Hajósné Temesi Eszter

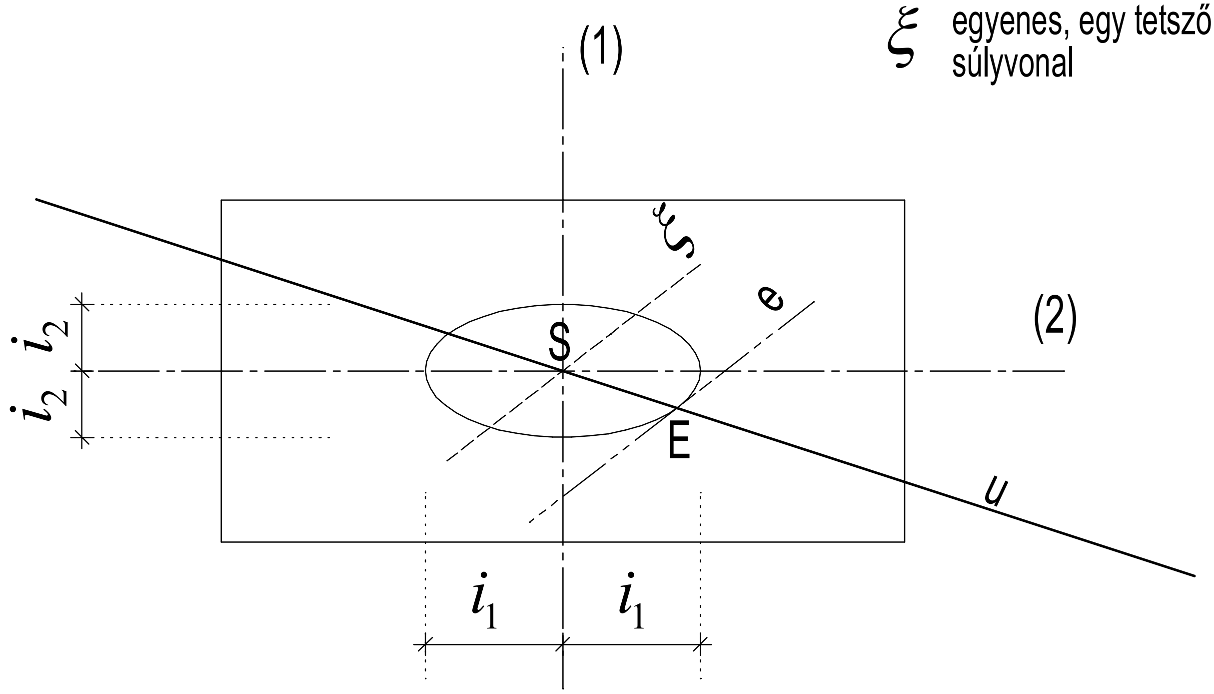
SZILÁRDSÁGTAN

Keresztmetszetek magidoma

Keresztmetszetek magidoma (keresztmetszeti jellemző)

"Culmann féle" tehetetlenségi ellipszis

ξ egyenes, egy tetszőleges súlyvonal



Mekkora lesz a keresztmetszet inercia nyomatéka a ξ tengelyre?

