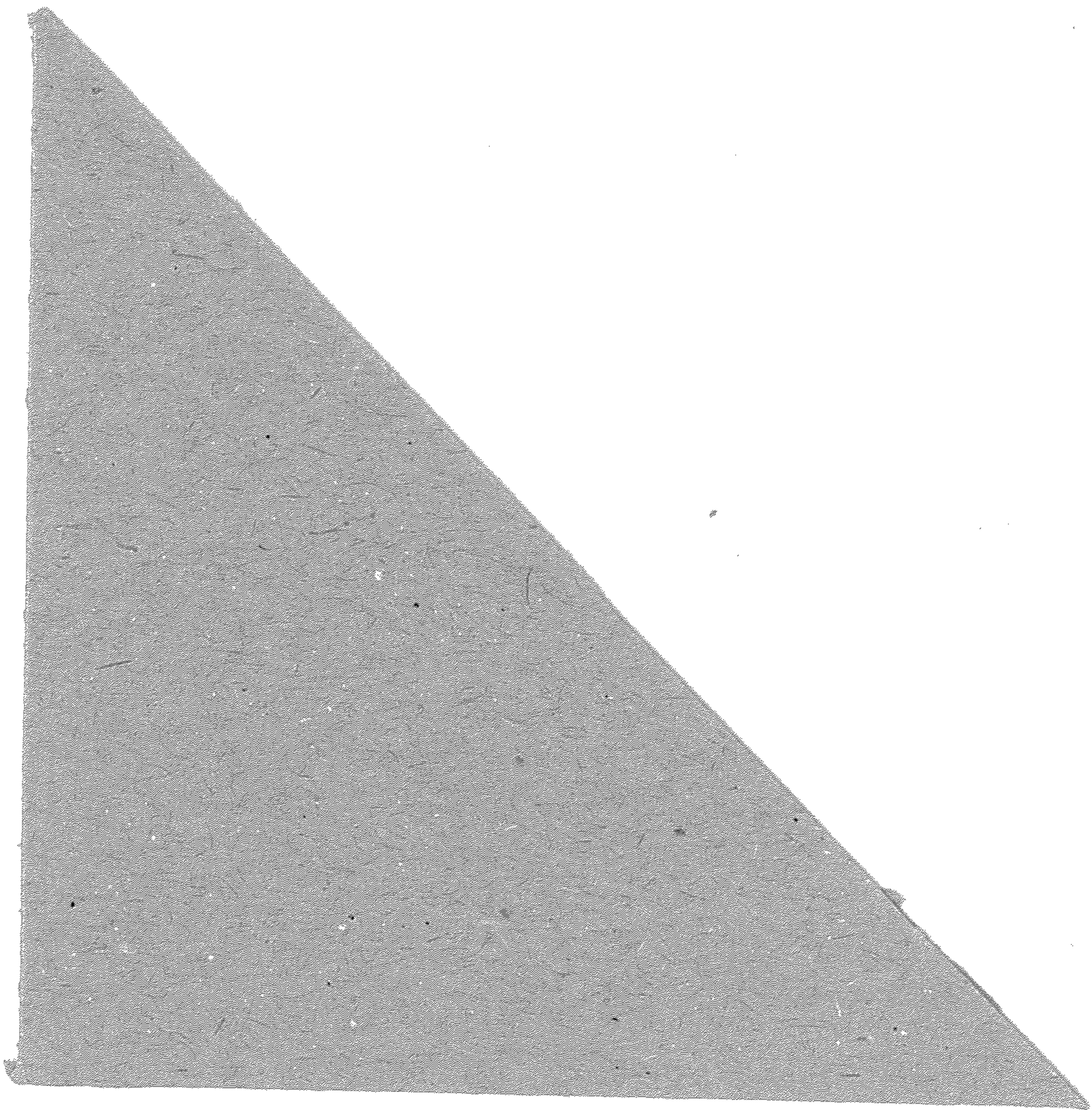


Pattantyús Á. Géza

A gépek üzemtaná

MŰSZAKI KÖNYVKIADÓ



PATTANTYÚS Á. GÉZA

**A GÉPEK
ÜZEMTANA**

MŰSZAKI KÖNYVKIADÓ, BUDAPEST, 1983

A könyv Pattantyús Á. Géza „A gépek üzemtana” című tankönyvének 14., lényegesen átdolgozott és bővített kiadása

† DR. PATTANTYÚS Á. GÉZA

Kossuth-díjas egyetemi tanár
a Magyar Tudományos Akadémia levelező tagja
a műszaki tudományok doktora

Szerkesztette:

DR. PÁPAI LÁSZLÓ

okl. gépészmérnök
egyetemi tanár

Szerzők:

DR. JÁSZAY TAMÁS

okl. gépészmérnök
egyetemi docens
(4.1. fejezet)

DR. KOVÁCS ATTILA

okl. gépészmérnök
egyetemi docens
(3.1., 8.1., 8.2., 8.3. fejezet)

DR. KOVÁCS LÁSZLÓ

okl. gépészmérnök
egyetemi docens
(3.2., 3.3. fejezet)

DR. LUKÁCS MIKLÓS

okl. gépészmérnök
egyetemi docens
(5., 8.5. fejezet)

PATTANTYÚS Á. DÉNES

okl. gépészmérnök
(2.2. fejezet)

DR. PÁPAI LÁSZLÓ

okl. gépészmérnök
egyetemi tanár
(2.1. fejezet)

DR. PETZ ERNŐ

okl. gépészmérnök
egyetemi adjunktus
(6. fejezet)

DR. SEBESTYÉN GYULA

okl. gépészmérnök
egyetemi docens
(3.4. fejezet)

DR. SVÁB JÁNOS

okl. gépészmérnök
egyetemi tanár
(2.3., 2.1.18., 2.1.22. fejezet)

SZABÓ ÁKOS

okl. gépészmérnök
tudományos munkatárs
(7. fejezet)

DR. SZÁDAY REZSŐ

okl. gépészmérnök
egyetemi docens
(4., 8.4. fejezet)

TÁNCZOS LÁSZLÓ

okl. gépészmérnök
egyetemi adjunktus
(3.4. fejezet)

DR. VARGA JÓZSEF

okl. gépészmérnök
egyetemi tanár
(1. fejezet)

Tudományos lektor

DR. TERPLÁN ZÉNÓ

okl. gépészmérnök
egyetemi tanár

Olvasólektor

PUCSIK ISTVÁN

okl. gépészmérnök

Mérésügyi szaklektor

PATAKI GYÖRGY

okl. gépészmérnök

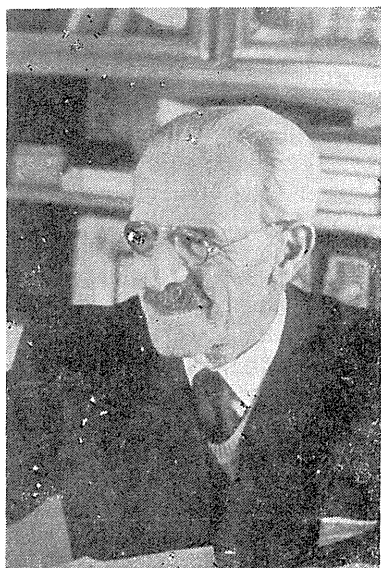
© Pattantyús Á. Géza örökösei, 1983..

ETO: 62–51

ISBN: 963 10 4808 X

Felelős szerkesztő: Cs. Pintér Péter okl. gépészmérnök

1983. OKT 1 01



PATTANTYÚS ÁBRAHÁM GÉZA
(1885—1956)

1885. december 11-én született Selmecbányán. Édesapja orvos, nagybátyja selmeci *Pöschl* Imre műegyetemi tanár, öccse *Pattantyús Á.* Imre a miskolci Nehézipari Műszaki Egyetem neves professzora volt.

A budapesti II. kerületi katolikus főgimnáziumban érettségizett. Érdekes módon a kitűnően végzett középiskolás évekre visszagondolva azt emlegette fel, hogy sokat küszködött a „magyar” írásbeli dolgozatokkal. Mintaszerűen megfogalmazott, ragyogó stílusú műszaki könyveit forgatva ez a ma hihetetlennek tűnő vallomása talán azzal magyarázható, hogy gyermekkorában német–szlovák nyelvű környezetben élt, és ez, majd a gimnáziumi latin, angol, francia stúdiumok során poliglottá nevelődése okozhatta aggályoskodását túlérzékenységre amúgy is hajlamos önértékelésében.

Műegyetemi tanulmányait is kiválóan végezte. Másodéves gépészmérnök-hallgatóként elnyerte a 600 koronás *Kauser–Eigel szorgalmi díjat*, majd 1906-ban a versenyvizsgás állami ösztöndíjat. Indexében alig akad jeles osztályzat a szinte egyöntetű kitűnők között. És ezeket a kitűnőket olyan kézjegyek igazolták, mint *Kürschák, Kőnig, Rados, Ilosvay, Wartha, Rejtő, Wittmann, Cserhádi, Bánki, Zipernowsky*. . . Diplomája megszerzése után *Zipernowsky* tanársegédje lett. 1912-ben lett műszaki doktor, értekezésének tézise az elektromos hengerjáratok üzemének vizsgálatáról szólt. 1910-ben Ganz-gyári ösztöndíjjal Németországban, Angliában és az Amerikai Egyesült Államokban járt.

1907 óta a Műegyetemen teljesített szolgálatával párhuzamosan magánmérnöki működést is kifejtett. 1912-ben *Herrmann* professzor mellé került a Gépelemek Tanészékére, és tőle az Emelőgépek oktatására kapott megbízatást. Bár katonai szolgálata Budapesthez kötötte, az I. világháború négy esztendeje erősen visszavetette nagy lendülettel indult szakirodalmi tevékenységét. Ez időből mindössze három, 1918-ban megjelent, cikkéről van tudomásunk. Amikor a háború végével a leszerelt katonák kedvezményes beiratkozásának biztosításával a hallgatói létszám megnőtt, és egy második előadássorozat szükségessége merült fel, *Herrmann* professzossal párhuzamosan *Pattantyús Á.* Géza adta elő a Gépelem c. tantárgyat meghívott előadóként.

1921-ben habilitálták műegyetemi magántanárrá. Tézisének címe: „Elektromos üzemi felvonók és energiakiegyenlítő szerkezetek” volt. Ebben az évben jelent meg *Emelőgépek* egyetemi jegyzete, amelyben *Herrmann* professzor előadásait foglalta össze.

1920–1930 között számos község, lakó- és bányatelep, valamint középület villamosítását oldotta meg; nevéhez fűződik a Budapest–Ferencváros kikötőjében a 2 tonnás teherfelvonó, az Országház expresszfelvonója, a Lillafüredi Palotaszálló négy felvonója, a szegedi Tudományegyetem felvonója stb.

1925-től évről évre megbízatást kapott a Gépelemek c. tantárgy előadására gépészmérnök-hallgatóknak, majd 1928-tól az Általános géptan c. tantárgy előadására építésmérnök hallgatók részére. *Herrmann* Miksa kereskedelemügyi minisztersége alatt (1927–1929 között) helyettes tanárként vezette a II. Gépszerkeztetani Tanszékét. 1927-ben jelentette meg *Emelőgépek* c. szakkönyvét, amelynek előszavát *Herrmann* professzor írta.

1929-ben megpályázta a megüresedett Villamos Művek Tanszékének professzori állását, ezt azonban *Verebély* László nyerte el.

1930-ban írták ki a *Bánki* Donát halálával 1922-ben már megüresedett III. Gépszerkeztetani Tanszékre a pályázatot. A Gépészmérnöki Kar egyhangú javaslatára 1930 őszén meg is kapta kinevezését. (Ettől kezdve haláláig állt a tanszék élén, amelynek neve 1951-ben a Vízgépek Tanszékére változott. Ekkor vált ki ui. belőle *Greschik* Gyula vezetésével az önálló Emelőgépek Tanszék.)

A tanszék feladata a Hidrogépek (később Vízgépek) tantárgy mellett ekkortól az Emelőgépek és szállítóberendezések, valamint az Általános géptan oktatásával bővült.

Az előadások tartásán, kiváló egyetemi jegyzetek publikálásán kívül ekkor már a Technika c. folyóirat főszerkesztői tisztét is ellátta. Sokat fáradozott a *Bánki* alapította vízgéplaboratórium felújításán is. Ilyen feszített program mellett még vasárnapjain hallgatóival közös kirándulásokat szervezett. Több Vicinális Dugóhúzó (a műegyetemi ifjúság időszakos humoros évkönyve) panaszkodik tréfás diákfölfohász-kodással, hogy „Patyi”-bá?-val a szép természetben együtt nagy barátságban eltöltött idők semmit sem könnyítették meg a vizsgák jó kalkulussainak megszerzési lehetőségeit.

A 30-as évek során publikált hat egyetemi jegyzete, tucatnyi szakcikke és a mérnökképzéssel foglalkozó 17 cikke; az egészében az ő átfogó tudását birtokoló *Gépeszeti Zsebkönyv*nek, a híressé vált *GZS*-nek a szerkesztése és kiadása; az 1938/39-es tanév Gépész- és Vegyészmérnöki Kar dékáni, a következő esztendőben pedig pro-dékáni tisztjének betöltése; az 1931. évi Magyar Országos Mérnök-kongresszus iratainak sajtó alá rendezése — egyszerű felsorolással is páratlanul eredményes aktivitásról tanúskodnak.

1931-ben tagja lett a VDI-nek, a német mérnökegyletnek. Ez külföldiek számára mindig nemzetközi elismerést jelentett. A megtiszteltetésre a VDI-Zeitschrift számára a dugattyús szivattyúk légüstsámításáról írt tanulmányt, amely azonban csak 1933 derekán jelent meg, méghozzá átdolgozva *Closterhalfen* tollából. *Nach einem Forschungsbericht von G. Pattantyús Á. Budapest* alcímmel. E csöppet sem nobilis eljárást követően *Pattantyús* professzor megszakította kapcsolatát az ez idő tájban amúgy is egyre vonalasabbá váló egyesülettel. Mindenesetre ezt követően a HÜTTE 27. kiadás a dugattyús szivattyú fejezetben a *Windkesselinhalt nach Pattantyús* kifejezést használta.

A már említett *GZS*-vel átütő sikert aratott. A Magyar Mérnök és Építész Egylet ezüst érmével tüntették ki, neve a magyar műszaki világban fogalomná vált.

1942-ben hagyta el a nyomdát az *Áramlástan* (amely azt követően további két átdolgozott és bővített kiadásban jelent meg: 1951-ben és 1959-ben *Gyakorlati áramlástan* címen); az 1944-ben elkészült *A gépek üzemtana* még életében hét kiadást ért meg. 1946-ban a *Felvonók*, 1949-ben (Gruber Józseffel együtt írt) *Szárnylapátos vízgépek*, 1950–1953-ban *Általános géptan*, 1953-ban *Gépészeti lengéstan* jelzik a Pattantyús-könyvek sorát.

Szakkikkeinek témái mutatják kutatási területeinek állandó bővülését és a hazai adottságoknak (anyagi korlátozottság és ugyanakkor igen nagy szellemi felkészültség) megfelelő területekre való kiterjesztését; életének utolsó évtizedében a pneumatikus szállítás, különleges szivattyúk (vízmelő kos, légnyomásos vízmelő), lengővályú és rázócsatorna stb. elméleti kérdéseinek tisztázása foglalkoztatta.

Mint nagynevű elődje, ő is nagy súlyt helyezett a laboratóriumi munkára. Hosszú érvelés és kilincselés után sikerült neki a Bánki-féle Gépesarnok hidraulikus részét két új csarnokkal bővítetnie. Ezzel az oktatás korszerűsítésén kívül lehetővé tette, hogy kialakulhasson a külföldi laboratóriumi mérések gyors technikai fejlődésével lépést tartani tudó hazai kutatómunka.

Magyarországon megbecsült egyéniség volt, aki a gépészeti szak minden ágában otthonosan mozgott; *Sályi* professzor nekrológiájának szavaival: „ő volt az egyik utolsó, kimagasló alakja annak a gépészmérnöktípusnak, amely még otthon érezte magát mindenütt a gépek birodalmában.” Sajnos, nagyon termékeny munkáiból csak kevés jelent meg angol, német vagy orosz nyelven, így a külföldi hivatkozások nem állnak arányban azzal a sok és szellemes megoldással, újszerű tárgyalásmóddal és gyakran egészen új elmélettel, amelyet magyar nyelven publikált. A HÜTTE meghonosította kifejezésről már szoltunk. A Párizsban, 1953-ban megjelent *Kováts-Desmur: Pompes, ventilateurs, compresseurs* c. könyv, „*Méthode de calcul de G. Pattantyús*” kifejezést használ a centrifugálszivattyúk kiegyenlítőtárcsájának elmélete ismertetésében. Az *Applied Mechanics Reviews* 1949-es referátuma óta a víztükörlengéseknek mint a sebesség négyzetével csillapodó lengési folyamatoknak szabatos vizsgálatára alkalmas új számítási és szerkesztési módszert az irodalom *Pattantyús-módszernek* nevezi. Az AMR hasábjain számos más cikkéről is megjelent méltató összefoglalás.

Egy esztendő híján fél évszázados egyetemi oktatói tevékenysége során mind az *emelőgépek*, mind az *általános géptan*, mind pedig a *vízgépek* területének tárgykörében önálló iskolát alkotott, amelyeket könyvei alapoztak meg, és nagyszerű rajzokkal alátámasztott előadásai adtak tovább. Igazi nagy pedagógus volt, mert élte amit tanított. Személyes példájának aranyfedezete ott volt minden nevelő mondata mögött. Ez a titka példa nélkül álló hatásának. Mérnökgenerációk emlékeznek rá ma is, halála után negyed századdal, és ezért annyira élő, hogy tanítványai olyanoknak is tovább tudják adni szellemét, akik már nem lehettek kortársai.

A régi professzori „iskolák” és a mai szervezett tudósképzés határmegyéjén sajátos egyéni módszert alakított ki. Maga köré gyűjtötte hallgatói közül a legaktívabbakat, legtehetségesebbeket, akiket népszerűen „százlábú”-nak neveztek. Ezek a fiatalok minden szabad idejüket a „Tanszék”-en töltötték, segédkeztek az oktatásban, a hallgatói mérésekben, kísérletekben. Így kitanulták a kutatómunka mikéntjét, alapfogásait, és bevezetést nyertek az önálló tudományos tevékenységbe.

Nagyszerű munkát végzett előadásaival a Mérnöki Továbbképző Intézetben, a különféle tudományos egységekben is. Az adott témában mindig újat vagy legalábbis újszerűt adott. Bárhol hirdették előadásait, népszerűsége mindig nagyszámú hallgatóságot vonzott, noha nem volt a szó szokványos értelmében „jó” előadó. Nemes pátozzsal, de a szemtanúk ma még élő százainak visszaemlékezésével szóról

szóra igazolhatóan fogalmazta meg a *Pattantyús*-előadást Sályi professzor már említett gyászbeszédében: „Az emlékezés szárnyán a múltba repülve most is élesen látom kissé idegesen mozgó, szikár alakodat, látom az élettelen nagy fekete táblát fokozatosan élettel megtöltő, biztos kézzel, művésziesen felrajzolt ábrákat, a gyöngybetűkkel, gyönyörű rendben felírt képleteket, és tisztán hallok a belső tüztől fűtött, mégis többnyire elfogódott magyarázó szavaidat, a gondolatok árjában meg-megpihenő beszédedet.”

Külön fejezetet érdemelne az a tevékenysége, amit a magyar műszaki nyelvért tett. 169 publikált művéből a közérthetőséget és a pontosság felelősségét oly csodálatosan egyesítő, minden szavával segíteni, szolgálni, tanítani akaró nagy nevelő szól az olvasóhoz. Amint előadásain telerajzolt tábláinak legendás színes krétaival tarkított ábráiból és bekeretezett magyarázó szövegeiből áradt az önátadásig felizzott, szuggesztív közlési vágy, úgy publikációinak, elsősorban pedig tankönyveinek szubtilis tipografizálásával szinte az olvasó tudatalattiján doboló, tagoltan-nyomatékoltan érzékeltető erővel emelte ki a lényegét.

Embercentrikus volt. A gépeket az emberiség haladását, boldogulását és kényelmét szolgáló eszközöknek tekintette. Könyveinek előszavában mindig hangoztatta, hogy szerinte csak az *ember szolgálata* ad igazi tartalmat a mérnöki alkotó munkának és a műszaki alkotás egyes-egyedüli mércéje ez.

Oktatási módszerét a feladat megszerettetése, a fiatal munkatársak képességeibe vetett hit, az irántuk érzett feltétlen bizalom, az egyéniség szabad fejlődésének biztosítása, a tanítványok munkájának állandóan segítségre kész támogatása jellemezte. Minden eszközt megragadott a diák-tanár kapcsolat elmélyítéséhez, fehér asztalnál, diákkollégiumokban, a sportpályán, a Műegyetemi Zenekarban és a Műegyetemi Sportrepülő Egyesületben. Híres mondása: „*Még a végszigorlaton is tanulni kell!*” — időálló jelszól szolgált és szolgál a koronként erőre kapó jegycentrikussá degenerálódó oktatási reformok során.

Soha nem használta fel óriási tekintélyét. A kezdő lépésekkel bajlódó „golyában” is a leendő kollégát, az önmagáért és embertársaiért felelős, kész embert tisztelte. A szavakat devalváló korban nem szavalta, élte az emberszolgálat jelszavát.

1945. május 30-án a Magyar Tudományos Akadémia levelező tagjává választotta. Székfoglalóját *Csillapított lengések energetikai jellemzői* címmel tartotta meg. Az Akadémia 1948-ban bekövetkezett átszervezése során tanácskozó tag, majd a tudományos fokozatok bevezetése után, 1952-ben a műszaki tudományok doktora lett. Így történhetett, hogy 1953-ban másodszer is levelező taggá választották az MTA CXIII Közgyűlésén. Elegáns gesztussal, új témával, *Anyagszállítás légáramban* címmel tartotta meg második székfoglalóját.

Halála után a Gépipari Tudományos Egyesület a már meglevő *Bánki*-díj mellé *Pattantyús*-díjat alapított. Győrött szakközépiskolát neveztek el róla. Tanítványai könyveiket az ő emlékére ajánlják. Napjainkban is brigádok választják névadójuknak.

