

Tartók statikája

3. előadás

Változó keresztmetszetű, folytatólagos többtámaszú tartók; süllyedő alátámasztású tartók és statikailag határozatlan síkbeli kerettartók igénybevételeinek meghatározása erőmódszerrel

Szabó Imre Gábor

Pécsi Tudományegyetem Műszaki és Informatikai Kar

Építőmérnök Tanszék



1. Változó keresztmetszetű, folytatólagos többtámaszú tartók igénybevételeinek meghatározása erőmódszerrel

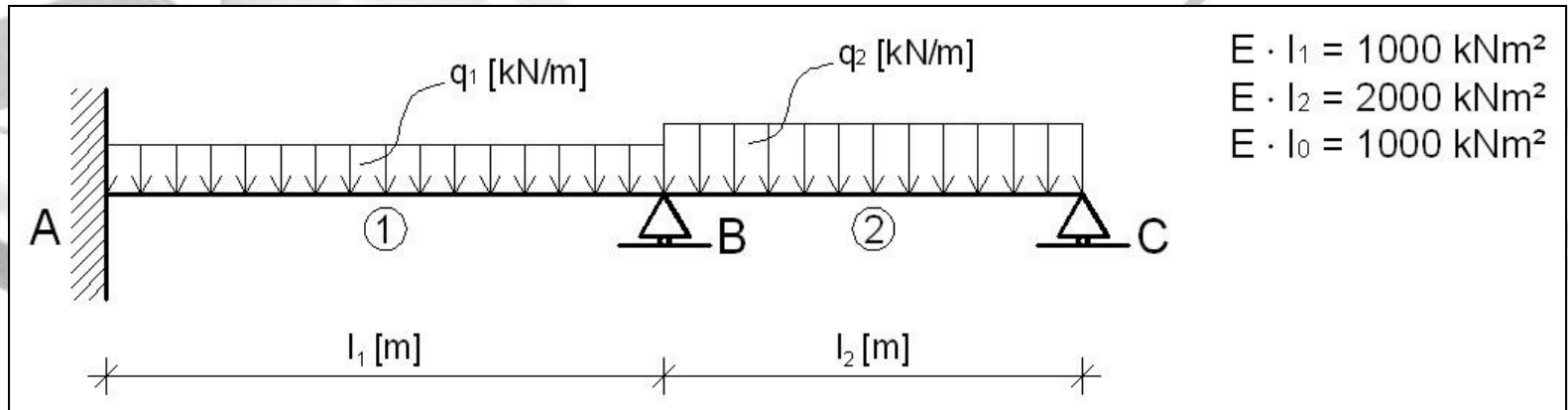
A változó keresztmetszet annyit jelent, hogy a folytatólagos többtámaszú tartó egyes támaszközeiben más-más keresztmetszeti méretű (más-más inerciájú) szelvényt alkalmazunk.

A valóságban gyakran szükség van szelvényváltásra. Például ha ugyanolyan intenzitású teher hat a többtámaszú tartón elejétől a végig, de a támaszközök fesztávolsága jelentősen eltér egymástól, és optimálisan 80%-os kihasználtságra törekszünk, akkor indokolt lehet a szelvényváltás.

Változó keresztmetszetű tartó esetén a terhelési- és egységtényezők (a_{10} , a_{11} , stb.) számításakor az eddig megismert szorzatintegrál (két nyomatéki ábra integrálása) annyiban módosul, hogy a keresztmetszetek aránya egy további szorzótényező formájában bekerül a számításba.

1. mintapélda

Adott egy statikailag határozatlan gerendatartó. A gerendát jellemzi a rugalmassági modulusa és az inerciája (E, I). A tartó változó keresztmetszetű.



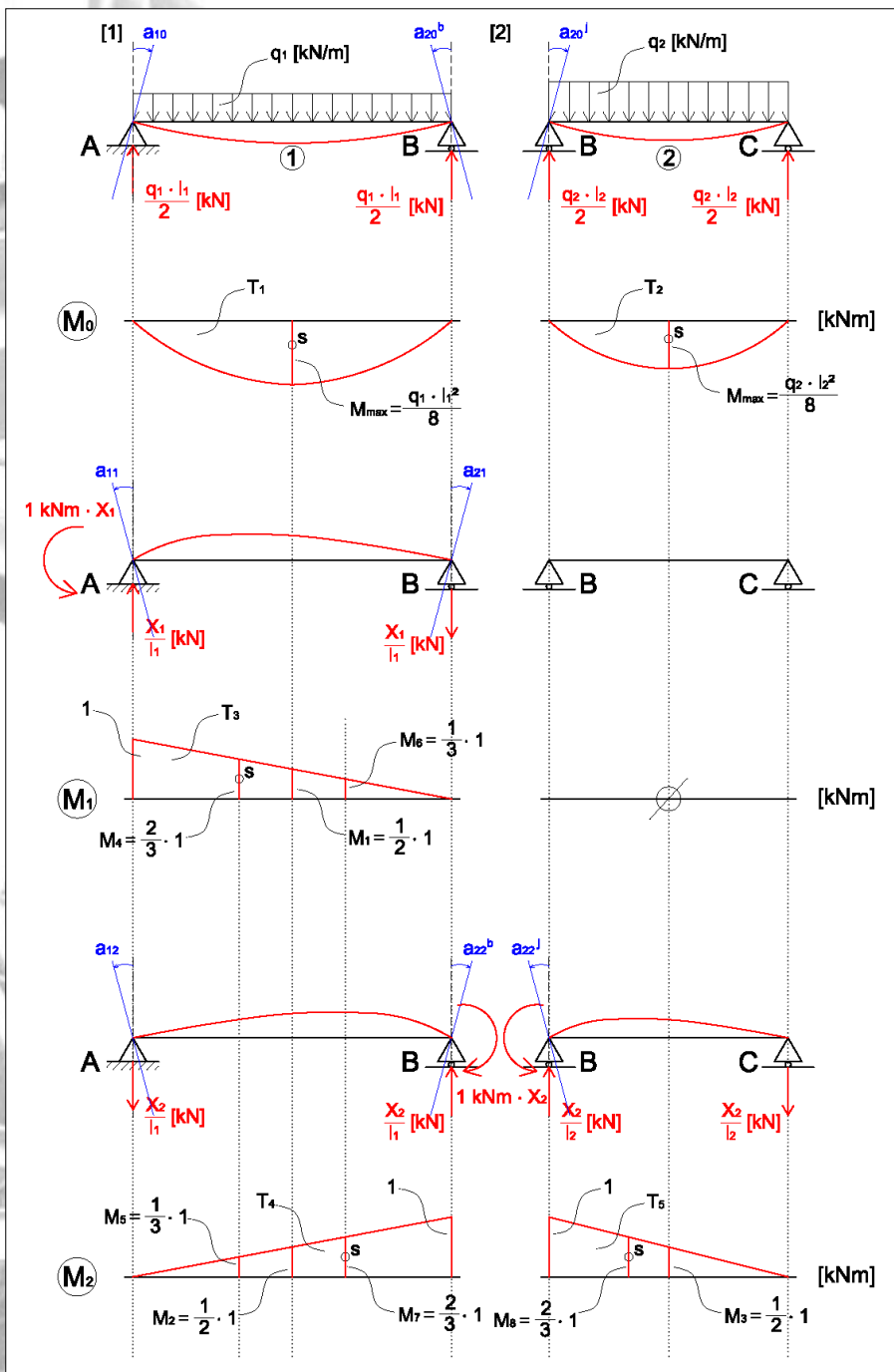
1. ábra. 1. mintapélda – változó keresztmetszetű statikailag határozatlan gerendatartó

$$4 - 2 = 2$$

statikailag kétszeresen határozatlan

Két átvágási helyet kell létrehozni, így a törzstartó két darab kéttámaszú tartó lesz.

Az $E \cdot I_0$ szabadon megválasztható. Célszerű olyan „közös osztót” keresni, amelynek segítségével egyszerűen kifejezhető a tartórészek aránya.



2. ábra. 1. mintapélda – a törzstartó két darab kéttámaszú tartó



A terhelési és egység tényezők kiszámítása ($E \cdot I_0$ -vel nagyított értékkel):

$$a_{10} = -\cancel{E \cdot I_0} \cdot \frac{1}{1 \cdot \cancel{E \cdot I_0}} \cdot T_1 \cdot M_1$$

$$a_{10} = -\underbrace{\left(\frac{1}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot l_1 \cdot \frac{q_1 \cdot l_1^2}{8}\right)}_{T_1} \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{2} \cdot 1\right)}_{M_1}$$

$$a_{20} = a_{20}^b + a_{20}^j = -\left(\cancel{E \cdot I_0} \cdot \frac{1}{1 \cdot \cancel{E \cdot I_0}} \cdot T_1 \cdot M_2\right) - \left(\cancel{E \cdot I_0} \cdot \frac{1}{2 \cdot \cancel{E \cdot I_0}} \cdot T_2 \cdot M_3\right)$$

$$a_{20} = -\underbrace{\left(\frac{1}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot l_1 \cdot \frac{q_1 \cdot l_1^2}{8}\right)}_{T_1} \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{2} \cdot 1\right)}_{M_2} - \underbrace{\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot l_2 \cdot \frac{q_2 \cdot l_2^2}{8}\right)}_{T_2} \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{2} \cdot 1\right)}_{M_3}$$

$$a_{11} = \cancel{E \cdot I_0} \cdot \frac{1}{1 \cdot \cancel{E \cdot I_0}} T_3 \cdot M_4$$

$$a_{11} = \underbrace{\left(\frac{1}{1} \cdot \frac{l_1 \cdot 1}{2}\right)}_{T_3} \cdot \underbrace{\left(\frac{2}{3} \cdot 1\right)}_{M_4}$$



$$a_{21} = \cancel{E \cdot I_0} \cdot \frac{1}{1 \cdot \cancel{E \cdot I_0}} \cdot T_3 \cdot M_5$$

$$a_{21} = \frac{1}{1} \cdot \frac{l_1 \cdot 1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1$$

$\underbrace{\hspace{2em}}_{T_3} \quad \underbrace{\hspace{2em}}_{M_5}$

$$a_{12} = \cancel{E \cdot I_0} \cdot \frac{1}{1 \cdot \cancel{E \cdot I_0}} \cdot T_4 \cdot M_6$$

$$a_{12} = \frac{1}{1} \cdot \frac{l_1 \cdot 1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1$$

$\underbrace{\hspace{2em}}_{T_4} \quad \underbrace{\hspace{2em}}_{M_6}$

$$a_{22} = a_{22}^b + a_{22}^j = \left(\cancel{E \cdot I_0} \cdot \frac{1}{1 \cdot \cancel{E \cdot I_0}} \cdot T_4 \cdot M_7 \right) + \left(\cancel{E \cdot I_0} \cdot \frac{1}{2 \cdot \cancel{E \cdot I_0}} \cdot T_5 \cdot M_8 \right)$$

$$a_{22} = \frac{1}{1} \cdot \frac{l_1 \cdot 1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{l_2 \cdot 1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1$$

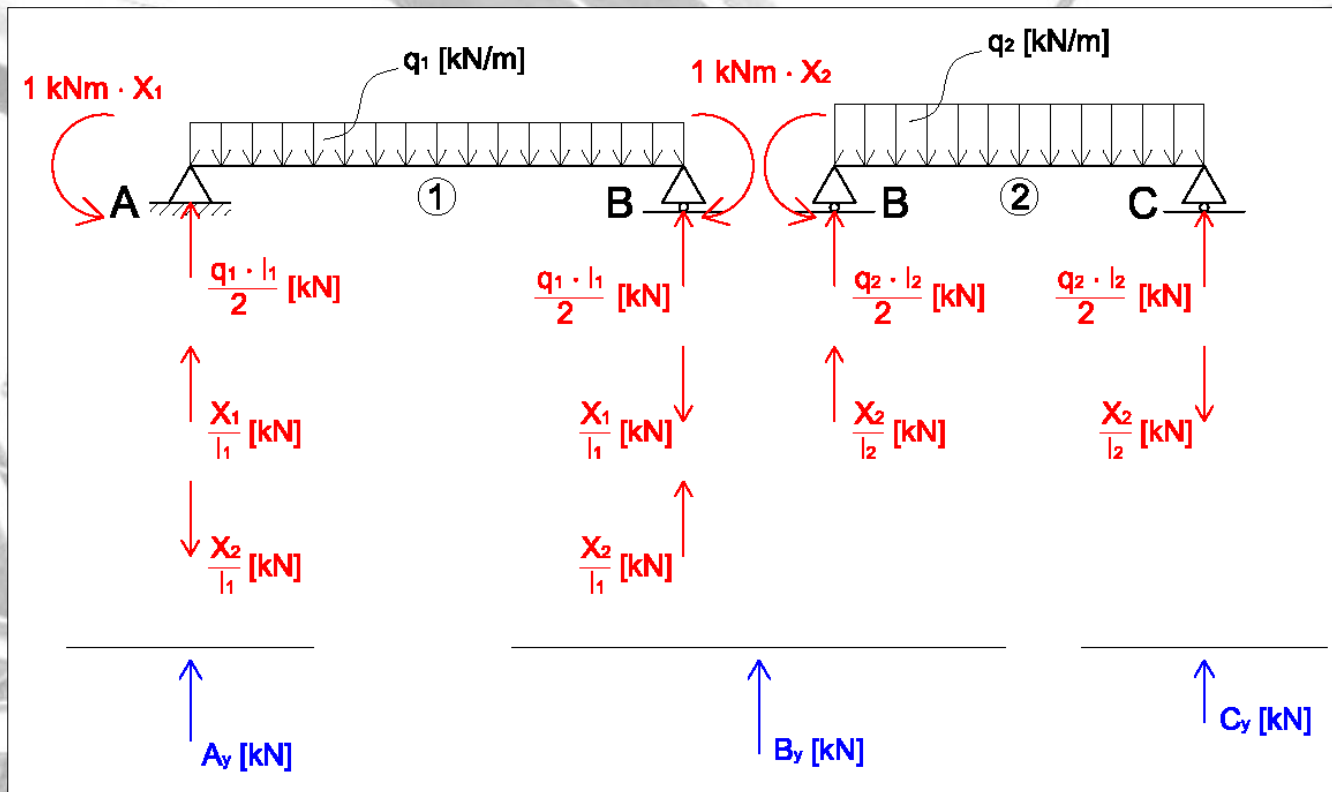
$\underbrace{\hspace{2em}}_{T_4} \quad \underbrace{\hspace{2em}}_{M_7} \quad \underbrace{\hspace{2em}}_{T_5} \quad \underbrace{\hspace{2em}}_{M_8}$

