Tartók statikája

2. előadás

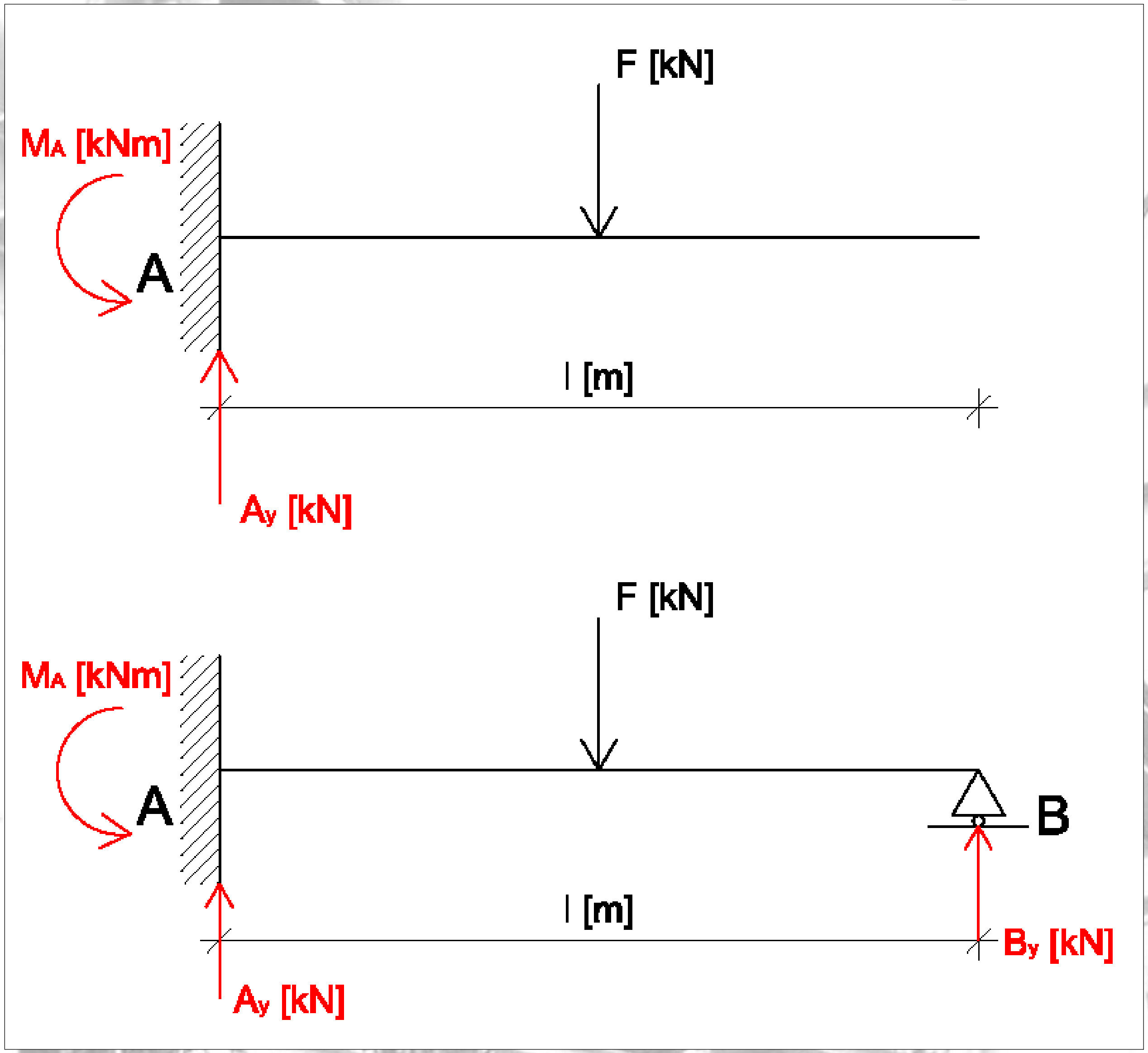
Erőmódszer, egyszeresen határozatlan tartók; belsőleg határozatlan tartók; folytatólagos, többtámaszú tartók igénybevételeinek meghatározása erőmódszerrel

Szabó Imre Gábor

Pécsi Tudományegyetem Műszaki és Informatikai Kar

Építőmérnök Tanszék

1. Síkbeli tartók minősítése statikai szempontból



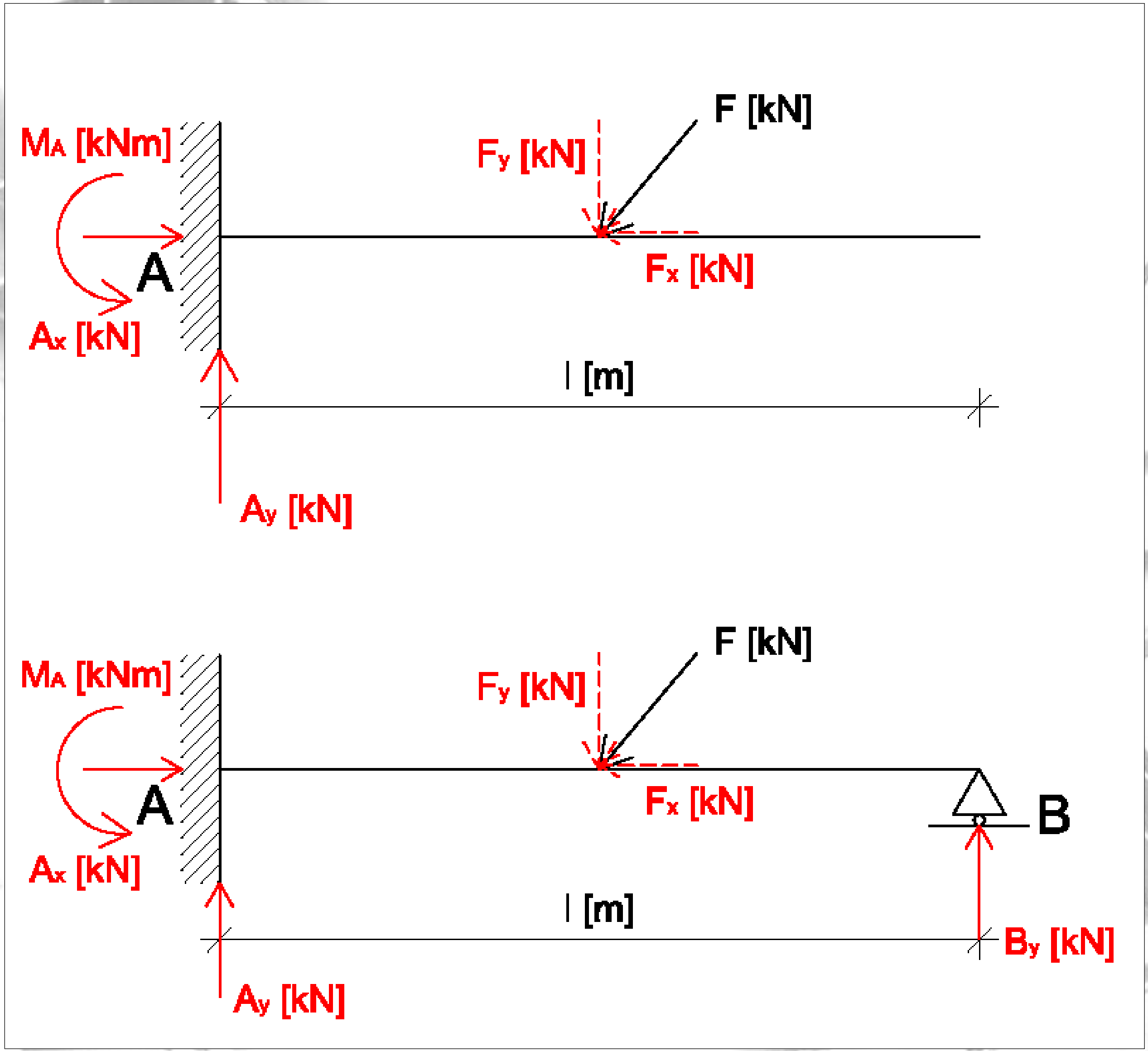
1. ábra. Síkbeli tartók minősítése statikai szempontból I.

2-2=0
statikailag
határozott

$$\sum M_i^{(A)} = 0 \rightarrow M_A$$

$$\sum F_{iy} = 0 \rightarrow A_y$$

3-2=1
statikailag
egyszeresen
határozatlan



2. ábra. Síkbeli tartók minősítése statikai szempontból II.

3-3=0
statikailag
határozott

$$\sum M_i^{(A)} = 0 \rightarrow M_A$$

$$\sum F_{iy} = 0 \rightarrow A_y$$

$$\sum F_{ix} = 0 \rightarrow A_x$$

4-3=1
statikailag
egyszeresen
határozatlan

Statikai határozottság meghatározása:

Az ismeretlenek számából kivonjuk a felhasználható, egymástól független statikai egyenletek számát ($\Sigma M_i=0$, $\Sigma F_{ix}=0$, $\Sigma F_{iy}=0$).

Ha az:

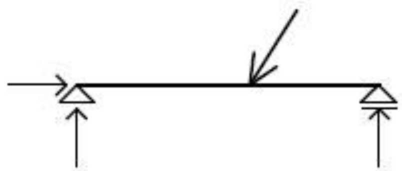
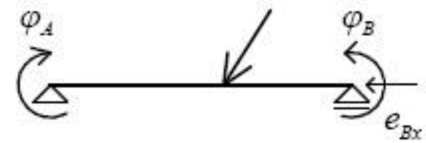
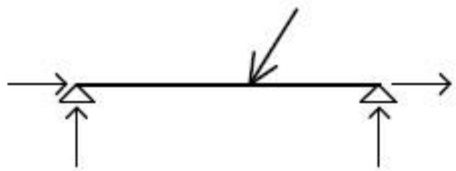
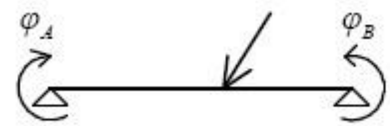
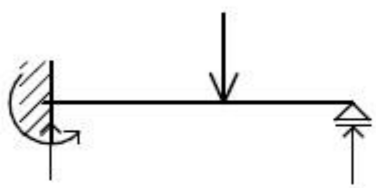
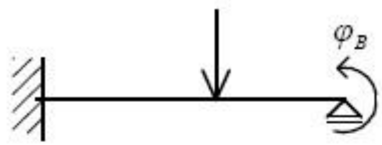
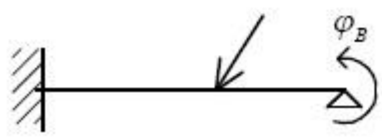
- ismeretlenek száma = egyenletek száma $\longrightarrow$ statikailag határozott
- ismeretlenek száma > egyenletek száma $\longrightarrow$ statikailag határozatlan
- ismeretlenek száma < egyenletek száma $\longrightarrow$ statikailag túlhatározott