Tartalomjegyzék

Dr. Pattantyús Ábrahám Géza életrajza	5
ELŐSZÓ	15
1. BEVEZETÉS	21
1.1. A műszaki számítások	23
1.1.1. Mértékegységek, dimenziók mértékegység-rendszerek	23
1.1.2. A nemzetközi mértékegység-rendszer (SI)	29
1.1.3. A nemzetközi mértékegység-rendszeren kívüli mértékegységek	30
1.1.4. A mértékegységjelek írásmódja és a mértékegységek alkalmazása	34
1.1.5. Fizikai mennyiségek neve, jele és mértékegysége	34
1.1.6. Az SI- és a műszaki mértékegységek közötti összefüggések	41
1.1.7. A fizikai és a műszaki egyenletek írásmódja	41
1.1.8. A műszaki számítások menete	52
1.2. A gépek	55
1.2.1. A gép fogalma	55
1.2.2. A gépek csoportosítása rendeltetésük szerint	56
1.2.3. A gépek csoportosítása feladatuk szerint	58
1.2.4. A gépek csoportosítása erőforrás szerint	60
1.2.5. A gépek csoportosítása szerkezetük szerint. A gépelemek	60
1.2.6. A gépek csoportosítása a mechanikai munka alapján	61
1.2.7. Az „élőmotor” mint erőgép	63
1.2.8. A tágabb értelemben vett gépek csoportosítása	63
1.2.9. A gépészmérnök munkaköre	64
IRODALOM az 1. fejezethez	66
2. A MECHANIKAI MUNKA ÉS ÁTVITELE	67
2.1. A gép egyenletes üzeme	69
2.1.1. A mechanikai munka	69
2.1.2. A mechanikai munka átvitele haladó mozgással	72
2.1.3. A teheremelés munkája. A munkaterület	73
2.1.4. A súrlódás munkája	75
2.1.5. A gördülési ellenállás. A vontatás munkája	77
2.1.6. Tehervontatás ferde pályán	80

2.1.7.	A mechanikai teljesítmény és mértékegységei	84
2.1.8.	A mechanikai munka módosítása. Az áttétel	87
2.1.9.	A mechanikai munka átvitele forgó mozgással. A fordulatszám	90
2.1.10.	A forgatónyomaték munkája	91
2.1.11.	A forgó mozgás módosítása. Közlőművek	96
2.1.12.	A mechanikai munka szétosztása. Az energiaáram ábrája	105
2.1.13.	A munkasebesség befolyása a gép méreteire	107
2.1.14.	A gépcsoport üzemterve. A terhelés	107
2.1.15.	A gép veszteségei és hatásfoka	110
2.1.16.	Az emelőgépek üzeme	114
2.1.17.	A felvonó. Az ellensúly mint második hajtóerő	118
2.1.18.	A folyamatos működésű szállítógépek üzeme	122
2.1.19.	A gép veszteségei és hatásfoka változó terhelés esetén. Üresjárás	126
2.1.20.	Az átlagos (napi, évi) hatásfok	132
2.1.21.	Az erőgép fajlagos fogyasztása	134
2.1.22.	Az üzem gazdaságossága	137
2.2.	A gép változó sebességű üzeme	141
2.2.1.	Haladó mozgás változó sebességgel. A gyorsulás. A menetábra	141
2.2.2.	A tömeg tehetetlensége. A gyorsítóerő	142
2.2.3.	A gyorsítóerő munkája. A mozgási energia	148
2.2.4.	Az erők és a teljesítmények ábrája (indulástól megállásig)	150
2.2.5.	A gépek és járművek időszakos üzeme	153
2.2.6.	A forgó tömeg mozgási energiája. A tehetetlenségi nyomaték és a lendítőnyomaték	157
2.2.7.	A többlettömegű haladó és forgó rendszer mozgási energiája	161
2.2.8.	A munkasebesség egyenlőtlensége. A lendítőkerék	163
2.2.9.	Az egyenletes körmozgás. A centripetális gyorsulás és a centripetális erő ..	169
2.2.10.	A forgattyús hajtómű	174
2.2.11.	Haladó mozgás forgó térben. A Coriolis-gyorsulás és a gyorsítóerő	182
2.3.	Változó erők munkája	186
2.3.1.	Változó erők kétféle munkaterülete	186
2.3.2.	A rugóerő munkája	188
2.3.3.	A mechanikai munka átvitele forgattyús hajtóművel	192
2.3.4.	A kerületi erők ábrája. A lendítőkerék tárolóképessége	195
2.3.5.	A szabad löketű (dugattyús) gépek üzeme	197
2.3.6.	A súrlódás mint hajtóerő. A lengőszita és a rázócsatorna mozgástörvényei .	200
	IRODALOM a 2. fejezethez	205
3.	ÁRAMLÁSTECHNIKAI GÉPEK	207
3.1.	Áramlástani alapismeretek	209
3.1.1.	A folyadékok műszaki és mennyiségi jellemzői	209
3.1.2.	A vízszolgáltatás és vízfogyasztás görbéi. A tárolómedence	212
3.1.3.	A folyadék nyomása. A nyomott folyadékoszlop. A dugattyú és a dugattyúerő	215
3.1.4.	A nyomás eloszlása a nehézségi erőterben levő folyadékban. A nyomás mérése folyadékoszloppal	221
3.1.5.	A nyomás mérése fém nyomásmérővel	226
3.1.6.	Folyadékáramlás csőben és csatornában	227

3.1.7.	Csővek és csőzáró szerkezetek. Az önműködő szelep	230
3.1.8.	A vízoszlop gyorsulása	233
3.1.9.	A folyadék entalpiája. A Bernoulli-egyenlet	234
3.1.10.	Az áramlási veszteség	238
3.1.11.	A konfúzor és a diffúzor	239
3.1.12.	A szabad kifolyás és az átfolyás	242
3.1.13.	Áramlási veszteségek csővezetékben	248
3.1.14.	A csővezeték jelleggörbéje	251
3.1.15.	Az impulzus	252
3.2.	Vízgépek	262
3.2.1.	A gépek csoportosítása <i>1.6 1.7 1.9</i>	262
3.2.2.	Az örvényszivattyú felépítése <i>1.8 2.5 2.6 2.7</i>	264
3.2.3.	A szállítómagasság és annak különböző értelmezései	268
3.2.4.	Teljesítmények, hatásfokok	271
3.2.5.	A csővezeték jelleggörbéjének egyenlete	272
3.2.6.	Energiaátalakulások a szivattyú járókerekekében	274
3.2.7.	Különbféle lapáttípusok, a lapátszög és a szállítómagasság kapcsolata	276
3.2.8.	Az idealizált jelleggörbe. A véges lapátszám hatása. A perdületapadási tényező	278
3.2.9.	Dimenzió nélküli tényezők. Jellemző fordulatszám	280
3.2.10.	A fojtási görbe	283
3.2.11.	A különféle jelleggörbék tulajdonságai	284
3.2.12.	A kagylódiagram	287
3.2.13.	A munkapont. A munkapont stabilitása	288
3.2.14.	A szivattyú indítása	290
3.2.15.	Változó statikus terhelés	292
3.2.16.	A szivattyúk sorba kapcsolása	295
3.2.17.	A szivattyúk párhuzamos kapcsolása	296
3.2.18.	A szivattyú szabályozása fojtással	298
3.2.19.	A szivattyú szabályozása fordulatszám-változtatással	299
3.2.20.	A szivattyú szabályozása megcsapolással	300
3.2.21.	A szivattyú szabályozása megkerülő-vezetékkel. By-pass vezetékes szabályo- zás	301
3.2.22.	A szivattyú lépcsős szabályozása	302
3.2.23.	A kavitációs szám, az NPSH. A megengedhető geodetikus szívómagasság kiszámítása	303
3.2.24.	A dugattyús szivattyú	306
3.2.25.	A folyadékcszállítás egyenlőtlensége. A vízoszlop gyorsulása	309
3.2.26.	A légüst	312
3.2.27.	A Pelton-turbina	315
3.2.28.	A Bánki-turbina	318
3.2.29.	A Francis-turbina	321
3.2.30.	A Kaplan-turbina	325
3.3.	A levegő mint energiahordozó	327
3.3.1.	A szélérőgépek	327
3.3.2.	A gázt szállító gépek csoportosítása	328
3.3.3.	A ventilátor	328
3.3.4.	A Roots-fűvő	329
3.3.5.	A dugattyús kompresszor	332

3.4.	Hidrosztatikus és hidrodinamikus hajtások	339
3.4.1.	Hidrosztatikus teljesítményátvitel	339
3.4.2.	A térfogat-kiszorítás elvén működő energiaátalakítók	342
3.4.3.	A térfogat-kiszorítás elvén működő energiaátalakítók térfogatárama	343
3.4.4.	A térfogat-kiszorítás elvén működő energiaátalakítók hatásfoka	344
3.4.5.	A térfogat-kiszorítás elvén működő gépek tengelynyomatéka	345
3.4.6.	A térfogat-kiszorítás elvén működő energiaátalakítók jelleggörbéi és fajlagos jellemzői	346
3.4.7.	A hidrosztatikus körfolyam	348
3.4.8.	Állandó fordulatszámú hidrosztatikus rendszerek	349
3.4.9.	Változtatható fordulatszámú hidraulikus rendszerek	351
3.4.10.	Hidrodinamikusan erősített	354
3.4.11.	Hidrodinamikusan nyomatékváltó	355
3.4.12.	Hidrodinamikusan tengelykapcsoló	357
	IRODALOM a 3. fejezethez	360
4.	HŐTECHNIKAI (KALORIKUS) GÉPEK	361
4.1.	Termodinamikai alapismeretek	363
4.1.1.	Alapfogalmak	363
4.1.2.	Energiaegyenlet	370
4.1.3.	Állapotegyenletek	372
4.1.4.	A belső energia és az entalpia fontosabb alkalmazási esetei	377
4.1.5.	A belső energia munkává alakításának korlátai. A termodinamika II. főtétele	380
4.1.6.	Az entrópia	383
4.1.7.	Entrópiaváltozás nem adiabatikus folyamatoknál	385
4.1.8.	$T-s$ diagram	387
4.1.9.	Egyszerű állapotváltozások és ábrázolásuk a $p-v$ és $T-s$ diagramban	389
4.1.10.	Körfolyamatok	398
4.1.11.	A vízgőz $T-s$ diagramja	402
4.1.12.	A vízgőz $i-s$ diagramja	404
4.2.	A vízgőz-körfolyamat hőesésének feldolgozása	406
4.2.1.	A vízgőz és erőgépei	406
4.2.2.	Dugattyús gőzgépek	410
4.2.3.	Gőzturbinák. Működési elvük, alkalmazási területük	419
4.2.4.	A gyorsító lapátrács	420
4.2.5.	A gőzturbina-fokozat	428
4.2.6.	A gőzturbina-fokozatcsoport	435
4.2.7.	Többfokozatú gőzturbinák	442
4.2.8.	Gőzturbinafajták	446
4.2.9.	Kondenzációs berendezések gőzerőgépekhez	450
4.3.	Körfolyamat megvalósítása belső égésű motorokban	455
4.3.1.	A belső égésű motorok jellemzése, osztályozása	455
4.3.2.	A négyütemű gázmotor	456
4.3.3.	A négyütemű <i>Otto</i> -motor munkafolyamata	457
4.3.4.	A négyütemű <i>Diesel</i> -motor	464
4.3.5.	Kétütemű motorok	466
4.3.6.	A motor járásának egyenlőtlensége. A lendítőkerék	468
4.3.7.	Többhengeres gépjárműmotorok	469
4.3.8.	Forgódugattyús motorok. A <i>Wankel</i> -motor	471

4.3.9.	Tüzelőanyag-fogyasztás és hatások. A motor jelleggörbéi	474
4.3.10.	A belső égésű motorok tüzelőanyagai	478
4.4.	Körfolyamat megvalósítása gázturbinákban	481
4.4.1.	A gázturbinák működésmódja	481
4.4.2.	Gázturbina-körfolyamatok	482
4.4.3.	Gázturbina-elrendezések és alkalmazásai	289
4.4.4.	Repülőgép-hajtóművek	492
4.5.	Gőzkazánok	494
4.5.1.	Alapfogalmak. A kazán fő részei és tartozékai	494
4.5.2.	Tüzelőberendezések	497
4.5.3.	Gőzkazánszerkezetek	501
4.6.	Hűtőgépek	509
4.6.1.	A hűtőteljesítmény	509
4.6.2.	Kompresszoros hűtőgépek	510
4.6.3.	Abszorpciós hűtőgépek	515
4.6.4.	Hűtőgépek alkalmazása	516
4.7.	Hőtani mellékfolyamatok	519
4.7.1.	A hőtani mellékfolyamatok szerepe	519
4.7.2.	A hőközlés	521
4.7.3.	Szerkezeti elemek melegezése és hűlése	531
4.7.4.	A hő okozta terjeszkedés és hőfeszültség	539
	IRODALOM a 4. fejezethez	543
5.	VILLAMOS GÉPEK	545
5.1.	Elektrotechnikai alapfogalmak	547
5.1.1.	Egyenáramú körök	547
5.1.2.	Az elektromos erőter	556
5.1.3.	A mágneses tér	563
5.1.4.	Egyfázisú váltakozóáram	583
5.1.5.	Többfázisú váltakozóáram	614
5.2.	Transzformátorok	629
5.2.1.	Az egyfázisú transzformátor	629
5.2.2.	A háromfázisú transzformátor	642
5.2.3.	A transzformátor hatásfoka	646
5.2.4.	A transzformátorok párhuzamos üzeme	649
5.2.5.	A transzformátor megválasztásának fő szempontjai	649
5.2.6.	A takarékkapcsolású transzformátor	649
5.3.	Aszinkron motorok	651
5.3.1.	Az állórész háromfázisú tekercselése és a forgó mágneses tér	652
5.3.2.	Háromfázisú aszinkron motorok felépítése és működési elve	658
5.3.3.	Helyettesítő kapcsolási vázlat	661
5.3.4.	Üresjárás és rövidzársi mérés	664
5.3.5.	Teljesítmény- és nyomatékviszony. Hatások	666
5.3.6.	A kördiagram	672

5.3.7.	Háromfázisú aszinkron motorok üzeme	679
5.3.8.	Háromfázisú aszinkron motorok alkalmazása	692
5.3.9.	Egyfázisú aszinkron motorok	694
5.4.	Egyenáramú gépek	697
5.4.1.	Egyenáramú forgógépek szerkezete, működési elve és jellemzői	697
5.4.2.	Párhuzamos gerjesztésű motor üzeme	707
5.4.3.	Külső gerjesztésű motor üzeme	715
5.4.4.	Soros gerjesztésű motor üzeme	716
5.4.5.	Vegyes gerjesztésű motor üzeme	721
5.4.6.	Változtatható feszültségről táplált egyenáramú motorok	723
5.4.7.	Egyenáramú motorok veszteségei és hatásfoka	731
5.4.8.	Az egyenáramú motorok alkalmazása	733
5.4.9.	Egyfázisú, soros gerjesztésű, kommutátoros motor	734
5.5.	Kisfeszültségű villamos hálózatok	736
5.5.1.	A villamos hálózatok felépítése és tervezése	736
5.5.2.	Hasznos és meddőteljesítmény, fázistényező-javítás. Meddőenergia-gazdálkodás	741
5.5.3.	Kisfeszültségű berendezések érintésvédelme	748
	IRODALOM az 5. fejezethez	755
6.	A GÉPCSOPORT ÜZEME	757
6.1.	A gépek statikus üzeme	759
6.1.1.	A gépek üzemi jellemzői. Jelleggörbék	759
6.1.2.	A gépcsoport egyenletes üzeme. Az üzem stabilitása	761
6.1.3.	A stabilis jellegű erőgép változó terhelésű üzeme	763
6.1.4.	A stabilis jellegű erőgép szakaszos terhelése	765
6.1.5.	Jelleggörbe-módosítás szabályozással	768
6.1.6.	A sebességszabályozó	770
6.1.7.	Közvetett szabályozás. A visszavezetés elve	775
6.1.8.	Az erőgépek és a munkagépek együtt működése csoportthajtásnál. Különböző erőátviteli megoldások; jelleggörbék	777
6.2.	A gépek, berendezések átmeneti üzemállapotai	784
6.2.1.	Az átmeneti üzemállapotok szerepe	784
6.2.2.	Rendszertechnikai alapfogalmak	786
6.2.3.	A modellalkotás. Elméleti modellalkotás	787
6.2.4.	Kísérleti modellalkotás	799
6.2.5.	Rendszervizsgálatok	801
	IRODALOM a 6. fejezethez	802
7.	NAGY MAGYAR GÉPÉSZ- ÉS VILLAMOSMÉRNÖK-EGYÉNISÉGEK	803
	IRODALOM a 7. fejezethez	824
8.	FÜGGELÉK	825
8.1.	Az 1. fejezet függelékei	827
8.2.	A 2. fejezet függelékei	835
8.3.	A 3. fejezet függelékei	847
8.4.	A 4. fejezet függelékei	859
8.5.	Az 5. fejezet függelékei	877
	NÉV ÉS TÁRGYMUTATÓ	911

Előszó

Általános géptan címen, könyvomas jegyzet alakjában jelent meg e könyvem első vázlatja, amelyben a gépek egyszerű leírása helyett üzemi tulajdonságaik szabatos ismertetésére vettem a súlyt. E munka beosztását és tárgyalási módját vettem alapul „*A gépek üzemtana*” címmel a Mérnöki Továbbképző Intézet kiadásában megjelenő könyvben is, amely 139 fejezetre bővült terjedelmével már túl is lépi a szűkebb értelemben vett *tankönyv* kereteit.

Hosszú tanári működésem és sokoldalú mérnöki gyakorlatom folyamán gyűjtött tapasztalataim késztettek e terjedelmes szakmunka megírására, amely tárgyalási módjával a tankönyv követelményeihez igazodik, ha tárgyköre nem is illeszkedik szorosan a Műegyetem tanulmányi rendjébe.

A gépek üzemtanának *átfogó* tárgyalása ugyanis csak úgy lehetséges, ha a műszaki tudományok lendületes fejlődésével együtt járó *tagozódás* ellenére is visszatérünk arra az egységes elméleti alapra, amely *közös forrása* az önálló tudományokká izmosodott és sok esetben az öncélúságig menő széttagoltságot mutató szaktárgyaknak.

A mechanikai elven működő gépek, vízerőgépek, hőerőgépek és villamos gépek üzemtani jellemzőinek egységes tárgyalása különösen az *üzemmérnök* számára könnyíti meg az áttekintést, akinek nem kell gépet szerkesztenie, de annál jobban kell ismernie gépeinek működését és teljesítőképességük korlátait, valamint az üzem gazdaságosságát befolyásoló tényezőket is.

Az üzemmérnök igényeihez szabtam tehát e rendkívül terjedelmes anyag összeválogatását és a tárgyalás módját is. Csak az *üzemtani* vonatkozások erős kidomborításával és a *szerkezettani* szempontok háttérbe szorításával sikerült a szerteágazó anyag szerves egybeillesztése. Erre a törekvésre utal a könyv címe is.

A gépek szerkezetének rövid leírását a működés megértése érdekében mellőzni nem lehetett, de a részletes minőségi vizsgálat helyett mindenütt elsősorban a *menyiségi összefüggések* szabatos és szemléletes tárgyalására helyeztem a hangsúlyt. Erre való tekintettel fel kellett vennem a *műszaki mértékegységek*, valamint az üzemi jellemzők és folyamatok szemléletes ábrázolására alkalmas függvényábrák, jellegörbék, munkaterületek és energiaábrák részletesebb ismertetését is.

A gépekben végbemenő folyamatok megértéséhez szükséges fizikai, mechanikai, áramlástan, hőtani és villamossági alaptörvényeket is a szükséges részletességgel tárgyalom, hogy a könyvet az is olvashassa, akinek matematikai és fizikai ismeretei a középiskolai színvonalat nem lépik túl.

A megértés megkönnyítésére és a műszaki mértékegységek használatának begyakorlására az elméleti okfejtéseket szervesen egészíti ki a műszaki gyakorlatból összeválogatott 172 számpélda is.

Az anyag összeválogatása és beosztása tekintetében a tartalomjegyzékre utalok, amely annyira részletes, hogy külön tárgymutató nélkül is eligazítást ad az öt részre tagozott tárgycsoportok között. Itt csak annyit emelek ki, hogy könyvemben nem szorítkozhattam az üzemtani ismereteket megalapozó *klasszikus* gépszerkezetek tárgyalására, hanem ki kellett térnem a továbbfejlődés útját kijelölő *korszerű* megoldások méltatására is.

Végül még idézem az „*Általános géptan*” előszavának utolsó mondatát, amely szerint: „legyen ez a könyv útjelző arra is, hogy a mérnöki pályára lépő ifjút a technika öncélúsága helyett a gépek igazi rendeltetése: az emberi kultúra fejlesztésének feladatára figyelmeztesse és ezzel a mérnököt igazi hivatására emlékeztesse.”

„*Emberi tudomány legfőbb célja: maga az ember.*” A *Gépészeti Zsebkönyv* előszavának élére helyezett e *Kölcsey*-idézetrel is az ipari termelés végső céljaira tereltem az olvasó figyelmét, mert azokat csak alapos műszaki és gazdaságtudományi ismeretekkel párosult *szociális érzékkel* lehet megvalósítani.

Budapest, 1944 húsvét.

Dr. Pattantyús Á. Géza

Előszó a II. kiadáshoz

Ez a könyv közvetlenül Budapest ostroma előtt került piacra, és a háborús eseményeket követő három nehéz esztendő alatt az első kiadás példányai teljesen elfogytak. Sürgőssé vált tehát egy második kiadás sajtó alá rendezése.

Egyes fejezetek átdolgozására már nem jutott idő, de ezt a gondolatot a nyomdaköltségek tetemes megnövekedése miatt is el kellett vetnem, mert ebben az esetben a könyv régi bolti árát fel kellett volna emelnünk.

Le kellett mondanunk az első kiadás szép papírrjáról is. A könyv belső tartalma a szerényebb köntösben is változatlan maradt, és az első kiadás előszavához sincsen hozzátennivalóm.

E második kiadás során tárgyalanná vált a könyvcím megváltoztatásának több oldalról felvetett gondolata is, mert erre csak egy *átdolgozott* kiadás esetében kerülhet sor. A többféle értelmezésben használatos „*üzemtan*” elnevezésnél alkalmasabb címszót ma sem találok a könyv tárgyalási módjának az *üzemmérnök* igényeihez igazodó jellemzésére. Idevágó konkrét javaslatokért előre is köszönetet mondok.

Budapest, 1948. március havában

Dr. Pattantyús Á. Géza

Előszó a III. és IV. kiadáshoz

A magyar nép öt éves terve csak nagyszámú jól képzett mérnök tervszerű munkájával hajtható végre. Ehhez a követelményhez igazodik a műszaki egyetemek és főiskolák szakosított új tanulmányi rendje, amely szükségszerűen nagy súlyt vet a műszaki alapképzésre is.

Ennek a műszaki *alapképzésnek* eredményességét kívántam fokozni gépészeti vonatkozásban a gépek közös üzemtani jellemzőit és működését egységesen tárgyaló könyvem megírásával.

„*A gépek üzemtana*” című könyvem öt évvel ezelőtt jelent meg, a második kiadás példányai is alig egy év alatt elfogytak. Lényegében változatlan szöveggel és változatlan beosztással rendezem sajtó alá a harmadik és a negyedik kiadást is, mert az alapképzésre irányuló célkitűzés ma sem változott meg, és az üzemtani alapelvek is változatlanok maradtak a gyártástechnológia és a gépszerkesztés terén tapasztalható lendületes fejlődés ellenére is.

Budapest, 1950. február havában

Dr. Pattantyús Á. Géza

Előszó a IX. kiadáshoz

Ezzel a IX. kiadással „*A gépek üzemtana*” meghaladja a huszonötzres példányszámot. Az I. kiadás 1944-ben jelent meg és ezt egyre sűrűbben követték a következő kiadások. Ilyen nagy példányszámot még egyetlen magyar nyelvű műszaki könyv sem ért el ilyen rövid idő alatt.

Ez a példa nélküli hatalmas siker, amit „*A gépek üzemtana*” elért, azt mutatja, hogy ez a könyv messze túlnőtt a szűkebb értelemben vett egyetemi tankönyv keretein. Az iparban dolgozó mérnökök és technikusok igen hasznos és sokat forgatott kézikönyvévé vált, mert minden üzemtani kérdéssel kapcsolatban világosan és szakszerűen tájékozódhatnak belőle. Ebben a jelentős példányszámban komoly része van a szociális kultúrpolitikának is, amely fokozódó mértékben tette lehetővé a mérnökök kiképzését és a műszaki ismeretek terjesztését.

