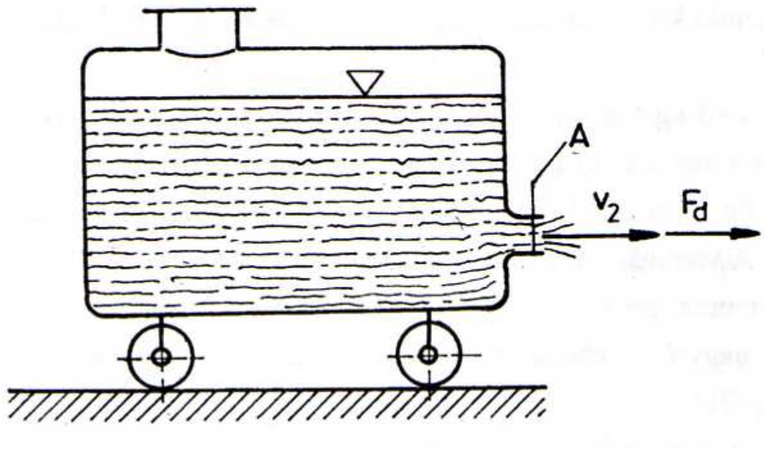
190. Az A=50 mm^2 keresztmetszetű fúvókán át vízsugár lövell ki, v_o=10 m/s sebességgel, függőlegesen felfelé. E vízsugár m_g=0,3 kg tömegű golyót tart egyensúlyban (a víz alulról beleütközik a golyóba).
Milyen magasan lebeg a golyó a fúvóka felett (h=?)?

191. A 80. ábrán látható tartálykocsiból az A=20 cm^2 keresztmetszetű nyíláson keresztül, a kocsihoz képest v_2=4 m/s sebességgel áramlik ki hátrafelé a víz. A víz sűrűsége ρ_v= 1000 $kg.m^{-3}$.
Mekkora a folyadéksugár által a kocsira kifejtett tolóerő (F_d=?)? (Rakétamodell)



80. ábra

192. Egy m=8 kg tömegű láda oldallapjára merőleges vízsugarat irányítunk, amelynek sebessége v_1=10,5 m/s, az átmérője d=20 mm. A vízsugár hatására a láda a betonon egyenletes sebességgel mozog. A láda és a beton között a súrlódási tényező értéke μ=0,4.
Mekkora a láda sebessége (u=?)?

Kidolgozás:

A vízsugár keresztmetszete:

$$A = \frac{d^2\pi}{4} = \frac{0{,}02^2\, m^2 . 3{,}14}{4} = 3{,}14 \cdot 10^{-4} \;\; m^2.$$

A vízsugár hatására a láda a betonon egyenletes sebességgel mozog, vagyis a ládára ható súrlódóerő és a folyadéksugarat gyorsító erő eredője zérus:

$F_s - F_d = 0$

A súrlódóerő:

$F_s = \mu.m.g = 0{,}4.8\ kg\ .9{,}81\ m/s^2 = 31{,}4\ N,$

így

$F_d = 31{,}4$ N.

Másként:

$F_d = \rho_v . A\,(v_1 - u)(v_1 - u) = \rho_v . A\,(v_1 - u)^2$.

Az ismert mennyiségek, továbbá a $\rho_v = 1000$ kg.m^{-3}. vízsűrűség behelyettesítésével és összevonások után másodfokú egyenletet kapunk, amelyet megoldunk u-ra:

$u^2 - 21\,u - 10{,}25 = 0$,

$$u_{1,2} = \frac{+21 \pm \sqrt{21^2 - 4 \cdot 10{,}25}}{2},$$

$u_1 = 0{,}5$ m/s,

$u_2 = 20{,}5$ m/s.

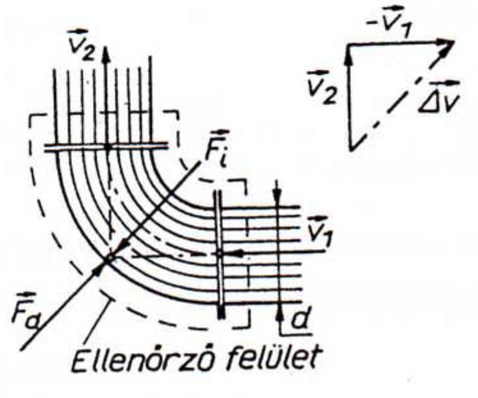
A két megoldás közül csak az $u = u_1 = 0{,}5$ m/s ládasebességnek van értelme.

193. Egy m=5 kg tömegű faláda oldallapjára merőleges vízsugarat irányítunk. A vizet egy nagy keresztmetszetű víztároló tartályból nyerjük, amelyben a nyomás az elvétel helyén $p = 4{,}4.10^5$ Pa, és egy d=15 mm, átmérőjű, $\ell = 8$ m hosszú, vízszintes gumicsövön vezetjük a faládához. A vízsugár hatására a láda a betonon egyenletes, u = 0,4 m/s sebességgel mozog. A légköri nyomás p= 1 bar.

a./ Milyen nagyságú sebességgel lép ki a víz a gumicső végén, ha a csősúrlódási tényező $\lambda = 0{,}01$ ($v_v = ?$)?

b./ Mekkora a súrlódási tényező a láda és a beton között a vázolt esetben ($\mu = ?$)? A légellenállás vízsugárra gyakorolt hatását elhanyagoljuk.

194. Mekkora a könyökcsőre ható erőimpulzus (81. ábra), ha az áramlási sebesség $v = 3$ m.s^{-1}, a cső átmérője d=150 mm ($F_d = ?$)?



81. ábra

Kidolgozás:

A különbözeti vektor a 67. ábra alapján:

$$\Delta v = \sqrt{v_2^2 + (-v_1)^2} = \sqrt{2v^2} = \sqrt{2}\cdot 3m\cdot s^{-1} = 4,23\ m\cdot s^{-1}.$$

Ezzel az erőimpulzus abszolút értéke:

$$F_d = A\cdot v\cdot \rho_v \cdot \Delta v = \frac{\pi\cdot 0,15^2\,m^2}{4} 3m\cdot s^{-1}.10^3\,kg\cdot m^{-3}\cdot 4,23m\cdot s^{-1} = 0,2242\ kN.$$

