

# ÁLTALÁNOS GÉPTAN PÉLDATÁRI I.

Dr. Nagy Géza



**TARTALOMJEGYZÉK**

1	Előszó	
2	I. A gépek veszteségei, hatásfok, fajlagos fogyasztás, gazdasági hatásfok	
22	II. Lendítőkerek	
32	III. A folyamatok mint energiahordozó	
32	III. 1. Hidrosztatika	
55	III. 2. Hidrodinamika	
112	IV. Megoldási vázlat és eredménytár	
121	V. Felhasznált irodalom	

# ELŐSZÓ

A Gépészmérnöki alapismeretek című tantárgy feladata, hogy általános betekintést adjon a műszaki gyakorlat egyes területeire, elősegítse a különféle középiskolai előtanulmányok egységesítését a gépek üzemtani jellemzőinek ismerete és számítás keretében, hozzájáruljon az általános és műszaki intelligencia szélesítéséhez, valamint hozzásegítsen a műszaki gondolkodás elsajátításához.

A példatár közreadásával a Gépészmérnöki alapismeretek tárgyat tanuló hallgatók egyéni tanulását, a tárgy célkitűzéseinek megvalósítását kívánom elősegíteni. A példatár felépítésében és tagolásában követi a tárgy feldolgozásának tematikáját. Minden fejezetben található több részletesen kidolgozott feladat is. Az ezekben alkalmazott módszer és gondolatmenet segítséget ad a fejezet többi példájának megoldásához. Az eredménytárban a feladatok megoldását közlöm az adott esetben szükséges pontossággal, illetve néhány esetben abban megtalálható a megoldási vázlat is. Az ábrákat és diagramokat azonban nem adom meg, a feladat éppen azok önálló megrajzolása.

Remélem, hogy e példatár a gépészmérnök és a gépészeti szakirányú művelődés szakos hallgatók hasznos oktatási segédeszközévé válik.

Debrecen, 1994. október 25.

Dr. Nagy Gábor

I. A GÉPEK VESZTESÉGEI, HATÁSFOK, FAJLAGOS FOGYASZTÁS, GAZDASÁGI HATÁSFOK

Fogalmak, jelölések, mértékegységek

$B_b$	- benzinfogyasztás	[kg.h <sup>-1</sup> ]
$B_{go}$	- gázolajfogyasztás	[kg.h <sup>-1</sup> ]
$B_{sz}$	- szénfogyasztás	[Mg.h <sup>-1</sup> ]
$B_{24}$	- 24 órai tüzelőanyag fogyasztás	[kg]
$B_{0,5}$	- óránkénti tüzelőanyag fogyasztás $x=0,5$	[kg.h <sup>-1</sup> ]
F	- erő (általános)	[N]
$H_b$	- benzin és benzol fűtőértéke	[J.kg <sup>-1</sup> , kJ.kg <sup>-1</sup> , MJ.kg <sup>-1</sup> ]
$H_{gaz}$	- gáz fűtőértéke	[MJ.m <sup>-3</sup> ]
$H_{go}$	- gázolaj fűtőértéke	[kJ.kg <sup>-1</sup> , MJ.kg <sup>-1</sup> ]
$H_{sz}$	- szén fűtőértéke	[J.kg <sup>-1</sup> , MJ.kg <sup>-1</sup> ]
$H_h$	- hibakorlát a gázolaj fűtőértékénél	[kJ.kg <sup>-1</sup> ]
$H_{Pvx}$	- változó veszteség abszolút hibája x terhelésnél	[W, kW]
$H_{Pv}$	- összes veszteség abszolút hibája x terhelésnél	[W, kW]
$H_{Pvo}$	- üresjáratú veszteség abszolút hibája	[W, kW]
$H_{Ph}$	- hasznos teljesítmény abszolút hibája	[W, kW]
$H_{Pb}$	- bevezetett teljesítmény abszolút hibája	[W, kW]
$H_{Pn}$	- névleges teljesítmény abszolút hibája	[W, kW]
$H_x$	- abszolút hiba x terhelési tényezőnél	[%]
$H_{\eta x}$	- hatásfok abszolút hibája x terhelési tényezőnél	[%]
$P_a$	- átlagos teljesítmény	[W, kW]
$P_b$	- bevezetett teljesítmény	[W, kW]
$P_{bo}$	- üresjáratáskor bevezetett teljesítmény	[W, kW]
$P_{bx}$	- bevezetett teljesítmény x terhelési tényezőnél	[W, kW]
$P_h$	- hasznos teljesítmény	[W, kW, MW]
$P_{ho}$	- optimális üzemi ponthoz tartozó teljesítmény	[W, kW]
$P_{hx}$	- hasznos teljesítmény x terhelési tényezőnél	[W, kW]
$P_n$	- hasznos terhelés teljes terhelésnél ( $x=1$ terhelési tényezőnél), névleges terhelés	[W, kW]
$P_t$	- vitzurbina hasznos teljesítménye	[W, kW]
$P_v$	- teljesítményvesztés $x=1$ terhelési tényezőnél	[W, kW]

$P_{vx}$	- állandó teljesítményvesztés x terhelési tényezőnél	[W, kW]
$P_{vx1}$	- névleges terhelésnél (x=1) fellépő állandó veszteség	[W, kW]
$P'_{vx1}$	- x=1 terhelési tényezőnél a változó veszteségek és az állandó veszteségek különbsége ( $P'_{vx1}=P_{vn}-P_{vo}$ )	[W, kW]
$P_{vn}$	- a veszteségek összege x=1 terhelésnél	[W, kW]
$P_{vo}$	- állandó teljesítményvesztés	[W, kW]
T	- hőmérséklet (általánosan)	[K]
V	- térfogat	[m <sup>3</sup> ]
$W_b$	- bevezetett energia	[J, PJ]
$W_e$	- éves energiatermelés	[TW.h]
$W_h$	- hasznosított energia	[MJ, MWh, GW.h, PJ]
$W_t$	- energiatermelés t idő alatt	[GJ]
$b_b$	- fajlagos benzin- és benzolfogyasztás	[kg.kW <sup>-1</sup> .h <sup>-1</sup> ]
$b_{go}$	- fajlagos gázolaj fogyasztás	[kg.kW <sup>-1</sup> .h <sup>-1</sup> ]
$b_{sz}$	- fajlagos szénfogyasztás	[kg.kW <sup>-1</sup> .h <sup>-1</sup> ]
$b_{0,5}$	- fajlagos tüzelőanyag fogyasztás x=0,5 terheléssel	[kg.kW <sup>-1</sup> .h <sup>-1</sup> ]
$c_v$	- víz fajhője	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$hp_b$	- bevezetett teljesítmény relatív hibája	[%]
$hp_n$	- névleges teljesítmény relatív hibája	[%]
$h_x$	- relatív hiba x terhelési tényezőnél	[%]
$h_{\eta x}$	- hatásfok relatív hibája x terhelési tényezőnél	[%]
$m_b$	- benzin- és benzolfogyasztás	[kg]
$m_{go}$	- gázolaj fogyasztás	[kg]
$m_{sz}$	- szénfogyasztás	[kg, Mt]
$m_t$	- gázolajtartály befogadóképességes	[Mg]
$m_v$	- víztömeg	[kg]
s	- út	[m, km]
t	- idő (általánosan)	[s, h]
v	- sebesség	[m.s <sup>-1</sup> , km.h <sup>-1</sup> ]
x	- terhelési tényező	[%]
$x_a$	- átlagos terhelési tényező	[%]
w	- fajlagos hőfogyasztás (energiafogyasztás)	[MJ.kW <sup>-1</sup> .h <sup>-1</sup> ]
$w_{gcs}$	- gépcsoport fajlagos hőfogyasztása	[MJ.kW <sup>-1</sup> .h <sup>-1</sup> ]
$w_m$	- motor fajlagos hőfogyasztása	[MJ.kW <sup>-1</sup> .h <sup>-1</sup> ]

2. Egy  $P_h=200$  kW teljesítményű villamos generátor (teljes terheléssel)  $\eta=90\%$ -os hatásfokkal dolgozik. Hány kW a villamos generátor vesztesége ( $P^v=?$ )?

környezetbe megy át.

E veszteségek a motor belsejében hővé alakulnak át, amely hő a felmelegedett gépből a

$$P^v = P_b - P_h = 35 \text{ kW} - 30 \text{ kW} = 5 \text{ kW}$$

A veszteség nagysága:

$$v = 14,3 \%$$

$$v = 1 - \eta = 1 - 0,857 = 0,143$$

A veszteségtényező:

$$\eta = 85,7 \%$$

$$\eta = \frac{P_h}{P_b} = \frac{30 \text{ kW}}{35 \text{ kW}} = 0,857$$

A villamos motor hatásfoka:

### Kidolgozás:

nagyságot ( $P^v=?$ )!

1. Egy  $P_h=30$  kW teljesítményű villamos motor fogyasztása (teljes terheléskor)  $P_b=35$  kW. Határozzuk meg a motor hatásfokát ( $\eta=?$ ), a veszteségtényezőt ( $v=?$ ) és a veszteség

$P_{go}$	- gázolaj sűrűsége	[kg.dm <sup>-3</sup> ]
$P_b$	- benzin sűrűsége	[kg.dm <sup>-3</sup> ]
$\eta_{0,25}$	- hatásfok $x=0,25$ terhelési tényezőnél	[%]
$\eta_{0,5}$	- hatásfok $x=0,5$ terhelési tényezőnél	[%]
$\eta_1$	- hatásfok teljes (névleges) terhelésnél	[%]
$\eta_x$	- hatásfok $x$ terhelési tényezőnél	[%]
$\eta_{min}$	- legkisebb hatásfok	[%]
$\eta_{max}$	- legnagyobb hatásfok	[%]
$\eta_m$	- mechanikai hatásfok	[%]
$\eta_e$	- évi hatásfok	[%]
$\eta_{gs}$	- gépcsoport hatásfoka	[%]
$\eta_g$	- gázdasági hatásfok	[%]
$\eta_a$	- átlagos hatásfok	[%]
$\eta$	- hatásfok	[%]
$v$	- veszteségtényező	[%]

**Kidolgozás:**

A gép hajtásához szükséges mechanikai teljesítmény:

$$P_b = \frac{P_h}{\eta} = \frac{200 \text{ kW}}{0,9} \approx 222 \text{ kW}.$$

A teljesítményvesztés:

$$P_v = P_b - P_h = 222 \text{ kW} - 200 \text{ kW} = 22 \text{ kW}.$$

3.  $m_v = 3 \text{ kg}$  tömegű,  $T_1 = 288 \text{ K}$  hőmérsékletű vizet  $T_2 = 373 \text{ K}$  hőmérsékletre melegítünk

a./ Mennyi szén kell ehhez eltüzelnünk, ha a szén fűtőértéke  $H_{sz} = 1,4 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$  és a melegítés  $\eta = 35\%$  hatásfokú ( $m_{sz} = ?$ )?

b./ A melegítés  $t = 10$  percig tartott. Mekkora a hasznos ( $P_h = ?$ ) és a befektetett ( $P_b = ?$ ) teljesítmény?

**Kidolgozás:**

A víz fajhője:  $c_v = 4183 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$

a./ A hasznos munkavégzés:

$$W_h = c_v \cdot m_v \cdot (T_2 - T_1) = 4183 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)} \cdot 3 \text{ kg} \cdot (373 - 288) \text{ K} = 1,066 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

A befektetett munka:

$$W_b = m_{sz} \cdot H_{sz}.$$

A hatásfok:

$$\eta = \frac{W_h}{W_b} = \frac{W_h}{m_{sz} \cdot H_{sz}},$$

ebből

$$m_{sz} = \frac{W_h}{\eta \cdot H_{sz}} = \frac{1,066 \cdot 10^6 \text{ J}}{0,35 \cdot 1,4 \cdot 10^7 \text{ J/kg}} = 2,18 \text{ kg}.$$

b./ A hasznos teljesítmény:

$$P_h = \frac{W_h}{t} = \frac{1,066 \cdot 10^6 \text{ J}}{6 \cdot 10^2} = 1776 \text{ W}.$$

A befektetett teljesítmény:

$$P_b = \frac{m_{sz} \cdot H_{sz}}{t} = \frac{2,18 \text{ kg} \cdot 1,4 \cdot 10^7 \text{ J/kg}}{600} = 50\,866 \text{ W}.$$

4. Egy  $P_h = 120 \text{ kW}$ -os dízelmotor  $t = 12$  órás üzeme alatt  $m_{go} = 280 \text{ kg}$  gázolajat fogyaszt, amelynek fűtőértéke  $H_{go} = 42 \text{ MJ/kg}$ . Az üzemidő alatt összesen  $W_t = 3,5 \text{ GJ}$  munkát szolgáltat.

a./ Mekkora a motor átlagos hasznos teljesítménye és terhelése ( $P_a = ?$ ,  $x_a = ?$ )?

b./ Mekkora a fajlagos hőfogyasztása és átlagos hatásfoka ( $w = ?$ ,  $\eta_a = ?$ )?

5. Egy  $P_h = 7$  kW hasznos teljesítményű ventilátor dízelmotor hajt. A ventilátor hatásfoka  $\eta = 78\%$ . A dízelmotor üzemanyag fogyasztása  $B_{go} = 2,6$  kg/h  $H_{go} = 43\,000$  kJ/kg tüdőértékű gázolaj.

a./ Mekkora a motor fajlagos gázolaj fogyasztása ( $b_{go} = ?$ )?

b./ Mekkora a motor fajlagos hőfogyasztása ( $w = ?$ )?

c./ Mennyi a motor ( $\eta_m = ?$ ) és a gépcsoport hatásfoka ( $\eta_{gcs} = ?$ )?

6. A dízelmotor legnagyobb hatásfoka teljes terhelésnél ( $x=1$ )  $\eta_{max} = 35\%$ . A gázolaj (dízelolaj, nyersolaj) tüdőértéke  $H_{go} = 42$  MJ/kg.

Mennyi a fajlagos üzemanyagfogyasztás ( $b_{go} = ?$ )?

**Kidolgozás:**

A fajlagos hőfogyasztás:

$$w = \frac{3,6 \text{ MJ} / (\text{kW} \cdot \text{h})}{0,35} = \frac{10,3 \text{ MJ} / (\text{kW} \cdot \text{h})}{0,35}$$

$$b_{go} = \frac{H_{go}}{w} = \frac{42 \text{ MJ} / \text{kg}}{10,3 \text{ MJ} / (\text{kW} \cdot \text{h})} = 0,245 \text{ kg} / (\text{kW} \cdot \text{h}),$$

7. Egy  $P_h = 90$  kW-os dízelmotor a  $H_{go} = 40\,000$  kJ/kg tüdőértékű gázolajból  $t = 12$  óras üzem alatt  $m_{go} = 200$  kg-ot fogyaszt, ekközben  $W_h = 2100$  MJ munkát végez.

a./ Mekkora a motor átlagos terhelése ( $x_a = ?$ )?

b./ Mekkora a motor átlagos hatásfoka ( $\eta_a = ?$ )?

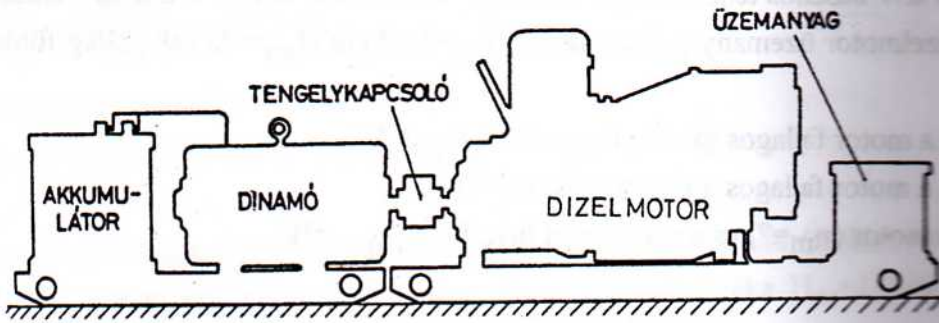
8. Az áramfejlesztő telepre kapcsolt akkumulátor töltéséhez  $P_h = 8$  kW teljesítmény szükséges. Az akkumulátor töltő dinamó hatásfoka  $\eta = 84\%$ . A dinamó  $b_{go} = 0,31 \pm 0,01$  kg/(kW.h) fajlagos fogyasztású dízelmotor hajtja. A gázolaj tüdőértéke  $H_{go} = 38$  MJ/kg. A gépcsoport vezérlata az 1. ábrán látható. A hajtómű veszteségei elhanyagolhatók.

a./ Mennyi a gépcsoport összehatófoka ( $\eta_{gcs} = ?$ )?

b./ Mennyi olajat fogyaszt a gépcsoport 24 óra alatt ( $B_{24} = ?$ )?

b./ Milyen abszolút hibakorlátal kell ismerni a tüdőértéket ( $H_h = ?$ ), ha a motor hatásfokát ( $\eta_m$ ) 1,5 % abszolút hibakorlátal kívánjuk meghatározni?





1. ábra

9.  $\eta=31\%$  hatásfokú benzinmotor fajlagos fogyasztása  $b_b=0,28 \text{ kg/(kW}\cdot\text{h)}$ .

Mennyi a benzin fűtőértéke ( $H_b=?$ )?

**Kidolgozás:**

A fajlagos hőfogyasztás:

$$w = \frac{1}{\eta} = b_b \cdot H_b.$$

$$\text{Ebből: } H_b = \frac{1}{b_b \cdot \eta}$$

Behelyettesítve:

$$H_b = \frac{1}{0,28 \text{ kg/(kW}\cdot\text{h)} \cdot 0,31} = 11,52 \frac{\text{kW}\cdot\text{h}}{\text{kg}},$$

de a mértékegység nem a szokásos alakú. A  $3,6 \frac{\text{MJ}}{\text{kW}\cdot\text{h}}$  váltószámmal átváltva a

$H_b$  mértékegységét végül:

$$H_b = 11,52 \frac{\text{kW}\cdot\text{h}}{\text{kg}} \cdot 3,6 \frac{\text{MJ}}{\text{kW}\cdot\text{h}} = 41,5 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}.$$

10. A 2. ábra egy  $P_n=50 \text{ kW}$  teljesítményű benzinmotor üzemanyag fogyasztásának görbét ábrázolja. Az óránkénti fogyasztás teljes terhelésnél ( $x=1$ )  $B_b=17 \text{ kg/h}$ . A benzin fűtőértéke  $H_b=41 \text{ MJ/kg}$ .

a./ Határozza meg a motor hatásfokát teljes terhelésnél ( $\eta=?$ )!

b./ Állapítsa meg a motor fajlagos fogyasztását félterhelésnél ( $x=0,5$ ), ha ekkor a gép fogyasztása  $B_{0,5}=11 \text{ kg/h}$  ( $b_{0,5}=?$ )

c./ Mekkora a motor hatásfoka ( $\eta = ?$ )?

b./ Mekkora a fajlagos hőfogyasztás ( $w = ?$ ), ha a benzin fűtőértéke  $H_p = 42 \text{ MJ/kg}$ ?

egyenletes sebességgel halad?

a./ Mekkora a motor fajlagos üzemanyag-fogyasztása ( $b_p = ?$ ), ha a gépkocsi  $v = 80 \text{ km/h}$

benzin  $s = 100 \text{ km}$  út megtétele során.

13. Egy gépkocsi motorja  $P_h = 22 \text{ kW}$  teljesítményt ad le. A gépkocsi fogyasztása  $m_p = 8 \text{ kg}$

fűtőértéke  $H_p = 4,3 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$ , a sűrűsége  $\rho_p = 0,8 \text{ kg/dm}^3$  ( $V = ?$ )?

b./ Hány liter benzint fogyaszt  $s = 100 \text{ km}$  úton, ha a motor hatásfoka  $\eta = 20\%$ , a benzin

a./ Hány  $\text{km/h}$  a haladási sebesség, ha a vonóerő  $F = 400 \text{ N}$  ( $v = ?$ )?

12. Az allandó sebességgel haladó gépkocsi motorja  $P_h = 7,5 \text{ kW}$  teljesítményt fejt ki.

d./ Mennyi a gépcsoport hatásfoka ( $\eta_{gcs} = ?$ )?

c./ Mennyi a motor hatásfoka ( $\eta_m = ?$ )?

b./ Mekkora a motor fajlagos hőfogyasztása ( $w_m = ?$ )?

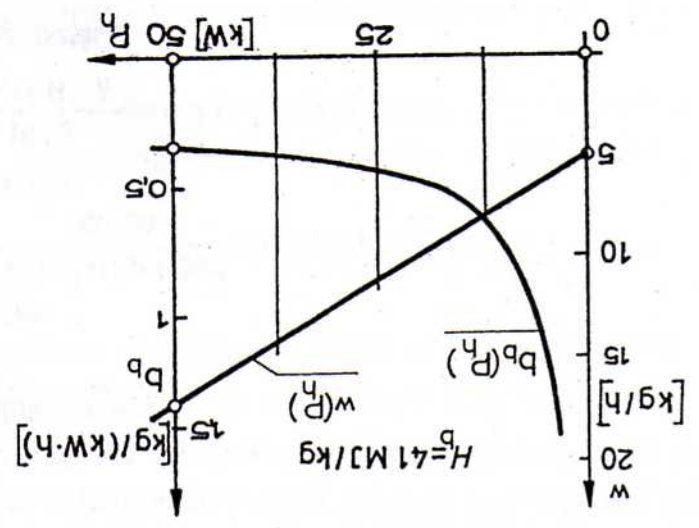
a./ Mekkora a gépcsoport fajlagos hőfogyasztása ( $w_{gcs} = ?$ )?

terhelés esetén.

fogyasztása  $V = 0,4 \text{ m}^3$   $H_{gáz} = 31 \text{ MJ/m}^3$  fűtőértékű gáz, 1 kilowattóra villamosenergia-

11. Egy földgázmotor villamos generátort hajt, amelynek hatásfoka  $\eta = 96\%$ . A motor

2. ábra



14. A személygépkocsi  $v=100$  km/h sebességnél  $V=10$  liter ( $\text{dm}^3$ ) **benzint fogyaszt**  $s=100$  km-ként. A kocsi teljesítménye ilyenkor  $P_h=33,1$  kW, a benzin **fűtőértéke**  $H_b=4,19 \cdot 10^4$  kJ/kg. A benzin sűrűsége:  $\rho_b \approx 1$  kg/ $\text{dm}^3$ . Mennyi a kocsi fajlagos **hőfogyasztása** ( $w=?$ ) és gazdasági hatásfoka ( $\eta_g=?$ )?

**Kidolgozás:**

A kocsi fogyasztása:

$$B_b = \frac{V \cdot \rho_b}{s} = \frac{10 \text{ dm}^3 \cdot 1 \text{ kg} / \text{dm}^3}{100 \text{ km}} \cdot 100 \text{ km} / \text{h} = 10 \text{ kg} / \text{h}.$$

A fajlagos fogyasztás:

$$b_b = \frac{B_b}{P_h} = \frac{10 \text{ kg}}{33,1 \text{ kW} \cdot \text{h}} = 0,302 \text{ kg} / (\text{kW} \cdot \text{h}).$$

A fajlagos hőfogyasztás:

$$w = b_b \cdot H_b = 0,302 \text{ kg} / (\text{kW} \cdot \text{h}) \cdot 4,19 \cdot 10^4 \text{ kJ} / \text{kg} = 1,27 \cdot 10^4 \text{ kJ} / (\text{kW} \cdot \text{h}) = 12,7 \text{ MJ} / (\text{kW} \cdot \text{h}).$$

A gazdasági hatásfok:

$$\eta_g = \frac{3,6 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kW}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}}{w(\text{kJ} \cdot \text{kW}^{-1} \cdot \text{h}^{-1})} = \frac{3,6 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kW}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}}{1,268 \text{ kJ} \cdot \text{kW}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}} = 0,284 = \mathbf{28,4 \%}.$$

15. Egy gőzmozdony egyenletes terhelés közben óránként ( $t=3600$  s)  **$m_{sz}=2200$  kg szén** elégetésével  $P_h=1,8$  MW teljesítményt fejt ki. A szén **fűtőértéke**  $H_{sz}=3 \cdot 10^7$  J/kg.

Mekkora a mozdony teljes hatásfoka ( $\eta=?$ )?

**Kidolgozás:**

A befektetett energia:

$$W_b = m_{sz} \cdot H_{sz} = 2,2 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 3 \cdot 10^7 \text{ J/kg} = 6,6 \cdot 10^{10} \text{ J}.$$

A hasznos munkavégzés:

$$W_h = P_h \cdot t = 1,8 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot 3,6 \cdot 10^3 \text{ s} = 6,48 \cdot 10^9 \text{ J}.$$

A hatásfok:

$$\eta = \frac{W_h}{W_b} = \frac{6,48 \cdot 10^9 \text{ J}}{6,6 \cdot 10^{10} \text{ J}} = 0,0982 = \mathbf{9,82 \%}.$$

16. Egy vasúti dízelmozdony névleges hasznos teljesítménye  $P_h=442$  kW. A **mozdony**  $v=35$  km/h átlagos sebességgel jár, átlagos fajlagos üzemanyag-fogyasztása **akkor**  $b_{go}=0,274$  kg/(kW.h),  $x_a=0,63$  átlagos terhelés mellett.

a./ Megfelel-e a mozdony  $m_t=1$  Mg befogadóképességű gázolajtartálya a **nemzetközi** előírásoknak, amely szerint  $s=600$  km útra elegendő üzemanyagot **kell a mozdony** tartályainak befogadniuk?

b /  $H_{go} = 44 \text{ MJ/kg}$  tüdőértékű gázolaj esetén a fenti terheles mellett mekkora a fajlagos hőfogyasztás ( $w = ?$ )?

17. Egy olajtűzelésű mozdony  $P_h = 750 \text{ kW}$  átlagos hasznos teljesítménnyel dolgozik. Hány liter nyersolajat fogyaszt óránként, ha az égéskor felszabaduló energiának csak 15 %-át hasznosítja ( $V = ?$ )?

A nyersolaj tüdőértéke  $H_{go} = 43,10^7 \text{ J/kg}$ , a sűrűsége  $\rho_{go} = 0,85 \text{ kg/dm}^3$ .

18. Egy személyszállító repülőgép motorjának teljesítménye  $P_h = 500 \text{ kW}$ , a hatásfoka  $\eta = 25$  %. Mennyi benzint fogyaszt óránként, ha a benzol tüdőértéke  $H_p = 4,10^7 \text{ J/kg}$  ( $m_p = ?$ )?

19. Egy villamos erőmű egyévi energiatermelése  $W_e = 1,75 \text{ TW}\cdot\text{h}$  (terawattóra), az évi szénfogyasztás  $m_{sz} = 2,10 \text{ Mt}$ . A szén tüdőértéke:  $H_{sz} = 13,4 \text{ MJ/kg}$ .

a / Mekkora az erőmű évi hatásfoka ( $\eta_e = ?$ )?

b / Mekkora a fajlagos üzemanyag- és hőfogyasztása (energiafogyasztása) a szokásos mértékegységekkel ( $b_{sz} = ?$ ,  $w = ?$ )?

20. Egy villamos erőmű gazdasági hatásfoka  $\eta_g = 18$  %. Az erőmű teljesítménye  $P_h = 150 \text{ MW}$ , az eltüzelt szén tüdőértéke  $H_{sz} = 14,66 \text{ MJ/kg}$ .  
Mennyi az erőmű fogyasztása ( $B_{sz} = ?$ )?

**Kidolgozás:**

A fajlagos hőfogyasztás:

$$w = \frac{\eta_g}{3,6 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kW}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}} = \frac{0,18}{20 \text{ MJ} \cdot \text{kW}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}}$$

A fajlagos fogyasztás:

$$b_{sz} = \frac{w}{H_{sz}} = \frac{20 \text{ MJ} \cdot \text{kW}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}}{14,66 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}} = 1,363 \text{ kg} \cdot \text{kW}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}, \text{ vagy}$$

$$b_{sz} = 1,363 \text{ Mg} \cdot \text{MW}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}$$

Ebből a fogyasztás:

$$B_{sz} = b_{sz} \cdot P_h = 1,363 \text{ Mg} \cdot \text{MW}^{-1} \cdot \text{h}^{-1} \cdot 150 \text{ MW} = 204,5 \text{ Mg} \cdot \text{h}^{-1}$$

21. Egy villamos erőmű egyévi energiatermelése  $W_h = 1750 \text{ GW}\cdot\text{h}$ . Az évi szénfogyasztása  $m_{sz} = 2,1 \text{ Mt}$  szén. A szén tüdőértéke  $H_{sz} = 13,4 \text{ MJ/kg}$ .  
Mennyi az erőmű évi hatásfoka ( $\eta_e = ?$ )?

**Kidolgozás:**

A bevezetett energia:

$$W_p = m_{sz} \cdot H_{sz} = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot 13,4 \cdot 10^6 \text{ J/kg} = 28,14 \cdot 10^{15} \text{ J} = 28,14 \text{ PJ} \text{ (petajoule)}$$

A hasznosított energia:

$$W_h = 1,75 \cdot 10^{12} \text{ W.h} = 1,75 \cdot 10^{12} \text{ W.h} \cdot 3,6 \cdot 10^3 \text{ J/(W.h)} = 6,3 \cdot 10^{15} \text{ J} = 6,3 \text{ PJ.}$$

Az erőmű évi hatásfoka:

$$\eta_e = \frac{W_h}{W_b} = \frac{6,3 \text{ PJ}}{28,14 \text{ PJ}} = 0,224$$

$$\eta_e = 22,4 \%$$

22. Egy  $P_h = 210 \text{ MW}$  hasznos teljesítményű villamos erőmű  $t = 24$  órai fogyasztása  $B_{24} = 4100 \text{ Mg}$ ,  $H_{sz} = 17 \text{ MJ/kg}$  fűtőértékű barnaszén.  
Mennyi az erőmű hatásfoka ( $\eta = ?$ )?

23. Egy  $P_h = 180 \text{ kW}$  hasznos teljesítményű hőerőmű napi tüzelőanyag-fogyasztása  $m_{sz} = 1400 \text{ Mg}$ ,  $H_{sz} = 46 \text{ MJ/kg}$  fűtőértékű földgáz.

a./ Mennyi az erőmű fajlagos fogyasztása ( $b_{sz} = ?$ ) és fajlagos hőfogyasztása ( $w = ?$ )?

b./ Mennyi az erőmű átlagos hatásfoka ( $\eta_a = ?$ )?

24. Egy hőerőmű hatásfoka a 3. ábra szerint a gőzkazán, a gőzturbina, a közlőmű és a villamos generátor hatásfokainak szorzatából számítható. Az energiaábrába bejegyzett százalékok az üzemanyag mennyiségére vonatkoznak, és csak tájékoztató átlagértékek. Az energiaveszteségek elemzése arra az eredményre vezet, hogy a fogyasztott szén fűtőértékének legnagyobb részét a távozó, ún. fáradtgőz viszi magával.

Az energiaábra szerint a hőerőmű hatásfoka teljes terheléssel ( $x=1$ )  $\eta = 19\%$ . A szén fűtőértéke  $H_{sz} = 160 \text{ MJ/kg}$ . Mennyi a villamos energia egységére vonatkoztatott szénfogyasztás ( $b_{sz} = ?$ )?

**Kidolgozás:**

A villamos energia egységére vonatkoztatott hőfogyasztás:

$$w = \frac{3,6 \text{ MJ/(kW} \cdot \text{h)}}{\eta} = \frac{3,6 \text{ MJ/(kW} \cdot \text{h)}}{0,19} = 18,9 \text{ MJ/(kW} \cdot \text{h)}.$$

A fajlagos szénfogyasztás:

$$b_{sz} = \frac{w}{H_{sz}} = \frac{18,9 \text{ MJ/(kW} \cdot \text{h)}}{16,0 \text{ MJ/kg}} = 1,18 \text{ kg/(kW} \cdot \text{h)}.$$

hanyagadosával. Most celszerűbb az utóbbi értelmezésből kiindulni:

hanyagadosa. Másképp megfogalmazva egyenlő a hasznos ( $W_h$ ) és a bevezetett munka ( $W_p$ )

**Kidolgozás:**

Mennyi a generátor átlagos hatásfoka ( $\eta_g=?$ )?

$t_3=420$  órán át  $P_{t3}=27,5$  MW teljesítményt ad le.

27. A vízierőmű generátora egy hónap alatt  $W_h=18000$  MW.h villamos energiát termel. A generátort hajtó vízturbina  $t_1=100$  órán át  $P_{t1}=27$  MW,  $t_2=200$  órán át  $P_{t2}=28,2$  MW és

( $P_t=?$ )?

az e terhelésnél  $\eta_x=96\%$  hatásfokkal járó generátorral járó vízturbina hasznos teljesítménye

b./Mennyi az  $x=82\%$ -os terheléssel járó gépcsoport hasznos teljesítménye ( $P_{hx}=?$ ). Mennyi

a./Mennyi a gépcsoport terhelése ( $x=?$ )?