2. Síkbeli tartók minősítése kinematikai szempontból

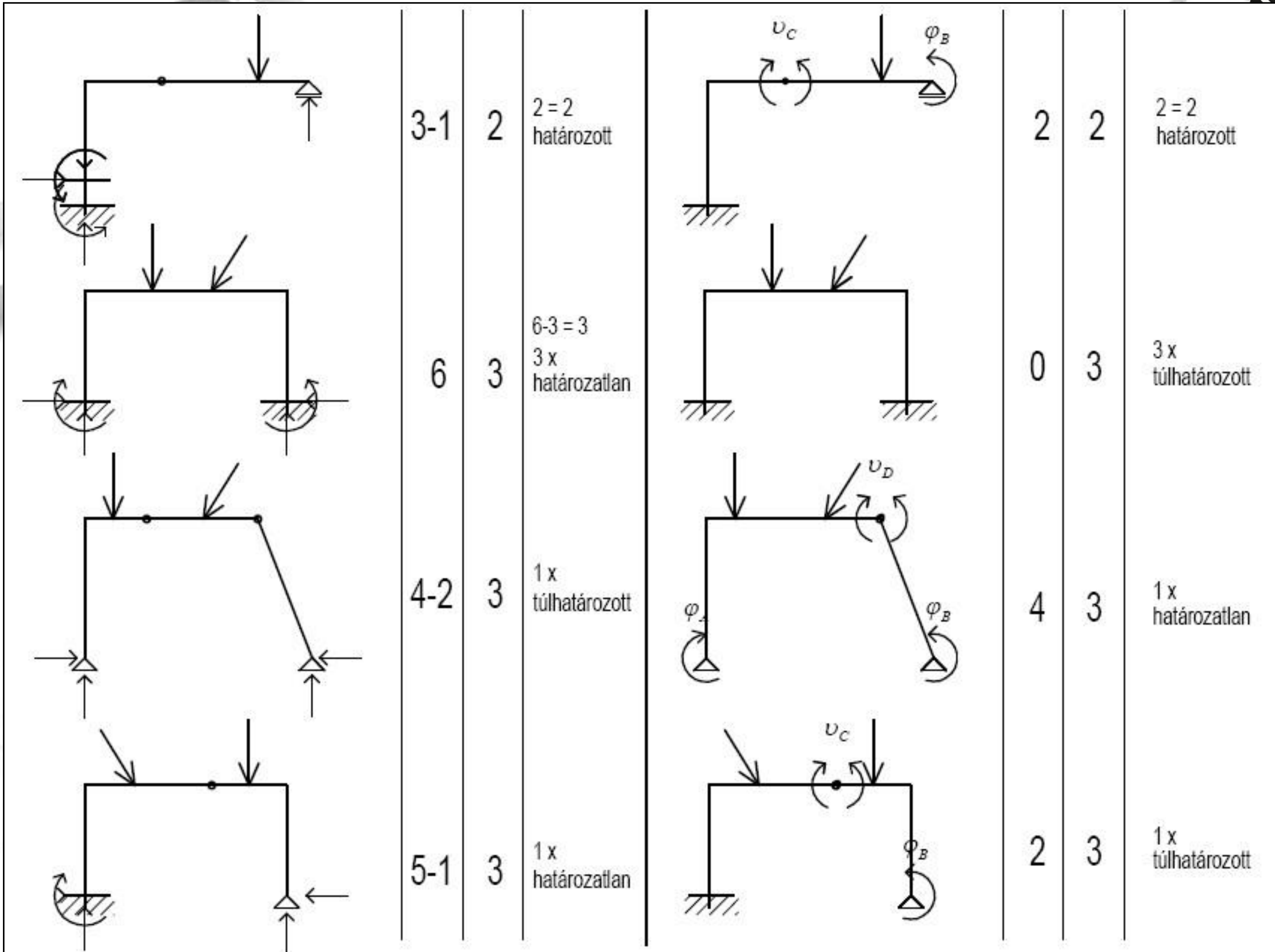
A minősítés az alapján történik, hogy a tartó hány elmozdulási ismeretlent tartalmaz.

Az **elmozdulási ismeretlenek** számából kivonjuk a felhasználható, egymástól független statikai egyenletek számát ($\Sigma M_i=0$, $\Sigma F_{ix}=0$, $\Sigma F_{iy}=0$).

	Tartók osztályba sorolása	
	Statikai szempontból	**Kinematikai szempontból**
I.	Határozott	Határozott
II.	Határozatlan	Határozott
III.	Határozott	Határozatlan

Minősítés statikai szempontból tartómodell a statikai ismeretlenekkel	ismeretlenek száma	egyenletek száma	minősítés	Minősítés kinematikai szempontból tartómodell az elmozdulási ismeretlenekkel	ismeretlenek száma	egyenletek száma	minősítés
	3	3	3 = 3 határozott		3	3	3 = 3 határozott
	4	3	4-3 = 1 1 x határozatlan		2	3	1 x túlhatározott
	3	2	3-2 = 1 1 x határozatlan		1	2	1 x túlhatározott
	5	3	5-3 = 2 2 x határozatlan		1	3	2 x túlhatározott

3. ábra. Síkbeli tartók minősítése statikai és kinematikai szempontból I. [Hajósné 2012]

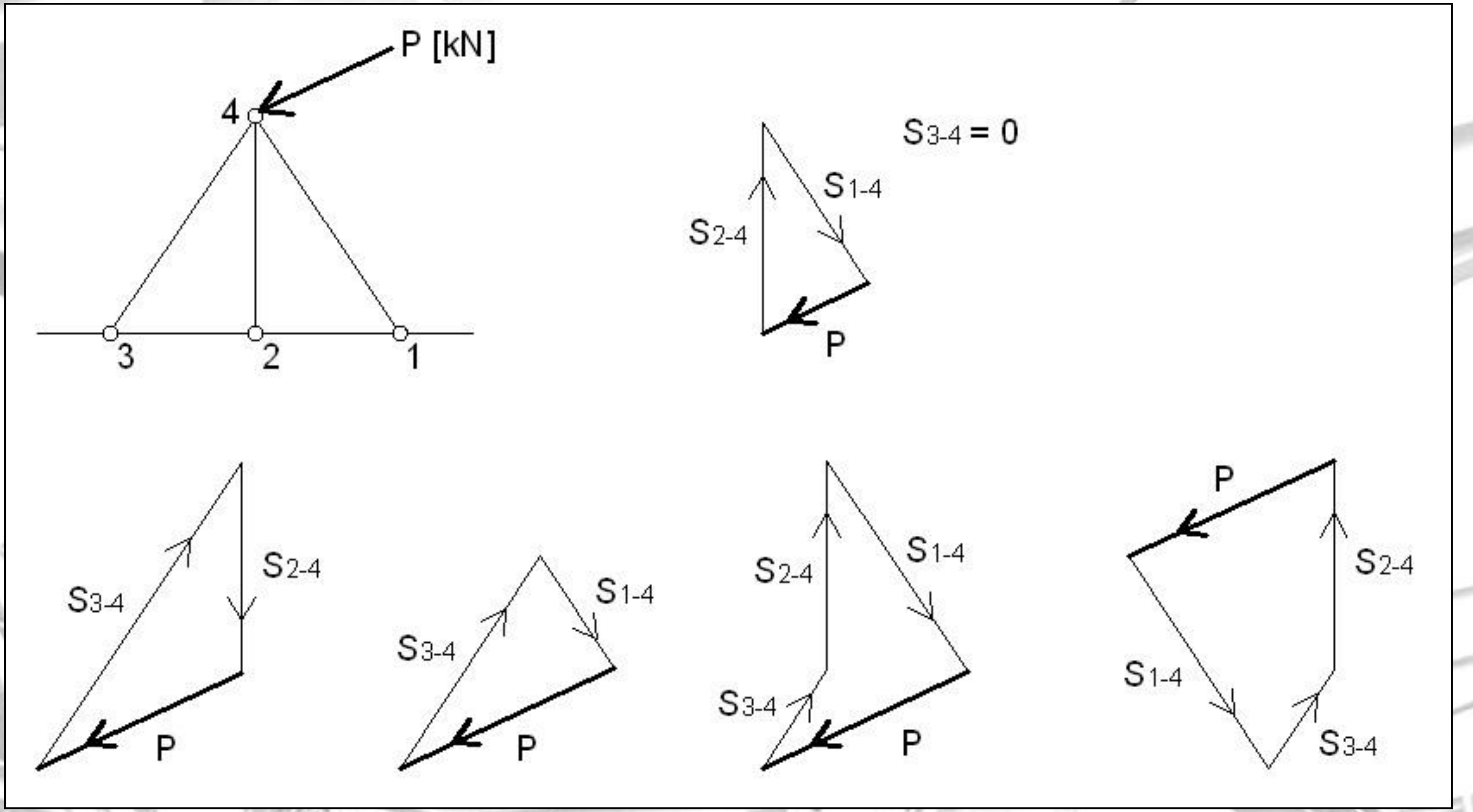


4. ábra. Síkbeli tartók minősítése statikai és kinematikai szempontból II. [Hajósné 2012]

3. Erőmódszer

3.1 Az erőmódszer elve

A „4”-es jelű csomópontban négy erő egyensúlyát kell igazolni.



5. ábra. Három erő egyensúlya

Végtelen számú megoldás rajzolható fel!

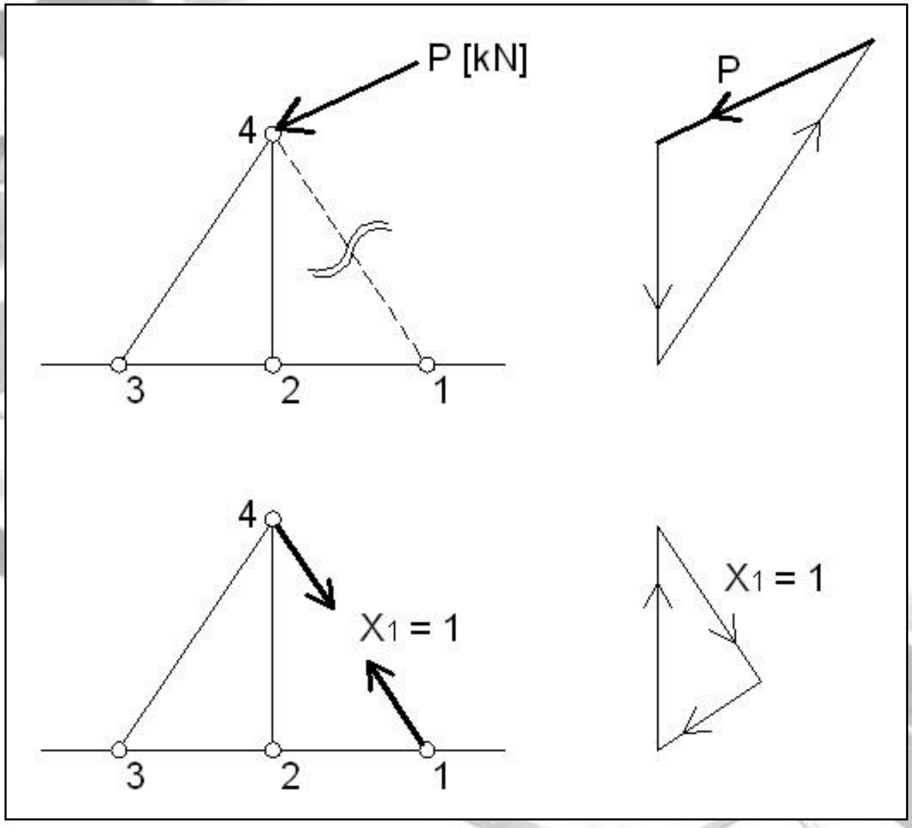
Az **erőmódszer**, vagy más néven *kompatibilitási módszer* (kompatibilitás = összeférhetőség) lényege, hogy a tartón a terheket minimális számú erővel egyensúlyozza.

Első lépésben a statikailag határozatlan tartóból külső vagy belső kapcsolatok átvágásával egy statikailag határozott tartót alakítunk ki, amelyre az adott terhek mellett az úgynevezett *átvágási kapcsolati erőket* is működtetjük. Az egyensúlyban lévő statikailag határozott tartót *törzstartónak* nevezzük. Az átvágási kapcsolati erőit az elmozdulásokra felírt feltételi egyenletek alapján határozzuk meg.

1. lépés: Törzstartó felvétele, a statikai határozottság szempontjából „felesleges” kényszer eltávolítása.

2. lépés: Az átvágottnak képzelt rúdban akkora erőknek kell működnie a valóságos modellben, hogy a terhek hatására keletkező rúddeformációk és csomóponti elmozdulások kompatibilitása (összeférhetősége) biztosítva legyen.

3. lépés: Miután az ismert statikai egyenletek nem elegendők az ismeretlenek meghatározásához, ezért *mozgásfeltételi egyenletek* felírása szükséges.



6. ábra. Átvágott rúd és a kapcsolati erő

A mozgásfeltételi egyenlet(ek) azt fejezi(k) ki, hogy a statikailag határozottá tett és kinematikailag is határozott törzstartón a teher és az átvágott rud(ak) hatását/hatásait helyettesítő x_i erő(k) együttes hatására keletkező relatív elmozdulások, illetve alakváltozások nullértékűek.

3.2 Az erőmódszer alkalmazásának menete

- a tartó minősítése statikai szempontból

  statikailag határozott | statikailag határozatlan (hányszorosan?)

- a törzstartó(k) létrehozása,
- a terhelési tényező(k) meghatározása,
- az egységtényező(k) meghatározása,
- a feltételi egyenlet(ek) felírása és megoldása,
- a tartó egyensúlyozása, a támaszerők kiszámítása,
- az igénybevételi ábrák megrajzolása.

A feltételi egyenlet egyszeresen határozatlan tartó esetén:

$$a_{10} + a_{11} \cdot X_1 = 0$$

a_{i0} – terhelési tényező (a második index mindig nulla)

a_{ij} – egységtényező

Többszörösen határozatlan tartóknál:

$$a_{10} + a_{11} \cdot X_1 + a_{12} \cdot X_2 + a_{13} \cdot X_3 + ... + a_{1n} \cdot X_n = 0$$

$$a_{20} + a_{21} \cdot X_1 + a_{22} \cdot X_2 + a_{23} \cdot X_3 + ... + a_{2n} \cdot X_n = 0$$

.

$$a_{n0} + a_{n1} \cdot X_1 + a_{n2} \cdot X_2 + a_{n3} \cdot X_3 + ... + a_{nn} \cdot X_n = 0$$

Az egyenletrendszer lineáris, X_1, X_2, …, X_n ismeretlenekre megoldható.