Két ismeretlenes egyenletrendszer írható fel, melyből ki kell fejezni X_1 -et és X_2 -t:

$$a_{10} + a_{11} \cdot X_1 + a_{12} \cdot X_2 = 0$$

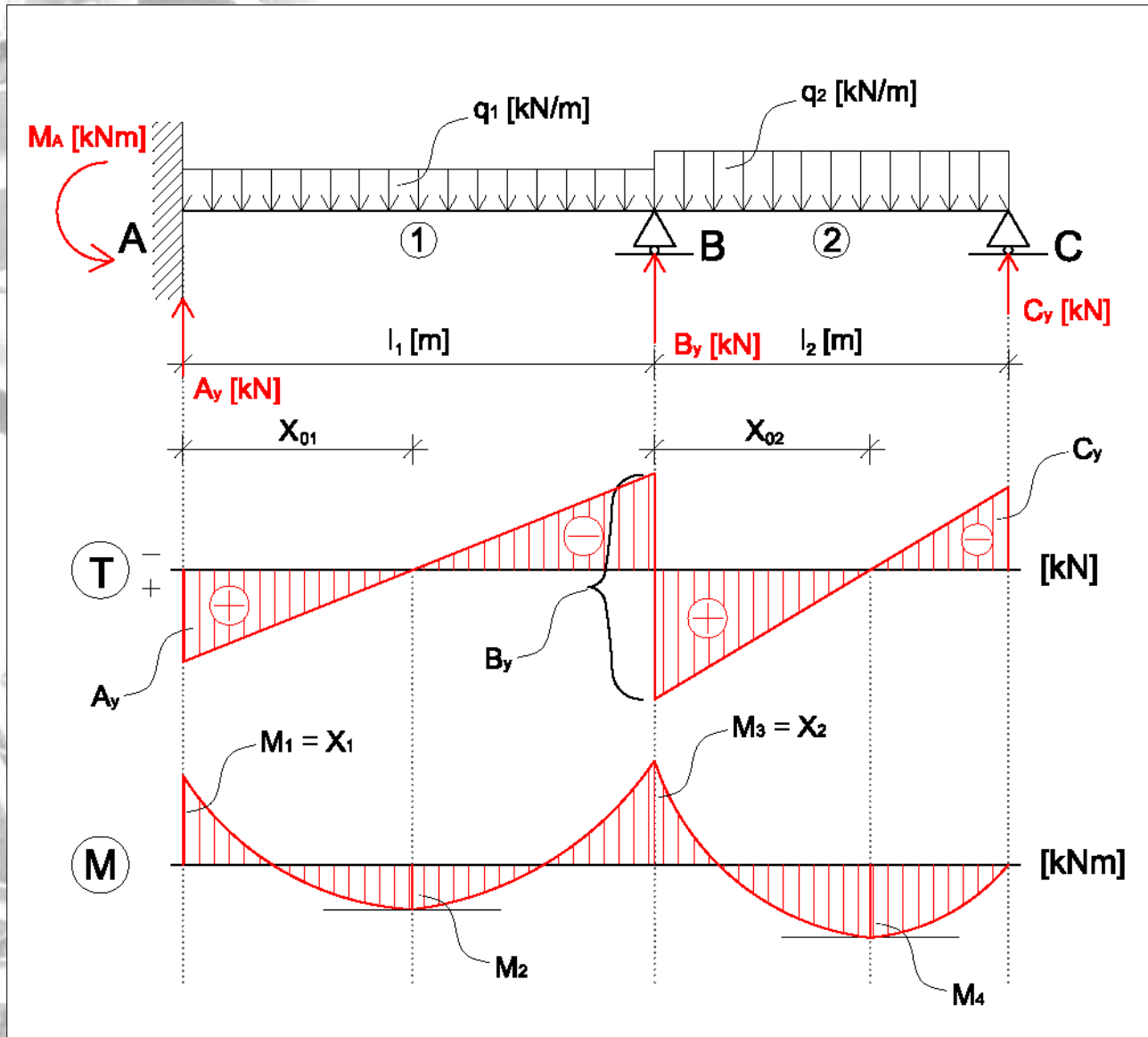
$$a_{20} + a_{21} \cdot X_1 + a_{22} \cdot X_2 = 0$$

X_1 és X_2 még nem végeredmény, még szükséges a tartó egyensúlyozása:



3. ábra. 1. mintapélda – a tartó egyensúlyozása

A végleges igénybevételi ábrák:



4. ábra. 1. mintapélda – a tartó igénybevételi ábrái

2. Süllyedő alátámasztású tartók igénybevételeinek meghatározása erőmódszerrel

A tartón nincs külső terhelés (a tartó önsúlyától is eltekintünk), az igénybevételek a támaszok elmozdulásából (süllyedéséből) keletkeznek.

A támaszsüllyedés minden esetben plusz igénybevételeket okoz. Sok esetben, amikor a támaszok süllyedése várható (például alapozás esetén), statikai szempontból célszerűbb statikailag határozatlan tartók helyett statikailag határozott tartókat alkalmazni.

Süllyedő alátámasztású tartók esetén is beszélhetünk változó keresztmetszetről. Itt is igaz, hogy a változó keresztmetszetű tartó esetén a terhelési- és egységtényezők (a_{10} , a_{11} , stb.) számításakor az eddig megismert szorzatintegrál módosul, a keresztmetszetek aránya egy további szorzótényező formájában bekerül a számításba.

A süllyedő alátámasztású tartóknál ugyanazt a két törzstartó típust alkalmazzuk, mint az eddigiekben (konzolos és kéttámaszú tartó).

Természetesen a valóságban, ha van támaszsüllyedés, akkor az a külső teherrel együttesen lép fel. A számítást az ilyen feladatok esetén külön-külön kell elvégezni, majd a kapott eredményeket összegezni kell.

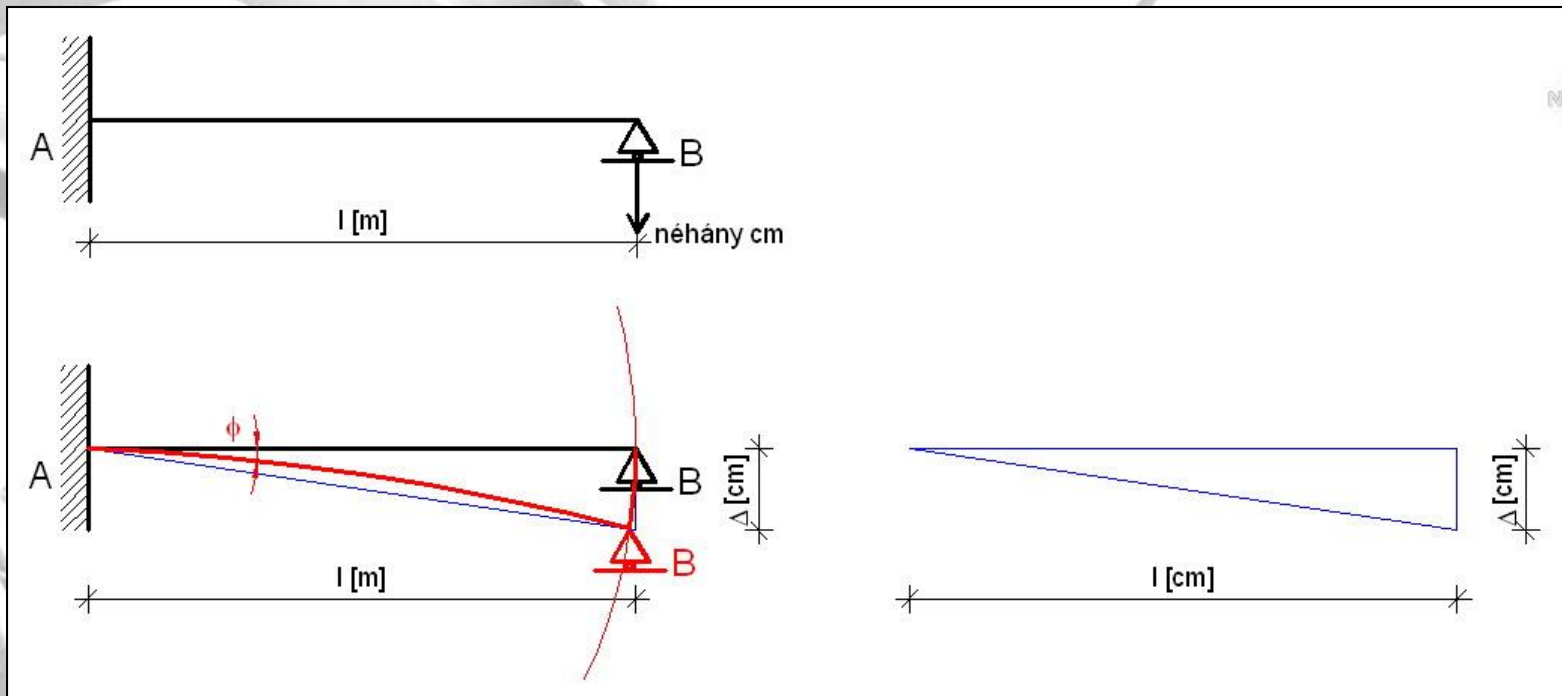
Előjelek: egységtényezők esetén: (a_{11} , a_{21} , a_{12} , a_{22} , stb.) ha a két nyomatéki ábra, amit egymással integrálunk az alapvonal azonos oldalán van, akkor az előjel pozitív, ha az alapvonal különböző oldalán vannak, akkor az előjel negatív!

terhelési tényezők esetén: (a_{10} , a_{20} , stb.) mivel nincs külső teher, illetve a támaszsüllyedés maga a teher, így nem tudunk M_0 nyomatéki ábrát rajzolni, hiszen nincs miből, emiatt ezen tényezők esetén az előjelek meghatározása más logikát kíván. Megegyezés alapján, a tartó felső oldalát vizsgálva, a relatív szögelfordulás iránya alapján állapítjuk meg a tényezők előjelét. Amennyiben az elfordulás a tartó közepe felé történik, akkor az előjel negatív, amennyiben az elfordulás kifelé történik, akkor az előjel pozitív lesz.

Ajánlott a virtuális teherként felvett nyomatékot, illetve nyomatékpárt mindig úgy felvenni, hogy a tartó felső része legyen húzott, így az egységtényezők előjelezése egyszerűbb lesz (mindegyik pozitív lesz). Az egyenlet(ek) megoldása meg fogja mutatni, hogy a feltételezett irány helyes volt-e.

A terhelési tényezők számítása a kiselmozdulások elve alapján történik:

A több méteres támaszközökhöz képest a támaszok elmozdulása igen kicsiny (néhány centiméter), ebből adódóan a keletkezett φ szögelfordulás is igen kicsiny, emiatt lehetőség van a kiselmozdulások elvének alkalmazására (5. ábra).



5. ábra. A terhelési tényező számításának elve



A támasz valójában köríven mozog, hiszen a tartó hossza szinte állandó (minimális megnyúlás és zsugorodás létrejöhet például a hőmérsékletváltozás hatására, de ettől eltekintünk). Mivel azonban kicsiny szögelfordulás keletkezik, így a kiseltmozdulások elve alapján derékszögű háromszöggel közelíthető az alakváltozás formája, azaz eltekintünk a támasz vízszintes elmozdulásától.

$$\begin{aligned} \text{Ha:} \quad & \varphi \approx \text{tg}\varphi \\ \text{és:} \quad & \text{tg}\varphi = \frac{\Delta}{l} \\ \text{akkor:} \quad & a_{10} = \varphi \cdot E \cdot I = \frac{\Delta}{l} \cdot E \cdot I \end{aligned}$$

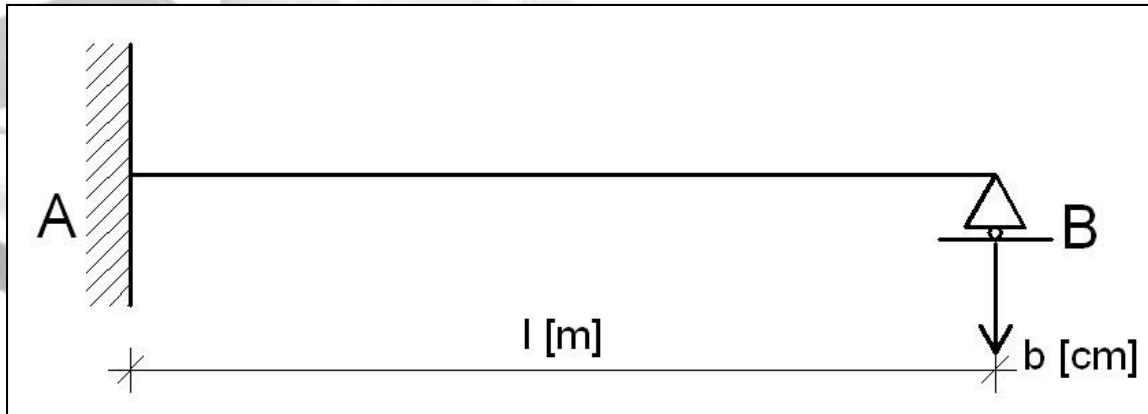
Változó keresztmetszetű tartó esetén a terhelési tényezőket (a_{10} , a_{20} , stb.) **mindig** $E \cdot I_0$ -al kell szorozni!