Dr. Pattantyús Á. Géza elévülhetetlen érdemeket szerzett azzal, hogy az Általános géptan című, régebben leíró jellegű egyetemi tantárgyból egységes elméleti alapon, a gépek üzemtanának átfogó tárgyalásával építette fel előadásait, ami ennek a könyvnek alapját képezi. Könyvét a gazdaságossági szemlélet és a mérnöki gondolkodásmódra való nevelés jellemzi. Tárgyalásmódja, tömörsége mellett rendkívül világos és szemléletes. Egyszerű eszközökkel, csupán középiskolai tudást feltételezve, tesz minden kérdést könnyen érthetővé, amit kiváló magyarságú nyelvezete is elősegít. Ezek tették munkáját igen értékesé, olvasottá, világviszonylatban is kiválóvá és úttörő jellegűvé. A technika gyors fejlődése a szakkönyveket általában néhány év alatt elavulttá teszi. Ez a könyv időálló volt, és az is marad, sőt jelentősége az egyre fokozódó specializálódással növekedőben van mint olyan általános műszaki alapismereteket nyújtó könyvnek, amely nemcsak az egyetemi hallgatók részére biztosítja a mérnöki alaptudást, hanem az iparban dolgozó mérnököknek és technikusoknak is mindenkori hasznos segítőtársa lesz.

Sajnos, *Dr. Pattantyús Á. Géza* nem érthette meg könyvének ezt a szép jubileumát. Bár őt elvesztettük, mégis felemelő érzés azt látnunk, hogy alkotásaiban és így e könyvben is szelleme tovább él közöttünk. Az a szellem, amely mindig azt sugározta, hogy az „emberi tudomány legfőbb célja: maga az ember”.

Az egyébként változatlan szöveggel megjelenő könyvet mint volt tanítványai név- és tárgymutatóval, az irodalomjegyzék kibővítésével és néhány lábjegyzettel láttuk el az olvasó munkájának megkönnyítésére.

Budapest, 1960. március 1.

Dr. Varga József

egyetemi tanár
a műszaki tudományok doktora

Előszó a XI. kiadáshoz

Két évtized telt el néhai *Dr. Pattantyús Á. Géza* professzor *A gépek üzemtana* című könyvének I. kiadása óta, és ezen idő alatt sok ezer gépészmérnöki pályára készülő ifjúnak adott ez a könyv jó és biztos alapot műszaki tanulmányainak sikeres folytatásához és a műszaki gondolkodás elsajátításához. Ezenkívül számos mérnöknek és technikusnak is hasznos segítőtársa volt, hiszen az első tíz kiadás példányszáma túllépte a 30 000-et.

Az a körülmény, hogy ez a könyv húsz év alatt tíz kiadásban és ilyen tekintélyes példányszámban jelent meg, nemcsak a könyv használhatóságát, hanem időálló értékét is mutatja. Ezt különösen nagyra kell értékelnünk olyan időszakban, amikor a technika gyors fejlődése a műszaki könyveket néhány év alatt túlhaladottá, elavulttá teszi. A könyv maradandó értékét bizonyítja az is, hogy a felsőoktatási reform kidolgozása és széles körű megvitatása során a reformtervezet szerinti oktatás céljaira is alkalmasnak találták.

„A gépek üzemtana” megjelenése óta eltelt időben a szabványalkotás hazánkban jelentősen fejlődött, és többek között a fizikai mennyiségek elnevezésére és jelölésére is — a nemzetközi szabványokhoz igazodva — szabványok készültek. Ennek következtében a könyvben eddig használt betűjelek részben eltérnek az utóbb készült szabványokban lefektetett jelölésektől. Részben ez a körülmény, részben az időközben bekövetkezett műszaki haladás kívánatosá tette, hogy „A gépek üzemtana” XI. kiadásában már némileg átdolgozva és kiegészítve jelenjék meg. Az átdolgozás elsősorban a mennyiségek és mértékegységek jelölése szempontjából vált szükségessé, a kiegészítés pedig az átfogó kép és a technikai haladás követése szempontjából. A könyv megírásának időpontjában még csak csíráiban voltak meg pl. a gázturbinák és a hidrodinamikus erőátvitel, viszont ma már nem lehet teljesnek tekinteni egy ilyen átfogó könyvet akkor, ha ezekről még csak említés sem történik benne. Hasonló a helyzet az atomenergiával is. Az ilyen értelmű átdolgozás alkalmassá teheti a könyvet arra, hogy még hosszú időn keresztül betölthesse feladatát, amit eddig is olyan sikeresen teljesített.

Mindezeket mérlegelve *Dr. Pattantyús Á. Géza* volt tanítványainak, majd később munkatársainak egy csoportja — a szerző iránt érzett tiszteletüktől vezéreltetve — vállalkozott e könyv előbbi szempontok szerinti átdolgozására. Az átdolgozás és kiegészítés a könyv tartalmát lényegében nem érinti. A szükségesnek mutató kiegészítéseket az átdolgozást végzők igyekeztek az anyagba harmonikusan beilleszteni, ügyelve arra, hogy a könyv egységét még ne bontsák. Ez a törekvés és emellett még didaktikai szempontok is szükségessé tettek néhány sorrendi változtatást is. Az átdolgozás és a beiktatott bővítések semmiképpen nem jelentik a könyv alapvető értékeinek csorbítását.

A könyv gyakorlati használhatóságát segíti az átdolgozott tárgy- és névmutató, valamint a bővített irodalomjegyzék.

Mind a könyv átdolgozó, mind a lektor (aki a lektorálás nagy körültekintést igénylő és fáradságos munkáján kívül az egységes alaki kérdések szervezését is végezte) teljes igyekezetükkel arra törekedtek, hogy a könyv szellemi értékét teljes egészében megőrizve munkájuk elsősorban a korszerű mérnöknevelés szempontjait és ezen keresztül a felsőoktatási reform célkitűzéseit elégítse ki.

A gépek üzemtana című könyv átdolgozó, lektora azzal a kívánsággal bocsátja útjára ennek a páratlan sikerű könyvnek a XI. kiadását, hogy az még hosszú időn át számos mérnöknevezdeknek sugározza alkotójának kiváló szellemét.

Budapest, 1964.

Dr. Varga József

egyetemi tanár
a műszaki tudományok doktora
a szerkesztői munkaközösség vezetője

Előszó a XIV., lényegesen átdolgozott kiadáshoz

A könyv első kiadásának megjelenése óta 39 év telt el. Ez idő alatt a műszaki tudományok területén és ezen belül a gépészeti tudományágban is soha nem tapasztalt fejlődés következett be. *Pattantyús: A gépek üzemtana* c. könyv mégis időszerű maradt, mert a gépészeti tudományok műveléséhez szükséges alaptörvényeket foglalja össze, ill. az alaptörvényekből kiindulva egységes tárgyalási szempontok szerint ismerteti a mechanikai, áramlástechnikai, hőtechnikai és villamos gépeket, ill. azok üzemtanát.

A könyv eddigi sikere 30 év alatt 13 kiadás és közel 50 ezres példányszám azt igazolja, hogy túlnőtt a tankönyv keretein. Már nemcsak a fiatal mérnökgenerációk műszaki gondolkodásmenetének kialakítását szolgálta tanulmányaik folytatása során, hanem a gépészmérnökök és üzemmérnökök mindennapos munkáját támogató segédkönyvévé is vált. Ezért került át a könyv a Tankönyvkiadótól a *Műszaki Könyvkiadó* gondozásába.

A XIV., lényegesen átdolgozott kiadás szerzőit, szerkesztőit és lektorát — akik *Pattantyús* professzor tanítványai, ill. később munkatársai voltak — az a gondolat vezérelte, hogy úgy készüljenek el az egyes fejezetek, ahogy Ő ma megírta volna. Megmaradt tehát a könyv gondolatmenete, tárgyalásmódja, szerkezete. Bár tárgyköre sok területen megváltozott, ez azonban csak az elmúlt évtizedek fejlődését tükrözi.

Megváltozott a könyvben alkalmazott *mértékegység-rendszer* is. A nemzetközi fejlődéshez igazodva 1980. jan. 1-től Magyarországon is az SI a törvényes mértékegység-rendszer. A könyv évtizedeken keresztül segítette elő a műszaki mértékegység-rendszer hazai egységes és következetes alkalmazását. Most az a cél, hogy a műszaki szakemberek körében az *SI-re a zökkenőmentes átállást mozdítsa elő*, ill. az egységes és következetes alkalmazásra segítséget nyújtson. Ez természetesen nem jelenthette csupán a számpéldák SI-re történő átszámítását. Az SI következetes alkalmazásához az is hozzátartozik, hogy az alapegységekhez alkalmazkodó fogalmakkal dolgozzunk. Ezért a gépészeti gyakorlatban is áttérünk, a régebben előtérbe helyezett súly (és a vele kapcsolatos mennyiségek, mint fajsúly, súlyáram stb.) helyett a tömeg (sűrűség, tömegáram stb.) elsődleges alkalmazására.

Az *SI-egységek következetes használata* lehetővé tette a mennyiségi (mértékrendszertől független) egyenletek alkalmazását. A jelentősebb összefüggések után mégis odaírtuk a sor végére az eredmény SI-egységét. Ezzel az új egységek begyakorlását kívántuk elősegíteni. Megszüntettük a mértékfüggő összefüggések használatát. Ilyennel gyakran találkozunk a „műszaki mértékrendszer”-ben. Pl. $P = Fv/75$ vagy $P = Mn/974$. Ezekben mindig tudni kellett, hogy milyen egységben helyettesítve kapunk helyes eredményt, és az egyenletben szereplő számok nem voltak mértékegység nélküliek. A mennyiségi egyenletek alkalmazásánál csak annyit kell tudnunk, hogy egy mértékrendszert (esetünkben az SI) következetesen alkalmazva, az eredményt is az alkalmazott egységrendszernek megfelelő mértékegységben kapjuk. Mégis számos esetben (egy-egy jelentős összefüggés első előfordulásakor) felsoroljuk a behelyettesítendő mennyiségek mértékegységét. Ezzel is az SI megszokását szándékoztuk előmozdítani.

Az SI következetes alkalmazását nem zavarja, hogy az SI-n kívüli, korlátozás nélkül használható törvényes mértékegységek (pl. síkszögnél °; időnél min, h, d, év; munkánál W·h; hőmérsékletnél: °C stb.), valamint az SI-n kívüli, kizárólag meghatározott szakterületen használható törvényes mértékegységek (pl. nyomásnál bar; teljesítménynél VA, var) is előfordul a könyvben. A gyakorlati életben az SI-n kívüli

mértékegységek alkalmazása szükségszerű, egyes esetekben egyenesen elkerülhetetlen. Pl. nem valószínű, hogy az év időtartam-megjelölése helyett a 31,5 Ms valaha is szóba jöhetne.

A prefixumok alkalmazásakor annak a helyes törekvésnek a betartására törekedtünk, hogy a jól érzékelhetőség érdekében a számértékek tized és ezred nagyságrendek közé essenek.

Jelölésekben és elnevezésekben a legújabb kiadású MSZ 4900 előírásait vettük figyelembe. A könyv sok szakterületre kiterjedése miatt nem minden esetben az első sorban javasolt jelet választottuk. Elnevezésekben gyakran az egyszerűbbet (pl. fajlagos hőkapacitás helyett a műszaki gyakorlatban elterjedt fajhőt) használjuk. Az egyszerűbb kifejezések alkalmazása érdekében — olyan helyeken, ahol zavarra nem vezet — a fajlagos mennyiségek a fajlagos szó minduntalan leírása nélkül szerepelnek (pl. entalpia, entrópia, belső energia — kis betűvel jelölve — fajlagos mennyiségeket jelentenek).

A könyv átdolgozói a lektorral és a főszerkesztővel az új kiadás kéziratának írásakor és sajtó alá rendezésekor arra törekedtek, hogy „A gépek üzemtana” mind a tanulmányokat folytató főiskolai és egyetemi hallgatóknak használható segédkönyv, mind pedig az iparban dolgozó mérnököknek szakterületükhöz csatlakozó tématerületekhez az összeköttetést megadó szakkönyv lehessen.

Ez a XIV. kiadás Pattantyús Á. Géza halálának 27. évfordulóján kerül a könyvesboltokba, hirdetve szerzőjének páratlan szellemi értékét.

Budapest, 1983.

Dr. Pápai László

egyetemi tanár
a műszaki tudományok kandidátusa
az átdolgozó munkaközösség vezetője

1. Bevezetés



1.1. A MŰSZAKI SZÁMÍTÁSOK

1.1.1. Mértékegységek, dimenziók, mértékegység-rendszerek

A természettudományok alapja a *megfigyelés*. A természeti jelenségek *objektív*, személyétől független és reprodukálható módon való megfigyelése *méréssel* valósítható meg. A fizikai jelenségek (állapotok, folyamatok) mérhető ismertető jegyeit (tulajdonságait) fizikai mennyiségek, röviden **mennyiségek** jellemzik. Az azonos (összehasonlítható, összeadható) mennyiségek gyűjtőneve *mennyiségfajta*. A távolság, a magasság, az átmérő stb. különböző mennyiségek, de mindegyik a „hosszúság” mennyiségfajtaához tartozik.

A fizikai mennyiséget úgy határozhatjuk meg, hogy megmondjuk, hányszorosa egy alapul vett azonos fajtájú mennyiségnek, a **mértékegységnek**. A mennyiség tehát szorzatként fogható fel, azaz:

$$\text{mennyiség} = \text{számérték} \times \text{mértékegység.}$$

A **számérték** (régében mérőszám) azt mutatja, hogy a megmért mennyiség hányszorosa az alapul választott mértékegységnek (pl. $h = 5$ m azt jelenti, hogy a h magasság a hosszúság egységéül választott méter ötszöröse). A mérés lényegében összehasonlítás; ismert, mindig állandó érték összehasonlítása a kérdéses mennyiséggel.

A különböző fizikai mennyiségek közül célszerű olyan alpmennyiségeket választani, amelyekkel a többi fizikai mennyiség meghatározható (definiálható), pl. a hosszúság, a tömeg, az idő stb. Az **alpmennyiségek**, amelyek száma a jelenségek körülhatárolt körére meghatározott, rendszerint többféleképpen választható meg. Az alpmennyiségekkel kifejezett egyéb mennyiségek **származtatott mennyiségek**. Az alpmennyiségek egységei az **alapegységek**, az ezekből származtatott egységek a **származtatott egységek**.

A *mennyiség számértéke a választott mértékegységtől függ*. Abban az esetben, ha az egyes mennyiségeket csak egyetlen mértékegységgel fejezhetnénk ki, ez gyakran túlságosan nagy vagy túlságosan kicsi számértékeket eredményezne, ami kényelmetlen, és amellet nehezen érzékelhető lenne. Ennek elkerülésére a választott mértékegységek többszöröseit és törtrészeit is mértékegységül fogadjuk el. Célszerű a mértékegységeket 10-nek egész számú kitevőjű hatványaival (decimális számokkal) szorozni. Ezek az egységek *decimális többszörösök és törtrészek*.

A mértékegységek többszöröseit és törtrészeit az egység neve elé írt — egy-egy szorzót jelentő — előtagok, az ún. *prefixumok* egyikével kell képezni (Az *SI-prefixumokat* az 1.1. táblázat tartalmazza.)

1.1. táblázat

A mértékegységek többszöröseinek és törtrészeinek képzéséhez használható prefixumok neve, jele, szorzószáma

A prefixum		Szorzószám, amellyel a mértékegységet meg kell szorozni
neve	jele	
exa	E	1 000 000 000 000 000 000 = 10^{18}
peta	P	1 000 000 000 000 000 = 10^{15}
tera	T	1 000 000 000 000 = 10^{12}
giga	G	1 000 000 000 = 10^9
mega	M	1 000 000 = 10^6
kilo	k	1 000 = 10^3
<i>hekto</i>	h	100 = 10^2
<i>deka</i>	da	10 = 10^1
<i>deci</i>	d	0,1 = 10^{-1}
<i>centi</i>	c	0,01 = 10^{-2}
milli	m	0,001 = 10^{-3}
mikro	μ	0,000 001 = 10^{-6}
nano	n	0,000 000 001 = 10^{-9}
piko	p	0,000 000 000 001 = 10^{-12}
femto	f	0,000 000 000 000 001 = 10^{-15}
atto	a	0,000 000 000 000 000 001 = 10^{-18}

Megjegyzés: Az SI csak a hárommal osztható prefixumokat ajánlja, ezért a *hekto*, a *deka*, a *deci* és a *centi* prefixumok csak külön meghatározott esetekben használhatók (hl, dl, dag, dm, cl, cm, cg; l. az 1. 1.3. pontot).

A **prefixumot** a mértékegység nevével, ill. a prefixum jelét a mértékegység jelével *egybe kell írni*, pl. kilométer, ill. km.

A mértékegységek többszöröseinek és törtrészeinek — prefixumjelből és mértékegységjelből álló — jele utáni *hatványkitevő azt jelenti*, hogy az adott többszöröst vagy törtrészt kell a megfelelő hatványra emelni. Például:

$$1 \text{ km}^2 = 1 (\text{km})^2 = (10^3 \text{ m})^2 = 10^6 \text{ m}^2;$$

$$1 \text{ mm}^{-1} = (10^{-3} \text{ m})^{-1} = 1000 \text{ m}^{-1}.$$

Összetett (két vagy több prefixumból álló) prefixumot nem szabad használni (pl. helytelen a m μ m, helyesen nm; vagy helytelen a kkg, helyesen Mg stb.).

A *hekto*, *deka*, *deci* és *centi* prefixumok csak külön meghatározott esetben használhatók.

Vannak olyan mértékegységek, amelyeknek törtrészei vagy többszöröseik nem képezhetők 10-nek hatványaival. Ilyenek pl. az idő törvényes mértékegységei a perc (minutum, jele: min), az óra (hora, jele: h) a nap (dies; jele: d),

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s (szekundum = másodperc);}$$

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s;}$$

$$1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 1440 \text{ min} = 86\,400 \text{ s.}$$

Az angolszász hosszegységeknél pl. a yard (jele: yd), a foot (láb, jele: ft), az inch (hüvelyk, jele: in), $1 \text{ yd} = 3 \text{ ft} = 36 \text{ in}$.

A **dimenzió** a mértékegységnek a mennyiség számértékétől és a mennyiségtől független tartalmát fejezi ki. A *dimenzió mennyiségileg határozatlan*, csupán az adott mennyiségnek az alapul választott mennyiségekből való fogalmi felépítését mutatja meg. A dimenzió kifejezése függ az alpmennyiségek megválasztásától.

A sebesség dimenziója az út és az idő viszonyozása és nem m/s. Az utóbbi ui. a sebesség mértékegysége. A sebesség mértékegysége azonban km/h vagy cm/s is lehet, de dimenziói azonosak. A dimenzió nem tükrözi a jelenségek belső lényegét, mert különböző mennyiségeknek azonos dimenziójuk lehet (pl. a nyomaték és munka).

Az alpmennyiségek dimenziói az *alapidimenziók*. Az egymástól független alapidimenziók jelölésére *Maxwell* nyomán álló nagybetűk használatosak a következők szerint:

Az alpmennyiség neve	hossz-szúság	tömeg	idő	áram-erősség	hőmér-séklet	anyag-mennyiség	fény-erősség
A dimenzió jele	L	M	T	I	θ	N	J

A *származtatott mennyiségek dimenziói* az alapidimenziókból képezhetők, pl. a sebesség dimenziója (út/idő) $L T^{-1}$, a gyorsulásé $L T^{-2}$.

Valamely fizikai jelenség matematikai egyenlettel való leírásakor *az egyenlet mindkét oldalának azonos dimenziót kell eredményeznie*. Az összefüggés helyességének a legjobb ellenőrző módszere a dimenziók ellenőrzése. Például az l hosszúságú matematikai inga lengésideje (kis amplitúdó esetében):

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Dimenzió szempontjából ellenőrizve:

$$T = \sqrt{\frac{L}{L/T^2}} = \sqrt{T^2} = T,$$

mindkét oldal dimenziója T , tehát azonos.

Dimenzionálisan homogén az olyan *egyenlet*, amelynek alakja *nem függ az alapvető mértékegységektől*. Az előbbi összefüggés ilyen, mert érvényes akár méterben, akár kilométerben, akár hüvelykben mérjük a hosszúságot, és az idő egysége is lehet perc vagy óra. Abban az esetben, ha g értékét valamilyen mértékegységben (pl. $g = 9,81 \text{ m/s}^2$) helyettesíthetjük, és 2π -vel összevonva a gyökjel alól kihozzuk, akkor egyenletünk

$$t = k \sqrt{l}$$

alakú lesz. Az egyenlet továbbra is helyes, de már dimenzionálisan nem homogén, mert csak akkor érvényes, ha az időt másodpercben (szekundumban), a hosszúságot méterben számítjuk, mivel a g nehézségi gyorsulás értékét is az előbbi mértékegységben adtuk meg.

A **mértékegység-rendszerek** kialakulása. Egyetlen mennyiség meghatározásakor a mértékegységnek nincs különösebb szerepe, mert az egységek közötti összefüggést ismerve az egyik kifejezés a másiból kiszámítható. Abban az esetben, amikor különböző mennyiségek közötti kapcsolatot akarunk kifejezni, tudnunk kell, hogy ismert egységekkel számolva milyen egységekben kapjuk meg az ismeretlen mennyiséget. Erre különböző lehetőségek vannak, amelyek különböző mértékegység-rendszerek kialakulására vezettek.

A mértékegység-rendszerek kétféle módon építhetők fel. Egyik mód az, hogy *minden előforduló fizikai mennyiségre választunk és rögzítünk valamilyen mértékegységet*, pl. távolságra a méter, időre a másodpercet, sebességre az óránként megtett kilométerek számát stb. Ekkor az egyes fizikai mennyiségek közötti összefüggésekbe arányossági tényezők kerülnek, mint pl. $v = 3,6s/t$. Az s távolságot méterben, a t időt másodpercben helyettesítve a v sebesség km/h-ban adódik.

Másik célszerűbb módja a mértékegység-rendszerek felépítésének, hogy *csak néhány alapegységet rögzítve*, a többi ún. **származtatott egységet** olyan módon állapítjuk meg, hogy egyszerű összefüggéseket kapjunk. (Az előző példában a sebességet $v = s/t$ alakban írva, a sebesség mértékegysége méter per másodperc lesz, amit szükség esetén átszámíthatunk kilométer per órára.

A mértékegység-rendszer kialakításakor *meg kell állapodni az egymástól független egységek számában*. Ezek az **alapegységek**. Az alapegységek dimenziói egyúttal az **alapidimenziók**. A szabadon választható egységek száma a

geometriában	1	(hosszúság);
kinematikában	2	(általában a hosszúság és az idő);
mechanikában	3	(általában a hosszúság, az idő és a tömeg, a műszaki mértékegység-rendszerben az erő);
villamosságtan	4	(általában a hosszúság, az idő, a tömeg és egy villamos mennyiség).

Önkényes megkötéseket téve kevesebb alapegység is elegendő, de ennél több is választható, pl. a hőmérséklet.

Az idők folyamán számos mértékegység-rendszer alakult ki. Ezeknek egyik csoportját az ún. **mechanikai mértékegység-rendszerek** alkotják, amelyek három alapegységből vannak felépítve: *a hosszúság, a tömeg és az idő*. Ezekkel az alapmennyiségekkel az összes többi mennyiség meghatározható (definiálható). Ilyenek az **MKS** (méter—kilogram—szekundum), a **CGS** (centiméter—gramm—szekundum) fizikai vagy más néven tudományos mértékegység-rendszerek. Az előbbi kettőt tömegrendszernek is nevezik, megkülönböztetésül a **műszaki mértékegység-rendszertől**, amelynek alapegységei a *hosszúság, az erő és az idő*, és ezért *erőrendszer* névvel is illetik. E három mértékegység-rendszerről az 1.2. táblázat ad áttekintést.