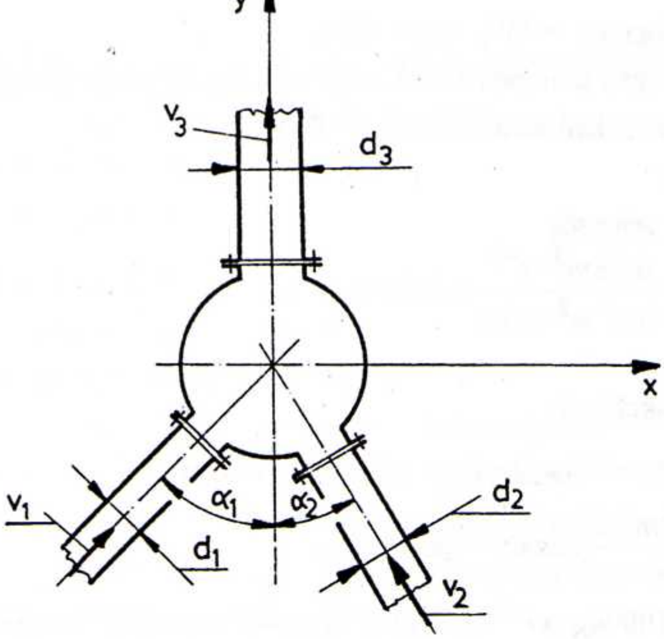
195. Egy d=300 mm belső átmérőjű, vízszintes csőíven keresztül q=0,15 m^3/s térfogatáramú, ρ_v= 1000 kg.m^{-3} sűrűségű víz áramlik. A csőívben az irányváltozás β=45°, a légkörihez viszonyított túlnyomás p=4 bar.
Mekkora a csőívre ható F_R erő?

196. A 82. ábrán vázolt idomdarabhoz három, egyenként d_1=50 mm, d_2=100 mm és d_3=120 mm átmérőjű vízszintes síkban fekvő csővezeték csatlakozik. Az idomdarabban uralkodó túlnyomás p=5 bar. Az idomdarabok függőlegessel bezárt szögei: α_1=45°, α_2=30°.

a./ Mekkora az idomdarabból elvezető csővezetékben áramló víz v_3 sebessége, ha v_1= 3 m/s, v_2=5 m/s?

b./ Milyen nagyságú az idomdarabot terhelő vízszintes erők eredője (F_{dx}=?)? A dinamikus nyomásváltozás elhanyagolható.

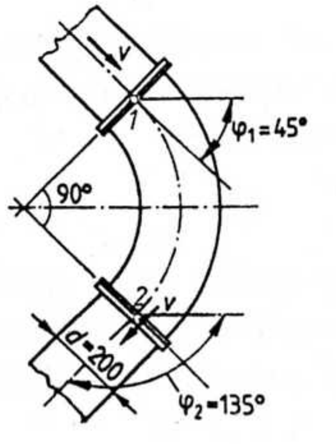
c./ Mekkora szöget zár be az eredő és az x tengellyel (γ=?)?



82. ábra

197. Egy vízszintes helyzetű, d=200 mm belső átmérőjű ívdarabon a rajta átáramló víz a $q=0{,}08\ m^3.s^{-1}$ térfogatáramot 90^o-kal eltéríti (83. ábra). A csővezetékben a túlnyomás a légköri nyomáshoz viszonyítva p=3 bar.

Határozzuk meg az ívdarab és a csővezeték közötti karmantyús csatlakozásra ható F_R reakcióerőt!



83. ábra

Kidolgozás:

Mivel a súrlódási veszteségeket elhanyagoljuk, ezért a p nyomás és az 1 és 2 ponton megegyezik.

A szögek nagysága: $\varphi_1 = 45^o$, $\varphi_2 = 135^o$.

Ebben az ívdarabban szimmetriaokok miatt nem lép fel y irányú reakcióerő (F_{Ry}=?), és így csak az x összetevőt kell számítani ($F_{Rx} = F_R$).

A térfogatáram:

q = A.v, ebből a sebesség

$$v = \frac{q}{A} = \frac{q}{\frac{d^2\pi}{4}} = \frac{0{,}08 m^3 \cdot s^{-1}}{0{,}2^2 m^2 \cdot 3{,}14} = 2{,}55\ m \cdot s^{-1}.$$

A csőre ható reakcióerő:

$$F_R = p \cdot A(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2) + q \cdot \rho_v \cdot v(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2) =$$

$$= 3 \cdot 10^5\ Pa \frac{0{,}2^2\ m^2 \varphi}{4}(\cos 45^o - \cos 135^o) +$$

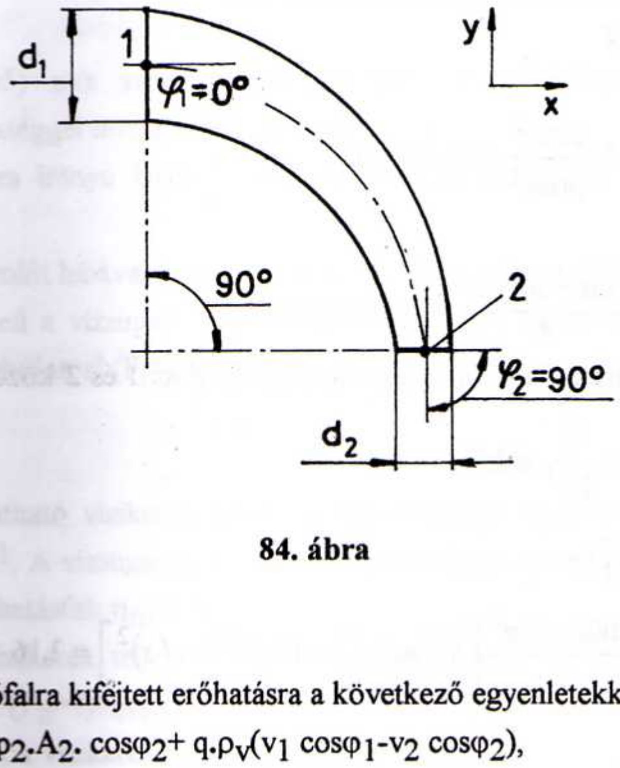
$$+0{,}08 m^3 \cdot s^{-1} \cdot 1000 kg \cdot m^{-3} \cdot 2{,}55 m \cdot s^{-1}(\cos 45^o - \cos 135^o) = 13\ 617\ N.$$

198. A 84. ábrán látható, kör keresztmetszetű, vízszintes helyzetű íves cső átmérője d_1=50 mm-ről d_2=30 mm-re változik.

A csőben víz áramlik, amelynek sűrűsége ρ_v= 1000 kg.m^{-3}. Az 1 pontban a víz áramlási sebessége v_1= 5 m/s, a nyomás p_1= 3 bar. Az íves cső 90^o-os irányváltozást okoz.

Határozzuk meg az áramló folyadék által a csőfalra kifejtett F_R erő nagyságát és irányát (φ=?), a folyadék súrlódását és önsúlyát elhanyagolva!

(A megoldáshoz szükséges képletek a példa kidolgozásában találhatók).