Az egységtényezőkből szimmetrikus mátrix írható fel:

$$a_{ij} = a_{ji}$$

$$\text{de } a_{ii} \neq a_{jj}$$

Az indexek jelentése:

a_{i0} – terhelési tényező

Az első index a helyre és a jellegre utal, a második index arra utal, hogy a terelés hatására keletkező elmozdulást számoljuk.

a_{ij} – egységtényező

Az első index a helyre és a jellegre utal, a második index arra utal, hogy melyik ismeretlen „dinám” hatására keletkező elmozdulást számoljuk.

Egyszerűbben:

a_{i0}

Hol?

Az eredeti teher hatása a törzstartón.

a_{ij}

Hol?

A beiktatott virtuális teher hatása a tartón.

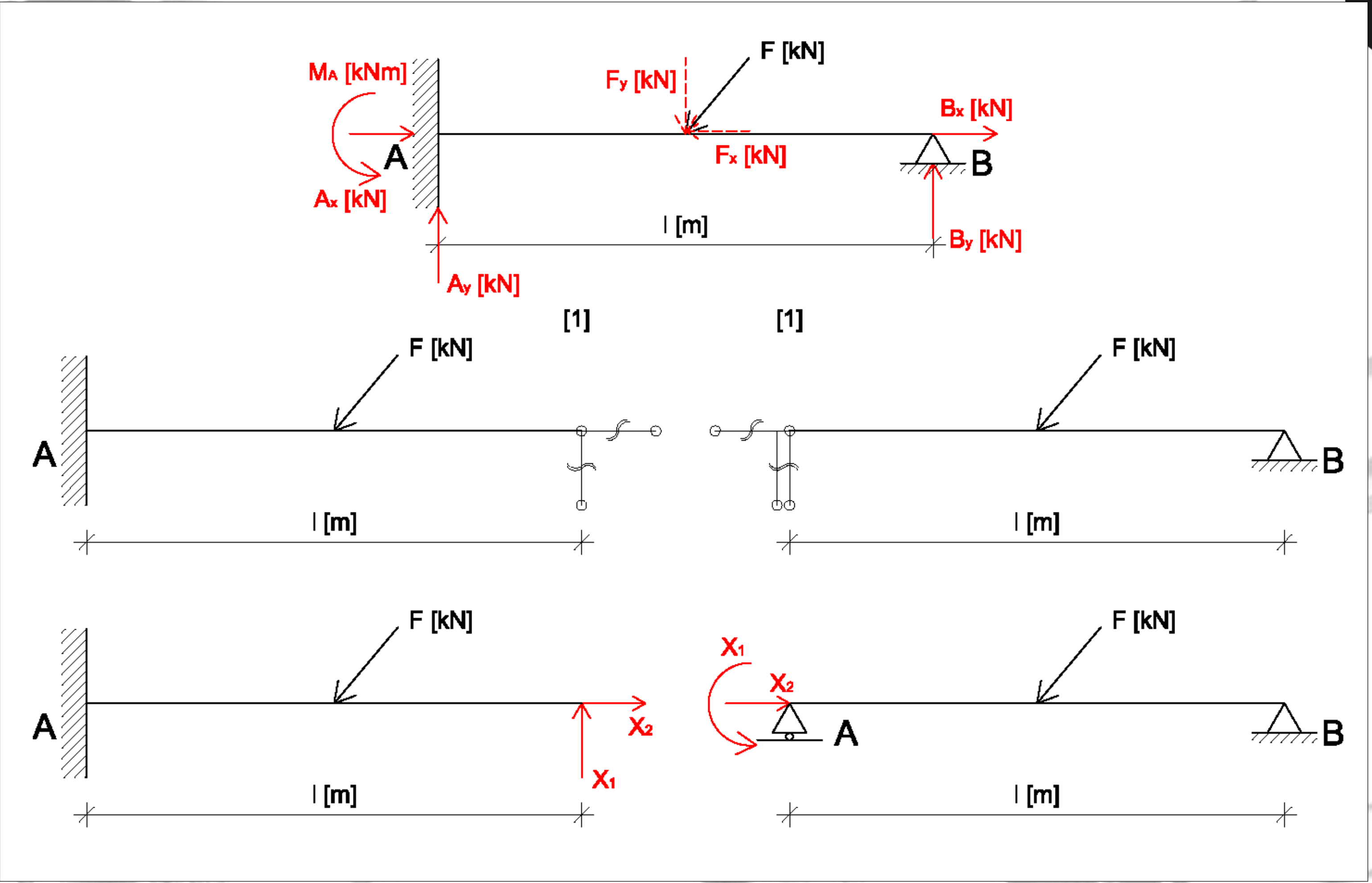
Egy tartó statikailag ahányszorosan határozatlan, annyi átvágási (módosítási) hely létrehozásával alakítható határozott törzstartóvá/törzstartókká. Ugyanennyi virtuális terhet kell beiktatni, valamint ugyanennyi mozgásfeltételi egyenletet kell felírni a tartóra.

Egy egyenlet mindig egy átvágási helyre vonatkozik. Ezt az indexek megfelelő alkalmazásuk esetén jól mutatják.

3.3 A törzstartó felvétele

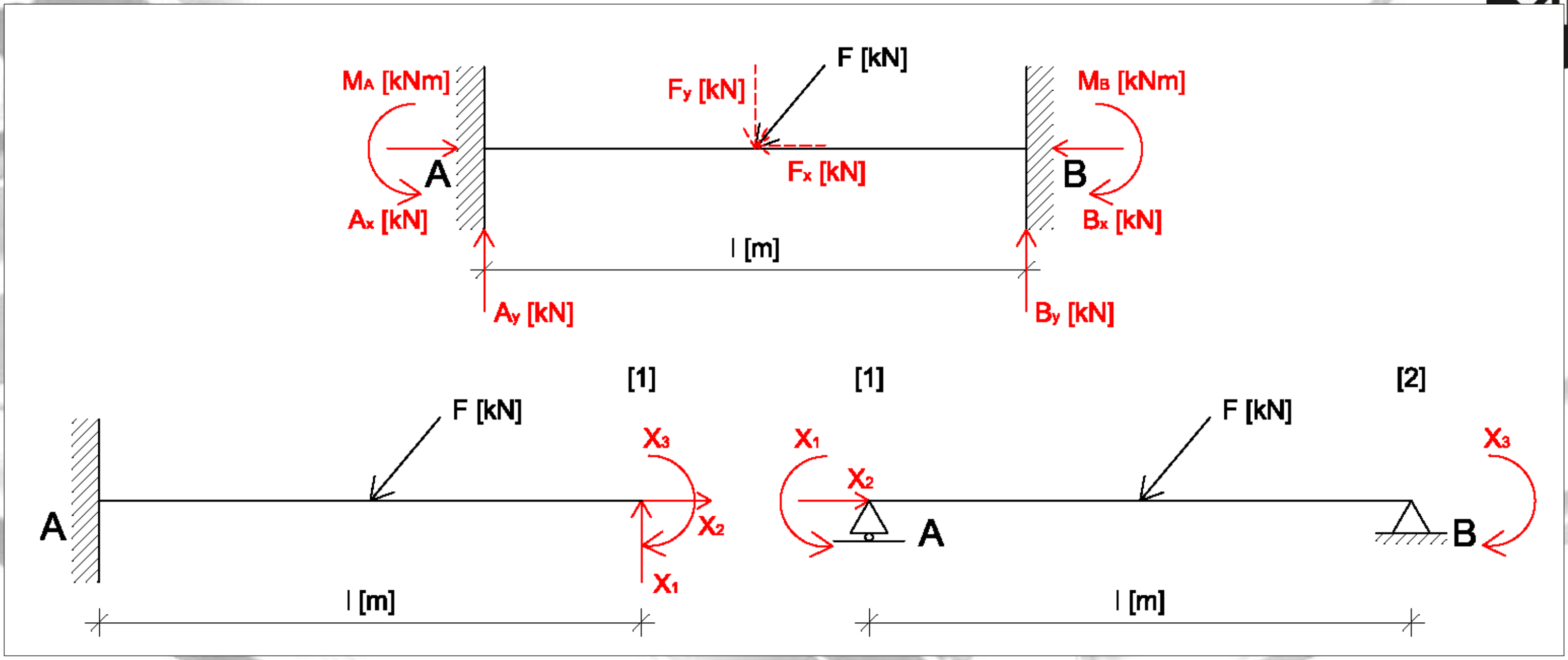
A törzstartó felvételére általában több lehetőség van. Célszerű mindig olyan törzstartót választani, amiből a legegyszerűbb nyomatéki ábra rajzolható.

Ha egy támaszközben egyszerre több teher is hat, akkor szükséges a terhek teheresetekre való bontása. Ebben az esetben természetesen a törzstartó ugyanaz marad. E teheresetekre való bontás megkönnyíti a számolást (pl. egyszerűbb nyomatéki ábrák rajzolhatók).



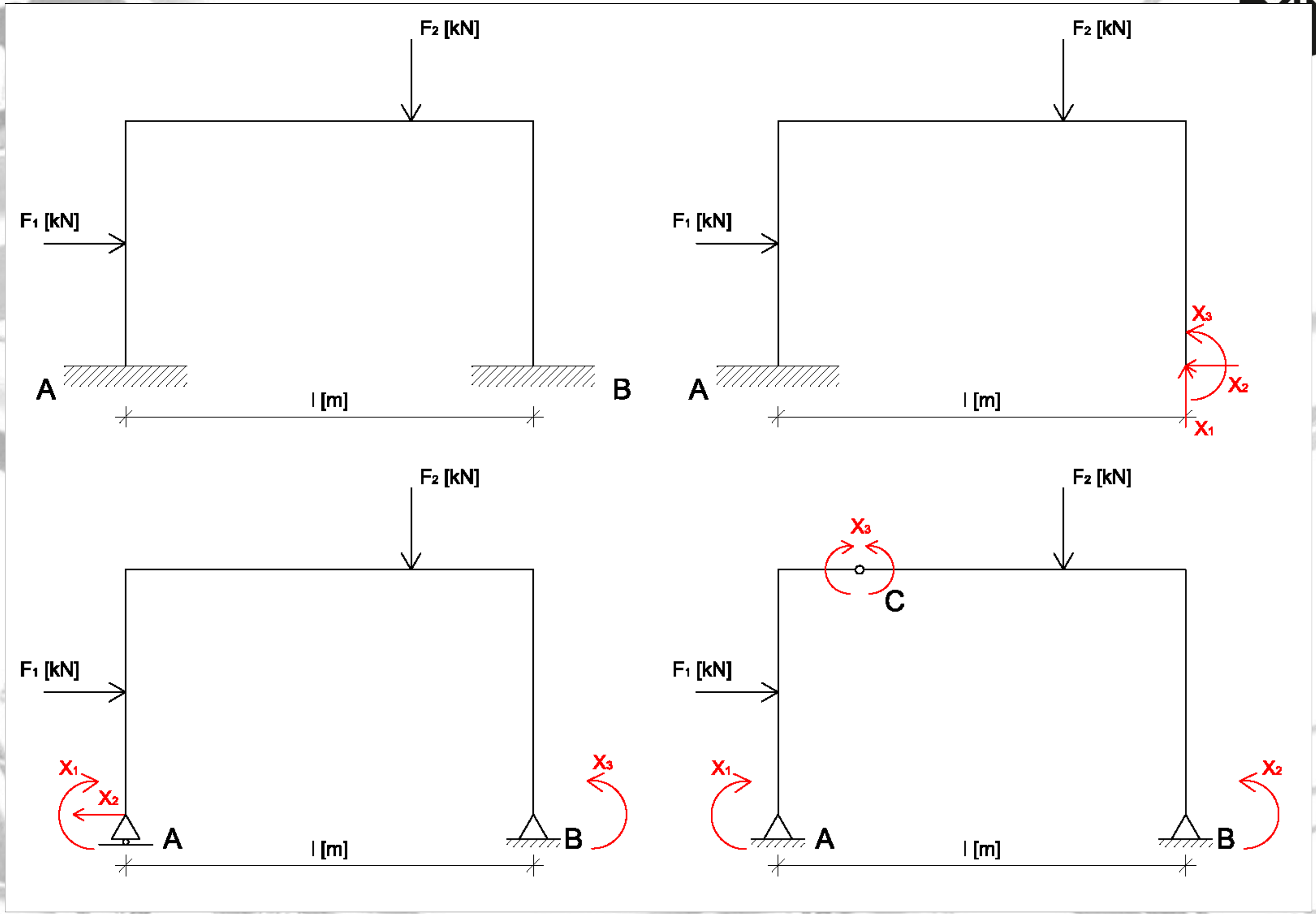
7. ábra. Törzstartó felvétele I.