Az előbbi mértékegység-rendszerek mellett *hőtani mértékegység-rendszert* is alkottak a hőmérséklet- és a hőmennyiség-alapegységek bevezetésével. Mivel a hőtan a mechanikának egyik ága, valamelyik mechanikai rendszer is átvehető lett volna. A villamosságtan és elektrotechnika számára hasonlóképpen *elektrodinamikai mértékegység-rendszerek* alakultak ki. Ilyenek a *Gauss-féle elektromágneses* mértékegység-rendszer és az **MKSA**-rendszer, amely az **MKS**-rendszer három mechanikai alapegysége mellett egy negyedik egységet, az áramerősség egységét, az amper (jelölése A) vezette be. Az **MKSA**-rendszer további változata az **MSVA**- (méter—szekundum—volt—amper) rendszer.

Az MKS, a CGS és a mészaki mértékegység-rendszer

Mértékegység-rendszer	Alap-dimenziók	Az alapegység		Főbb származtatott egységek
		neve	jele	
MKS (méter – – kilogramm – – szekundum)	L M T	méter kilogramm másodperc (szekundum)	m kg s	m/s m/s ² m·kg/s ² = newton = N m ² ·kg/s ² = joule = J m ² ·kg/s ³ = watt = W
CGS (centiméter – – gramm – – szekundum)	L M T	centiméter gramm másodperc (szekundum)	cm g s	cm/s = 10 ⁻² m/s cm/s ² = 10 ⁻² m/s ² cm·g/s ² = dyn (1 dyn = 10 ⁻⁵ N) cm ² ·g/s ² = erg (erg = 10 ⁻⁷ J) cm ² ·g/s ³ = erg/s (1 erg/s = 10 ⁻⁷ W)
Mészaki (méter – – kilopond – – szekundum)	L F T	méter kilopond másodperc (szekundum)	m kp s	m/s m/s ² kp·s ² /m (1 kp·s ² /m ≈ 9,81 kg) m·kp (1 m·kp ≈ 9,81 J = 9,81·10 ⁷ erg) m·kp/s (1 m·kp/s ≈ 9,81 W és 1 kW = = 102 m·kp/s)

A nemzetközi mértékegység-rendszer alapegységei

Az alapmennyiség		Az alapegység		
		neve	jele	meghatározása
I.	hosszúság	méter	m	A méter a 86-os tömegszámú kriptonatom $2p_{10}$ és $5d_5$ energiaszintje közötti átmenetnek megfelelő vákuumban terjedő sugárzás hullámhosszának 1 650 763,73-szorosa
II.	tömeg	kilogramm	kg	A kilogramm az 1889. évben Párizsban megtartott Első Általános Súly- és Mértékügyi Értekezlet által a tömeg nemzetközi etalonjaként elfogadott a Nemzetközi Súly- és Mértékügyi Hivatalban. Sèvres-ben őrzött platina-irídium henger tömege
III.	idő	másodperc (szekundum)	s	A másodperc a 133-as tömegszámú, alapállapotú céziumatom két hiperfinom energiaszintje közötti átmenetnek megfelelő sugárzás 9 192 631 770 periódusának időtartama
IV.	(elektromos) áramerősség	amper	A	Az amper olyan állandó áram erőssége, amely két párhuzamos egyenes, végtelen hosszúságú, elhanyagolhatóan kicsiny kör keresztmetszetű és vákuumban egymástól 1 méter távolságban levő vezetőben áramolva e két vezető között méterenként $2 \cdot 10^{-7}$ newton erőt hoz létre
V.	termodinamikai hőmérséklet	kelvin	K	A kelvin a víz hármaspontja termodinamikai hőmérsékletének $\frac{1}{273,16}$ -szorososa
VI.	fényerősség	kandela	cd	A kandela az olyan fényforrás erőssége – adott irányban –, amely $540 \cdot 10^{12}$ hertz frekvenciájú monokromatikus fényt bocsát ki, és sugárerőssége ebben az irányban 1/683 watt per szteradián
VII.	anyagmennyiség	mól	mol	A mól annak a rendszernek az anyagmennyisége, amely annyi elemi egységet tartalmaz, mint ahány atom van 0,012 kilogramm ^{12}C -ben. Az elemi egység fajtáját pontosan meg kell adni. Ez atom, molekula, ion, elektron stb. vagy ilyeneknek speciálisan meghatározott csoportja lehet.

A nemzetközi mértékegység-rendszer kiegészítő egységei

A mennyiség		Az egység		
		neve	jele	meghatározása
VIII.	síkszög, szög	radián	rad	A radián a kör sugarával egyenlő hosszúságú körívhez tartozó középponti szög
IX.	térszög	szteradián	sr	A szteradián a gömbsugar négyzetével egyenlő területű gömbfelületrészhez tartozó középponti térszög

A fénytán mértékegység-rendszerébe több külön alapegységet vezettek be, mint a fényerősség (candela), fényáram (lumen) stb. A hangtannak nem volt önálló mértékegység-rendszere, vegyesen használta az MKS-, CGS- és műszaki mértékegység-rendszert. Az atomfizikában kialakult mértékegység-rendszer önkényes egységek gyűjteménye volt.

1.1.2. A nemzetközi mértékegység-rendszer (SI)

Giorgi olasz tudós már 1901-ben javasolta, hogy az MKS-rendszert az elektrotechnikában alkalmazott alammennyiségekkel kiegészítve, hozzának lére egy olyan rendszert, amelyet mind a fizika, mind a technika jól használhat. Erre csak 1950-ben került sor, amikor a Nemzetközi Elektrotechnikai Bizottság (IEC = International Electric Commission) alammennyiségként az áramerősséget, ill. ennek egységként az ampert fogadta el (MKSA-rendszer). Ennek továbbfejlesztése a mérésügyi világszervezet által 1960-ban elfogadott nemzetközi mértékegység-rendszer. Neve: *Système International d'Unités*, jele **SI** (kiejtése es i). Ez a nemzetközi mértékegység-rendszer a méterrendszernek olyan tökéletesített változata, amely egységesen használható a tudomány, a technika és a mindennapi élet valamennyi területén. Az új rendszer *koherens* és *egyetemes*. Használatát az egész világon tervbe vették. Hazánkban a 8/1976. sz., a mérésügyről szóló minisztertanácsi rendelet intézkedik az SI-egységek bevezetéséről. A bevezetés megkönnyítésére bizonyos esetekben számos nem SI-egység továbbra is használható, pl. tonna, liter, szögegységek (l. az 1.1.3. pontban), noha ez a rendszer tisztaságát rontja.

A nemzetközi mértékegység-rendszer mértékegységei, SI-egységek:

- a) az alapegységek,
- b) a kiegészítő egységek,
- c) a származtatott egységek.

A mértékegységek többszöröseit és törtrészeit az 1.1. táblázatban megadott előtagokkal (prefixumokkal) kell képezni.

Az alapegység és a kiegészítő egységek nevét, jelét és meghatározását az 1.3. és 1.4. táblázat tartalmazza.

A származtatott egységek az alap- és a kiegészítő egységek hatványainak szorzatai és hányadosai.

Származtatott egységekre néhány példa mértékegységük jelével (SI-egységek): terület (m^2); térfogat, köbtartalom (m^3); sebesség (m/s); gyorsulás (m/s^2); szögsebesség

ség (rad/s); szöggyorsulás (rad/s²); sűrűség (kg/m³); térfogatáram (m³/s); tömegáram (kg/s) stb.

Néhány származtatott SI-egységnek önálló neve és jele van (l. az 1.5. táblázatot). Ezek további származtatáshoz is felhasználhatók.

1.5. táblázat

Külön nevű származtatott SI-egységek

Mennyiség	A külön nevű származtatott SI-egység			
	neve	jele	kifejezése más SI-egységgel	kifejezése az alap- és a kiegészítő egységekkel
Frekvencia	hertz	Hz	—	s ⁻¹
Erő	newton	N	—	m·kg·s ⁻²
Nyomás	pascal	Pa	N/m ²	m ⁻¹ ·kg·s ⁻²
Energia	joule	J	N·m	m ² ·kg·s ⁻²
Teljesítmény	watt	W	J/s	m ² ·kg·s ⁻³
Elektromos töltés	coulomb	C	—	s·A
Elektromos feszültség	volt	V	W/A	m ² ·kg·s ⁻³ ·A ⁻¹
Elektromos kapacitás	farad	F	C/V	m ⁻² ·kg ⁻¹ ·s ⁴ ·A ²
Elektromos ellenállás	ohm	Ω	V/A	m ² ·kg·s ⁻³ ·A ⁻²
Elektromos vezetés	siemens	S	A/V	m ⁻² ·kg ⁻¹ ·s ³ ·A ²
Mágneses fluxus	weber	Wb	V·s	m ² ·kg·s ⁻² ·A ⁻¹
Mágneses indukció	tesla	T	Wb/m ²	kg·s ⁻² ·A ⁻¹
Induktivitás	henry	H	Wb/A	m ² ·kg·s ⁻² ·A ⁻²
Fényáram	lumen	lm	—	cd·sr
Megvilágítás	lux	lx	lm/m ²	m ⁻² ·cd·sr
Radioaktív sugárforrás aktivitása	becquerel	Bq	—	s ⁻¹
Elyelt dózis	gray	Gy	J/kg	m ² ·s ⁻²
Dózisegyenérték	sievert	Sv	J/kg	m ² ·s ⁻²

1.1.3. A nemzetközi mértékegység-rendszeren kívüli mértékegységek

a) A nemzetközi mértékegység-rendszeren kívüli korlátozás nélkül használható törvényes mértékegységek:

A *térfogat* (az *űrtartalom*) mértékegysége a *liter*; jele: l; 1 l = 1 dm³ = 0,001 m³ = 10⁻³ m³. A literrel kapcsolatban a hekto, deci és centi prefixumok is használhatók.

A *síkszög* mértékegysége:

– a *fok*; jele: °; 1° = (π/180) rad;

– a *perc* (ívperc); jele: ' ; 1' = 1°/60 = (π/10 800) rad;

– a *másodperc* (ívmásodperc); jele: '' ; 1'' = 1'/60 = 1°/3600 = π/648 000 rad.

A fokkal, az ívperccel és az ívmásodperccel kapcsolatban SI-prefixumok nem használhatók.

A *tömeg* mértékegysége a *tonna*; jele: t; 1 t = 1000 kg = 10³ kg = 1 Mg.

Az *idő* mértékegysége:

– a *perc*; jele: min; 1 min = 60 s;

– az *óra*; jele: h; 1 h = 60 min = 3600 s;

– a *nap*; jele: d; 1 d = 24 h = 1440 min = 86 400 s;

– a naptári időegységek: a *hét*, a *hónap*, az *év*.

Az időmértékegységekkel kapcsolatban (a másodperc kivételével) SI-prefixumok nem használhatók.

A *sebesség* mértékegysége a *kilométer per óra*; jele: km/h; $1 \text{ km/h} = (1/3,6) \text{ m/s}$.

A *munka* (az *energia*) mértékegysége a *wattóra*; jele: W·h; $1 \text{ W}\cdot\text{h} = 3600 \text{ J}$.

A *hőmérséklet* mértékegysége a *Celsius-fok*; jele: °C. A 0 °C hőmérséklet 273,15 K-nel egyenlő. A Celsius-fokban és kelvinben mért hőmérséklet-különbségek egyenlők.

A Celsius-fokkal kapcsolatban SI-prefixumok nem használhatók.

b) A nemzetközi mértékegység-rendszeren kívüli, kizárólag meghatározott szakterületen használható törvényes mértékegységek:

A *hosszúság* mértékegysége:

– a *tengeri mérföld*. 1 tengeri mérföld = 1852 m. Csak a tengeri és légi hajózásban használható. Vele kapcsolatban SI-prefixumok nem használhatók;

– a csillagászatban:

a *csillagászati egység* = $1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$;

a *parsec*; jele: pc; $1 \text{ pc} = 3,0857 \cdot 10^{16} \text{ m}$;

a *fényév* = $9,460 \cdot 10^{15} \text{ m}$.

Velük kapcsolatban SI-prefixumok nem alkalmazhatók.

A *síkszög* mértékegysége a *gon*; csak a *geodéziában* használható síkszög-mértékegység; jele: gon vagy újfok; $1 \text{ újfok} = \pi/200 \text{ rad}$

A *terület* mértékegysége a *hektár*; csak a *földterület* meghatározására használható; jele: ha; $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ m}^2$.

A hektárral kapcsolatban SI-prefixumok nem használhatók.

A *nyomás* egysége a *bar*. Csak a *folyadékok és gázok* nyomásának meghatározására használható; jele: bar; $1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ Pa} = 10^5 \text{ Pa}$.

A *teljesítmény* mértékegysége:

– a *voltamper*; csak *elektromos látszólagos teljesítmény* meghatározására használható; jele: VA; $1 \text{ VA} = 1 \text{ W}$;

– a *var*; csak *elektromos meddőteljesítmény* meghatározására használható; jele: var; $1 \text{ var} = 1 \text{ W}$.

Az *energia* mértékegysége az *elektronvolt*; jele: eV. Csak az atom- és a magfizikában használható. $1 \text{ eV} = 1,602\,19 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (közelítő érték).

c) A nemzetközi mértékegység-rendszeren kívüli, már nem használható mértékegységek.

A *hosszúság* mértékegysége az *angström*; jele: Å; $1 \text{ Å} = 0,1 \text{ nm} = 10^{-10} \text{ m}$.

A *terület* mértékegysége a *barn*; jele: b; $1 \text{ b} = 100 \text{ fm}^2 = 10^{-28} \text{ m}^2$.

A *tömeg* mértékegysége

– a *mázsa* (métermázsa); jele: q; $1 \text{ q} = 100 \text{ kg} = 10^2 \text{ kg}$;

– a *karát*; 1 karát $0,2 \text{ g} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$.

Az *erő* mértékegysége az *erőkilogramm* (kilopond); jele kgf vagy kp; $1 \text{ kgf} = 1 \text{ kp} = 9,806\,65 \text{ N}$.

A *nyomás* mértékegysége:

– a *technikai atmoszféra*; jele: kgf/cm² vagy kp/cm² vagy at; $1 \text{ kgf/cm}^2 = 1 \text{ kp/cm}^2 = 1 \text{ at} = 98\,066,5 \text{ Pa}$;

– a *torr*; jele: Torr. $1 \text{ Torr} = (101\,325/760) \text{ Pa}$;

– a *higanyoszlop-milliméter* (higanymilliméter); jele: mmHg. $1 \text{ mmHg} = 133,322 \text{ Pa}$;

– a *vízoszlop-milliméter*; jele: mmH₂O; $1 \text{ mmH}_2\text{O} = 9,806\,65 \text{ Pa}$.

A *hőmennyiség* mértékegysége a *kalória*; jele: cal; $1 \text{ cal} = 4,1868 \text{ J}$.
 A *teljesítmény* mértékegysége a *lóerő*; jele: LE; $1 \text{ LE} = 735,498 \text{ W}$.
 A *dinamikai viszkozitás* mértékegysége a *poise*; jele: P; $1 \text{ P} = 0,1 \text{ Pa} \cdot \text{s} = 10^{-1} \text{ Pa} \cdot \text{s}$.
 A *kinematikai viszkozitás* mértékegysége a *stokes*; jele: St; $1 \text{ St} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$.

1.1.4. A mértékegységjelek írásmódja és a mértékegységek alkalmazása

A mértékegységjelek írásmódja. Az egységek jelét általában *kisbetűvel* írjuk. A *személynevekből* származó egységnevek jelét *nagy kezdőbetűvel* kell írni akkor is, ha torzított névről van szó (pl. a volt jele V). Az egység neve akkor is kisbetűvel írandó, ha azt személynévből származtatták (pl. newton, watt, joule, pascal, farad stb.). Nagybetűvel írandók a jelzős összetételű egységnevek, pl. a Celsius-fok, Engler-fok stb.

A mértékegységek *jele után nem teszünk pontot*, kivéve, ha a jel mondat végén áll. Mennyiségek megadásakor az utolsó számjegy és az egység jele között *írásközt* kell hagyni (pl. 5 m, tehát nem 5m).

A szorzás és osztás jelölésmódja a táblázatokban megtalálható. A nyomaték jele $\text{m} \cdot \text{N}$ (méter · newton). Helyette nem írhatunk mN -et, mert az millinewtonnak is olvasható.

A szorzás és osztás jelölésmódjai összetett csoportokra is alkalmazhatók, de egyenlő több ferde törtvonalat egyazon kifejezésben nem szabad használni. Ferde törtvonal esetén, amikor a *nevező több tényezőtől áll*, a nevezőt *zárójelbe kell tenni*, pl. $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ kifejezés törtalakban $\text{J}/(\text{K} \cdot \text{mol})$. Féltreérthető a $\text{J}/\text{K}/\text{mol}$ írásmód, ezért használata tilos. A *prefixum jelét szorzópont nélkül* kell feltüntetni a mértékegység jele előtt, azzal egybeírva.

A mértékegységek alkalmazása. Elsősorban az SI-egységeket vagy ezek ajánlott decimális többszöröséit kell használni. Így pl. az erőt N-ban ($1 \text{ N} = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$ -ban), a munkát J-ban ($1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$), a nyomást Pa-ban ($1 \text{ Pa} = 1 \text{ N}/\text{m}^2 = 1 \text{ kg}/\text{s}^2 \cdot \text{m}^{-1}$ -ben), a teljesítményt W-ban ($1 \text{ W} = 1 \text{ J}/\text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{s}$) kell felírni, a zárójelben levő kifejezéseket csak a számítás során a képletekben használjuk, ha erre szükség van.

Valamely mennyiségnek számértékkel és mértékegységgel való kifejezésekor célszerű olyan prefixumokat alkalmazni, hogy a mérőszám 0,1 és 1000 között legyen. (Például 12 235 N helyett 12,235 kN, 0,003 94 m helyett 3,94 mm, 14 216 Pa helyett 14,216 kPa stb.) Indokolt lehet a szabály mellőzése olyan esetben, amikor pl. nagy értéktartományt átfogó táblázatot készítünk, és a táblázat áttekinthetősége érdekében ugyanazt a prefixumot kívánjuk használni. Ha kisebb mérőszám érdekében pl. a fajlagos hőkapacitás (fajhő) $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ kifejezést a $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ alakban írjuk fel, a számlálóban és a nevezőben levő (kilo) prefixummal ne egyszerűsítsünk, mert eltűnik a kg alapegység. A fajlagos mennyiségek mértékegységeit úgy kell felírni, hogy abból kitűnjön, hogy fajlagos értékről van szó. A nevezőből tehát egyszerűsítés révén ne tűnjön el ama mértékegység jele, amelyre vonatkoztatott (fajlagos) értéket kívánunk megadni.

1.1.5. Fizikai mennyiségek neve, jele és mértékegysége

E könyv témaköreivel összefüggő szabványokba foglalt (MSZ 4900) fizikai mennyiségek nevét, jelét és mértékegységét az 1.6 – 1.10. táblázat tartalmazza. A táblázatok megadják a nemzetközi mértékegység-rendszeren kívüli, korlátozás nélkül használható, törvényes mértékegységeket is.

1.1.6. Az SI- és a műszaki mértékegységek közötti összefüggések

A már idézett 8/1976. sz. minisztertanácsi rendelet a műszaki alkalmazás számára is az SI-egységek használatát írja elő. Az 1980. jan. 1. előtt használt műszaki mértékegységek átszámítása még a későbbiekben is gyakran előfordulhat, ezért a jelentősebb egységek átszámítását a következőkben részletezzük.

Az *erő* SI mértékegysége a newton (N). $F = 1 \text{ N}$ az az erő, amelyik $m = 1 \text{ kg}$ tömeget $a = 1 \text{ m/s}^2$ gyorsulással mozgat, tehát

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1 \text{ m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}.$$

A *munka*, az *energia* és a *hő* mértékegysége a joule (J):

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 1 \frac{\text{m} \cdot \text{kg}}{\text{s}^2} \text{ m} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}.$$

A *teljesítmény* mértékegysége a watt (W):

$$1 \text{ W} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ s}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3}.$$

Az előbbi SI-egységeknek a műszaki mértékegységekkel való összefüggéseit az 1.11. táblázat tünteti fel.

Az *energia*-, *hő*- és *munka*egységek átszámítási tényezőit az 1.12. táblázat tartalmazza.

A *teljesítmény*egységek átszámítási tényezőit az 1.13. táblázat tartalmazza.

A *nyomás* mértékegysége az SI-rendszerben a pascal (Pa):

$$1 \text{ Pa} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} = 1 \text{ m}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

A *nyomás* mértékegységeinek átszámítási tényezőit az 1.14. táblázat tünteti fel.

Az *at* = technikai atmoszféra ($= 1 \text{ kp/cm}^2$); az *atm* = fizikai atmoszféra ($= 1,033227 \text{ kp/cm}^2 = 760 \text{ Torr}$).

1.1.7. A fizikai és a műszaki egyenletek írásmódja

A fizikai és műszaki jelenségeket (a mennyiségek közötti kapcsolatokat) leíró egyenleteknél a számítások áttekinthetősége megkívánja, hogy a célnak legjobban megfelelő írásmódot következetesen alkalmazzuk. A műszaki számításokban a fizikai mennyiségek közötti kapcsolatokat általában *mennyiségegyenlet* alakjában célszerű kifejezni. Empirikus összefüggések megoldásakor, továbbá olyan számítások során, amikor a mennyiségek mindig ugyanabban az egységben kifejezve fordulnak elő, előnyös lehet *számértékegyenletek* alkalmazása (MSZ 244).

Mennyiségegyenlet. Az egyenleteknek a mértékegységektől független írásmódja, más szavakkal a mennyiségegyenlet helyessége független az egységek megválasztásától. Dimenzionálisan azonosságot fejez ki. *Az egyenlet minden betűje mennyiséget jelent.* A mennyiségeken kívül számtényezőt is tartalmazhat (pl. 0,5, π stb.). Az egyenletben szereplő fizikai állandók (pl. gravitációs állandó) maguk is fizikai mennyiségek.

Az ilyen egyenletekben, számolásra való alkalmazásukkor, a mennyiséget jelző *betűjelek helyébe a számérték és a mértékegység szorzatát* kell beírni. A számtényezőket (mivel mértékegységük egy) változatlanul, ellenben a fizikai állandókat vagy azok átszámítási tényezőit mértékegységükkel együtt kell beírni. Először felírjuk a mennyiségegyenlet általános betűjeles alakját, majd behelyettesítésekkel számítási alakba visszük át. A számítás során a számértékekből a számszerű végeredmény, a mértékegységekből az eredő mértékegység adódik.

1.1. példa. Mekkora erő szükséges 200 kg tömegű testnek vízszintes, súrlódásmentes pályán az $a = g/2 = 4,905 \text{ m/s}^2$ gyorsulással való mozgatásához? Az indulás utáni $t = 3 \text{ s}$ végén (állandó gyorsulást feltételezve) mekkora a végzett munka és a teljesítmény?

Megoldás:

$$F = ma = 200 \text{ kg} \cdot 4,905 \text{ m/s}^2 = 981 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = 981 \text{ N};$$

$$v = at = 4,905 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ s} = 14,715 \text{ m/s};$$

$$s = vt/2 = 14,715 \text{ m/s} \cdot 3/2 \text{ s} = 22,072 \text{ m};$$

$$W = Fs = 981 \text{ N} \cdot 22,071 \text{ m} = 21652 \text{ N} \cdot \text{m} = 21,652 \text{ kJ};$$

$$P = Fv = 981 \text{ N} \cdot 14,715 \text{ m/s} = 14\,435,42 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 14\,435,42 \text{ W} = 14,435 \text{ kW}.$$

Az ilyen írásmóddal való számolás előnye, hogy a számítás menete közben is tisztán láthatók a mértékegységek, ezért az ellenőrzés könnyű.