84. ábra

Kidolozás:

A folyadék által a csőfalra kifejtett erőhatásra a következő egyenletekkel írhatók fel:

$F_{Rx}= p_1.A_1.\cos\varphi_1 - p_2.A_2.\cos\varphi_2 + q.\rho_v(v_1\cos\varphi_1 - v_2\cos\varphi_2)$,

$F_{Ry}= p_2A_2\sin\varphi_2 - p_1.A_1\sin\varphi_1 - q.\rho_v(v_1\sin\varphi_1 - v_2\sin\varphi_2)$

$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$, amelyben

F_R - a csőfalra kifejtett eredőerő,

F_{Rx} - az eredőerő vízszintes irányú összetevője,

F_{Ry} - az eredőerő függőleges irányú összetevője,

p_1 - nyomás a nagyobb átmérőjű keresztmetszet 1 jelű pontjában,

p_2 - nyomás a kisebb átmérőjű keresztmetszet 2 jelű pontjában,

A_1 - a nagyobb átmérőjű csőszakasz kijelölt 1 pontjához tartozó keresztmetszet területe,

A_2 - a kisebb átmérőjű csőszakasz kijelölt 2 pontjához tartozó keresztmetszet területe,

v_1 - folyadéksebesség az 1 jelű pontban,

v_2 - folyadéksebesség a 2 jelű pontban,

φ_1 - az 1 jelű pontban a cső középvonala érintőjének a vízszintessel bezárt szöge,

φ_2 - a 2 jelű pontban a cső középvonala érintőjének a vízszintessel bezárt szöge,

ρ_v - a csövön átáramló folyadék sűrűsége,

q - a csövön átáramló folyadék térfogatárama.

Ahhoz, hogy az F_{Rx} és F_{Ry} összetevőket a fenti egyenletekkel számítsuk, hiányzik a v_2, p_2 és q.

A v_2 értékét a folytonossági feltételből kapjuk meg.

$v_1.A_1 = v_2.A_2$, ebből

$$v_2 = v_1\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 5m/s\frac{50m^2}{30m^2} = 13{,}89\ m/s.$$

A térfogatáram:

$$q = v_1 \cdot A_1 = 5m/s \cdot \frac{0{,}05^2\, m^2 \cdot \pi}{4} = 0{,}0098174\ m^3/s.$$

A p_2 meghatározására a Bernoulli-egyenletet írjuk fel az 1 és 2 közötti tartományra:

$$\frac{p_1}{\rho_v \cdot g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho_v \cdot g} + \frac{v_2^2}{2g},\ \text{ebből}$$

$$p_2 = p_1 + \frac{\rho_v}{2}(v_1^2 - v_2^2) =$$

$$= 3\cdot 10^5 N/m^2 + \frac{1000kg/m^3}{2}\left[5^2(m/s)^2 - 13{,}88^2(m/s)^2\right] = 2{,}16\cdot 10^5 N/m^2 = 2{,}16\ bar.$$

Az eredőerő vízszintes irányú összetevője (a betűkkel jelzett egyenlet megismétlése nélkül):

$$F_{Rx} = 3\cdot 10^5 N/m^2 \cdot \frac{0{,}05^5\, m^2 \cdot 3{,}14}{4}\cdot 1 - 2{,}16\cdot 10^5 N/m^2\frac{0{,}03^2\, m^2 \cdot 3{,}14}{4}\cdot 0 +$$

$$+0{,}0098174m^3/s \cdot 1000kg/m^3(5m/s\cdot 1 - 13{,}89m\cdot 0) = 638{,}13\ N.$$

Az eredőerő függőleges irányú összetevője (a betűkkel jelzett egyenlet megismétlése nélkül):

$$F_{Ry} = 2{,}16\cdot 10^5 N/m^2\frac{0{,}03^2\, m^2 \cdot 3{,}14}{4}\cdot 1 - 3\cdot 10^5 N/m^2\frac{0{,}05^2\, m^2 \cdot 3{,}14}{4}\cdot 0 -$$

$$-0{,}0098174m^3/s\cdot 1000kg/m^3(5m/s\cdot 0 - 13{,}89m/s\cdot 1) = 289{,}04\ N.$$

A csőfalra kifejtett eredőerő:

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{638{,}13^2 N^2 + 289{,}04^2 N^2} = 700\ N.$$

Az eredőerő iránytangense:

$$tg\varphi = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{289{,}04N}{638{,}13N} = 0{,}4529.$$

Az eredő irányszöge:

$\varphi = 24{,}36^{\circ}$

199. A v=(10±0,05) m/s sebességű d=(10±0,1) cm átmérőjű vízszintes vízsugár v_ℓ=(3±0,05) m/s sebességgel távolodó függőleges lapot ér.

a./ Mekkora vízszintes irányú lapra ható erővel tudjuk biztosítani az adott egyenletes lapsebességet (F_d=?)?

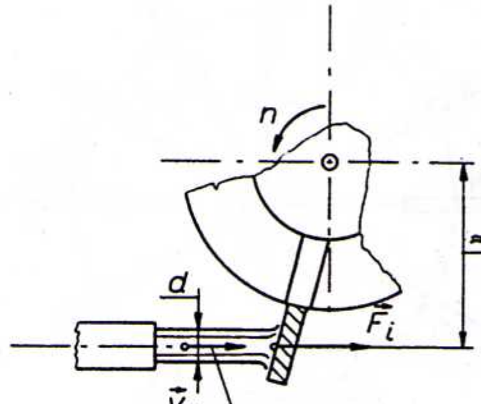
b./ Az erő milyen abszolút hibával számítható (H_{ab}=?)? A sűrűség ±2% hibával adott.

c./ Mekkora erővel kell a vízsugár útjába állított függőleges lapot megtámasztani, ha azt akarjuk, hogy ne mozduljon el (F_i=?)?

200. A 85. ábrán látható vízikerék lapátjára ható vízsugár átmérője d=200 mm, a víz sebessége v_v=10 m.s^{-1}. A vízsugár középvonalának távolsága a vízikerék forgástengelyétől r =1,5. A mechanikai hatásfok η_m=0,9.

a./ Számítsuk ki a vízikerék teljesítményét, ha a kerék kerületi sebessége éppen fele a vízsugár sebességének (P_h=?)! (v_{ker}=v_v/2)!

b./ Mennyi a nyomaték a vízikerék tengelyén (M=?)?



85. ábra

Kidolgozás:

a./ Az erőimpulzus abszolút értéke:

$$F_d = A_\ell \cdot v_v \cdot \rho_v (v_v - v_{ker}) = \frac{d^2 \pi}{4} v_v \cdot \rho_v (v_v - v_{ker}) =$$

$$\frac{0,2^2\, m^2 \cdot 3,14}{4} \cdot 10 m \cdot s^{-1} \cdot 10^3\, kg \cdot m^{-3}.(10-5) m \cdot s^{-1} = 1,568\ kN.$$

Az erőimpulzust szorozva a kerületi sebességgel és a mechanikai hatásfokkal, kapjuk a hasznos teljesítményt.

