Hajósné Temesi Eszter

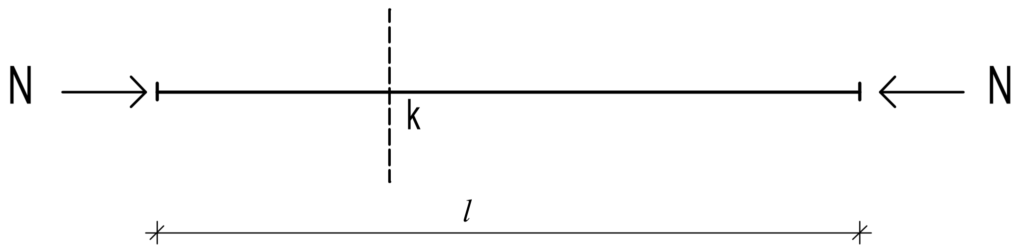
SZILÁRDSÁGTAN

Egyszerű igénybevételek
Központos nyomás
zömök és karcsú rudak, kihajlás, teherbírás

Egyszerű igénybevételek

Központos nyomás

a rúdszerkezet modellje:



A rúd keresztmetszeti területe: $A \quad \left(mm^2, cm^2, m^2\right)$

A rúd anyagára jellemző: $E \quad \left(N/mm^2, kN/cm^2, MN/m^2\right)$

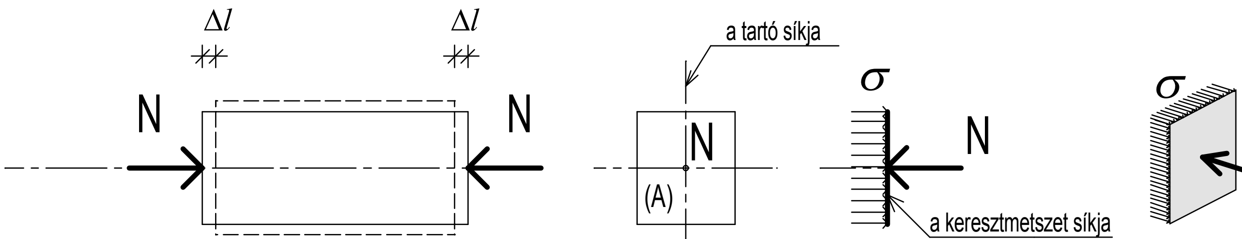
Zömök szerkezetek: rúd hossza/a keresztmetszet kisebbik mérete < 5

$$-\sigma = \frac{N}{A}$$

nyomófeszültség, -

összenyomódás:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$$



a tartó oldalnézete
a tartó síkja

keresztmetszet
síkja

feszültségi test

a terhelő erővel a feszültségek eredője tart egyensúlyt
a feszültségek eredője= a feszültségi test térfogatával

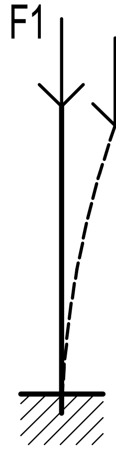
Karcsú szerkezetek: rúd hossza/a keresztmetszet kisebbik mérete $\gg 5$

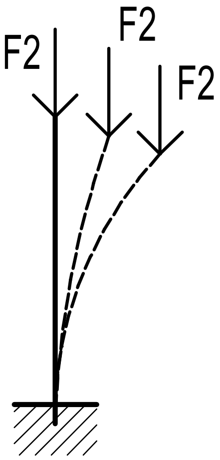
A központos nyomás ebben az esetben alapvetően stabilitási feladat

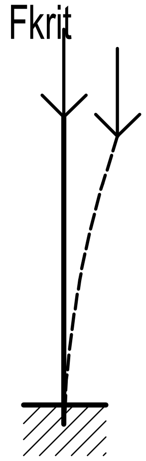
a rúd anyaga homogén és izotróp, rugalmasan viselkedik
a rúd tengelyvonala egyenes
a rúd keresztmetszeti síkjai a kihajlás után is síkok maradnak

Karcsú rudak központos nyomása során keletkező alakváltozás: a rúdtengely meggörbülése - <u>kihajlás</u>
Ennek a jelenségnek vizsgálata a stabilitás vizsgálat körébe tartozik

egyensúlyi állapotok: -stabil (biztos)
-labilis - bizonytalan
- indifferens







Stabil egyensúlyi állapot

A terhelt rudat kimozdítjuk az eredeti helyzetéből, a kimozdítás után vissza-tér az eredeti helyzetbe