5-3=2 → statikailag kétszeresen határozatlan, ezért két kényszert kell megszüntetni a törzstartó létrehozásához.



8. ábra. Törzstartó felvétele II.

6-3=3 → statikailag háromszorosan határozatlan, ezért három kényszert kell megszüntetni a törzstartó létrehozásához.



9. ábra. Törzstartó felvétele III.

6-3=3 → statikailag háromszorosan határozatlan, ezért három kényszert kell megszüntetni a törzstartó létrehozásához.

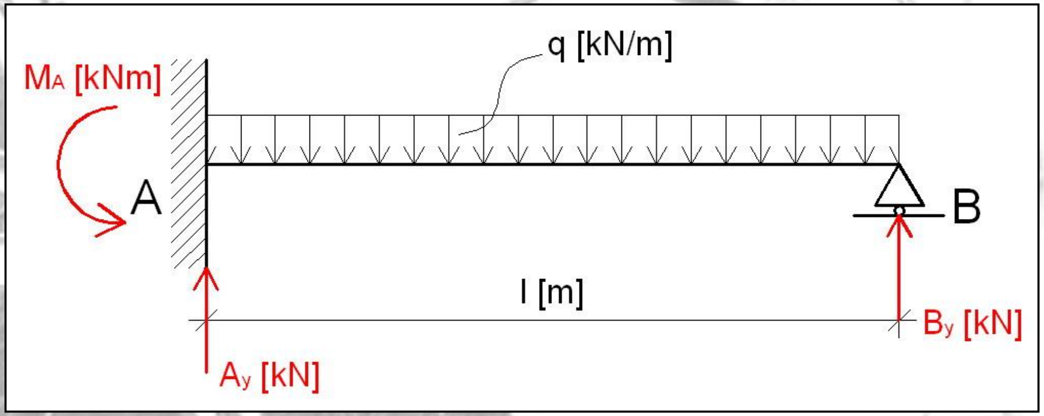
4. Egyszeresen határozatlan tartó megoldása erőmódszerrel

A alábbiakban egy mintapéldán keresztül látható egy egyszeresen határozatlan tartó támaszerőinek kiszámítása és igénybevételi ábráinak megrajzolása két lehetséges törzstartó felvételével. A későbbiekben a feladatok megoldása során elegendő az egyik törzstartót használni. A feladat megoldásának menete azonos, azonban a bevezetett virtuális terhek a két esetben más-más ismeretlent fognak megadni.

A feladat végeredményei (támaszerők és igénybevételi ábrák) azonosak lesznek.

1. mintapélda

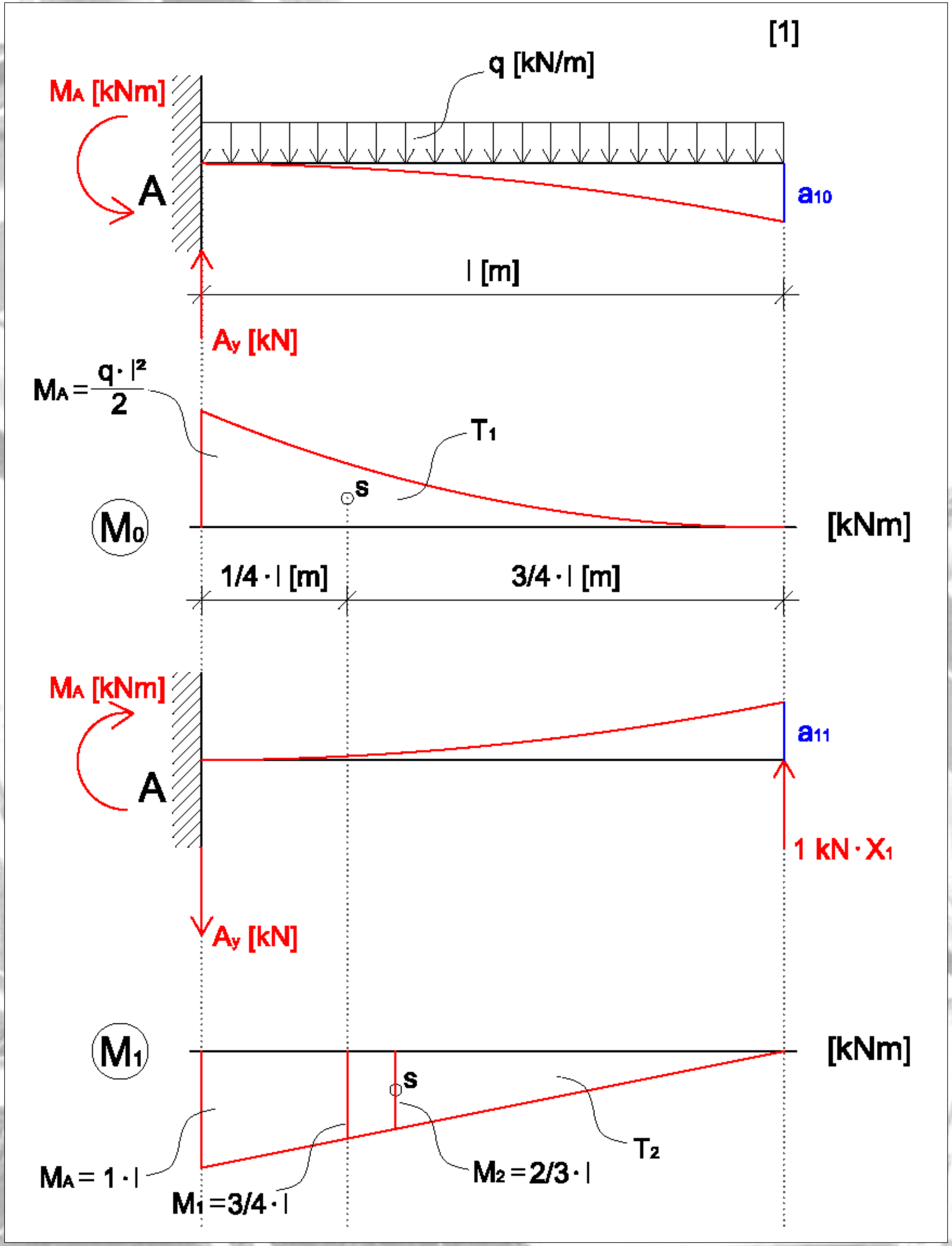
Határozzuk meg az alábbi statikailag egyszeresen határozatlan tartó támaszerőit, valamint rajzoljuk meg a tartó igénybevételi ábráit!



3-2=1 statikailag egyszeresen határozatlan

10. ábra. 1. mintapélda – statikailag egyszeresen határozatlan tartó

Konzolos törzstartóval:



11. ábra. 1. mintapélda – konzolos törzstartóval való megoldás

A feltételi egyenletbe nem a tényleges elmozdulásokat, hanem E·I–vel nagyított értéküket írjuk be. Az egyenlet megoldása ettől nem változik meg.

$$e_{pq} = E \cdot I \cdot \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_0^l M_P \cdot M_Q \cdot dz$$

$$e_{pq} = \int_0^l M_P \cdot M_Q \cdot dz$$

$$a_{10} = -T_1 \cdot M_1 = \underbrace{-\frac{1}{3} \cdot \frac{q \cdot l^2}{2} \cdot l}_{T_1} \cdot \underbrace{\frac{3}{4} \cdot l}_{M_1} = -\frac{q \cdot l^4}{8}$$

$$a_{11} = T_2 \cdot M_2 = \underbrace{\frac{1 \cdot l \cdot l}{2}}_{T_2} \cdot \underbrace{\frac{2}{3} \cdot l}_{M_2} = \frac{l^3}{3}$$

Előjelek: ha a két nyomatéki ábra, amit egymással integrálunk az alapvonal azonos oldalán van, akkor az előjel pozitív, ha az alapvonal különböző oldalán vannak, akkor az előjel negatív!

$$a_{10} + a_{11} \cdot X_1 = 0$$

$$-\frac{q \cdot l^4}{8} + \frac{l^3}{3} \cdot X_1 = 0$$

$$X_1 = \frac{3}{8} \cdot q \cdot l \quad \rightarrow B_y = \frac{3}{8} \cdot q \cdot l \, [\mathrm{kN}] (\uparrow)$$

$$\sum M_i^{(A)} = 0 \rightarrow M_A$$

$$0 = q \cdot l \cdot \frac{l}{2} - \frac{3}{8} \cdot q \cdot l \cdot l - M_A$$

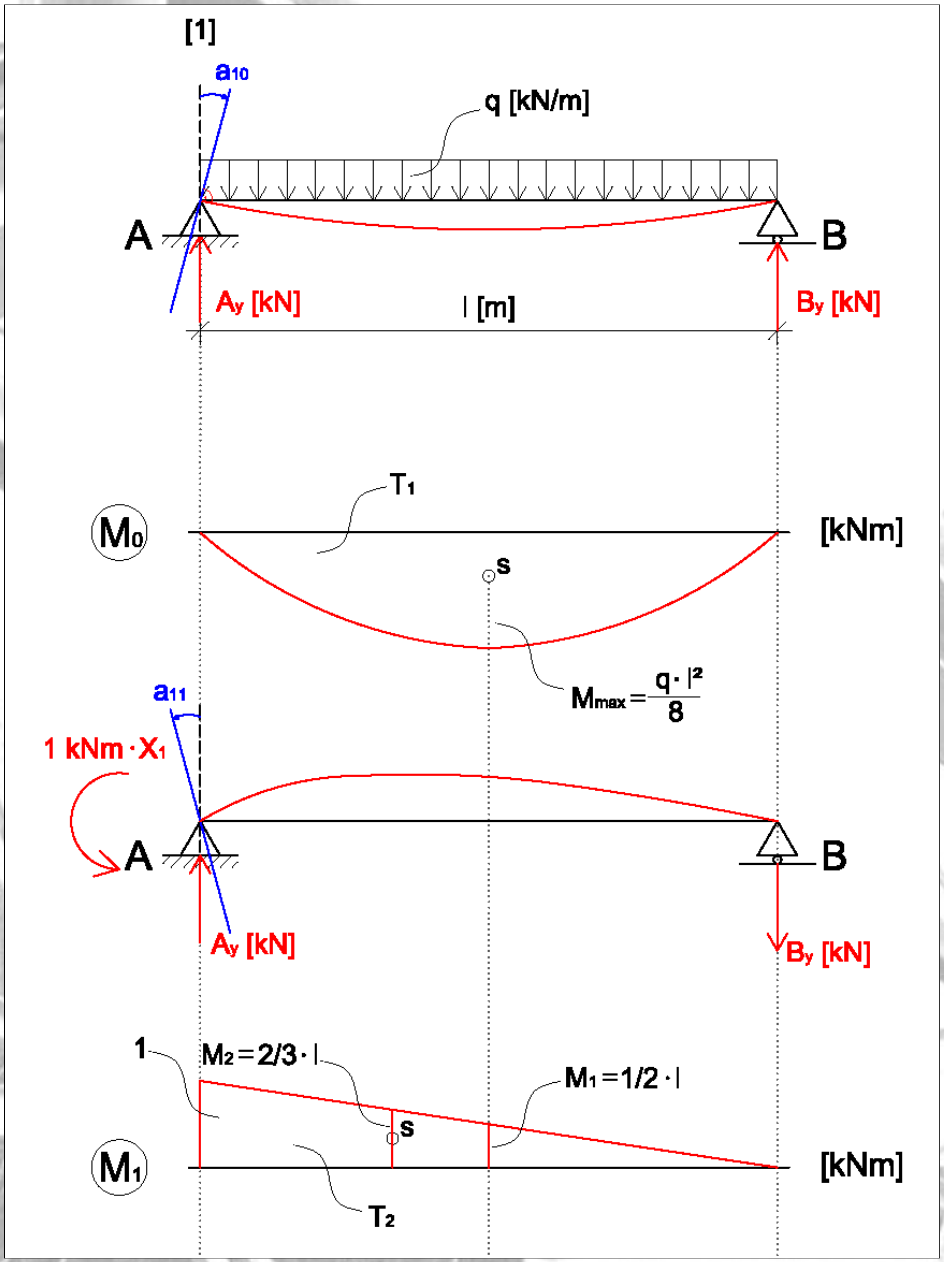
$$M_A = \frac{q \cdot l^2}{8} \, [\mathrm{kNm}]$$

$$\sum F_{iy} = 0 \rightarrow A_y$$

$$0 = q \cdot l - \frac{3}{8} \cdot q \cdot l - A_y$$

$$A_y = \frac{5}{8} \cdot q \cdot l \, [\mathrm{kN}] (\uparrow)$$

Kéttámaszú törzstartóval:



12. ábra. 1. mintapélda – kéttámaszú törzstartóval való megoldás

A feltételi egyenletbe nem a tényleges elmozdulásokat, hanem E·I–vel nagyított értéküket írjuk be. Az egyenlet megoldása ettől nem változik meg.

$$e_{pq} = E \cdot I \cdot \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_0^l M_P \cdot M_Q \cdot dz$$

$$e_{pq} = \int_0^l M_P \cdot M_Q \cdot dz$$

$$a_{10} = -T_1 \cdot M_1 = \underbrace{-\frac{2}{3} \cdot \frac{q \cdot l^2}{8} \cdot l}_{T_1} \cdot \underbrace{\frac{1}{2}}_{M_1} \cdot 1 = -\frac{q \cdot l^3}{24}$$

$$a_{11} = T_2 \cdot M_2 = \underbrace{1 \cdot l \cdot \frac{1}{2}}_{T_2} \cdot \underbrace{\frac{2}{3} \cdot l}_{M_2} = \frac{l}{3}$$

<u>Előjelek:</u> ha a két nyomatéki ábra, amit egymással integrálunk az alapvonal azonos oldalán van, akkor az előjel pozitív, ha az alapvonal különböző oldalán vannak, akkor az előjel negatív!

$$a_{10} + a_{11} \cdot X_1 = 0$$

$$-\frac{q \cdot l^3}{24} + \frac{l}{3} \cdot X_1 = 0$$

$$X_1 = \frac{q \cdot l^2}{8} \rightarrow M_A = \frac{q \cdot l^2}{8} [kNm]$$

$$\sum M_i^{(A)} = 0 \rightarrow B_y$$

$$0 = q \cdot l \cdot \frac{l}{2} - \frac{q \cdot l^2}{8} - B_y \cdot l$$

$$B_y = \frac{3}{8} \cdot q \cdot l [kN] (\uparrow)$$

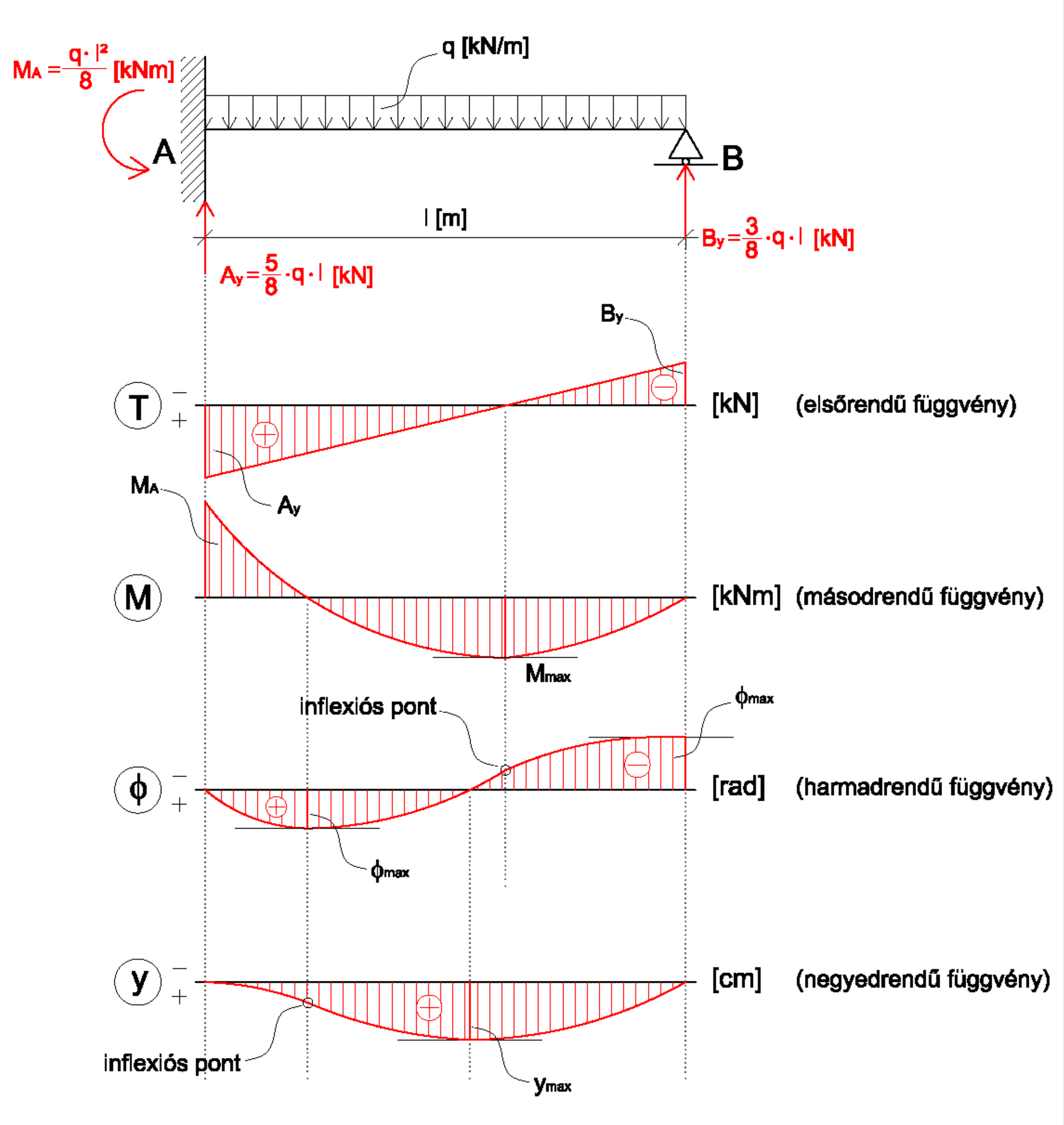
$$\sum F_{iy} = 0 \rightarrow A_y$$

$$0 = q \cdot l - \frac{3}{8} \cdot q \cdot l - A_y$$

$$A_y = \frac{5}{8} \cdot q \cdot l [kN] (\uparrow)$$

A következő lépés a belső igénybevételi ábrák megrajzolása, ez mindkét megoldási módszernél azonos, hiszen a kapott egyensúlyozó támaszerők és befogási nyomaték azonosak lettek.

A statikailag egyszeresen határozatlan tartók esetén a szögelfordulási és lehajlási ábrákat is meg kell rajzolni.

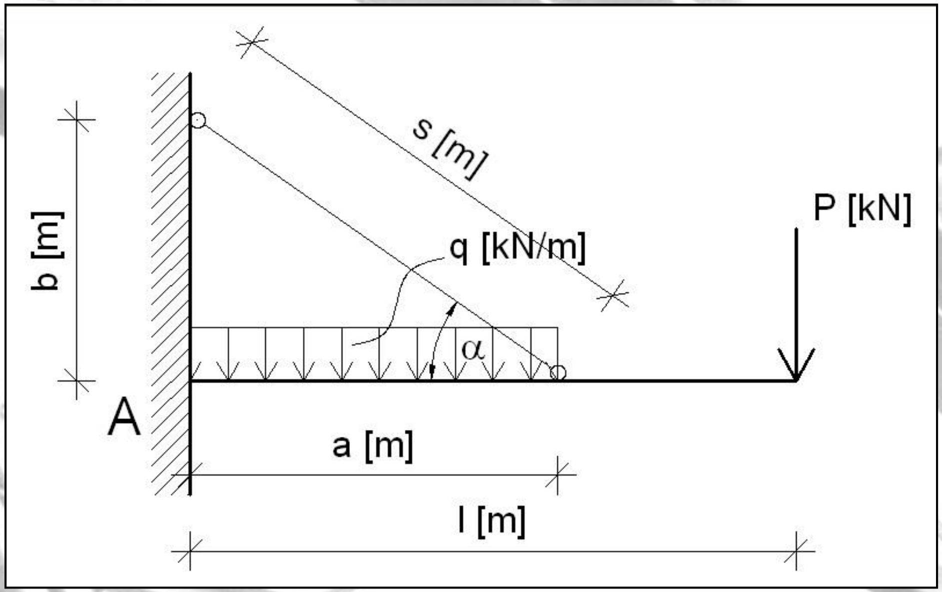


13. ábra. 1. mintapélda – igénybevételi ábrák

5. Belsőleg határozatlan tartók

2. mintapélda

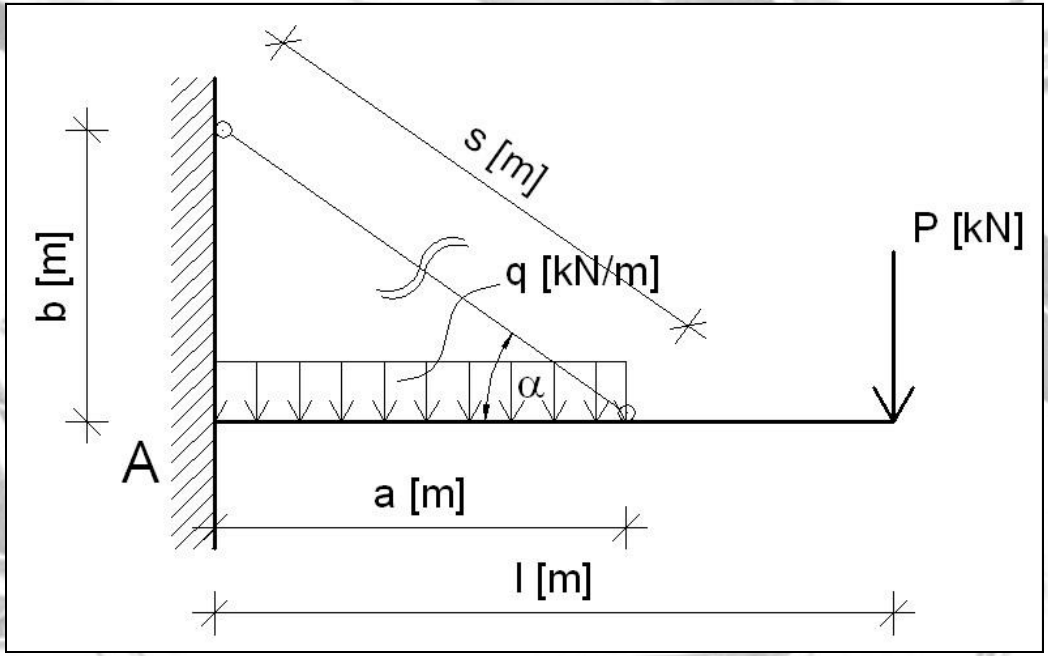
Adott egy rúddal felfüggesztett belsőleg egyszeresen határozatlan tartószerkezet. A felfüggesztő rudat jellemzi a rugalmassági modulusa és a keresztmetszeti felülete (E, A), míg a gerendát jellemzi a rugalmassági modulusa és az inerciája (E, I).



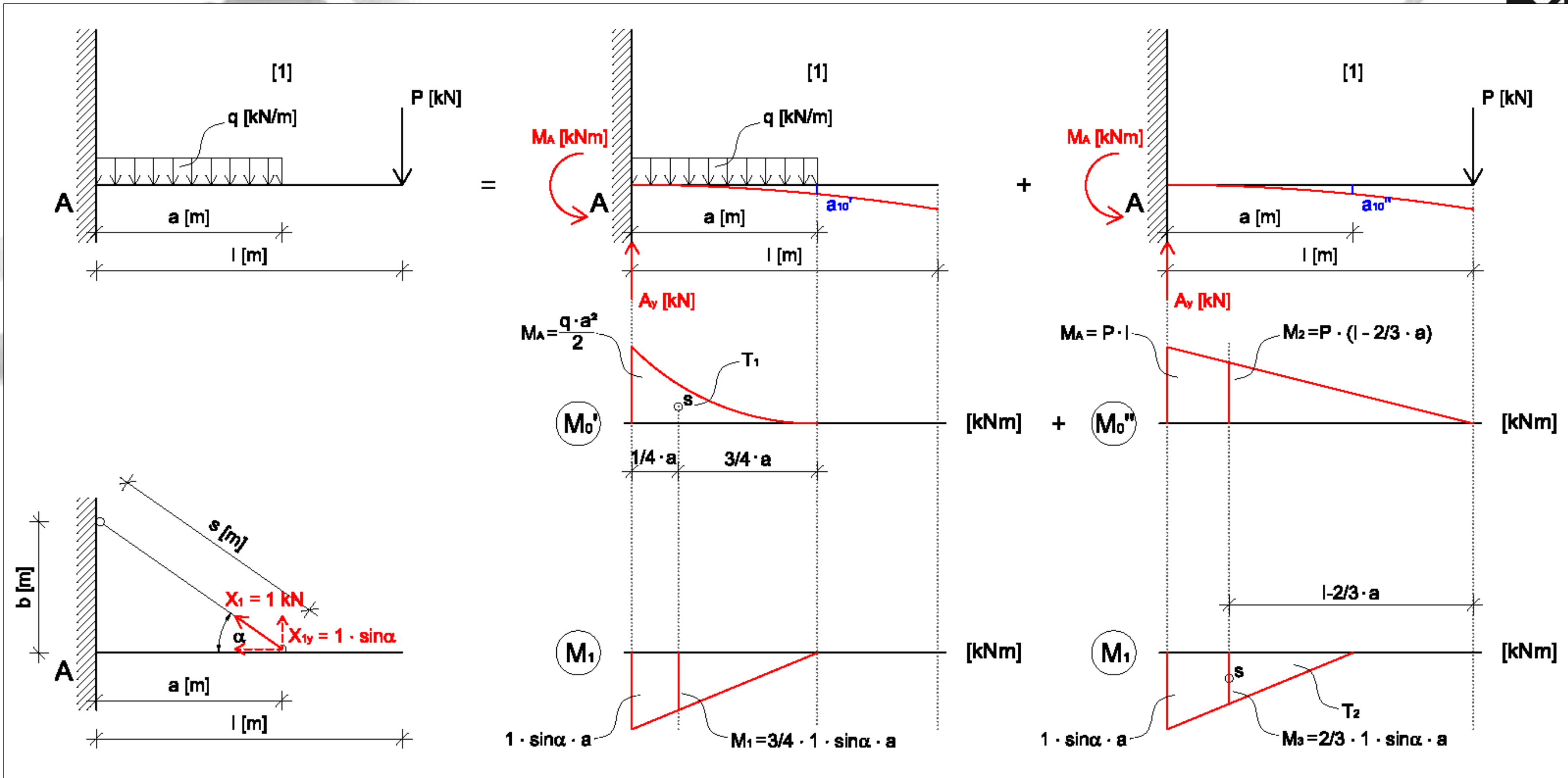
14. ábra. 2. mintapélda – belsőleg határozatlan tartószerkezet