Számértékegyenlet. A mennyiségek meghatározott egységekre vonatkoztatott számértékei közötti kapcsolatot fejezi ki. A *betűjelek* nem mennyiségeket, hanem ezek *számértékét jelentik*. Mivel a számértékek a választott mértékegységektől függenek, ezért csak akkor adnak helyes eredményt, ha *előre meghatározott mértékegységeket* alkalmazunk. Az alkalmazott számértékekhez tartozó mértékegységekre vonatkozóan *egyértelmű utasítást* kell adnunk. Célszerű emellett a számértékegyenlet két oldalán levő mértékegységek azonosságát megállapítani. A sok hibalehetőség miatt a számértékegyenletek használata csak különleges esetekben indokolt, pl. a sorozatos mérési eredmények feldolgozása vagy abban az esetben, amikor valamely mennyiséget gyorsan kell ugyanazokban az egységekben megadott mennyiségekből kiszámítani.

1.2. példa. Hány Pa (pascal) a $h = 80 \text{ m}$ magasságú, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ sűrűségű vízoszlop nyomása?

A mértékegységekre vonatkozó utasítást a feladat tartalmazza. A nyomás értékét megadó számértékegyenlet:

$$\{p\}_{[p]} = \{\rho\}_{[\rho]} \cdot \{g\}_{[g]} \cdot \{h\}_{[h]}$$

A *kapcsos zárójel* a mérőszámok jelölésére használatos, míg a mértékegységeket a betűjel *szögletes zárójelbe* tételével jelölik.

A mértékegységet ellenőrző egyenlet:

$$[p] = [\rho] \cdot [g] \cdot [h] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{\text{m}^2} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa}.$$

A számértéket ellenőrző egyenlet

$$\{p\}_{\text{Pa}} \{ \rho \}_{\text{kg/m}^3} \cdot \{g\}_{\text{m/s}^2} \cdot \{h\}_{\text{m}} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 80 = 784\,800 \text{ Pa} = 784,8 \text{ kPa}.$$

A tér és az idő fontosabb mennyiségei és ezek mértékegységei
(MSZ 4900/1-78 alapján)

A mennyiség				Mértékegységek				
neve	jele	értelmezése	Az SI-egység			Más használható nem SI-egységek		
			neve	jele	ajánlott többszörösei	kifejezése az alap-egységekkel	neve, jele	átszámítása
Síkszög	α, β, γ stb.	—	radián	rad	mrad, μ rad	1	fok (...°) perc (...') másodperc (...'')	$1^\circ = \frac{\pi}{180}$ rad $1' = \frac{1^\circ}{60}$ $1'' = \frac{1'}{60}$ $1 \text{ gon} = \frac{\pi}{200}$ rad
Térszög	Ω (ω)	—	szteradián	sr	—	1	—	—
Hosszúság, szélesség, magasság, mélység, vastagság, sugár, átmérő, úthossz	$l, (L)$ b h d, δ r d, D s	—	méter	m	km, mm, μ m, nm	m	—	1 tengeri mérföld = 1852 m 1 csillagászati egység = 1,495 978 70 · 10 ¹¹ m 1 pc = 3,0857 · 10 ¹⁶ m (közeliítő érték) 1 fényév = 9,460 53 · 10 ¹⁵ m (közeliítő érték)

A mennyiség			Mértékegységek					
neve	jele	értelmezése	Az SI-egység		Más használható nem SI-egységek			
			neve	jele		ajánlott többszörösei	kifejezése az alap-egységekkel	neve, jele
Tertület	$A, (S)$	—	—	m^2	km^2, mm^2	m^2	hektár (ha) csak a földterület meghatározására	$1 \text{ ha} = 10^4 \text{ m}^2$
Térfogat, köbtartalom	V	—	—	m^3	mm^3	m^3	hektoliter (hl) liter (l) deciliter (dl) centiliter (cl) milliliter (ml)	$1 \text{ hl} = 10^{-1} \text{ m}^3$ $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$ $1 \text{ dl} = 100 \text{ cm}^3$ $1 \text{ cl} = 10 \text{ cm}^3$ $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$
Idő	$t, (\tau)$	—	másodperc (szekundum)	s	ks, ms $\mu s, ns$	s	perc (min) óra (h) nap (d) naptári időegységek: a hét, a hónap és az év	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h}$
Szögsebesség	ω	$\frac{d\varphi}{dt}$	—	rad/s	—	s^{-1}	—	—
Szöggyorsulás	$\alpha, (\varepsilon)$	$\frac{d\omega}{dt}$	—	rad/s ²	—	s^{-2}	—	—
Sebesség	$v, (u, w, c)$	$\frac{ds}{dt}$	—	m/s	—	$m \cdot s^{-1}$	km/h	$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$
Gyorsulás	a, g	$\frac{dv}{dt}$	—	m/s ²	—	$m \cdot s^{-2}$	csomó (kn), csak a légi közlekedésben és a tengeri hajózásban	$1 \text{ kn} = 1 \text{ tengeri méterföld/óra}$ $1 \text{ kn} = 0,51444 \text{ m/s}$
			—	—	—	—	—	g a nehézségi gyorsulás jele

A rezgések fontosabb mennyiségei és mértékegységei
(MSZ 4900/2 – 78 alapján)

A mennyiség		Mértékegységek						
		Az SI-egység			Más használható, nem SI-egységek			
neve	jele	értelmezése	neve	jele	ajánlott többszörösei	kifejezése az alap-egységekkel	neve, jele	átszámítása
Rezgésidő (periódusidő)	T	Egy rezgés időtartama	másodperc	s	ms, μ s, ns	s	—	—
Időállandó (exponenciálisan változó mennyiségre)	τ (T)	Az $A + B e^{-t/\tau}$ kifejezésben szereplő τ mennyiség	másodperc	s	—	s	—	—
Frekvencia	f, ν	$f = \frac{1}{T}$	hertz	Hz	THz, GHz, MHz, kHz	s^{-1}	$\frac{1}{\text{min}}$	$\frac{1}{\text{min}} = \frac{1}{60s}$
Fordulatszám	n	A fordulatok száma osztva az idővel	—	rad/s	krad/s	s^{-1}	—	—
Körfrekvencia	ω	$\omega = 2\pi f$	—	m	km, mm, μ m, nm	m	—	—
Hullámhossz	λ	Az azonos fázisú pontok legkisebb távolsága a terjedés irányában	méter	1/m	—	m^{-1}	—	—
Hullámszám	σ	$\sigma = \frac{1}{\lambda}$	—	—	—	—	—	—
Cirkuláris hullámszám	k	$k = 2\pi \sigma$	—	—	—	—	—	—

A mechanika fontosabb mennyiségei és mértékegységei
(MSZ 4900/3—78 alapján)

A mennyiség		Mértékegységek				
neve	jele	értelmezése	Az SI-egység			Más használható nem SI-egységek neve, jele
			neve	jele	ajánlott többszörösei	
Tömeg	m	—	kilogramm	kg	Mg, g, mg, μ g	kg tonna 1 t = 10^3 kg
Sűrűség	ρ	Tömeg osztva a térfogattal	—	kg/m ³	Mg/m ³	t/m ³ , kg/l, g/ml, g/l
Relatív sűrűség	d	A kérdéses közeg és a vonatkoztató közeg sűrűségének hányadosa	—	—	—	—
Fajlagos térfogat	v	$v = \frac{1}{\rho}$	—	m ³ /kg	—	m ³ /t = 1 l/kg = = 10^{-3} /kg
Vonal menti sűrűség	ρ_l	A tömeg és a hosszúság hányadosa	—	kg/m	g/m, mg/m	—
Felületi sűrűség	ρ_A	A tömeg és a terület hányadosa	—	kg/m ²	Mg/m ² , g/m ²	t/m ² 1 t/m ² = = 10^3 kg/m ²
Mozgásmennyiség	I, p	A tömeg és a sebesség szorzata	—	m·kg/s	—	—

Perdület (impulzusnyomaték)	Π, L	Az anyagi pont perdülete a tér egy pontjára: helyvektorának és mozgásmennyiségének vektoriális szorzata	—	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$	—	—
Tehetetlenségi nyomaték	Θ, J	Egy test tengelyre számított tehetetlenségi nyomatéka: a tömeg-elemek és a tengelytől mért távolságok négyzetének szorzat-összege (integrálja)	—	$\text{m}^2 \cdot \text{kg}$	—	—
Erő	F	$F = \frac{dJ}{dt}$	newton	N	MN, kN	—
Súlyerő	G	$G = mg$	—	N · m	MN · m, kN · m, mN · m, $\mu\text{N} \cdot \text{m}$	—
Erőnyomaték	M	Pontra számítva: a hatásvonalhoz húzott vektor és az erő vektoriális szorzata	—	Pa	GPa, MPa, kPa, mPa μPa	bar (csak folya- dék és gázok nyomására)
Nyomás	p	$p = \frac{F}{A}$	pascal	—	$\text{m}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$	1 bar = = 100 kPa = 0,1 MPa
Normális feszültség	σ	A felületre merőleges erőösszetevő osztva a területtel	—	—	—	—
Csúsztatófeszültség	τ	A felületbe eső erőösszetevő osztva a területtel	—	—	—	—
Nyúlás (fajlagos hosszváltozás)	ϵ, e	A hossznövekedés és az eredeti hosszúság hányadosa	—	—	—	—
Szögváltozás	γ	Két egymásra merőleges egyenes által bezárt szög csökkenése alakváltozáskor	—	—	—	—

A mennyiség		Mértékegységek				
neve	jele	értelmezése	Az SI-egység		Más használható nem SI-egységek neve, jele	átszámítása
			neve	jele		
Fajlagos térfogatváltozás	ϕ	A térfogat-növekedés és az eredeti térfogat hányadosa	—	—	—	—
Poisson-szám	μ, ν	A keresztirányú és a hosszirányú nyúlás hányadosának abszolút értéke	—	—	—	—
Rugalmassági modulus	E	$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$	—	—	—	—
Csúsztatási modulus	G	$G = \tau$	—	—	—	—
Kompressziós modulus	K	$K = -\frac{p}{\phi}$	pascal	Pa	TPa, GPa, MPa, kPa, mPa, μ Pa	—
Összenyomhatóság	κ	$\kappa = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dp}$	—	—	—	—
Síkidom másodrendű nyomatéka (tenzorelyre)	$I, (I_0)$	Egy síkidom tengelyre számított másodrendű nyomatéka: a felületelemek és a tengelytől mért távolságuk négyzetének szorzatösszege (integrálja)	—	—	—	—
Poláris másodrendű nyomaték (pontra)	I_p	Egy síkidom pontra számított másodrendű nyomatéka: a felületelemek és a ponttól mért távolságuk négyzetének szorzatösszege (integrálja)	—	m^4	—	m^4

Keresztmetszeti tényező	K, W	A hajlítás tengelyére számított nyomaték osztva a szélső szál távolságával	—	m^3	—	m^3	—	—
Sűrítési tényező	$\mu, (J)$	A sűrítési erő és a merőleges nyomóerő hányadosa	—	—	—	1	—	—
Dinamikai viszkozitás	η	$\eta = \frac{\tau}{dv_x/dz}$ dv_x/dz : a sebesség gradiense az elmozdulás síkjára merőlegesen)	—	Pa·s	mPa·s	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-1}$	—	—
Kinematikai viszkozitás	ν	$\nu = \frac{\eta}{\rho}$	—	m^2/s	mm^2/s	$m^2 \cdot s^{-1}$	—	—
Felületi feszültség	σ, γ	A felületben levő erő és rá merőleges hosszatelem hányadosa	—	N/m	mM/m	$kg \cdot s^{-2}$	—	—
Munka	W, L	Az erő és az irányába eső elmozdulás szorzata	joule	J	TJ, GJ, MJ, kJ, mJ	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$	wattóra $W \cdot h$ elektronvont eV	$1 W \cdot h =$ $= 3,6 kJ$ $1 eV =$ $= 1,602$ $19 \cdot 10^{-19} J$
Energia	E, W	Munkavégző képesség	—	—	—	—	—	—
Helyzeti energia	E_p, U	—	—	—	—	—	—	—
Mozgási energia	E_k, K, T	—	—	—	—	—	—	—
Teljesítmény	P	$P = \frac{W}{t}$	watt	W	GW, MW, kW, mW, μW	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$	—	—

A mennyiség		Mértékegységek					Más használható nem SI-egységek neve, jele	átszámítása
neve	jele	értelmezése	neve	jele	ajánlott többszörösei	kifejezése az alapegységekkel		
Tömegáram	q_m	A felületen áthaladó tömeg osztva az idővel	—	kg/s	—	$\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$	—	
Térfogatáram	q_V	A felületen átáramló közeg térfogata osztva az idővel	—	m^3/s	—	$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$	—	
Rugóállandó	c	A rugó hosszváltozásának és az ezt előidéző erőnek a viszonya	—	m/N	mm/N	$\text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^2$	—	
Rugómerevség	s	$s = \frac{l}{c}$	—	N/m	$\text{GN}/\text{m}, \text{MN}/\text{m}, \text{kN}/\text{m}$	$\text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$	—	
Hatásfok	η	A hasznos munka és a teljes munka hányadosa	—	—	—	1	—	

A hőtan fontosabb mennyiségei és mértékegységei
(MSZ 4900/4-79 alapján)

A mennyiség			Mértékegységek					
neve	jele	értelmezése	Az SI-egység				Más használható nem SI-egységek neve, jele	Más használható nem SI-egységek átszámítása
			neve	jele	ajánlott többszörösei	kifejezése az alap- és kiegészítő egységekkel		
(Termodinamikai) hőmérséklet	T, Θ	—	kelvin	K	—	K	—	—
(Celsius) hőmérséklet	t, θ	$t = T - T_0$ ($T_0 = 273,15 \text{ K}$)	—	—	—	K	Celsius-fok, °C	—
Lineáris hőtágulási együttható	α_t	$\alpha_t = \frac{1}{l} \cdot \frac{dl}{dT}$	—	1/K	—	K ⁻¹	—	—
Térfogati (köbös) hőtágulási együttható	α_V, γ	$\alpha_V = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$	—	1/K	—	K ⁻¹	—	—
Kompresszibilitás, kompresszibilitási együttható	κ	$\kappa = \frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dp}$	—	Pa ⁻¹	—	m ³ ·kg ⁻¹ ·s ²	—	—
Hő, hőmennyiség	Q	—	joule	J	TJ, GJ, MJ, kJ, mJ	m ³ ·kg·s ⁻²	—	—
Hőáram	\dot{Q}	$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt}$	watt	W	kW	m ³ ·kg·s ⁻³	—	—

A mennyiség			Mértékegységek				
neve	jele	értelmezése	Az SI-egység				Más használható, nem SI-egységek
			neve	jele	ajánlott többszörösei	kifejezése az alap- és képző egységekkel	
Hőáramtűrés	q, φ	$q = \frac{d\Phi}{dA}$	—	W/m^2	kW/m^2	$kg \cdot s^{-3}$	—
Hővezető képesség, hővezetési együttható	λ	$\lambda = \frac{q}{dT/dl}$	—	$W/(m \cdot K)$	—	$m \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot K^{-1}$	—
Hőátadási együttható	α	$\alpha = \frac{q}{\Delta T}$	—	$W/(m^2 \cdot K)$	—	$kg \cdot s^{-3} \cdot K^{-1}$	—
Hőkapacitás	C	$C = \frac{dQ}{dT}$	—	J/K	kJ/K	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$	—
Fajlagos hőkapacitás, fajhő	c	$c = \frac{C}{m}$	—	$J/(kg \cdot K)$	$kJ/(kg \cdot K)$	$m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$	—
Fajlagos hőkapacitás állandó nyomáson	c_p	$c_p = \frac{C}{m}$	—	$J/(kg \cdot K)$	$kJ/(kg \cdot K)$	$m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$	—
Fajlagos hőkapacitás állandó térfogaton	c_v	$c_v = \frac{C}{m}$	—	$J/(kg \cdot K)$	$kJ/(kg \cdot K)$	$m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$	—
Fajlagos hőkapacitások viszonya, fajhőviszony	γ	$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$	—	—	—	1	—
Entrópia	S	—	—	J/K	kJ/K	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$	—

Fajlagos entrópia	s	$s = \frac{S}{m}$	—	J/(kg·K)	kJ/(kg·K)	$m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$	—	—
Belső energia	$U, (E)$	—	joule	J	TJ, GJ, MJ, kJ, mJ	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$	—	—
Entalpia	$H, (I)$	$H = U + pV$	joule	J	TJ, GJ, MJ, kJ, mJ	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$	—	—
Szabad energia, <i>Helmholtz-függvény</i>	$F, (A)$	$F = U - TS$	joule	J	TJ, GJ, MJ, kJ, mJ	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$	—	—
Szabad entalpia, <i>Gibbs-függvény</i>	G	$G = U + pV - TS$	joule	J	TJ, GJ, MJ, kJ, mJ	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$	—	—
Fajlagos belső energia	$u, (e)$	$u = \frac{U}{m}$	—	J/kg	MJ/kg, kJ/kg	$m^2 \cdot s^{-2}$	—	—
Fajlagos entalpia	$h, (i)$	$h = \frac{H}{m}$	—	J/kg	MJ/kg, kJ/kg	$m^2 \cdot s^{-2}$	—	—

A villamosságban fontosabb mennyiségei és mértékegységei
(az MSZ 4900/5-78 alapján)

neve	A mennyiség		Mértékegységek					Más használható nem SI-egységek neve, jele	Más használható nem SI-egységek átszámítása	
	jele	értelmezése	Az SI-egység		kifejezése az alap-egységekkel	neve	jele			ajánlott többszörösei
			neve	jele						
Elektromos áramerősség, áram	I	—	amper	A	kA, mA, μ A, nA, pA	A	A	—	—	
Elektromos töltés	Q	$Q = \int I dt$	coulomb	C	kC, μ C, nC, pC	s · A	—	amperóra, A · h	1 A · h = 3,6 kC	
Elektromos térerősség	E	$E = \frac{F}{Q}$	—	V/m	MV/m, kV/m, V/mm, mV/m, μ V/m	—	—	—	—	
Elektromos potenciál	V, φ	Elektrosztatikus tér esetén negatív gradiense egyenlő az elektromos térerősséggel	volt	V	MV, kV, mV, μ V, nV	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$	—	—	—	
Elektromos feszültség, potenciálkülönbség	U	$U_{AB} = \int_A^B E_s ds$	—	—	—	—	—	—	—	

Elektromos fluxus	ψ	$\psi = \int D_n dA$	coulomb	C	MC, kC, mC	s·A	—
Elektromos kapacitás	C	$C = \frac{Q}{U}$	farad	F	$\mu F,$ $nF,$ pF	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$	—
Elektromos áramsűrűség	J_n (S)	$J_n = \frac{dI}{dA}$	—	A/m ²	MA/m ² , A/mm ² , kA/m ²	$m^{-2} \cdot A$	—
Vonal menti áramsűrűség	A_n (α)	$A_n = \frac{dI}{db}$	—	A/m	kA/m, A/mm	$m^{-1} \cdot A$	—
Mágneses térerősség	H	Olyan vektormennyiség, amelynek rotációja egyenlő a totális áramsűrűséggel	—	A/m	kA/m, A/mm	$m^{-1} \cdot A$	—
Mágneses indukció	B	Az áramelemre ható erő egyenlő az áramelem és a mágneses indukció vektori szorzatával	tesla	T	mT, $\mu T,$ nT	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$	—
Mágneses fluxus	Φ	$\Phi = \int B_n dA$	weber	Wb	mWb	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$	—
Öninduktivitás, induktivitás	L	Egy huroknak – a benne folyó áram által létrehozott – mágneses fluxusa osztva ezzel az árammal	henry	H	mH, $\mu H,$ nH, pH	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$	—
Kölcsönös induktivitás	$M,$ L_{12}	Egy huroknak – a másikkal létrehozott – mágneses fluxusa osztva ezzel az árammal	—	—	—	—	—

A mennyiség		Mértékegységek					Más használható nem SI-egységek
neve	jele	értelmezése	neve	jele	Az SI-egység ajánlott többszörösei	kifejezése az alap-egységekkel	
Permeabilitás A vákuum permeabilitása	μ μ_0	$\mu = \frac{B}{H}$	—	H/m	$\mu\text{H/m}$, nH/m	$\text{m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2}$	—
Relatív permeabilitás	μ_r	$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$	—	—	—	1	—
Mágneses szuszceptibilitás	χ	$\chi = \mu_r - 1$	—	—	—	1	—
Mágneseztettség	M	$M = \frac{B}{\mu_0} - H$	—	A/m	kA/m , A/mm	$\text{m}^{-1} \cdot \text{A}$	—
Elektromos ellenállás, rezisztencia	R	$R = \frac{U}{I}$	ohm	Ω	$\text{T}\Omega$, $\text{G}\Omega$, $\text{M}\Omega$, $\text{k}\Omega$, $\text{m}\Omega$, $\mu\Omega$	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-2}$	—
Elektromos vezetés, konduktancia	G	$G = \frac{1}{R}$	siemens	S	kS , mS , μS	$\text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^3 \cdot \text{A}^2$	—

Fajlagos ellenállás, rezisztivitás	ϱ	$\varrho = \frac{E}{J}$	—	$\Omega \cdot m$	G $\Omega \cdot m$, M $\Omega \cdot m$, k $\Omega \cdot m$, m $\Omega \cdot m$, $\mu\Omega \cdot m$, $\Omega \cdot mm^2/m$ n $\Omega \cdot m$	$m^3 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$	—	—
Fajlagos vezetés, konduktivitás	γ, σ	$\gamma = \frac{1}{\varrho}$	—	S/m	MS/m, kS/m	$m^{-3} \cdot kg^{-1} \cdot s^3 \cdot A^2$	—	—
Mágneses ellenállás, reluktancia	R_m	$R_m = \frac{U_m}{\Phi}$	—	H ⁻¹	—	—	—	—
Mágneses vezetés, permeancia	Λ	$\Lambda = \frac{1}{R_m}$	henry	H	—	—	—	—
Tekerets menetszáma	N	—	—	—	—	I	—	—
Fázisok száma	m	—	—	—	—	—	—	—
Póluspárok száma	P	—	—	—	—	—	—	—
Fáziskülönbség	φ	Ha $U = \sqrt{2} U_{eff} \cos \omega t$ és $I = \sqrt{2} I_{eff} \cos(\omega t - \varphi)$, akkor φ a fáziskülönbség	radián	rad	—	I	—	—
Teljesítmény, pillanatnyi teljesítmény	P	$P = UI$	watt	W	TW, GW, MW, kW, mW, μW , nW	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$	—	—

1.11. táblázat

Alapösszefüggések az SI- és a műszaki egységek között

A mennyiség neve	A műszaki mértékegység kifejezése SI-egységgel	Az SI-egység kifejezése műszaki mértékegységgel
Erő	1 kp = 9,806 65 N	1 N = 0,101 972 kp
Energia, munka	1 kp·m = 9,806 65 J	1 J = 0,101 972 kp·m
Teljesítmény	1 kp·m/s = 9,806 65 W	1 W = 0,101 972 kp·m/s

Megjegyzés: A gyakorlati számításokban $9,806\ 65 \approx 9,81$.