$P_{hx}=17,5$  MW teljesítményt ad a villamos hálózatnak.

26. A  $P_n=24$  MW-os vízturbínából és villamos generátorból álló vízierőművi gépcsoport

b./Mekkora a gép napi átlagos hatásfoka ( $\eta_g=?$ )?

a./Mekkora a gép napi átlagos terhelése ( $x_g=?$ )?

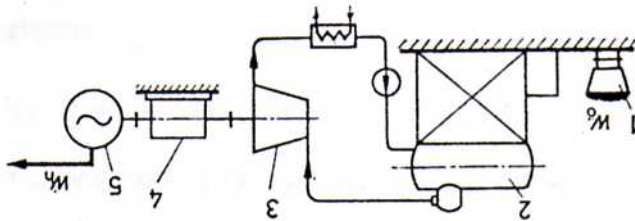
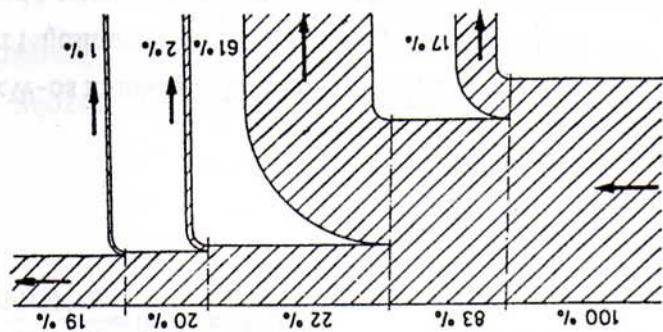
$x_3=30\%$ -os terheléssel jár, a hatásfoka  $\eta_3=56\%$ .

$\eta_1=78\%$ ,  $t_2=3$  órán át  $x_2=80\%$ -os terheléssel jár, a hatásfoka  $\eta_2=76\%$ ,  $t_3=1$  órán át

25. Egy erőgép naponta  $t_1=4$  órán át teljes terheléssel ( $x_1=100\%$ ) jár, a hatásfoka ekkor

**3. ábra**

1 tüzelőanyag; 2 kazán; 3 gőzturbina; 4 közlőmű; 5 villamos generátor



$$\eta_a = \frac{W_h}{W_b}$$

A generátorba bevezetett munka azonos a vízturbina által egy hónap alatt leadott összes hasznos munkával :

$$W_b = \sum_{i=1}^3 P_{ti} \cdot t_i = 27 MW \cdot 100h + 28,2 MW \cdot 200h + 27,5 MW \cdot 420h = 19\,890 MW \cdot h.$$

Behelyettesítve a fenti képletbe:

$$\eta_a = \frac{W_h}{W_b} = \frac{18\,000 MW \cdot h}{19\,890 MW \cdot h} = 0,905 = 90,5 \%$$

28.  $P_n = (25 \pm 0,2) kW$ -os munkagép hatásfoka  $x = (70 \pm 1)\%$  terhelésnél  $\eta_x = (76 \pm 1)\%$ .

A géphe bevezetett teljesítmény üresjáráskor  $P_{b0} = (2,1 \pm 0,1) kW$ .

a./ Mennyi az állandó veszteség ( $P_{v0} = ?$ ), az adott terheléshez tartozó hasznos teljesítmény ( $P_{hx} = ?$ ) és változó veszteség ( $P_{vx} = ?$ )?

b./ Mennyi a változó veszteség abszolút hibája ( $H_{p_{vx}} = ?$ )?

**Kidolgozás:**

A  $P_n = (25 \pm 0,2) kW$  névleges teljesítmény relatív hibája:

$$h_{P_n} = \frac{H_{P_n}}{P_n} = \frac{0,2 kW}{25 kW} = 0,0080,$$

az  $x = (70 \pm 1)\%$  terhelési tényező relatív hibája :

$$h_x = \frac{H_x}{x} = \frac{1\%}{70\%} = 0,0143,$$

az  $H_{\eta_x} = (76 \pm 1)\%$  hatásfok relatív hibája :

$$h_{\eta_x} = \frac{H_{\eta_x}}{\eta_x} = \frac{1\%}{76\%} = 0,0132$$

a./ Az állandó veszteség egyenlő az üresjáráskor bevezetett teljesítménnyel:

$$P_{v0} = P_{b0} = 2,1 kW.$$

A hasznos teljesítmény:

$$P_{hx} = x \cdot P_n = 0,725 kW = 17,5 kW.$$

Az összes veszteség az x terhelésnél:

$$P_v = P_{bx} - P_{hx} = \frac{x \cdot P_n}{\eta_x} - x \cdot P_n = \frac{0,7 \cdot 25 kW}{0,76} - 0,7 \cdot 25 kW = 5,5 kW.$$

A változó veszteség az x terhelésnél az állandó és az üresjárási veszteség különbsége:

$$P_{vx} = P_v - P_{v0} = 5,5 kW - 2,1 kW = 3,4 kW.$$

b./ Az x terhelésnél fellepő változó veszteség abszolút hibája az x terhelésnél fellepő összes veszteség és az üresjárási veszteség abszolút hibájának összege (összeadásnál és kivonásnál

az abszolút hibák összegződnek):

$$H^{P_{vx}} = H^{P_v} + H^{P_{v0}}$$

Az összes veszteség abszolút hibája a bevezetett teljesítmény és a hasznos teljesítmény

abszolút hibájának összegeként adódik:

$$H^{P_v} = H^{P_b} + H^{P_h}$$

A bevezetett teljesítményt

$$P_b = \frac{x \cdot P_n}{\eta_x}$$

összefüggés alapján nyertük. Így a bevezetett teljesítmény abszolút hibája a terhelési tényező, a névleges teljesítmény és a hatásfok relatív hibáinak összegéből számolható (a

relatív hibák a szorzás és osztás műveletekkel összegződnek).

$$H^{P_b} = H^{P_b} \cdot P_b = (h^{P_b} + h_x + h_\eta) P_b = \left( \frac{0,2kW}{1\%} + \frac{70\%}{1\%} + \frac{76\%}{1\%} \right) 23kW = 0,81 kW.$$

Hasonlóan számolhatjuk a hasznos teljesítmény abszolút hibáját :

$$H^{P_n} = h^{P_h} \cdot P_h = h^{P_h} (x \cdot P_n) = (h_x + h^{P_n}) (x \cdot P_n) = \left( \frac{1\%}{0,2kW} + \frac{70\%}{25kW} \right) \cdot 17,5kW = 0,385 kW.$$

A változó veszteség abszolút hibája :

$$H^{P_{vx}} = H^{P_v} + H^{P_{v0}} = H^{P_b} + H^{P_n} + H^{P_{v0}} = 0,80kW + 0,385kW + 0,1kW = \pm 1,3 kW.$$

29. Egy munkagép

$$t_1 = 4 \text{ óran át}$$

$$P_{h1} = 7,2 \text{ kW,}$$

$$t_2 = 3 \text{ óran át}$$

$$P_{h2} = 6,5 \text{ kW és}$$

$$t_3 = 1 \text{ óran át}$$

$$P_{h3} = 2,1 \text{ kW hasznos teljesítményt fejt ki.}$$

Mekkora a  $P_n = 7kW$  névleges teljesítményű munkagép közepes terhelése ( $x_g = ?$ )?

30. Egy munkagép periodikusán mindig egyforma munkafolyamatokat ismétel, amelyek időtartama  $t_1 = 40$  min. A gép munkaképes közben  $P_h = 8$  kW teljesítményt vesz fel. A munkafolyamatok között  $P_{v0} = 1,3$  kW teljesítmény-felvétel mellett üresjáratban jár a gép, miközben munkadarabot cserélnék.

a./ Hány perc alatt kell a munkadarab cseréjét elvégezni ahhoz, hogy a munkagéppel egy

minimális  $\eta_{min} = 75\%$ -os átlagos hatásfokot elérjük ( $t_2 = ?$ )?

Munkaképes közben a hatásfok  $\eta_m = 79\%$ .

b./ Mekkora a munkagép átlagos terhelése, ha a munkadarab cseréjét sikerül  $t_3 = 10$  min alatt elvégezni ( $x_g = ?$ )?



31. Egy villamos generátor hatásfokát a leadott villamos teljesítmény függvényében mérésrel határozták meg. Teljes terheléskor a hasznos teljesítmény  $P_h=380$  kW, a hatásfok  $\eta=95$  % volt,  $P_{hx}=200$  kW-os leadott teljesítmény mellett ugyancsak  $\eta_x=95$  %-os hatásfokot mértek.

Mekkora az üresjárási veszteség ( $P_{v0}=?$ ) és mekkora a változó veszteség teljes terheléskor ( $P_{vx}=?$ )?

32. Egy villamos motor bevezetett teljesítménye teljes terhelésnél  $P_b=37,9$  kW, az üresjáráti vesztesége  $P_{b0}=1,4$  kW, a változó vesztesége teljes terheléskor  $P_{vx}=2,5$  kW.

a./ Mekkora a motor hatásfoka  $x=0,25$ ;  $0,50$ ;  $0,75$  és  $1$  terhelésnél. A 4. ábra táblázata szerint számoljon!

b./ Rajzolja meg a hatásfok-terhelés diagramot [ $\eta=f(x)$ ]!

x	$x^2$	$P_{v0}$	$P_{vx}=x^2 \cdot P_{vx1}$	$P_v=P_{v0}+P_{vx}$	$P_h=x \cdot P_{h1}$	$P_b=P_h+P_v$	$\eta=\frac{P_h}{P_b}$
-	-	kW	kW	kW	kW	kW	%

4. ábra

33. Egy villamos motor hatásfoka teljes terhelésnél  $\eta=88$  %, a hasznos teljesítménye ekkor  $P_h=41$  kW. A teljesítményvesztés változó része teljes terhelésnél  $P_{vx}=3,9$  kW.

a./ Rajzolja meg a gép veszteségeinek változását a terhelés függvényében [ $P_v=f(x)$ ] 10 %/cm terhelés- illetve 0,5 kW/cm teljesítményvesztés- lépték felhasználásával!

b./ A diagram alapján mekkora terhelés esetén maximális a hatásfok ( $\eta_{max}=?$ )?

34. Egy villamos motor teljesítményfelvétele a leadott teljesítmény függvényében:

$$P_b=1,8 \text{ kW} + P_h + 0,0025 \frac{1}{\text{kW}} P_h^2.$$

A  $P_b-P_h$  függvény grafikonja alapján határozza meg az optimális üzemi ponthoz tartozó hasznos teljesítményt ( $P_{h0}=?$ ), és számítsa ki a maximális hatásfokot ( $\eta_{max}=?$ )! (A függvénygrafikon megrajzolásához néhány pontban számítson  $P_h-P_b$  értékeket a  $0 \leq P_h \leq 45$  kW tartományban.) A koordináta-rendszer mindkét tengelyén a teljesítménylépték 5 kW/cm legyen!

35. Egy  $P_h=20$  kW-os villamos motor mérésrel felvett hatásfok-terhelés [ $\eta=f(x)$ ] jelleggörbét tartalmazza az 5. ábra. A mérés egyéb adatai nem állnak rendelkezésre.

a./ Rajzolja meg a teljesítményvesztéseket a hasznos teljesítmény függvényében [ $P_{vx}=f(P_{hx})$ ]!

b./ Mennyi a  $P_h=0$  hasznos teljesítménynél kiolvasható üresjárási veszteség ( $P_{v0}=?$ )?

$$P_{vn} = \frac{P_n}{\eta} - P_n = \frac{1}{1-\eta} P_n - P_n = \frac{\eta}{1-\eta} P_n = \frac{0,7}{1-0,7} \cdot 40 \text{ kW} = 17,2 \text{ kW}$$

A veszteségek összege  $x=1$  terhelés esetén:

**Megoldás:**

Táblázatos formában számoljon!

a./Határozza meg a gép hatásfokát  $x=0,25; 0,5; 0,75$  és  $1$  terhelésnél!

lineárisan változónak tekinthető.

Az emelőgép állandó vesztesége  $P_{vo}=5,2 \text{ kW}$ , a  $P_{vo}$  változó veszteség a terheléssel  $\eta=70\%$ .

37. Egy emelőgép hasznos teljesítménye teljes terhelésnél  $P_n=40 \text{ kW}$ , hatásfoka pedig

Javasolt lépések az abszcissza-tengelyen  $2 \text{ kW/cm}$ , az ordináta-tengelyen  $10\%/cm$ .

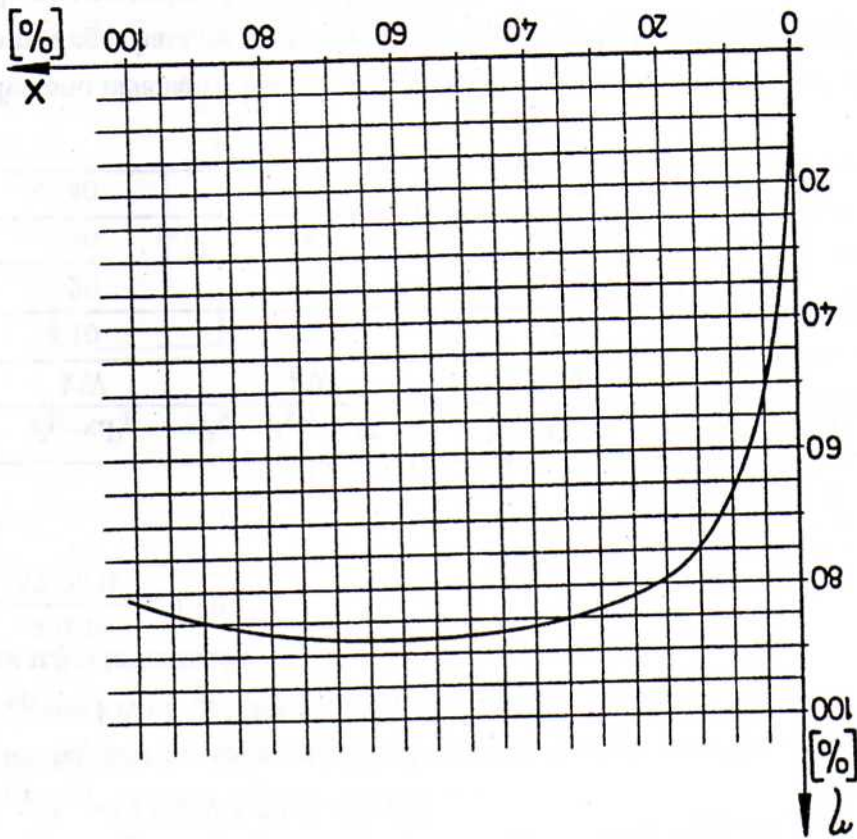
$[\eta=f(P_n)]!$

Ábrázolja a gép hatásfokát a leadott teljesítmény függvényében táblázatos számolás alapján

akkor  $P_b=24 \text{ kW}$ , az üresjáratú vesztesége  $P_{vo}=1,9 \text{ kW}$ .

36. Egy emelőgép legnagyobb leadott teljesítménye  $P_n=18 \text{ kW}$ , a felvett teljesítménye

5. ábra



A változó veszteség a terheléssel arányos, azaz  $P_{vx} = x \cdot P'_{vx1}$ , ahol

$$P'_{vx1} = P_{vn} - P_{vo} = 17,2 \text{ kW} - 5,2 \text{ kW} = 12 \text{ kW}.$$

A bevezetett teljesítmény teljes terhelésnél:

$$P_b = P_n + P_{vn} = 40 \text{ kW} + 17,2 \text{ kW} = 57,2 \text{ kW}.$$

A hatásfok teljes terhelésnél:

$$\eta = \frac{P_n}{P_b} = \frac{40 \text{ kW}}{57,2 \text{ kW}} = 0,70$$

$$\eta = 70\%.$$

x	$P_h = x \cdot P_n$	$P_{vx} = P_{vo} + x \cdot P'_{vx1}$	$P_b = P_h + P_{vx}$	$\eta = P_h / P_b \cdot 100$
-	kW	kW	kW	%
0,25	10	8,2	18,2	55
0,50	20	11,2	31,2	64
0,75	30	14,2	44,2	68
1,00	40	17,2	57,2	70

38. Egy felvonó pillanatnyi hasznos teljesítménye  $P_{hx} = 4 \text{ kW}$ , a hatásfoka ekkor  $\eta_x = 66 \%$ .

A felvonó névleges hasznos teljesítménye  $P_h = P_n = 6,4 \text{ kW}$ , az üresjáratú vesztesége  $P_{vo} = 0,8 \text{ kW}$ . A változó veszteség a terheléssel arányos.

a./ Mennyi a változó veszteség teljes terheléskor ( $P_{vx1} = ?$ )?

b./ Mennyi a hatásfok teljes terheléskor ( $\eta_1 = ?$ )?

c./ Mennyi a hatásfok negyed- és félterhelésnél ( $\eta_{0,25} = ?$ ,  $\eta_{0,5} = ?$ )?

**Kidolgozás:**

a./ A pillanatnyi x terhelésnél a felvonóba bevezetett teljesítmény:

$$P_{bx} = \frac{P_{hx}}{\eta_x} = \frac{4 \text{ kW}}{0,66} = 6,06 \text{ kW}.$$

Az összes veszteség az x terhelésnél a bevezetett és a hasznos teljesítmény különbsége (6. ábra):

$$P_v = P_{bx} - P_{hx} = 6,06 \text{ kW} - 4 \text{ kW} = 2,06 \text{ kW}.$$

Az összes veszteség az üresjáratú (terheléstől független) és egy változó (terheléstől függő) veszteség összege:

$$P_v = P_{vo} + P_{vx}.$$

A változó veszteség az x terhelési tényezőnél:

$$P_{vx} = P_v - P_{vo} = 2,06 \text{ kW} - 0,8 \text{ kW} = 1,26 \text{ kW}.$$

Az x terhelési tényező a pillanatnyi hasznos teljesítmény és a névleges teljesítmény hányadosa:

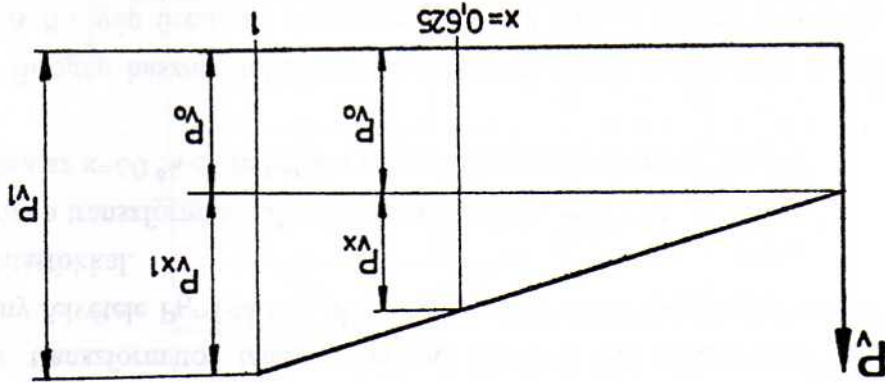
$$x = \frac{P_{hx}}{P_n} = \frac{4kW}{6,4kW} = 0,625.$$

A mechanikai elven működő gépek veszteségei általában egyenesen arányosak a terheléssel (6. ábra). A névleges terhelésnél fellépő változó veszteségből a pillanatnyi terhelésnél fellépő változó veszteség az x terhelési tényező segítségével határozható meg:

$$P_{vx} = x \cdot P_{vx1}.$$

ebből a változó veszteség teljes terheléskor:

$$P_{vx1} = \frac{P_{ix}}{x} = \frac{1,26kW}{0,625} = 2,02 kW.$$



6. ábra

b / A hatások teljes terheléskor a névleges és a teljes terhelésnél bevezetett teljesítmények

hányadosaként számolható:

$$\eta = \frac{P_h}{P_b}$$

A bevezetett teljesítmény a hasznos teljesítmény és a veszteségek (üresjárási és változó)

összege:

$$\eta = \frac{P_h}{P_h + P_{v0} + P_{vx1}} = \frac{6,4kW}{6,4kW + 0,8kW + 2,02kW} = 0,694 = 69,4\%$$

c / A hatások negyed-, ill. félterhelésnél:

$$\eta_{0,25} = \frac{0,25 \cdot P_h}{0,25 \cdot P_h + P_{v0} + 0,25 \cdot P_{vx1}} = \frac{0,25 \cdot 6,4kW}{0,25 \cdot 6,4kW + 0,8kW + 0,25 \cdot 2,02kW} = 0,55 = 55\%$$

$$\eta_{0,5} = \frac{0,5 \cdot P_h}{0,5 \cdot P_h + P_{v0} + 0,5 \cdot P_{vx1}} = \frac{0,5 \cdot 6,4 \text{ kW}}{0,5 \cdot 6,4 \text{ kW} + 0,8 \text{ kW} + 0,5 \cdot 2,02 \text{ kW}} = 0,639 = 63,9 \%$$

39. A mechanikus sajtológép hasznos teljesítménye teljes terhelésnél  $P_n=2 \text{ kW}$ , az üresjárású bevezetett teljesítménye  $P_{b0}=0,1 \text{ kW}$ . A gép összes vesztesége teljes terheléskor  $P_v=0,9 \text{ kW}$ .

- a./ Mekkora a változó veszteség teljes- és féltelheléskor ( $P_{vx}=?$ )?  
 b./ Ábrázolja a sajtológépbe bevezetett teljesítményt a hasznos teljesítmény függvényében [ $P_b=f(P_h)$ ]. Jelölje meg féltelhelésnél a teljesítményfelvétel összetevőit! Célszerű léptékek: a hasznos teljesítményhez  $0,2 \text{ kW/cm}$ , a bevezetett teljesítményhez  $0,5 \text{ kW/cm}$ .

40. Egy transzformátor teljes terhelésnél  $P_n=140 \text{ kW}$  teljesítményt ad le. Ekkor a teljesítmény felvétele  $P_b=148 \text{ kW}$ . A transzformátor  $x=60 \%$ -os terhelés esetén dolgozik a legjobb hatásokkal.

- a./ Mekkora a transzformátor állandó vesztesége ( $P_{v0}=?$ )?  
 b./ Mekkora az  $x=60 \%$ -os terheléshez tartozó hatásfokmaximum ( $\eta_x=?$ )?

41. Egy fűrógép hasznos teljesítménye teljes terhelésnél  $P_n=25 \text{ kW}$ , a hatásfoka ekkor  $\eta=72\%$ . A fűrógép üresjárati vesztesége  $P_{b0}=2,3 \text{ kW}$ , a változó veszteségek a terhelés függvényében lineárisan változóknak tekinthetők.

- a./ Mennyi a változó veszteség teljes terhelésnél ( $P_{vx}=?$ )?  
 b./ Határozza meg a gép hatásfokát  $x=0,2, 0,4, 0,6, 0,8$  és  $1,1$  terhelések esetén táblázatosan a 7. ábrán látható fejléc szerinti számolással!  
 c./ Rajzolja meg a hatásfokot a terhelés függvényében [ $\eta=f(x)$ ]. A léptékek legyenek a következők:  
 $\lambda_x=0,1/cm, \lambda_\eta=10\%/cm$ .

x	x <sup>2</sup>	P <sub>v0</sub>	P <sub>vx</sub> =x <sup>2</sup> ·P <sub>vx1</sub>	P <sub>v</sub> =P <sub>v0</sub> +P <sub>vx</sub>	P <sub>h</sub> =x·P <sub>h1</sub>	P <sub>b</sub> =P <sub>b0</sub> +P <sub>v</sub>	$\eta=P_h/P_b$
-	-	kW	kW	kW	kW	kW	%

7. ábra

42. Egy őrlő berendezés hajtásához szükséges teljesítmény féltelhelésnél ( $x=0,5$ )  $P_{nx}=6,42 \text{ kW}$ . A hatásfok ekkor  $\eta_x=53 \%$ . Az üresjárású veszteség  $P_{b0}=1,7 \text{ kW}$ , a változó veszteségeket ( $P_{vx}$ ) tekintse a terheléssel egyenesen arányosnak!

- a./ Mekkora a hatásfok teljes terhelésnél ( $\eta_x=?$ , ha  $x=1$ )?  
 b./ Mekkora terheléssel kell a berendezést üzemben tartani, hogy a hatásfok  $\eta_x=60\%$  legyen ( $x=?$ )?

( $\eta_a=?$ )?

c./ Mennyi lenne az átlagos hatások, ha a telep egész nap az átlagos terheléssel dolgozna

b./ Mennyi a telep napi átlagos hatások ( $\eta_a=?$ )?

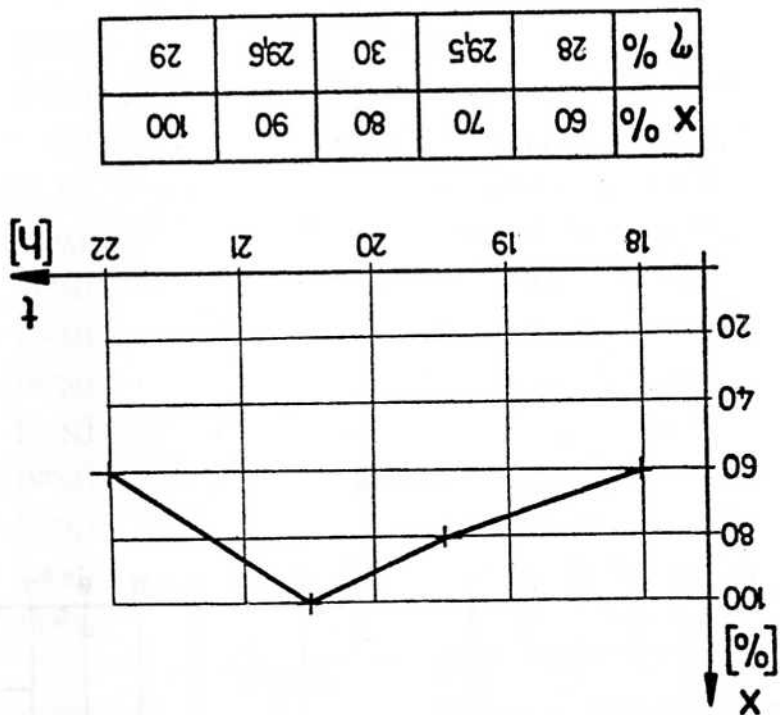
a./ Határozza meg a szivattyutelep napi átlagos (közepes) terhelését ( $x_g=?$ )!

látható.

szivattyutelep terhelésének napi változása és a szivattyutelep hatások-terhelés jelleggörbéje

44. A 9. ábrán egy vízűvet tápláló, a vízfogyasztás nagyságával szabályozott

8. ábra



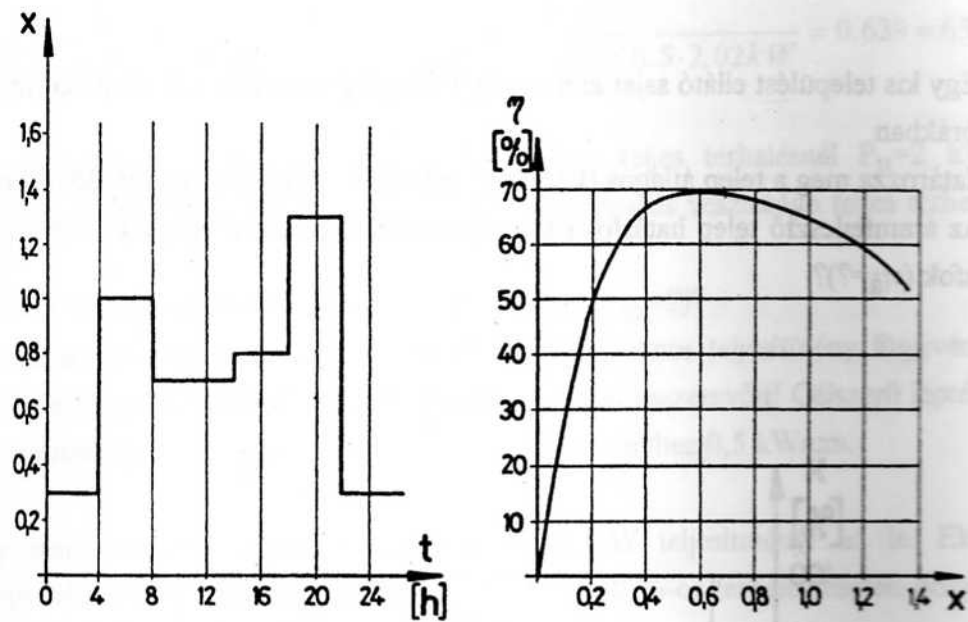
hatások ( $\eta_a=?$ )?

b./ Az áramfejlesztő telep hatások a 8. ábra táblázata szerint változik. Mennyi az átlagos

a./ Határozza meg a telep átlagos (közepes) terhelését a 18-22 h közötti időszakra ( $x_g=?$ )?

esti órákban.

43. Egy kis települést ellátó saját áramszolgáltatató telep terhelése a 8. ábra szerint változik az



9. ábra

## II. LENDITŐKEREK

Fogalmak, jelölések, mértékegységek

D	- lenditőkerek átmérő	[mm, m]
F <sub>s</sub>	- súrlódási erő	[N]
E <sub>k</sub>	- mozgási energia	[N.m, J]
ΔE <sub>k</sub>	- mozgási energia növekedése	[N.m, J]
J	(gyorsító nyomaték munkája)	[N.m, J]
J <sub>s</sub>	- súlyponti tengelyre számolt tehetetlenségi nyomaték	[kg.m <sup>2</sup> ]
M	- nyomaték (általános)	[N.m]
M <sub>ai</sub>	- allando indítónyomaték	[N.m]
M <sub>d</sub>	- gyorsítónyomaték	[N.m]
M <sub>e</sub>	- ellennyomaték	[N.m]
M <sub>f</sub>	- fékezőnyomaték	[N.m]
M <sub>s</sub>	- súrlódási nyomaték	[N.m]
M <sub>t</sub>	- terhelőnyomaték	[N.m]
P	- teljesítmény (általános)	[W, kW]
P <sub>max</sub>	- legnagyobb teljesítmény	[W, kW]
W <sub>mt</sub>	- munkatöbblet lenditőkerekénél	[J]
d	- tengelyátmérő	[mm]
d <sub>m</sub>	- közepes tengelycsapátmérő	[mm]
i	- lenditőkerek körülfordulásainak száma	
m	- tömeg (általános)	[kg]
m <sub>red</sub>	- redukált tömeg	[kg]
n	- fordulatszám (általános)	[s <sup>-1</sup> , min <sup>-1</sup> ]
n <sub>k</sub>	- közepes fordulatszám	[s <sup>-1</sup> , min <sup>-1</sup> ]
r	- sugár (általános)	[mm, m]
r <sub>s</sub>	- lenditőkerek koszorúszeleventhényének sugara	[mm, m]
t <sub>f</sub>	- fékezési idő	[s, min]
t <sub>i</sub>	- indítási idő	[s, min]
t <sub>l</sub>	- lassítási idő	[s, min]
t <sub>ü</sub>	- üzemidő	[s, min]
α <sub>l</sub>	- szöglassulás	[rad.s <sup>-2</sup> , s <sup>-2</sup> ]



$\beta_\ell$	- lassulási szög a menetábrában	[rad, fok]
$\delta$	- egyenlőtlenlégi fok	[%]
$\lambda$	- redukálási tényező	
$\mu$	- csapsúrlódási tényező	
$\varphi$	- szögelfordulás	[rad]
$\omega$	- szögsebesség (általánosan)	[rad·s <sup>-1</sup> , s <sup>-1</sup> ]
$\omega_{\max}$	- legnagyobb szögsebesség	[rad·s <sup>-1</sup> , s <sup>-1</sup> ]
$\omega_{\min}$	- legkisebb szögsebesség	[rad·s <sup>-1</sup> , s <sup>-1</sup> ]
$\omega_k$	- közepes szögsebesség	[rad·s <sup>-1</sup> , s <sup>-1</sup> ]
$\Delta\omega$	- szögsebesség különbség	[rad·s <sup>-1</sup> , s <sup>-1</sup> ]

45. Egy  $D=600$  mm átmérőjű küllős tárcsa tömege  $m=220$  kg. **Mennyi a tárcsa tehetetlenségi nyomatéka, ha  $\lambda=0,8$  ( $J=?$ )?**

**Megoldás:**

A kerületre redukált tömeg:

$$m_{\text{red}} = \lambda \cdot m = 0,8 \cdot 220 \text{ kg} = 176 \text{ kg}.$$

A tehetetlenségi nyomaték:

$$J = \frac{m_{\text{red}} \cdot D^2}{4} = \frac{176 \text{ kg} \cdot 0,6^2 \text{ m}^2}{4} = 15,84 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

46. Egy belső égésű motor lendítőkerekének tehetetlenségi nyomatéka  **$J=0,4$  kg·m<sup>2</sup>**. A motor közepes fordulatszáma  $n_k=2500/\text{min}$ .

a./ Határozza meg a motor egyenlőtlenlégi fokát, ha az egy **periódus alatt elraktározott munkatöbblet  $W_{\text{mt}}=100$  J ( $\delta=?$ )!**

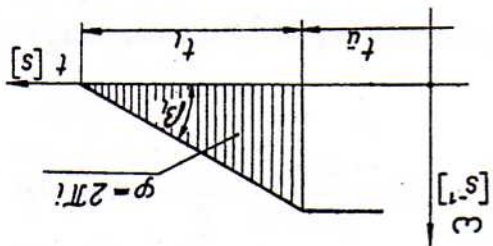
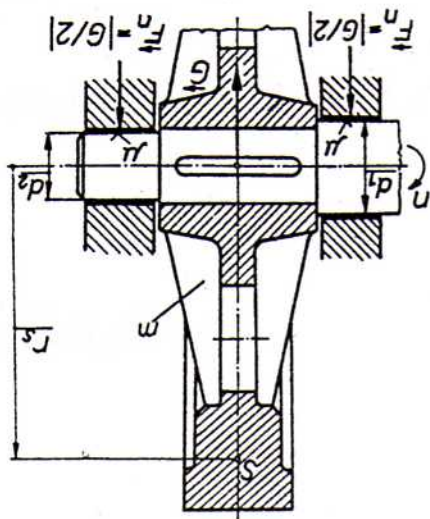
b./ Mekkora a szögsebesség maximális és minimális értéke ( $\omega_{\max}=?$ ,  $\omega_{\min}=?$ )?