$P_h = \eta_m . F_d . v_{ker} = 0,9.1,568$ kN.5 m.s^{-1}= 7,06 kW.

b./ A kerék szögsebessége és fordulatszáma:

$$\omega = \frac{v_{ker}}{r} = \frac{5m \cdot s^{-1}}{1,5m} = 3,33\ s^{-1},$$

$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3,33 s^{-1}}{2\pi} 60 s \cdot \min^{-1} = 31,8 \min^{-1}.$$

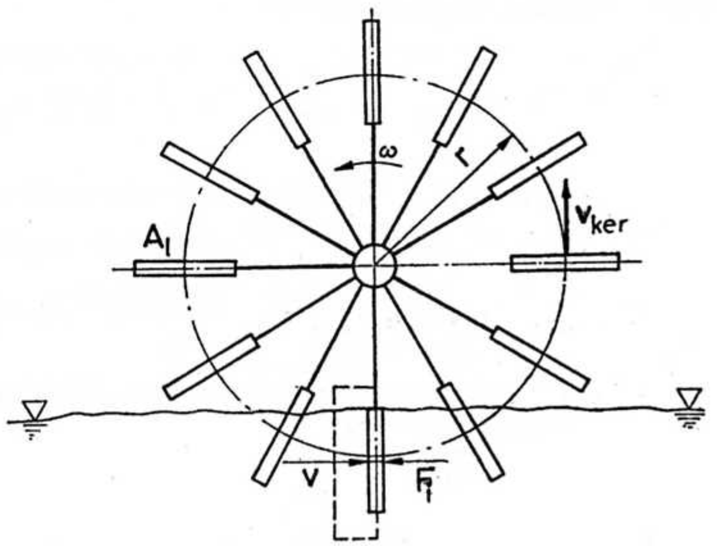
A nyomatékot a teljesítmény és a szögsebesség ismeretében a következőképpen számítjuk :

$$M = \frac{P_h}{\omega} = \frac{7,06 kN \cdot m \cdot s^{-1}}{3,33 s^{-1}} = 2,12\ m \cdot kN.$$

201. A 86. ábrán vázolt vízikerék A_ℓ=5m^2 felületű lapátjai v=1 m/s sebességű folyóvízbe merülő síklapok. A víz sűrűsége ρ_v= 1000 kg.m^{-3}. A járókerék sugara r =2m.

a./ Mennyi a vízikerék legnagyobb teljesítménye ha a kerületi sebesség v_{ker}=v/2=0,5 m/s?

b./ Mennyi a v_{ker}=0,5 m/s esetben a járókerék fordulatszáma (n=?)?



86. ábra

Kidolgozás:

a./ A lapátra érkező víz tömegárama:

$\dot{m}=\rho.A_\ell.v = 10^3$ kg/m^3 . 5 m^2. 1 m/s=5000 kg/s= 5 Mg/s.

A járókeréken ébredő legnagyobb kerületi erő:

$F_{max}= \rho_v.A_\ell.v^2 = \dot{m}.v = 5.10^3$ kg/s. 1 m/s= 5000 N = 5 kN.

A járókerék legnagyobb teljesítménye

v_{ker} = 0,5 m/s kerületi sebességnél:

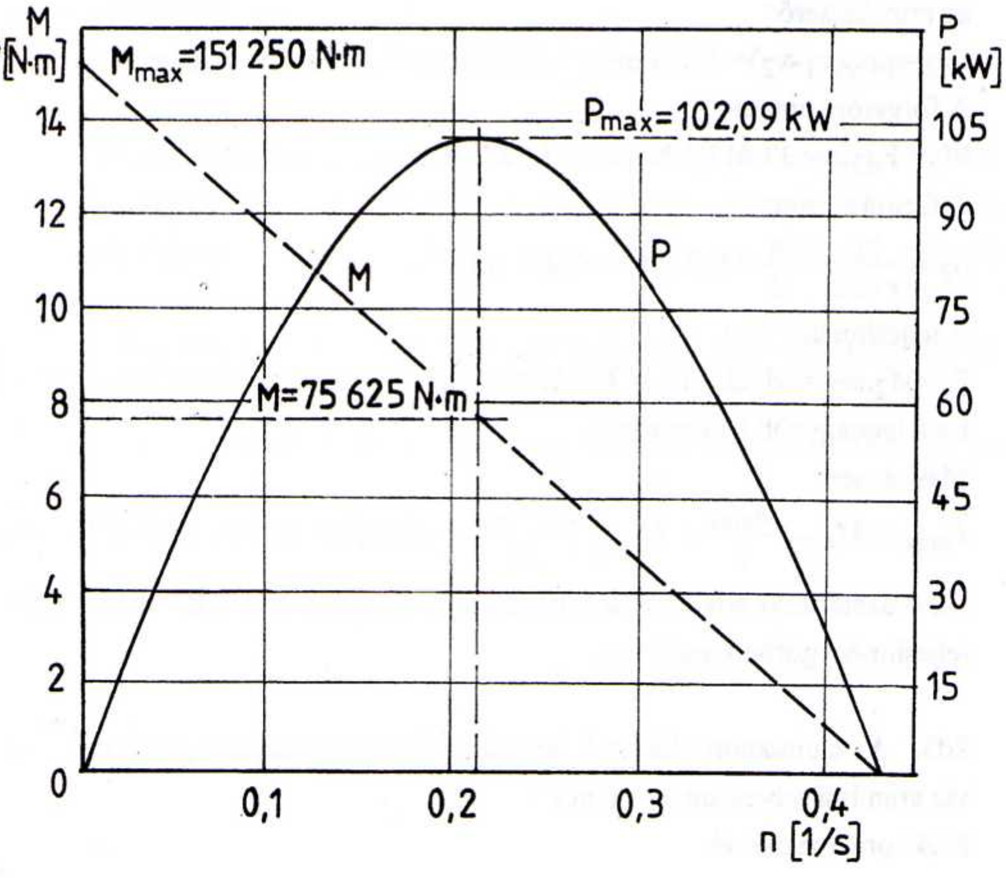
$$P_{max} = \dot{m}\frac{v^2}{4} = 5\cdot10^3\,kg/s\frac{(1m/s)^2}{4} = 1250W = 1,25\,kW.$$

b./ A járókerék fordulatszáma ekkor

$$n = \frac{v_{ker}}{2\pi\cdot r} = \frac{0,5m/s}{2\cdot3,14\cdot2m}0,0398s^{-1} = 2,39\ \text{min}^{-1}.$$

202. Egy alulcsapott vízikerék lapátjának felülete A_ℓ=2,5 m^2, a sugara r=2 m, a folyóvíz sebessége v_1=5,5 m.s^{-1}. A víz sűrűsége ρ_v= 1000 kg.m^{-3}.

Szerkesszük meg számítás alapján a vízikerék nyomaték- és teljesítmény görbéjét [M= f(n); P= f(n)]!



87. ábra

Kidolgozás:

A víz tömegárama:

$q=A.v_1 = 2{,}5\ m^2 .\ 5{,}5\ m.s^{-1} = 13{,}75\ m^3.s^{-1}$.