1.12. táblázat

A munka- és energiaegységek átszámítási tényezői

A mérték-egység neve	J	kW·h	kcal	kp·m
1 J	1	$2,777\ 78 \cdot 10^{-7}$	$2,388\ 46 \cdot 10^{-4}$	0,101 972
1 kW·h	$3,6 \cdot 10^6$	1	859,845	$3,670\ 98 \cdot 10^5$
1 kcal	4186,8	$1,163 \cdot 10^{-3}$	1	426,935
1 kp·m	9,806 65	$2,724\ 07 \cdot 10^{-6}$	$2,34225 \cdot 10^{-3}$	1

1.13. táblázat

A teljesítményegységek átszámítási tényezői

A mérték-egység neve	kW	kp·m/s	LE	kcal/h
1 kW	1	101,972	1,3596	859,845
1 kp·m/s	$9,806\ 65 \cdot 10^{-3}$	1	0,013 333	8,4324
1 LE	0,735 499	75	1	632,44
1 kcal/h	$1,163 \cdot 10^{-3}$	0,118 594	$1,581\ 25 \cdot 10^{-3}$	1

A nyomásegységek átszámítási tényezői

A mérték- egység neve	Pa	at	kp/m ²	Torr	bar	atm
1 Pa	1	$1,019\ 72 \cdot 10^{-5}$	0,101 972	$7,50 \cdot 10^{-3}$	10^{-6}	$0,986\ 923 \cdot 10^{-5}$
1 at	$9,806\ 65 \cdot 10^4$	1	10^4	735,559	0,980 665	0,967 841
1 kp/m ²	9,806 65	10^{-4}	1	$7,3556 \cdot 10^{-2}$	$9,806\ 56 \cdot 10^{-5}$	$9,6784 \cdot 10^{-5}$
1 Torr	133,322	$1,3595 \cdot 10^{-3}$	13,595	1	$1,333\ 22 \cdot 10^{-3}$	$1,3158 \cdot 10^{-3}$
1 bar	10^5	1,019 72	$1,019\ 72 \cdot 10^4$	750	1	0,986 923
1 atm	$1,013\ 25 \cdot 10^5$	1,033 22	$1,033\ 22 \cdot 10^4$	760	1,013 25	1

Megjegyzés: A táblázatból látható, hogy a technikai atmoszféra (at) kerékítve 98 100-szor nagyobb mint a pascal. $h = 1$ mm magasságú, $\rho = 13\ 595$ kg/m³ sűrűségű higanyoszlop nyomása a Torr. $A\ p = \rho gh$ összefüggés alapján 1 Torr = 133,322 kg/(m·s²) = 133,322 Pa.
 1 atm = 760 Torr = 101 325 Pa. 1 bar = 10^5 Pa \approx 750 Torr = 1,02 at.

1.1.8. A műszaki számítások menete

A mérnök munkaköre mindig adott feltételekhez kötött, meghatározott feladatokkal kapcsolatos. Feladatait a rendelkezésre álló eszközökkel kiszabott időn belül kell megoldania.

A mérnöki feladatok eredményes megoldása alapos tudományos felkészültséget kíván. A mérnöki munka értékét a mérnöki tudás megalapozottsága szabja meg, amelyhez a szorosán vett mérnöki tudományok alapos ismeretén kívül a segédtudományok (matematika, fizika, kémia stb.) magas színvonalú ismerete és magabiztos művelése is szükséges, noha a segédtudományok elvont elméleti módszerei a mérnöki gyakorlatba nem mindig vihetők át. A sokoldalú tájékozottság a mérnök számára széles látókört és a felmerült problémákban gyors eligazodást tesz lehetővé.

A mérnöknek elvont tudományok birtokában a valós élet területén kell alkotnia. Az alkotó mérnöki munka nem elvont igazságokat, hanem valós, *gazdaságosan működő* és a rendelkezésre álló eszközökkel *gazdaságosan megvalósítható* megoldásokat keres. Ez a műszaki számításokban is tükröződik.

A kezdő, gépészmérnöki tanulmányokat folytató hallgató eleinte a szerkezet-tani és üzemtani feladatokat algebrai példáknak tekinti, amelyek megoldásához egyenletek vagy egyenletrendszerek felállításával és az ismeretlenek analitikai úton való szabatos kiszámításával lehet eljutni. A gyakorlatlan kezdő eleinte nem ébred annak tudatára, hogy pl. valamilyen géprész méretezésének alapfeltételei között számos olyan technológiai, szilárdsági, gazdasági és üzembiztonsági tényező jelenik meg, amelyek szabatos matematikai alakban ki sem fejezhetők. Ezenfelül többnyire csak *egymásnak ellentmondó követelmények* legkedvezőbb összehangolása után foghatunk hozzá a várható üzemviszonyoknak legjobban megfelelő megoldás kereséséhez. Mindez a műszaki és gazdasági, ezenkívül a szociális tényezők gondos mérlegelését, azok behatásának helyes és előrelátó megítélését teszi szükségessé.

A gépészmérnöki feladatok jelentős része szabatos matematikai számítások nélkül el sem végezhető, de ezek a számítások mindvégig csak „kísérő szólamai” maradhatnak a *mérnöki gondolatnak*, azt sohasem helyettesíthetik. Még a legszabatosabban elvégzett szilárdságtani, áramlástanai vagy energetikai számítás eredménye is csak matematikai és nem mérnöki megoldás mindaddig, amíg a kapott eredményt a célszerűség és gazdaságos megvalósíthatóság szempontjából nem ellenőriztük, és a szükséghez képest nem helyesbítettük. Ezt a helyesbítést gyakran csak *különböző változatok* kiszámításával tudjuk elvégezni. A gazdaságos megvalósíthatóság szempontjai között a rendelkezésünkre álló technológiai lehetőségeken kívül nagy súllyal szerepelnek a *szabványok*, amelyeket a mérnöknek figyelembe kell vennie még akkor is, ha a kifogástalan szabatossággal felépített matematikai számítás a szabványosított méretektől eltérő eredményre vezetett. Mindezek megkülönböztetik az *alkotó mérnök* munkáját az elvont igazságokat kutató tudós céljaitól.

Az előbbieken alapján érzékelhető, hogy a mérnöki feladatok megoldásához alkalmazott számítások menete lényegesen eltér a matematikai módszerektől. Néhány ilyen jellegzetes eltérés a következő:

1. A szerkezet-tani és üzemtani számítások vezérfonala mindig a *műszaki gondolatmenet*. Nem a matematikai analízis elveinek és szigorú formáinak betartásával felépített levezetések szabatossága, hanem a minél rövidebb idő alatt kiszámítható, *gyakorlatilag használható eredmények* elérése a fontos. A mérnök azonban eme gyakorlatilag használható eredmények kiszámításakor is az eredmények *megbízhatóságára* törekszik, ami úgy érhető el, hogy a számítás menete folytán mindig tisztában van a számításban megengedett közelítéseknek, elhanyagolásoknak a végeredményre

gyakorolt befolyásával. Ebből a szemszögből nézve a mérnök számára többnyire értékeesebb egy *közelítő*, de áttekinthetőségénél és egyszerűségénél fogva lépésről lépésre *könnyen ellenőrizhető* számítási eljárás, a pontosabb eredményt szolgáltatató hosszadalmasabb és bonyolultabb matematikai módszerekhez képest, amely számítás során a fizikai tartalom nehezen követhető, míg a jó mérnöki számításokban ez mindig világos. A megengedhető egyszerűsítő közelítésekre példaként említhető, hogy a súrolódási erő kiszámításakor arányosságot tételezünk fel a pályanyomás és a pályaellenállás között, mert ezzel a számítás egyszerűbbé, áttekinthetőbbé és pontatlansága mellett is megbízhatóbbá válik a nehezen ellenőrizhető pontos eljárással szemben, amely még a hibaforrások számának növelésével is járhat. A mérnöki számítás pedig mindig a hibaforrások számát igyekszik csökkenteni.

Bonyolult számítások válnak feleslegessé azért is, hogy sok esetben a méretek körülményes kiszámítása helyett előre felvett méretek utólagos szilárdsági ellenőrzésére szorítkozunk. Az ellenőrző számítás menete rendszerint jóval egyszerűbb és áttekinthetőbb, mint az ismeretlen méretek kiszámítása, amelyeket végül is a szabványok megtartása érdekében amúgy is módosítanunk kell.

2. A mérnök nemcsak alkotásaiban, hanem *számításaiban is gazdaságosságra törekszik*. Nem számol a szükségesnél pontosabban. A megfelelő számítási pontosság megítéléséhez szükséges képesség már néhány számítás elvégzése után kezd kialakulni a mérnökben, és rájön, hol szükséges a legnagyobb pontosságra törekedni (pl. foggeometriai számításokban), és hol elegendő a mérsékelt pontosság. Így pl. a változó erők munkájának meghatározásához teljesen kielégítő a grafikus területmérés vagy planimetralás révén meghatározott „munkaterület”. A számbeli műveletek egyszerű számítóeszközökkel (logarléc, zsebszámológép) gyorsan elvégezhetőek. A mérnök az analitikai számítások menetét a szükséghez képest grafikus eljárásokkal, függvényábrákkal vagy műszerleolvasásokkal és egyéb mérési eredményekkel (pl. indikátordiagram) gyakran megbontja.

3. A matematikai számítások menetét az is jellemzi, hogy az algebrai egyenletekben vagy egyenletcsoportokban az ismert és ismeretlen mennyiségeket betűjelekkel kezdettől fogva megkülönböztetjük. A matematikus tehát egyenleteket old meg azért, hogy az ismeretlen mennyiségeket az ismertekkel fejezi ki.

A géptani számításokban a feltételek adottsága szerint az ismert és ismeretlen mennyiségek ismételt szerepet cserélnek, sőt gyakran az „ismert” mennyiségek sem egyértelműen meghatározott értékek, hanem matematikailag ki nem fejezhető feltételek és szempontok szerint vagy előírt korlátokon belül becsléssel választhatók, esetleg variálhatók. Ebből következik, hogy a mérnök számításai során a keresett mennyiségek megjelölésére nem használ megkülönböztető betűjeleket, és az eredményt nem vonja össze a matematika szabályai szerint rendezett végső alakra, hanem megelégszik közbenső eredményekkel is, ha azok az *áttekinthetőbbek, egyszerűbbek* és főként *rövidebbek*.

A kétféle gondolatmenet között mutatkozó formai különbséget a következő egyszerű példa szemlélteti:

Számítsuk ki hány kW teljesítményt visz át $n = 3,5 \text{ s}^{-1}$ fordulatszámnál a $d = 0,5 \text{ m}$ átmérőjű szíjtárcsára az a szíjhurok, amelynek ágaiban $F_1 = 5,9 \text{ kN}$, ill. $F_2 = 2,7 \text{ kN}$ a szíjhúzás.

a) A mérnök ezt a számítást így végzi el:

A kerületi erő

$$\Delta F = F_1 - F_2 = 5,9 \text{ kN} - 2,7 \text{ kN} = 3,2 \text{ kN}.$$

A kerületi sebesség

$$v = 0,5d\omega = 0,5d2\pi n = d\pi n = 0,5 \text{ m} \cdot \pi \cdot 3,5 \text{ s}^{-1} = 5,5 \text{ m/s}.$$

A teljesítmény

$$P = \Delta Fv = 3,2 \text{ kN} \cdot 5,5 \text{ ms}^{-1} = 17,6 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 17,6 \text{ kW}.$$

b) A matematikai megoldás:

$$P = (F_1 - F_2) d\pi n.$$

Nem mindig lehet, de rendszerint nem is kell minden számtani és algebrai műveletet a legvégső alakra hozni, mert bonyolultabb összefüggésnél nehezen ítéltető meg annak fizikai tartalma, és a részeredmények (mint a kerületi erő és a szíjsebesség) számértékei önmagukban is fontos jellemzői a gép üzemének. *A részeredmények ismerete azért is fontos* lehet, hogy már a számítás folyamán megítélhessük realitásukat (pl. hogy nem léptünk-e át valamilyen megengedhető értéket).

A műszaki számításoknál fontos, hogy azokat világos és *szabatos gondolatmenet* alapján végezzük. Ennek első lépése a feladat alapos, részletekbe menő átgondolása. Ezt a feladat lényegét tükröző egyszerű vázlatok — amelyekben a fontosabb jellemzőket (erők, sebességek vektorai, főbb méretek és adatok stb.) feltüntetjük — nagyban elősegítik. Nagy gondot kell fordítani *a számítások áttekinthetőségére*, és arra, hogy a megadott és felvett adatok, a rész- és főeredmények könnyen szembetűnjenek.

Alapvető szabály, hogy a számítást sohase kezdjük ismert matematikai „képletek” felírásával. Helyette magából *a definícióból induljunk ki*. Ennek matematikai leírása rendszerint egyszerű és könnyen ellenőrizhető feladat, ha a fizikai alaptörvény nyelvisztában vagyunk. A kezdők gyakran elkövetett hibája, hogy a megadott vagy felvett (választott) mennyiségek számértékét mindjárt az elvi összefüggések felírásakor behelyettesítik, sőt a képletben előforduló állandókkal meg is szorozzák, és csak ezután rendezik az egyenletet. Ez a rendszertelen és idő előtti behelyettesítés felesleges munkatöbblettel jár, az áttekintést és a számítás ellenőrzését megnehezíti, nem is szólva arról, hogy a már behelyettesített értékek megváltoztatása esetén alternatív megoldás kidolgozásakor vagy más üzemi állapot vizsgálatakor az egész számítást újból előlről kell kezdeni.

Ezért a számértékeket csak az elvi összefüggések tisztázása után helyettesítsük a betűjelekkel felírt összefüggésbe, éspedig úgy, hogy a számtani műveleteket először csak kijelöljük, és még a fejben is könnyen elvégezhető műveleteket és rövidítéseket se végezzük el. Az ily módon kijelölt műveleteket az egyszerűsítések áttekinthető végrehajtása után végezzük el.

4. A műszaki számítások egyik jellegzetessége az is, hogy nem abszolút számokkal, hanem mértékegységekkel kifejezett mennyiségekkel dolgozunk, amelyek *dimenzióinak* mindig *összhangban kell lennie az eredmény dimenziójával*. Ennek ellenőrzését nem szabad elmulasztani. Sok hibaforrás oka, ha a különböző mértékegységekben megadott adatokat megfelelő átszámítás nélkül helyettesítjük. Például a mm-ben megadott átmérőt nem írjuk át m-re, vagy a km/h sebességet nem m/s-ben helyettesítjük. Az alapösszefüggésnek e szempontból való ellenőrzése könnyen sikerül, ha mindig a fogalom meghatározásáig (definíciójáig) megyünk vissza. Példaképpen végezzük el az

$$M\omega = \rho q_v c \Delta T$$

összefüggés dimenzióik szempontjából való ellenőrzését. A felírt összefüggés megadja az M (m·N) nyomatékot kifejtő, ω (rad·s⁻¹) szögsebességgel forgó erőgép fékezésakor az erőgép teljesítményével azonos hőmennyiség hűtővízzel való elvezetéséhez szükséges q_v (m³·s⁻¹) térfogatáramot, adott ΔT (K) megengedhető hőmérséklet-növekedésnél. A képletben ρ a hűtővíz sűrűsége (kg/m³), c a víz fajhője (fajlagos hőkapacitása) (J·kg⁻¹·K⁻¹).

Először írjuk fel a dimenziókat külön-külön:

Az M nyomaték dimenziója: $\dim M = \dim F \cdot \dim l = LMT^{-2} \cdot L = L^2MT^{-2}$.
 A szögsebesség dimenziója: $\dim \omega = T^{-1}$. A kettő szorzata, azaz $\dim M\omega = L^2MT^{-3}$,
 ez a teljesítmény dimenziója. Az egyenlet jobb oldalának dimenziói: $\dim \rho = ML^{-3}$;
 $\dim q_V = L^3T^{-1}$; $\dim c = L^2T^{-2}\Theta^{-1}$; $\dim \Delta T = \Theta$.
 Ezekkel:

$$\frac{L^2M}{T^3} = \frac{M}{L^3} \cdot \frac{L^3}{T} \cdot \frac{L^2}{T^2\Theta} \cdot \Theta = \frac{L^2M}{T^3}.$$

Természetesen más gondolatmenettel is elvégezhető az ellenőrzés. Így pl. az erő F dimenziójának bevezetésével: $\dim M = FL$; $\dim \omega = T^{-1}$; $\dim c = FLM^{-1}\Theta^{-1}$; a többi mennyiségnél az előbbi dimenziókkal:

$$\frac{FL}{T} = \frac{M}{L^3} \cdot \frac{M^3}{T} \cdot \frac{FL}{M\Theta} \Theta = \frac{FL}{T}.$$

Az előzőkön kívül még számos példát lehetne felsorolni annak igazolására, hogy a műszaki számítások használhatóságát elsősorban az egyszerű összefüggések *szabatos* alkalmazása és a számítások *megbízható* és *lelkiismeretes végrehajtása* biztosítja. Csak erre a megingathatalan alapra építve lehet és kell a szükségletekhez képest továbbfejleszteni számításainkat a legbonyolultabb analitikai összefüggések és tudományos elméletek felhasználásával.

Ezt a biztos alapot csak az alapvető mérnöki számítások elmélyült és alapos begyakorlásával lehet megszerezni. Ezt a munkát mindenkinek önállóan, önmagának kell elvégeznie.

1.2. A GÉPEK

1.2.1. A gép fogalma

A kultúra fejlődésének anyagi feltételei vannak. Az ember életszükségeiről való gondoskodás az anyagi alapja minden szellemi haladásnak is [1.1]. Az emberiség életkörülményeit szerszámok és gépek használata révén tudta lényegesen megjavítani [1.2]. Ezek tették lehetővé, hogy az életszükségletek fedezésére, a létfenntartásra egyre kevesebb időt fordítson. Így jutott egyre több idő a kultúra fejlesztésére. Az emberi kultúra továbbfejlődésének lehetőségeit a technikai fejlődés teremtette meg.

Az emberiség sokrétű szükségletének kielégítésére a természet nyújtotta anyagok és természeti erők ősállapotukban többnyire nem alkalmasak. Szükség van kitermelésükre, továbbszállításukra, feldolgozásukra (átalakításukra), raktározásukra és szétosztásukra.

Ez az első pillantásra áttekinthetetlenül változatosnak tűnő feladatcsoport nagy általánosságban két részre osztható, ún. **anyaggazdálkodásra** és **energiagazdálkodásra**. Műszaki vonatkozásban pedig mindkét feladatkörnek kétféle eleme van, az **alakváltoztatás** és a **helyváltoztatás**.

Elsőrendű életszükségeink egyikét, az élelmiszert a termelés helyétől a fogyasztásig megtett hosszú útján végigkísérve, megfigyelhetjük az anyag sorozatos átalakulását a kezdeti (nyers) állapottól a fogyasztásra alkalmas alakjáig. Ugyancsak figyelemmel kísérhető az is, hogy a helyváltoztatás hányféle fajtájára van szükség feldol-

gozás közben, míg a termék eljut a fogyasztóig. A műszaki feladat e kettőssége figyelhető meg az energiagazdálkodás terén is. Az energia „termelése” valójában valamely természeti erő (energia) átalakítása. Az energiaátvitel (helytelenül erőátvitel) viszont helyváltoztatás.

Az anyagok és energiák e sorozatos átalakulásával és helyváltoztatásával kapcsolatos feladatok tervszerű elvégzésére a természettudományra (fizika, kémia), ill. azok elméleti és kísérleti eredményeire támaszkodó *műszaki (technikai) tudományok* tanítanak.

A műszaki tudományok közé kell sorolnunk azokat a szorosan vett termeléssel ellentétes feladatokat is, amelyek a *természeti erők rombolója munkájának* (tűzvész, árvíz, szélvihar, villám- és más elemi csapások) *megelőzésére és elhárítására* irányulnak (tűzvédelem, árvízvédelem, villámvédelem stb.). Az előbbi esetekben a természeti erők hasznosítása helyett „megfékezésük” a cél. Hasonló (a termeléssel ellentétes) feladatokat lát el a *környezetvédelem*, amely a természetet védi a természetes környezetet károsító emberi tevékenységekkel szemben. Az előbbieket azt is példázzák, hogy a *technikának az élet minden területén jelentős szerepe van*.

A vázolt műszaki feladatok elvégzésében legfontosabb szerepe a **mechanikai munkának** van. Ennek eszköze a **gép**.

Gépnek nevezhető eszközt minden mechanikai elven működő eszköz (berendezés), amely az anyag vagy energia alakjának vagy helyzetének tervszerű megváltoztatására alkalmas. A gép fogalma az idők folyamán bővült és általánosodott. Például a fizikában az egy- és kétkarú emelőt, csigát (csigasorokat), lejtőt, éket, csavart stb. **egyszerű gépeknek** nevezik. A gép elnevezést azonban más értelemben is használják. Gépnek nevezik a különféle mechanizmusokat és egyéb szerkezeteket is (pl. számológép, vetítógép, írógép stb.), amelyek egyes műveletek gépi elvégzését teszik lehetővé.

A gépek alakja, szerkezete és rendeltetése annyira változatos, hogy mai fejlettségük mellett valamennyi gépfajta részletes megismerése az emberi elme befogadóképességét túlhaladja. *A géptan* ezért csak a fontosabb (alapvető) gépfajták működési elveinek ismertetésére szorítkozhat. *A gépészmérnök* működési köre szintén csak a gépek szűkebb csoportjaira korlátozódik. Egyes gépfajták szerkezetére és üzemére vonatkozó tudományos elvek a fejlődés során önálló tudományággá tagozódtak (termodinamika, elektrotechnika, hidro- és aerodinamika stb.).

A gépek áttekintését megkönnyíti osztályozásuk még akkor is, ha az egyes gépcsoportok között éles határok nem vonhatók. Az osztályozás, ill. a csoportosítás sokféle lehet.

1.2.2. A gépek csoportosítása rendeltetésük szerint

A gépek az általuk kielégített *életszükségletek és kultúrigények* szerint csoportosíthatók. Jóllehet ez a csoportosítás géptani vonatkozásban nem adhat áttekinthető képet, mégis ez a legfontosabb szempont, mert rávilágít a gép végső és igazi rendeltetésére, amely a technikai haladás lázas ütemében sokszor feledésbe megy. *Csak annak a gépnek van létjogosultsága, amelyik munkájával az emberiség haladását, boldogulását és kényelmét szolgálja.* Az életszínvonal emelése, a társadalmi haladás előmozdítása, vagyis röviden *az ember szolgálata* ad szociális tartalmat a mérnöki alkotó munkának is. Végső fokon ez a belső tartalom lehet értékmérője minden műszaki alkotásnak. Csak a szociális követelmények kielégítése után kerülhet sor az üzem gazdaságosságának és az üzemi szervezet tökéletességének fokozására irányuló fontos feladatokra is.

Az ember szemszögéből a gépek annyi csoportba sorolhatók, ahány foglalkozási

ágnak (elsősorban iparágnak) a szolgálatában állnak. Minthogy ma már nemcsak az ipar, hanem a mezőgazdaság, a kereskedelem, a tudomány és a művészet is rászorul a gépek munkájára, az emberi szempontok szerint osztályozva a gépcsoportokat, áttekinthetetlen sokaságukhoz jutnánk. Ezek felsorolása helyett a következő vázlatos és nagyon hézagos összeállításra kell szorítkoznunk, amely az egyes gépek helyett a műszaki feladatokat csoportosítja a fontosabb életszükségletek szerint.

1. Az **élelmezéssel** kapcsolatos műszaki feladatok közül elsősorban a mezőgazdasági és az élelmezési iparok érdemelnek említést, amelyek a gépek és gépi berendezések egész sorát foglalkoztatják. A mezőgazdasági gépek a talajműveléstől kezdve a cséplésig, ill. terménybetakarításig mindenfajta munkát elvégeznek, beleértve a közbelső munkákat is, mint pl. a műtrágyázás, a gyomtalanítás, a növényápolás (pl. a permetezés). A gabonatarházak, hűtőházak, aszaló- és szárítóberendezések, a konzervgyárak és a tejfeldolgozó üzemek az élelmiszerek épségben tartásáról gondoskodnak. A mezőgazdasággal kapcsolatban kell megemlíteni a talajjavítás és öntözés feladatsorozatát, ill. annak gépeit. Az élelmezési iparok közül a malomipart, cukorgyárat, kenyérgyárat, sörgyárat, húsfeldolgozó üzemeket kell megemlíteni.

2. **Ruházatunk** anyagait a fonó- és a szövőipar, valamint a bőripar dolgozza fel. A konfekcióipar gondoskodik a ruházati termékek előállításáról. Megemlítendő még a különféle műanyagok (műszálak) gyártásának és feldolgozásának feladatai és gépei.