**Kidolgozás:**

A közepes szögsebesség:

$$\omega_k = \frac{2\pi \cdot n_k \cdot 1/\text{min}}{60 \text{ s/min}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 2500 \text{ 1/min}}{60 \text{ s/min}} = 261,8 \text{ rad/s}.$$

a./ Az egy periódus alatt elraktározott munkatöbblet ( $W_{\text{mt}}$ ) és az **egyenlőtlenlégi fok ( $\delta$ )** között levezetett összefüggés:



(i=?)?

47. A 10. ábrán látható lendítőkerek tömege  $m=10$  Mg, a koszorúszelvény  $S$  súlypontján átmenő kör sugara a forgástengelytől  $r_s=1,5$  m, a közepes tengelycsap átmérő  $d_m=(d_1+d_2)/2=150$  mm, a fordulatszám  $n=250$   $\text{min}^{-1}$ , a csapsúrtódási tényező  $\mu=0,03$ , a redukálási tényező  $\lambda=0,7$ . Mennyi a lendítőkerek körülfordulásainak száma a megállásig?

$$\omega_{\min} = \omega_k - \frac{\Delta\omega}{2} = 261,8 \text{ rad/s} - 0,48 \text{ rad/s} = 261,32 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{\max} = \omega_k + \frac{\Delta\omega}{2} = 261,8 \text{ rad/s} + 0,48 \text{ rad/s} = 262,28 \text{ rad/s}$$

Így

A közepes szögsebesség a szélső értékek számtani közepe.

$$\Delta\omega = \omega_{\max} - \omega_{\min} = \delta \cdot \omega_k = 0,00365 \cdot 261,8 \text{ rad/s} = 0,9556 \text{ rad/s}$$

kifejezésből

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_k}$$

b. / Az egyenlőtlenlégi fok:

$$\delta = \frac{W_{mi}}{W_{mi}} = \frac{J \cdot \omega_k^2}{100 \text{ J}} = \frac{0,4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot (261,8 \text{ rad/s})^2}{100 \text{ J}} = 0,00365$$

Ebből:

$$W_{mi} = J \cdot \omega_k^2 \cdot \delta$$

### Kidolgozás:

A lendítőkerék tehetetlenségi nyomatéka a forgástengelyre:

$$J_s = m_{red} \cdot r_s^2 = \lambda \cdot m \cdot r_s^2 = 0,7 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot 1,5^2 \text{ m}^2 = 1,575 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

A szögsebesség szabadkifutás esetén:

$$\omega = 2\pi \cdot n = 2 \cdot 3,14 \cdot 250 \text{ min}^{-1} \frac{1}{60(\text{s} \cdot \text{min}^{-1})} = 26,2 \text{ s}^{-1}.$$

Az ellennyomaték:

$$M_e = \frac{d_m}{2} F_s = \frac{d_m}{2} \mu \cdot m \cdot g = \frac{0,15 \text{ m}}{2} 0,03 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 221 \text{ m} \cdot \text{N} = M_s.$$

A körülfordulások száma:

$$i = \frac{J_s \cdot \omega^2}{4\pi \cdot M_s} = \frac{1,575 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 26,2^2 \text{ s}^{-2}}{4 \cdot 3,14 \cdot 221 \text{ m} \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}} = 3893.$$

Meghatározható a szabadkifutás ideje az  $\omega=f(t)$  menetábra felhasználásával. A **szabadkifutás** szögsebesség-menetábrájának analógiájára a 11. ábrán látható lefolyású. A **bevonalkázott** háromszög területe jelenti a szabadkifutás alatt megtett szöget radiánban.

Az ábra alapján felírható:

$$\frac{\omega \cdot t_\ell}{2} = 2\pi \cdot i,$$

ebből a szabadkifutás ideje:

$$t_\ell = \frac{4\pi \cdot i}{\omega} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 3880}{26,2 \text{ s}^{-1}} = 1860 \text{ s},$$

percben kifejezve:

$$t_\ell = \frac{1860 \text{ s}}{60 (\text{s} \cdot \text{min}^{-1})} = 31 \text{ min}.$$

A 11. ábrán felrajzolt menetábrából kiszámítható a szöglassulás is :

$$\alpha_\ell = \text{tg}\beta_1 = \frac{\omega}{t_\ell} = \frac{26,2 \text{ s}^{-2}}{1860 \text{ s}} = 0,0141 \text{ s}^{-2}.$$

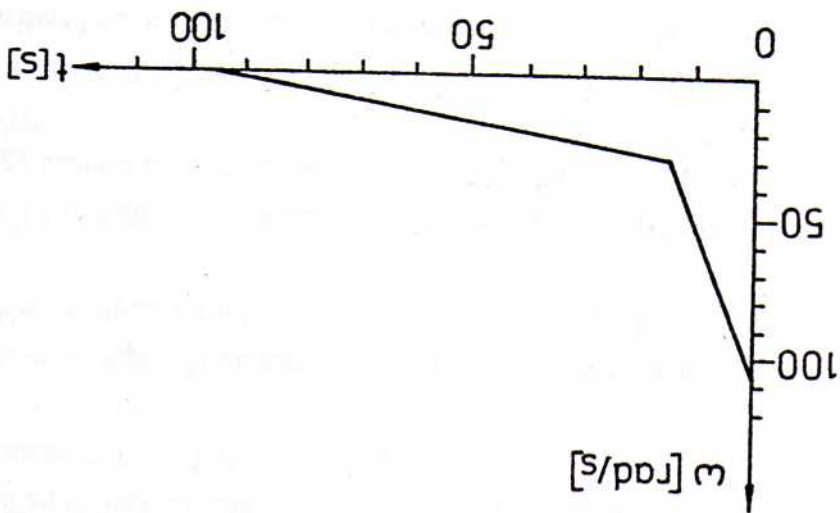
A forgó mozgás dinamikai alapegyenletéből ugyanezt kell kapnunk. A **lassulásra** felírható:

$$M_f = M_s = J_s \cdot \alpha_\ell,$$

amelyből a szöglassulás kiszámítva:

$$\alpha_\ell = \frac{M_s}{J_s} = \frac{221 \text{ m} \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{1,575 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}} = 0,0141 \text{ s}^{-2},$$

vagyis valóban ugyanaz az eredmény.



$i_3 = ?$ ?

b./ Határozza meg, hogy hány fordulatot tesz a gép az egyes szakaszokban ( $i_1 = ?$ ;  $i_2 = ?$ ;

$M_3 = ?$ ?)

a./ Állapítsa meg a fékezónyomaték nagyságát az egyes szakaszokban ( $M_{f1} = ?$ ;  $M_{f2} = ?$ ;

látható diagram szerint csökken. A forgó részek tehetetlenségi nyomatéka  $J = 120 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ .

50. Egy gépcsoport forgó részeinek szögsebessége a megállási szakaszban a 12. ábrán

c./ Hány fordulatot tesz meg ezalatt ( $i = ?$ )?

( $t_f = ?$ )?

b./ Mennyi idő múlva fog az  $n = 300/\text{min}$  fordulatszámú magára hagyott lendkerek megállni?

a./ Mekkora a csapsúrlódásból származó fékezónyomaték ( $M_f = ?$ )?

csapágyakban a súrlódási tényező  $\mu = 0,04$ .

szimmetrikusan van csapágyazva. A  $D = 2,5 \text{ m}$  átmérőjű lendítőkerék tömege  $m = 6000 \text{ kg}$ . A

49. A tömör tárcsa alakú lendítőkerék  $d = 240 \text{ mm}$  átmérőjű tengelye két helyen

felében ( $i_2 = ?$ )?

c./ Hány fordulatot tesz a forgórész a megállás idejének első ( $i_1 = ?$ ) és hányat a második

b./ Mennyi idő alatt áll meg a gép ( $t_f = ?$ )?

a./ Mekkora a szöglassulás ( $\alpha_f = ?$ )?

ra.

$n = 750/\text{min}$ . A megállítási szakaszban összesen  $M_f = 310 \text{ N}\cdot\text{m}$  állandó fékezónyomaték hat

48. Egy gépcsoport forgó részeinek tehetetlenségi nyomatéka  $J = 132 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . A fordulatszám

51. Mekkora nyomaték gyorsította az  $m=5,4$  kg tömegű,  $D=0,28$  m átmérőjű, gyűrű alakú géprészt, ha a szögsebessége -  $i=300$  fordulat közben -  $\omega_1=57$  rad/s-ról  $\omega_2=94$  rad/s-ra nőtt?

**Kidolgozás:**

A szögelfordulás:

$$\varphi = i \cdot 2\pi = 300 \cdot 2 \cdot 3,14 = 1884 \text{ rad.}$$

Ha a géprész "gyűrű alakú", akkor a teljes tömege gyakorlatilag az **adott átmérőn** helyezkedik el. Így a tehetetlenségi nyomaték:

$$J = m \cdot r^2 = m \left( \frac{D}{2} \right)^2 = 5,4 \text{ kg} \cdot (0,14 \text{ m})^2 = 0,106 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

A gyorsító nyomaték munkája a mozgási energia növekedésével egyenlő.

Ez utóbbi:

$$\Delta E_k = \frac{J \cdot \omega_2^2}{2} - \frac{J \cdot \omega_1^2}{2} = \frac{0,106 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot (94 \text{ rad/s})^2}{2} - \frac{0,106 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot (57 \text{ rad/s})^2}{2} = 468 \text{ J} - 172 \text{ J} = 296 \text{ J}$$

A gyorsító nyomaték így:

$$M_d = \frac{\Delta E_k}{\varphi} = \frac{296 \text{ J}}{1884 \text{ rad}} = 0,157 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

52. Egy munkagépet  $M_{ai}=2000$  N.m állandó nyomatékkal indítunk. A **terhelőnyomaték**  $t_1=1$  s-on át  $M_{t1}=1750$  N.m,  $t_2=2$  s-on át  $M_{t2}=200$  N.m, ütemesen **változik**.

Az  $n_k=82,2$ /min közepes fordulatszámmal forgó részek  $D=1,8$  m átmérőre **redukált tömege**  $m_{red}=2500$  kg.

a./ Rajzolja meg az indítás idejére a szögsebesség változását az idő függvényében [ $\omega=f(t)$ ]!

b./ Mennyi idő kell az üzemi fordulatszám eléréséhez ( $t_i=?$ )?

c./ Mekkora állandó hajtónyomaték kell a közepes fordulatszám **tartásához** ( $M_h=?$ ), és milyen egyenlőtlenségi fokot biztosít ekkor a lendkerék ( $\delta=?$ )?

53.  $n_k=300$ /min közepes fordulatszámmal forgó lendkerék tengelyét **ütemesen változó** nyomaték terheli: negyed fordulaton át  $M_1=300$  N.m, majd **háromnegyed fordulaton** át  $M_2=70$  N.m.

a./ Rajzolja meg a terhelésingadozást az idő függvényében [ $M=f(t)$ ]!

b./ Milyen nagy állandó hajtónyomatéokra van szükség, ha a közepes **fordulatszámot tartani** akarjuk ( $M_h=?$ )?

c./ Ábrázolja az  $m=150$  kg tömegű,  $D=0,8$  m átmérőjű tömör, **tárcsa alakú lendkerék** energiataralmában bekövetkező változást az idő függvényében [ $\Delta E_k=f(t)$ ]!

54. Mennyi idő alatt gyorsítható fel egyenletesen a  $J=13,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$  tehetetlenségi nyomatékú forgó gépész  $n=600/\text{min}$  üzemi fordulatszámra, ha a teljesítmény nem haladja meg a  $P=0,8 \text{ kW}$  értéket ( $t_f=?$ )? A csapsúrlódási nyomaték  $M_S=1,35 \text{ N}\cdot\text{m}$ .

55. Egy  $m=10 \text{ Mg}$  tömegű lendkerék  $t_f=10 \text{ s}$  alatt gyorsul fel az  $n=250/\text{min}$  üzemi fordulatszámra. A kerék átmérője  $D=2,6 \text{ m}$ , a redukálási tényező  $\lambda=0,7$ . A lendkerék tengelye  $d=150 \text{ mm}$  átmérőjű két szimmetrikusan elhelyezett csapágyban forog. A csapsúrlódási tényező értéke  $\mu=0,03$ . Egy perccel azután, hogy a kerék elérte az üzemi fordulatszámot, áramkimaradás miatt leáll a hajtómotor.  
a./ Mekkora a szabadkifutás ideje ( $t_f=?$ )?  
b./ Mekkora teljesítmény szükséges az  $n=250/\text{min}$  állando fordulat biztosításához ( $P=?$ )?

56. Egy gépesség forgó részre  $r_1=0,4 \text{ m}$  sugáron elhelyezhető  $m_1=46 \text{ kg}$ ,  $r_2=0,8 \text{ m}$  sugáron elhelyezkedő  $m_2=310 \text{ kg}$  és  $r_3=0,56 \text{ m}$  sugáron elhelyezkedő  $m_3=82 \text{ kg}$  tömegből áll. A gép forgása közben  $M_S=87 \text{ N}\cdot\text{m}$  ellenállásokból adódó nyomaték ébred. Mennyi idő alatt gyorsul fel a gép  $n=2100/\text{min}$  fordulatszámra, ha az állando indítónyomaték nagysága  $M_{ai}=420 \text{ N}\cdot\text{m}$  ( $t_f=?$ )?

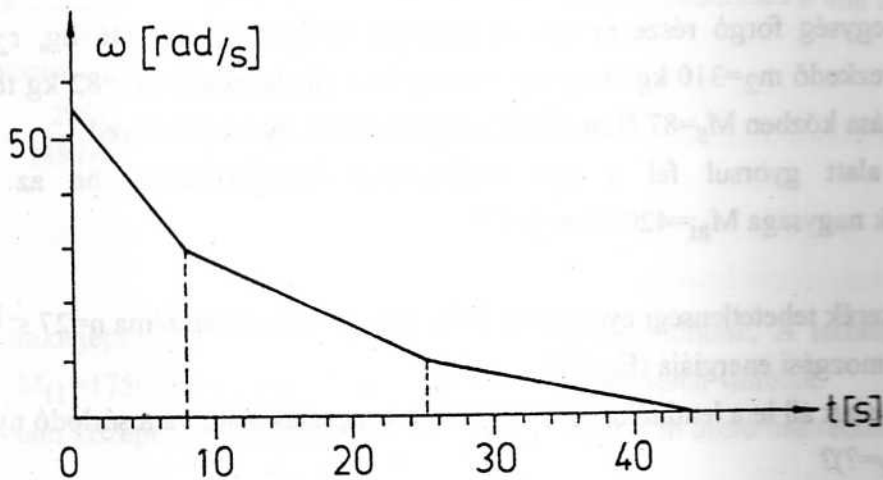
57. A lendítőkerék tehetlenségi nyomatéka  $J=0,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ , a fordulatszáma  $n=27 \text{ s}^{-1}$ .  
a./ Mekkora a mozgási energiája ( $E_k=?$ )?  
b./ Mennyi idő alatt áll le a lendítőkerék a hajtóerő kikapcsolás után, ha a súrlódó nyomaték  $M_S=30 \text{ N}\cdot\text{m}$  ( $t_f=?$ )?

58. Egy gépészport forgó részének tehetlenségi nyomatéka  $J=62 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . Az állando indítónyomaték  $M_{ai}=820 \text{ N}\cdot\text{m}$ , a csapágyakban ébredő súrlódási ellenállás legyőzéséhez  $M_S=165 \text{ N}\cdot\text{m}$  nyomaték szükséges.  
a./ Mennyi idő alatt gyorsul fel a gép  $n=1200/\text{min}$  fordulatszámra ( $t_f=?$ )?  
b./ Mennyi a mozgási energiája ezen a fordulatszámon ( $E_k=?$ )?  
c./ Mekkora hajtónyomaték szükséges a fordulatszám tartására ( $M_h=?$ )?

59. Egy gépészport forgó részének tehetlenségi nyomatéka  $J=31 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . Az elemi kívánt üzemi fordulatszám  $n=1200/\text{min}$ . A csapsúrlódási nyomaték  $M_S=6 \text{ N}\cdot\text{m}$ . Mekkora állando nyomaték szükséges az üzemi fordulatszámra oly módon történő felgyorsításához, hogy az indítási szakaszban megtett fordulatok száma  $i=500$  legyen ( $M_{ai=?}$ )?

60. Egy gépcsoport forgó részének tehetetlenségi nyomatéka  $J=8,5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . A fordulatszám  $n=1000/\text{min}$ . A megállási szakasz elején a csapsúrlódási nyomatékon kívül a fékezőnyomaték is hat a forgó részre. A szögsebesség ez alatt a 13. ábra szerint csökken.

- Mekkora a csapsúrlódási nyomaték ( $M_s=?$ )?
- Mekkora a külső fékezőnyomatéka ( $M_f=?$ )?
- Mennyi idő alatt állna meg a gép szabad kifutással ( $t_\ell=?$ )?



12. ábra

61. A tömör alakú lendítőkerék  $d=160 \text{ mm}$  átmérőjű tengelye két helyen szimmetrikusan van csapágyazva. A  $D=1,5 \text{ m}$  átmérőjű lendkerék tömege  $m=2000 \text{ kg}$ . A csapágyakban a súrlódási tényező  $\mu=0,06$ .

- Mekkora a csapsúrlódási nyomaték ( $M_s=?$ )?
- Készítse el a teljesítmény változásának diagramját az idő függvényében [ $P=f(t)$ ]. A lendkerék az  $n=720/\text{min}$  fordulatszámot állandó gyorsító nyomaték hatására  $t_1=2 \text{ min}$  alatt éri el, majd  $t_2=3 \text{ min}$  állandó fordulatszámú üzemi állapot után szabadon kifutva megáll.
- Mekkora külső fékezőnyomaték kell, hogy a lendítőkerék a szabad kifutás idejének fele alatt álljon meg ( $M_f=?$ )?
- Rajzolja meg a módosult megállási szakasz teljesítményvonalát. [ $P=f(t)$ ].

62. Az  $m=3000$  kg tömegű,  $D=2,8$  m átmérőjű lendítőkerek  $n=210/\text{min}$  fordulatszámmal jár. A redukálási tényező  $\lambda=0,8$ , a csapsúrtódások nyomatéka  $M_S=49$  N.m.  
 a./Mennyi idő múlva áll meg a kerek szabad kifutással ( $t_f=?$ )?  
 b./ A lendkerek kerületéhez kétoldalról, egymással szemben  $F_f=500$  N erővel fékpofákat nyomunk. A súrtódási tényező  $\mu=0,15$ . Mennyi ideig kell a fékpofákat a lendkerekéhez szorítani, hogy az a szabad kifutás fele ideje alatt álljon meg ( $t_f=?$ )?

63. Egy  $m=25$  kg tömegű,  $D=320$  mm átmérőjű tömör tárcsát  $t_f=20$  s alatt egyenletesen  $\omega=69$  rad/s szögsebességre gyorsítunk. A csapsúrtódási nyomaték  $M_S=0,1$  N.m.  
 Abbrázolja a szükséges teljesítmény változását az idő függvényében a gyorsulási szakaszban és az azt követő állandó szögsebességi állapotban [ $P=f(t)$ ].

64. Egy motor lendítőkerekének tehetetlenségi nyomatéka  $J=0,5$  kg.m<sup>2</sup>.  
 a./Mekkora a mozgási energiája  $n=90$  s<sup>-1</sup> fordulatszámra ( $E_k=?$ )?  
 b./Mekkora nyomaték gyorsítja fel erre a fordulatszámra  $t_f=10$  s alatt ( $M_P=?$ )?

### Kidolgozás:

a./ A szögsebesség:

$$\omega = 2\pi n = 2,314 \cdot 90 \text{ s}^{-1} = 565,2 \text{ s}^{-1}$$

A mozgási energia:

$$E_k = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot (565,2 \text{ s}^{-1})^2 = 79 \ 862,76 \text{ J}$$

b./ A szöggyorsulás:

$$\alpha = \frac{\omega}{t_f} = \frac{565,2 \text{ s}^{-1}}{10 \text{ s}} = 56,52 \text{ s}^{-2}$$

A gyorsító nyomaték:

$$M_P = J \cdot \alpha = 0,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 56,52 \text{ s}^{-2} = 28,26 \text{ N} \cdot \text{m}$$

65. Egy forgó géprezst  $t_f=35$  másodperc alatt gyorsítunk fel egyenletesen az  $n=1000/\text{min}$  üzemi fordulatszámra. A gyorsítási szakasz végén mérhető legnagyobb teljesítmény  $P_{\text{max}}=185$  W. A csapsúrtódási nyomaték  $M_S=0,35$  N.m.  
 Mennyi a forgó géprezst mozgási energiája az üzemi fordulatszámra ( $E_k=?$ )?



66. Egy négyhengeres, négyütemű dízelmotor lendítőkerekének tehetetlenségi nyomatéka  $J=1,65 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ .

a./ Mekkora a szöggyorsulás ( $\alpha=?$ )?

b./ Mennyi idő alatt gyorsul fel  $n=70\text{s}^{-1}$  fordulatszámra, ha a ráható nyomaték  $M_d=160 \text{ N}\cdot\text{m}$  ( $t_i=?$ )?

c./ Mekkora a mozgási energia ( $E_k=?$ )?

**Kidolgozás:**

a./ A szöggyorsulás:

$$\alpha = \frac{M_d}{J} = \frac{160 \text{ N}\cdot\text{m}}{1,65 \text{ kg}\cdot\text{m}^2} = 96,97 \text{ s}^{-2}.$$

b./ A szögsebesség:

$$\omega = 2\pi \cdot n = 2 \cdot 3,14 \cdot 70 \text{ s}^{-1} = 439,6 \text{ s}^{-1}.$$

A felgyorsuláshoz szükséges idő:

$$t = \frac{\omega}{\alpha} = \frac{439,6 \text{ s}^{-1}}{96,97 \text{ s}^{-2}} = 4,53 \text{ s}.$$

c./ A mozgási energia:

$$E_k = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} 1,65 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \cdot 439,6^2 (\text{s}^{-1})^2 = 159\,429,7 \text{ J}.$$

67. A 14. ábra egy lendítőkerekre ható nyomatékok teljesítményét szemlélteti. A tömör tárcsa alakú lendítőkerek tömege  $m=3000 \text{ kg}$ , a tengelyének átmérője  $d=150 \text{ mm}$ , a szimmetrikusan elhelyezett csapágyakban a súrlódási tényező  $\mu=0,03$ .

a./ Mekkora a lendítőkerek fordulatszáma az állandó szögsebességű üzemi állapotban ( $n=?$ )?

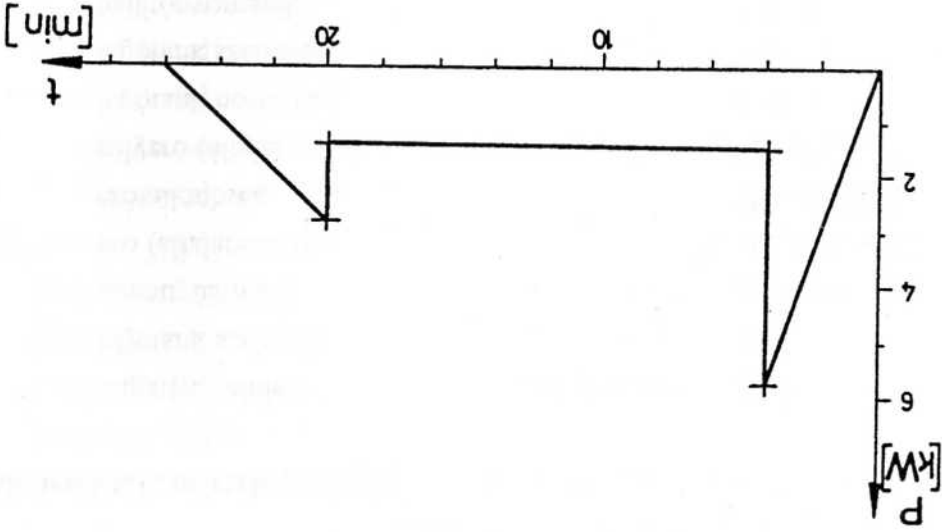
b./ Mekkora a lendítőkerek átmérője ( $D=?$ )?

c./ Jelölje ki a diagramban az állandó szögsebességhez tartozó mozgási energiával arányos területeket, és számítsa ki a mozgási energia nagyságát ( $E_k=?$ )!

b./ Mekkora a lendítőkerek mozgási energiája ( $E_k=?$ )?  
 ( $t_1=?$ )?

a./ Mennyi idő alatt gyorsul fel  $n=50 \text{ s}^{-1}$  fordulatszámra, ha a forgatónyomaték  $M=20 \text{ N}\cdot\text{m}$ .  
 68. A lendítőkerek tehetetlenségi nyomatéka  $J=0,25 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ .

14. ábra



### III. A FOLYADÉK, MINT ENERGIAHORDOZÓ

#### III. 1. HIDROSZTATIKA

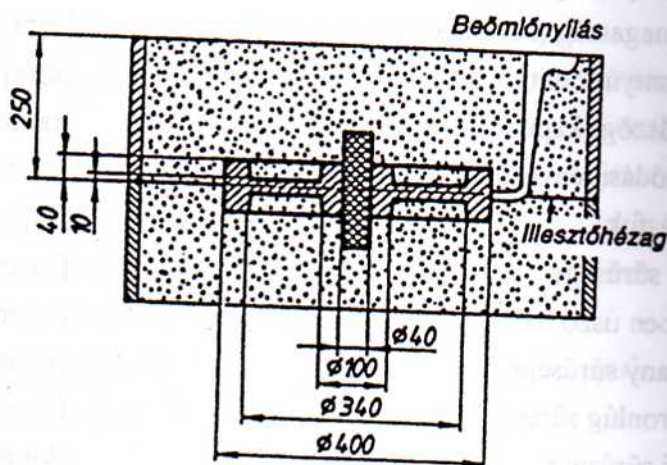
##### Fogalmak, jelölések, mértékegységek:

$A_d$	- dugattyú felülete	$[m^2]$
$B$	- hajótank szélesség	$[m]$
$D$	- dugattyúátmérő	$[mm, m]$
$F$	- erő (általánosan)	$[N, kN, MN]$
$\Delta F$	- erőkülönbség	$[N, kN, MN]$
$G$	- súlyerő (általánosan)	$[N, kN]$
$H$	- hajótank hosszúság	$[m]$
$M$	- hajótank szélesség	$[m]$
$M_h$	- hajlítónyomaték	$[N.m]$
$W$	- munka (általánosan)	$[J]$
$a$	- gyorsulás	$[m.s^{-2}]$
$b$	- hasábhossz	$[mm]$
$c$	- kapuszélesség	$[m]$
$d$	- átmérő (általánosan)	$[mm]$
$e, e_0$	- közös higany- vagy vízszint magasság a manométer két szárában	$[mm, m]$
$f$	- karhossz	$[mm]$
$g$	- nehézségi gyorsulás	$[m.s^{-2}]$
$h$	- folyadékoszlop magasság (általánosan)	$[mm, m]$
$\Delta h$	- folyadékoszlop magasság különbség	$[mm, m]$
$h_F$	- erő támadáspontjának távolsága a vízikerek forgástengelyétől	$[m]$
$i$	- módosítás (áttétel)	
$i_\ell$	- löketség	
$j$	- rúdmozdulás	$[mm]$
$k$	- kapumagasság	$[m]$
$\ell$	- dugattyúmozdulás	$[mm]$
$m$	- tömeg (általánosan)	$[kg]$
$n$	- vízréteg magasság dugattyú felett	$[mm]$
$p$	- hidrosztatikai nyomás	$[Pa, kPa, bar]$
$p_a$	- nyomás alsó közegváltási szinten	$[Pa, kPa, bar]$

69. A csöben  $h=300$  mm-es vízszlop áll. Mekkora a cső alján a hidrosztatikai nyomás bar-

PA	- hidrosztatikai nyomás az A pontban	[Pa, kPa, bar]
Pab	- abszolút nyomás	[Pa, kPa, bar]
Pk	- környezeti levegőnyomás	[Pa, kPa, bar]
Ps	- víznyomás a dugattyú és a tömítés közötti	[Pa, kPa, bar]
Pt	- túlnyomás	[Pa, kPa, bar]
Py	- víznyomás y magasságban	[Pa, kPa, bar]
Pz	- nyomás z-irányban	[Pa, kPa, bar]
$\Delta p$	- nyomáskülönbség	[Pa, kPa, bar]
q	- térfogatáram	[dm <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> , l·s <sup>-1</sup> ]
r	- sugár	[mm, m]
s	- dugattyúket (általában)	[mm]
t	- idő	[s]
u	- karhossz	[mm]
v	- vákuum	[%]
Vd	- dugattyúsebesség	[m·s <sup>-1</sup> ]
VHg	- vákuum higany mérőfolydékkal	[%]
Vv	- vákuum víz mérőfolydékkal	[%]
w	- pallószelvény	[mm]
x	- dugattyúmagasság	[mm, m]
y	- vízmagasság (általában)	[mm, m]
z	- dugattyú tömítésmagasság (általában)	[mm, m]
$\alpha$	- lejtőszög (kapudóles szög)	[rad, fok]
$\mu$	- súrlódási tényező	[%]
$\eta$	- hatásfok	[%]
Pb	- bor szintje	[kg·m <sup>-3</sup> ]
Ph	- vízben úszó hasáb szintje	[kg·m <sup>-3</sup> ]
PHg	- higany szintje	[kg·m <sup>-3</sup> , Mg·m <sup>-3</sup> ]
Pn	- nátronlúg szintje	[kg·m <sup>-3</sup> ]
Pól	- olaj szintje	[kg·m <sup>-3</sup> ]
Pok	- kátrányolaj szintje	[kg·m <sup>-3</sup> ]
Pö	- szűrkeöntvény szintje	[kg·m <sup>-3</sup> ]
Pv	- víz szintje	[kg·m <sup>-3</sup> , Mg·m <sup>-3</sup> ]

70. Mekkora a hidrosztatikai nyomás  $h=6000$  m mélyen a tenger alatt ( $p=?$ )? (A tengervíz sűrűsége  $\rho_v=1030$  kg/m<sup>3</sup>)
71. A nátronlúggal telt tartály folyadékszintje  $h=3,25$  m-re van az aljától. Mekkora nyomás nehezedik a tartály aljára bar-ban és Pa-ban, ha a nátronlóg sűrűsége  $\rho_n=1700$  kg/m<sup>3</sup> ( $p=?$ )?
72. A higany sűrűsége  $\rho_{Hg}=13\,590$  kg/m<sup>3</sup>. Mekkora magas az a higanyoszlop, amely  $p=1000$  mbar (0,1 MPa) nyomást hoz létre ( $h=?$ )?
73. A mélytengeri kutatásokra használt megfigyelőgömb két  $r=1,1$  m sugarú acél félgömbből áll, amelyeket a víz nyomása egymáshoz szorít. A tengervíz sűrűsége  $\rho_v=1030$  kg/m<sup>3</sup>. Mekkora erő nyomja össze a két gömbfelet  $h=11\,000$  m mélyen ( $F=?$ )?
74. Számítsa ki azt az erőt, amellyel a folyékony fém az öntés során a hidrosztatikai nyomás következtében a 15. ábrán látható felső formázószekrényt megpróbálja leemelni ( $F=?$ ). A szürkeöntvény sűrűsége  $\rho_\delta=7200$  kg/m<sup>3</sup>.