Emlékeztetőül:

$$\begin{aligned} a_{10} &= \varphi(y) \cdot E \cdot I = \int_0^l \frac{M_P \cdot M_Q}{E \cdot I} \cdot dz \cdot E \cdot I = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_0^l M_P \cdot M_Q \cdot dz \cdot E \cdot I = \\ &= \int_0^l M_P \cdot M_Q \cdot dz = T_i \cdot M_i \end{aligned}$$

2. mintapélda

Adott egy statikailag határozatlan süllyedő alátámasztású gerendatartó. A gerendát jellemzi a rugalmassági modulusa és az inerciája (E, I). A tartó állandó keresztmetszetű.

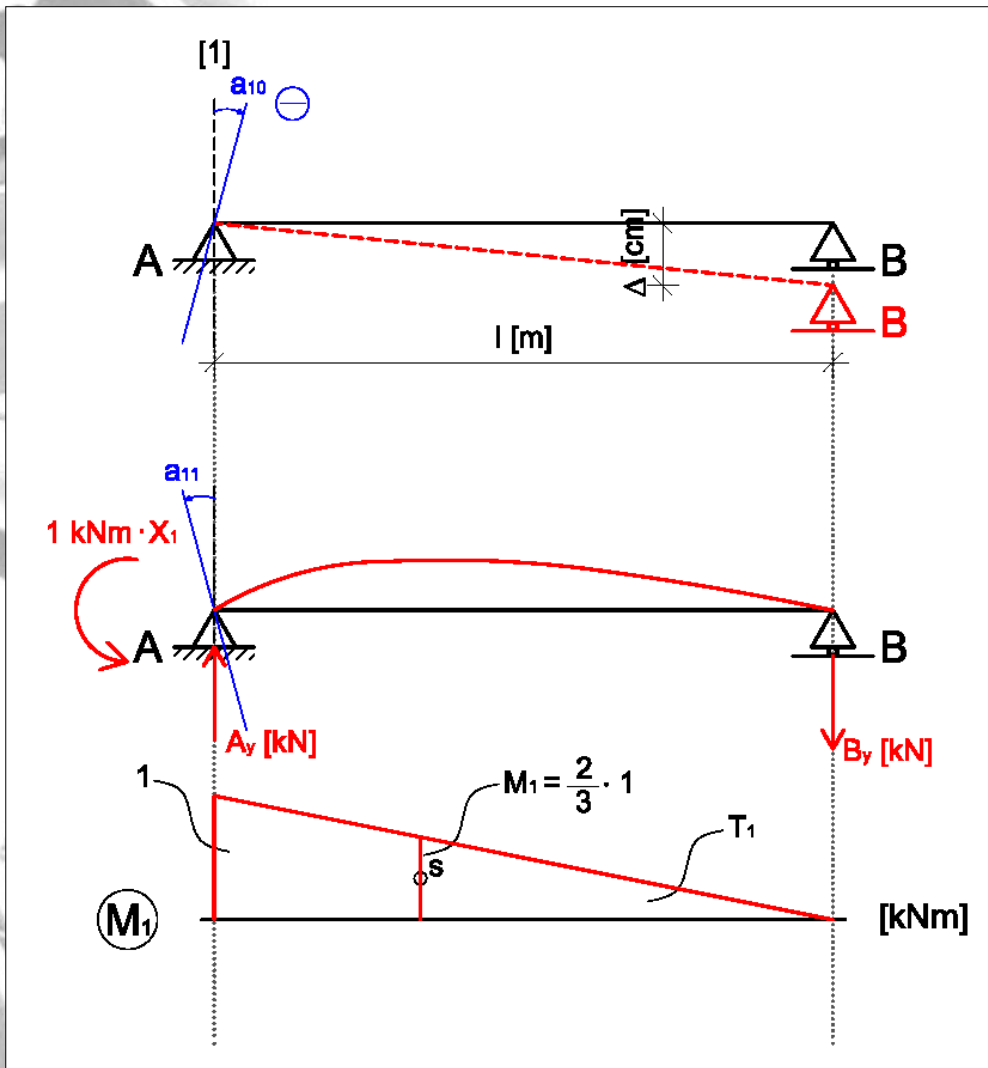


6. ábra. 2. mintapélda – süllyedő alátámasztású statikailag határozatlan gerendatartó

$$3-2=1$$

statikailag egyszeresen határozatlan

Egy átvágási helyet kell létrehozni, így a törzstartó például egy darab kéttámaszú tartó lesz.



7. ábra. 2. mintapélda – a törzstartó egy darab kéttámaszú tartó



A terhelési és egység tényezők kiszámítása (E·I-vel nagyított értékkel):

$$a_{10} = -E \cdot I \cdot \frac{\Delta}{l}$$

$$a_{11} = T_1 \cdot M_1$$

$$a_{11} = \underbrace{\frac{l \cdot 1}{2}}_{T_1} \cdot \underbrace{\frac{2}{3}}_{M_1} \cdot 1$$

A feltételi egyenlet felírása és megoldása X_1 -re:

$$a_{10} + a_{11} \cdot X_1 = 0$$

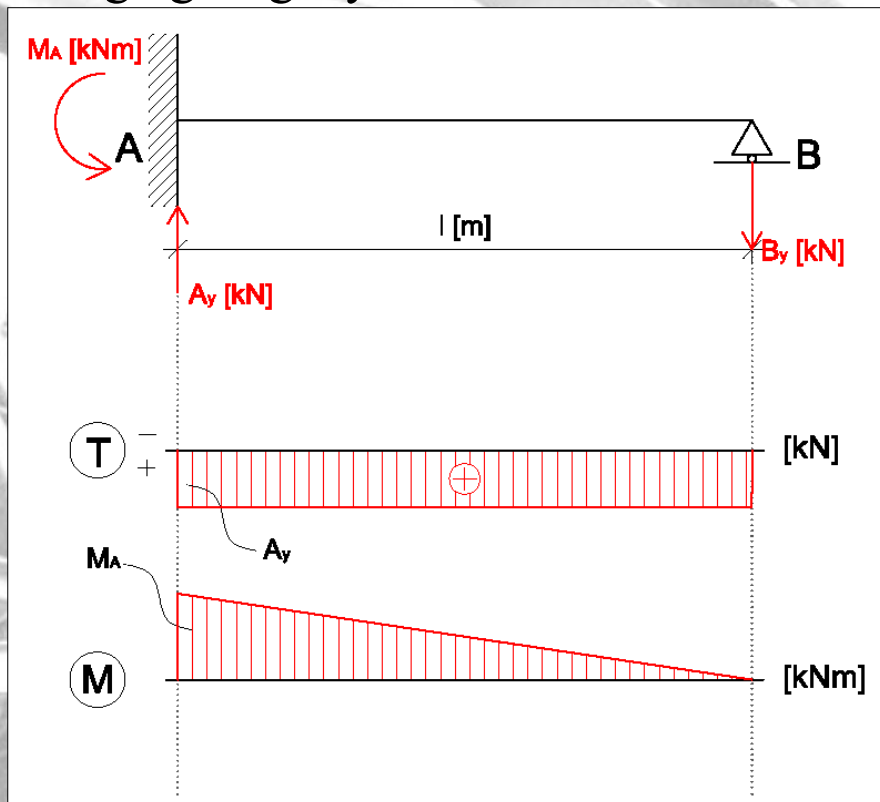
$$X_1 \rightarrow M_A \text{ [kNm]}$$

A nyomatéki és a függőleges irányú vetületi egyenlet megadja a még két hiányzó ismeretlent:

$$\sum M_i^{(A)} = 0 \rightarrow B_y \text{ [kN]} (\downarrow)$$

$$\sum F_{iy} = 0 \rightarrow A_y \text{ [kN]} (\uparrow)$$

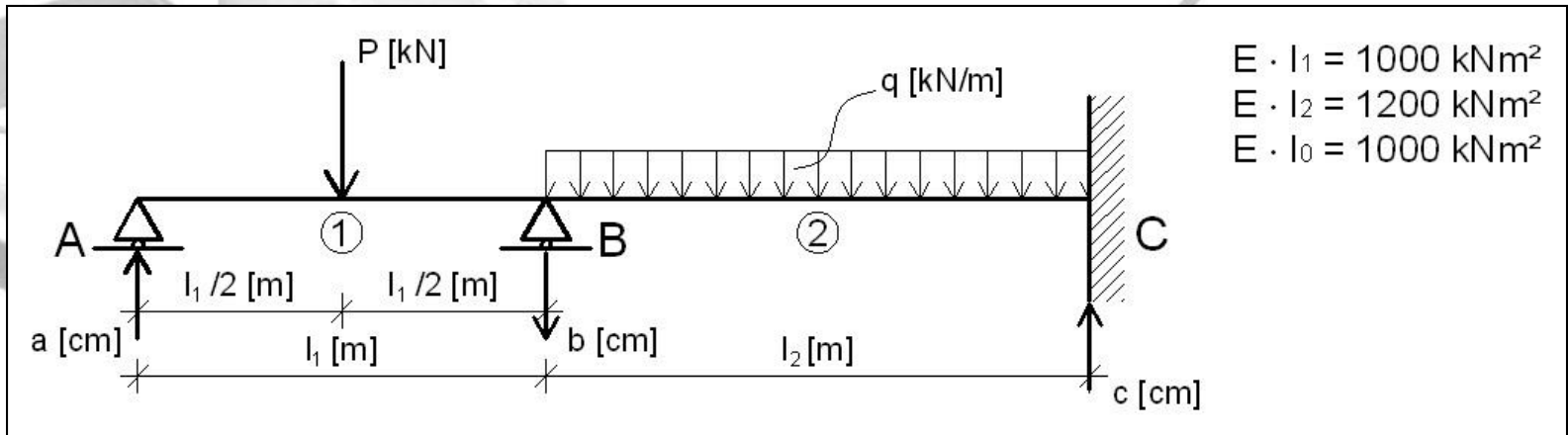
A végleges igénybevételi ábrák:



8. ábra. 2. mintapélda – a tartó igénybevételi ábrái

3. mintapélda

Adott egy statikailag határozatlan süllyedő alátámasztású, terhelt gerendatartó. A gerendát jellemzi a rugalmassági modulusa és az inerciája (E, I). A tartó változó keresztmetszetű.



9. ábra. 3. mintapélda – süllyedő alátámasztású, terhelt statikailag határozatlan gerendatartó

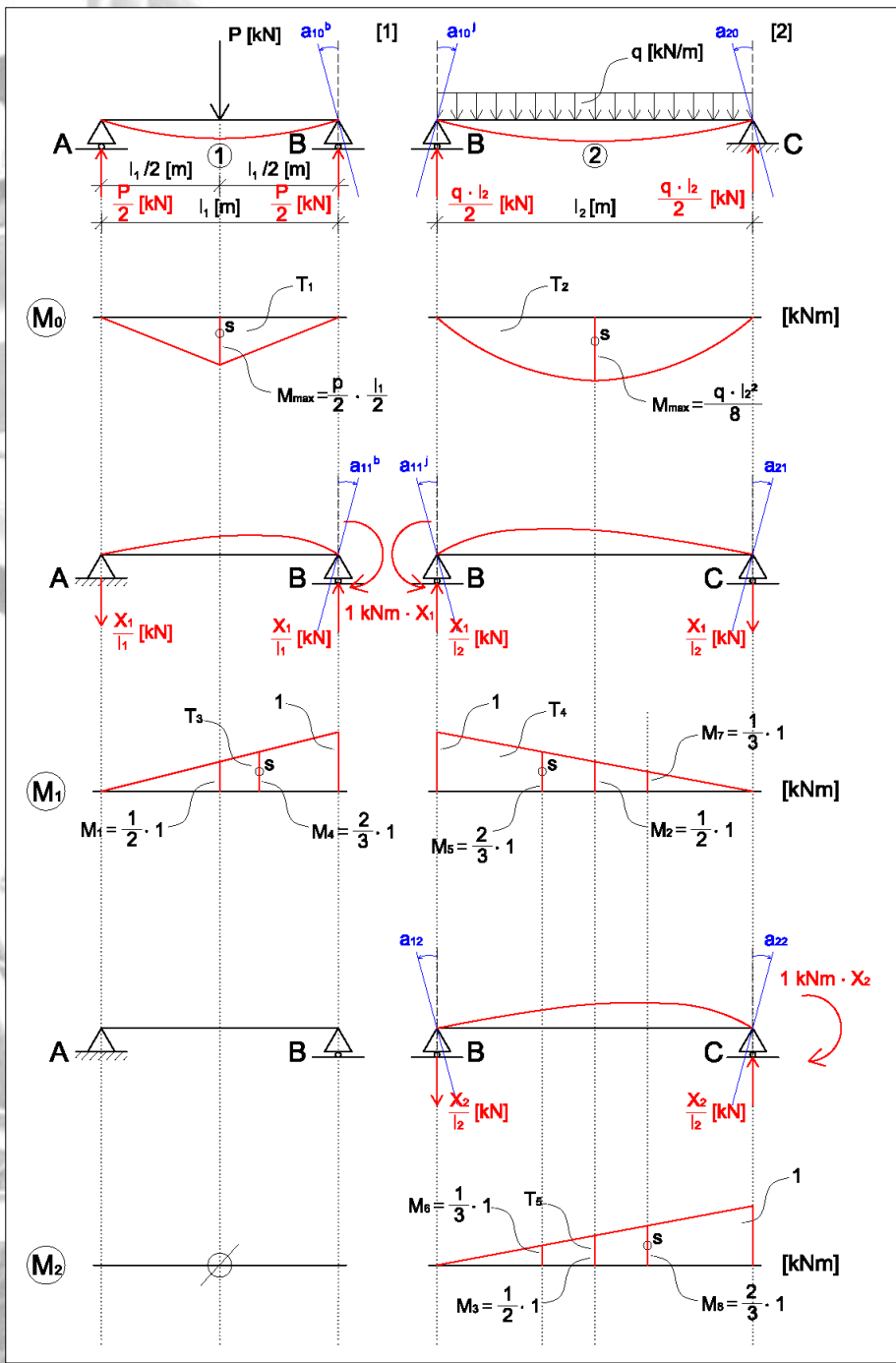
$$4 - 2 = 2$$

statikailag kétszeresen határozatlan

Két átvágási helyet kell létrehozni, így a törzstartó két darab kéttámaszú tartó lesz.