3. **Lakásunk** (házunk) építésével, előállításával kapcsolatos műszaki feladatok építészeti problémák ugyan, de az építőipar minden vonalon rászorul a gépek munkájára. A kőbányák, téglagyárak, cementgyárak, felvonógyárak és házgyárak gépei mellett a vas- és fémipari gépek (zárak, kilincsek, fűtőtestek stb.), faipari üzemek, festék- és üvegyárak gépi berendezései érdemelnek említést. A kotró-, cölöpverő gépek, betonkeverők és betonszivattyúk, valamint a szállítóberendezések az építési munka megkönnyítésére hivatottak.

4. **Védelmet** nyújtanak a természeti erők rombolásai ellen azok a műszaki alkotások, amelyek az árvizet, a villámcsapást és a tűzvészt elhárítják. A mérnököt a gátépítés, a mederrendezés, lecsapolás feladataiban a gépek munkája támogatja. Ide tartoznak a járványokat megelőző közegészségügyi berendezések, a vízellátás, csatornázás műszaki feladatai, végül pedig az országot védő harcászati gépek.

5. **Háztartásunk** szükségleteit szemügyre véve, lépten-nyomon a gépek termékeivel találkozunk. A bútorgyárak, konyhafelszerelési és háztartási cikkeket előállító üzemek mellett a lámpa- és gyufagyárak érdemelnek említést. A villamos energia tárhódításával a világítás, fűtés és főzés is műszaki feladattá vált. Ugyanígy a gázgyártás és gázelosztás. A központi fűtőberendezések és a közművekké fejlődött villamos művek szerepére kell itt rámutatni.

6. A **közlekedés** útvonalainak létesítésére irányuló út-, vasút, híd- és vízépítési feladatok mellett a személy- és áruforgalom biztos és gyors lebonyolítására alkalmas közlekedési eszközök jelentősége közismert. A vasút, hajó, gépkocsi és repülőgép nemcsak a gazdasági fejlődés ütemét gyorsította meg, hanem — mint legnagyobb energiafogyasztó — az energiagazdálkodást is új feladatok elé állította.

7. A **hírszolgálat** lebonyolítására hivatott posta távíró- és távbeszélő-intézmény szintén hatalmas országos szervezetté fejlődött, amelynek új műszaki alkotások biztosítanak lendületes fejlődést napjainkban is. A hírszolgálat fontos szerve a sajtó. Ennek eszköze a nyomdaipar. A könyvnyomtatás jelentősége az emberi kultúra fenntartása és terjesztése terén közismert. Ezzel kapcsolatban a papírgyárakra, a nyomdaipari berendezéseket előállító üzemekre, írógépgyárakra stb. kell utalni. Itt kell megemlíteni korunknak azokat a naggyá fejlődött iparágait, amelyek a filmmel, a rádióval, ill. a televízióval kapcsolatosak.

8. **Egyéb életszükségletek és kultúrigények** felsorolása helyett csak példaképpen utalunk a művészetek, a sportok és játékok eszközeinek előállítására hivatott iparágak és üzemek gépi berendezéseire.

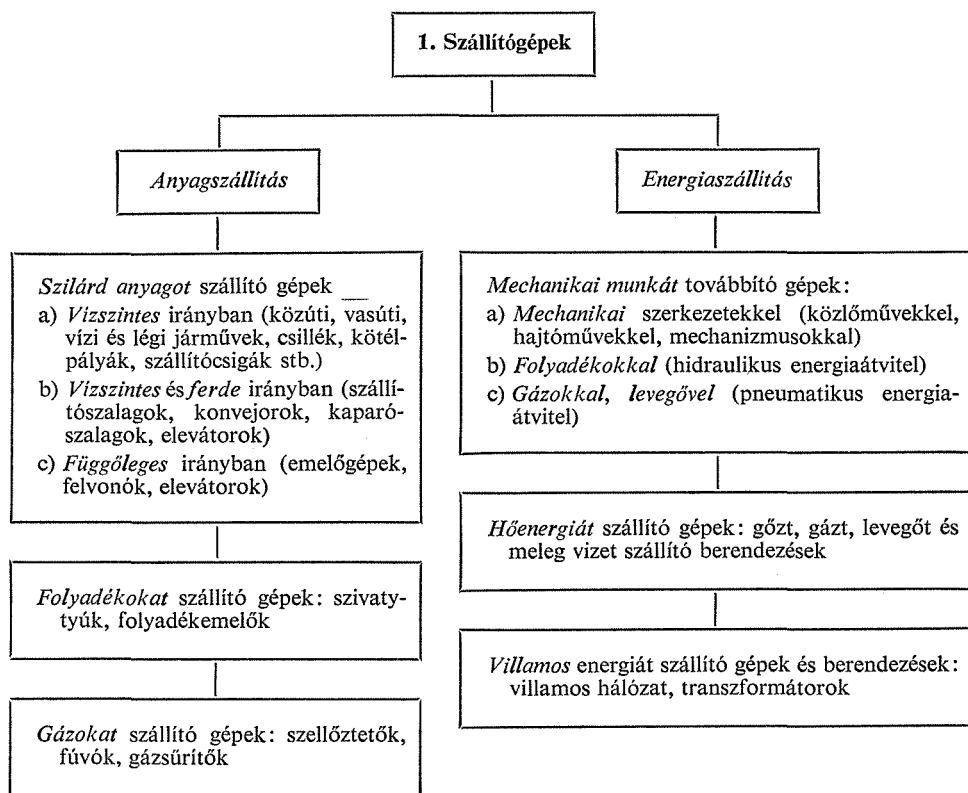
9. **Közvetett szükségletek** címen sorolhatók fel végül azok a nyers- és félkész anyagok és termékek, amelyek az életszükségletek kielégítésére közvetlenül nem alkalmasak, de kielégítésükhöz szükségesek. A bányászat, a kohók, az erdészet, a vegyipar termékei sorolhatók ebbe a csoportba, de ide tartozik a mezőgazdasági termények egy része is.

Különleges és jórészt közvetett fogyasztási cikk az *energia* is, amelynek termelése és szétosztása a korszerű műszaki feladatok élcsoportjába emelkedett. Ebbe a csoportba kell sorolni végül a *munkaeszközöket*, magukat a gépeket is, továbbá a szerszámokat.

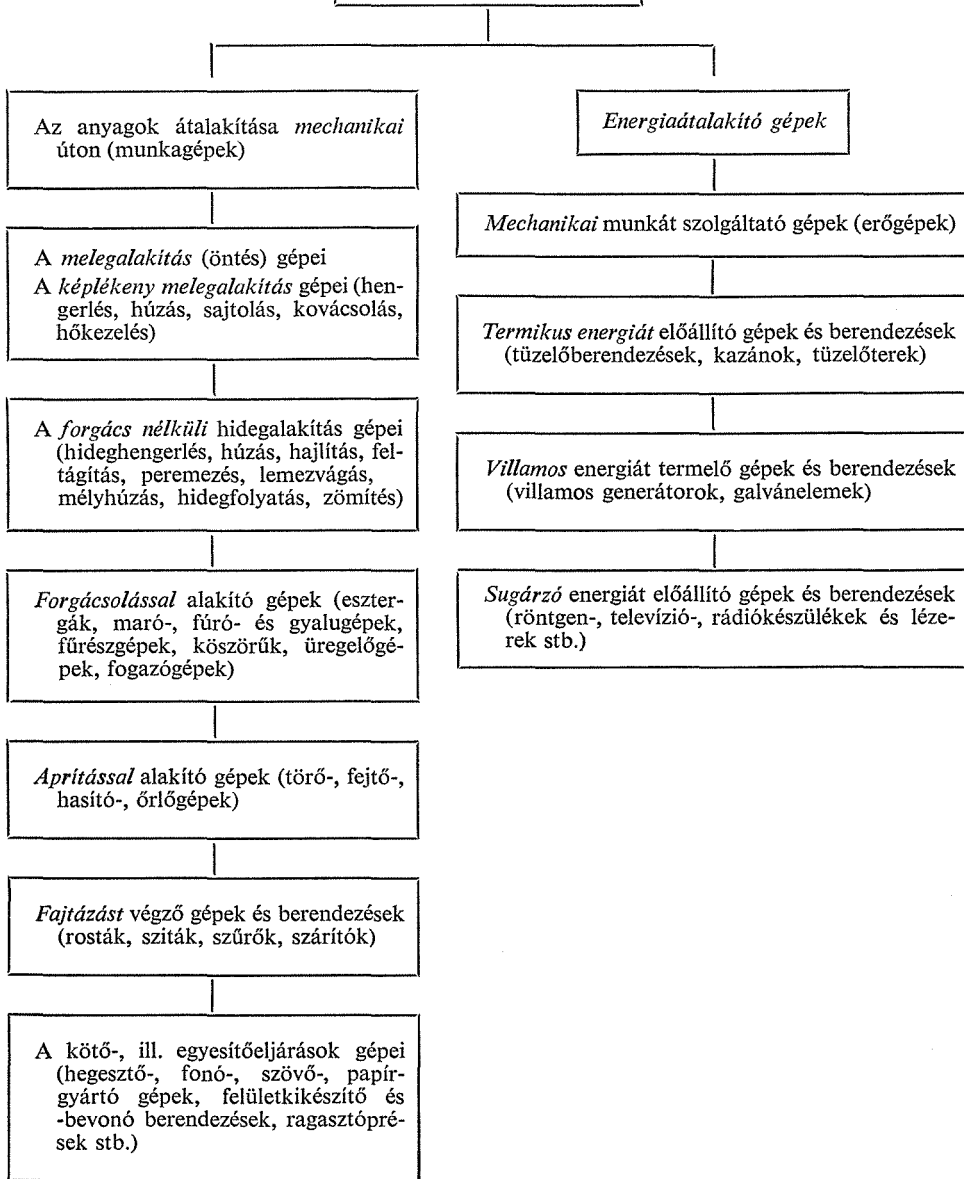
A gép munkájának az emberi élet igényeihez igazodó csoportosításából az derül ki, hogy a műszaki munka, és a gépek milyen szoros kapcsolatban vannak mindennapi életünkkel, de a gépfajták *minőségi* különbségeiről tájékoztatást ily módon nem kaphatunk.

1.2.3. A gépek csoportosítása feladatuk szerint

A gép feladatköreiről már jobb áttekintést kapunk, ha azokat a következőképpen csoportosítjuk:



2. Az anyagok és energiák alakját átalakító gépek



1.2.4. A gépek csoportosítása erőforrás szerint

A gépek két nagy csoportba sorolhatók aszerint, hogy azokat emberi vagy állati izomerő vagy a *természet energiáit* hasznosító, ún. erőgép hatja-e.

A kézi és lábhajtású gép a dolgozót nem mentesíti a fizikai erő kifejtés fáradalmaitól, csupán megkönnyíti munkáját. Ezzel szemben *az erőgép helyettesíti az izomerőt*. A dolgozót mentesíti az erőfeszítéstől, akinek szerepe ezzel magasabb rendűvé válik, mert a fizikai munkát a gép végzi el helyette. Feladata a munka irányítása (a gép kormányzása, vezérlése), amit így kisebb erőfeszítéssel, nagyobb figyelemmel, ennél fogva tökéletesebben végezhet el. Teljesítőképesége megsokszorozódik.

Az erőgépek *a hasznosított energia minősége* (fajtája) szerint a következő csoportokba sorolhatók:

1. **Víz erőgépek**, amelyek a cseppfolyós folyadékok helyzeti vagy mozgási energiáját hasznosítják, mechanikai munkává alakítják át. Ezek a *vízkerékek* és a *víz-turbinák*, hidromotorok stb. különböző fajtái.

2. **Szél erőgépek**, amelyek az áramló levegő energiáját hasznosítják *szélkerékek*, *szélmotorok* révén.

3. **Hő erőgépek**, amelyek az energiát hordozó szilárd, folyékony vagy gáznemű közegek, mint a lignit, szén, fa, nyersolaj és párlatai, a földgáz, kohógáz elégetésével, vagy az atommagok energiájának felszabadításával közvetítő közeg (gőz, gáz, levegő) révén alakítják át a termikus energiát mechanikai munkává. Ide tartoznak a gőzgépek, gőzturbinák, gázturbinák, belsőégésű motorok és léggépek.

A tüzelőanyag *elégetésének módja* szerint különböző csoportba sorolhatók azok a gépek, amelyek közvetítő közeget kazán alatti rostélyon elégetett tüzelőanyaggal hevítik fel. Ezek a *külsőégésű* gépek, megkülönböztetésül az ún. *belsőégésű* motoroktól, amelyeknél a tüzelőanyag a gépben ég el (benzin-, nyersolaj-, gázmotorok, gázturbina).

Tágabb értelemben a termikus energia átvitelére és hasznosítására alkalmazott csővezetékek és fűtőberendezések is ide sorolhatók.

4. **Villamos gépek**, amelyek a villamos energia termelésére, szétosztására és hasznosítására alkalmasak. (A géptannak ez a fejezete, az elektrotechnika ma már külön tudományágáá fejlődött.)

1.2.5. A gépek csoportosítása szerkezetük szerint. A gépelemek

Az előbbi csoportosítások egyike sem ad egységes és áttekinthető képet a gépek szerkezetéről, mert ugyanannak a feladatnak elvégzésére a legváltozatosabb, egymástól eltérő szerkezeti megoldások alkalmasak. Így pl. a folyadékok emelésére vagy azok energiátartalmának növelésére alkalmas szivattyúk szerkezete nagyon különböző lehet (örvényszivattyúk, dugattyús szivattyúk, fogaskerék-szivattyúk, csavar-szivattyúk stb. különböző fajtái). Ugyanaz a szerkezet különféle feladatok elvégzésére is alkalmas lehet, pl. a dugattyús szivattyú mint adagolószivattyú, vagy a vízsugár-szivattyú mint keverőszerkezet stb.

Szerkezettani szempontból jobb áttekintést kapunk, ha nem az egész gépet, hanem annak szerkezeti részeit, az ún. **gépelemeket** vesszük szemügyre, és ezeket osztályozzuk rendeltetésük szerint. A fontosabb **gépelemcsoportok** a következők:

1. **Kötőelemek:** csavarok, ékek, reteszek, szegek, szegecsek, csapszegek. Rendeltetésük a géprészek összekapcsolása.

2. **Csővek, csőidomok, zárószervezetek:** gőzök, gázok és folyadékok továbbítá-

sára, azok áramának szabályozására, elzárására szolgáló gépelemek (szelepek, tolózárok, csapok stb.).

3. **Hengerek, dugattyúk:** folyadék- és gőz-gáz energia átalakítására, szállítására alkalmas gépelemek.

4. **Forgatás hajtóművek,** mechanizmusok, egyenesbe vezető szerkezetek. E gépelemek a lengő mozgást forgó mozgássá, ill. a forgó mozgást lengő mozgássá alakítják át. Ilyenek a forgattyú, hajtórúd, csatlórúd, keresztfej, bütykös- és körhagytárcsa.

5. **Tengelyek, csapágyak:** a mechanikai munkát forgó mozgás alakjában átvivő gépelemek.

6. **Tengelykapcsolók:** tengelyek végleges vagy időszakos összekapcsolását végző gépelemek.

7. **Fékek, kilincsművek, szabadonfutók:** a forgó mozgást egyik vagy mindkét irányban megakasztó szerkezetek. A fékek a forgó mozgás szabályozására is alkalmasak.

8. **Súrlódókerék, fogaskerék és csigahajtás:** a fordulatszám módosítására alkalmas gépelemek a tengelyek közötti súrlódó vagy kényszerkapcsolat útján.

9. **Szj-, kötél- és lánchajtás:** korongokon (fogaskerekeken) átvett végtelenített vonóelemek, amelyek a mechanikai munkát egyik tengelyről a másikra viszik át rendszerint fordulatszám-módosítással.

10. **A gép járásának egyenletességét biztosító gépelemek:** lendítőkerekek, kiegyensúlyozó- és csillapítóömegek, szabályozók (regulátorok).

Az előbbi felsorolás csupán példaszzerű, és ezért nem teljes. A gépelemek közé tartoznak az *alapperetek, tömítések, rugók*. Ezenkívül az egyes gépfajták különleges gépelemei, mint *a szivattyúk és a turbinák járókerekei, vezetőkerekei, a szerszámgépek szánjai, asztalai, szerszámbefogó szerkezetei, daruk felfüggesztő szerkezetei (horog, markoló)* stb.

1.2.6. A gépek csoportosítása a mechanikai munka alapján

A szorosabb értelemben vett gép üzemé mechanikai munka végzésével kapcsolatos. A mechanikai munka szempontjából jutunk a megszokásosabb csoportosításhoz, amely szerint a gép *erőgép, közlőmű* vagy *munkagép* (megmunkálógép) lehet.

1. Az **erőgépek** csoportjába soroljuk *a mechanikai munkát adó gépeket*. E gépekben alakul át a természet nyújtotta energia mechanikai munkává (vö. az 1.2.4. ponttal).

2. A **közlőművek** (transzmissziók) az erőgép szolgáltatata mechanikai *munkát továbbítják*, vagyis átviszik (szétosztják).

3. A **munkagépek** a közlőmű útján „bevezetett” mechanikai *munkát hasznosítják* a gép rendeltetésszerű feladatának elvégzésére (v.ö. az 1.2.3. ponttal). Ebbe a csoportba tartoznak tehát nemcsak az anyagok megmunkálását végző gépek (szerszámgépek), hanem az anyagszállító gépek is, beleértve a szivattyúkat, légsűrítőket. Ide sorolhatók a villamos generátorok is.

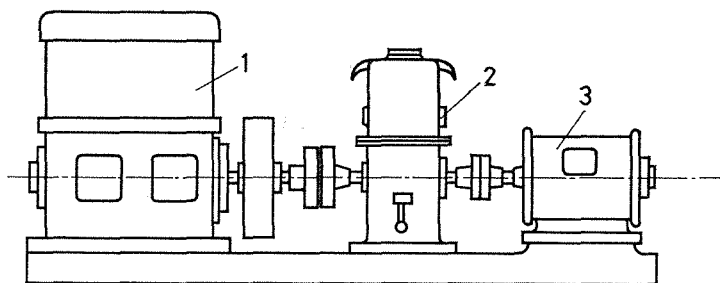
Ebből a csoportosításból kitűnik a három gépfajta egymásra utaltsága is. A feladat elvégzésére hivatott munkagép üzembe állításához szükséges mechanikai munkát az erőgép szolgáltatja, amit a közlőmű juttat el a munkagéphez. A munkagépet az erőgéppel a közlőmű kapcsolja össze egy teljes egységgé, az ún. **gépcsoporttá**.

Külön hajtású gépcsoportot szemléltet az 1.1. ábra; kéthengeres benzinmotor hajt villamos generátort. Az erőgépet közlőmű (fordulatszám-módosító fogaskerék-

hajtómű) kapcsolja össze a villamos generátorral. Az erőgép egyetlen munkagépet hajt (külön hajtás). A közlőmű egyetlen feladata a munkaátvitel.

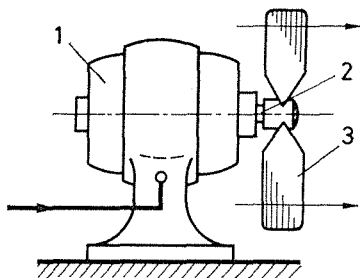
Egyes esetekben a munkagép és az erőgép olyan szervesen építhető össze, hogy a gépcsoport egy szerkezeti egységgé válik. Az 1.2. ábra asztali szellőztetőt tüntet fel, amelynek erőgépe a villamos motor, munkagépe a levegőt szállító szárnylapát, a közlőmű pedig egyetlen tengelydarab. Ilyen megoldásokat szivattyúknál is alkalmaznak (fűtővíz-keringtető szivattyúk, zsompszivattyúk, búvárszivattyúk).

A külön hajtás csak a villamosenergia-átvitel térhódítása óta valósítható meg gazdaságosan, mert az azelőtt használatos erőgépek (pl. a gőzgép) kis teljesítményű egységei drágák voltak, és rendkívül nagy üzemanyag-pazarlással dolgoztak [1.4].



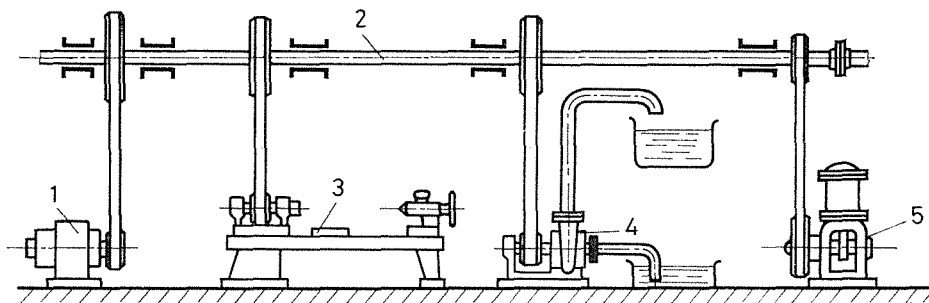
1.1. ábra. Külön hajtású gépcsoport

1 erőgép (benzínmotor); 2 közlőmű (fogaskerék-hajtómű); 3 munkagép (villamos generátor)



1.2. ábra. Egy szerkezeti egységgé alakított gépcsoport

(asztali szellőztető erőgépe, közlőműve és munkagépe egybeépített)



1.3. ábra. Közös hajtású gépcsoport (csoporthajtás)

1 erőgép; 2 közlőmű; 3, 4, 5 munkagép (eszterga, szivattyú, légsűrítő)

Az üzem gazdaságosságának növelése érdekében tehát egy műhelynek (sőt rendszerint egy egész gyárnak) valamennyi munkagépet egyetlen erőgéppel kellett hajtani. A közlőműre hárult ilyenkor az erőgépben központosítva termelt mechanikai munka szétosztása is az egyes munkagépek között. (Közös hajtású gépcsoport, ún. csoporthajtás, l. az 1.3. ábrát).

1.2.7. Az „élőmotor” mint erőgép

A gépcsoport különleges változata az emberi vagy állati izomerővel hajtott gép. Ebben az esetben az erőgép szerepét maga az emberi vagy állati test, az „élőmotor” veszi át, amely szintén csak energiafogyasztás árán tud mechanikai munkát szolgáltatni. Munkavégzése az élő szervezetben felhalmozott energiakészletet apasztja; ezt táplálkozással kell pótolni.

Az „élőmotort” a munkagéppel szintén közlőmű kapcsolja össze. E közlőművek alakja olyan legyen, hogy a munka minél kisebb kifáradással járjon. (Kézi hajtásnál a test magasságában elhelyezett és helyesen méretezett kézi forgattyú vagy kézilánc; lábajtásnál erőltetett testtartás nélkül lengő mozgásban tartott lábitó stb.) Az „élőmotor” munkájának átvitelére alkalmas közlőművek a kiszolgáló gépelemek, amelyeknek helyes kialakítása ma már élettani kísérletekkel is ellenőrizhető (vö. Atzler orvos élettani laboratóriumi méréseivel).

Atzler kilélegzési kísérletei szerint a kéziforgattyú legkedvezőbb karhosszúsága (sugara) $k = 300$ mm, fordulatszáma pedig $n = 33 \dots 29 \text{ min}^{-1}$. Ezzel szemben a múltban $k = 400$ mm-es karhosszúság és $n = 20 \text{ min}^{-1}$ fordulatszám választása volt szokásos.

Huzamosabb ideig tartó munkánál a férfimunkás teljesítménye kb. $0,07 \dots 0,08$ kW. *70-80 W*

Az állati izomerő kiszolgáló gépeleme a járgány. Az állati munkát rendszerint vontatómunkaként hasznosítják (fogatos vontatás). Az igás állat közlőműve a befogó-vagy vonószerkezet.