Ha a lapát áll, akkor $v_2 = 0$, ilyenkor az impulzuserő:

$F_{d1} = q.\ \rho_v(v_1-v_2) = 13{,}75\ m^3.s^{-1} \cdot 1000\ kg.m{-}3\ .\ 5{,}5\ m^3.s^{-1} = 75\ 625\ N$.

A forgatónyomaték:

$M_1 = F_{d1}.r = 75\ 625\ N\ .\ 2m = 151\ 250\ N.m$.

Ez a vízikerék legnagyobb nyomatéka. A teljesítmény nulla, mert nincs fordulatszám.

Ha a lapát kerületi sebessége megegyezik a víz áramlási sebességével, akkor $v_2 = v_1 = 5{,}5$ $m.s^{-1}$.

A kerületi sebesség:

$v_k=r.\omega_1=r.2\pi.n_1$, ebből a fordulatszám:

$$n_1 = \frac{v_2}{r\cdot 2\pi} = \frac{5{,}5m\cdot s^{-1}}{2m\cdot 2\cdot 3{,}14} = 0{,}43\ s^{-1} = 25{,}8\ \min^{-1}.$$

Ez a legnagyobb fordulatszám. Ebben az esetben a nyomaték nulla, mert $v_1 = v_2 = 0$, a teljesítmény nulla, mert nincs nyomaték.

Ha a lapát kerületi sebessége fele a víz áramlási sebességének, vagyis $v_2= 2{,}75\ m.s^{-1}$, akkor az impulzuserő:

$F_{d2}=q.\rho_v(v_1-v_2)= 13{,}75\ m^3.s^{-1}.1000\ kg.m^{-3}.(5{,}5-2{,}75)\ m.s^{-1}= 37\ 812{,}5\ N$.

A forgatónyomaték:

$M_2= F_{d2}.r = 37\ 812{,}5\ N.2\ m = 75\ 625\ N.m$.

A fordulatszám:

$$n_2 = \frac{v_2}{r\cdot 2\pi} = \frac{n_1}{2} = 0{,}215 s^{-1} = 12{,}9\ \min^{-1}.$$

A teljesítmény:

$P_2=M_2.\omega_2 = M_2.2.\pi.n_2 = 75\ 625\ N.m.2.3{,}14.0{,}215\ s^{-1} = 102\ 108{,}87\ W \approx 102{,}1\ kW$.

Ez a legnagyobb teljesítmény.

Másképpen:

$$P_{max} = M_{max}\frac{\omega_{max}}{2} = M_{max}\frac{2\pi\cdot n_{max}}{2} = 75\ 625 N\cdot m\cdot 3{,}14\cdot 0{,}43\cdot s^{-1} = 10\ 208{,}87\ W \approx 102{,}1\ kW.$$

Az összetartozó értékeket a fordulatszám függvényében a 87. ábrán látható nyomaték- és teljesítménygörbe szemlélteti.

203. Az alulcsapott vízikerék lapátjának keresztmetszete $A_\ell=0{,}8\ m^2$, a sugara r =3 m. A víz áramlási sebessége $v_1= 6\ m.s^{-1}$.

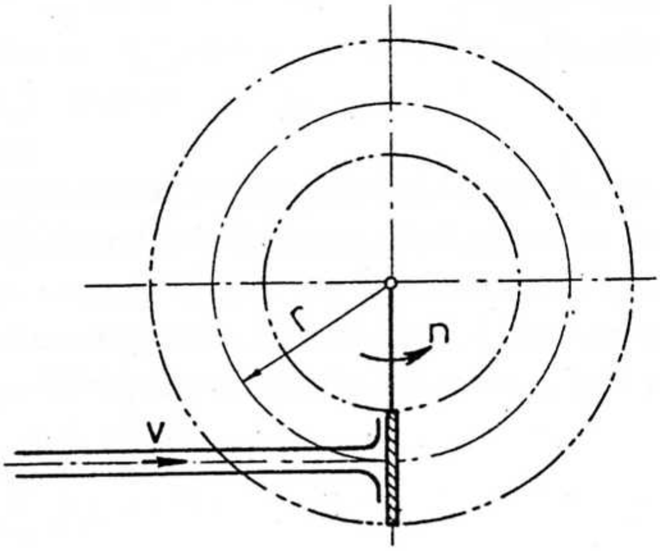
Mekkora a vízikerék

a./ legnagyobb fordulatszáma (n_{max}=?),
b./ legnagyobb nyomatéka (M_{max}=?),
c./ legnagyobb teljesítménye (P_{max}=?)?

204. Alulcsapott vízikerék A_ℓ=1,3 m^2 felületű lapátja v=4 m/s sebességű folyóvízbe merül. A lapát középvonalának távolsága a kerék tengelyétől r =1,2 m (A vízikerék lapátozását végtelen sűrűnek, de egymást nem zavarónak tekintjük.)
a./ Mekkora legnagyobb teljesítményt adna a vízikerék veszteségmentes esetben (P_{max}=?)?
b./ Mekkora az ehhez a teljesítményhez tartozó hajtónyomaték (M=?)?

205. Az alulcsapott vízikerék lapátfelülete A_ℓ= 1 m^2, a sugara r =2 m. A folyóvíz sebessége v_1 = 4 $m.s^{-1}$.
Szerkessze meg számítás alapján a vízikerék nyomaték- és teljesítmény-görbéjét a fordulatszám függvényében [M= f(n); P= f(n)]!

206. Egyszerű radiális síklapátokkal felszerelt vízikereket v=15 m/s sebességű, d=30 mm átmérőjű körkeresztmetszetű vízsugárral hajtunk. A lapátokat a vízsugár a 88. ábra szerint éri. A lapátok középkörének sugara r = 0,2 m. A kerék n= 250/min állandó fordulatszámmal forog.
a./ A lapátozást "végtelen sok, de egymást nem zavaró lapátokból álló"-nak feltételezve, számítsa ki a kereket forgató nyomatékot és a teljesítményt (M=?; P=?)?
b./ Milyen fordulatszámnál kapnánk a legnagyobb teljesítményt és mekkora lenne az (n_{opt} =?; P_{max}=?)?



88. ábra

207. Alulcsapott vízikerék A_ℓ=2 m^2 felületű lapátja v= 6 m/s sebességű folyóvízbe merül. A lapát középvonalának távolsága a kerék tengelyétől r =1,5 m. (A vízikereket tekintsük végtelen sok, de egymást nem zavaró lapáttal felszereltnek.)

a./ Mennyi a vízikerék optimális fordulatszáma (n_{opt}=?)?

b./ Rajzolja meg a kerületi erőből származó nyomaték változását a kerék szögsebességének függvényében [M= f(ω)]!

c./ Ha a mechanikai veszteségek M_s=12 000 N.m súrlódási nyomatékot okoznak, mennyi ekkor a vízikerék maximálisan hasznosítható teljesítménye (P_{hmax} =?)? Hogyan változik ez a teljesítmény a szögsebesség függvényében [P=f (ω)]?

