{\max}^{p+}(\xi) = p \cdot A_M^+ = p \cdot \frac{\xi \cdot (1 - \xi)}{2} \quad \text{és} \quad M_{\max}^{p-}(\xi) = p \cdot A_M^- = 0$$

Pozitív és negatív maximális nyomatéki ábrák függvényét adja meg. Látható, hogy  $M_{\max}^{p+}$  függvény a  $\xi$ -ben másodfokú, ha  $\xi=0$ , vagy  $\xi=l$ , akkor  $M_{\max}^{p-} = 0$ . A függvénynek az  $\xi = l/2$ -nél van szélsőértéke, mivel ott

$$\frac{dM_{\max}^{p+}(\xi)}{d\xi} = p \left( \frac{l}{2} - \xi \right) = 0$$

és ott  $M_{\max}^{p+} = p \cdot l^2 / 8$ , amely a kéttámaszú tartó nyomatéki ábrájának felel meg.

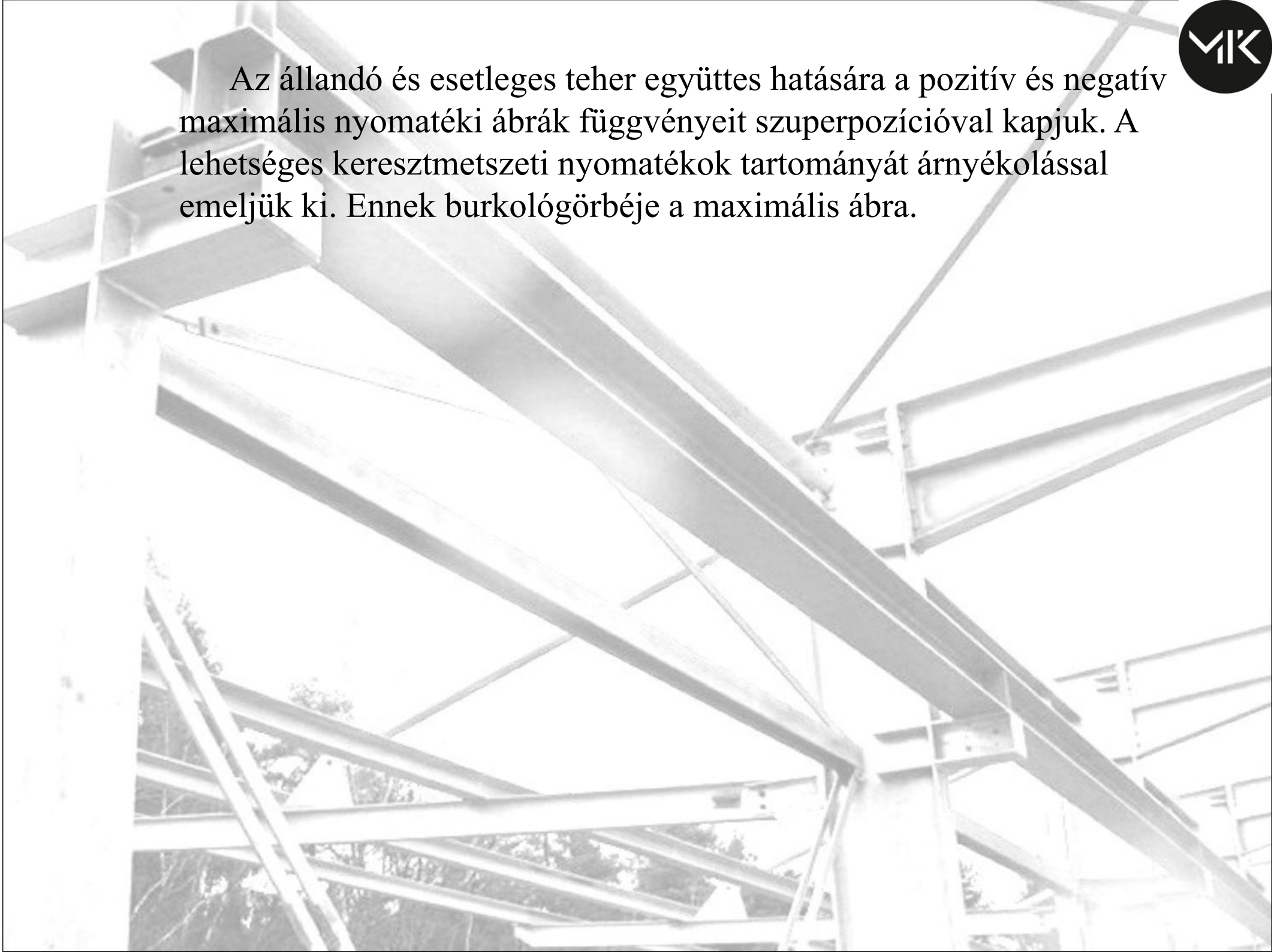


2. ábra. Kéttámaszú maximális nyomatéki ábrája egyenletesen megoszló teherre [Kurucz né 2006]

A kéttámaszú tartó egyenletesen megoszló esetleges teherből származó pozitív maximális nyomatéki ábrája a nyomatéki ábrával azonos, negatív maximális nyomatéki ábrája a nullvonal.