A megoldás során külön kell kezelni a terhelésből és a támaszeltolódásból adódó igénybevételeket. A kapott eredményeket összegezni kell.

1.) a terhelésből



10. ábra. 3. mintapélda – a törzstartó két darab kéttámaszú tartó



A terhelési és egység tényezők kiszámítása ($E \cdot I_0$ -vel nagyított értékkel):

$$a_{10} = a_{10}^b + a_{10}^j = - \left(\cancel{E \cdot I_0} \cdot \frac{1}{1 \cdot \cancel{E \cdot I_0}} \cdot T_1 \cdot M_1 \right) - \left(\cancel{E \cdot I_0} \cdot \frac{1}{1,2 \cdot \cancel{E \cdot I_0}} \cdot T_2 \cdot M_2 \right)$$

$$a_{10} = - \underbrace{\left(\frac{1}{1} \cdot l_1 \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{l_1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \right)}_{T_1 \cdot M_1} - \underbrace{\left(\frac{1}{1,2} \cdot \frac{2}{3} \cdot l_2 \cdot \frac{q \cdot l_2^2}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \right)}_{T_2 \cdot M_2}$$

$$a_{20} = - \cancel{E \cdot I_0} \cdot \frac{1}{1,2 \cdot \cancel{E \cdot I_0}} \cdot T_2 \cdot M_3$$

$$a_{20} = - \underbrace{\left(\frac{1}{1,2} \cdot \frac{2}{3} \cdot l_2 \cdot \frac{q \cdot l_2^2}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \right)}_{T_2 \cdot M_3}$$

$$a_{11} = a_{11}^b + a_{11}^j = \cancel{E \cdot I_0} \cdot \frac{1}{1 \cdot \cancel{E \cdot I_0}} T_3 \cdot M_4 + \cancel{E \cdot I_0} \cdot \frac{1}{1,2 \cdot \cancel{E \cdot I_0}} T_4 \cdot M_5$$

$$a_{11} = \underbrace{\left(\frac{1}{1} \cdot \frac{l_1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right)}_{T_3 \cdot M_4} + \underbrace{\left(\frac{1}{1,2} \cdot \frac{l_2}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right)}_{T_4 \cdot M_5}$$



$$a_{21} = \cancel{E \cdot I_0} \cdot \frac{1}{1 \cdot \cancel{E \cdot I_0}} \cdot T_4 \cdot M_6$$

$$a_{21} = \frac{1}{1,2} \cdot \underbrace{l_2 \cdot 1}_2 \cdot \underbrace{\frac{1}{3} \cdot 1}_3$$

$$a_{12} = \cancel{E \cdot I_0} \cdot \frac{1}{1 \cdot \cancel{E \cdot I_0}} \cdot T_5 \cdot M_7$$

$$a_{12} = \frac{1}{1,2} \cdot \underbrace{l_2 \cdot 1}_2 \cdot \underbrace{\frac{1}{3} \cdot 1}_3$$

$$a_{22} = \cancel{E \cdot I_0} \cdot \frac{1}{1,2 \cdot \cancel{E \cdot I_0}} \cdot T_5 \cdot M_8$$

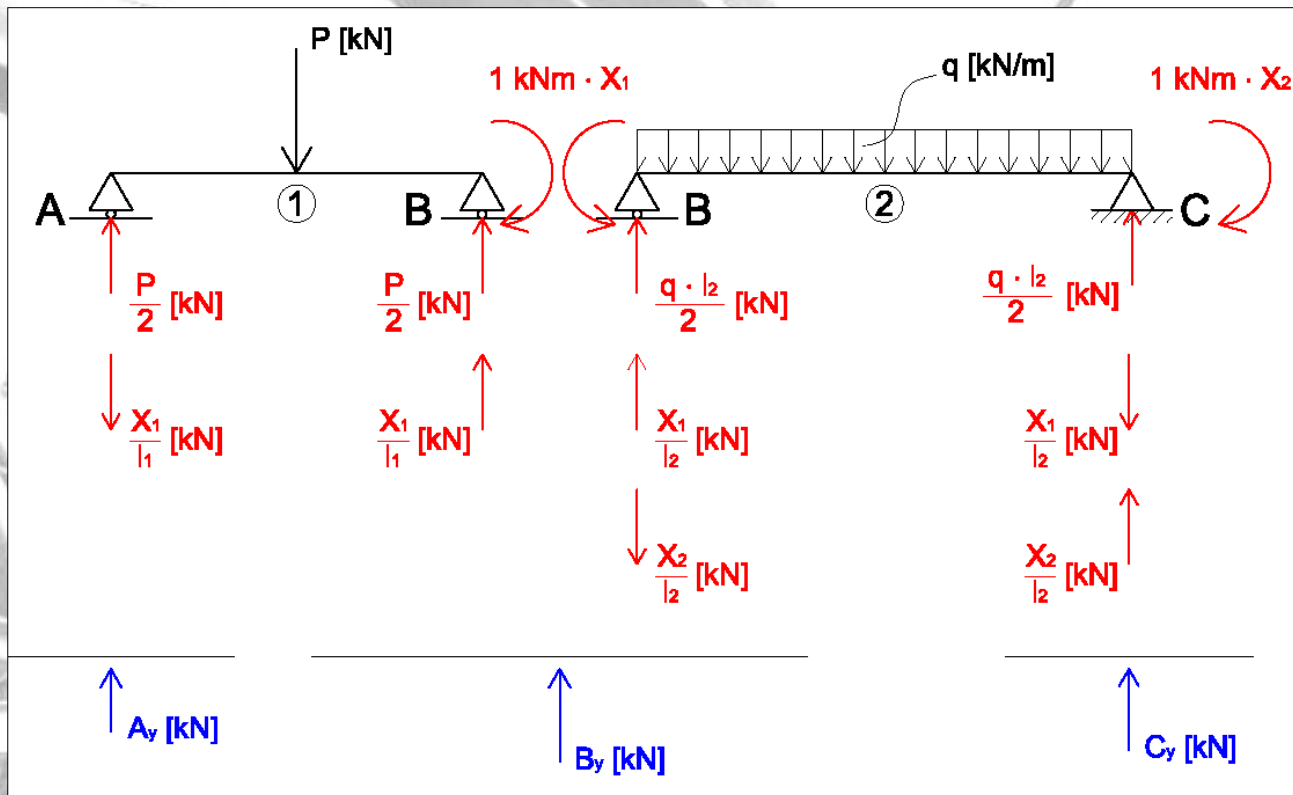
$$a_{22} = \frac{1}{1,2} \cdot \underbrace{l_2 \cdot 1}_2 \cdot \underbrace{\frac{2}{3} \cdot 1}_3$$

Két ismeretlenes egyenletrendszer írható fel, melyből ki kell fejezni X_1 -et és X_2 -t:

$$a_{10} + a_{11} \cdot X_1 + a_{12} \cdot X_2 = 0$$

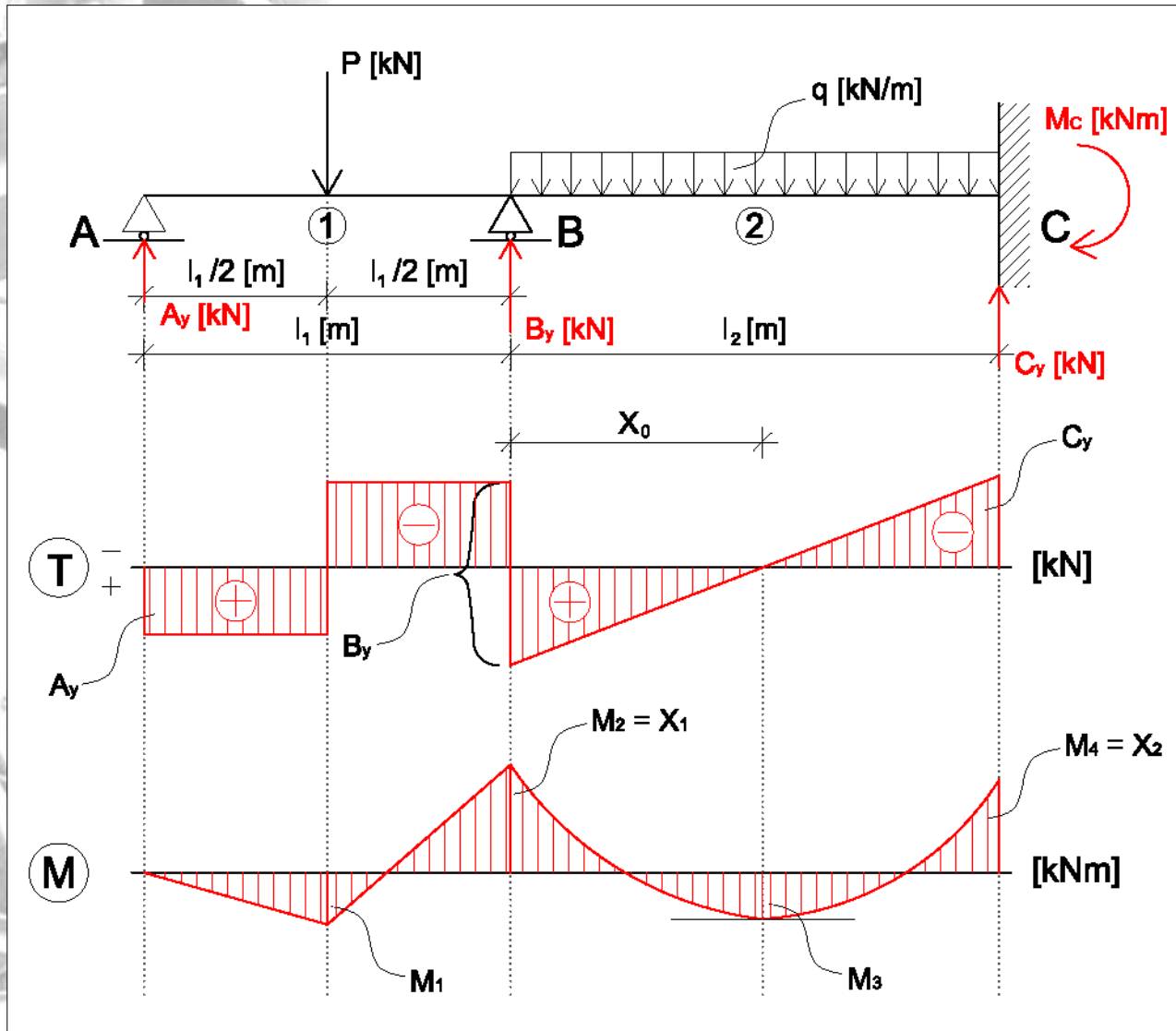
$$a_{20} + a_{21} \cdot X_1 + a_{22} \cdot X_2 = 0$$

X_1 és X_2 még nem végeredmény, még szükséges a tartó egyensúlyozása:



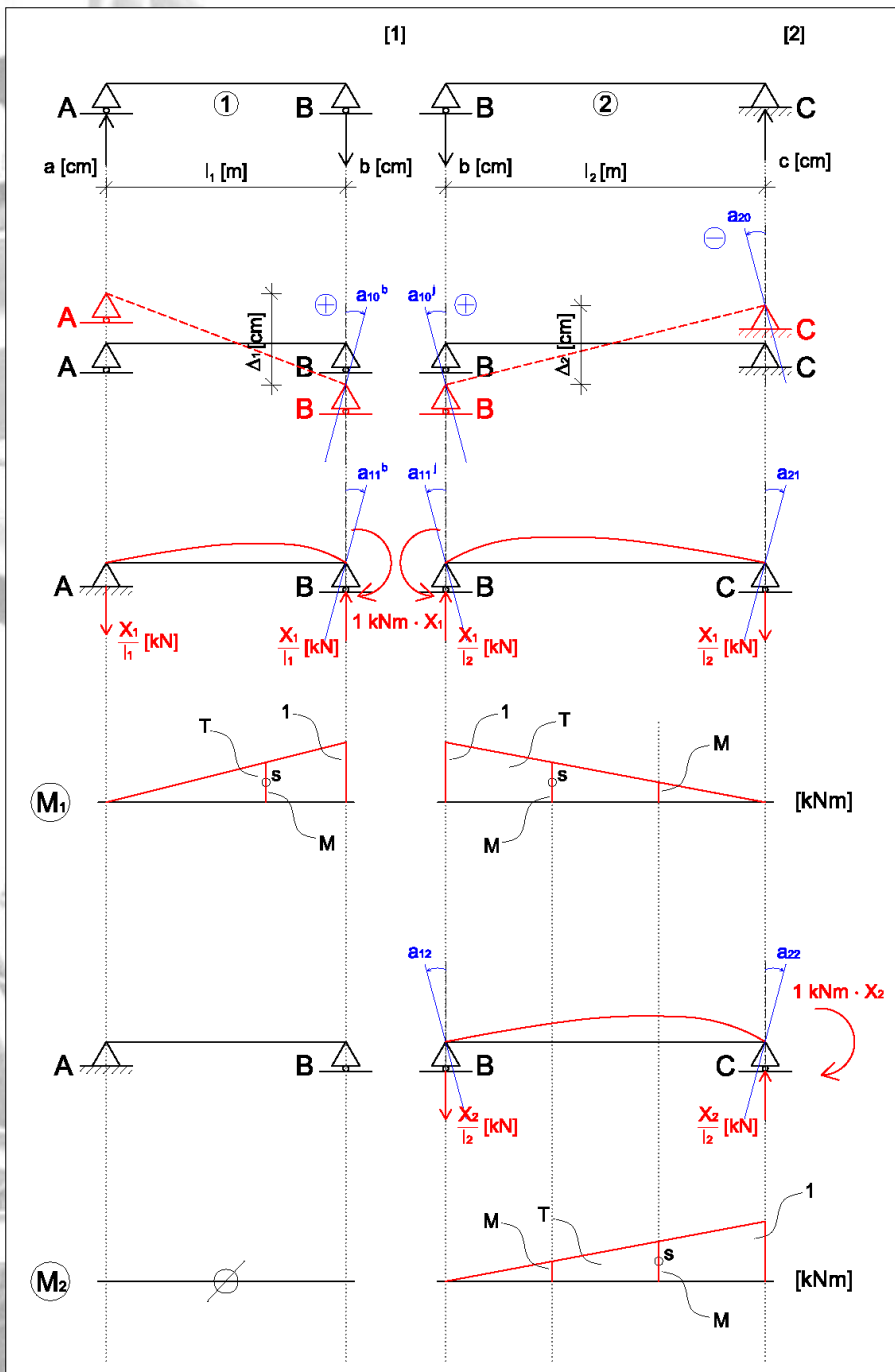
11. ábra. 3. mintapélda – a tartó egyensúlyozása (csak a terhelésből)

Igénybevételi ábrák (csak a terhelésből):



12. ábra. 3. mintapélda – a tartó igénybevételi ábrái (csak a terhelésből)

2.) a süllyedésből



13. ábra. 3. mintapélda – a törzstartó két darab kéttámaszú tartó



A terhelési és egység tényezők kiszámítása ($E \cdot I_0$ -vel nagyított értékkel):

$$a_{10} = a_{10}^b + a_{10}^j = + \left(E \cdot I_0 \cdot \frac{\Delta_1}{l_1} \right) + \left(E \cdot I_0 \cdot \frac{\Delta_2}{l_2} \right)$$

$$a_{10} = + E \cdot I_0 \cdot \left(\frac{a+b}{l_1} \right) + E \cdot I_0 \cdot \left(\frac{b+c}{l_2} \right)$$

$$a_{20} = - E \cdot I_0 \cdot \left(\frac{b+c}{l_2} \right)$$

Az egységtényezők számítása szükségtelen, hiszen azok már ki lettek számolva a tehernél, tehát ugyanazon értékeket fel lehet használni a mozgásfeltételi egyenletek felírásakor.