Labilis egyensúlyi állapot

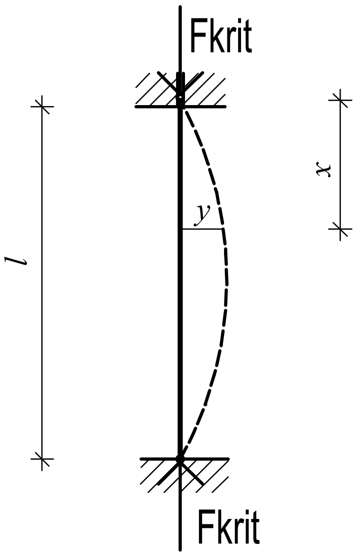
A terhelt rudat kimozdítjuk az eredeti helyzetéből, a meggörbült rúd nem képes hordani terhet

Indifferens egyensúlyi állapot

Az Fkrit erővel terhelt rudat kimozdítjuk az eredeti helyzetéből, a meggörbült rúd ebben az állapotban nyugalomban van, és hordja a terhet

Keressük a terhelő erő azon kritikus értékét (Fkrit), amely mellett a rúd meggörbült állapotban <u>még éppen egyensúlyban van</u>

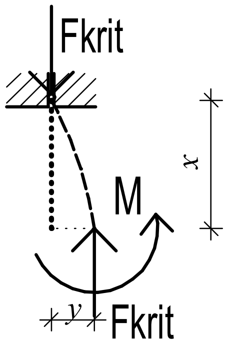
a rúd hossza: "l"
anyagát "E" rugalmassági modulus jellemzi
a keresztmetszet méretét és alapkját "Ix" és "Iy" inercianyomatékok jellemzik



Euler nevéhez fűződik:

a meggörbült tengelyvonalat leíró fv: y

$$y'' = -\frac{M}{E \cdot I}$$



az "x" hosszúságú rúdszakasz egyensúlya:

$$M = P_{krit} \cdot y$$

$$y'' = -\frac{P_{krit}}{E \cdot I} \cdot y$$

a megoldás után: $y = A \cdot \sin\alpha \cdot x + B \cdot \cos\alpha \cdot x$

differenciál egyenletet kapjuk. x=0 és x=l helyeken y=0

$$\alpha = \sqrt{\frac{P_{krit}}{E \cdot I}} \qquad és \qquad \sin\sqrt{\frac{P_{krit}}{E \cdot I}} \cdot l = 0$$

a meggörbült rúd, sínus görbe szerinti alakot vesz fel.

a meggörbült rúd, sínus görbe szerinti alakot vesz fel.

a rúd csak akkor lehet meggörbült helyzetben egyensúlyban, ha:

$$\sqrt{\frac{P_{krit}}{E \cdot I}} \cdot l = \pm\pi \qquad P_{krit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2}$$

$$\sqrt{\frac{P_{krit}}{E \cdot I}} \cdot l = \pm 2\pi \qquad P_{krit} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2}$$

$$\sqrt{\frac{P_{krit}}{E \cdot I}} \cdot l = \pm 3\pi \qquad P_{krit} = \frac{9 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2}$$

és így tovább.....

$$\sigma_{krit} = \frac{P_{krit}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2 \cdot A}$$

$$i^2 = \frac{I}{A}$$

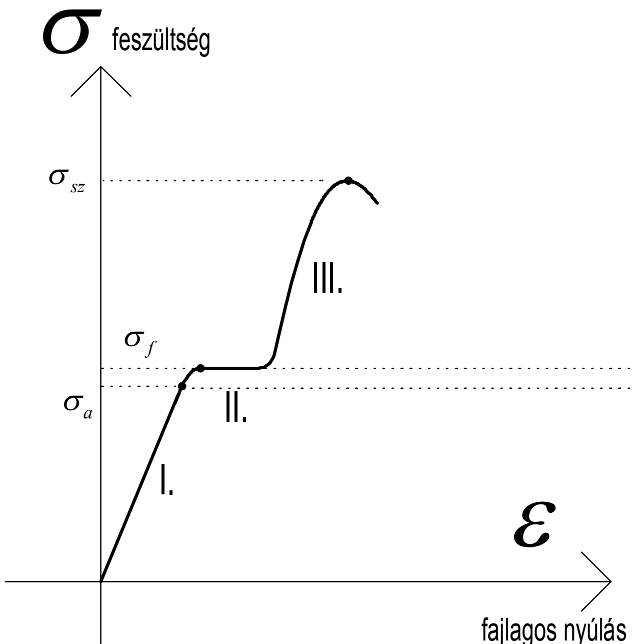
$$\sigma_{krit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot i^2}{l^2}$$