Az állandó és esetleges teher együttes hatására a pozitív és negatív maximális nyomatéki ábrák függvényeit szuperpozícióval kapjuk. A lehetséges keresztmetszeti nyomatékok tartományát árnyékolással emeljük ki. Ennek burkológörbéje a maximális ábra.





## 2. Maximális nyíróerő ábrák egyenletesen megoszló teherre

### 2.1 Konzoltartó maximális nyíróerő ábrája egyenletesen megoszló teherre

A jobboldali végén befogott konzoltartót az 3. ábra mutatja. Az állandó teher  $g$ , az esetleges teher  $p$  intenzitású, egyenletesen megoszló teher.

Az esetleges teherből származó maximális ábra megrajzolásához rajzoljuk fel a  $\xi$  koordinátájú keresztmetszet nyíróerő hatásábráját. Írjuk fel a maximális ábrák függvényét

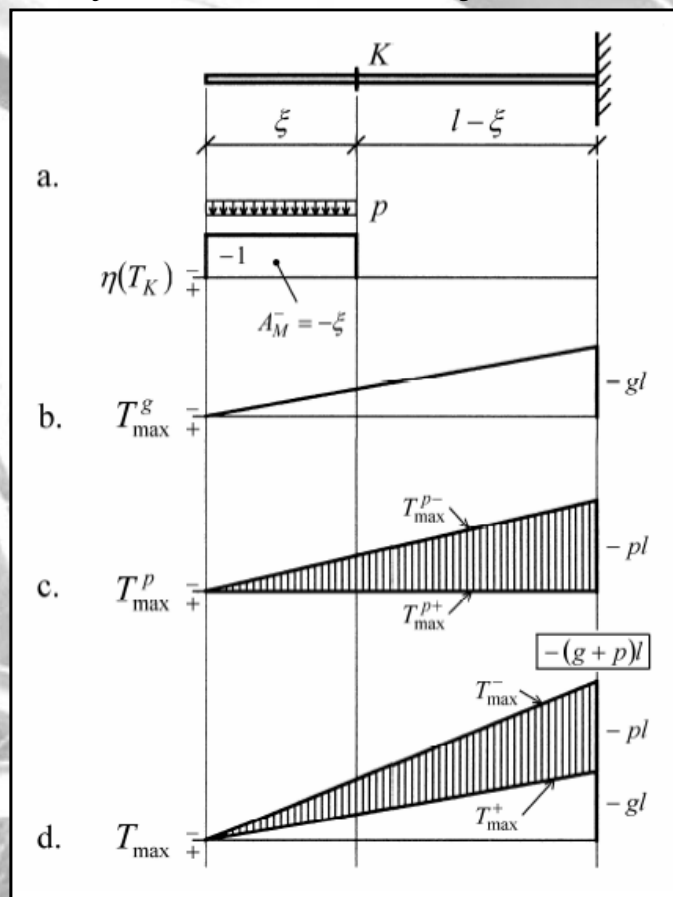
A hatására mértékadó leterhelése a pozitív és a negatív maximális nyíróerő ábrák függvényét adja meg:

$$T_{\max}^{p+}(\xi) = p \cdot A_T^+ = 0 \quad \text{és} \quad T_{\max}^{p-}(\xi) = p \cdot A_T^- = -p \cdot \xi$$

ahol  $A_T^+$  és  $A_T^-$  a hatására pozitív és negatív területe. Látható, hogy  $T_{\max}^{p-}$  függvény a  $\xi$ -ben lineáris és ha  $\xi=0$ , akkor  $T_{\max}^{p-} = 0$ , és, ha  $\xi=l$ , akkor,  $T_{\max}^{p-} = -p \cdot l$ , amely a konzol nyíróerő ábráját adja.

Konzoltartó egyenletesen megoszló esetleges teherből származó maximális nyírőerő ábráját egyrészt a nyírőerő ábra, másrészt a nullvonal alkotja.

Az állandó és esetleges teherre rajzolt maximális nyírőerő ábrát szuperpozícióval kapjuk. Az ábra csak negatív tartománnyal rendelkezik. A lehetséges keresztmetszeti nyírőerők tartományát árnyékolással emeljük ki.