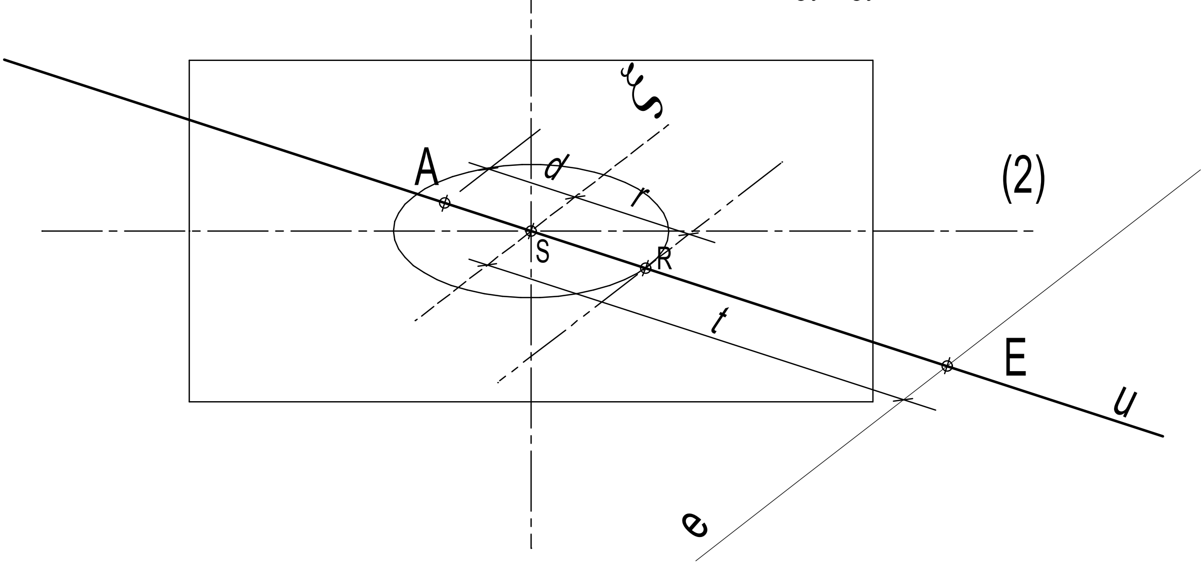
Szerkesszük meg az ellipszis ξ tengellyel párhuzamos érintőjét ("e" egyenes), megkapjuk az "E" érintési pontot

Kössük össze az "E" és az "S" pontokat, megkapjuk az "u" egyenest, amit az "e" egyenes konjugáltjának hívjuk.

A ξ és az "e" egyenes távolsága, a keresztmetszet ξ tengelyre vonatkozó inerciasugara.

$$i_\xi = \sqrt{\frac{I_\xi}{A}} \qquad \rightarrow I_\xi = A \cdot i_\xi^2$$

A "Culmann féle" tehetetlenségi ellipszis segítségével
a síkidom tetszőleges pontjához hozzárendelhetünk
egy egyenest, és fordítva



vegyünk fel a síkban egy tetszőleges egyenest ("e" egyenes)