15. ábra

75. A víztartály alján  $h=2,4$  m mélyen a lefolyónyílást  $d=160$  mm átmérőjű lemez fedi. Mekkora erő nyomja a lemezt a nyílásra ( $F=?$ )?

76. A viztartály falában  $h=4,5$  m-re a vízfelszín alatt  $d=80$  mm átmérőjű nyílás található. Mekkora erővel kell kívülről a zárófedőt rászorítani ( $F=?$ )?

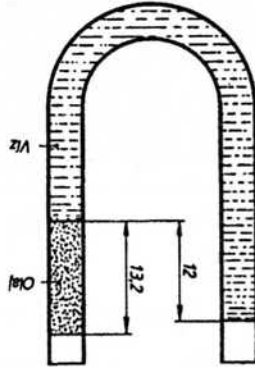
77. A munkáratkot szádfallal zárták el a víztől. A vízfelszín  $h=3,5$  m-re van az árok aljától. a./ Mekkora oldalero hat  $w=400$  mm széles pallóra ( $F=?$ )?  
b./ Milyen magasságban található ennek az erőnek a támadáspontja az árok aljától ( $h_F=?$ )?  
c./ Mekkora a szádpalló hajlítónyomatéka az árok alján ( $M_H=?$ )?

78. A nyitott U alakú csövet olajjal és vízzel a 16. ábrán látható módon töltötték meg. Az olaj- és a vizoszlop egyensúlyban van.

Keressük:

a./ Az olaj sűrűségét ( $\rho_{ol}=?$ ),

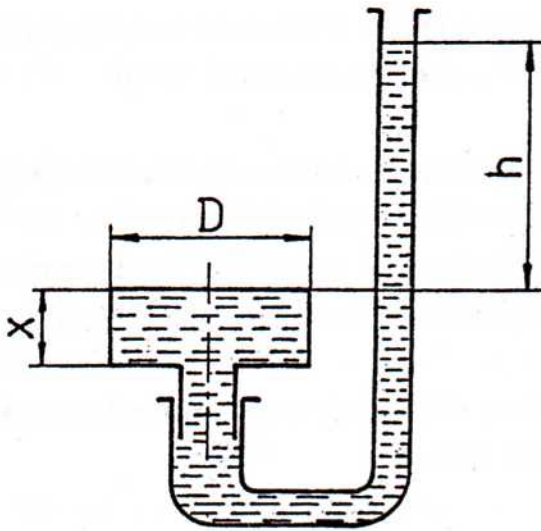
b./ A vizoszlop magasságát a határfeület felett ( $\Delta h=?$ ), ha az olaj helyett ugyanolyan térfogatú kátrányolajat használunk ( $\rho_{ok}=1100 \text{ kg/m}^3$ ).



16. ábra

79. A 17. ábra szerinti üreges, alul nyitott,  $D=2$  m átmérőjű és  $x=0,8$  m magasságú dugattyú egy U alakú cső rövidebb,  $d=600$  mm átmérőjű szárában elmozdulhat. A dugattyú falvastagságát és súlyát figyelmen kívül hagyjuk.  
a./ A  $h=2,5$  m magas vizoszlop hatására mekkora erő fogja a dugattyút elmozdítani, és milyen irányba ( $F=?$ )?

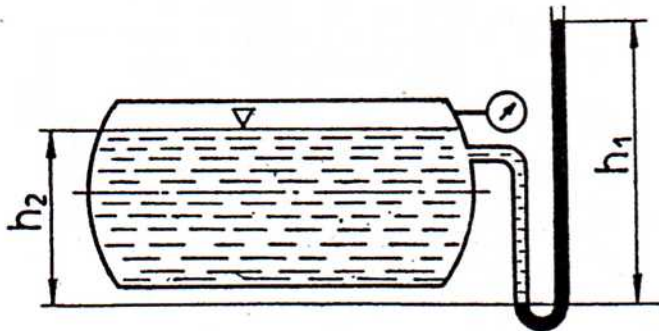
b./ Milyen összefüggésnek kell fennállnia a töméretek és a  $h$  vizoszlop magasság között ahhoz, hogy a dugattyú egyensúlyban legyen?



17. ábra

80. A 18. ábrán látható kazánhoz kapcsolt nyitott U-csöves manométer egyik szárában a higanyoszlop magassága  $h_1=1650$  mm. A víz magassága  $h_2=850$  mm. A higany sűrűsége  $\rho_{Hg}=13\,590$  kg/m<sup>3</sup>.

Mekkora a kazán gőzterében uralkodó túlnyomás ( $p_t=?$ )?



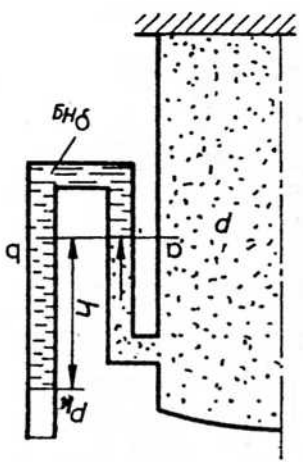
18. ábra

81. A 19. ábra egy légtartályhoz kapcsolt folyadékoszlopos nyomásmérőt ábrázol, amelynek mérőfolyadék  $\rho_{Hg}=13,6$  Mg/m<sup>3</sup> sűrűségű higany. Az U-cső két szintje között  $h=1,25$  m magasságkülönbség van.

a./ Mekkora a légtartályban uralkodó túlnyomás ( $p_t=?$ )?

b./ Mennyire kell meghosszabbítani az U-cső nyitott (külső) szárát, ha higany helyett  $\rho_v=1$  Mg/m<sup>3</sup> sűrűségű vizet használunk ( $h_1=?$ )?

19. ábra



**Kidolgozás:**

a./ Egyszerű szemlélettel igazolható, hogy a tartályban uralkodó nyomást az U-cső mindkét szárában az ab szinten találjuk, mert a csövet ettől lefele egyensúlyt tartó egyenemű folyadék tölti ki, amelynek egy-egy vízszintes rétegében a nyomás mindenütt ugyanakkora.

A légtartályban uralkodó túlnyomás:

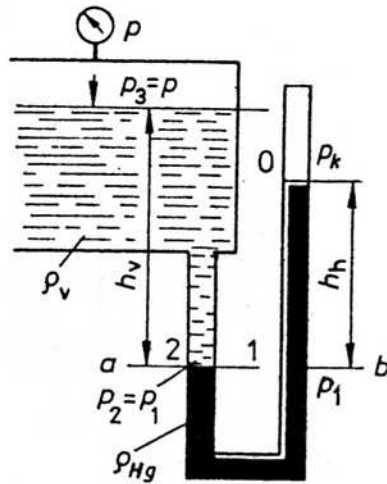
$$p_t - p_k = h \cdot \rho_{Hg} \cdot g = 1,25 \text{ m} \cdot 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 166\,770 \text{ Pa} = 167 \text{ kPa}$$

b./ Ha mérőfolyadékul higany helyett  $\rho^v = 1 \text{ Mg/m}^3$  sűrűségű vizet használunk, akkor az U-cső nyitott (külső) szárát a számítható vízszilompagasssággal kell meghosszabbítani.

$$h_1 \frac{\rho^v \cdot g}{\rho_t} = \frac{10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{167 \cdot 10^3 \text{ Pa}} = 17 \text{ m}$$

82. A 20. ábra jelöléseivel a kazánhoz kapcsolt U-cső egyik szárában a  $\rho_{Hg} = 13,6 \text{ Mg/m}^3$  sűrűségű higany oszlopmagassága  $h_h = 18,3 \text{ m}$ -rel magasabb, mint a másik szárban, amelynek higanytűkötét a túlnyomáson kívül  $h^v = 2,4 \text{ m}$  magas,  $\rho^v = 0,98 \text{ Mg/m}^3$  sűrűségű melegvízszlop is terheli. A barométerállás a mérés időpontjában  $h_p = 770 \text{ mm}$ . Mekkora a kazánban uralkodó teljes nyomás ( $p = ?$ )?





20. ábra

**Kidolgozás:**

A kazánban uralkodó teljes nyomást abból a feltételből számítjuk, hogy az U-cső ab szintjében mindkét szárban ugyanakkora ( $p_1-p_2$ ) nyomás van.

Irható:

$$p_2 = p + h_v \cdot \rho_v \cdot g \quad \text{és} \quad p_1 = p_k + h_r \cdot \rho_{Hg} \cdot g, \quad \text{ahol} \quad p_k = h_b \cdot \rho_{Hg} \cdot g.$$

Az egyenletek összevonásával, rendezés után az eredmény:

$$\begin{aligned} p &= (h_b + h_r) \rho_{Hg} \cdot g - h_v \cdot \rho_v \cdot g = \\ &= (0,77 + 1,8) \text{m} \cdot 13,6 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{m/s}^2 - 2,4 \text{m} \cdot 0,98 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{m/s}^2 = \\ &= (342,88 - 23,07) \cdot 10^3 \text{Pa} = 319\,810 \text{Pa} \approx 320 \text{kPa}. \end{aligned}$$

83. A 21. ábrán látható cső 1 és 2 pontjához kapcsolt differenciál-nyomásmérő mindkét szárát - a higany fölött -  $\rho_v = 1 \text{ Mg/m}^3$  sűrűségű víz tölti ki. A  $\rho_{Hg} = 13,6 \text{ Mg/m}^3$  sűrűségű mérőfolyadék szintjei között az U-cső szárában  $h = 220 \text{ mm}$  magasságkülönbséget olvasunk le.

Mennyi a nyomáskülönbség ( $\Delta p = p_1 - p_2$ )?

**Kidolgozás:**

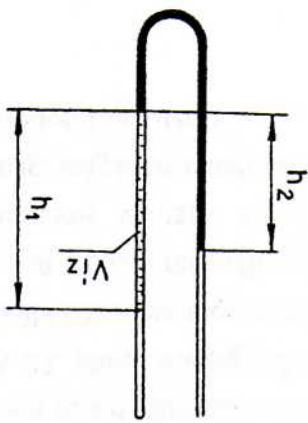
Az ab szint magasságában a nyomás mindkét csőben  $p_y$ , amelynek nagysága a 21. ábra jelölésével

$$p_y = p_1 + y_1 \cdot \rho_v \cdot g = p_2 + y_2 \cdot \rho_v \cdot g + h \cdot \rho_{Hg} \cdot g.$$

$y_1 - y_2 = h$  helyettesítéssel, rendezés után a nyomáskülönbség

$$\Delta p = p_1 - p_2 = h(\rho_{Hg} - \rho_v)g = 0,22 \text{m} (13,6 - 1) \cdot 10^3 \text{kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{m/s}^2 = 271\,930 \text{Pa} \approx 272 \text{kPa}.$$

22. ábra



a./Mennyi a nyomás a zárt térben ( $p_z=?$ )?  
 b./Mennyi a nyomás a legalsó közegváltási szinten ( $p_a=?$ )?

sűrűsége  $\rho_v=1000 \text{ kg/m}^3$ .

mm. A légköri nyomás  $p_k=100,5 \text{ kPa}$ . A higany sűrűsége  $\rho_{Hg}=13 \text{ 600 kg/m}^3$ , a víz sűrűsége  $\rho_v=1000 \text{ kg/m}^3$ . Az oszlopmagasságok a következők:  $h_1=346 \text{ mm}$ ,  $h_2=260 \text{ mm}$ . A higany sűrűsége  $\rho_{Hg}=13 \text{ 600 kg/m}^3$ .

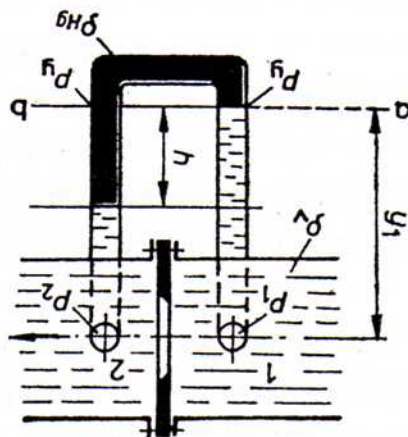
86. U alakú, egyik végén nyitott, másik végén zárt üvegcsőben levegő, víz és higany van. A zárt végén a higany szintje  $h=153 \text{ mm}$ -rel magasabban van, mint a nyitott végén. Mennyi a nyomás a zárt térben, ha a légköri nyomás  $p_k=99 \text{ kPa}$  ( $p_z=?$ )? (A higany sűrűsége  $\rho_{Hg}=13 \text{ 600 kg/m}^3$ .)

85. U alakú, részben higannyal töltött üvegcső egyik vége nyitott, a másik zárt. A zárt végén a higany szintje  $h=16 \text{ mm}$ -rel magasabban van, mint a nyitott végén. Mennyi a nyomás a közegváltási szinten, azaz a víz és a higany érintkezési felületénél ( $p=?$ )?

(A higany sűrűsége  $\rho_{Hg}=13 \text{ 600 kg/m}^3$ , a víz sűrűsége  $\rho_v=1000 \text{ kg/m}^3$ .)  
 magasságkülönbség legyen ( $h=?$ )?

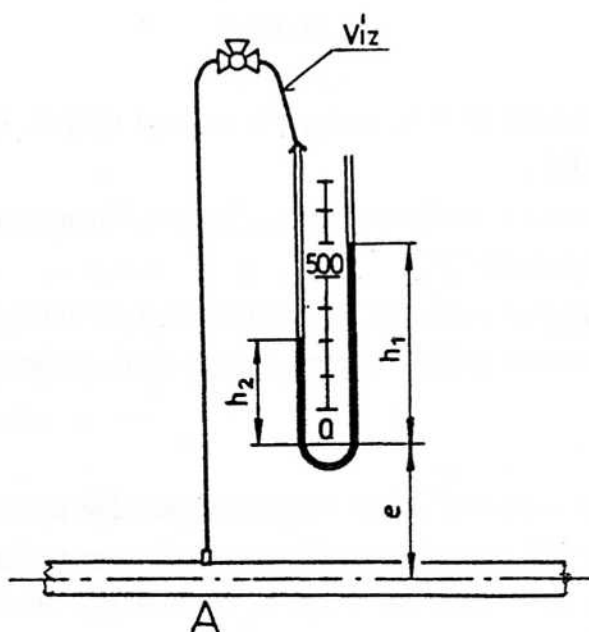
a./Milyen magas vízszlop szükséges ahhoz, hogy a higanyszintek között  $\Delta h=16 \text{ mm}$  vízet öntünk a higany fölé.  
 84. Mindkét végén nyitott, U alakú üvegcsőbe higanyt töltünk. Ezután az egyik szárába

21. ábra



87. Vízszintes csővezetékben víz áramlik. A csővezeték A pontjára a 23. ábra szerint skálával felszerelt U csöves higanyos nyommérőt kötünk. A manométer terheletlen állapotában a közös higanyszint  $e_0 = 450$  mm-nél volt. Az A pontban várható nyomás  $p_A = 150$  kPa. A légköri nyomás  $p_k = 98$  kPa.

- a./ Mekkora kitérésekre számíthatunk a manométer két szárában, ha  $e = 510$  mm?
- b./ Mekkora kitérésekre számíthatunk, ha a manométer nulla szintjét a cső tengelyével egy magasságba helyezzük el ( $h_1 = ?$ ;  $h_2 = ?$ )?
- c./ Milyen magasra kell emelni a manométer nulla szintjét a cső tengelye fölé, hogy a kitérések különbsége nulla legyen ( $e = ?$ )?



23. ábra

**Kidolgozás:**

A manométer terheletlen állapotán azt az állapotot értjük, amikor az U alakú üvegcsőbe töltött mérőfolyadékra mindkét ágban azonos nyomás nehezedik, és így a mérőfolyadék nem mutat kitérést.

A 23. ábrán megfigyelhető, hogy a skála 800 mm hosszú. Célszerű a közlekedő edényt a skála közepéig megtölteni, manométerként így lesz legjobban kihasználható.

a./ A kérdés megválaszolásához fel kell írunk a manométer egyensúlyi egyenletét. Az A pontban várható nyomás nagyobb mint a légköri, tehát a körülbelül az A pont magasságában elhelyezett manométerben a mérőfolyadék - a higany - várhatóan a vázolt módon fog kitérni.

A manométer egyensúlyi helyzetét a skála 0 szintjére, vagy a legalsó közegváltási szintre (itt  $h_2$  távolság felső vége) írjuk fel. E szint alatt ugyanis a nyomás már azonos mértékben nő. E szintek bármelyikén a manométer - képzeltben - elvágva, a mindkét szarban elhelyezkedő mérőfolyadék nyugalmában maradna. E nyugalmom mérés közben is fennáll, ogos tehát az a felvetés, hogy e szintekre mindkét oldalon ugyanakkora nyomás nehezedik. Ezek egyenlőségét kifejező összefüggés a manométer egyensúlyi egyenlete.

Az egyensúlyi egyenlet felírásánál mindkét oldalon a vizsgált szintől legtávolabb eső helyről indulunk. A bal oldali ágban az A ponttól. A bekötővezetékben fellele haladva a nyomás nő. A legalsó közegváltási szintet - jelen esetben a vizsgált szintet - elérve, gondolatban tovább haladhatunk a bekötővezetékben fellele. Ez azonban felesleges, hiszen a manométer bal oldali ágában lefele haladva a nyomás megegyező mértékben újra növekedni fog.

E - mindig alkalmazott - gondolattalmenet helyességének természetesen feltétele, hogy a bekötővezeték a nyomásközvetítő közeg - jelen esetben a víz - teljesen kitöltse.

A légköri nyomásra a szokásos  $p_k$  jelölést alkalmazva, az egyensúlyi egyenlet ezek után:

$$\rho_A \cdot g \cdot h_2 + p_k + \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = p_k + \rho \cdot g \cdot h_2$$

Az egyenletben két ismeretlen van -  $h_1$  és  $h_2$  -, felírható azonban, hogy

$$\frac{h_1 + h_2}{2} = e_0 = 0,45 \text{ m,}$$

hiszen a mérőfolyadékok a végig azonos átmérőjű üvegcsőben az eredeti helyzethez képest azonos mértékben mozdul el.

Az első egyenletbe behelyettesítve:

$$150000 \text{ kg/m}^3 \cdot (0,51 \text{ m} + h_2) \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 98000 \text{ kg/m}^3 \cdot (h_1 - h_2) + 13600 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2$$

Ebből a második egyenlet felhasználásával:  $h_2 = 0,284 \text{ m} = 284 \text{ mm}$ , és  $h_1 = 0,616 \text{ m} = 616 \text{ mm}$  végeredményt kapunk.

c./ Ebben az esetben, ha  $e=0$ , a manométer egyensúlyi egyenlete egyszerűbb alakot ölt:

$$\rho_A \cdot h_2 \cdot \rho \cdot g = p_k + (\rho_1 - \rho_2) \rho \cdot H \cdot g$$

Újra felhasználva a mérőfolyadékok szimmetrikus elmozdulására felírt összefüggést:  $h_2 = 0,264 \text{ m} = 264 \text{ mm}$ , és  $h_1 = 0,636 \text{ m} = 636 \text{ mm}$  végeredményt kapunk.

c./ Ebben az esetben  $h_1 - h_2 = 0$ ,

a manométer egyensúlyi helyzete:

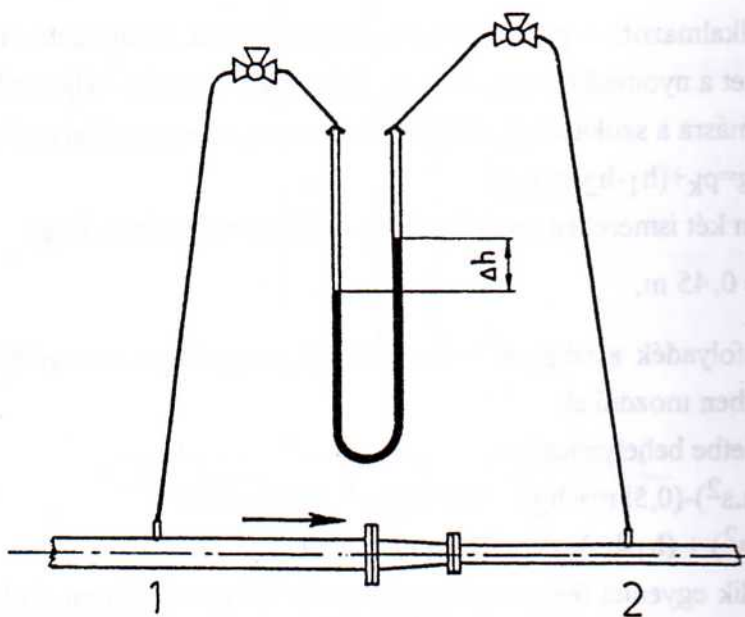
$$p_A - (\rho + h_2)\rho_v \cdot g = p_k$$

Tudjuk, hogy  $h_1 = h_2 = 0,45$  m, így az egyismeretlenes egyenlet megoldása  $e = 4,85$  m.

**88.** Vízszintes csővezeték két pontjára U-csöves higanyos manométert kötünk a 24. ábra szerint. A csővezetékben víz áramlik. A nyomás mind az 1 mind a 2 jelű helyen a légköri nyomásnál kisebb.

a./ A csőszakaszt rövid ideig túlnyomás alá helyezve, a háromjáratú csapokon légtelenítjük, a nyomásközvetítő közeg víz. Mennyi a nyomáskülönbség az 1 és 2 jelű hely között, ha  $\Delta h = 121$  mm ( $\Delta p = ?$ )?

b./ Mennyi lenne a kitérés az előbbi nyomáskülönbség esetén, ha a nyomásközvetítő közeg levegő lenne ( $\Delta h_{\rho} = ?$ )?



24. ábra

**89.** Mindkét végén nyitott U alakú üvegcsövet manométerként kívánunk használni. A mellette elhelyezkedő skála hossza 150 cm. A manométer légtartályában levő vákuumot kell mérnünk. A légköri nyomást tekintjük  $p_k = 100$  kPa-nak.

a./ Milyen magasan kell megtölteni az U-csövet mérőfolyadékkal, hogy a skálát teljes egészében kihasználhassuk ( $h = ?$ )?

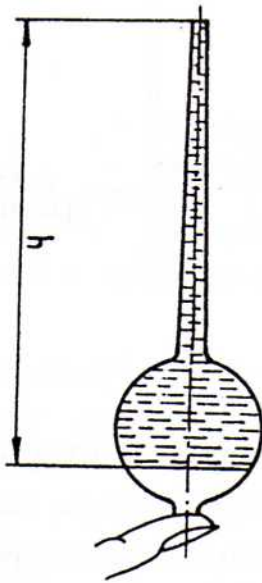
b./ Hány százalék, a pillanatnyi légköri nyomáshoz viszonyított vákuumot tudunk mérni, ha a mérőfolyadék víz ( $v_v = ?$ )?

c./ Hány százalék vákuumot tudunk mérni, ha a mérőfolyadék higany ( $v_{Hg} = ?$ )?

90. A 25. ábrán látható lopóban  $p_b = 900 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű bor van. A légköri nyomást tekintésük  $p_k = 100 \text{ kPa}$ -nak!

a./ Mekkora a nyomás a lopó legterében, ha  $h = 600 \text{ mm}$  ( $p = ?$ )?

b./ Mennyi erő hat a  $d = 15 \text{ mm}$  átmérőjű nyílást lezáró ujjra ( $F = ?$ )?



25. ábra

91. A  $d = 15 \text{ mm}$  átmérőjű tömlő nyílását ujjunkkal kell elzárni. Mekkora erőt kell kifejteni, ha a tömlőben a víz nyomása  $p = 0,45 \text{ MPa}$  ( $F = ?$ )?

92. Egy légtartályban a külső légköri nyomáshoz viszonyított  $v = 78\%$ -os vákuum van. A barométerállás  $h = 765 \text{ Hgmm}$ .

Mennyi az abszolút nyomás és a túlnyomás a tartályban ( $p_{ab} = ?$ ;  $p_t = ?$ )? (A környezeti nyomás  $p_k = 102 \text{ kPa}$ .)

**Kidolgozás:**

A  $0\%$ -os vákuum jelenti a légköri nyomást, a  $100\%$ -os vákuum a légüres tereket. Jelölje a tartálybeli nyomást  $p$ , amíg a légköri nyomás  $p_k$ .

Ismert a barométerállás:  $h = 765 \text{ Hgmm}$  és a  $v = 78\%$ . Számítsuk ki a légköri nyomást!

$$p_k = h \cdot \rho_{\text{Hg}} \cdot g = 0,765 \text{ m} \cdot 13\,600 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 102\,000 \text{ Pa}$$

A  $p_{ab}$  abszolút nyomás a fenti értelmezés szerint:

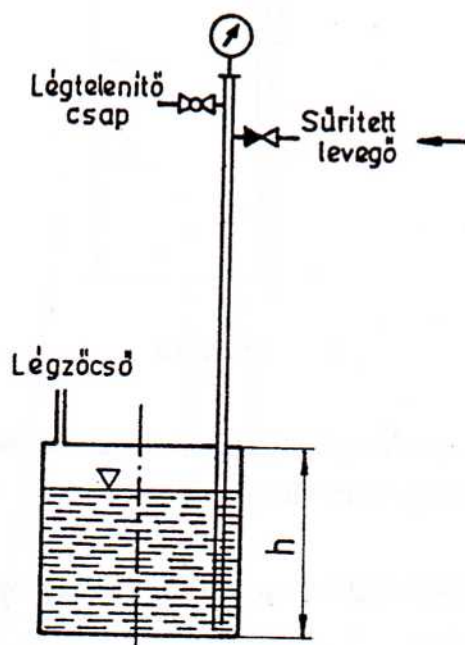
$$p_{ab} = (1 - v) p_k = (1 - 0,78) \cdot 102\,000 \text{ Pa} = 22,4 \text{ kPa}$$

A  $p_t$  túlnyomás:

$$p_t = p_{ab} - p_k = 22,4 \text{ kPa} - 102 \text{ kPa} = -79,6 \text{ kPa}$$

93. Egy hajóban levő édesvíztankban a víz mennyiségét a 26. ábrán látható módon mérjük. A tankba függőleges cső nyúlik, amelynek felső végére dobozos manométert kötünk. A csőre visszacsapó szelepen keresztül (az áramlás csak a nyíl irányába lehetséges) sűrített levegő vezetékét csatlakoztatunk. A függőleges csőbe mindig addig engedünk levegőt, amíg a dobozos manométer mutatójának kitérése növekszik, azaz míg a víz a csőből teljesen ki nem szorul, és felesleges levegő alul távozni nem kezd.

Ábrázolja a manométerben barban leolvasható túlnyomás függvényében a tartályban levő víz mennyiségének változását [ $V=f(p_t)$ ]. A tartály vízszintes keresztmetszete  $A=3,2 \text{ m}^2$ , a magassága  $h=2,5 \text{ m}$ .



26. ábra

94. Egy hajó kettősfenék tankjának szellőzőcsöve függőleges, a tank tetejétől számítva  $h=5 \text{ m}$  magasan végződik, belső átmérője  $d=92,8 \text{ mm}$ . A tank  $H=6,5 \text{ m}$  hosszú,  $B=3 \text{ m}$  széles és  $M=600 \text{ mm}$  magas (27. ábra).

a./ Mekkora erővel terheli a tank fenekét a benne lévő édesvíz, ha a tank éppen tele van ( $F_1=?$ )?

b./ Milyen tömeg édesvízzel tudunk többet szállítani, ha a szellőzőcsövet is teljesen feltöltjük ( $m=?$ )?

c./ Mekkora erővel terheli ekkor az édesvíz a tank fenekét ( $F_2=?$ )?

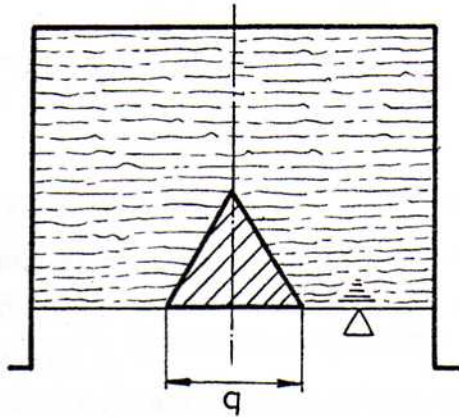
d./ Mekkora erő hat ekkor a tank tetejére ( $F_3=?$ )?

a./ Mekkora a túlnyomás a zárt térben, ha a tálcán nincs teher ( $p_t=?$ )

a dugattyú keresztmetszete,  $A=2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ .

manométerről leolvasott értékek. A tálcá és a hozzá csatlakozó dugattyú tömege,  $m_0=1 \text{ kg}$ , számítható. A különféle nyomásokkal összevethető a jobb oldalon csatlakoztatott, - tartály látható. A bal oldali tálcát mérőtömeggel terheltük. A zárt folyadék nyomása 96. A 29. ábrán nyomás mérésére szolgáló alapmérőeszköz, egy olajjal telt - méréskor zárt

28. ábra



c./ Mekkora a hasáb anyagának sűrűsége ( $\rho_h=?$ )?

összege ( $F_h=?$ ;  $F_v=?$ )?

b./ Mekkora a két ferde falat terhelő erők vízszintes, illetve függőleges összetevőinek

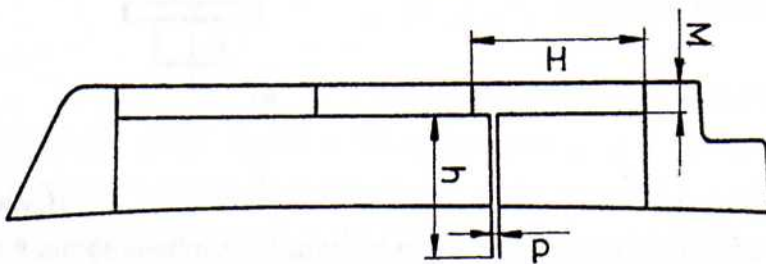
a./ Mekkora a hidrosztatikai nyomásból származó, egy ferde falra merőleges erő ( $F=?$ )?

hosszúsága  $l=500 \text{ mm}$ .

vízben. A hátromszög egy oldalának hossza  $b=200 \text{ mm}$ , a hasábnak a rajz síkjára merőleges

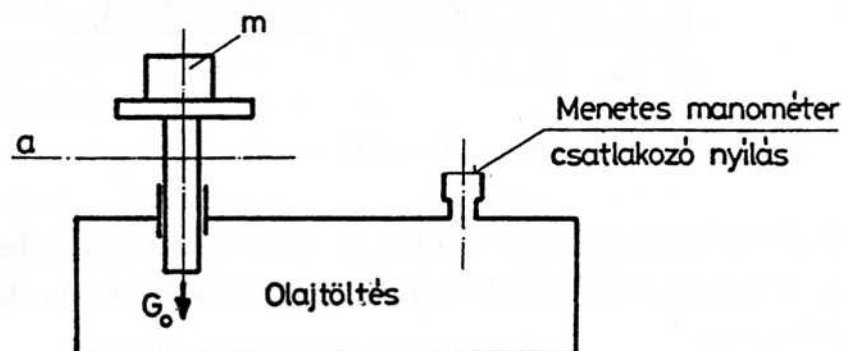
95. Egyenlő oldalú hátromszög alapú hasáb a 28. ábrán látható módon helyezkedik el a

27. ábra





b./ Mekkora a mérőtömegre van szükségünk, ha a maximum  $p_t=10$  bar túlnyomást akarunk előállítani ( $m=?$ )?



29. ábra

**Kidolgozás:**

a./ Az olajtér nyomása a dugattyú által létesített nyomás, a dugattyúerő és a dugattyú-keresztmetszet hányadosa.

Az olajtér túlnyomását a tálca és a dugattyú együttes  $m_o$  tömegének súlya hozza létre:

$$p_t = \frac{G_o}{A} = \frac{m_o \cdot g}{A} = \frac{1\text{kg} \cdot 9,81\text{m/s}^2}{2 \cdot 10^{-4}\text{m}^2} = 49\,050\text{Pa} = 0,49\text{bar}.$$

b./  $p_t=10$  bar. A  $G_o$  súly most is hat, de hat a  $G=m \cdot g$  súly is.

$$p_t = \frac{G_o + m \cdot g}{A}, \text{ azaz } m = \frac{p \cdot A - G_o}{g}.$$

Behelyettesítve:

$$m = \frac{10 \cdot 10^5\text{Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-4}\text{m}^2 - 9,81\text{N}}{9,81\text{m/s}^2} = 19,4\text{kg}.$$

97. Egy folyadékkal töltött csille ferde lejtőn gurul lefelé.

Milyen a szabad felszín alakja a nyomáseloszlás ( $p=?$ ) a folyadékban?