IV. MEGOLDÁSI VÁZLAT ÉS EREDMÉNYTÁR

4. a./ $P_á$= 81,0 kW; $x_á$= 0,673; b./ w= 12,1 MJ/(kW.h); $\eta_á$= 29,8 %.

5. a./ b_{go}= 0,29 kg/(kW.h); b./ w= 12,46 MJ/(kW.h); c./ η_{gcs}= 22,5 %.

7. a./ $x_á$= 54 %; b./ $\eta_á$= 26,25 %.

8. a./ η_{gcs}= 25,7 %; b./ B_{24}= 70,8 kg; c./ H_h= 646 kJ/kg.

10. a./ η= 25,8 %; b./ $b_{0,5}$= 0,44 kg/(kW.h)

11. a./ w_{gcs}= 12,4 MJ/(kW.h); b./ w_m= 11,9 MJ/(kW.h); c./ η_m= 30,2 %; d./ η_{gcs}= 29 %.

12. a./ v= 67,5 km/h; b./ V= 5,8 liter.

13. a./ b_b= 0,291 kg/(kW.h); b./ w= 12,2 MJ/(kW.h); c./ η= 29,5 %.

16. a./ 1308 kg > 1000 kg, nem felel meg; b./ w= 12,06 MJ/(kW.h).

17. V= 492,4 liter.

18. m_b= 180 kg.

19. a./ $\eta_é$= 22,4 %; b./ b_{sz}= 1,20 kg/(kW.h); c./ w= 16,1 MJ/(kW.h).

22. η= 26 %.

23. a./ b_{sz}= 0,324 kg/(kW.h); w= 14,9 MJ/(kW.h); b./ $\eta_á$= 24,1 %.

25. a./ $x_á$= 83,8 %; b./ η= 76 %.

26. a./ x= 72,9 %; b./ P_{hx}= 19,68 MW; P_{ht}= 20,5 MW.

29. $x_á$= 90 %.

30. a./ t_2= 13,13 min; b./ $x_á$= 80 %.

31. P_{vo}= 6,9 kW; P_{vx}= 13,1 kW.

33. b./ η_{max}= 65,8 %.

34. P_{ho}= 26,8 kW; η_{max}= 88,2 %.

35. b./ P_{vo}= 0,9 kW.

37. A veszteségek összege x=1 terhelés esetén:

$$P_{vn} = \frac{P_n}{\eta} - P_n = \frac{1-\eta}{\eta} P_n = \frac{1-0,7}{0,7} \cdot 40\ kW = 17,2\ kW.$$

A változó veszteség a terheléssel arányos, azaz P_{vx}=x.P'_{vx1}, ahol

P'_{vx1}=P_{vn}-P_{vo} = 17,2 kW-5,2 kW = 12 kW.

A bevezetett teljesítmény teljes terhelésnél:

P_b=P_n+P_{vn} = 40 kW + 17,2 kW = 57,2 kW.

A hatásfok teljes terhelésnél:

$$\eta = \frac{P_n}{P_b} = \frac{40kW}{57,2kW} = 0,70,$$

$\eta =$ 70 %.

x	P_h=x.P_n	P_{vx}=P_{vo}+ +x.P'_{vx1}	P_b=P_h+P_{vx}	$\eta = \frac{P_h}{P_b} \cdot 100$
-	kW	kW	kW	%
0,25	10	8,2	18,2	55
0,50	20	11,2	31,2	64
0,75	30	14,2	44,2	68
1,00	40	17,2	57,2	70

39. P_{v1}= 0,8 kW; $P_{v0,5}$= 0,4 kW.

40. a./ P_{vo}= 2,12 kW; b./ η_x= 95,2 %.

41. a./ P_{vx}= 7,42 kW.

42. a./ η_x= 61 %; b./ x= 89,3 %.

43. a./ $x_á$= 78,75 %; b./ $\eta_á$= 29,5 %.

44. a./ $x_á$= 76,7 %; b./ $\eta_á$= 62,5 %; c./ $\eta_á$= 68,5 %.

45. A kerületre redukált tömeg: $m_{red}= \lambda\ m = 0,8 \cdot 220$ kg= 176 kg.

A tehetetlenségi nyomaték: $J = \frac{m_{red} \cdot D^2}{4} = \frac{176kg \cdot 0,6^2\ m^2}{4} = 15,84\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$.

48. a./ α_ℓ= 2,35 rad/s^2; b./ t_ℓ = 33,4 s; c./ i_1= 156; i_2= 52.

49. a./ M_f= 282 N.m; b./ t_ℓ= 8,7 min; c./ i= 1303.

50. a./ M_{f1}= 376 N.m; M_{f2}= 141 N.m; M_{f3}= 63 N.m;

b./ i_1= 54,1; i_2= 54,1; i_3= 15,1.

52. b./ t_i= 14 s; c./ M_h= 717 N.m; δ= 0,0593.

53. b./ M_h= 127,5 N.m.

54. t_i= 73 s.

55. a./ t_ℓ= 1403 s; b./ P= 5,78 kW.

56. t_i= 153 s.

57. a./ E_k= 2875 J; b./ t_ℓ=1,13 s.

58. a./ t_i= 11,9 s; b./ E_k= 489 kJ; c./ M_h= 165 N.m.

59. M_{B}= 83,8 N.m.

60. a./ M_s= 3,2 N.m; b./ M_f= 39,1 N.m, c./ t_ℓ=4,65 min.

61. a./ M_s= 94,2 N.m; c./ M_f= 94,2 N.m.

62. a./ t_ℓ= 35,1 min; b./ t_f= 4,1 min.

65. E_k= 2,6 kJ.

67. a./ n= 216/min; b./ D= 2,30 m; c./ E_k= 510 kJ.

68. a./ t_t= 3,926 s; b./ E_k= 12 324,5 J.

69. p= 2943 Pa = 0,02943 bar.

70. p= 606,3 bar.

71. p= 54 200 Pa = 0,542 bar.

72. h= 750,1 mm.

73. F= 422,3 MN.

74. F= 2021 N.

75. F= 473,1 N.

76. F=221,8 N.

77. a./ F= 24,03 kN; b./ h_F= 1,167 m; c./ M_h=28,04 . 10^3 N.m.

78. a./ $\rho_{o\ell}$= 909,1 kg/m^3; b./ Δh= 14,52 mm.

79. a./ F= 15,8 kN, lefelé; b./ $\frac{D^2}{d^2}=\frac{h}{x}+1.$

80. p_t= 211,6 kPa.

84. a./ h= 217,6 mm; b./ p= 2,13 kPa.

85. p_2= 78,6 kPa.

86. a./ p_z= 131,8 kPa; b./ p_a= 135,2 kPa.

88. a./ p= 14,96 kPa; b./ Δh_ℓ= 112 mm.

89. a./ h= 750 mm; b./ v_v= 14,7 %; c./ v_{Hg}= 100 %.

90. a./ p= 94,7 kPa; b./ F= 0,94 N.