A megoldás első lépése itt is a rúd átvágása (egy kényszer megszüntetése), ezáltal törzstartó létrehozása. A törzstartó konzolos tartó lesz.

A következő lépés a terhek teheresetekre való bontása (külön vizsgáljuk a megoszló teher és a koncentrált erő hatását, külön-külön kell M_0' és M_0'' nyomatéki ábrát rajzolni a teheresetekből), majd a beiktatott X_1 virtuális teher segítségével meg kell rajzolni az abból kapott M_1 nyomatéki ábrát is. Ezután következik a terhelési és egység tényezők számolása, a feltételi egyenlet felírása és megoldása, a támaszerők kiszámítása, végül a végleges igénybevételi ábrák elkészítése.



15. ábra. 2. mintapélda – törzstartó kialakítása



16. ábra. 2. mintapélda – megoldás konzolos törzstartóval

Az a_{10} terhelési tényező számításánál a koncentrált erő esetén az integrálás menetét érdemes „megfordítani”. Mivel a virtuális teherből kapott nyomatéki ábra nem tart a tartó teljes hosszában, így az integrálás „lentről felfelé” egyszerűbb. Így az M_1 nyomatéki ábráról vesszük a területet, míg az M_0” nyomatéki ábráról a nyomaték értéket.

A terhelési és egységtényezők kiszámítása (E·I-vel nagyított értékkel):

$$a_{10} = E \cdot I \cdot \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_0^l M_0 \cdot M_1 \cdot dz$$

$$a_{10} = -T_1 \cdot M_1 - T_2 \cdot M_2$$

$$a_{10} = \underbrace{-\frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{q \cdot a^2}{2}}_{T_1} \cdot \underbrace{\frac{3}{4} \cdot 1 \cdot \sin\alpha \cdot a}_{M_1} - \underbrace{\frac{a \cdot 1 \cdot \sin\alpha \cdot a}{2}}_{T_2} \cdot \underbrace{P \cdot \left(l - \frac{2}{3} \cdot a \right)}_{M_2}$$

Az egységtényező számításánál nem hanyagolható el a normálerő hatása:

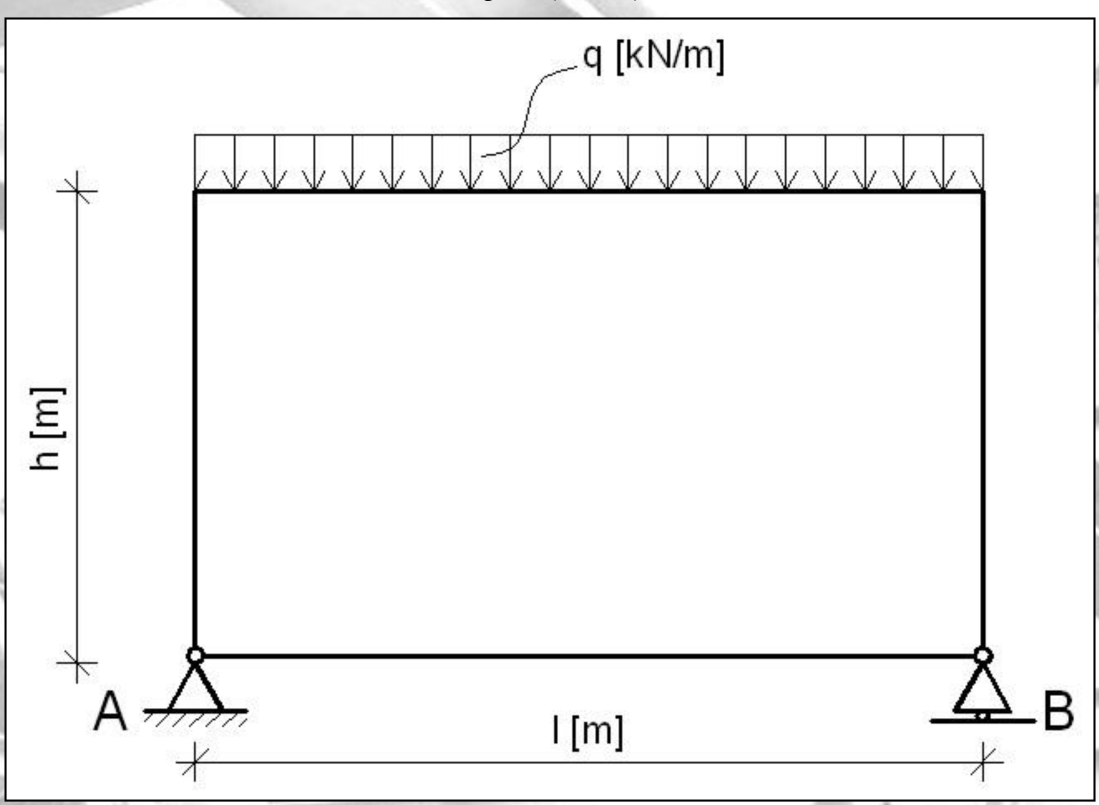
$$a_{11} = \int_0^l \frac{N_1^2}{E \cdot A} \cdot dz + \int_0^l \frac{M_1^2}{E \cdot I} \cdot dz$$

$$a_{11} = E \cdot I \cdot \frac{1}{E \cdot A} \cdot N_1^2 \cdot s + E \cdot I \cdot T_2 \cdot M_3$$

$$a_{11} = E \cdot I \cdot \frac{1}{E \cdot A} \cdot N_1^2 \cdot s + E \cdot I \cdot \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(\underbrace{\frac{a \cdot 1 \cdot \sin\alpha \cdot a}{2}}_{T_2} \cdot \underbrace{\frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \sin\alpha \cdot a}_{M_3} \right)$$

3. mintapélda

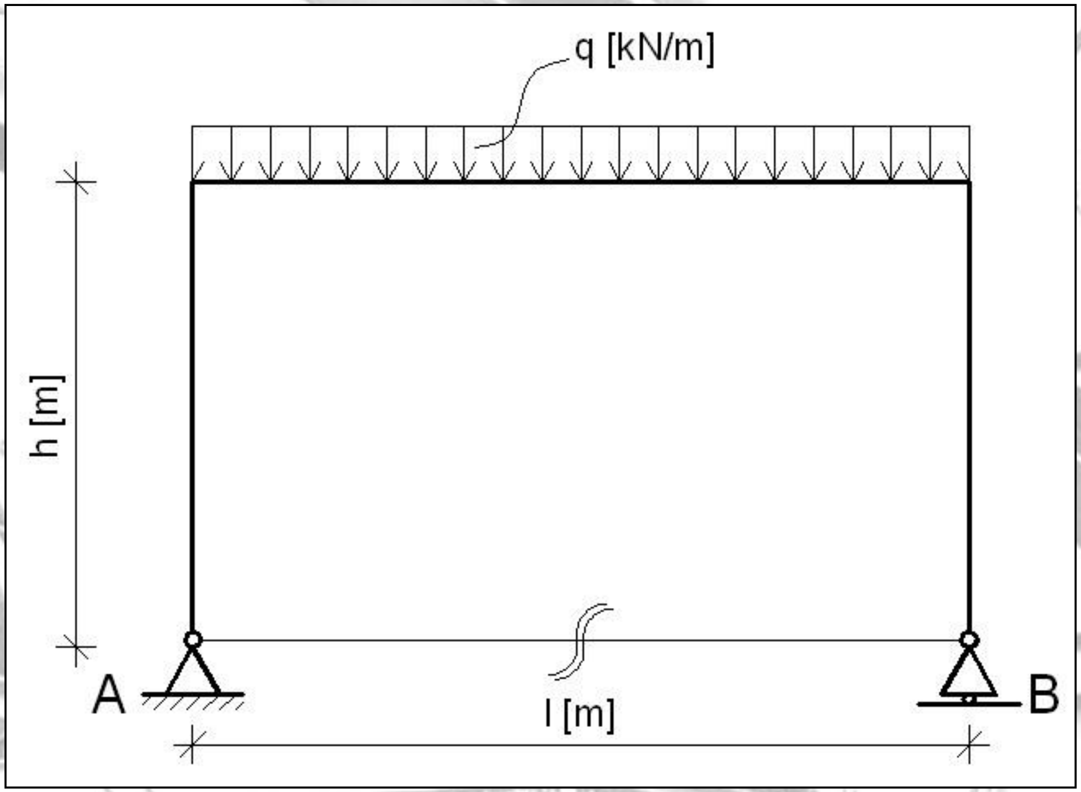
Adott egy vonórúddal kiegészített belsőleg egyszeresen határozatlan kerettartó. A vonórudat jellemzi a rugalmassági modulusa és a keresztmetszeti felülete (E, A), míg a keretet jellemzi a rugalmassági modulusa és az inerciája (E, I).



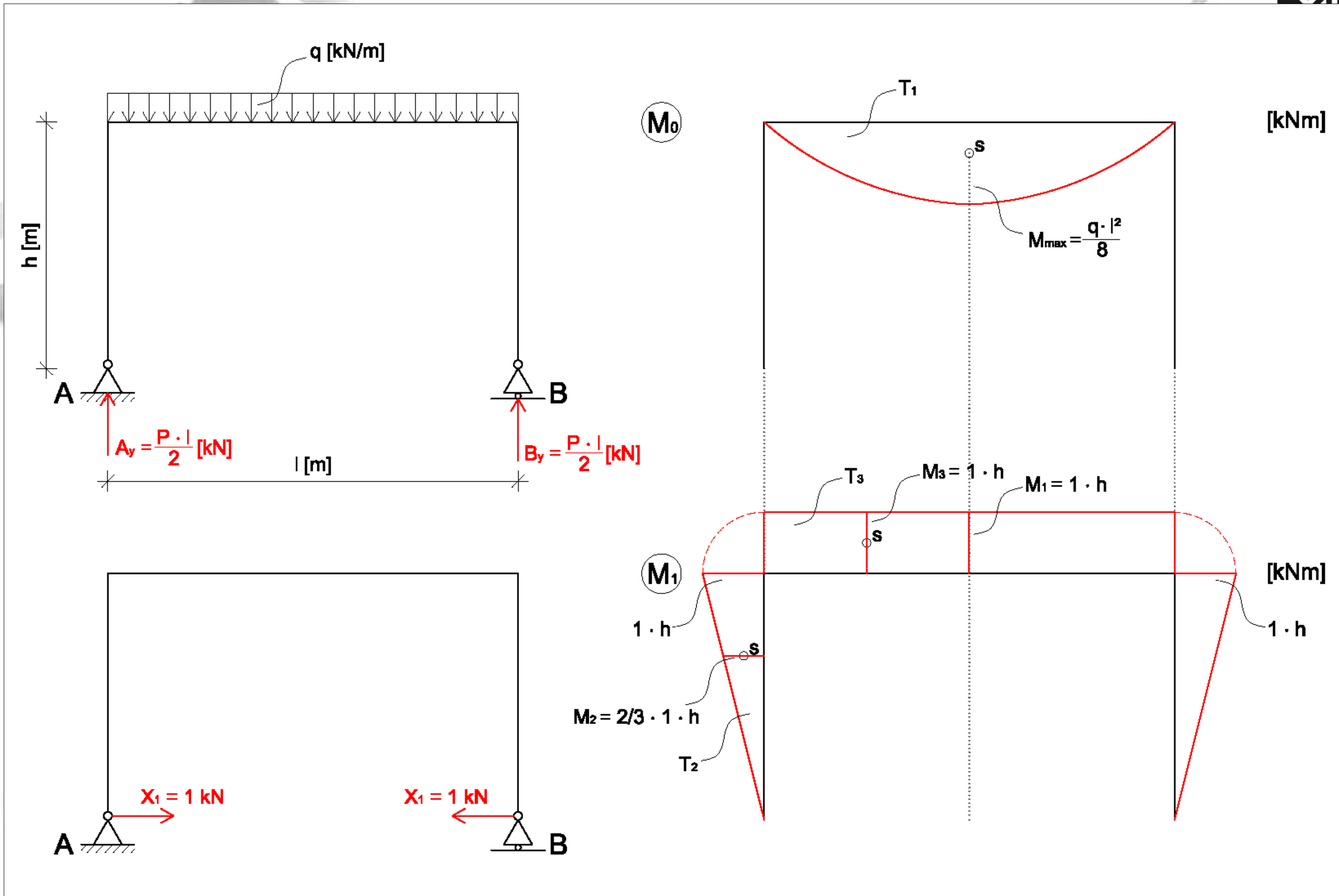
17. ábra. 3. mintapélda – belsőleg határozatlan vonórudas kerettartó

A megoldás első lépése itt is a rúd átvágása, ezáltal törzstartó létrehozása. A törzstartó kéttámaszú tartó.