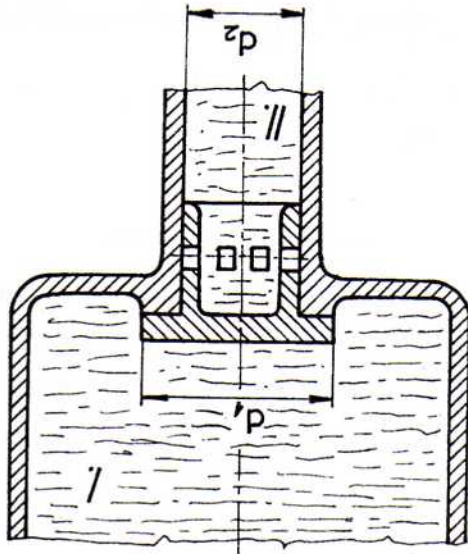
**Kidolgozás:**

A csillével együtt gyorsuló koordináta-rendszerből nézve, a folyadékra ható tömegerosűrűség a 29. ábrán látható  $g$  és  $a$  vektori eredője.

Amennyiben a súrlódás és a kerekek tehetetlenségi nyomatéka kicsi, úgy a csille gyorsulása  $a=g \cdot \sin \alpha$ . Ilyenkor a folyadék felszíne párhuzamos a lejtővel, a nyomás pedig  $h$  mélységben

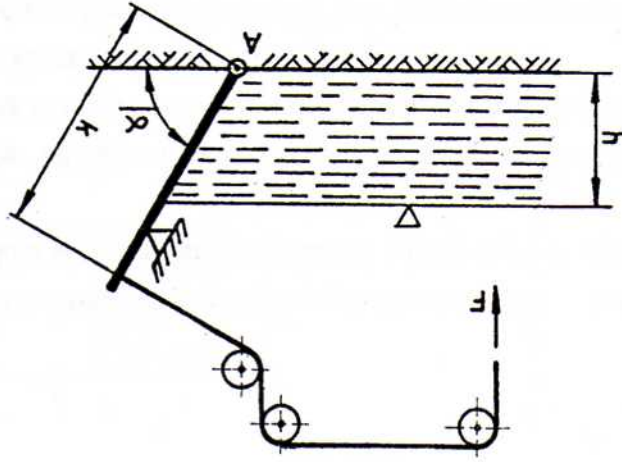
$$p = \rho_v \cdot g \cdot h \cdot \cos \alpha.$$

98. Két víztározót szelep köt össze, amely különböző visznyomás esetén nyit, illetve zár (30. ábra). Az I. tározóban  $p_1=3$  MPa túlnyomás nyomja a  $d_1=200$  mm átmérőjű szeleptányért. Mekkora kell lenni a  $d_2$  átmérőnek, hogy a szelep  $p_2=6$  MPa túlnyomás esetén kinyíljon? (A szelep saját súlyerejétől eltekintünk.)



30. ábra

99. A 31. ábrán látható kaput  $F=36$  kN erővel tartjuk rajzolt helyzetében;  $k=4,5$  m. A kapu szélessége  $c=3$  m, a kapu vízszintessel bezárt szöge  $\alpha=60^\circ$ . Milyen vízállásnál kezd a kapu az A csuklós el fordulva nyitni ( $h=?$ )? A kapu önsúlyát hagyja figyelmen kívül!

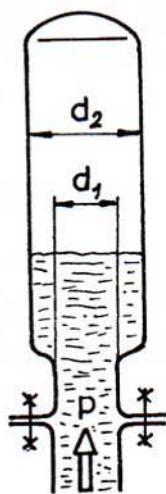


31. ábra

100. Egy nagy  $h=3$  m magasan folyadékkal telt tartály oldalán különböző mélységben két kis kilépő nyílást kívánunk furatni. A felszín alatt  $h_1=2$  m mélyen levő nyílás fölött milyen magasan legyen a másfelszer akkora furat, ha azt akarjuk, hogy a kilépő térfogatáram azonos legyen ( $h_2=?$ )?

101. A 32. ábra egy dugattyús szivattyú nyomólégüstjét szemlélteti. A beömlőnyílás átmérője  $d_1=150$  mm, a légüst belső átmérője  $d_2=300$  mm. A légüst nyomott oldalát a vízlökéseken keresztül  $p=1,5$  MPa terheli.

Mekkora erő próbálja leemelni a nyomólégüstöt a csőperemről ( $F=?$ )?



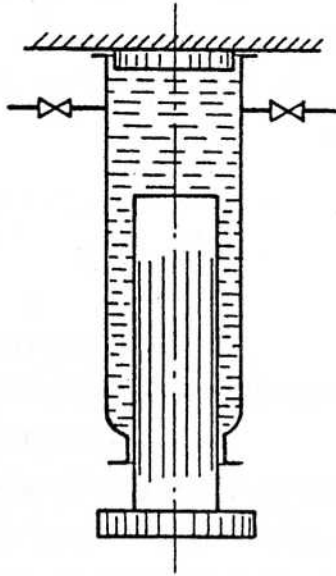
32. ábra

102. A hidraulikus berendezés  $p=16$  MPa nyomással működik. A munkahengerre  $F=80$  kN erő hat. Számítsa ki a súrlódás elhanyagolásával a henger átmérőjét ( $D=?$ )!

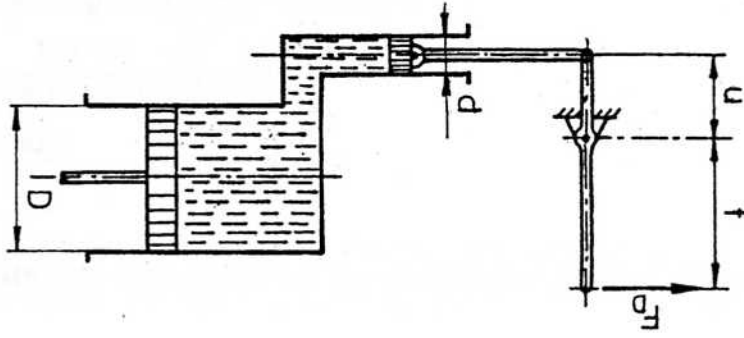
103. A 33. ábrán látható víznyomásos emelő dugattyújának átmérője  $D=200$  mm. A dugattyú tömege az emelőpaddal együtt  $m=1300$  kg. A dugattyú mozgásakor  $F_s=5000$  N súrlódási ellenállás ébred.

Mekkora terhet tud ez a berendezés emelni, ha a víz nyomása  $p=25$  bar ( $m_t=?$ )?

33. ábra



104. A 34. ábrán látható csuklós rudazat végén  $F_D=450\text{ N}$  erő hat. A karhosszak:  $f=200\text{ mm}$ ,  $u=50\text{ mm}$ . A rudazat  $d=40\text{ mm}$  átmérőjű dugattyúhoz csatlakozik. A nyomott folyadékot határoló nagyobb dugattyú átmérője  $D=200\text{ mm}$ .  
 a./ Mekkora erőt kell a nagyobb dugattyúra kívülről kifejteni, hogy a rendszer mozdulatlan maradjon ( $F_D=?$ )?  
 b./ Ha a függőleges rúd felső végét  $j=10$  milliméterrel balra mozgatók, mennyit fog elmozdulni a nagyobb átmérőjű dugattyú ( $\ell=?$ )?



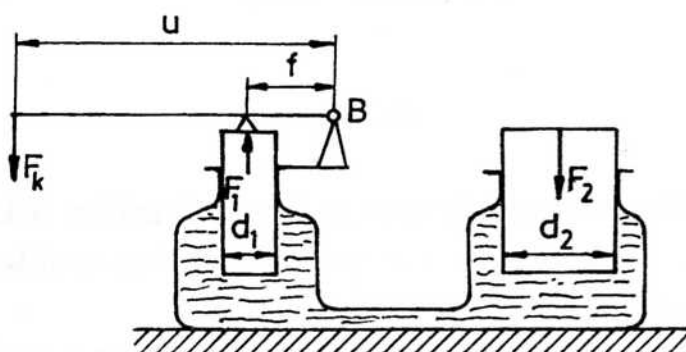
34. ábra

105. A 35. ábrán kézi működtetésű hidraulikus emelő látható, amelynél bőr tömitést alkalmaznak A súrlódási tényező mindkét oldalon  $\mu=0,1$ . Az emelőkarok hosszai:  $f=100$  mm,  $u=800$  mm. Az emelőrúd végét  $F_k=300$  N erővel nyomjuk le.

a./ Mekkora nyomás lép fel a folyadékban ( $p=?$ )?

b./ Számítsa ki a munkahenger dugattyúját egyensúlyban tartó erőt ( $F_2=?$ )!

c./ Mennyi a hidraulikus emelő hatásfoka ( $\eta=?$ )?



35. ábra

**Kidolgozás:**

a./ Az emelőkarra ható erők nyomatéka a B forgáspontra, ha a  $d_1$  átmérőjű dugattyúra  $F_1$  erő hat:

$$F_k \cdot u = F_1 \cdot f, \text{ ebből}$$

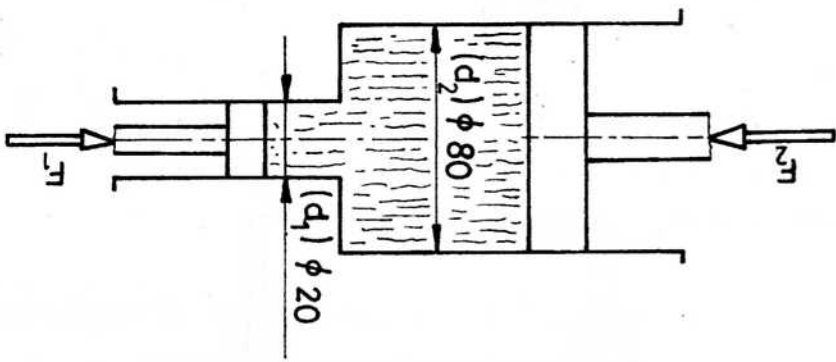
$$F_1 = \frac{F_k \cdot u}{f} = \frac{300 \text{ N} \cdot 800 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = 2400 \text{ N}.$$

A nyomódugattyúnál fellépő súrlódási veszteség:

$$F_{s1} = \mu \cdot F_1 = 0,1 \cdot 2400 \text{ N} = 240 \text{ N}.$$

A folyadékra ható nyomóerő:

$$\Delta F_1 = F_1 - F_{s1} = 2400 \text{ N} - 240 \text{ N} = 2160 \text{ N}.$$



106. A 36. ábrán látható a két dugattyú közé zárt folyadék  $p=0,6$  MPa nyomás alatt áll. Számítsa ki a súrlódás elhanyagolásával a két tolórúdban fellépő erőket ( $F_1=?$ ;  $F_2=?$ )!

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 = 0,9 \cdot 0,9 = 0,81 = 81\%$$

A hidraulikus emelőmű hatásfoka:

$$\eta_2 = \frac{F_2}{\Delta F_2} = \frac{1,944 \text{ kN}}{2,160 \text{ kN}} = 0,9.$$

A munkahenger hatásfoka:

$$\eta_1 = \frac{\Delta F_1}{F_1} = \frac{2160 \text{ N}}{2400 \text{ N}} = 0,9.$$

c./ A nyomóhenger hatásfoka:

$$F_2 = \Delta F_2 - F_{s2} = 2,16 \text{ kN} - 0,216 \text{ kN} = 1,944 \text{ kN}.$$

A munkadugattyút egyensúlyban tartó erő:

$$F_{s2} = \mu \cdot \Delta F_2 = 0,1 \cdot 2,16 \text{ kN} = 0,216 \text{ kN}.$$

A munkadugattyú súrlódási ereje:

$$\Delta F_2 = A_{d2} \cdot p = 1,256 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 1,72 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 2,16 \cdot 10^3 \text{ N} = 2,16 \text{ kN}.$$

A munkadugattyúra ható erő:

$$A_{d2} = \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} = \frac{0,3^2 \text{ m}^2 \cdot 3,14}{4} = 0,07065 \text{ m}^2 = 7,065 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2.$$

b./ A munkadugattyú felülete:

$$p = \frac{\Delta F_1}{A_{d1}} = \frac{2,16 \cdot 10^3 \text{ N}}{1,256 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2} = 1,720 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 1,72 \text{ MPa}.$$

A folyadékban fellépő nyomás:

$$A_{d1} = \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} = \frac{0,040^2 \text{ m}^2 \cdot 3,14}{4} = 0,001256 \text{ m}^2 = 1,256 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2.$$

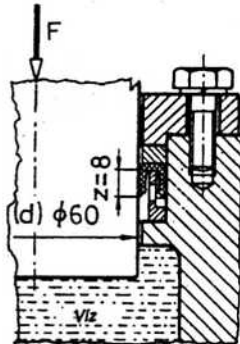
A nyomódugattyú felülete:

107. A  $d=60$  mm átmérőjű búvárdugattyú a  $z=8$  mm magas fésűs tömítésen keresztül a víz nyomására elzáródik (37. ábra). A dugattyút  $F=6,5$  kN erő terheli.

Mekkora víznyomást hoz létre a dugattyú,

a./ ha a dugattyú és a tömítés közötti súrlódástól eltekintünk ( $p=?$ ),

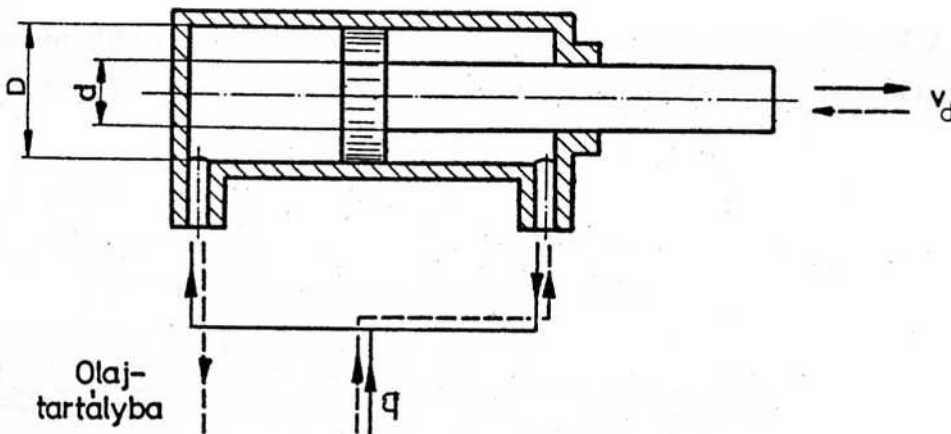
b./ ha a súrlódási tényező  $\mu=0,12$  ( $p_s=?$ )?



37. ábra

108. A 38. ábra ún. kettős működésű hidraulikus munkahengert szemléltet, amely egy hidraulikus erőátviteli rendszer része. A rendszer szivattyújának olajszállítása (térfogatárama)  $q$  állandó. A szállítás megfelelően váltakozó irányát (folytonos és szaggatott vonalak) ún. vezérlőtollatvány biztosítja.

Mekkora legyen a  $D/d$  viszony, ha azt akarjuk, hogy a  $v$  sebesség nagysága mindkét irányú mozgásnál azonos legyen?



38. ábra

109. Egy kézi hajtású víznyomásos kocsiemelő terhelése  $F_1=15 \text{ kN}$ , a kéziszivattyú dugattyújával átvihető erő  $F_2=0,3 \text{ kN}$ . A szivattyú dugattyúátmérője  $d=50 \text{ mm}$ .  
 a./ Mekkora az emelődugattyú átmérője ( $D=?$ )?  
 b./ Mekkora a henger belsejében keletkező túlnyomás teljes terhelés esetén ( $p_t=?$ )?

**Kidolgozás:**

A szükséges áttétel:

$$i = \frac{F_1}{F_2} = \frac{15 \text{ kN}}{0,3 \text{ kN}} = 50.$$

A szivattyú dugattyújának felülete:

$$A_{d2} = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{5^2 \text{ cm}^2 \cdot \pi}{4} = 19,6 \text{ cm}^2.$$

Az emelődugattyú felülete:

$$A_{d1} = i \cdot A_{d2} = 50 \cdot 19,6 \text{ cm}^2 = 980 \text{ cm}^2.$$

$$A_{d1} = \frac{D^2 \pi}{4}, \text{ ebből a dugattyú átmérője:}$$

$$D = \sqrt{\frac{4A_{d1}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 980 \text{ cm}^2}{\pi}} = 35,3 \text{ cm} = 353 \text{ mm}.$$

A henger belsejében keletkező túlnyomás teljes terhelés esetén:

$$p_t = \frac{F_2}{A_{d2}} = \frac{0,3 \text{ kN}}{0,00196 \text{ m}^2} = 153 \text{ kPa}.$$

109. A 39. ábrán látható hengeres, nyitott edénybe vízmentesen záró és feltöltésünk szerint sűrűdásmentesen elmozdítható dugattyút helyezünk.

A dugattyú átmérője  $D=250 \text{ mm}$ , az edény vékonyabb részének átmérője  $d=73 \text{ mm}$ . Az edény és a dugattyú tömege elhanyagolhatóan kicsi.

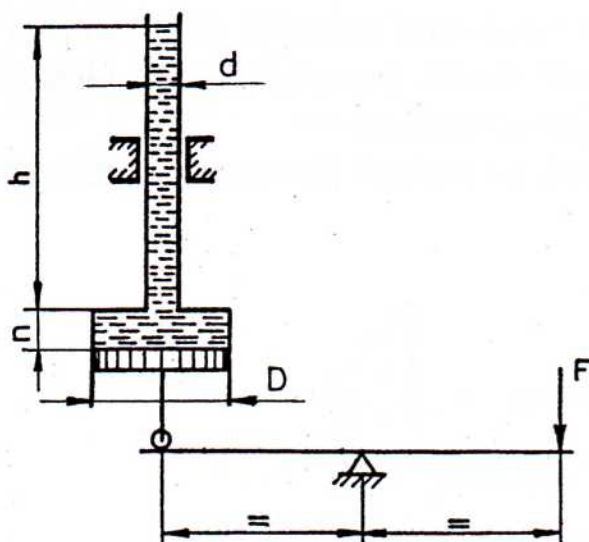
a./ Mekkora az egyensúlyozó erő ( $F=?$ ), ha a dugattyú fölött levő  $n=120 \text{ mm}$  magas vízréteg az edény nagyobb átmérőjű részét a 39. ábra szerint éppen kitölti?

b./ Mennyi lesz az edényben levő víz súlya, ha  $h=700 \text{ mm}$  magasan az edény vékonyabb részét is megtöltjük ( $G=?$ )?

c./ Mekkora lesz ebben az esetben az  $F$  erő?

d./ Milyen nagyságú erő fog ebben az esetben az edényre hatni ( $F_e=?$ )?





39. ábra

111. A hidraulikus emelő adatai:

- a nyomódugattyú átmérője

$$d_1 = 20 \text{ mm,}$$

- a munkadugattyú átmérője

$$d_2 = 280 \text{ mm,}$$

- a nyomódugattyú tömítésének magassága

$$z_1 = 8 \text{ mm,}$$

- a munkadugattyú tömítésének magassága

$$z_2 = 20 \text{ mm,}$$

A fésűs tömítések súrlódási tényezője  $\mu = 0,12$ . A nyomódugattyút  $F_1 = 2 \text{ kN}$  erő terheli, a lökete  $s_1 = 30 \text{ mm}$ .

Keressük:

a./ a  $p$  folyadéknyomást,

b./ az emelő hatásfokát ( $\eta = ?$ ),

c./ a fellépő  $F_2$  emelőerőt,

d./ a munkadugattyú  $s_2$  lökethosszát, a nyomódugattyú egyes löketekor,

e./ az egyes löketre fordított  $W_1$  munkát,

f./ az egyes löket  $W_h$  hasznos munkáját,

g./ hány löketre van szükség a munkadugattyú 28 mm-es útjához ( $i_\ell = ?$ )?

112. A billenőteknős csille emelőhengerének furatátmérője  $d = 210 \text{ mm}$ , lökethossza  $s = 930 \text{ mm}$ . A billenés megkezdéséhez  $F = 520 \text{ kN}$  erő kell. Egy löket  $t = 20$  másodpercig tart.

a./ Mekkora a hengerben az olajnyomás a löket kezdetén ( $p = ?$ )?

b./ Mekkora a szivattyúban a térfogatáram l/min-ban ( $q = ?$ )?

### III. 2. HIDRODINAMIKA

#### Fogalmak, jelölések, mértékegységek

A	- csökkeresztmetszet	[m <sup>2</sup> ]
A <sub>l</sub>	- vizikerek lapátfelület	[m <sup>2</sup> ]
D (d)	- átmérő (általános)	[mm, m]
F	- erő (általános)	[N, kN]
F <sub>d</sub>	- impulzuserő	[N, kN]
F <sub>l</sub>	- impulzuserő ellenerője	[N, kN]
G	- súlyerő (általános)	[N, kN]
H	- szivattyúzási magasság (vizoszlop magasság)	[m]
H <sub>ab</sub>	- abszolút hiba	[N]
ΔI	- impulzusváltozás (mozgásmennyiség változás)	[kg.m.s <sup>-1</sup> ]
K	- arányossági tényező a veszteségmagasságoknál	[s <sup>2</sup> .m]
M	- nyomaték (általános)	[N.m, m.kN]
M <sub>s</sub>	- sűrűdési nyomaték	[W, kW]
P <sub>ph</sub>	- teljesítmény (általános)	[W, kW]
P <sub>max</sub>	- legnagyobb teljesítmény	[W, kW]
P <sub>hmax</sub>	- legnagyobb hasznosítható teljesítmény	[W, kW]
R (r)	- sugár (általános)	[mm, m]
Re	- Reynold-szám	
Re <sub>kr</sub>	- kritikus Reynold-szám	
T	- hőmérséklet (általános)	[K]
V	- térfogat	[dm <sup>3</sup> , ℓ, m <sup>3</sup> ]
ΔV	- térfogatváltozás	[dm <sup>3</sup> , ℓ, m <sup>3</sup> ]
W	- munka (általános)	[J, kJ]
a	- manométer bekötési távolság	[mm, m]
b	- csatornaszelvény	[mm, m]
c	- tartálymagasság	[mm, m]
g	- nehézségi gyorsulás	[m.s <sup>-2</sup> ]
h	- folyadékoszlop magasság (általános)	[mm, m]
Δh	- folyadékszint különbség	[mm, m]
k	- arányossági tényező	
ℓ	- hosszúság (csőhossz, csatornahossz)	[mm, m]
ℓ <sub>e</sub>	- egyenértékű csőhossz	[mm, m]
m	- tömeg (általános)	[kg]

$\dot{m}$	- tömegáram	[kg.s <sup>-1</sup> , Mg.s <sup>-1</sup> ]
n	- fordulatszám	[s <sup>-1</sup> , min <sup>-1</sup> ]
n <sub>opt</sub>	- optimális fordulatszám	[s <sup>-1</sup> , min <sup>-1</sup> ]
p	- nyomás (általánosan)	[Pa, kPa, bar]
p <sub>t</sub>	- túlnyomás	[Pa, kPa, bar]
p <sub>k</sub>	- környezeti levegőnyomás	[Pa, kPa, bar]
Δp	- nyomáskülönbség	[Pa, kPa, bar]
t	- idő	[s]
Δt	- időkülönbség	[s]
q	- térfogatáram (általánosan)	[m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> , m <sup>3</sup> .h <sup>-1</sup> ]
u	- beton csúszó lédasebesség vízsugár hatására	[m.s <sup>-1</sup> ]
v	- sebesség	[m.s <sup>-1</sup> ]
v <sub>kr</sub>	- kritikus áramlási sebesség	[m.s <sup>-1</sup> ]
v <sub>ker</sub>	- kerületi sebesség	[m.s <sup>-1</sup> ]
x	- távolsági változó	[mm, m]
y	- vízmagasság (általánosan)	[mm, m]
α	- idomdarabok függőlegessel bezárt szöge	[rad, fok]
β	- irányváltoztatási szög csőívben	[rad, fok]
γ	- eredőerő x tengellyel bezárt szöge	[rad, fok]
δ	- csőemelkedési szög	[rad, fok]
η <sub>m</sub>	- mechanikai hatásfok	[%]
η <sub>sz</sub>	- szivattyúhatásfok	[%]
λ	- csősúrlódási tényező	
μ	- súrlódási tényező	
ν	- kinematikai viszkozitás (általánosan)	[m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
ξ	- veszteségtényező (általánosan)	
π	- 3,14	
ρ	- sűrűség (általánosan)	[g.cm <sup>-3</sup> , kg.m <sup>-3</sup> ]
ρ <sub>f</sub>	- folyadéksűrűség	[kg.m <sup>-3</sup> ]
ρ <sub>v</sub>	- víz sűrűsége	[kg.m <sup>-3</sup> ]
ρ <sub>b</sub>	- benzin sűrűsége	[g.cm <sup>-3</sup> , kg.m <sup>-3</sup> ]
ρ <sub>ℓ</sub>	- levegő sűrűsége	[kg.m <sup>-3</sup> ]
ρ <sub>oℓ</sub>	- kőolaj sűrűsége	[kg.m <sup>-3</sup> ]
Σ	- összegzés szimbóluma	
φ	- vízsugár hajlásszöge	[rad, fok]
ω	- szögsebesség	[rad.s <sup>-1</sup> , s <sup>-1</sup> ]

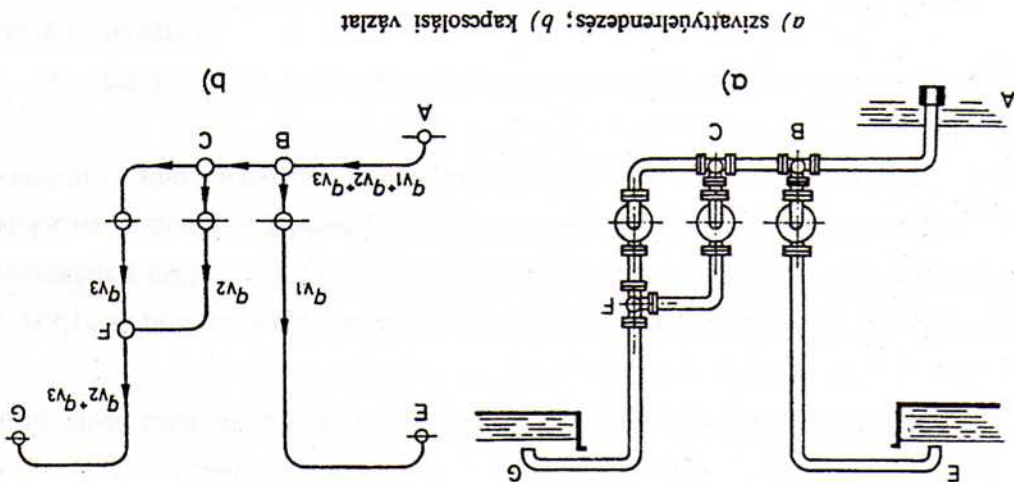
$$q_{VAB} = q_{V1} + q_{V2} + q_{V3} = 150 \text{ m}^3/\text{h} + 80 \text{ m}^3/\text{h} + 40 \text{ m}^3/\text{h} = 270 \text{ m}^3/\text{h},$$

$$q_{VBC} = q_{V2} + q_{V3} = 80 \text{ m}^3/\text{h} + 40 \text{ m}^3/\text{h} = 120 \text{ m}^3/\text{h}.$$

A közös szivócsőben áramló folyadék mennyisége:

**Kidolgozás:**

40. ábra



Mennyi az egyes csőszakaszokban a víz áramlási sebessége ( $v=?$ )?

A csőátmérő az egész hálózaton  $d=250 \text{ mm}$ .

$$q_{V3}=40 \text{ m}^3/\text{h},$$

$$q_{V2}=80 \text{ m}^3/\text{h},$$

$$q_{V1}=150 \text{ m}^3/\text{h},$$

a szivattyúk vizszállítására:

113. A 40. ábrán vázolt csővezeték-hálózatot három szivattyú táplálja. Az ábra jelölésével

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{0,25^2 m^2 \cdot 3,14}{4} = 0,049 m^2.$$

A másodpercenként átfolyó vízmennyiség (térfogatáram) pedig

$$q_{VAB} = \frac{270 m^3 / h}{3600 s / h} = 0,075 m^3 / s = 75 dm^3 / s.$$

Az áramlás sebessége az AB szakaszon:

$$v_{AB} = \frac{q_{AB}}{A} = \frac{0,075 m^3 / s}{0,049 m^2} = 1,53 m / s.$$

A BC szakaszon ugyanekkora csőkeresztmetszeten csak

$$q_{VBC} = \frac{120 m^3 / h}{3600 s / h} = 0,033 m^3 / s$$

wízmennyiség áramlik keresztül, tehát a sebesség is kisebb:

$$v_{BC} = \frac{q_{VBC}}{A} = \frac{0,033 m^3 / s}{0,049 m^2} = 0,67 m / s.$$

Hasonló elven számítható ki a víz sebessége a többi csővezetékszakaszra is.

**114.** A  $d_1=30$  mm átmérőjű vízszintesen elhelyezett cső egy helyen  $d_2=20$  mm-re szűkül. A víz sebessége a csőben  $v_1=4$  m/s, a hozzá tartozó statikus nyomás  $p_1=100$  kPa túlnyomás.

a./ Mekkora az áramlási sebesség a szűkületben ( $v_2=?$ )?

b./ Mekkora a statikus nyomás szűkületben ( $p_2=?$ )?

**115.** A vizet  $H=15$  m magasra kell szivattyúzni úgy, hogy a víz a csövet  $v=12$  m/s sebességgel hagyja el.

Számítsa ki a csővezetékben fellépő veszteség elhanyagolásával

a./ hány méteres vízoszlop nyomásával tart egyensúlyt az áramló víz dinamikus nyomása ( $h_1=?$ )?

b./ hány méteres vízoszlop nyomásával tart egyensúlyt az össznyomás ( $h_2=?$ )?

c./ a hidrosztatikai nyomást bar-ban és Pa-ban a csővezeték alján ( $p=?$ )!

**116.** Mekkora sebességgel tör ki  $p_t=0,6$  MPa túlnyomáson a víz csőtöréskor a vízszintesen fekvő vezetékből ( $v=?$ )?

**117.** Állandó mélységű csatorna szélessége a  $b=4$  m hosszúságú szakaszon  $d_1=5$  m-ről  $d_2=3$  m-re egyenletesen csökken. A csatornában úszó fadarab a  $b$  hosszúságú szakaszon  $t=5$  s idő alatt jut keresztül.

a./ Mekkora a fadarab szélessége a csatornaszakasz elején ( $v_1=?$ ), illetve végén ( $v_2=?$ )?

távolság függvényét  $[v=f(x)]$ !

b./ Adj meg a víz sebességét a csatornaszakaszban, mint a szakasz kezdetétől mért  $x$

118. A vízszintes tengelyű, körkup alakú csöben víz áramlik stationáriusan és súrlódásmentesen. Az  $x=0$  helyen az  $R_0=270$  mm sugarú keresztmetszetben az áramlási sebesség  $v_0=1$  m/s. Az  $x_1=6$  m helyen a cső sugara  $R_1=180$  mm.

a./ Hogyan változik az áramlási sebesség az  $x$  függvényében a cső tengelye mentén  $[v=f(x)]$ ?

b./ Hány kg víz áramlik át a cső valamely keresztmetszetén 1 min alatt ( $m=?$ )?

119. A  $c=800$  mm magas, zárt tartályban a vízszlop felett  $h_1=200$  mm magas,  $p_1=1,2$  bar nyomású levegő van. A külső légnyomás  $p_k=1$  bar. Mekkora a vízkömlés kezdeti sebessége, ha a kisméretű kiömlő nyílás a tartály aljától  $h_2=100$  mm magasságban van ( $v_2=?$ )?

120. Felül nyitott tartály vízzel és fölé rétegezett  $\rho_0 \ell = \rho_1 = 0,9$  g/cm<sup>3</sup> sűrűségű kőolajjal van megtölve.

Mekkora kezdetben a víz kifolyási sebessége a tartály fenékén lévő lyukon keresztül ( $v_3=?$ ), ha a vízréteg magassága  $h_2=1$  m, a kőolajrétege  $h_1=4$  m?

121. a./ Milyen magasra képes felszívni a porlasztóban a  $p_0=0,8$  g/cm<sup>3</sup> sűrűségű benzint a szivótorokban áramló levegő, amelynek sebessége  $v_2=40$  m/s, a sűrűsége  $\rho \ell = 1,3$  kg/m<sup>3</sup> ( $h=?$ )?

b./ Mekkora lehet a levegő térfogat- és tömegáramja, ha a torok  $A_2=5$  cm<sup>2</sup> keresztmetszetű ( $q=?$ ,  $m=?$ )?

122. A városi vízvezeték nagy átmérőjű, utcai nyomócsövében  $p_1=2$  bar túlnyomás uralkodik. A víz áramlási sebessége a csöben nullának tekinthető. Csőtörés történik, és a cső felső részén nyílás keletkezik.

a./ Milyen sebességgel lép ki a vízugar a nyíláson, miután a fedő földréteget már megbontotta ( $v=?$ )?

b./ Milyen magasra szökik fel a zavartalanul kiömlő víz ( $h=?$ )?