91. F= 79,5 N.

94. a./ F_1= 114,8 kN; b./ m= 33,84 kg; c./ F_2= 1,071 MN, d./ F_3= 0,956 MN.

95. a./ F= 84,955 N; b./ F_h= 0; F_v=84,955 N; c./ ρ_h= 1000 kg/m^3.

98. d_2= 141,4 mm.

99. h= 2,92 m.

100. h_2= 1,61 m.

101. F= 26,51 kN.

102. D= 79,79 mm.

103. m_t= 6192 kg.

104. a./ F_D= 45 kN; b./ ℓ= 0,1 mm.

106. F_1= 188,5 N; F_2= 3016 N.

107. a./ p= 2,299 MPa; b./ p_s= 2,152 MPa.

108. D/d= $\sqrt{2}$.

110. a./ F= 57,9 N; b./ G= 86,7 N; c./ F= 395 N; d./ F_e= 308 N.

111. a./ p= 5,341 MPa; b./ η= 0,8102; c./ F_2= 317,6 kN; d./ s_2= 0,1531 mm.
e./ W_1= 60 J; f./ W_h= 48,61 J; g./ i_ℓ= 183.

112. a./ p= 15,01 MPa; q= 96,63 ℓ/min.

114. a./ v_2= 9 m/s; b./ p_2= 67,5 kPa.

115. a./ h_1= 7,339 m; b./ h_2= 22,34 m; c./ p= 1,472 bar = 147 200 Pa.

116. v= 34,64 m/s.

117.

a./ $$v_1 = \frac{(d_1 + d_2)b}{2d_1 \cdot t} = 0{,}64\ m/s,$$

b./ $$v_2 = \frac{(d_1 + d_2)b}{2d_2 \cdot t} = 1{,}07\ \mathrm{m/s}.$$

c./ $$\mathrm{v} = \frac{6{,}4}{10 - \mathrm{x}}\ [\mathrm{m},\ \mathrm{m/s}].$$

118. a./

$$A_o = R_o^2 \pi,\ A_x = r(x)^2 \pi,$$

$$r = R_o - \frac{R_o - R_1}{x_1} x = 0{,}27 - 0{,}15x\,[\mathrm{m}].$$

Kontinuitási egyenlet :

$A_o \cdot v_o = A_x \cdot v_x$, ebből

$$v_x = \frac{A_o \cdot v_o}{A_x} = v_o \left(\frac{R_o}{r} \right)^2 = \frac{v_o}{\left(1 - \frac{x}{18}\right)^2}\ [m,\ \mathrm{m/s}].$$

b./ m=ρ.A_o.v_o.t = 13 734 kg.

119. Kontinuitási egyenletből $v_1 < v_2$, mert $A_1 > A_2$.
Bernoulli egyenletből az $\frac{1}{2}\rho_v \cdot v_2^2$ $\frac{1}{2}\rho_v \cdot v_2^2$ elhanyagolással: $v_2 = \sqrt{50} = 7{,}07\ \mathrm{m/s}$.

120. $\rho_v = \rho_2 = 1000\ kg/m^3$; $A_1 = A_2 \gg A_3$.

A víz- olaj határfelületen a nyomás $p_2 = p_k + \rho_1 . g . h_1$. Bernoulli-egyenlet a kilépési pontra (3) és a víz-olaj határfelület (2) pontjára:

$v_3^2 \gg v_2^2$, mert $A_3 \ll A_2$.

Az elhanyagolás figyelembe véve:

$$v_3^2 = \frac{2g}{\rho_2}(\rho_1 \cdot h_1 + \rho_2 \cdot h_2), \text{ ebből } v_3 = \sqrt{90} = 9{,}48 \text{ m/s}.$$

121. a./ h=0,13 m; b./ q= 0,02 m^3/s; $\dot{m}$= 0,026 kg/s.

122. a./ v= 20 m/s; b./ 20,38 m.

123. p_t= 177 kPa.

124. v_f= 19,6 m/s; v_ℓ= 26,4 m/s.

125. q= 0,0526 m^3/s.

126. $q_1 = \frac{1}{60\ 000}\ m^3/s, \quad A = 2 \cdot 10^{-4}\ m^2, \quad q = 10^{-3}\ m^3/s, \quad q_2 = \frac{0{,}9}{60\ 000}\ m^3/s.$

A vízszivárgás a csőben levő túlnyomással arányos:

$q_1 = k(p - p_k)$. Ha a csapot kinyitjuk, a Bernoulli-egyenlet alapján a csőben a nyomás $p_2 = p - \frac{1}{2}\rho_v \cdot v^2$ – re csökken, tehát $q_2 = k(p_2 - p_k) = k(p - \frac{1}{2}\rho_v \cdot v^2 - p_k)$.

A ρ_v= 1000 kg/m^3 sűrűségű víz kifolyási sebessége v= q/A= 5 m/s.

Az egyenletek egybevetésével:

$$p = \frac{q_1}{q_1 - q_2} \cdot \frac{1}{2}\rho_v \cdot v^2 + p_k = 2{,}25 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

127. a./ A Bernoulli-egyenletből: $p = p_o + \frac{1}{2}(v_o^2 - v^2)$,

$A_o = R^2.\pi$; $A = r^2.\pi = \pi.R^2(1 - x/2b)^2$;

$A.v = A_o.v_o$ ebből

$$v = \frac{A_o \cdot v_o}{A} = \frac{4v_o}{(2b - x)^2} b^2.$$

Behelyettesítve:

$$p = 2 \cdot 10^5 + 500\left[1 - \frac{104}{(10 - x)^4}\right] \ [\text{m; Pa}].$$

b./ $\dot{m} = \rho_v . A_o . v_o$ = 282,6 kg/s.

c./ p_1= 1,925 . 10^5 Pa.

129. h_2= 0,899 m.

131. h_2= 0,9 m.

132. v_2= 3,07 m/s.

134. a./ h= 1,27 m; b./ p_1= 4,9 kPa; p_2= 17,4 kPa; c./ p_3=7,36 kPa; p_4= 19,86 kPa.

135. v= 1,72 m/s.

138. a./ v_3= 17,16 m/s; b./ $p_1/\rho_v.g$= -1,144 m.

139. q= 17,9 dm^3/s.

141. a./ q= 156 dm^3/s; b./ p_t= 35,3 kPa; c./ v=2,97 m/s.

142. v= 1,98 m/s; q= 0,62 ℓ/s.