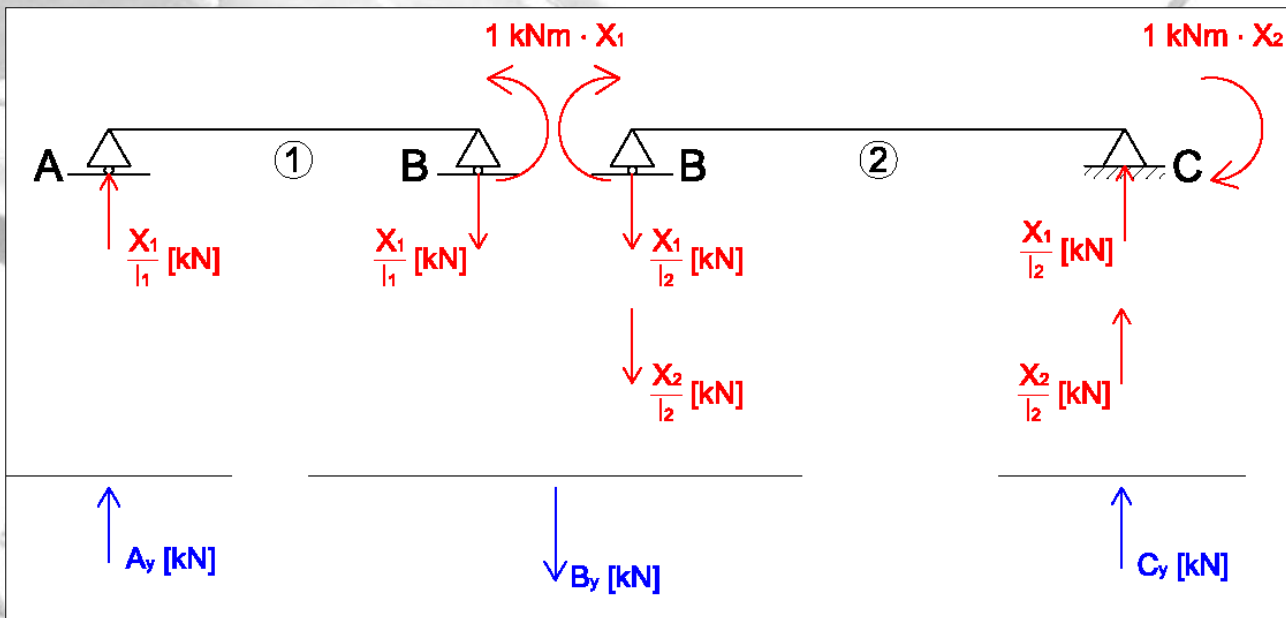
Két ismeretlenes egyenletrendszer írható fel, melyből ki kell fejezni X_1 -et és X_2 -t:

$$a_{10} + a_{11} \cdot X_1 + a_{12} \cdot X_2 = 0$$

$$a_{20} + a_{21} \cdot X_1 + a_{22} \cdot X_2 = 0$$

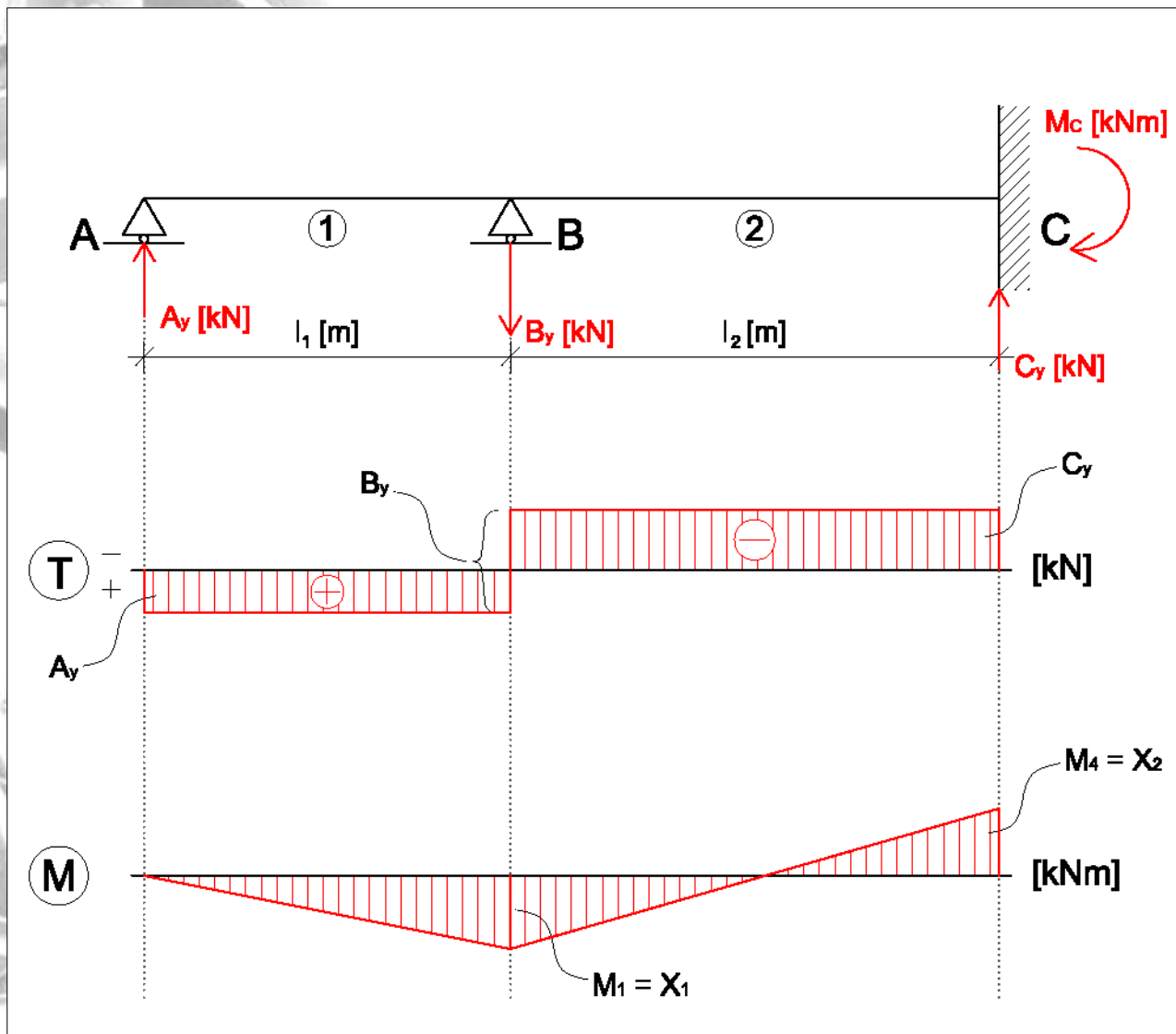
Konkrét megadott adatok nélkül is a támaszelmozdulásokból következtetni lehet az X_1 és X_2 nyomatékok irányaira.

X_1 és X_2 még nem végeredmény, még szükséges a tartó egyensúlyozása:



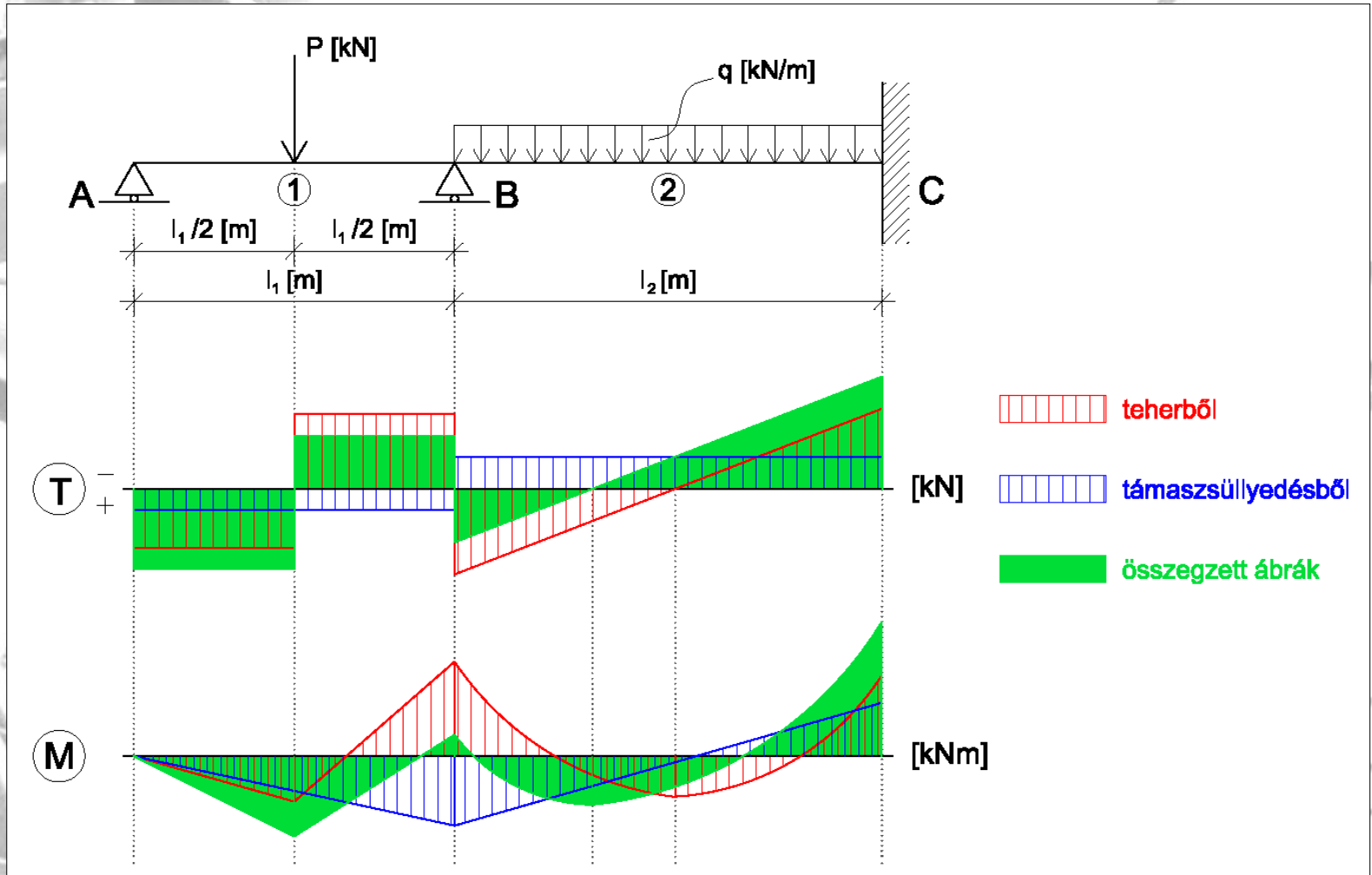
14. ábra. 3. mintapélda – a tartó egyensúlyozása (csak a támaszsüllyedésből)

Igénybevételi ábrák (csak a támaszsüllyedésből):



15. ábra. 3. mintapélda – a tartó igénybevételi ábrái (csak a támaszsüllyedésből)

A végleges igénybevételi ábrák:



16. ábra. 3. mintapélda – a tartó igénybevételi ábrái

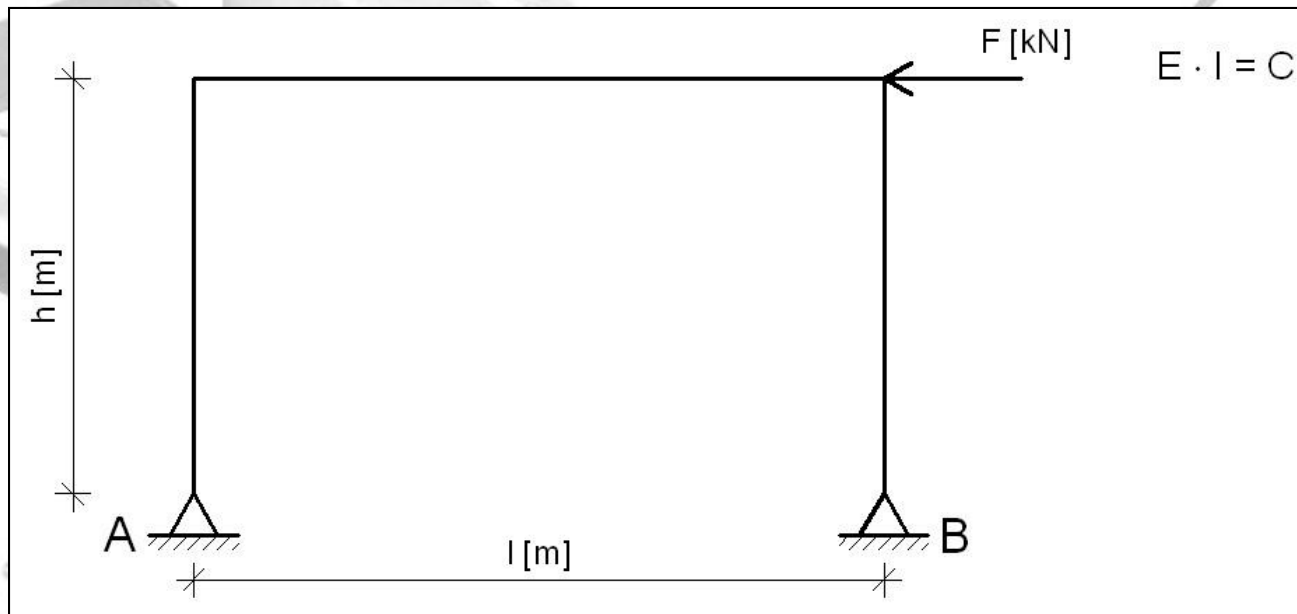


3. Statikailag határozatlan síkbeli kerettartók igénybevételeinek meghatározása erőmódszerrel

Statikailag határozatlan síkbeli kerettartók esetén a törzstartó lehet konzoltartó, kéttámaszú tartó, vagy háromcsuklós tartó. Természetesen itt is a határozatlanság fokszáma dönti el, hogy hány átvágási helyet, s ezáltal hány virtuális terhet kell felvenni, illetve bevezetni.