A következő lépés a megoszló teherből a M_0 nyomatéki ábra megrajzolása majd a beiktatott X_1 virtuális teher segítségével meg kell rajzolni az abból kapott M_1 nyomatéki ábrát is. Ezután következik a terhelési és egység tényezők számolása, a feltételi egyenlet felírása és megoldása, a támaszerők kiszámítása, végül a végleges igénybevételi ábrák elkészítése.



18. ábra. 3. mintapélda – törzstartó kialakítása



19. ábra. 3. mintapélda – megoldás kéttámaszú törzstartóval

A terhelési és egységtényezők kiszámítása (E·I-vel nagyított értékkel):

$$a_{10} = E \cdot I \cdot \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_0^l M_0 \cdot M_1 \cdot dz$$

$$a_{10} = -T_1 \cdot M_1$$

$$a_{10} = \underbrace{-\frac{2}{3} \cdot l \cdot \frac{q \cdot l^2}{8}}_{T_1} \cdot \underbrace{1 \cdot h}_{M_1} = \frac{q \cdot l^3}{12} \cdot h$$

$$a_{11} = \int_0^l \frac{N_1^2}{E \cdot A} \cdot dz + \int_0^l \frac{M_1^2}{E \cdot I} \cdot dz$$

$$a_{11} = 2 \cdot \left(T_2 \cdot M_2 + T_3 \cdot M_3\right) + E \cdot I \cdot \frac{1}{E \cdot A} \cdot 1^2 \cdot l$$

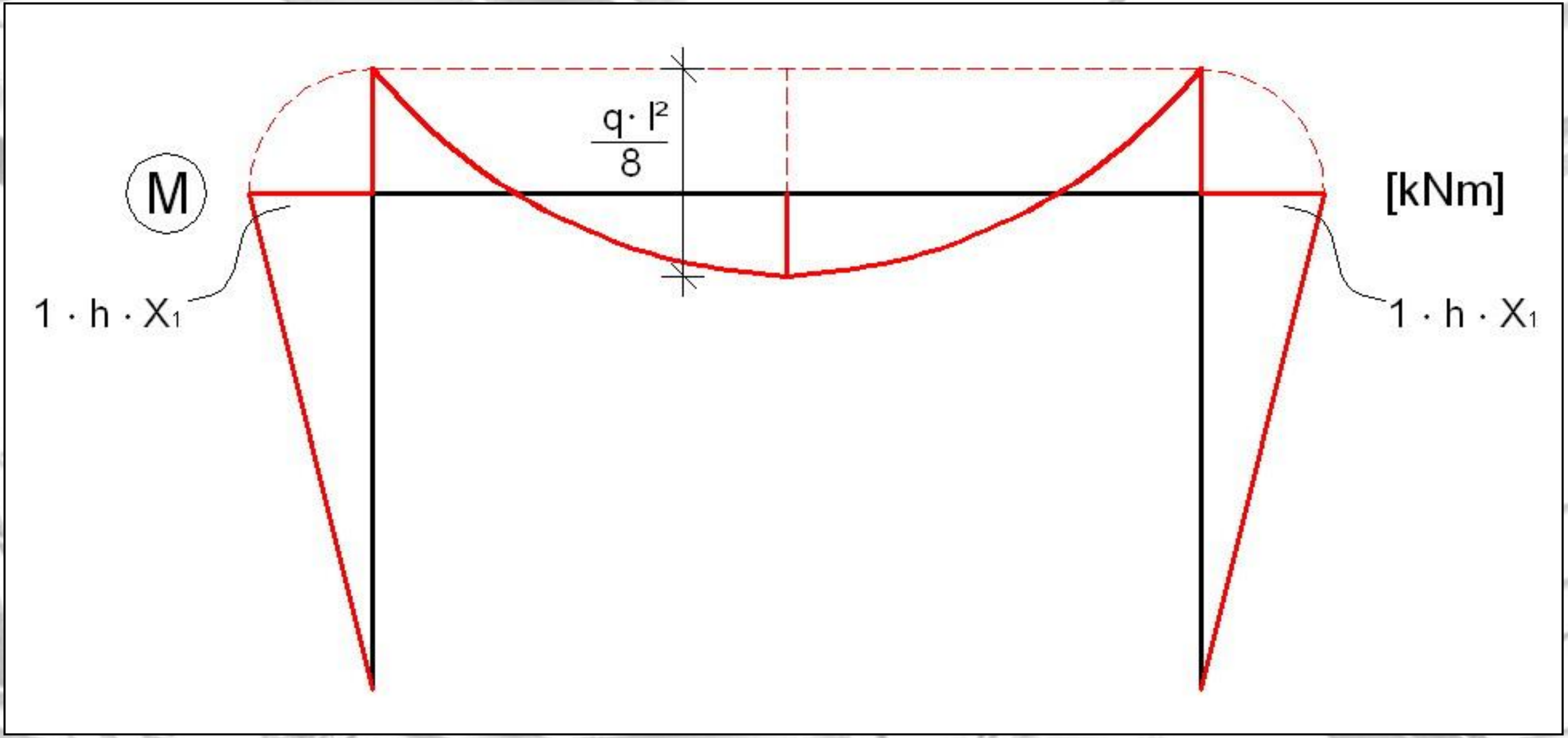
$$a_{11} = 2 \cdot \left(\underbrace{\frac{1 \cdot h \cdot h}{2}}_{T_2} \cdot \underbrace{\frac{2}{3} \cdot h}_{M_2} + \underbrace{\frac{l}{2} \cdot h}_{T_3} \cdot \underbrace{1 \cdot h}_{M_3} \right) + E \cdot I \cdot \frac{1}{E \cdot A} \cdot 1^2 \cdot l$$

A feltételi egyenlet alapján:

$$a_{10} + a_{11} \cdot X_1 = 0$$

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1$$

A végleges nyomatéki ábra alakja:



20. ábra. 3. mintapélda – a végleges nyomatéki ábra alakja

6. Folytatólagos többtámaszú tartók igénybevételeinek meghatározása erőmódszerrel

1. kép. Többtámaszú szelemenek I.

2. kép. Többtámaszú szelemenek II.

3. kép. Árpád híd - többtámaszú tartó

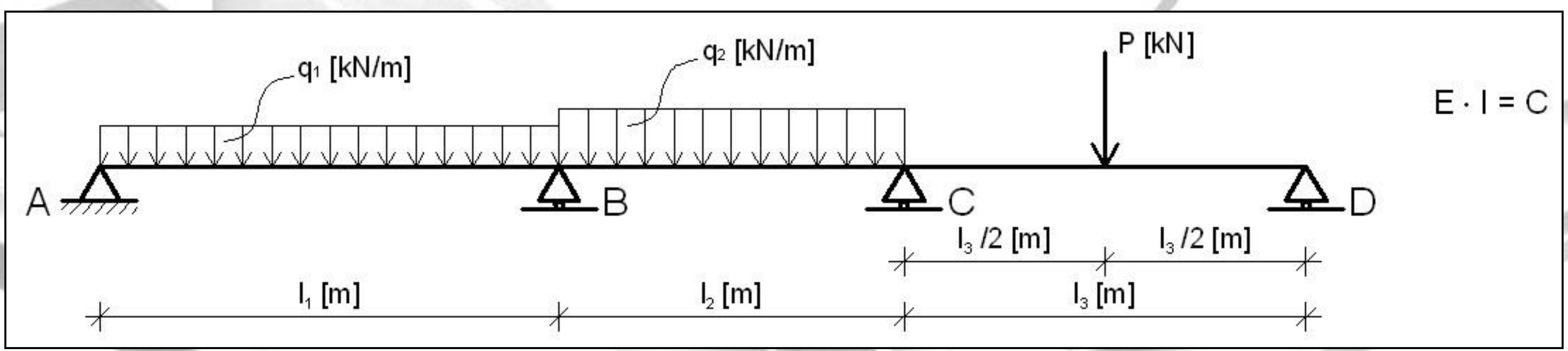
4. kép. Margit híd - többtámaszú tartó

5. kép. Sorozatban elhelyezett kéttámaszú rövidfőtartók

6. kép. Sorozatban elhelyezett kéttámaszú gerendák

4. mintapélda

Adott egy négy támaszú statikailag határozatlan gerendatartó. A gerendát jellemzi a rugalmassági modulusa és az inerciája (E, I). A tartó állandó keresztmetszetű.



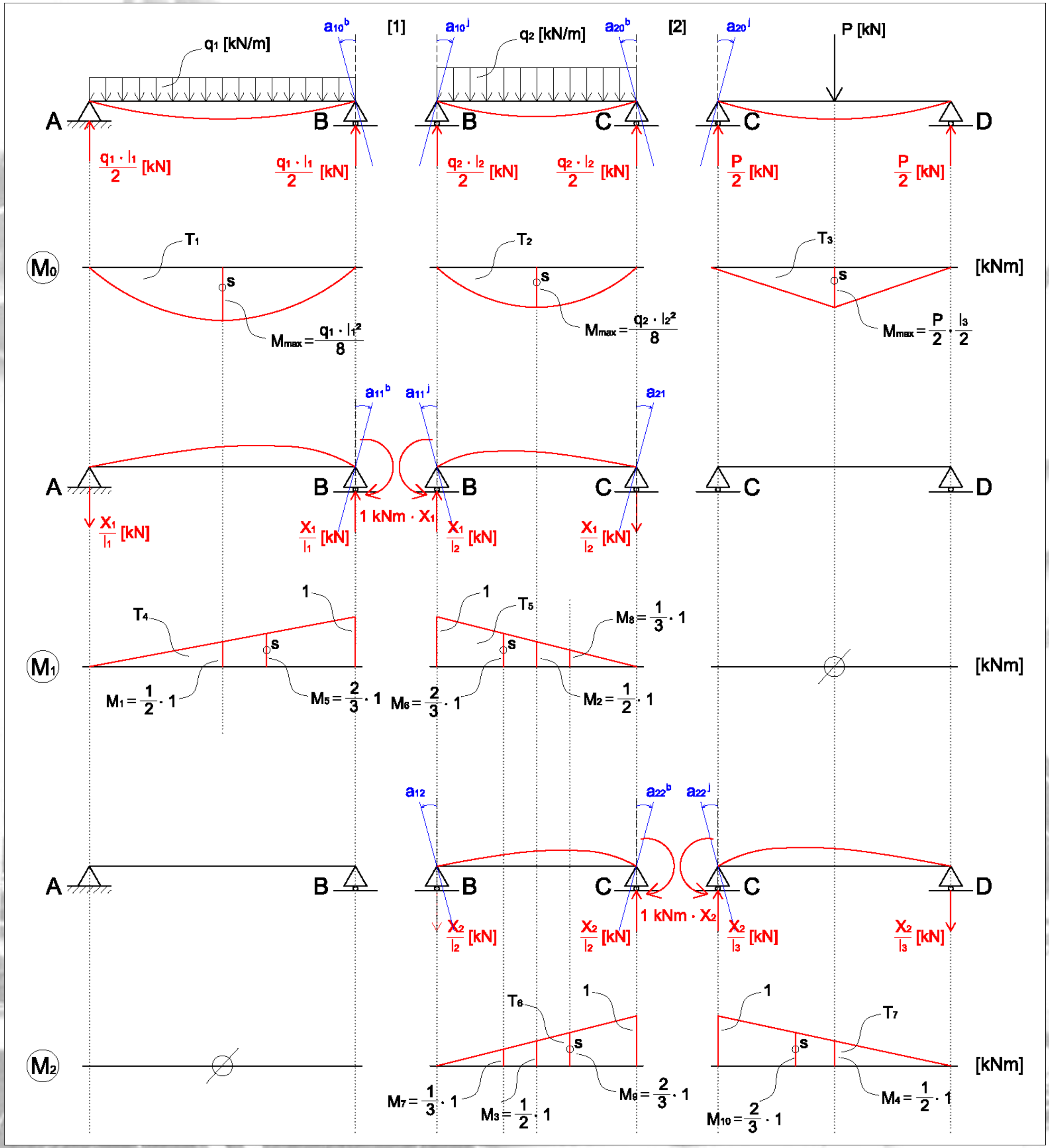
21. ábra. 4. mintapélda – négytámaszú statikailag határozatlan gerendatartó

4-2=2

statikailag kétszeresen határozatlan

Két átvágási helyet kell létrehozni, így a törzstartó három darab kéttámaszú tartó lesz.