123. A  $d_2=60$  mm belső átmérőjű fűvókából  $\rho_V=1000$  kg/m<sup>3</sup> sűrűségű víz áramlik ki vízszélgmentesen,  $v_2=15$  m/s sebességgel.

Mekkora az előtte levő,  $d_1=80$  mm belső átmérőjű csőben a légköri nyomáshoz viszonyított túlnyomás ( $p_t=?$ )?

124. A légköri nyomáshoz viszonyítva  $p_1=4$  bar belső túlnyomású tartályból  $\rho_v=925$  kg/m<sup>3</sup> sűrűségű víz áramlik egy  $p_2=1,5$  bar belső túlnyomású tartályba. A két folyadékszint magasságkülönbsége  $h=8$  m, egyszer felfelé és egyszer lefelé.

Mekkorák az áramlási sebességek, a súrlódást elhanyagolva ( $v_f=?$ ;  $v_\ell=?$ )?

125. Egy gőzkazán  $d=50$  mm átmérőjű leeresztőcsöve  $h=3,5$  m-rel a vízszint alatt van. A kazánban a légköri nyomáshoz viszonyított túlnyomás  $p_t=3$  bar, a víz sűrűsége  $\rho_v=925$  kg/m<sup>3</sup>.

Mekkora a kiáramló vízmennyiség m<sup>3</sup>/s egységben kifejezve ( $q=?$ )?

126. Vízvezeték repedésén szivárgó víz térfogatárama  $q_1=1$  l/min. A cső belső keresztmetszete  $A=2$  cm<sup>2</sup>. Ha a vízcsapot úgy nyitjuk ki, hogy  $q=1$  l/s intenzitással ömlik ki a víz a csapon, ekkor a repedésen szivárgó víz térfogatárama csak  $q_2=0,9$  l/min. A külső levegőnyomás  $p_k=1$  bar. Mekkora a hálózati víznyomás ( $p=?$ )?

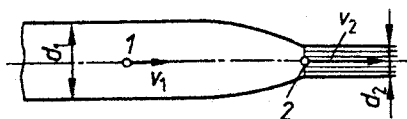
127. A vízszintes tengelyű, körkúp alakú csőben víz áramlik stacionáriusan és súrlódásmentesen. Az  $x=0$  helyen levő  $R=300$  mm sugarú keresztmetszetben az áramlási sebesség  $v_0=1$  m/s, a nyomás  $p_0=2$  bar. Az  $x_1=5$  m helyen a sugár  $R_1=150$  mm. A víz sűrűsége  $\rho_v=1000$  kg/m<sup>3</sup>.

a./ Hogyan változik a nyomás az  $x$  függvényében a csőtengely mentén [ $p(x)=?$ ]?

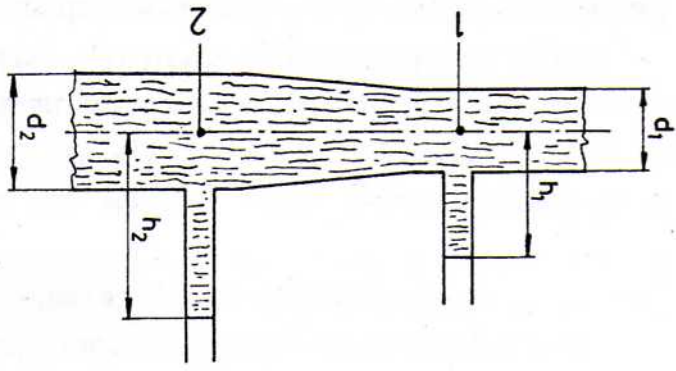
b./ Határozza meg a tömegáramot ( $m=?$ )!

c./ Mekkora a nyomás az  $x_1=5$  m helyen ( $p_1=?$ )?

128. A  $d_1=25$  mm belső átmérőjű, kerti locsolótömlőben  $p=3,5$  bar túlnyomású víz áramlik (41. ábra). A cső végén levő szórófej furatának átmérője  $d_2=10$  mm. Mekkora a  $v_1$  és a  $v_2$  sebesség, valamint a kilépő víz térfogatárama ( $q=?$ )?



41. ábra



129. A 42. ábrán látható, kör keresztmetszetű, vízszintes csőben viz áramlik. Az 1 helyen a cső átmérője  $d_1=60$  mm, a vízsebesség  $v_1=3$  m/s, a vízszlop magassága a függőleges csőben  $h_1=0,5$  m. A 2 helyen a cső átmérője  $d_2=100$  mm. Mekkora a 2 helyen a  $h_2$  vízmagasság?

A térfogatáram:

$$q = v_2 \cdot A_2 = v_1 \cdot A_1 = 4,29 \text{ m}^3/\text{s} = \frac{(0,025 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot 0,002 \text{ m}^3/\text{s}}{4}$$

$$v_1 = v_2 \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2 = 26,8 \text{ m/s} = \left( \frac{0,01 \text{ m}}{0,025 \text{ m}} \right)^2 \cdot 4,29 \text{ m/s}$$

Az előzőek szerint:

$$v_2 = \frac{\sqrt{2\Delta p \left[ 1 - \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^4 \right]}}{2\Delta p} = \frac{\sqrt{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left[ 1 - \left( \frac{0,01 \text{ m}}{0,025 \text{ m}} \right)^4 \right]}}{2 \cdot 3,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2}} = 26,8 \text{ m/s}$$

Ezt helyettesítve a Bernoulli - egyenletbe, amelyből meghatározható a fivékából való kiáramlás sebessége:

$$v_1 = v_2 \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2$$

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2, \text{ ebből}$$

A kontinuitási törvény szerint

$$p_1 - p_2 = \Delta p$$

$$(p_1 - p_2) = \frac{\rho v}{2} (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{p_1}{\rho v} + \frac{1}{2} = \frac{p_2}{\rho v} + \frac{2g}{v^2}, \text{ ebből}$$

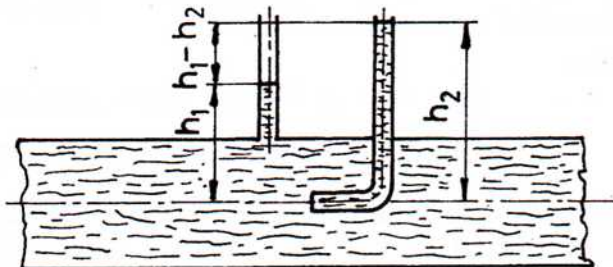
Felírjuk a csövezetek 1 pontja és a fivéka 2 pontja közötti Bernoulli-egyenletet:

**Kidolgozás:**



130. Csőben áramló vízben a 43. ábra szerinti elrendezéssel a  $h_1=0,4$  m és  $h_2=0,75$  m értéket mérjük.

Mekkora az áramlási sebesség ( $v=?$ )?



43. ábra

**Kidolgozás:**

Az áramlási sebességnek olyan csőben való méréséhez, amelyben a külső nyomáshoz viszonyítva túlnyomás uralkodik, a hajlított cső mellett még egy függőleges csövet is el kell helyezni.

Ezzel a csővel a  $(h_2-h_1)=v^2/2g$  magasságkülönbséget lehet mérni, és így az áramlási sebesség:

$$v = \sqrt{2g(h_2 - h_1)} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 (0,75 \text{ m} - 0,4 \text{ m})} = 2,62 \text{ m/s}.$$

131. A 42. ábrán látható csőben víz áramlik  $v=2$  m/s sebességgel. Az áramlás irányára merőleges, kis átmérőjű csőben a vízoszlop magassága  $h_1=0,70$  m.

Mekkora a hajlított csőben a vízoszlop magassága ( $h_2=?$ )?

132. Egy  $d=200$  mm átmérőjű csövön keresztül  $T_1=383$  K hőmérsékletű víznek ( $v_1=0,37 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s) kell  $v_1=1,3$  m/s sebességgel áramolnia. A szerelvények áramlási viszonyainak meghatározására csak  $D=300$  mm átmérőjű csővezetékkel és  $T_2=283$  K hőmérsékletű vízzel ( $v_2=1,31 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s) lehet kísérleteket végezni.

Mekkorának kell a kísérleti berendezésben a víz áramlási sebességének lennie ahhoz, hogy az áramlási viszonyok hasonlóak legyenek ( $v_2=?$ )?

133. A gözmozdony menet közben vizet vesz fel. A vonat  $v_1=50 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}=13,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  sebességgel halad, a bukócső keresztmetszete  $A=1 \text{ dm}^2$  és a magasságkülönbség  $h=h_1-H_2=4 \text{ m}$ .  
 a./Mennyi idő alatt vesz fel  $V=10 \text{ m}^3$  vizet ( $t=?$ )?  
 b./Milyen hosszú csatorna kell ehhez ( $\ell=?$ )?

**Kidolgozás:**

a./A Bernoulli-egyenlet

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2} = h_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2}$$

$$\frac{v_1^2 - v_2^2}{2} = h_2 - h_1$$

Az áramlási sebesség:

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2g \cdot h} = \sqrt{13,8^2 (\text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 - 2 \cdot 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 4 \text{ m}} = 10,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

A tétogataram:

$$q = A \cdot v_2 = 1 \text{ dm}^2 \cdot 106 \text{ dm}\cdot\text{s}^{-1} = 106 \text{ dm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

A vízfelvitelhez szükséges idő:

$$t = \frac{V}{q} = \frac{10\,000 \text{ dm}^3}{106 \text{ dm}^3 \cdot \text{s}^{-1}} = 94,33 \text{ s}$$

b./A csatorna hossza:

$$\ell = t \cdot v_1 = 94,33 \text{ s} \cdot 13,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 1301,75 \text{ m}$$

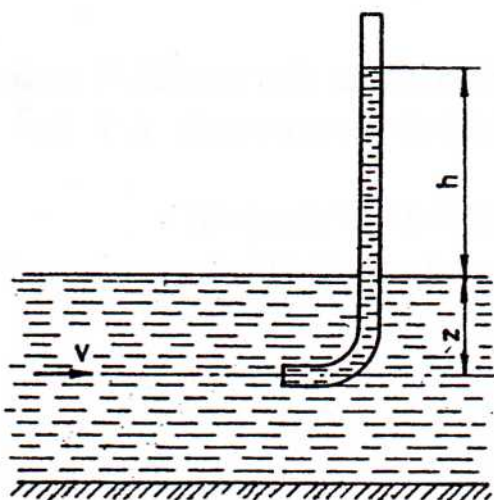
134. Egy  $v=5 \text{ m/s}$  sebességű vízáramlásba a 44. ábra szerinti előregörbített torlósövet helyezünk.

a./Milyen  $h$  magasságra fog a víz felemelkedni a cső függőleges szájában?

b./Mennyi a túlnyomás a torlóső szájának szintjében és a torlópontban, ha  $z=0,5 \text{ m}$  ( $p_1=?$ ;

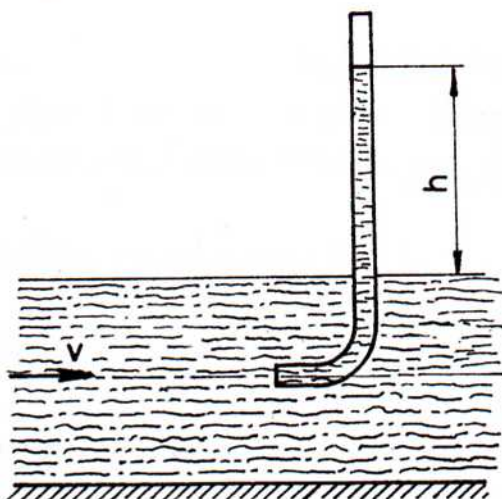
$p_2=?$ )?

c./Mennyi a túlnyomás a torlóső szájának szintjében és a torlópontban ( $p_3=?$ ;  $p_4=?$ )?



44. ábra

135. A folyóban végzett mérésnél a Pitot-cső  $h=0,15$  m értéket mutat (45. ábra). Mekkora a  $v$  áramlási sebesség?



45. ábra

136. Az  $\alpha=45^\circ$  emelkedésű egyenes csőszakasz hossza  $\ell=3,5$  m, átmérője az alsó végénél  $d_1=120$  mm, a felső végénél  $d_2=80$  mm (46. ábra). A csőszakaszon veszteségei elhanyagolhatók ( $\xi=0$ ).

Mekkora nyomáskülönbség szükséges a csőszakaszban, hogy a nyitott felső végénél  $v_2=1$  m/s sebességgel lépjen ki a víz ( $\Delta p=?$ )?

$$\text{behelyettesítve: } p_1 + \rho \cdot v_1^2 \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^4 = p_2 + \rho \cdot v_2^2 + \rho \cdot h + \frac{\rho \cdot v_2^2}{2}$$

Az első egyenletet  $\rho \cdot g$ -vel szorozva és a kontinuitást valamint a  $h$ -t  $h = \ell \cdot \sin \delta = 3,5 \cdot \sin 45^\circ = 2,47 \text{ m}$ .

Felhasználjuk továbbá, hogy az 1 és 2 pont közötti  $h = h_2 - h_1$  szintkülönbség

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + h_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

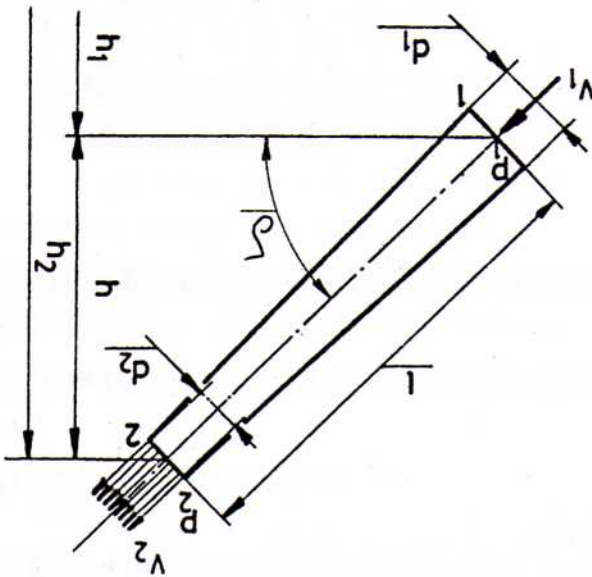
$$v_1 \cdot \frac{d_1^4 \pi}{4} = v_2 \cdot \frac{d_2^4 \pi}{4}$$

A feladat a Bernoulli-egyenlet és a kontinuitási tétel alkalmazásával oldható meg.

Kérdés a  $\Delta p = p_1 - p_2$  nyomáskülönbség.

**Kidolgozás:**

46. ábra



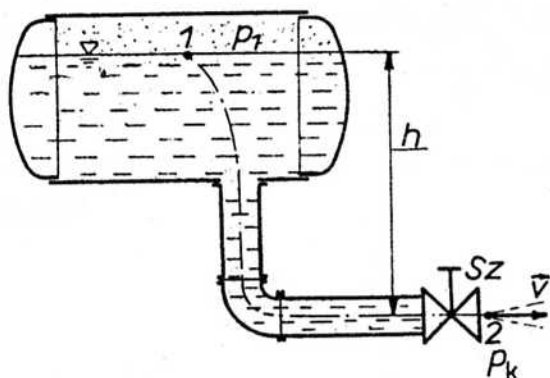
$$\Delta p = p_1 - p_2 = \rho_v \cdot g \cdot h + \frac{\rho_v}{2} v_2^2 \left[ 1 - \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^4 \right] =$$

$$= 100 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 2,47 \text{ m} + \frac{1000 \text{ kg/m}^3}{2} 1 \text{ m}^2/\text{s}^2 \left[ 1 - \left( \frac{0,08 \text{ m}}{0,12 \text{ m}} \right)^4 \right] =$$

$$= 24\,231 \text{ Pa} + 404 \text{ Pa} = 24\,635 \text{ Pa} = 24,6 \text{ kPa}.$$

137. A 47. ábrán látható tartály alján csővezetéken áramolhat ki a víz a szabadba, ha az Sz jelű szelepet kinyitjuk.

Mennyi a kiáramló víz sebessége, ha  $p_1=1 \text{ MPa}$ ,  $h=13 \text{ m}$ ,  $p_k=0,1 \text{ MPa}$  ( $v=?$ )?



47. ábra

**Kidolgozás:**

Először kiválasztunk egy alkalmas áramvonalat, ez az ábra 1-2 jelű pont-vonal vonala legyen. A példa megoldásához még meg kell gondolnunk, hogy mennyi a sebesség az 1 pontban? Mivel a tartály tükörfelszíne nagyságrendekkel nagyobb a cső kifolyási keresztmetszeténél, a  $v_1=0$ , mert a vízszint süllyedési sebessége alig vehető észre.

A Bernoulli-egyenlet vízre és az 1-2 pontokra:

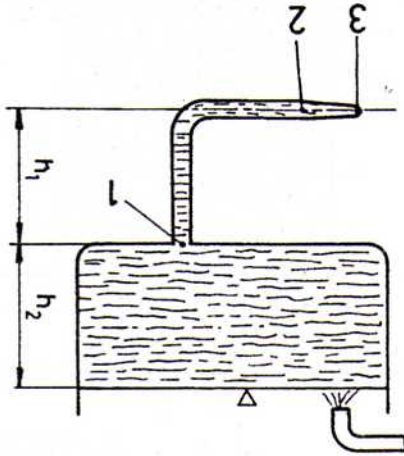
$$\rho_v \cdot g \cdot h + p_1 + 0 = 0 + p_0 + \rho_v \frac{v^2}{2}, \text{ vagyis}$$

$p_1$ -et abszolút (azaz légköri és túlnyomás összegeként) nyomásnak vettük fel. Így  $v$ -t kifejezve és behelyettesítve:

csősűrűdési veszteségtől eltekintünk ( $q=?$ )?

A szivompa megszívása után mennyi víz lép ki időegységenként a cső alsó végén, ha a veszünk ki. Az edényben a víz szintje állandó,  $h=3$  m. A cső veszteségmentesnek tekinthető. 139. A 49. ábrán látható  $d=54,5$  mm belső átmérőjű szivompanyával az edényből vizet

48. ábra



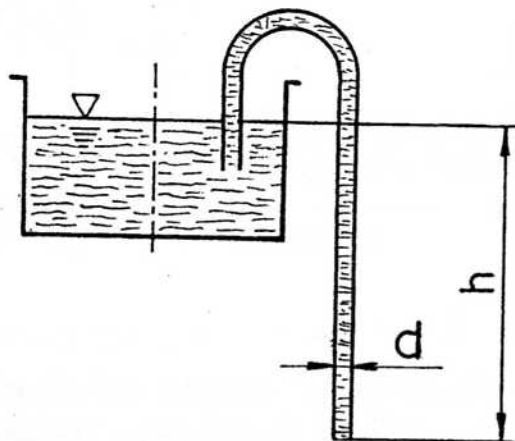
b./ Milyen értékű a cső bemenetnél a  $p_1/p_v \cdot g$  túlnyomásmagasság?

a./ Mekkora a  $v_3$  kiáramlási sebesség?

mm, a 3 jelűben  $d_3=80$  mm. A víz sűrűsége  $\rho_v=1000$  kg/m<sup>3</sup>.

138. Nyitott tartályból a folyadékcsovon keresztül, sűrűdés nélkül folyik a szabadba (48. ábra). A folyadékszint az utántöltés következtében állandó marad. Az ábrán jelzett folyadékmagasságok:  $h_1=10$  m,  $h_2=5$  m. A csőátmérő az 1 jelű keresztmetszetben  $d_1=100$

$$v = \sqrt{2 \left[ g \cdot h + \frac{p_1 - p_0}{\rho_v} \right]} = \sqrt{2 \left[ 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 13 \text{ m} + \frac{10^6 - 10^5 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^{-2}}{10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}} \right]} = 45,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

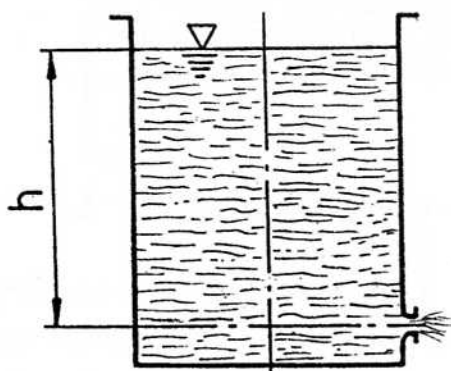


49. ábra

140. Az 50. ábrán látható tartályból a víz az alsó nyíláson a szabadba ömlik. A tartály felszíne a kiömlőnyílás keresztmetszetéhez képest végtelen nagy.

a./ Határozza meg a kiömlési sebességet  $h=0,2$  m;  $0,4$  m;  $0,6$  m;  $0,8$  m és  $1$  m értékeknél ( $v_1=?$  ....  $v_5=?$ )!

b./ Ábrázolja a kiömlési sebességet a  $h$  magasság függvényében!



50. ábra

141. Két vízkamra a választófalba szerelt  $d=150$  mm átmérőjű nyíláson közlekedik (51. ábra). A bal oldali kamrában a nyílás felett a vízszint magassága  $h_1=4050$  mm, állandó.

a./ Mennyi víz ömlik át időegységenként a nyíláson, míg a vízszint a jobb oldali kamrában a nyílás alatt van ( $q=?$ )?

b./ Mennyi lesz a túlnyomás a jobb oldali kamrában az átfolyónyílás szintjében, ha  $y=3600$  mm ( $p_t=?$ )?

c./ Mekkora ekkor az átömlési sebesség a nyílásban ( $v=?$ )?

d./ Mekkora a vízszint süllyedésének  $h$  értéke az U csőben?

c./ Mekkora a nyomás a szűkületben ( $p_3 = ?$ )?

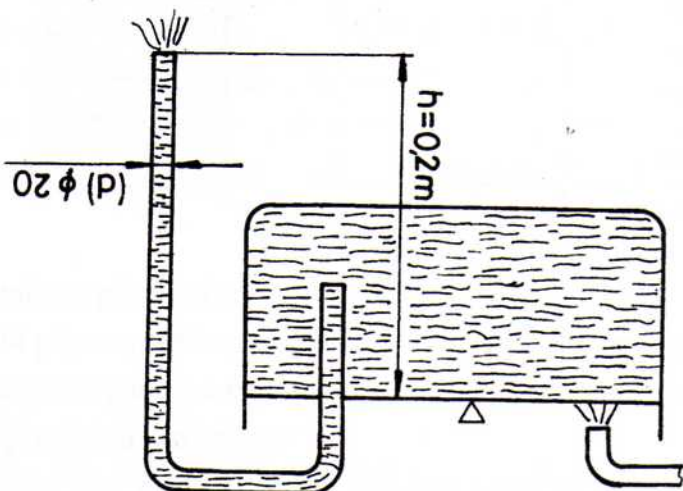
b./ Határozza meg a kifolyó víz térfogatáramát ( $q_2 = ?$ )!

a./ Mekkora a víz sebessége a kiömlőnyílásban ( $v_2 = ?$ )?

nyomás  $p_k = 1$  bar.

143. Az 53. ábrán látható tartályban a vízmagasság  $h = 1$  m, a kifolyócső átmérője  $D = 50$  mm, a tartályé sokkal nagyobb. A kifolyócső átmérője a szűkületben  $d = 40$  mm. A légköri

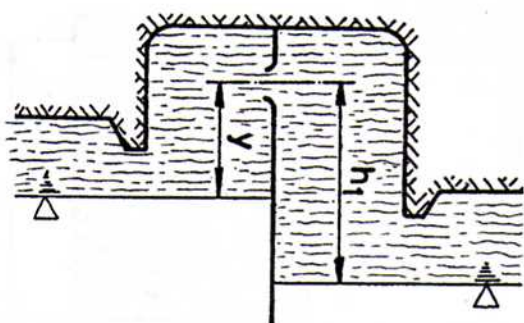
52. ábra



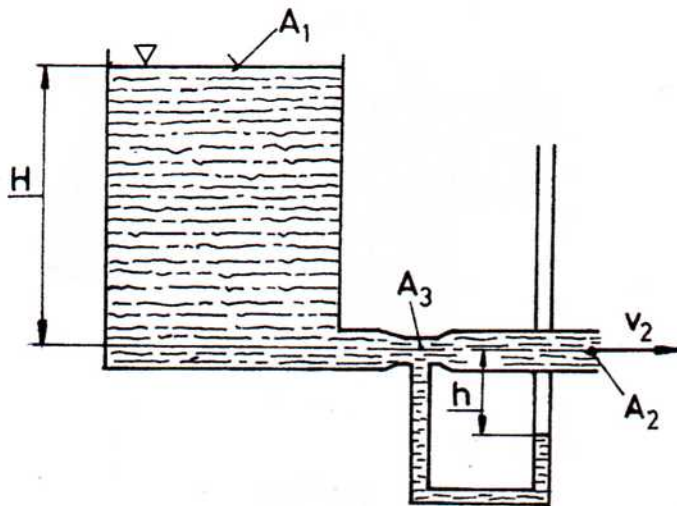
térfogatáramot ( $q = ?$ ), a veszteségeket elhanyagolva!

142. Számítsa ki az 52. ábrán látható tartályból a kifolyás sebességét ( $v = ?$ ) és a

51. ábra



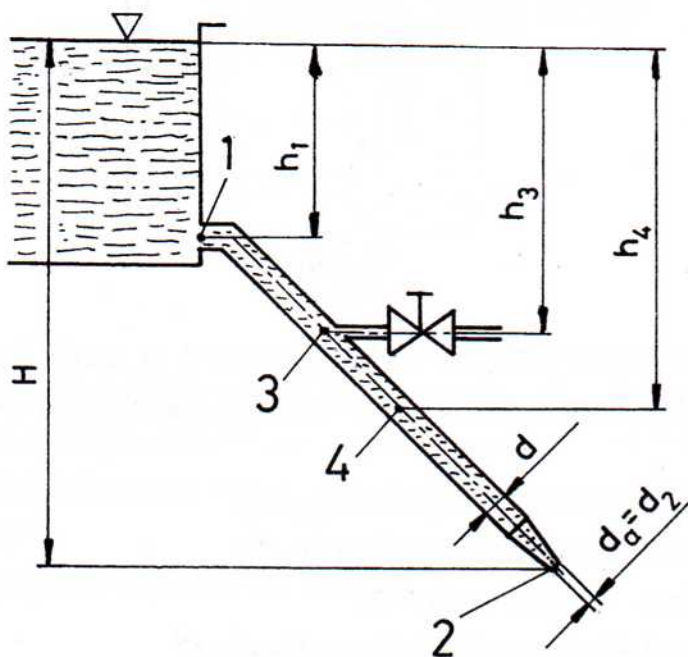




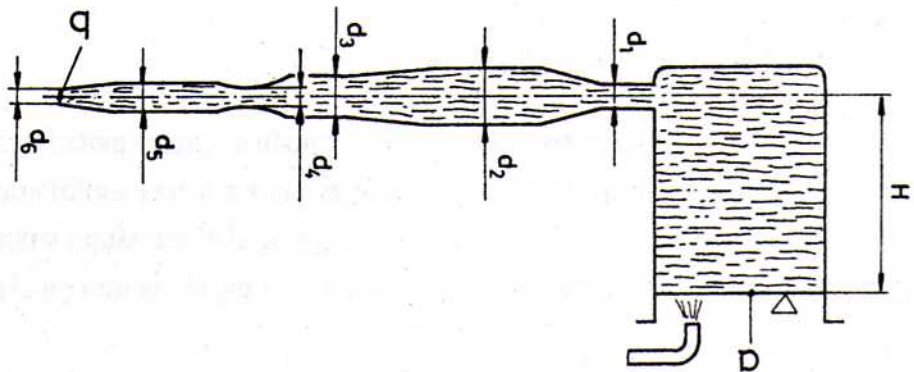
53. ábra

144. Egy tartályból víz áramlik súrlódás nélkül, a végén fűvókát tartalmazó csővezetéken keresztül a szabadba (54. ábra).  $H=12$  m,  $h_1=2$  m,  $h_3=3$  m, a cső átmérője  $d=60$  mm és  $d_a=d_2=50$  mm. A 3 helyen vízcsap van.

- a./ A 3 helyen levő csap kinyitása után víz folyik ki vagy levegőt szív be a rendszer?
- b./ Melyik ponton kell a vízcsapot beszerelni ahhoz, hogy kinyitásakor se víz ne folyjon ki, se levegő ne kerüljön a légkörből a csővezetékbe?



54. ábra



cső különböző szakaszaiban a  $v_1 \dots v_5$  sebességeket!

Határozza meg a  $q$  térfogatáramot, a fűvökaból való kiáramlást  $v_p = v_6$  sebességét, illetve a átmérője:  $d_1 = 0,15$  m,  $d_2 = 0,25$  m,  $d_3 = 0,2$  m,  $d_4 = 0,11$  m,  $d_5 = 0,18$  m,  $d_6 = 0,12$  m.

145. Az 55. ábrán látható viztartályból különféle keresztmetszetű, vízszintes csövezeteken keresztül víz áramlik a szabadba. Az állandó táplálás következtében a viztartályban a víz szintje a csövezetek középvonala felett állandó,  $H = 10$  m magasságú marad. A csövek

$$0 = h_4 - \frac{v_4^2}{2g}, \text{ ebből } h_4 = \frac{v_4^2}{2g} = \frac{(10,65 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 5,79 \text{ m.}$$

hogy a  $p_4 / (\rho \cdot g)$  kifejezést nullával tesszük egyenlővé. Vagyis ezen a ponton pontosan b. / Azt a  $h_4$  pontot, ahol sem víz nem folyik ki, sem levegőt nem szív be, úgy kapjuk meg,

$$\frac{p_3}{\rho \cdot g}, \text{ ill. } p_3 \text{ negatív, tehát a 3 ponton a légkörnél kisebb a nyomás, levegőt szív be.}$$

$$p_3 = -2,79 \rho \cdot g = -27,341 \text{ N/m}^2 = -0,27 \text{ bar.}$$

$$\frac{p_3}{\rho \cdot g} = h_3 - \frac{v_3^2}{2g} = 3 \text{ m} - \frac{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{2g} = -2,79 \text{ m.}$$

$$\frac{p_3}{\rho \cdot g} + (H - h_3) + \frac{v_3^2}{2g} = H, \text{ ebből}$$

a. / A nyomómagasság számítása a 3 ponton, a Bernoulli-egyenlettel:

$$v_1 = v_3 = v_4 = v \quad v \cdot A = v_a \cdot A_a, \text{ ebből}$$

$$v_a = v \left( \frac{d}{d_a} \right) = 15,34 \text{ m/s} \left( \frac{0,06 \text{ m}}{0,05 \text{ m}} \right) = 18,41 \text{ m/s.}$$

A csöbéli áramlási sebességet a folytonossági tétellel számítjuk:

$$v_a = v_2 = \sqrt{2g \cdot H} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 12 \text{ m}} = 15,34 \text{ m/s.}$$

A kiáramlási sebesség:

**Kidolgozás:**

### Kidolgozás:

A folyadék szintjén levő "a" és közvetlenül a folyadék kilépésénél levő "b" helyre felírható a Bernoulli-egyenlet.

$$\frac{p_a}{\rho_v \cdot g} + h + \frac{v_a^2}{2g} = \frac{p_b}{\rho_v \cdot g} + 0 + \frac{v_b^2}{2g}$$

Az "a" és "b" helyen légköri nyomás van, ezért a  $p_a$  és a  $p_b$  nyomás azonos nagyságú.

Mivel a  $v_a=0$ , ezért

$$v_b = v_6 = \sqrt{2g \cdot H} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m}} = 14 \text{ m/s}.$$

Ez az elméleti kiáramlási sebesség, mivel a súrlódást elhanyagoltuk.

A folytonossági tételt alkalmazva adódik a következő:

$$v_1 = v_b \frac{A_a}{A_1} = v_b \left( \frac{d_6}{d_1} \right)^2 = 14 \text{ m/s} \left( \frac{0,12 \text{ m}}{0,15 \text{ m}} \right)^2 = 8,96 \text{ m/s}.$$

Hasonló módon számolva

$$v_2=3,23 \text{ m/s}; \quad v_3=5,04 \text{ m/s}; \quad v_4=16,67 \text{ m/s}; \quad v_5=6,22 \text{ m/s}.$$

A térfogatáram, azaz a kiáramló vízmennyiség:

$$q = A_6 \cdot v_6 = \frac{(0,12 \text{ m})^2 \cdot 3,14}{4} \cdot 14 \text{ m/s} = 0,158 \text{ m}^3 / \text{s}.$$

**146.** A Venturi-csőben víz áramlik. A beömlő cső átmérője  $d_1=300$  mm, a legkisebb keresztmetszet átmérője  $d_2=150$  mm. A nyomáskülönbség  $\Delta p=13\,200$  Pa.