4. mintapélda

Adott egy statikailag határozatlan kerettartó. A tartót jellemzi a rugalmassági modulusa és az inerciája (E, I). A tartó állandó keresztmetszetű.

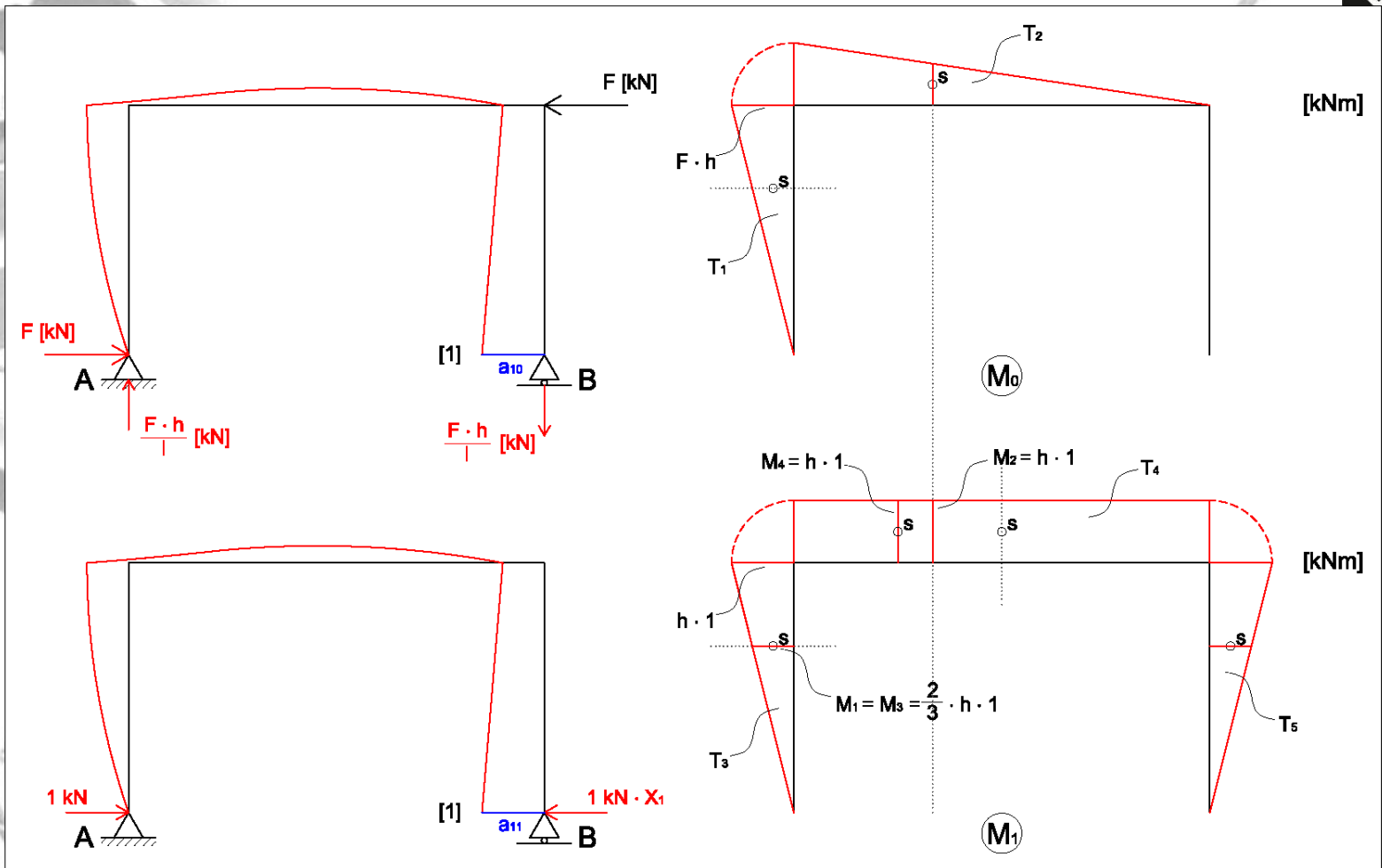


17. ábra. 4. mintapélda – statikailag határozatlan kerettartó

$$4 - 3 = 1$$

statikailag egyszeresen határozatlan

Egy átvágási helyet kell létrehozni, így a törzstartó egy darab kéttámaszú kerettartó lesz.



18. ábra. 4. mintapélda – a törzstartó egy darab kéttámaszú kerettartó



A terhelési és egység tényezők kiszámítása (E-I-vel nagyított értékkel):

$$a_{10} = T_1 \cdot M_1 + T_2 \cdot M_2 = \underbrace{\frac{F \cdot h \cdot h}{2}}_{T_1} \cdot \underbrace{\frac{2}{3} \cdot h \cdot 1}_{M_1} + \underbrace{\frac{F \cdot h \cdot l}{2}}_{T_2} \cdot \underbrace{h \cdot 1}_{M_2}$$

$$a_{11} = 2 \cdot \left(T_3 \cdot M_3 + \frac{T_4 \cdot M_4}{2} \right) = 2 \cdot \left(\underbrace{\frac{1 \cdot h \cdot h}{2}}_{T_3} \cdot \underbrace{\frac{2}{3} \cdot h \cdot 1}_{M_3} + \underbrace{1 \cdot h \cdot \frac{l}{2}}_{T_4} \cdot \underbrace{h \cdot 1}_{M_4} \right)$$

A mozgásfeltételi egyenlet felírható, melyből ki kell fejezni X_1 -et:

$$a_{10} + a_{11} \cdot X_1 = 0$$

$$X_1 = -\frac{F}{2} \rightarrow B_x = \frac{F}{2} [\text{kN}] (\rightarrow)$$



$$\sum F_{ix} = 0 \rightarrow A_x$$

$$0 = F - B_x - A_x$$

$$0 = F - \frac{F}{2} - A_x$$

$$A_x = \frac{F}{2} [\text{kN}] (\rightarrow)$$

$$\sum M_i^{(A)} = 0 \rightarrow B_y$$

$$0 = -F \cdot h + B_y \cdot l$$

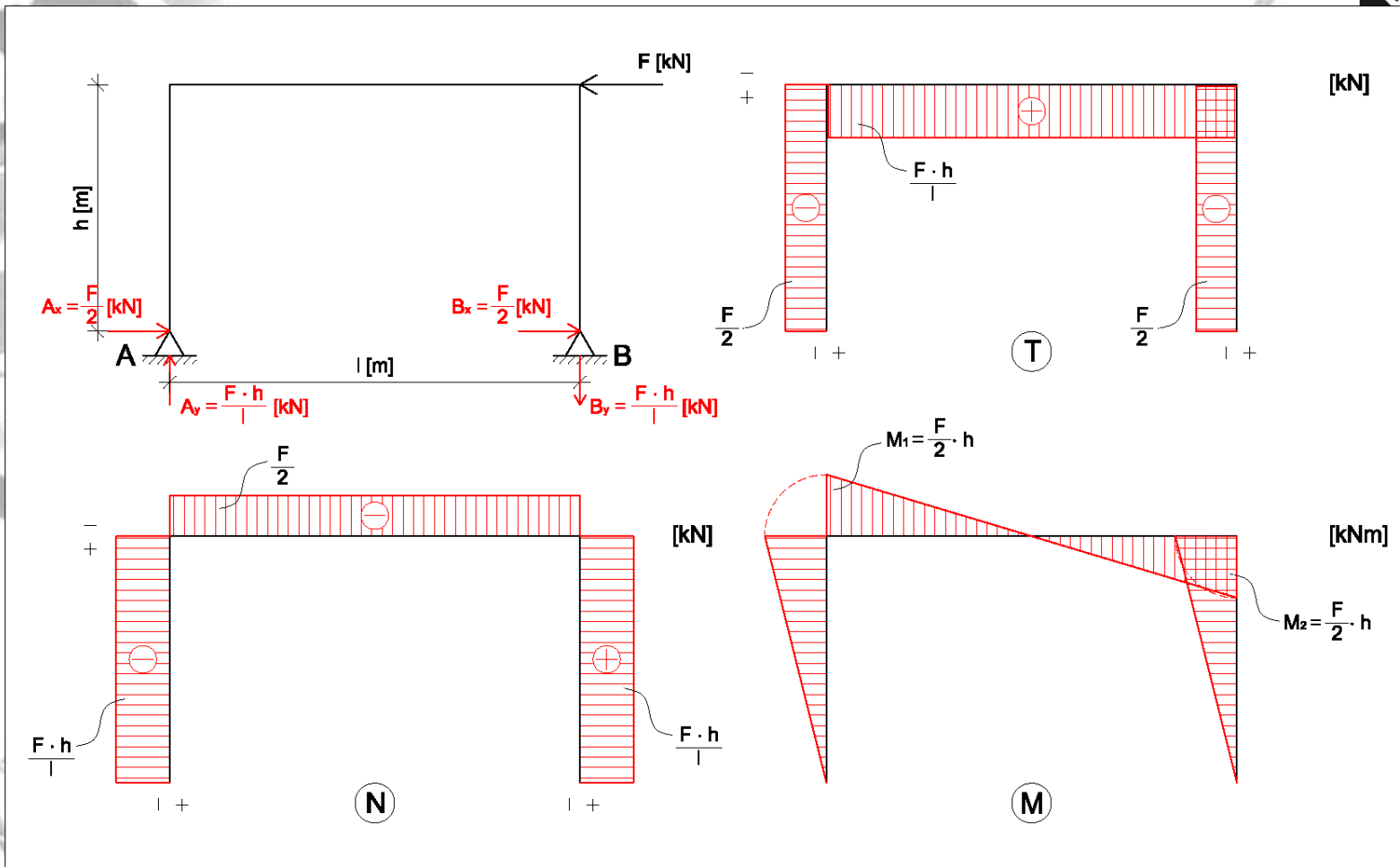
$$B_y = \frac{F \cdot h}{l} [\text{kN}] (\downarrow)$$

$$\sum F_{iy} = 0 \rightarrow A_y$$

$$0 = B_y - A_y$$

$$B_y = A_y$$

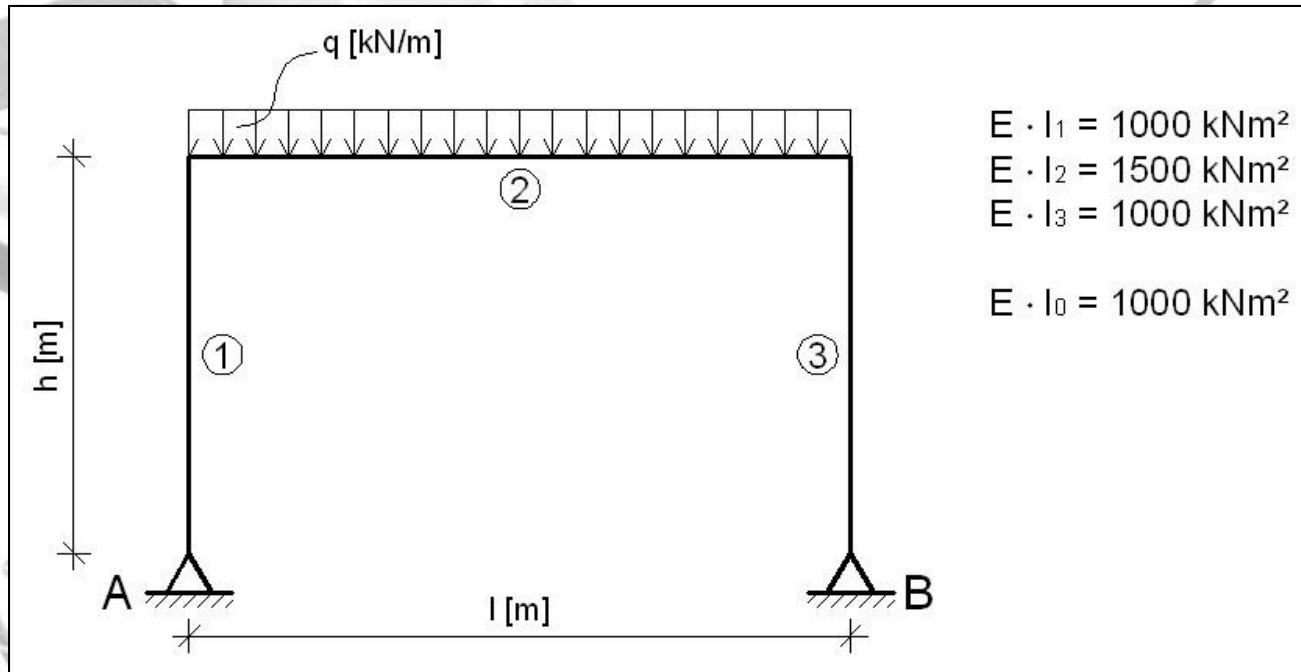
$$A_y = \frac{F \cdot h}{l} [\text{kN}] (\uparrow)$$



19. ábra. 4. mintapélda – igénybevételi ábrák

5. mintapélda

Adott egy statikailag határozatlan kerettartó. A tartót jellemzi a rugalmassági modulusa és az inerciája (E, I). A tartó változó keresztmetszetű.