143. ρv= 1000 kg/m^3; $A_1 \gg A_2$; d_2=D = 0,05 m; d_3= d= 0,04 m;
p_k= 10^5 N/m^2; g= 10 m/s^2.

a./ A Bernoulli- és kontinuitási egyenletből a

$v_1^2 \ll v_2^2$ elhanyagolással:

$$v_2 = \sqrt{2g\cdot H} = \sqrt{20} = 4{,}47 \text{ m/s.}$$

$$b./A_2 = \frac{d_2^2\cdot\pi}{4} = 1{,}963\cdot 10^{-3}\text{ m}^2,\quad q_2 = A_2\cdot v_2 = 8{,}77\cdot 10^{-3}\text{ m}^3/s.$$

c./ Bernoulli - egyenlet:

$$p_3 + \frac{1}{2}\rho_v\cdot v_3^2 + \rho_v\cdot g\cdot y_3 = p_2 + \frac{1}{2}\rho_v\cdot v_2^2 + \rho_v\cdot g\cdot y_2,\ \text{ahol } y_3 = y_2,\ \text{ill.}$$

$$p_2 = p_k \cdot A_3 = \frac{d_3^2\cdot\pi}{4} = 1{,}26\cdot 10^{-3}\text{ m}^2.$$

Kontinuitási egyenletből vagy a térfogatáram erősségéből q_2= $A_3.v_3$, ebből:

$v_3 = \dfrac{q_2}{A_3}$ = 6,98 m/s. Behelyettesítve a Bernoulli-egyenletbe: p_3= 85 860 Pa.

d./ Egyensúlyi egyenlet az U csőre p_b= p_j; $p_3+\rho_v.g.h = p_k$;

$$h = \frac{p_k - p_3}{\rho_v\cdot g} = 1{,}4\text{ m.}$$

146. q= 5637,6 ℓ.min^{-1}.

147. a./ v_2= 5,96 m.s^{-1}; b./ q= 46,48 ℓ.s^{-1}.

148. d_2= 49,86 mm.

149. a./ A_2= 426,2 mm^2; b./ p_2= 99 381 N/m^2.

153. a./ v_2= 9,3 m/s; b./ q= 164 dm^3/s.

167. a./ $v= 1,965$ m/s; b./ $\Delta p= 843,5$ kPa.

168. a./ $v= 6,338$ m/s; b./ $\Delta p= 843,5$ kPa.

169. a./ $d= 36$ mm; b./ $v= 1,965$ m/s; c./ $\Delta p= 4,022$ bar; d./ $p_d= 1,93$ kPa; e./ $p_t= 600,3$ kPa
f./ $P= 1,201$ kW.

173. a./ $h_{vd}/h_{vD}= 2$; b./ $q_d/q_D= 1/4$; c./ $W_d/W_D = 1/2$.

179. $F_d= 4000$ N.

180. $F_d= 1152$ N.

181. $F_d= 4000$ N.

182. a./ $v= 15,28$ m/s; b./ $F_i= 458$ N.

183. $p_1= 92\,947$ N/m^2 = 92,947 kPa.

184. $F_d= 229$ N.

185. $F_{dn}= 115$ N.

186. A laphoz (78. ábra) Δt idő alatt a $\Delta V=A(v.\Delta t)$ térfogatban levő $\Delta m= \rho_v.\Delta V$ tömeg érkezik.
Az ütköző folyadéktömeg mozgásmennyiségének megváltozása: $\Delta I=0-\Delta m.v$.
A folyadéksugárra a lap által kifejtett átlagos erő:

$$F_i = -\frac{\Delta I}{\Delta t} = \rho_v \cdot A \cdot v^2.$$

Ugyanekkora erővel nyomja a folyadéksugár is az álló lapot ($F_d=F_i$).

187. $-F_i=F_d=\sqrt{2}\,A.\ \rho_v.v^2= 8,8$ N.

189. $F_d= 980,35$ N.

190. A golyóhoz $v_1 = \sqrt{v_o^2 - 2g \cdot h}$ sebességgel érkező A keresztmetszetű vízoszlopban Δt idő alatt $\Delta m= \rho_v.\Delta V= \rho_v(A.v_1.\Delta t)$ tömeg érkezik, $I=0-\Delta m.v_1$.
Feltételezzük, hogy a golyóról lepattanó vízrészecskék sebessége vízszintes. A golyó által a folyadéksugárra kifejtett erő, a súlyerő: $F_d=G= m_g.g$.
Az impulzustétel:

$$-m_g.g.\Delta t=0- \rho_v.A.v_1^2.\Delta t,\quad v_1^2 = v_o^2 - 2g \cdot h = \frac{m_g \cdot g}{\rho_v \cdot A}.$$

Rendezve és megoldva: h=2 m.

191. Δt idő alatt kiáramlott tömeg: $m= \rho_v.(A.v^2.\Delta t)$.
A mozgásmennyiség változása: $\Delta I= m.v_1-0$; $v_1=v_2$;
Impulzustétel: $F_d.\Delta t=\Delta I$, ebből: $F_d= \rho_v.A.v_2^2= 32$ N.

193. a./ $v_v= 10,36$ m/s; b./ $\mu= 0,357$.

195. $F_R= 37\,538$ N = 37,538 kN.

196. a./ $v_3= 4$ m/s; b./ $F_{dx}= 2065$ N; c./ $\gamma= 229^o$.

199. a./ F_d= 384,7 N; b./ H_{ab}= 26,5 N; c./ F_i= 785 N.

203. a./ n_{max}= 0,31 s^{-1}; b./ M_{max}= 86 400 N.m; c./ P_{max}= 41 904 W.

204. a./ P_{max}= 20,8 kW; b./ M= 12,48 kN.m.

205. n_{max}= 0,031 s^{-1}; F_{dmax}= 16 000 N; M_{max}= 32 000 N.m; P_{max}= 15 520 W.

206. a./ M= 20,7 N.m; P= 542 W; b./ n_{opt}= 5,97 s^{-1}; P_{max}= 596 W.

207. a./ n_{opt}= 19,1 min^{-1}; c./ P_{hmax}= 85,4 kW.

V. FELHASZNÁLT IRODALOM

1. Tanszéki Munkaközösség: Gépészmérnöki alapismeretek. Példatár. Budapesti Műszaki Egyetem. Tankönyvkiadó. Budapest, 1991.

2. Dr. Terplán Zénó - Dr. Lendvay Pál: Általános Géptan. Nehézipari Műszaki Egyetem. Tankönyvkidó, Budapest, 1989.

3. Majoros László: Fizika példatár I. (Mechanika, hőtan). Nehézipari Műszaki Egyetem. Tankönyvkiadó, Budapest, 1984.

4. Dr. Hans G. Steger - Johannes Sieghart - Erhard Glauninger: Műszaki mechanika 2. Szilárdságtan, kinematika, kinetika, hidromechanika. B+V Lap- és Könyvkiadó Kft., Műszaki Könyvkiadó Kft. Budapest, 1994.

5. Alfred Böge - Walter Schlemmer: Mechanikai és szilárdságtani feladatgyűjtemény. B+V Világkiállítási Lap- és Könyvkiadó Kft., Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1993.

6. Pattantyús Á. Géza: A gépek üzemtana. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1983.

7. Gnädig Péter - Palla László: Elméleti fizika példatár I. Egyetemi segédkönyv. Tankönyvkiadó, Budapest, 1989.