Hány liter víz áramlik másodpercenként ( $q=?$ )?

**147.** A Venturi-csőben folyadék áramlik, amelynek a sűrűsége  $\rho_f=900 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . A belépő keresztmetszet átmérője  $d_1=250$  mm, a legkisebb átmérő  $d_2=100$  mm. A manométer  $\Delta p=15\,800$  Pa nyomáskülönbséget mutat.

a./ Mekkora az áramlás sebessége a legkisebb keresztmetszetben ( $v_2=?$ )?

b./ Mennyi folyadék áramlik át másodpercenként ( $q=?$ )?

**148.** A  $d_1=80$  mm átmérőjű vízszintesen elhelyezett csőben  $v_1=4$  m/s sebességgel áramlik a víz, a statikus túlnyomás  $p_1=50$  kPa.

Milyen átmérőjűre kell a csövet szűkíteni egy helyen, hogy a szűkített keresztmetszetben  $p_2=400$  kPa negatív statikus nyomásvákuum keletkezzen ( $d_2=?$ )?

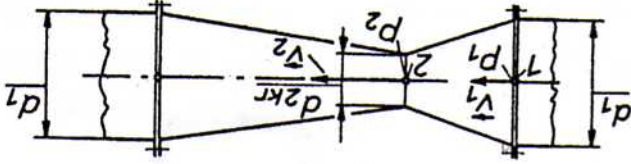
majd a  $v_2$  sebességet kifejezzük a kontinuitási tétellel:

$$p_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = p_2 + \rho \frac{v_2^2}{2},$$

Először fel kell írni az 1 és 2 pontra a Bernoulli-egyenletet:

**Kidolgozás:**

57. ábra



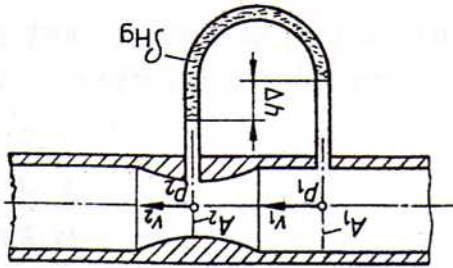
kavitáció ( $d_{2kr}=?$ )?

Mekkora lehet a legszűkebb keresztmetszet, ha azt akarjuk, hogy még ne keletkezzenek

$d_1=60$  mm.

150. Az 57. ábrán látható Venturi-csőben víz áramlik. A kritikus párolgási nyomás  $T=283$  K hőmérsékletű vízben,  $p_{2kr}=1,67$  kPa,  $p_a=0,00167$  MPa, továbbá  $v_1=1$  m·s<sup>-1</sup>,  $p_1=0,2$  MPa,

56. ábra



b./ Milyen nagyságú a nyomás a szűkített keresztmetszetben ( $p_2=?$ )?

a./ Mekkora a szűkített keresztmetszet ( $A_2=?$ )?

149. Az 56. ábrán látható csőben víz áramlik. A mért magasságkülönbség  $\Delta h=0,005$  m. A normál cső keresztmetszete  $A_1=800$  mm<sup>2</sup>, a hozzá tartozó vízsebesség  $v_1=0,7$  m/s, a nyomás  $p_1=1$  bar. A higany sűrűsége  $\rho_{Hg}=13\,600$  kg/m<sup>3</sup>, a víz sűrűsége  $\rho_v=1000$  kg/m<sup>3</sup>.

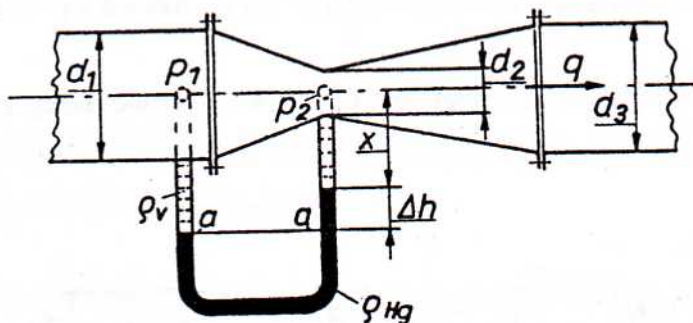
$$v_2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 v_1.$$

Ezt a Bernoulli-egyenletbe helyettesítve, és elvégezve a rendezést, a kritikus átmérő:

$$d_{2kr} = \frac{d_1}{\sqrt[4]{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho_v \cdot v_1^2} + 1}}} =$$

$$= \frac{6 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{\sqrt[4]{\frac{2(0,2 - 0,00167) \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \text{m}^{-2}}{10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 1 \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}} + 1}}} = 13,45 \text{ mm}.$$

151. A Venturi-csővet víz térfogatáramának mérésére is használhatjuk, differenciálmánométer beépítésével (58. ábra). A csőátmérő  $d_1=d_3=200$  mm, a szűkített keresztmetszet átmérője  $d_2=100$  mm, a manométer higanyszintjének különbsége  $\Delta h=300$  mm. Mennyi a csővezetékben átfolyó víz térfogatárama ( $q=?$ )?



58. ábra

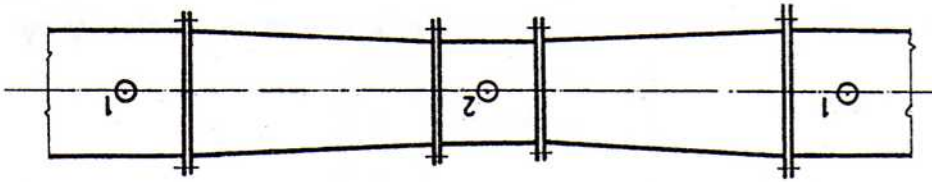
**Kidolgozás:**

Először a manométer két bekötési pontja közötti nyomáskülönbséget határozzuk meg. Az a-a jelű síkra felírható a nyomások egyensúlya:

$$p_1 + (x + \Delta h) \rho_v \cdot g = p_2 + x \cdot \rho_v \cdot g + \Delta h \cdot \rho_{Hg} \cdot g.$$

vagyis rendezés után:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \Delta h \cdot g (\rho_{Hg} - \rho_v).$$



( $\Delta p = p_1 - p_2$ )?

152. Az 59. ábrán látható Venturi-cső 1 jelű keresztmetszetében a cső belső átmérője  $d_1 = 220$  mm, a 2 jelű torok-késkeresztmetszetében  $d_2 = 170$  mm. Mekkora nyomáskülönbség mérésére alkalmas manométer kell az 1 jelű keresztmetszetek és a 2 jelű keresztmetszet közepé bekötünk, ha a legnagyobb vízsebesség a torokban mindkét irányban  $v_2 = 2$  m/s

$$q = A_1 \cdot v_1 = \frac{\pi \cdot 0,22^2 m^2}{4} \cdot 2,2 m \cdot s^{-1} = 0,0695 m^3 \cdot s^{-1}.$$

A sebesség ismeretében a térfogatáram:

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 m \cdot s^{-2} \cdot 0,3 m \cdot 10^3}{(13,6 - 1) 10^3} \frac{10^3}{(200/100)^4 - 1}} = 2,2 m \cdot s^{-1}.$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g \cdot \Delta h \frac{\rho_v}{\rho_{Hg} - \rho_v}}{1 - \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 - 1}}$$

kifejezést kapjuk, amelyből a sebesség

$$\Delta h \cdot g \frac{\rho_v}{\rho_{Hg} - \rho_v} = \frac{v_1^2}{2} \left[ \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 - 1 \right]$$

A  $v_2$  sebességet és a  $\Delta p$  nyomáskülönbséget behelyettesítve a Bernoulli-egyenletbe a

$$v_2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 v_1.$$

A kontinuitási tételt felhasználva:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{\rho_v}{2} (v_2^2 - v_1^2).$$

$$p_1 + \rho_v \frac{v_1^2}{2} = p_2 + \rho_v \frac{v_2^2}{2}, \text{ amelyből}$$

A Bernoulli-egyenlet az 1 és 2 pontokra:

**Kidolgozás:**

A Bernoulli-egyenlet a változó irányú vízáram mérésére alkalmas Venturi csőre érvényes:

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho_v}{2} \left[ v_2^2 - \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 v_2^2 \right].$$

Számítsuk ki az  $A_2 / A_1$  keresztmetszetviszonyt!

$$A_2 = \frac{d_2^2 \pi}{4}, \quad A_1 = \frac{d_1^2 \pi}{4}, \quad \text{így}$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2 = \left( \frac{0,17\text{m}}{0,22\text{m}} \right)^2 = 0,598.$$

Mindezt behelyettesítve:

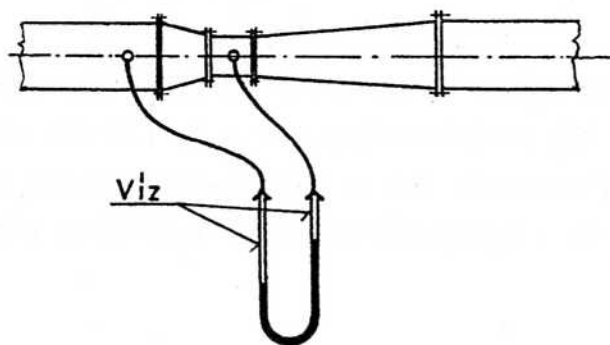
$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{1000\text{kg/m}^3}{2} \left( 2^2 \text{m} \cdot \text{s}^{-2} - 0,598^2 \cdot 2^2 \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \right) = 1,29 \text{kPa}.$$

Az alkalmazott manométernek legalább ekkora nyomás mérésére kell alkalmasnak lennie .

**153.** Egy  $d_1=200$  mm átmérőjű vízszintes csőbe épített Venturi-csőben a torok átmérője  $d_2=150$  mm (60. ábra). Az U-csöves higanyos manométer kitérése  $\Delta p=240$  mm.

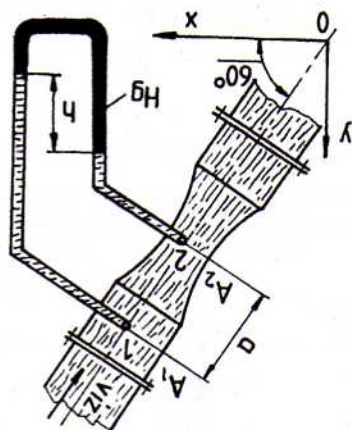
a./ Milyen sebességgel áramlik a víz a torokban ( $v_2=?$ )?

b./ Mekkora a Venturi csőben az átáramló víz térfogatárama  $\text{dm}^3/\text{s}$ -ban ( $q=?$ )?



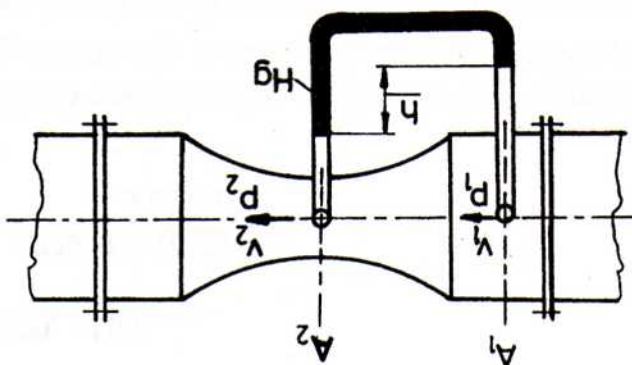
**60. ábra**

**154.** Az  $A_1=0,2$  m<sup>2</sup> keresztmetszetű, vízszintes csőrendszerben víz áramlik stacionáriusan, súrlódásmentesen és örvénymentesen. A csőrendszerbe iktatott Venturi-cső keresztmetszete a szűkületben  $A_2=0,1$  m<sup>2</sup> (61. ábra).



155. A 62. ábra szerinti csőrendszerbe iktatott Venturi-cső keresztmetszete  $A_1=0,2 \text{ m}^2$ , a szűkületben  $A_2=0,1 \text{ m}^2$ . A Venturi-csőhöz kapcsolt differencial-manométer  $\Delta p=4000 \text{ Pa}$  nyomáskülönbséget mér. Az 1 és 2 jelű mérőpontok távolsága  $e=2 \text{ m}$ .
- a./ Mekkora a víz áramlási sebessége az  $A_1$  keresztmetszetű csőrendszerben ( $v_1=?$ )?  
 b./ Mennyi víz áramlik át a cső valamely keresztmetszeten 1 óra alatt ( $V=?$ )?  
 c./ Határozza meg a manométer mérőfolyadékának (higany) szintkülönbségét ( $h=?$ )!

61. ábra



- a./ Mekkora az áramlás sebessége a csőrendszerben ( $v_1=?$ ), ha a Venturi-csőhöz kapcsolt differencial-manométer segítségével mért nyomáskülönbség  $\Delta p=6000 \text{ Pa}$ .  
 b./ Határozza meg a tömegáramot ( $m=?$ ) és a térfogatáramot ( $q=?$ )!  
 c./ Mekkora többleteljesítmény szükséges a víz szállításához a Venturi-cső beiktatása miatt ( $P=?$ )?



156. A  $d=6$  mm belső átmérőjű csővezetékben kenőolaj áramlik. Az olaj hőmérséklete  $T=293$  K (azaz  $20$  °C), a kinematikai viszkozitása  $\nu_{ol}=3,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ . Milyen nagyságú áramlási sebességet engedhetünk meg a kenőolaj vezetékben, ha azt akarjuk, hogy az áramlás lamináris legyen ( $v_{kr}=?$ )?

**Kidolgozás:**

A kritikus Reynolds-szám:

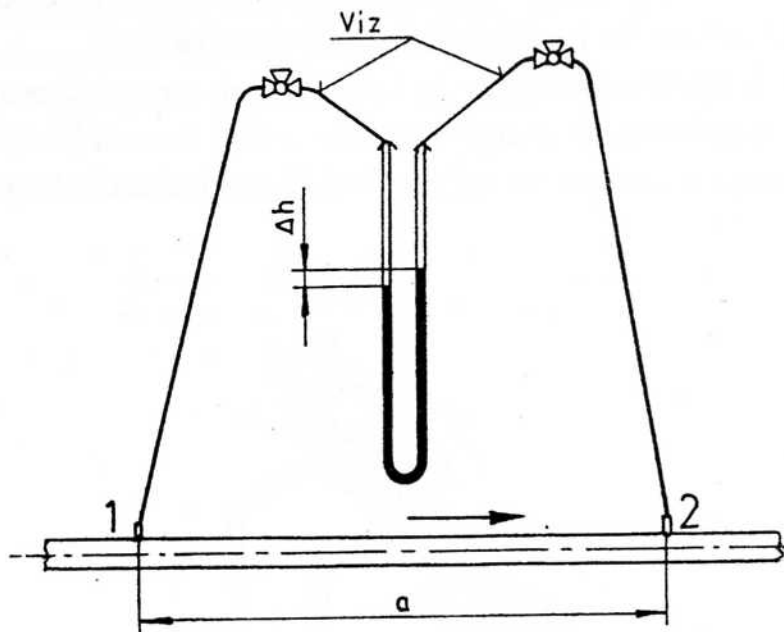
$$Re_{kr} = \frac{v_{kr} \cdot d}{\nu_{ol}} = 2320, \text{ ebből}$$

$$v_{kr} = \frac{Re_{kr} \cdot \nu_{ol}}{d} = \frac{2320 \cdot 3,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}}{0,006 \text{ m}} = 131 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

157. A 63. ábrán látható vízszintes csővezetékbe U-csöves higanyos manométert kötöttünk. A bekötési távolság  $a=1800$  mm. A csővezetékben  $q=1,35 \text{ dm}^3/\text{s}$  víz áramlik balról-jobbra. A cső belső átmérője  $d=32,8$  mm. A manométer kitérése  $\Delta h=13$  mm.

a./ Mennyi a nyomáskülönbség az 1 és a 2 jelű hely között ( $\Delta p=?$ )?

b./ Mekkora a csősúrlódási tényező ( $\lambda=?$ )?



63. ábra

ömlik.

160. Egy nagy átmérőjű, vízzel töltött edény oldalához a víz felszíne alatt  $h=6$  m-re  $\ell=15$  m hosszú és  $d=200$  mm átmérőjű vízszintes kifolyócső csatlakozik. A csőből a víz a szabadba

b./ Mekkora ekkor a manométer kitérése ( $\Delta h=?$ )?

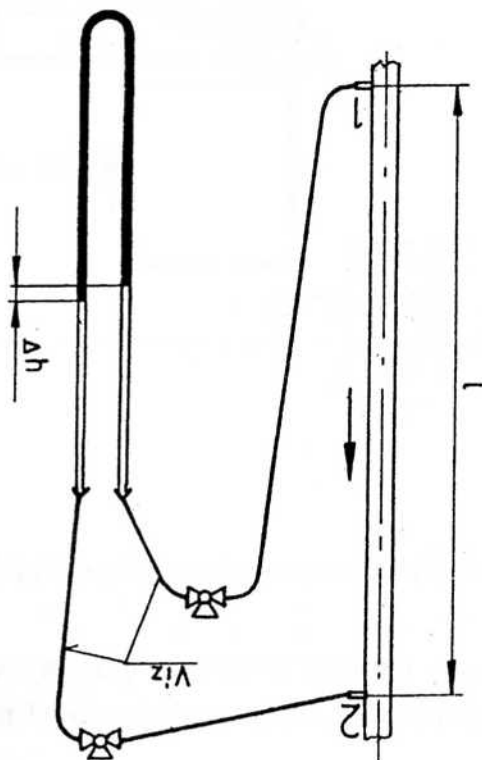
( $v=?$ )?

a./ Milyen áramlási sebesség mellett lesz az alsó és felső pont közötti nyomáskülönbség nulla

csöves higanyos manométer csatlakoztatunk. A nyomásközvetítő közeg víz.

159. Függőleges csövezetekben víz áramlik fölülről lefele. A cső belső átmérője  $d=16,55$  mm. A csősúrlódási tényező  $\lambda=0,022$ . Egyháztól  $1$  m távolságra levő két pont közé U-

64. ábra



b./ Mekkora az U-csöves higanyos manométer kitérése ( $\Delta h=?$ )?

a./ Mennyi a nyomáskülönbség az 1 és 2 jelű hely között ( $\Delta p=?$ )?

fölfelé. A cső belső átmérője  $d=54,2$  mm. A csősúrlódási tényező  $\lambda=0,019$ .

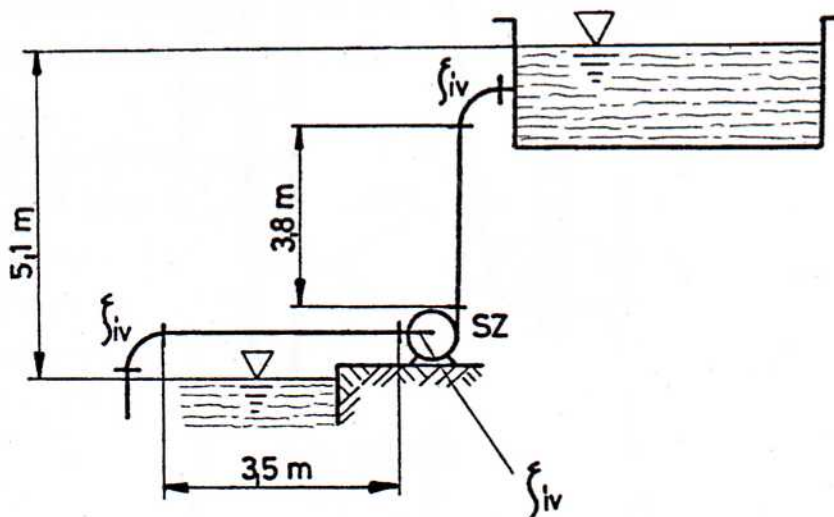
158. A 64. ábrán látható függőleges csövezetekbe U-csöves higanyos manométer

kötöttünk. A bekötési távolság  $\ell=1,5$  m. A csövezetekben  $q=4,0$  dm<sup>3</sup>/s víz áramlik alulról

- a./ Mekkora a kiömlő folyadéksugár sebessége, ha az áramlás veszteségtől eltekintünk ( $v_1=?$ )?  
 b./ Mennyi a kiömlési sebesség, ha a csősúrlódási tényező  $\lambda=0,03$  ( $v_2=?$ )?  
 c./ Mekkora a kiömlési sebesség, ha a cső végén a kilépési keresztmetszet egy konfúzorral a felére csökkentjük ( $v_3=?$ )? A konfúzor vesztesége elhanyagolhatóan kicsi.  
 d./ Milyen sebességgel áramlik ekkor a víz a csőben ( $v_4=?$ )?

**161.** A 65. ábrán vízszivattyúhoz kapcsolt csővezeték vázlatja látható. A cső belső átmérője  $d=283$  mm, a csősúrlódási tényező  $\lambda=0,03$ . A beépített 90°-os ívek veszteségtényezője  $\xi=0,4$ .

Rajzolja fel a csővezeték jelleggörbéjét  $v=(0-3)$  m/s sebességtartomány figyelembevételével!



65. ábra

**162.** A 66. ábrán látható csővezetékben olajat  $\rho_{ol}=910$  kg/m<sup>3</sup>,  $\nu_{ol}=5 \cdot 10^{-5}$  m<sup>2</sup>/s, az 1 és a 2 helyen a nyomás  $p_1=5$  bar és  $p_2=2$  bar. A cső átmérője  $d=750$  mm, a vezeték hossza  $\ell=8,2$  km, a magasságkülönbség  $h_2=50$  m, a szivattyúhajtás teljesítménye  $P=250$  kW, a szivattyú teljes hatásfoka  $\eta=0,7$ .

- a./ Mekkora a csőben a csősúrlódási veszteség ( $h_v=?$ )?  
 b./ Milyen értékű a csősúrlódási tényező ( $\lambda=?$ )?

$$h_v = \frac{(5-2) \cdot 10^5 \text{ Pa}}{910 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} + \frac{0,5 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot 910 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{250 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 0,7} - 50 \text{ m} = 22,81 \text{ m}.$$

$$H_p = \frac{q \cdot \rho_{ol} \cdot g}{P \cdot \eta}$$

ebből

$$P [\text{W}] = \frac{q [\text{m}^3/\text{s}] \cdot \rho_{ol} [\text{kg}/\text{m}^3] \cdot g [\text{m}/\text{s}^2] \cdot H_p [\text{m}]}{\eta}$$

$$h_v = \frac{P - P_2}{\rho_{ol} \cdot g} + H_p - h_2, \text{ ahol a szivattyútéjlesztmény}$$

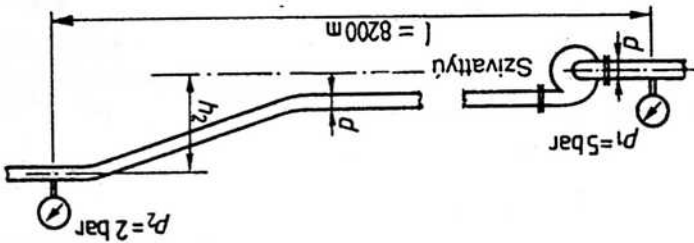
$$h_1 = 0, \quad v_1 = v_2, \quad \text{ebből}$$

$$\frac{P_1}{\rho_{ol} \cdot g} + h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + H_p - h_v = \frac{P_2}{\rho_{ol} \cdot g} + h_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

véve:

**Kidolgozás:** a / Az 1 és a 2 közötti szakaszra felírva a Bernoulli-tételt, a szivattyútéjlesztményt figyelembe

66. ábra



c./ Mennyi az áramlás Reynolds száma ( $Re=?$ )?

b./ A veszteségmagasságra felírható:

$$h_v = \lambda \frac{\ell v^2}{d 2g}, \text{ amelyből}$$

$$\lambda = \frac{h_v \cdot 2g \cdot d}{v^2 \cdot \ell} = \frac{22,81m \cdot 2 \cdot 9,81m \cdot s^{-2} \cdot 0,75m}{1,13^2 (m \cdot s^{-1})^2 \cdot 8200m} = 0,032.$$

Mivel a térfogatáram:

$$q = v \frac{d^2 \pi}{4}, \text{ amelyből}$$

$$v = \frac{4q}{d^2 \pi} = \frac{4 \cdot 0,5m^3 \cdot s^{-1}}{0,75^2 m^2 \cdot 3,14} = 1,1317 m/s.$$

c./ A Reynolds - szám:

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu_{ol}} = \frac{1,13m \cdot s^{-1} \cdot 0,75m}{5 \cdot 10^{-5} m^2 \cdot s^{-1}} = 16\,976.$$

$Re=16\,976 > 2320 = Re_{kr}$ , ezért az olaj a csővezetékben turbulensen áramlik.

**163.** Két vízszintes, varrat nélküli acélcsőből készített,  $\ell=250m$  hosszú,  $d=100$  mm belső átmérőjű csővezetékben  $40$  °C-os víz ( $\rho_v=992$  kg/m<sup>3</sup>,  $\nu_v=0,66 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s), illetve  $40$  °C-os SAE 20 hidraulikaolaj ( $\rho_{ol}=850$  kg/m<sup>3</sup>,  $\nu_{ol}=50 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s) áramlik  $v_m=0,5$  m/s közepes áramlási sebességgel.

Számítsuk ki:

a./ a  $v_{kr}$  kritikus áramlási sebességet (a lamináris áramlásból turbulensbe való átcsapást),

b./ az olajáramlás esetében a  $\lambda$  csőúrlódási tényezőt, a  $h_v$  veszteségmagasságot és a  $\Delta p$  nyomáskülönbséget (nyomásesést)!

**Kidolgozás:**

a./ A kritikus Reynolds-szám:

$$Re_{kr} = \frac{v_{kr} \cdot d}{\nu} = 2320.$$

Ebből a kritikus sebesség vízre:

$$v_{krv} = \frac{\nu_v \cdot Re_{kr}}{d} = \frac{0,66 \cdot 10^{-6} m^2/s \cdot 2320}{0,1m} = 0,02 m/s.$$

A kritikus sebesség olajra:

$$v_{krol} = \frac{d}{v_{ol} \cdot Re_{kr}} = \frac{0,1m}{50 \cdot 10^{-6} m^2/s \cdot 2320} = 1,16 m/s.$$

A tényleges áramlási sebesség  $v_m = 0,5 m/s$ . Tehát a vizet vezető csőben turbulens, az olajat vezető csőben lamináris áramlás alakul ki.

b / Az olaj laminárisan áramlik a csőben.

A Reynolds-szám:

$$Re = \frac{v_m \cdot d}{\nu_{ol}} = \frac{0,5 m/s \cdot 0,1 m}{50 \cdot 10^{-6} m^2/s} = 1000.$$

A csőáramlási tényező:

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64}{1000} = 0,064.$$

Ézzel a veszteségmagasság:

$$h_v = \lambda \frac{d}{2g} \frac{v^2}{m} = 0,064 \cdot \frac{0,1 m}{2 \cdot 9,81 m/s^2} \cdot \frac{0,5^2 (m/s)^2}{250 m} = 2,04 m,$$

illetve a nyomáskülönbség:

$$\Delta p = \lambda \frac{d}{\ell} p_{ol} \frac{v^2}{m} = 0,064 \cdot \frac{250 m}{0,1 m} \cdot 850 kg/m^3 \cdot \frac{0,5^2 (m/s)^2}{2} = 17 000 N/m^2 = 0,17 bar.$$

164. A 67. ábrán látható függőleges csővezetékbe U-csöves higanyos manométert

kööttünk. A bekötési távolság  $a = 2 m$ . A cső belső átmérője  $d = 19,8 mm$ . Időközönként változó mennyiségű víz áramlik benne felülről lefelé. A különféle áramlási sebességek és a hozzájuk tartozó csőáramlási tényező táblázatai adottak.

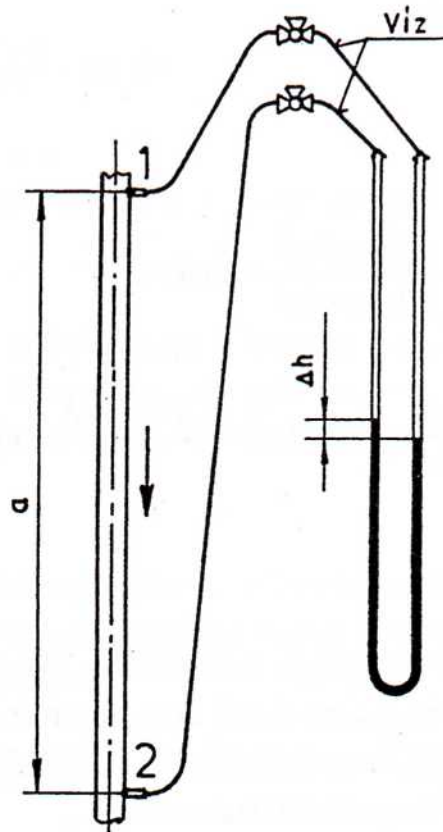
a / Számítsa ki a táblázaton a cső ellenállásából származó nyomásesést, a 2 és 1 jelű hely közötti nyomáskülönbséget és az U-csöves higanyos manométer kitérését!

$$(\Delta p = p_2 - p_1; \Delta h = ?);$$

b / Ábrázolja a sebesség függvényében a  $\Delta p = p_2 - p_1$  és  $\Delta h$  értékeit!

Celszerű lépték az abszcisszában  $0,25 m/s \cdot cm$ , az ordinátán  $2 kPa/cm$ , valamint  $20 mm/cm$ .

Sor- szám	v	$\lambda$	$v^2$	$\frac{\rho_v}{2} v^2$	$\frac{\ell}{d} \frac{\rho_v}{2} v^2$	$\lambda \frac{\ell}{d} \frac{\rho_v}{2} v^2$	$\Delta p =$ $=p_2 - p_1$	$\Delta h$
	m/s	-	m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>	kg/(m.s <sup>2</sup> )	kg/(m.s <sup>2</sup> )	Pa	kPa	mm
1	0,5	0,035						
2	1	0,032						
3	1,5	0,029						
4	2	0,026						
5	2,5	0,023						



67. ábra

165. Szivattyú szívócsövére U-csöves higanyos manométert kötöttünk a 68. ábra szerint. A rákötési távolság a szivattyútól mérve  $x=1$  m. A szállított közeg  $q=17,25$  dm<sup>3</sup>/s víz. A cső belső átmérője  $d=92,8$  mm. A csősúrlódási tényező  $\lambda=0,018$ . A légköri nyomás  $p_k=100,5$  kPa. A manométer kitérése  $\Delta h=90$  mm.

B-N szakaszon  $\Delta p = 810 \text{ Pa}$  ( $p_N = ?$ )?

b./ Mennyi a nyomás az N jelű nyomócsőszakban, ha a cső ellenállása okozta nyomásesés a

a./ Mennyi a nyomás a csővezeték B jelű helyén ( $p_B = ?$ )?

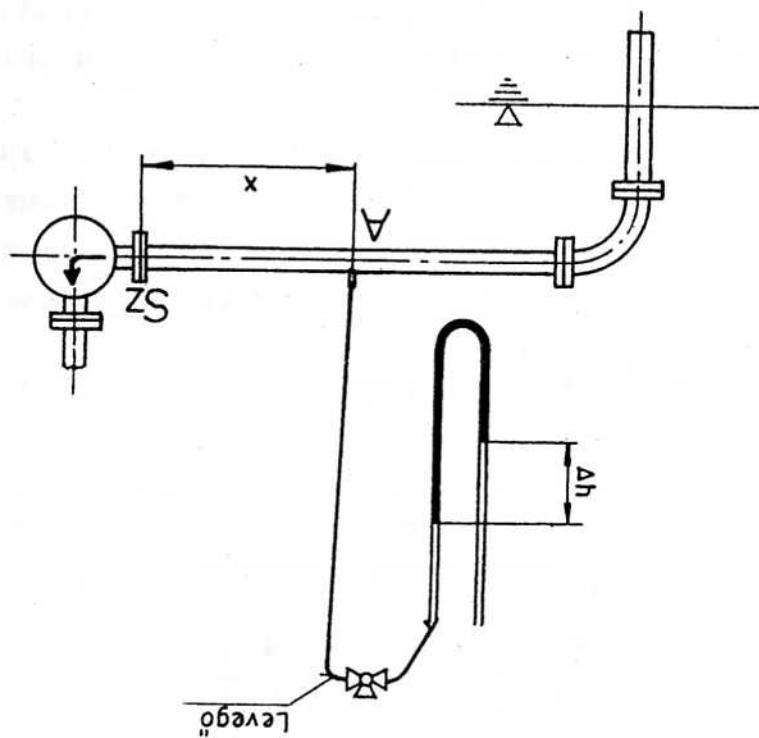
A légköri nyomás  $p_k = 101 \text{ kPa}$ . A manométer kitérése  $\Delta h = 137 \text{ mm}$ .

higanyszintjének távolsága a szivattyú nyomócsőszakjától  $a = 150 \text{ mm}$ . A szállított közeg víz.