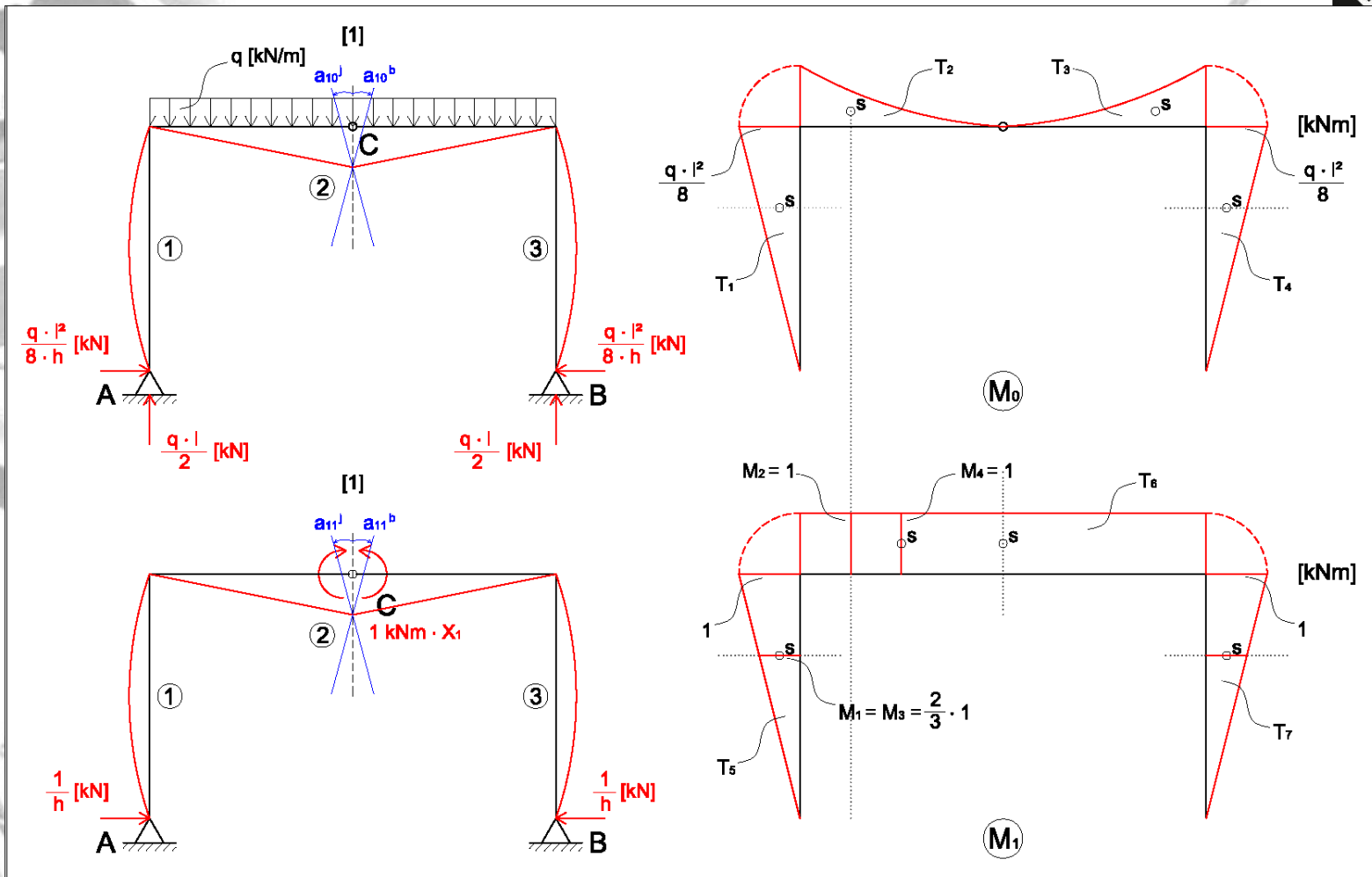


20. ábra. 5. mintapélda – statikailag határozatlan kerettartó

$$4 - 3 = 1$$

statikailag egyszeresen határozatlan

Egy átvágási helyet kell létrehozni, a törzstartó egy darab háromcsuklós kerettartó lesz.



21. ábra. 5. mintapélda – a törzstartó egy darab háromcsuklós kerettartó



A terhelési és egység tényezők kiszámítása ($E \cdot I_0$ -vel nagyított értékkel):

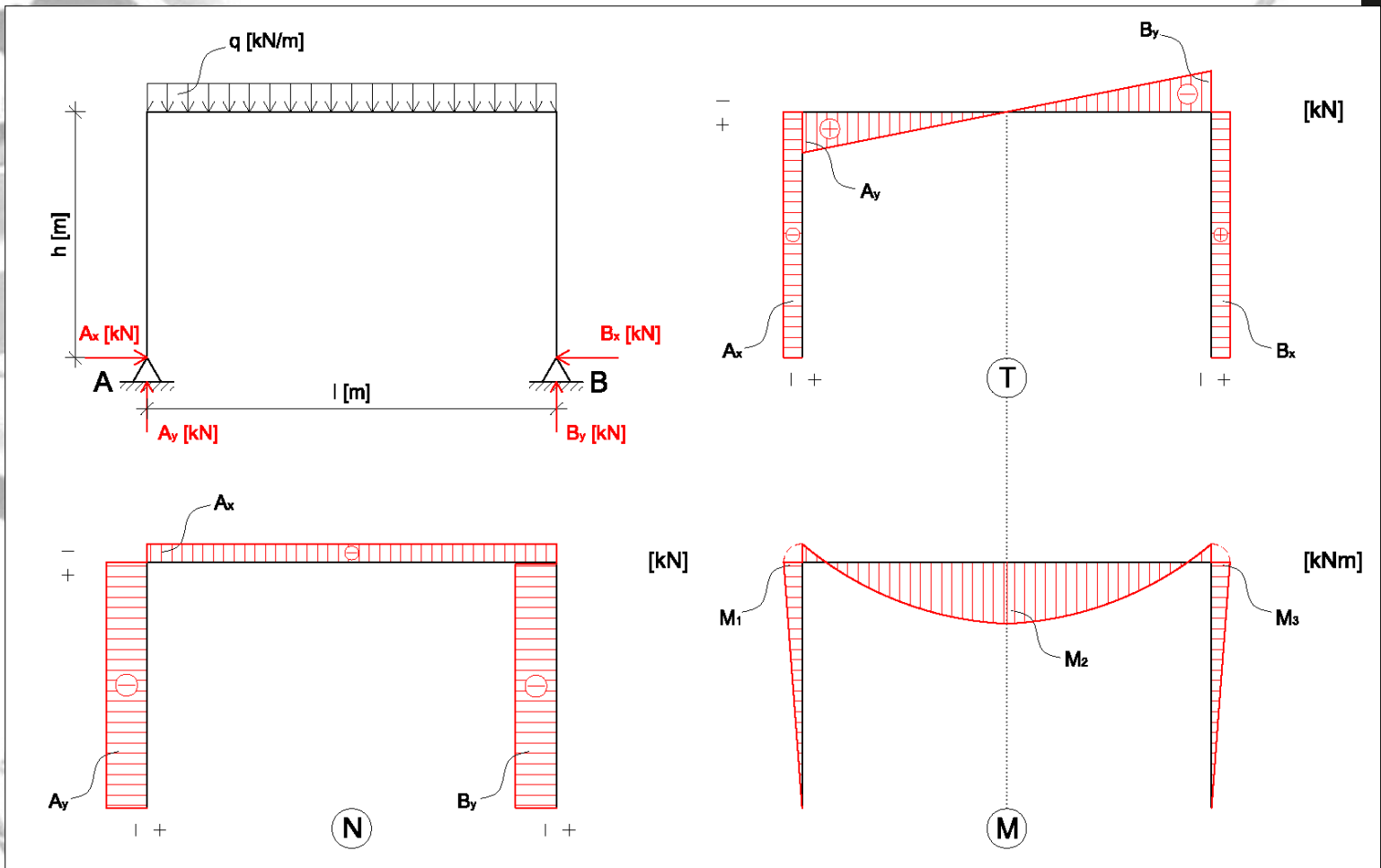
$$a_{10} = 2 \cdot \left(\frac{1}{1} T_1 \cdot M_1 + \frac{1}{1,5} T_2 \cdot M_2 \right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{1} \underbrace{\frac{q \cdot l^2}{8} \cdot h}_{T_1} \cdot \underbrace{\frac{2}{3} \cdot 1}_{M_1} + \frac{1}{1,5} \cdot \frac{1}{3} \cdot \underbrace{\frac{q \cdot l^2}{8}}_{T_2} \cdot \underbrace{\frac{l}{2} \cdot 1}_{M_2} \right)$$

$$a_{11} = 2 \cdot \left(\frac{1}{1} T_3 \cdot M_3 + \frac{1}{1,5} \frac{T_4 \cdot M_4}{2} \right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{1} \underbrace{\frac{1 \cdot h}{2}}_{T_3} \cdot \underbrace{\frac{2}{3} \cdot 1}_{M_3} + \frac{1}{1,5} \cdot \underbrace{1 \cdot \frac{l}{2}}_{T_4} \cdot \underbrace{1}_{M_4} \right)$$

A mozgásfeltételi egyenlet felírható, melyből ki kell fejezni X_1 -et:

$$a_{10} + a_{11} \cdot X_1 = 0$$

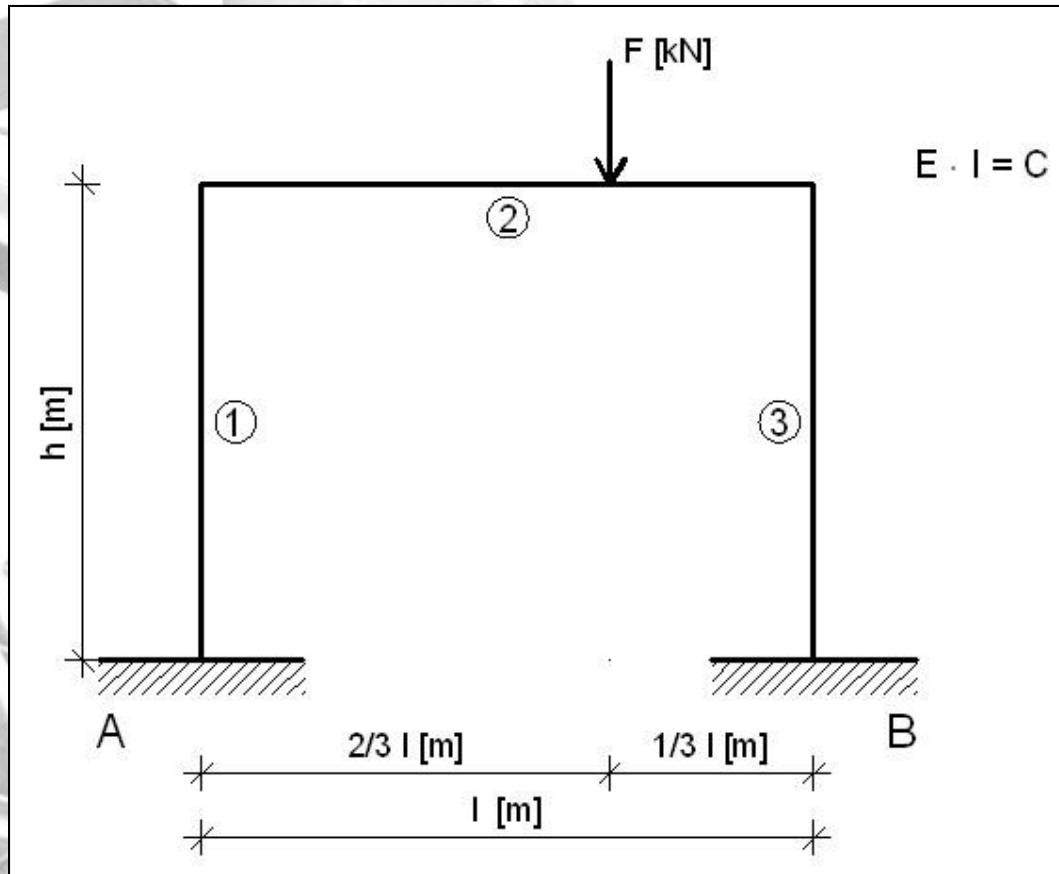
$$X_1 \Rightarrow -[\text{kNm}] (\curvearrowright)$$