szerkesszük meg az "e" egyenes konjugáltját az "u" egyenest

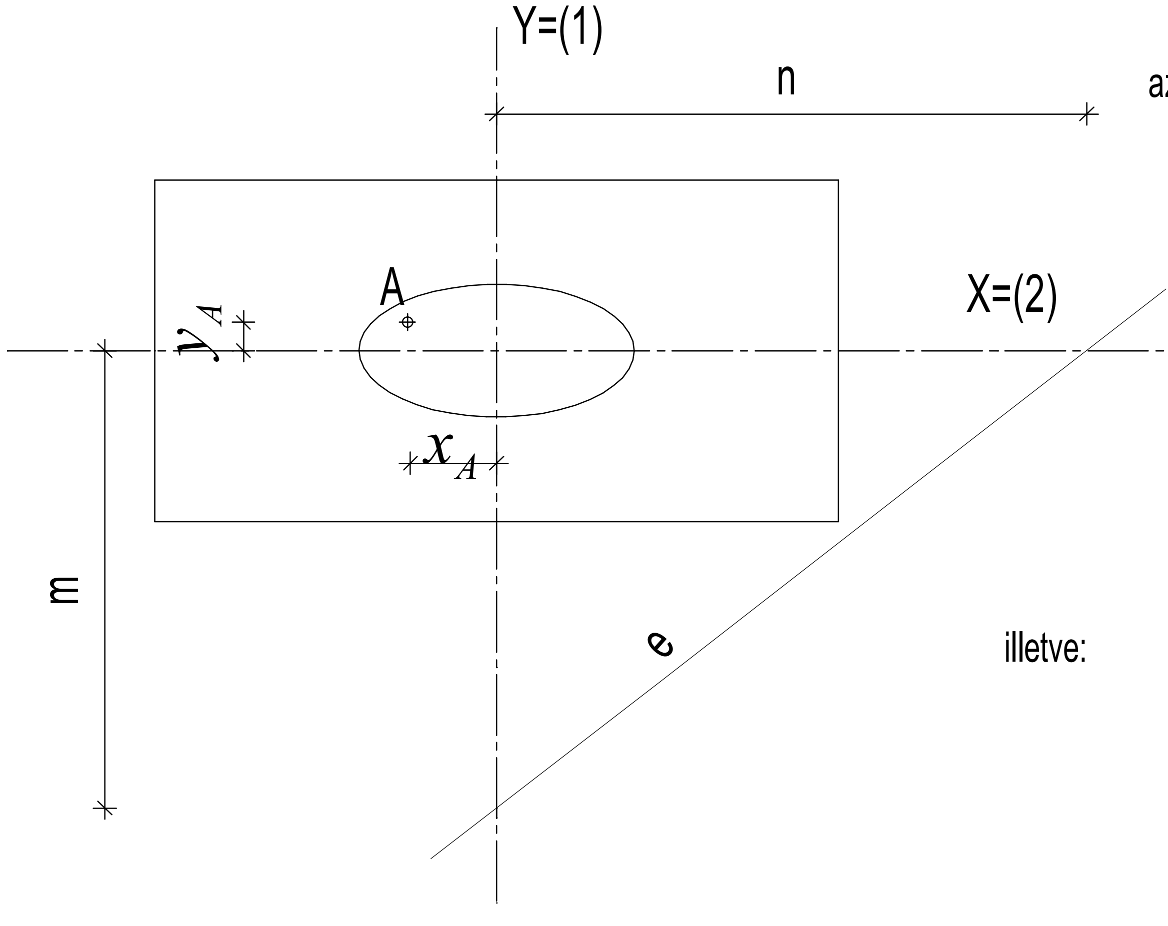
az $\overline{SR} = r$
az $\overline{SE} = t$

$$d = \frac{r^2}{t}$$

akkor az "u" egyenesen a súlyponttól "d" távolságra lesz az "e" egyenes antipólusa, az "A" pont

fordítva is igaz, a síkidom tetszőleges pontjához hozzárendelhetjük az ő antipolárisát az "e" egyenest,
amely az "u" egyenesen, a súlyponttól "t" távolságra lesz.

$$t = \frac{r^2}{d}$$



az "e" egyenes egyenlete:

$$\frac{x}{m} + \frac{y}{n} - 1 = 0$$

$$y_A = -\frac{i_x^2}{m}$$

$$x_A = -\frac{i_y^2}{n}$$

illetve:

$$m = -\frac{i_x^2}{y_A}$$

$$n = -\frac{i_y^2}{x_A}$$

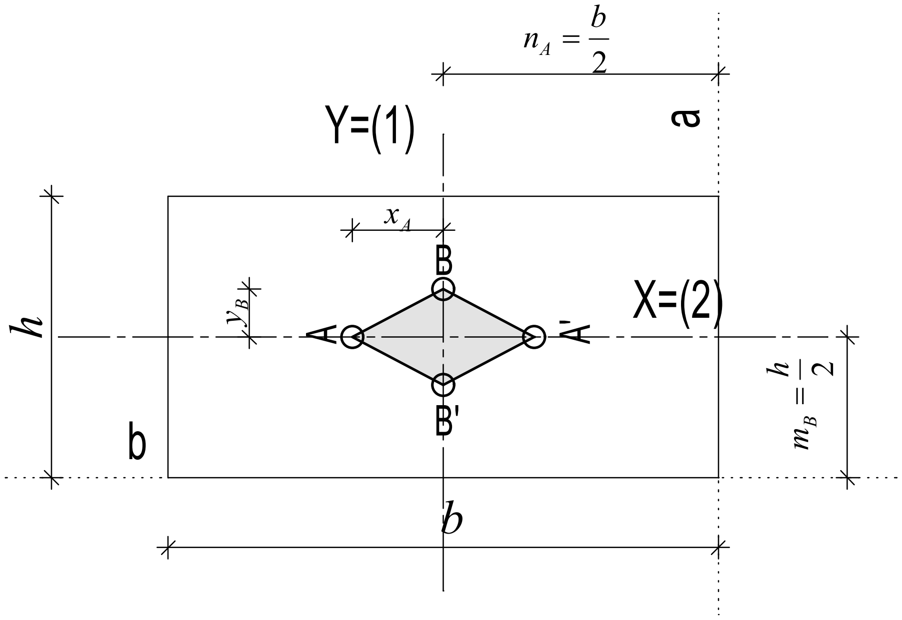
Néhány fontos tulajdonság

- ha egy pont egy egyenesen mozog, akkor az antipolárisa egy pont körül forog
- ha egy egyenes egy pont körül forog, akkor az antipólusa egy egyenesen mozog
- ha egy pont a súlyponton ázmenő egyenesen mozog, akkor az antipolárisa önmagával párhuzamosan tolódik el
- ha egy egyenes önmagával párhuzamosan tolódik el, akkor az antipólusa a súlyponton átmenő egyenesen mozog
- ha egy egyenes párhuzamos az egyik főtengellyel, akkor az antipólusa rajta van a másik főtengelyen
- ha egy pont rajta van az egyik főtengelyen, akkor az antipolárisa a másik főtengellyel lesz párhuzamos
- görbe vonalakkal határolt síkidom belső magját is görbe vonalak határolják
- sokszög síkidom belső magja is sokszög alakú lesz

A belső mag meghatározása

A síkidomok belső magja a síkidom olyan kitüntetett része a súlypont környezetében, amelyet a síkidomot érintő, de nem metsző egyenesek antipólusait összekötő egyenesek határolnak.

A magidom mérete és alakja csak a keresztmetszet méretétől és alakjától függ!



$$i_x^2 = \frac{b \cdot h^3}{12} \cdot \frac{1}{b \cdot h} = \frac{h^2}{12}$$

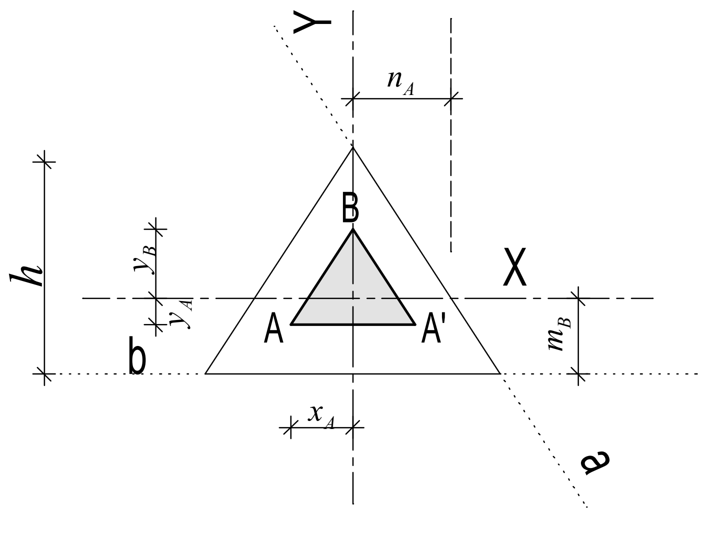
$$i_y^2 = \frac{h \cdot b^3}{12} \cdot \frac{1}{b \cdot h} = \frac{b^2}{12}$$

$$x_A = -\frac{i_y^2}{n_A} = -\frac{b^2}{12} \cdot \frac{2}{b} = -\frac{b}{6}$$

$$y_A = 0$$

$$y_B = -\frac{ix}{m_B} = -\frac{h^2}{12} \cdot \frac{2}{h} = -\frac{h}{6}$$

$$x_B = 0$$



$$x_A = -\frac{i_y^2}{n_A}$$

$$y_A = -\frac{i_x^2}{m_A}$$

$$y_B = -\frac{ix}{m_B}$$

$$x_B = 0$$