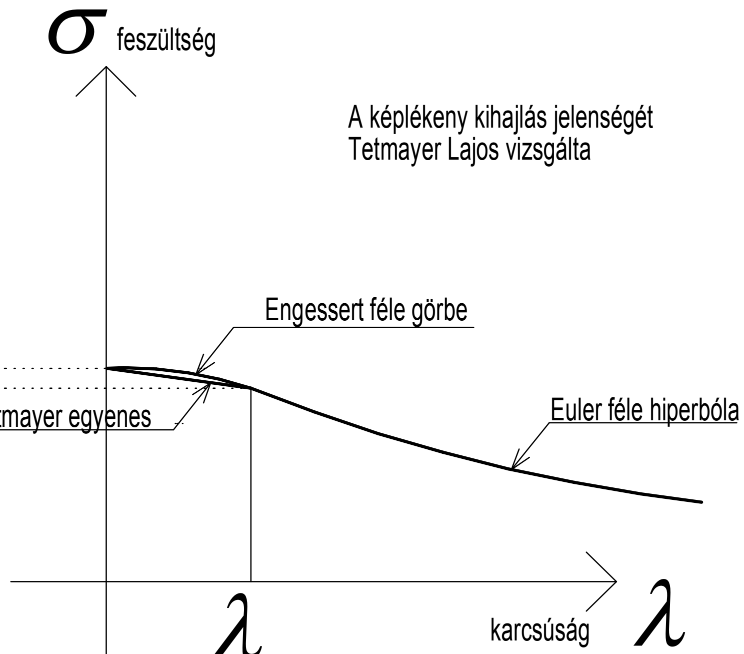
ha bevezetjük : $\frac{l}{i} = \lambda$

$$\sigma_{krit} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\left(\frac{l}{i}\right)^2} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$$

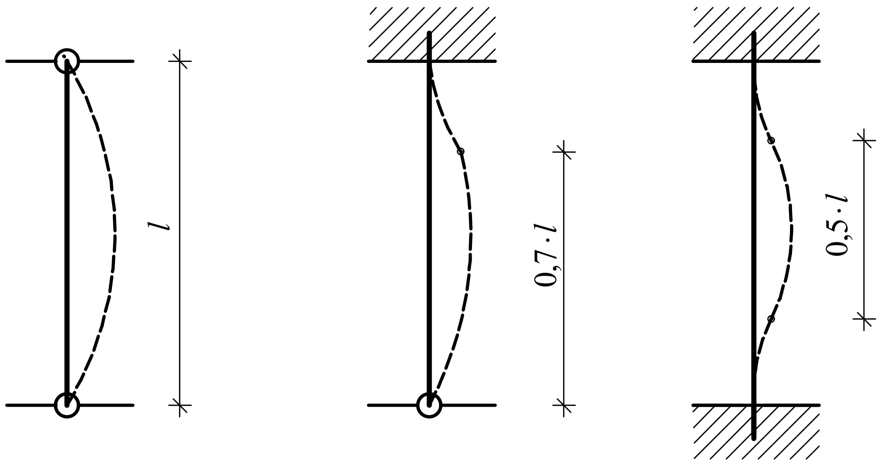
λ *karcsúság* $\lambda_{\max} = \frac{l_0}{i_{\min}}$

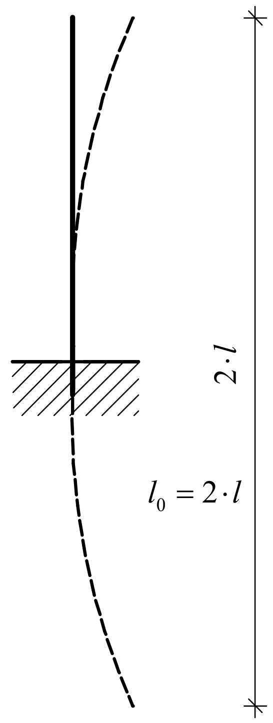
l_0 *helyettesítő kihajlási hossz*





A meggörbült tengelyvonal alakja a megtámasztás módjától függ.





$l_0 = l$ $\qquad$ $l_0 = 0{,}7 \cdot l$ $\qquad$ $l_0 = 0{,}5 \cdot l$ $\qquad$ $l_0 = 2 \cdot l$

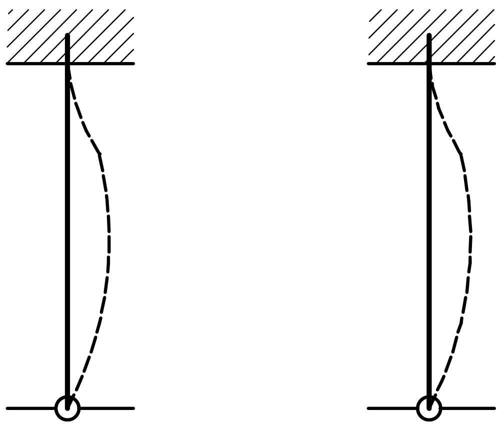
λ *karcsúság* $\qquad \lambda_{\max} = \dfrac{l_0}{i_{\min}} \rightarrow \varphi_{\min}$