A rákötési távolság a szivattyú nyomócsőszakjától  $\ell = 1 \text{ m}$ . A dobozos manométer

166. Szivattyú nyomócsővére egycsöves higanyos manométert kötöttünk a 69. ábra szerint.

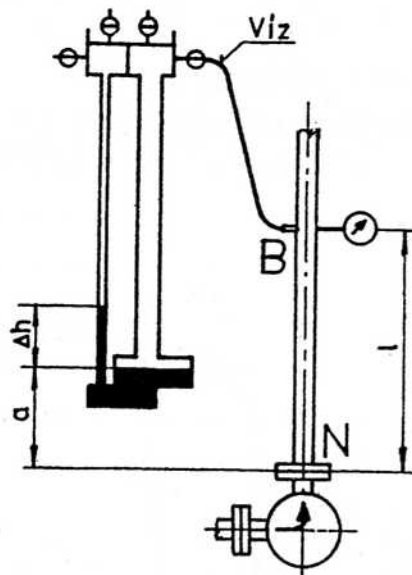
68. ábra



b./ Mennyi a nyomás az Sz jelű szívócsőszakban ( $p_{SZ} = ?$ )?

a./ Mennyi a nyomás a csővezeték A jelű helyén ( $p_A = ?$ )?





69. ábra

167. A  $d=80$  mm átmérőjű,  $\ell=230$  mm hosszú vízszintesen fekvő csővezeték óránként  $V=11$  m<sup>3</sup> vizet szállít.

a./ Mekkora az áramlási sebesség a csőben ( $v=?$ )?

b./ Mekkora a nyomáscsökkenés a csőben, ha a csősúrlódási tényező  $\lambda=0,028$  ( $\Delta p=?$ )?

168. A  $d=125$  mm átmérőjű,  $\ell=350$  m hosszú vízszintesen fekvő acél csővezeték óránként  $V=280$  m<sup>3</sup> vizet szállít.

a./ Mekkora a víz áramlási sebessége a csőben ( $v=?$ )?

b./ Mekkora a szükséges statikus nyomáskülönbség a cső eleje és vége között, ha a csősúrlódási tényező  $\lambda=0,015$  ( $\Delta p=?$ )?

169. Az  $\ell=300$  m hosszú csővezetéken percenként  $V=120$  ℓ vizet kell felfelé szivattyúzni.

A  $v_0=2$  m/s-os áramlási sebességet nem szabad meghaladni. A cső két vége közötti magasságkülönbség  $H=20$  m.

Keressük:

a./ a cső  $d$  átmérőjét mm-ben (egész számra kerekítve),

b./ a  $v$  áramlási sebességet a kiszámított csőkeresztmetszetben,

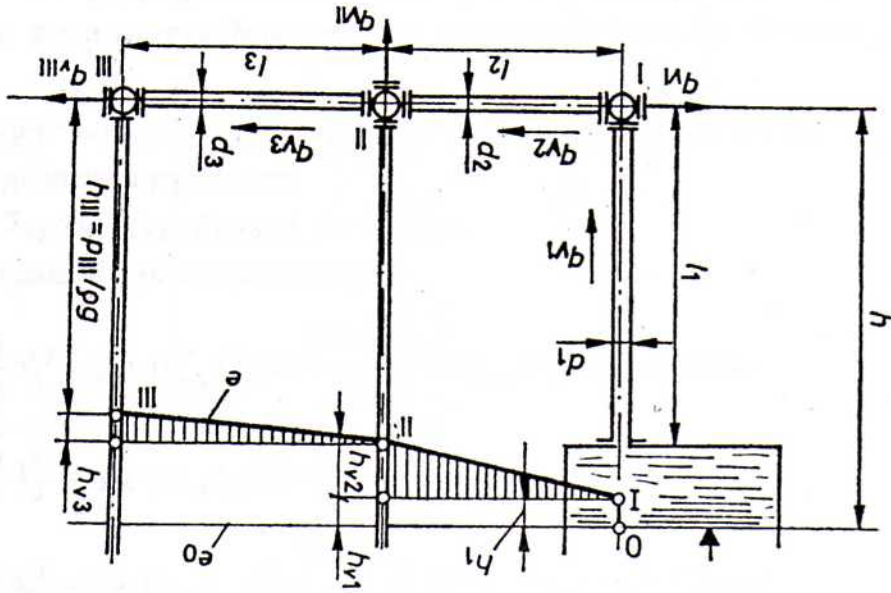
c./ a  $\Delta p$  nyomáscsökkenést a vezetékben, ha a csősúrlódási tényező  $\lambda=0,025$ ,

d./ a víz  $p_d$  dinamikus nyomását,

e./ a szivattyú nyomócsonkján mérhető  $p_t$  túlnyomást,

f./ a  $P$  szállítási teljesítményt kW-ban.

70. ábra



Mekkora a III. pontban a túlnyomás ( $p_{tIII}=?$ )?

A csőürlődési tényező  $\lambda=0,03$ .

III. csomópontban

$$q_{VIII} = 36 \text{ m}^3/\text{h}$$

II. csomópontban

$$q_{VII} = 72 \text{ m}^3/\text{h}$$

I. csomópontban

$$q_{VI} = 40 \text{ m}^3/\text{h}$$

A vízfogasztás

$$A_3 = 177 \text{ cm}^2$$

$$d_3 = 150 \text{ mm}$$

$$l_3 = 250 \text{ m}$$

3. csőszakasz

$$A_2 = 314 \text{ cm}^2$$

$$d_2 = 200 \text{ mm}$$

$$l_2 = 150 \text{ m}$$

2. csőszakasz

$$A_1 = 314 \text{ cm}^2$$

$$d_1 = 200 \text{ mm}$$

$$l_1 = 23 \text{ m}$$

1. (leszálló) csőszakasz

170. a  $h=25$  m magas víztoronyból táplált vízvezeték (70. ábra) méretei a következők:

**Kidolgozás:**

A csőszakaszokban áramló vízmennyiségek:

$$q_{v1} = q_{vVI} + q_{vVII} + q_{vVIII} = (40 + 72 + 36) \text{ m}^3/\text{h} = 148 \text{ m}^3/\text{h} = 41,1 \text{ l/s},$$

$$q_{v2} = q_{vVII} + q_{vVIII} = (72 + 36) \text{ m}^3/\text{h} = 108 \text{ m}^3/\text{h} = 30 \text{ l/s},$$

$$q_{v3} = q_{vVIII} = 36 \text{ m}^3/\text{h} = 10 \text{ l/s},$$

Egyenes cső mentén a veszteségmagasság:

$$h_v = \lambda \frac{\ell}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Ha a vízvezeték több különféle átmérőjű csőszakaszból áll, vagy ha a veszteségmagasságot változó térfogatáram függvényében keressük, akkor a  $h_v$  fenti egyenlet helyett a következő összefüggés használata indokolt, amely a veszteségmagasságokat a térfogatáram négyzetével fejezi ki.

$v = q_v/A$  és  $A = d^2\pi/4$  helyettesítésével a fenti  $h_v$  egyenlet rendezés után a következő alakban írható:

$$h_v = K \frac{\ell}{d^5} q_v^2, \text{ ahol } K = \frac{8\lambda}{\pi^2 \rho} \text{ s}^2 / \text{m}.$$

A példában  $K = 2,5 \cdot 10^3 \text{ s}^2/\text{m}$ , és  $\ell_1, \ell_2, \ell_3$  az egyenértékű csőhosszúság, így az áramlási veszteségmagasság:

$$h_{v1} = K \frac{\ell_1}{d_1^5} q_{v1}^2 = 2,5 \cdot 10^3 \text{ s}^2 / \text{m} \cdot \frac{23 \text{ m}}{(0,2 \text{ m})^5} \cdot (0,0411 \text{ m}^3 / \text{s})^2 = 0,31 \text{ m},$$

$$h_{v2} = K \frac{\ell_2}{d_2^5} q_{v2}^2 = 2,5 \cdot 10^3 \text{ s}^2 / \text{m} \cdot \frac{150 \text{ m}}{(0,2 \text{ m})^5} \cdot (0,03 \text{ m}^3 / \text{s})^2 = 1,05 \text{ m},$$

$$h_{v3} = K \frac{\ell_3}{d_3^5} q_{v3}^2 = 2,5 \cdot 10^3 \text{ s}^2 / \text{m} \cdot \frac{250 \text{ m}}{(0,15 \text{ m})^5} \cdot (0,01 \text{ m}^3 / \text{s})^2 = 0,82 \text{ m}.$$

A III. csomópontig a veszteségmagasság:

$$h_v = h_{v1} + h_{v2} + h_{v3} = (0,31 + 1,05 + 0,82) \text{ m} = 2,18 \text{ m},$$

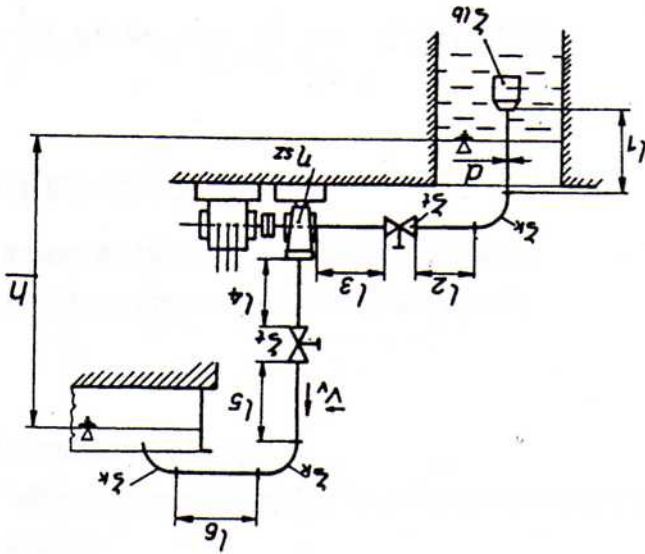
és ezzel a túlnyomás a III. pontban

$$p_{tIII} = \rho_v \cdot g \cdot (h - h_v) = 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (25 \text{ m} - 2,18 \text{ m}) = 2,24 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 224 \text{ kPa}.$$

171. A 71. ábrán vízszivattyúhoz kapcsolt csővezeték láthatunk. A cső belső átmérője  $d = 125 \text{ mm}$ , a csősúrlódási tényező  $\lambda = 0,03$ . A beépített  $90^\circ$ -os ívek veszteségtényezője egyenként  $\xi_{iV} = 0,4$ .

Rajzolja fel a csővezeték jelleggörbét  $v = (0-3) \text{ m/s}$  sebességtartomány figyelembevételével!

72. ábra



Számítsa ki a szivattyú hatásához szükséges teljesítményt ( $P_p=?$ )!

$\xi_{lp}=3$ ,  $\xi_k=0,5$ ,  $\xi_t=0,2$ , a csőürítési tényező  $\lambda=0,0175$ .

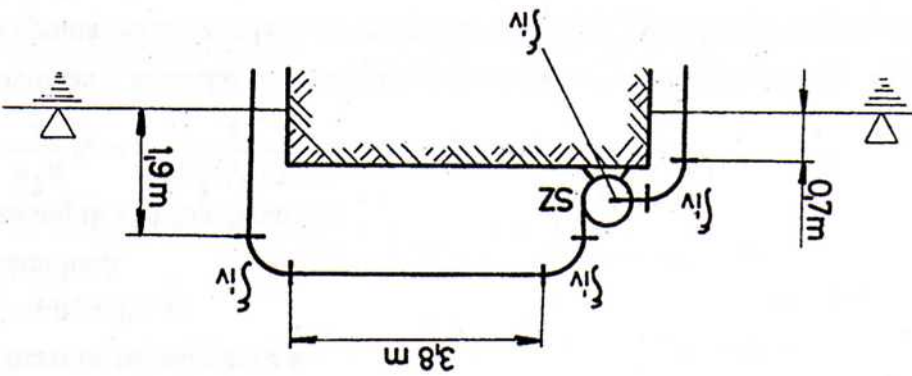
a szivattyú hatásfoka  $\eta_{sz}=65\%$ , a veszteségtényezők az egyes szerelvényekre:

átmérője  $d=50$  mm, az egyenes csőhosszak összege  $\sum l_i=20$  m, az emelőmagasság  $h=11$  m,

mutatja a szerelvényekkel együtt. A víz áramlási sebessége  $v=2$  m.s<sup>-1</sup>, a cső belső

172. A 72. ábra szivattyúhoz kapcsolt szivó- és nyomóvezeték vázlatos elrendezését

71. ábra



**Kidolgozás:**

A szivattyú hasznos teljesítménye a

$$P_h = q \cdot p_{\text{össz}} = q \cdot \rho_v \cdot g \cdot h_{\text{össz}}$$

képletből számítható.

Először kiszámítjuk a térfogatáramlást:

$$q = A \cdot v_v = \frac{d^2 \pi}{4} v_v = \frac{0,05^2 m^2 \cdot 3,14}{4} 2m \cdot s^{-1} = 3,92 \cdot 10^{-3} m^3 \cdot s^{-1}.$$

Az összes nyomás a szállítási szintkülönbség geodetikus magasságkülönbség legyőzéséhez szükséges  $p$  nyomás és az áramlási veszteségeket fedező  $\Delta p'$  nyomásvesztés összege.

$$p_{\text{össz}} = p + \Delta p', \text{ ill.}$$

az összes szállítómagasság:

$$h_{\text{össz}} = h + h'.$$

A nyomásvesztés:

$$\Delta p' = \lambda \frac{\sum \ell_i}{d} \rho_v \frac{v^2}{2} + \sum \xi_i \rho_v \frac{v^2}{2} + \rho_v \frac{v^2}{2},$$

ahol  $\rho_v \cdot v^2/2$  tag az áramló folyadék fajlagos mozgási energiája, amely a cső végén kifolyó vízzel együtt elmegy, és a felső medencében sűrűlódási munkává alakul: neve kifolyási veszteség.

A nyomásvesztés képlete tovább alakítható:

$$\Delta p' = \lambda \frac{\ell_e}{d} \rho_v \frac{v^2}{2} + \rho_v \frac{v^2}{2}, \text{ ahol}$$

$\ell_e$  az ún. egyenértékű csőhossz.

A  $\ell_e$  olyan  $d$  átmérőjű, egyenes csődarab hossza, amelynek a nyomásvesztése azonos a bonyolult csővezeték nyomásvesztésével:

$$\ell_e = \sum_{i=1}^{i=n} \ell_i + \frac{d}{\lambda} \sum_{i=1}^{i=n} \xi_i,$$

mert az egyenes csőhossz egyenértékű csőhossza nyilván önmaga.

Behelyettesítve a példa adatait az egyenértékű csőhossz képletébe:

$$\ell_e = 20m + \frac{0,05m}{0,0175} (3 + 3 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,2) = 34 m.$$

A nyomásvesztés:

$$\Delta p' = \left( 1,0175 \frac{34m}{0,05m} + 1 \right) 10^3 kg \cdot m^{-3} \cdot \frac{2^2 m^2 \cdot s^{-2}}{2} = 0,0258 MPa.$$

A szintkülönbség legyőzéséhez szükséges nyomás:

$$p = \rho \cdot g \cdot h = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 1,11 \text{ m} = 1,078 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 0,1078 \text{ MPa}.$$

A bevezetett teljesítmény:

$$P_b = \frac{P_h}{\eta_{sz}} = \frac{3,92 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} (0,1078 + 0,0258) \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}}{0,65} = 0,806 \text{ kW}.$$

sebességű folyadékáram halad.

Az egyik csövezeték átmérője kétszerese a másikénak.

a./Hogyan aránylik a veszteségmagasságok ( $h_{vD}/h_{vD}=?$ )?

b./Mennyi a folyadékáramok viszonya ( $q_D/q_D=?$ )?

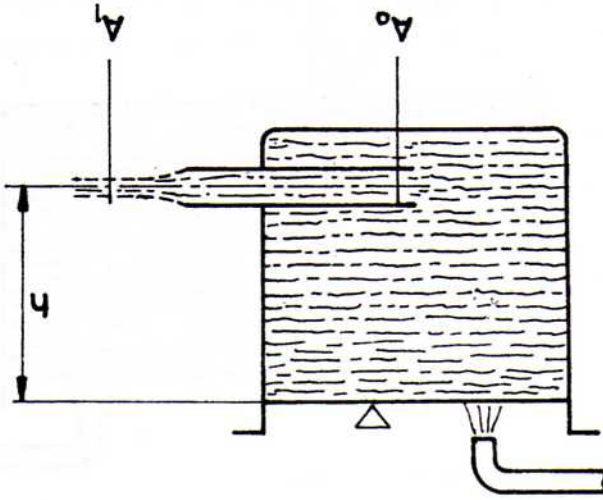
c./Mennyi az azonos idő alatt keletkező csősűrítési munkák aránya ( $W_D/W_D=?$ )? (A két

folyadék azonos.)

174. Egy tartály oldalan lévő  $A_0$  keresztmetszetű csövet illesztünk a 73. ábrán látható

módon. A tartályban víz van.

Bizonyítsa be, hogy a csövön kiáramló víz sugar keresztmetszete  $A_1 = A_0/2$ !



73. ábra

Kidolgozás:

A csöbe belépő folyadékok elszakad a cső falától és egy szűkülő keresztmetszetű nyílábot alkot. Ha az edény keresztmetszete  $A_0$ -hoz képest elég nagy, akkor az áramlás

stacionáriusnak tekinthető. Az edényben levő folyadék impulzusváltozása egy kicsiny  $\Delta t$  idő alatt

$$\Delta p = F \Delta t + \Delta p', \text{ ahol}$$

$F$  a külső erők eredője,  $p'$  pedig a kiáramló folyadék által elvitt impulzus. Stacionárius áramlás esetén  $\Delta p = 0$ . A folyadékra ható vízszintes erőhöz csak az oldalfalak függőleges felülete ad járulékot. Itt a folyadék nem áramlik (!) tehát csak  $p = \rho_v \cdot g \cdot h$  hidrosztatikus nyomás lép fel. A szemközti oldalfalak járulécai majdnem kiegyenlítik egymást, csak a nyílással szemben levő  $A_0$  felületen ható  $A_0 \cdot \rho_v \cdot g \cdot h$  erő marad meg.

Az impulzusmérleg:

$$A_0 \cdot \rho_v \cdot g \cdot h = A_1 \cdot \rho_v \cdot v^2, \text{ ahol } v \text{ a kiáramló víz sebessége az edényen kívül.}$$

Az energiamegmaradás tételéből

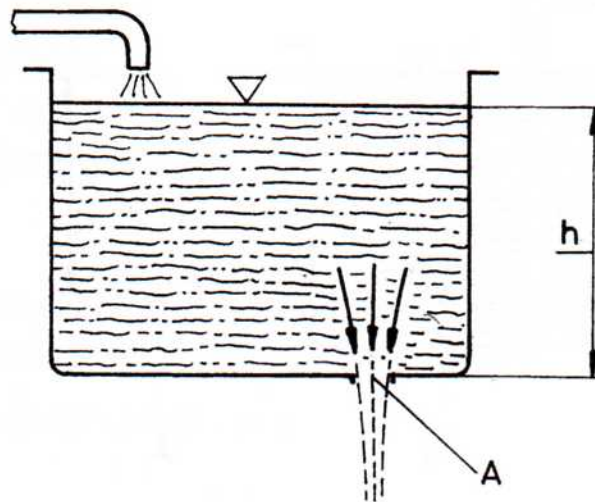
$$\rho_v \cdot g \cdot h = \rho_v \cdot v^2 / 2, \text{ tehát}$$

$$A_1 = A_0 / 2.$$

175. Egy víztartály alján levő  $A$  keresztmetszetű nyíláson  $v$  függőleges átlagsebességgel ömlik a víz (74. ábra).

a./ Mekkora erővel nyomja a víz a tartályt ( $F_n = ?$ )?

b./ Mi a kapcsolat a  $v$  és a vízréteg  $h$  magassága között?



74. ábra

**Kidolgozás:**

A tartályból  $\Delta t$  idő alatt  $v \cdot A \cdot \Delta t$  térfogatú víz távozik. Ez függőleges irányban  $\Delta p = \rho_v \cdot A \cdot v^2 \cdot \Delta t$  impulzust visz el.

A vízre ható erő eszerint:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta l} = \rho_v \cdot g \cdot v^2.$$

Ez az erő a  $G$  súlyerő és a tartály aljának  $F_n$  nyomóerejéből származik:

$$F = G - F_n.$$

A tartályra ható erő:

$$F_n = G - \rho_v \cdot g \cdot v^2.$$

Mivel a kifolyónyílás közelében a víznek vízszintes irányú sebessége is van, a Bernoulli-

$$\text{egyenlet szerint } \frac{1}{2}(v^2 + v_{\text{vzsz}}^2) = g \cdot h, \text{ ahonnan}$$

$$v^2 < 2g \cdot h.$$

Másrészt a tartály aljára ható  $F_n$  erőt úgy is kiszámíthatjuk, hogy a fenéklap  $A_0 - A$

keresztmetszetét ( $A_0$  a teljes tartálykeresztmetszet) megszorozzuk a tartály alján lévő

átlagos nyomással:

$$F_n = (A - A_0)p.$$

Mivel az edény alján a folyadék áramlik, a Bernoulli-egyenlet szerint

$$p = \rho_v \cdot g \cdot h - \rho_v \cdot \frac{v^2}{2} < 2g \cdot h.$$

$$F_n < (A_0 - A) \rho_v \cdot g \cdot h.$$

$F_n$  korábban felírt alakjának és a

$$G = A \cdot \rho_v \cdot g \cdot h \text{ összefüggésnek a felhasználásával:}$$

$$2g \cdot h > v^2 > g \cdot h.$$

(A sebesség pontos értékek kiszámításához az áramlás részletesebb leírására lenne

szükség).

176. Egy kiegyensúlyozott mérleg egyik serpenyőjében két edény van egymás fölött (75. ábra). A felső vízzel töltött, az alsó üres. Mi történik, ha a felső tartályból egy kis nyíláson

víz folyhat az alsóba?

**Kidolgozás:**

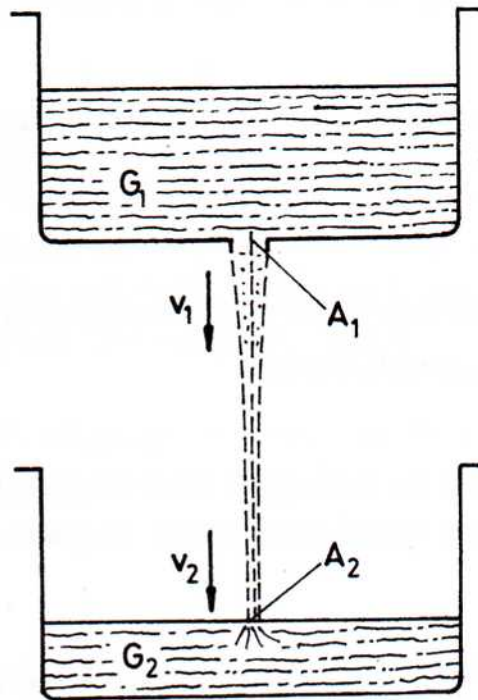
Egy adott pillanatban a felső edényben lévő víz súlya legyen  $G_1$ , az edény alján lévő  $A_1$  keresztmetszetű nyíláson kiáramló víz átlagos függőleges sebessége pedig  $v_1$ . Az alsó edényben legyen ugyanakkor  $G_2$  súlyú víz és a beömlő  $A_2$  keresztmetszetű vizsugar

függőleges sebességét jelölje  $v_2$ .

A kontinuitási egyenlet szerint:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2.$$





75. ábra

Az előző feladat (175. példa) megoldását felhasználva az egyes edényekre ható erők:

$$F_{n1} = G_1 - \rho_v \cdot A_1 \cdot v_1^2,$$

$$F_{n2} = G_2 + \rho_v \cdot A_2 \cdot v_2^2$$

a teljes erő pedig

$$F = F_{n1} + F_{n2} = G_1 + G_2 + \rho_v \cdot A_1 \cdot v_1 (v_2 - v_1).$$

Ha a felső nyílásból a vízcseppkék  $t$  idő alatt esnek az alsó edénybe, akkor  $v_2 - v_1 = g \cdot t$ . Mivel  $t$  idő alatt  $A_1 \cdot v_1 \cdot t$  térfogatú víz áramlik ki a felső tartályból, a két edény között éppen a levegőben levő víz áramlik ki a felső tartályból.

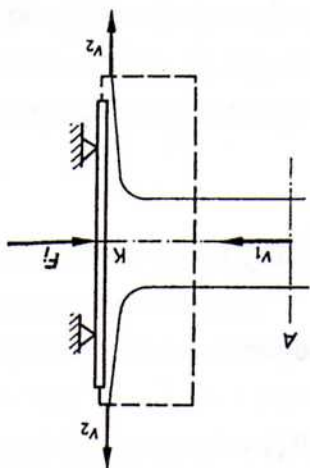
A két edény között éppen a levegőben levő folyadék súlya:

$$G_3 = \rho_v \cdot A_1 \cdot v_1 (v_2 - v_1).$$

A mérleg tehát továbbra is egyensúlyban marad.

Ezt az eredményt sokkal egyszerűbben is megkaphattuk volna, hiszen csak azt kell megfontolnunk, hogy az áramlás stacionárius. A tömegközéppont tehát nem gyorsul, így a rendszere ható erők eredője nulla. A rendszert lefelé a súlyerő húzza, fölfelé a mérleg karja nyomja, és a fentiek szerint ezek az erők egyenlőek.

177. Egy  $d=50$  mm átmérőjű,  $A=19,6$  cm<sup>2</sup> keresztmetszetű és  $v=20$  m/s sebességű vízszögár a sugár keresztmetszete nagyobb. Mekkora a lapot merőlegesen támasztó erő ( $F_I=?$ )?



76. ábra

**Kidolgozás:**  
 $F_I = -F_D = A \cdot \rho \cdot v^2 = 1,96 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot (20 \text{ m/s})^2 = 74 \text{ N}$

178. Egy  $A=0,5$  dm<sup>2</sup> keresztmetszetű álló csőből  $v_1=10$  m.s<sup>-1</sup> sebességgel víz áramlik ki, amely  $v_2=2$  m.s<sup>-1</sup> sebességgel azonos irányba mozgó sík lapnak ütközik. A víz sűrűsége  $\rho^v=1000$  kg.m<sup>-3</sup>.

Mekkora erő hat a lapra ( $F_D=?$ )?

**Kidolgozás:**

Az impulzusero:

$$F_D = q \cdot \rho^v \cdot (v_1 - v_2) = A \cdot v_1 \cdot \rho^v \cdot (v_1 - v_2) = 0,005 \text{ dm}^2 \cdot 10 \text{ m.s}^{-1} \cdot 1000 \text{ kg.m}^{-3} \cdot (10-2) \text{ (m.s}^{-1})^2 = 400 \text{ N}$$

179. Egy nyíláson másodpercenként  $q=1$  m<sup>3</sup> víz áramlik ki  $v_1=10$  m.s<sup>-1</sup> sebességgel. Mekkora erő hat egy vele egy irányban  $v_2=6$  m.s<sup>-1</sup> sebességgel mozgó sík lapra ( $F_D=?$ )?

180. Egy  $A=0,8 \text{ dm}^2$  keresztmetszetű csőből kiáramló víz sebessége  $v_1=12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

A víz álló sík lapnak ütközik. A víz sűrűsége  $\rho_v=1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

Mekkora a lapra ható erő nagysága ( $F_d=?$ )?

181. Egy víztorony aljában elhelyezett kifolyónyílás keresztmetszete  $A=0,005 \text{ m}^2$ . A kifolyónyílás és a vízszint távolsága  $h=40 \text{ m}$ .

Mekkora erő hat a kifolyónyílás elé tartott sík lapra ( $F_d=?$ )?

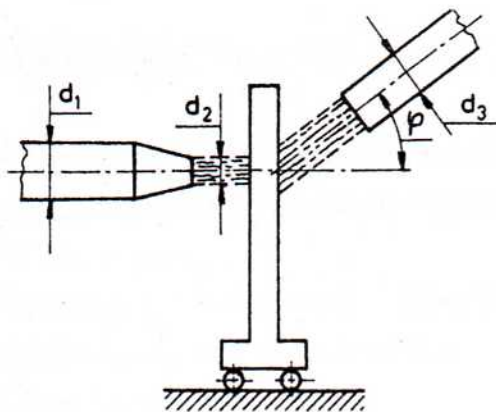
182. Egy  $d=50 \text{ mm}$  átmérőjű vízszintes csőből másodpercenként  $V=30 \text{ l}$  víz áramlik ki.

a./ Milyen sebességgel lép ki a csőből a víz ( $v=?$ )?

b./ Mekkora erővel kell a vízszög útjába állított függőleges lapot megtámasztani, hogy az ne mozduljon el ( $F_1=?$ )?

183. A 77. ábrán látható, elmozdíthatóan felállított lemezt mindkét oldalán vízszög éri. A vízszintes cső átmérője  $d_1=80 \text{ mm}$ , az abból kiömlő vízszög átmérője  $d_2=50 \text{ mm}$ , a ferde cső átmérője  $d_3=80 \text{ mm}$ . A térfogatáram a ferde helyzetű csőben  $q_3=0,05 \text{ m}^3/\text{s}$ , a ferde cső középvonalának vízszintessel bezárt szöge  $\varphi=30^\circ$ .

Mekkorának kell lenni a fúvóka előtti  $p_1$  túlnyomásnak lennie, hogy a lemez egyensúlyban legyen?



77. ábra

184. A  $\rho_v=1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  sűrűségű vízszög  $d=30 \text{ mm}$  belső átmérőjű fúvókából  $v=18 \text{ m/s}$  sebességgel lép ki és függőlegesen falnak csapódik.

Mekkora a lökőerő ( $F_d=?$ )?

maradjon ( $v_f=?$ )?

Mekkora a levegő sebessége, ha azt szeretnénk, hogy a síklap függőleges helyzetben levegősugarat  $d_2=250$  mm. A levegő sűrűsége  $\rho_f=1,293$  kg.m<sup>-3</sup>.

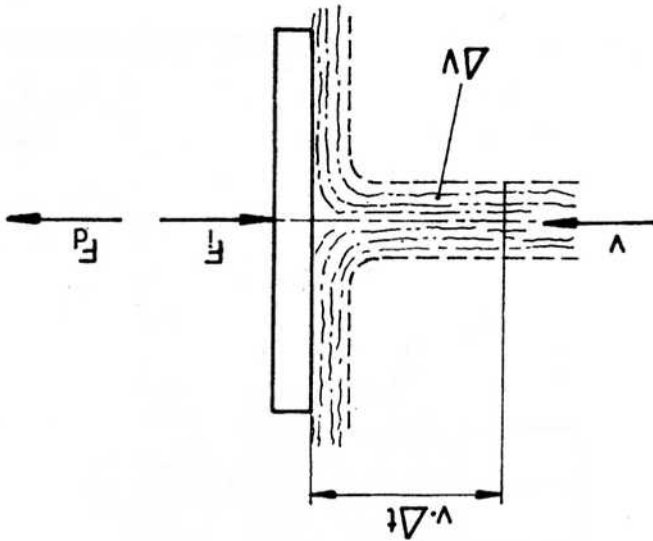
188. A 79. ábra szerint a fonalra felüggesztett kör alakú síklap egyik oldalára vizet fecskendezünk, a másik oldalára levegőt fúvatunk a síklapra merőlegesen. A vizsugarat  $d_1=150$  mm, a sebessége  $v_f=2$  m.s<sup>-1</sup>. A víz sűrűsége  $\rho_v=1000$  kg.m<sup>-3</sup>. A

Mekkora erővel kell tartanunk a cső végét ( $F_f=?$ )?

hogya a víz vízszintesen folyjon ki.

187. Egy vízcsapra  $\ell=0,5$  m hosszú,  $d=12$  mm átmérőjű gumicsövet húzunk. A csap megnyitása után a csőön  $q=1$   $\ell/s$  térfogatáramú víz folyik ki. A cső végét megemljük,

78. ábra



után a lap mentén - a lap síkjával párhuzamosan síkban - haladnak (78. ábra).

Feltételezzük, hogy a folyadéktrészecskék nem pattannak vissza a lapról, hanem utközés Vezesse le betűkkel, hogy mekkora erőt fejt ki a vizsugar a lapra ( $F_f=?$ )!

186. A  $v$  sebességgel haladó, A keresztmetszetű vizsugar álló lapba utközik merőlegesen.

Mekkora a lemezre merőleges lököerő ( $F_{dn}=?$ )?

csapódik.

185. A  $\rho_v=1000$  kg.m<sup>-3</sup> sűrűségű vizsugar  $d=30$  mm belső átmérőjű fúvókából  $v=18$  m/s sebességgel - a sugar tengelyéhez viszonyítva -  $\varphi=30^\circ$ -ra elhelyezett ferde lemeznek