3. ábra. Konzoltartó maximális nyírőerő ábrája egyenletesen megoszló teherre [Kurucz né 2006]



## 2.2 Kéttámaszú maximális nyíróerő ábrája egyenletesen megoszló teherre

A kéttámaszú tartót a 4. ábra mutatja.

Az ábrán látható kéttámaszú tartón a  $g$  intenzitású állandó, és a  $p$  intenzitású esetleges egyenletesen megoszló teher működik. Írjuk fel a maximális nyíróerő ábrák függvényét:

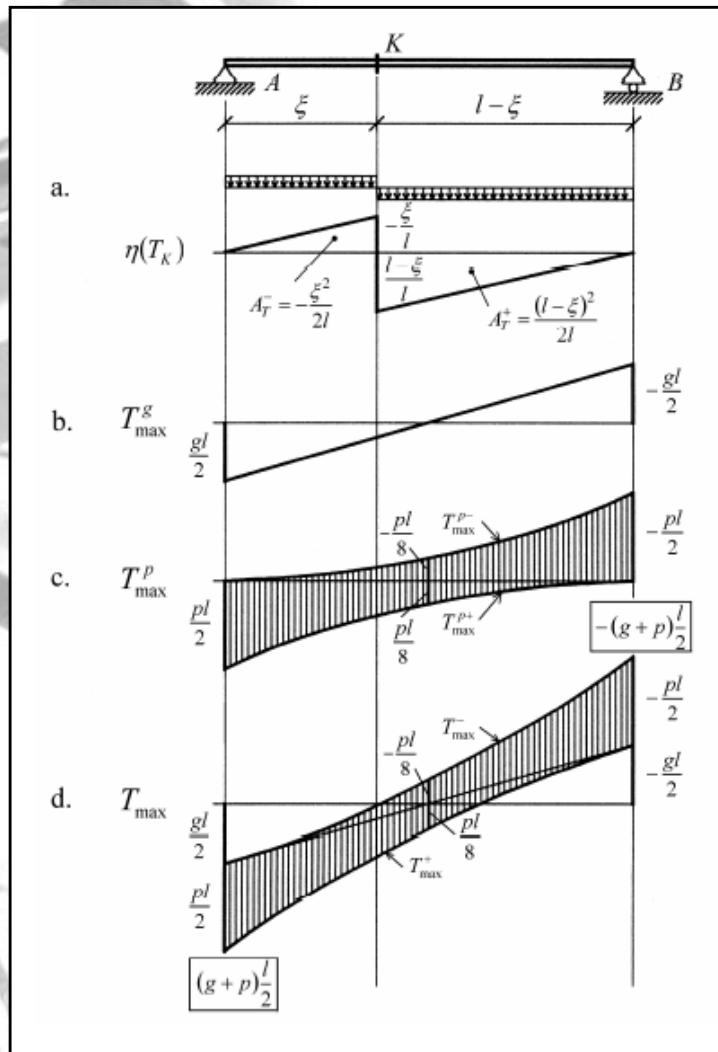
$$T_{\max}^{p+}(\xi) = p \cdot A_T^+ = p \cdot \frac{(1-\xi)^2}{2 \cdot l} \quad \text{és} \quad T_{\max}^{p-}(\xi) = p \cdot A_T^- = -p \cdot \frac{\xi^2}{2 \cdot l}$$

Látható, hogy mindkét függvény  $\xi$ -ben másodfokú. Ha  $\xi=0$ , akkor

$$T_{\max}^{p+} = p \cdot l / 2 \quad \text{és} \quad T_{\max}^{p-} = 0, \quad \text{ha pedig } \xi=1, \quad \text{akkor } T_{\max}^{p+} = 0 \quad \text{és} \quad T_{\max}^{p-} = -p \cdot l / 2$$

Az esetleges teherhez tartozó maximális nyíróerő ábrát az ábrán láthatjuk.

Az állandó és esetleges teher együttes hatására a pozitív és negatív maximális nyíróerő ábrák függvényeit szuperpozícióval kapjuk. A maximális ábra a lehetséges keresztmetszeti nyíróerők árnyékolással kiemelt tartományának burkológörbéje.



4. ábra. Kéttámaszú tartó maximális nyírőerő ábrája egyenletesen megoszló teherre [Kurucz né 2006]



## Felhasznált irodalom

**KURUCZNÉ DR. KOVÁCS MÁRTA:** *Tartók statikája. Előadás-vázlat.*  
Elektronikus jegyzet, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Építőmérnöki Kar Tartószerkezetek Mechanikája Tanszék, Budapest, 2006