φ *karcsúsági csökkentő tényező* λ *függvénye*

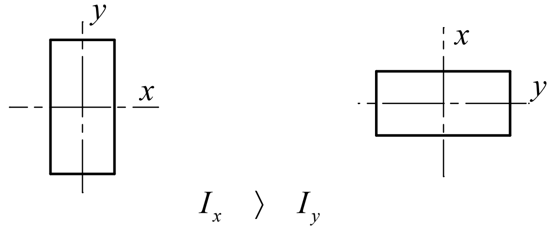
A karcsú rúd teherbírása központos nyomásra:

$$\boxed{N_H = \varphi \cdot A \cdot \sigma_H}$$

Központosan nyomott karcsú rúd megtámasztási viszonyai azonosak a főtengely irányokban, akkor a keresztmetszet alakja dönti el, hogy melyik irányban jön létre előbb a kihajlás



$l_{0x} = 0{,}7 \cdot l$ $\qquad$ $l_{0y} = 0{,}7 \cdot l$

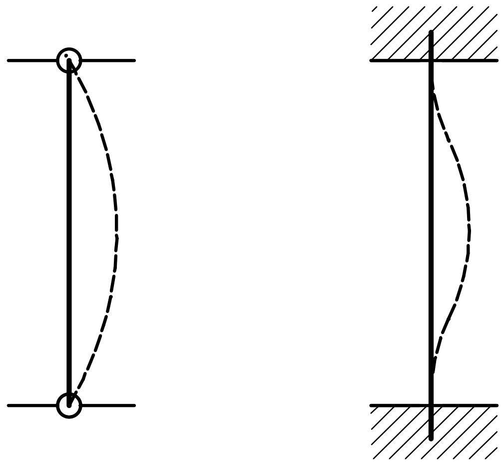


$I_x \rangle I_y$

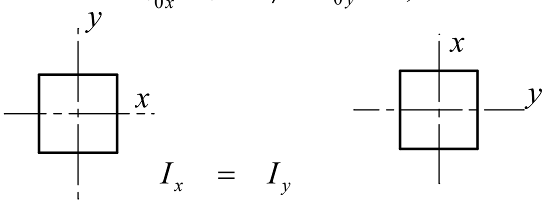
$i_x \rangle i_y$

$\lambda_x = \dfrac{l_{0x}}{i_x} \langle \lambda_y = \dfrac{l_{0y}}{i_y} = \lambda_{\max}$

Központosan nyomott karcsú rúd megtámasztási viszonyai nem azonosak a főtengely irányokban, viszont az inerciaviszonyok azonosak, akkor a a megtámasztási viszonyok döntik el, hogy melyik irányban jön létre előbb a kihajlás



$$l_{0x} = l \quad \rangle \quad l_{0y} = 0{,}5 \cdot l$$

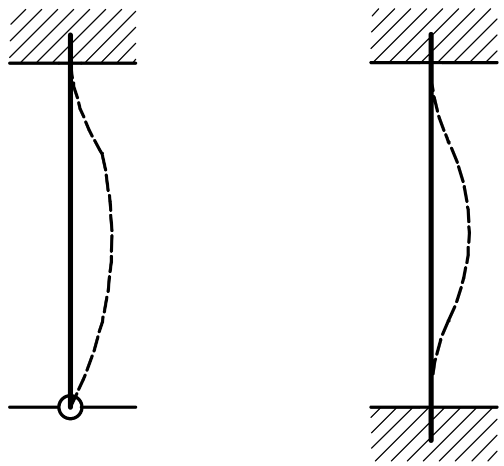


$$I_x \; = \; I_y$$

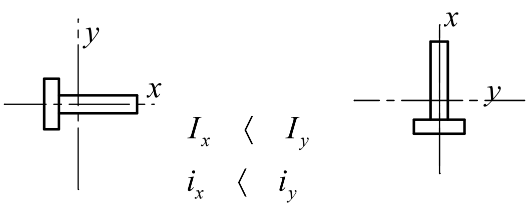
$$i_x \; = \; i_y$$

$$\lambda_x = \frac{l_{0x}}{i_x} = \lambda_{\max} \quad \rangle \quad \lambda_y = \frac{l_{0y}}{i_y}$$

Központosan nyomott karcsú rúd megtámasztási viszonyai sem azonosak a főtengely irányokban, és az az inerciaviszonyok sem azonosak, akkor mindkét irányra ki kell számolni a karcsúságot, és eldönteni, hogy melyik irányra lesz maximális értékű.



$$l_0 = 0{,}7 \cdot l \quad \rangle \quad l_{0y} = 0{,}5 \cdot l$$



$$I_x \; \langle \; I_y$$

$$i_x \; \langle \; i_y$$

$$\lambda_x = \frac{l_{0x}}{i_x} \;\overset{?}{\substack{\langle \\ \rangle}}\; \lambda_y = \frac{l_{0y}}{i_y}$$

$$\lambda_{\max} \rightarrow \varphi_{\min}$$