22. ábra. 5. mintapélda – igénybevételi ábrák

6. mintapélda

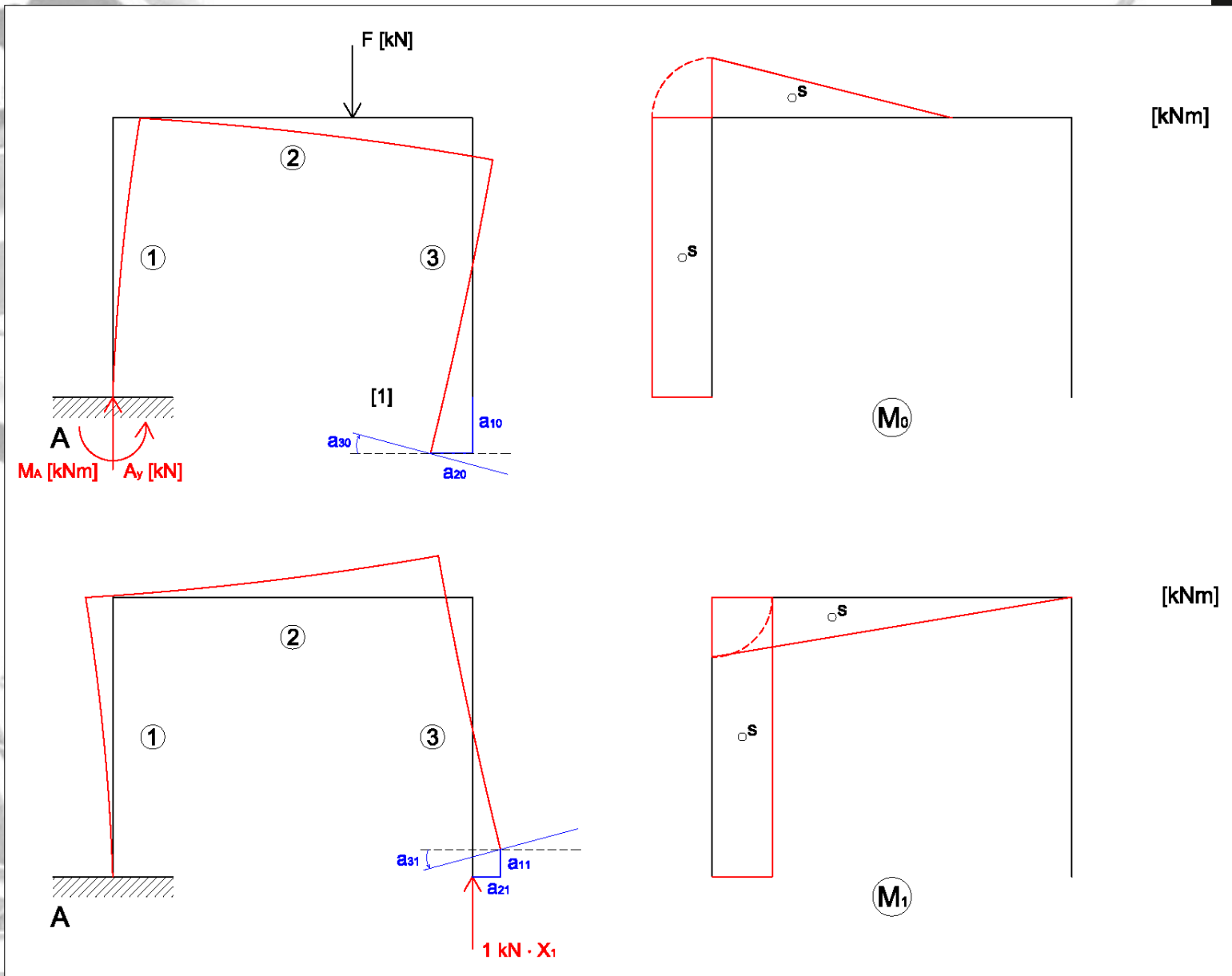
Adott egy statikailag határozatlan kerettartó. A tartót jellemzi a rugalmassági modulusa és az inerciája (E, I). A tartó állandó keresztmetszetű.



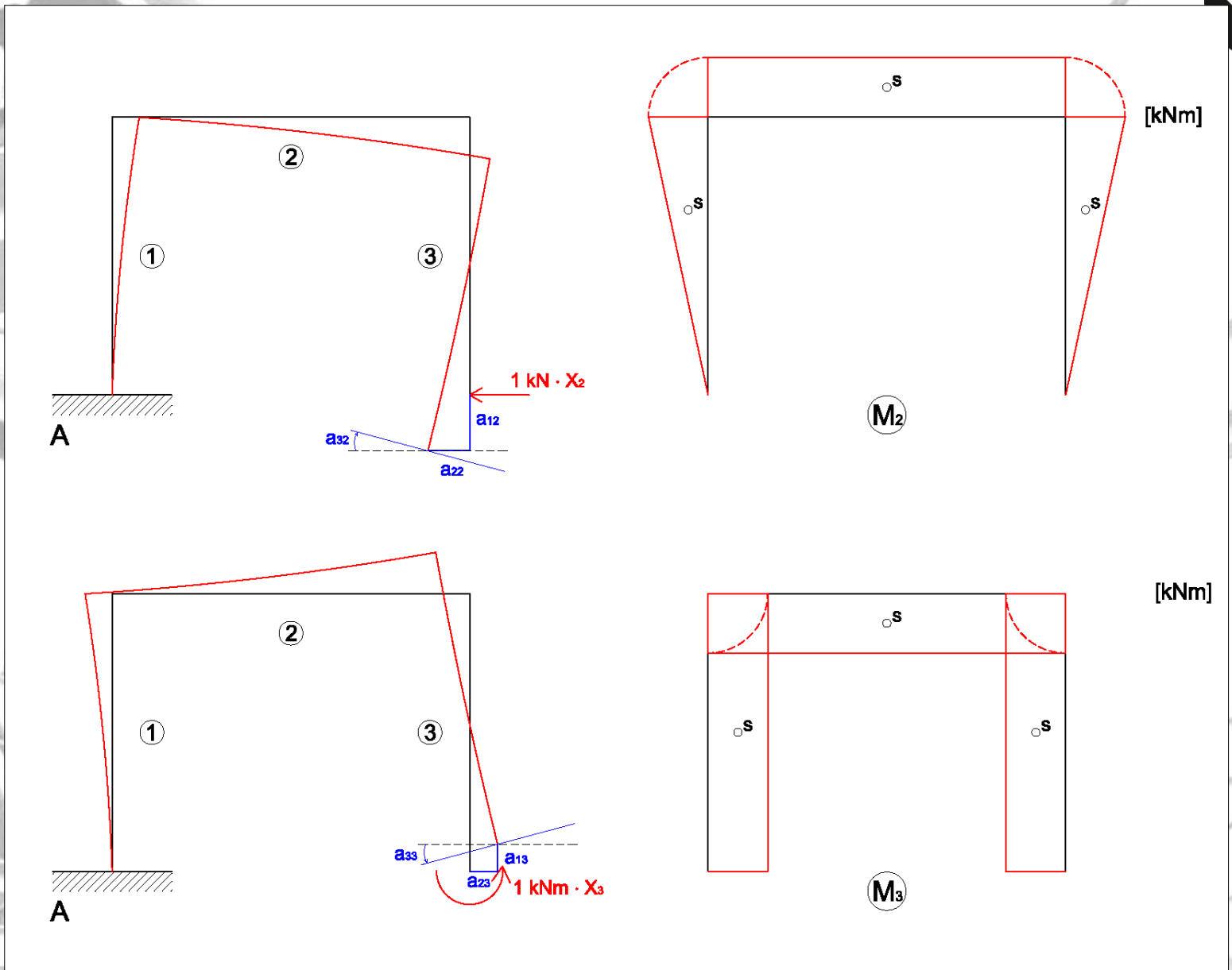
6-3=3
statikailag
háromszorosan
határozatlan

23. ábra. 6. mintapélda – statikailag határozatlan kerettartó

Egy átvágási helyet létrehozásával a törzstartó egy darab törtvonalú konzolos kerettartó lesz.



24. ábra. 6. mintapélda – a törzstartó egy darab törtvonalú konzolos kerettartó



25. ábra. 6. mintapélda – a törzstartó egy darab törtvonalú konzolos kerettartó



A terhelési és egység tényezők kiszámítása ($E \cdot I_0$ -vel nagyított értékkel):

Számítandó:

$$a_{10}, a_{20}, a_{30}, a_{11}, a_{21}, a_{31}, a_{12}, a_{22}, a_{32}, a_{13}, a_{23}, a_{33}$$

Három ismeretlenes egyenletrendszer írható fel, melyből ki kell fejezni X_1 -et, X_2 -t és X_3 -at :

$$a_{10} + a_{11} \cdot X_1 + a_{12} \cdot X_2 + a_{13} \cdot X_3 = 0$$

$$a_{20} + a_{21} \cdot X_1 + a_{22} \cdot X_2 + a_{23} \cdot X_3 = 0$$

$$a_{30} + a_{31} \cdot X_1 + a_{32} \cdot X_2 + a_{33} \cdot X_3 = 0$$

$$X_1 \Rightarrow B_y \text{ [kN]} (\uparrow)$$

$$X_2 \Rightarrow B_x \text{ [kN]} (\leftarrow)$$

$$X_3 \Rightarrow M_B \text{ [kNm]} (\curvearrowright)$$

A feltételi egyenletekből meghatározhatók a további ismeretlenek:

$$\sum F_{ix} = 0 \rightarrow A_x$$

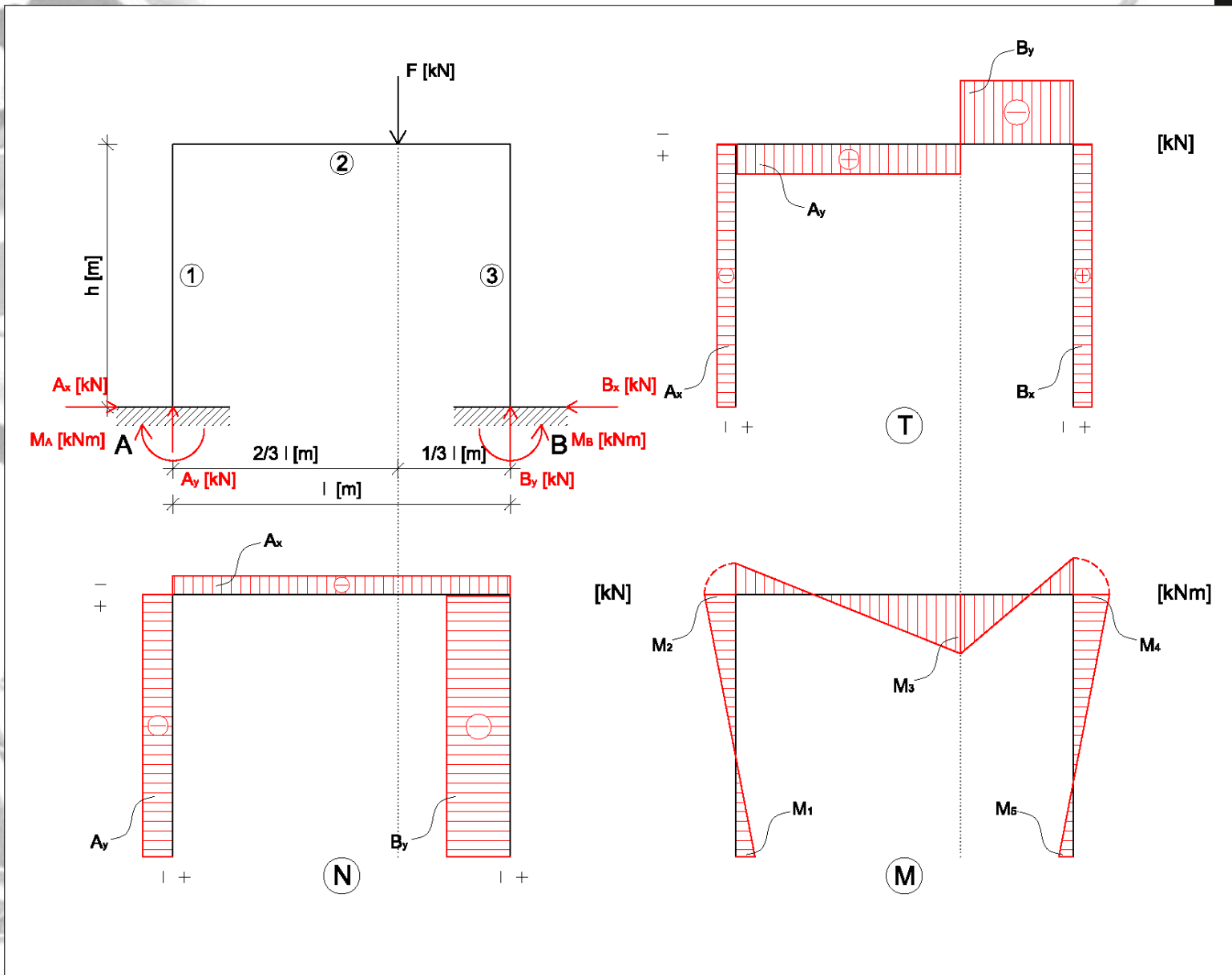
$$\sum F_{iy} = 0 \rightarrow A_y$$

$$\sum M_i^A = 0 \rightarrow M_A$$

$$A_x = \text{[kN]} (\rightarrow)$$

$$A_y = \text{[kN]} (\uparrow)$$

$$M_A = \text{[kNm]} (\curvearrowright)$$



26. ábra. 6. mintapélda – igénybevételi ábrák

Felhasznált irodalom

CSÉBFALVI ANIKÓ: *Tartók statikája.* Elektronikus jegyzet, Pécs, 2007

HAJÓSNÉ TEMESI ESZTER : *Tartók statikája. Erőműdszer IV. Változó keresztmetszetű folytatólagos többtámaszú tartók igénybevételeinek meghatározása erőműdszerrel.* Elektronikus jegyzet, Pécs, 2012

HAJÓSNÉ TEMESI ESZTER : *Tartók statikája. Erőműdszer V. Süllyedő alátámasztású tartók igénybevételeinek meghatározása erőműdszerrel.* Elektronikus jegyzet, Pécs, 2012

HAJÓSNÉ TEMESI ESZTER : *Tartók statikája. Erőműdszer VI. Statikailag határozatlan síkbeli kerettartók igénybevételeinek meghatározása erőműdszerrel.* Elektronikus jegyzet, Pécs, 2012

OROSZ ÁRPÁD, HAJÓSNÉ TEMESI ESZTER: *Mechanika. Határozatlan szerkezetek. Jegyzet + példatár,* Pécs, 1990