Átvágási helyet többtámaszú tartók esetén mindig befogásnál, vagy belső támasznál célszerű létrehozni.



22. ábra. 4. mintapélda – a törzstartó három darab kéttámaszú tartó

A terhelési és egység tényezők kiszámítása (E·I-vel nagyított értékkel):

$$a_{10} = a_{10}^{b} + a_{10}^{j} = -T_1 \cdot M_1 - T_2 \cdot M_2$$

$$a_{10} = -\underbrace{\frac{2}{3} \cdot l_1 \cdot \frac{q_1 \cdot l_1^2}{8}}_{T_1} \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot 1}_{M_1} - \underbrace{\frac{2}{3} \cdot l_2 \cdot \frac{q_2 \cdot l_2^2}{8}}_{T_2} \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot 1}_{M_2}$$

$$a_{20} = a_{20}^{b} + a_{20}^{j} = -T_2 \cdot M_3 - T_3 \cdot M_4$$

$$a_{20} = -\underbrace{\frac{2}{3} \cdot l_2 \cdot \frac{q_2 \cdot l_2^2}{8}}_{T_2} \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot 1}_{M_3} - \underbrace{l_3 \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{l_3}{2} \cdot \frac{1}{2}}_{T_3} \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot 1}_{M_4}$$

$$a_{11} = a_{11}^{b} + a_{11}^{j} = T_4 \cdot M_5 + T_5 \cdot M_6$$

$$a_{11} = \underbrace{\frac{l_1 \cdot 1}{2}}_{T_4} \cdot \underbrace{\frac{2}{3} \cdot 1}_{M_5} + \underbrace{\frac{l_2 \cdot 1}{2}}_{T_5} \cdot \underbrace{\frac{2}{3} \cdot 1}_{M_6}$$

$$a_{21} = T_5 \cdot M_7$$

$$a_{21} = \underbrace{\frac{l_2 \cdot 1}{2}}_{T5} \cdot \underbrace{\frac{1}{3}}_{M7} \cdot 1$$

$$a_{12} = T_6 \cdot M_8$$

$$a_{12} = \underbrace{\frac{l_2 \cdot 1}{2}}_{T6} \cdot \underbrace{\frac{1}{3}}_{M8} \cdot 1$$

$$a_{22} = a_{22}^{b} + a_{22}^{j} = T_6 \cdot M_9 + T_7 \cdot M_{10}$$

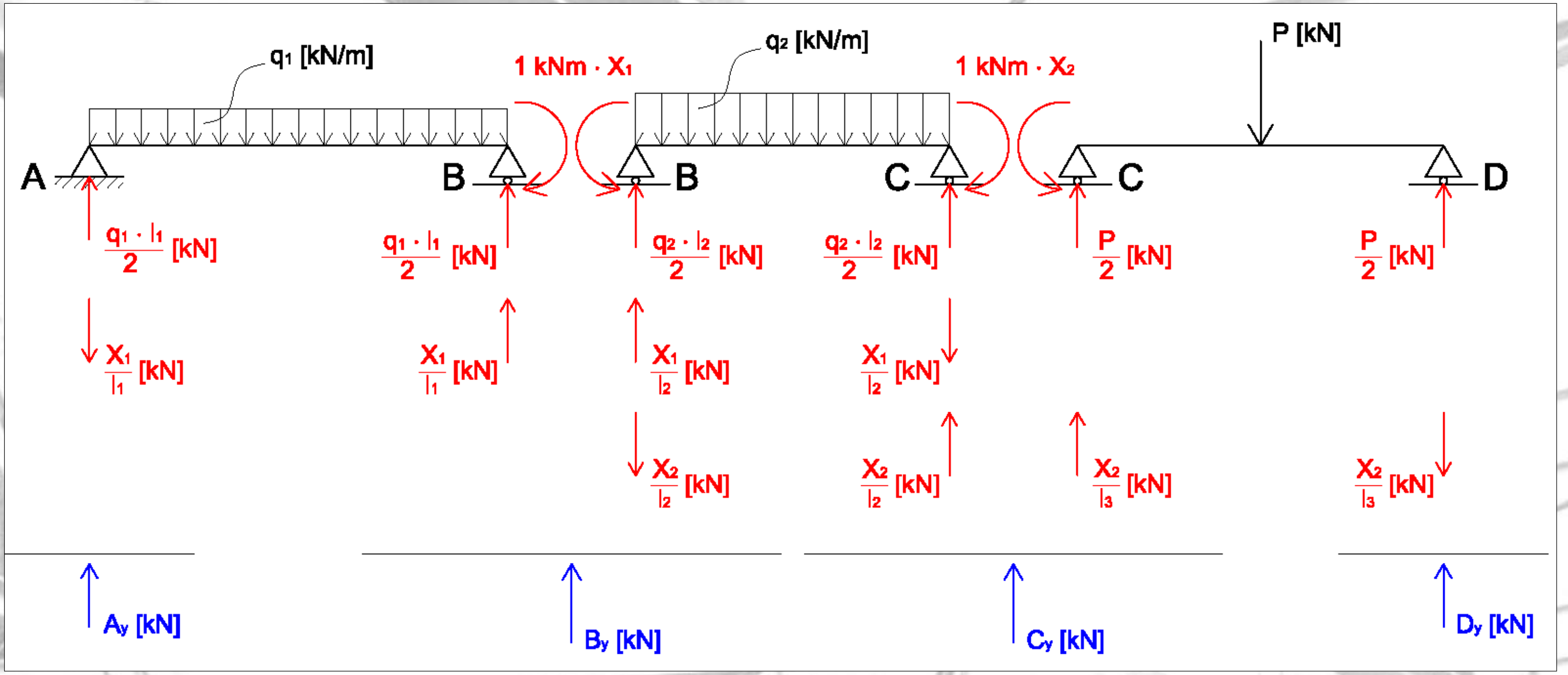
$$a_{22} = \underbrace{\frac{l_2 \cdot 1}{2}}_{T6} \cdot \underbrace{\frac{2}{3}}_{M9} \cdot 1 + \underbrace{\frac{l_3 \cdot 1}{2}}_{T7} \cdot \underbrace{\frac{2}{3}}_{M10} \cdot 1$$

Két ismeretlenes egyenletrendszer írható fel, melyből ki kell fejezni X_1-et és X_2-t:

$$a_{10} + a_{11} \cdot X_1 + a_{12} \cdot X_2 = 0$$

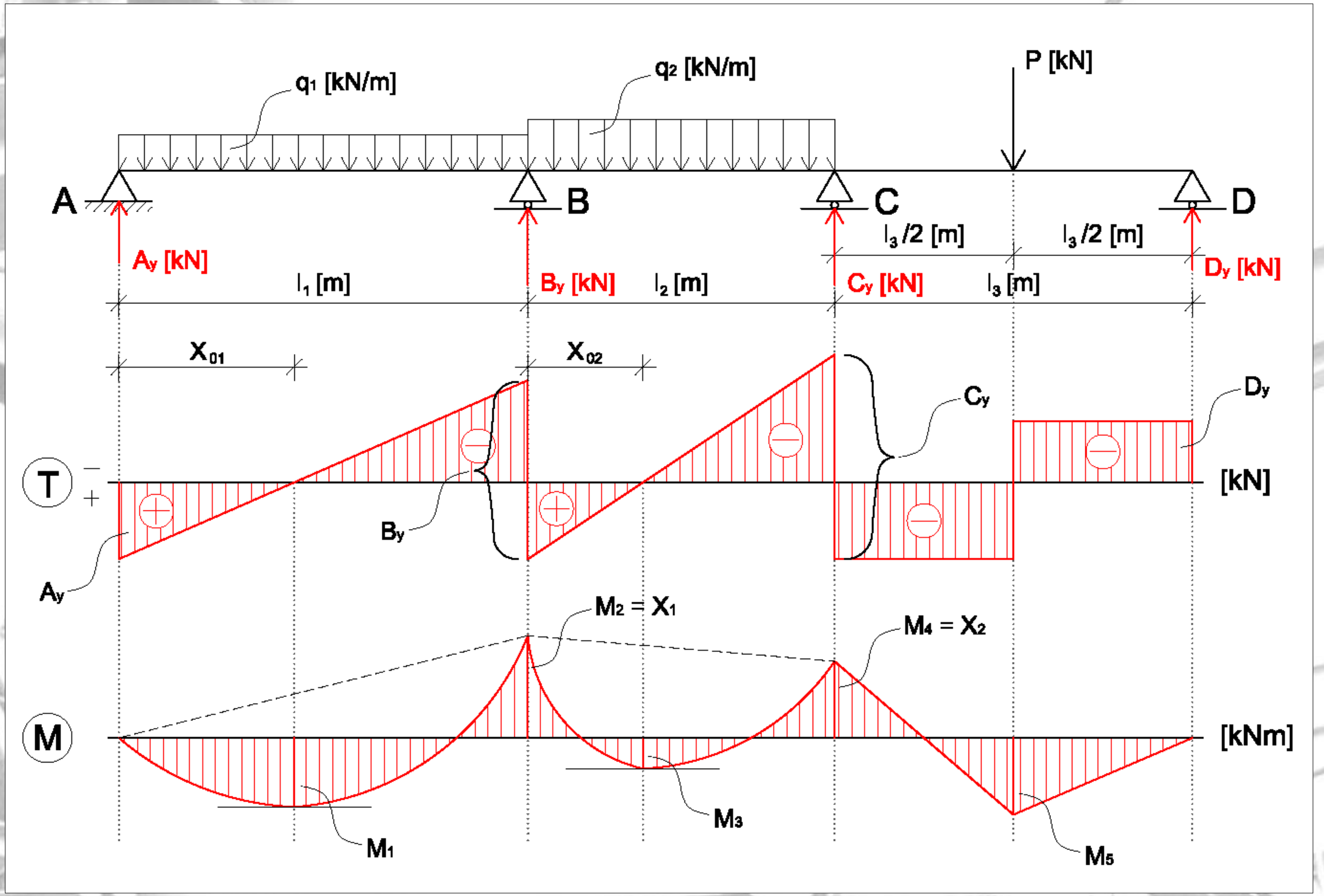
$$a_{20} + a_{21} \cdot X_1 + a_{22} \cdot X_2 = 0$$

X_1 és X_2 még nem végeredmény, még szükséges a tartó egyensúlyozása:



23. ábra. 4. mintapélda – a tartó egyensúlyozása

A végleges igénybevételi ábrák:



24. ábra. 4. mintapélda – a tartó igénybevételi ábrái

Felhasznált irodalom

CSÉBFALVI ANIKÓ: *Tartók statiája*. Elektronikus jegyzet, Pécs, 2007

HAJÓSNÉ TEMESI ESZTER : *Tartók statikája. Erőmódszer I.* Elektronikus jegyzet, Pécs, 2012

HAJÓSNÉ TEMESI ESZTER : *Tartók statikája. Erőmódszer II. Belsőleg határozatlan tartók.* Elektronikus jegyzet, Pécs, 2012

HAJÓSNÉ TEMESI ESZTER : *Tartók statikája. Erőmódszer III. Folytatólagos többtámaszú tartók igénybevételeinek meghatározása erőmódszerrel.* Elektronikus jegyzet, Pécs, 2012

OROSZ ÁRPÁD, HAJÓSNÉ TEMESI ESZTER: *Mechanika. Határozatlan szerkezetek. Jegyzet + példatár*, Pécs, 1990