A ló vontatóteljesítménye (az állat súlyától függően) $0,45 \dots 0,72$ kW.

1.2.8. A tágabb értelemben vett gépek csoportosítása

A szűkebb értelemben vett gép jellemzője a mechanikai munka. Ebben a klaszikus értelmezésben csak a mechanikai elven működő szerkezetet vagy eszközt nevezünk gépnek. A mechanikai munka alapján szokásos csoportosítás is erre a szorosabb értelemben vett gépre vonatkozik.

Ha azonban figyelembe vesszük, hogy nemcsak az anyagokat, hanem a természet nyújtotta energiákat is hasznosítjuk, és pedig nemcsak mechanikai munka alakjában, akkor ez a felismerés a gép fogalmának a kiterjesztésére vezet oly értelemben, hogy a mechanikai munka mellett más (hasznosítható) energiák szerepét is figyelemre méltatjuk.

Különösen a villamosenergia-átvitel elterjedése óta szokás pl. villamos munkáról is beszélni. Ha tehát ezt választjuk a gépek csoportosításának alapjául akkor a szokásos hármas tagozódás szerint:

- erőgép a villamos energiát termelő generátor;
- közlőmű a villamos energiát átvivő és szétosztó vezetékhalózat;
- munkagép a villamos energiát hasznosító gép, szerkezet és készülék.

Ebben az értelemben tehát nemcsak az anyag feldolgozására és szállítására alkalmas eszközöket nevezzük gépeknek, hanem minden olyan készüléket, és berendezést is, amely villamosenergia-fogyasztás árán életszükségleteinket kielégíti vagy kényelmünket szolgálja. Ilyen pl. a villamos *fűtőtest*, *izzólámpa*, de ebben az értelemben „munkagép” a *villamos motor* is.

Egész általánosságban tehát az energiaszolgáltatás szempontjából hármas csoportosítás így általánosítható:

- a) **energiát termelő** (szolgáltató) gépek és készülékek,
- b) **energiát átvivő** és szétosztó közlőművek,
- c) **energiát fogyasztó** (hasznosító) gépek és berendezések.

A csoportosítás elvben bármelyik energiafajta alapulvételével lehetséges. Így tehát egyaránt választható a cseppfolyós vagy légnemű folyadék mechanikai munkaképessége (víznyomásos vagy légnyomásos munkaátvitel); továbbá a hőenergia (fűtőberendezés) vagy a villamos energia (villamosmunka-átvitel), sőt szóba kerülhet valamely sugárzó energia alapulvétele is (vezeték nélküli munkaátvitel).

1.2.9. A gépészmérnök munkaköre

A különböző szempontok szerint csoportosított gépek rendkívül változatos sokaságából már fogalmat alkothatunk a gépészmérnök feladatainak sokrétűségéről. De még akkor is, ha a feladatokat a gépeknek egy kisebb csoportjára vagy akár egyetlen fajtájára korlátozzuk, a munkakör további tagozódására van szükség [1.3].

Ha ugyanis a gépészmérnök szerepét az építészmérnök, híd- vagy vasútépítő mérnök tevékenységével hasonlítjuk össze, akkor arra a következtetésre jutunk, hogy az utóbbiaknál a mérnöki feladat az épület, híd vagy vasút tervezésével és megépítésével befejeződött. Ezzel szemben a *gépészmérnök alkotása: a gép – mint befejezett mű – az ipari termelésnek a legfontosabb eszköze, amelynek üzemét ismét csak a gépészmérnök tudja helyesen és gazdaságosan irányítani.*

Vannak természetesen a gépek között is olyanok, amelyek éppúgy használatba adhatók, akár az épület, mert üzemben tartásukhoz különös szakértelemre nincs szükség. (Ilyenek pl. a varrógépek, a háztartási gépek, a szellőztetőgépek, a kútszivattyúk, az egyszerűbb emelőgépek). Ezzel szemben azonban az ipari termelés nagymértékű központosítása, valamint a közlőművek mai méretei következtében a *gépegységek és gépcsoportok üzemvitele* annyira bonyolulttá vált, hogy annak céltudatos és gazdaságos vezetése ma már legalább olyan *sokoldalú géptani tudást követel*, mint a gépszerkesztés.

A gyártás vezetésén kívül a gépek energiafogyasztásának és energiaszolgáltatásának okszerű irányítása is gépészmérnöki feladat. Az országos **energiagazdálkodásban** eszerint a vezetőszerop szintén a gépészmérnököt illeti meg.

E vázlatos áttekintésből is kitűnik a gépészmérnöki hivatás munkaköreinek következő kettős tagozódása:

- a gépszerkezettani feladatok a *gép elkészítésével*,
- az üzemtani feladatok pedig a *gép munkájával* kapcsolatosak.

Mindkét feladatcsoport azután tovább tagozódik a következők szerint.

I. A gép elkészítésével kapcsolatos építési feladatok:

1. A gép szerkesztése.

(Tervezés, szerkesztés, szabványosítás, szabadalmazás.)

2. Gépgyártás.

(Gyártási eljárások kidolgozása, gyári berendezések tervezése, üzemek szervezése. A gyártással kapcsolatos üzemi feladatok a II. csoportba tartoznak.)

3. A gépek műszaki vizsgálata.

(Próbatermi mérnöki feladatok. Mérőberendezések és műszerek tervezése.)

4. A gépek forgalomba hozatala és üzembe helyezése.

(Kereskedelmi mérnöki feladatok, átvételi kísérletek, iparvédelmi, iparpolitikai, vámvédelmi feladatok.)

5. A gépek csoportosítása.

(Üzemek, közlőművek, ipartelepek tervezése, építése és üzembe helyezése.)

II. A gép üzemével kapcsolatos igazgatási feladatok:

1. Az anyagok kitermelésének és feldolgozásának irányítása.

2. Anyagszállítás.

(Egy telep határára belül az őstermelés és a gyáripari termelés szolgálatában. Mint közlekedési feladat vasúti, közúti, vízi és légi személy- és teherforgalom megszervezése és irányítása.)

3. Energiagazdálkodás.

(Az energia termelése, szétosztása és energiaszolgáltató berendezések üzemvitele és üzletvitele.)

4. Gépek és üzemek fenntartása.

(Karbantartás, javítás, bővítés és korszerűsítés. Mint építési feladat részben az I. csoportba tartozik.)

5. Üzemtudományi feladatok.

(Munkaszervezés, az emberi munkaerővel való gazdálkodás, munkásjóléti feladatok, iparfelügyelet stb.)

Ebből a nagyvonalú és sok helyütt hézagos csoportosításból is kiténik a gépészmérnöki hivatás sokoldalúsága. De megállapítható az is, hogy a *szerkesztő mérnöki* és az *üzemmérnöki* munkakörök között éles határ nem vonható.

Jól és gazdaságosan működő és az üzem természetéhez igazodó gépet csak olyan szerkesztő mérnökötől várhatunk, aki egyfelől a gyártás menetét tökéletesen ismeri, másfelől a kivitelre váró berendezés üzemi követelményeivel is teljesen tisztában van. A jó üzemmérnökötől viszont meg kell követelni, hogy a gépi berendezések szerkezetét és működési elvét is ismerje, mert a gép üzemi jellemzőinek (teljesítőképesség, túlterhelhetőség, hatásfok, egyenlőtlenégi fok, élettartam stb.) helyes megítélése szerkezettani tudás nélkül nem lehetséges.

Végül itt is utalni kell a mérnöki alkotómunka végső rendeltetésére (vö. az 1.2.2. ponttal), amely a gépészmérnöki hivatást is a legmagasabb színvonalra emeli.

Ha arra gondolunk, hogy az emberiség a gépben oly hatalmas termelési eszköz-höz jutott, amely az ipari termelést egy rövid évszázad alatt gyökeresen átalakította és a fejlődés szédítő magaslátára emelte, akkor jogosan kérdezhetjük azt is, vajon e fejlődést ugyanolyan ütemben követte-e a közjólét emelkedése is? Az emberi közösség boldogulásának és haladásának szemszögéből meg kell látnunk a *technikai fejlődés árnyoldalait is*, amelyek osztályellentétekben jelentkeztek, és a nyomorba döntött munkásrétegek osztályharcában csúcsosodtak ki. Napjainkban másik nagy probléma a környezeti ártalom.

A gépészmérnök felelőssége alkotásainak társadalmi kihatására is kiterjed, de a felelősséget csak akkor vállalhatja, ha a *termelés irányításában és vezetésében* is részt vehet.

Ugyanakkor azonban a mérnökönevelésnek is át kell lépnie azokat a szűk kereteket, amelyek a szaktudás számonkérésére szorítkoznak.

A gépészmérnöki hivatás felelősségteljes gyakorlásához az alapos szaktudáson felül széles látókörre, erkölcsi érzékkel párosult jellemerőre és felelősségtudásra van szükség.

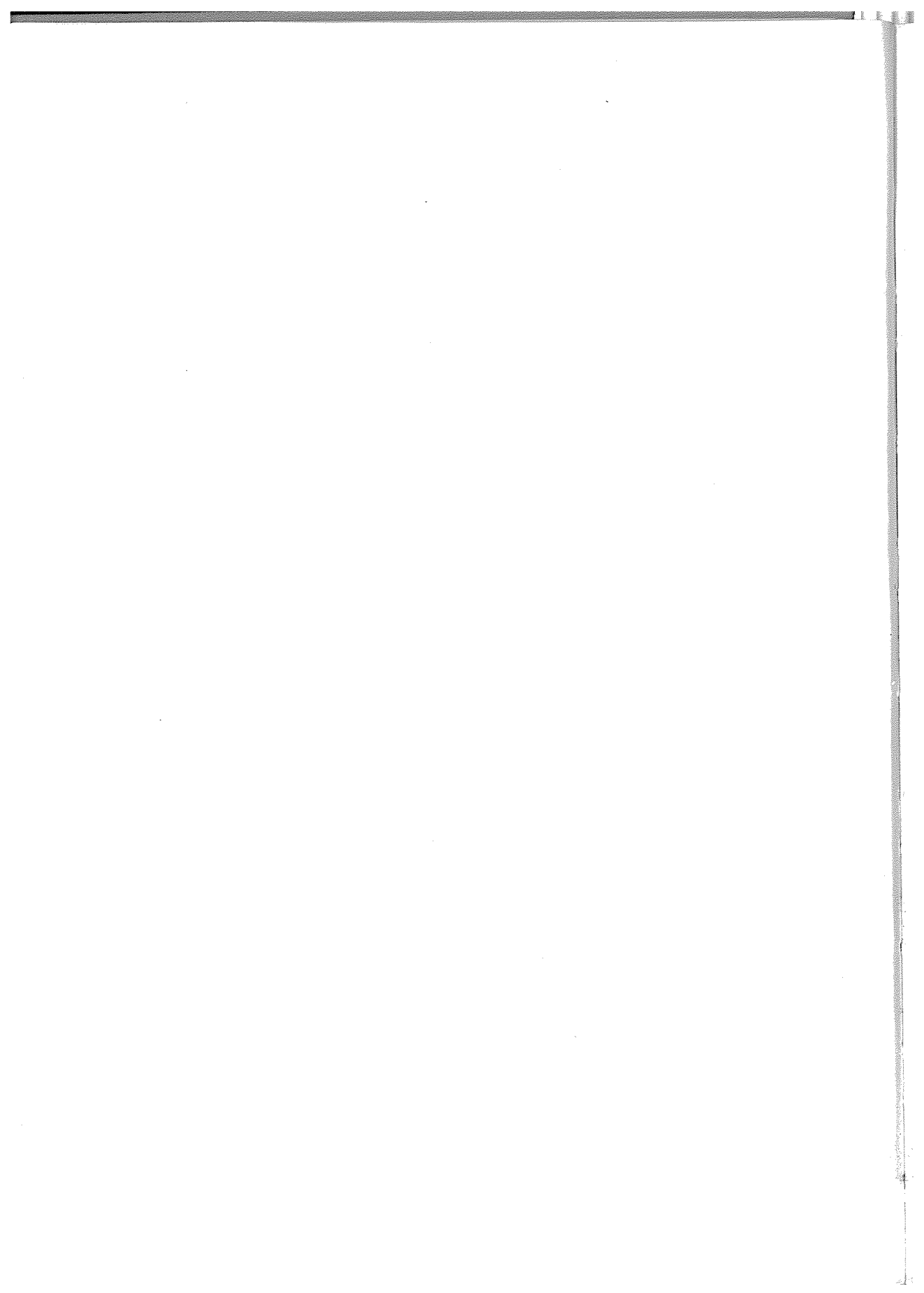
Guillet a francia műegyetem professzora szerint „jó vezetőmérnök csak az lehet, akinek lelki és szellemi képességei a következő arány szerint oszlanak meg: 50% erkölcsi erő, 25% általános műveltség és 25% szaktudás.”

A gépészmérnök sokrétű tevékenysége csak ezzel a — közjólét emelésére irányuló — célkitűzéssel nemesedhet hivatássá.

IRODALOM az 1. fejezethez

- [1.1] *Pattantyús Á. G.*: A technika kultúrtörténeti jelentőségéről. Technika, 10., 1929.
- [1.2] *Pattantyús Á. G.*: A technika szerepe mindennapi életünkben. Technika, 10., 1929.
- [1.3] *Pattantyús Á. G.*: A gépészmérnök hivatásáról. Technika, 10., 1929.
- [1.4] *Pattantyús Á. G.*: Munkagépek hajtásának üzemtani feltételei. Technika, 19., 1938.
- [1.5] *Powell, L. S.*: Engineering science. London, I. Pitman, 1963.
- [1.6] *Szücs E.*: A hasonlóságelmélet alapjai. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1967.
- [1.7] *Fodor Gy.*: Mértékegység kislexikon. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1971.
- [1.8] MSZ 4900 Fizikai mennyiségek neve és jele.
- [1.9] *Mariam, J. L.*: Dynamics. SI Version. New York—London—Sydney—Toronto, John Wiley, 1975.
- [1.10] 8/1976 (IV. 27) sz. Minisztertanácsi rendelet a mérésügyről. Magyar Közlöny, 1976/34. szám.
- [1.11] *Moldoványi Gy.*: Az SI mértékegységről. 3. kiadás. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1980.
- [1.12] *Csengeri Pintér P.*: Mennyiségek, mértékegységek, számok — SI —. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1980.

2. A mechanikai munka és átvitele



2.1. A GÉP EGYENLETES ŰZEME

2.1.1. A mechanikai munka

A gép rendeltetése a mechanikai munka *szolgáltatása* (erőgép), *szétosztása* (közlőmű) és *hasznosítása* (munkagép). A gép működésének megértéséhez tehát először a mechanikai munka lényegével kell közelebbről megismerkednünk.

Tudjuk, hogy a munka *erőfeszítést* kíván, és pedig *mozgás* közben. Nem végzünk munkát, ha egy testet erőfeszítés nélkül mozdítunk ki a helyéből, de nem végzünk akkor sem, ha erőfeszítésünk *elmozdulást* nem eredményez.

A mechanikai munkát a mozgás közben kifejtett erő, az ún. **mozgatóerő** (hajtóerő) végzi el, amelynek a mozgást akadályozó erőt, az **ellenállást** kell legyőznie. Ha az F mozgatóerő a G ellenállással éppen egyenlő, azaz e két erő mozgás közben mindvégig **egyensúlyban** van ($F = G$), akkor a mozgás egyenletes.

Megjegyezzük, hogy az erő és a későbbiekben előforduló több más mennyiség, mint a sebesség, gyorsulás, impulzus stb. – vektormennyiségek. E könyvben jelöléssel nem különböztetjük meg a vektormennyiségeket a skalármennyiségektől (pl. nyomás, teljesítmény, munka stb.), mert a felírt műveletek skalár műveleteket jelentenek. Vektoroknál ez az abszolút értékükkel végzendő műveletet jelent. (Ahol elkerülhetetlenül szükséges a vektoriális művelet, ott a vektormennyiségeket **félkövér** betűkkel jelöljük.)

A géptől üzem közben általában egyenletes munkavégzést kívánunk (egyenletes vagy stacionárius üzemállapot). A következő fejezetben a járás egyenletességének üzemi feltételeivel kapcsolatosan e kérdésre még visszatérünk. A tapasztalat szerint ugyanis a gép egyenletes járását rendszerint csak a gyakorlat igényeit kielégítő közelítéssel tudjuk biztosítani: ez azt jelenti, hogy a munkasebesség üzem közben nem marad szigorúan állandó, hanem megengedett határok között ingadozik.

A következőkben feltételezzük, hogy a mozgatóerő az ellenállással egyensúlyt tart, vagyis a mozgás egyenletes. A gép egyenletes járását arról ismerjük fel, hogy állandó sebességgel dolgozik, azaz: $v = \text{konst.}$ (ahol v a munkasebesség).

2.1. példa. A mozgatóerő és az ellenállás egyensúlyát a 2.1. ábra kapcsán jól megvilágítja a következő példa, amely az erő mérését is szemlélteti.

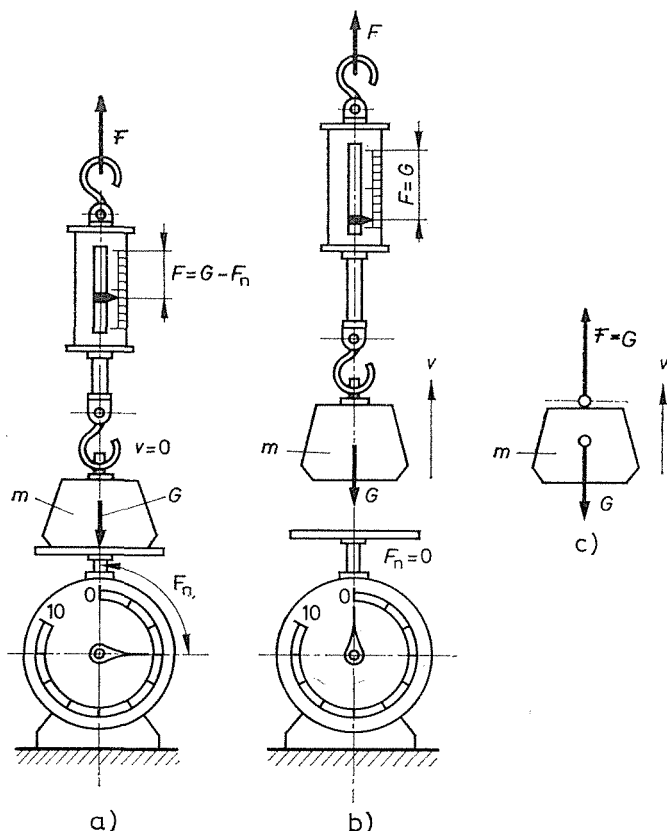
A 2.1. ábra egy mérlegre helyezett m tömegű, $G = 9 \text{ N}$ súlyerejű testet szemléltet. Ha ez a test teljes egészében a mérlegre nehezedik, akkor a mérleg a testre ható súlyerőt mutatja ($F_n = G$), mert az F_n alátámasztó (reakció-) erő a G súlyerővel tart egyensúlyt. Az erőrendszer nyugalomban van. Munkavégzés tehát nincs, mert az alátámasztó erő nem mozgatóerő.

Más a helyzet, ha a testet (pl. kötéllel) felemeljük. Az emeléshez egy függőlegesen felfelé irányuló F erőre van szükség, amelynek nagyságát a függeszőelembe iktatott erőmérővel (pl. rugós erőmérővel) meg is mérhetjük. Mindaddig, amíg a kötélfűzés a súlyerő nagyságát el nem éri, a G súlyerő egy része még mindig az alapra nehezedik. Az egyensúlyt most az F húzóerő az F_n alátámasztó

erővel együtt biztosítja, azaz: $F + F_n = G$. (Vö. a 2.1a ábrával, amely szerint a $G = 9$ N-os súlyerőből a rugós erőmérő $F = 6$ N-t mutat, a mérlegre tehát még $F_n = 3$ N nehezedik.)

Munkavégzésről még most sem lehet szó, mert az egyensúlyt tartó erőrendszer még mindig nyugalomban van.

Mihelyt azonban a kötelet állandó v sebességgel felfelé húzzuk, a kötélhúzás a nyugalomban levő függesztőerőből mozgatóerővé alakul át, és ekkor már mechanikai munkát végez (2.1b ábra).



2.1. ábra. Az erő mérése nyugalomban és mozgás közben

A mozgatóerő nagyságát eközben a felemelt m tömegű testre ható súlyerő már egyértelműen meghatározza, mert az teljes egészében a kötéltre nehezedik, azaz most már $F = mg = G$ és $F_n = 0$.

Az ábrázolt esetben tehát az F mozgatóerő (kötélhúzás) a G ellenállást (a súlyerőt) éppen legyőzi. E két erő egymással mindig ellentétes irányú, mert a mozgatóerő a mozgással azonos irányú, az ellenállás pedig a mozgással ellentétes irányban hat.

További tárgyalásaink folyamán egész szerkezet felrajzolása helyett az egyensúlyban levő erőrendszer (az ún. erőjáték) ábrázolására szorítkozunk, de a test mellé rajzolt nyíllal mindig megjelöljük a mozgás irányát is (vö. a 2.1c ábrával, amely a b)-t helyettesíti).

A mozgató erő nagysága — mint láttuk — az ellenálláshoz igazodik, ez pedig elmozdulás közben általában nem marad állandó. A 2.1. példában az ellenállást a felemelt m tömegű testre ható súlyerő — tehát emelés közben változatlan súlyerő — fejt ki. Ilyenkor állandó nagyságú mozgatóerővel számolhatunk, és a végzett munkát az erő és út szorzata adja.

Ha tehát a mozgatóerő: $F = \text{konst.}$, és az erő az elmozdulás irányában fejt ki hatását, akkor írható:

$$W = Fs \quad J, \quad (2.1)$$

ahol s a befutott út, m ; W a mechanikai munka, J .

A mechanikai munka mértékegysége a joule (J). Egy joule munka egy newton (N) erő egy méteres (m) elmozdulása folyamán végzett munkája:

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg/s}^2 \quad (= 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}).$$

SI-egységgel számolva tehát az erőt newtonban, az utat (elmozdulást) méterben kell helyettesíteni, akkor a munkát joule-ban kapjuk.

A mechanikai munkát a (2.1) egyenlet a *mozgatóerő* és a *befutott út* szorzatával fejezi ki. Magától értetődik, hogy a mozgatóerő helyett a vele egyenlő ellenállás helyettesítésével is ugyanarra az eredményre jutottunk volna. Élesen rá kell itt világítanunk arra a rendszerint kellő figyelemre nem méltatott lényegbeli különbségre, amely a kétféle számításnak nagyságra összevágó két eredménye között megállapítható.

A *hajtóerő* és az *ellenállás* nyilván két, egymást kiegyensúlyozó erő, amelyek nagysága éppen ezért egyenlő. E két erő munkájának tehát szintén kétféle értelme van még akkor is, ha azok nagyságra egyenlők. Itt két munkáról van szó, amelyek szerepe egymással ellentétes.

E munka kétféle jellege a jelölésekkel is kifejezésre juttatható;

$$\text{Az } F \text{ hajtóerő munkája: } W_F = Fs.$$

$$\text{A } G \text{ ellenállás munkája: } W_G = Gs.$$

Ha $F = G$, akkor $W_F = W_G$, vagyis a két munka egymással egyenlő.

A mozgatóerő munkája a gép szempontjából „**munkaszolgáltatás**” vagy energia-bevétel, az ellenállás munkája pedig: „**munkafogyasztás**” vagy energiaelvonás.

Azt mondhatjuk tehát, hogy a mozgást fenntartó hajtóerő a munkát „szolgáltatja” (a gépbe „befekteti”), a mozgást akadályozó ellenállás pedig a munkát „elfogyasztja” (a gépből elvonja).

A gép energia-háztartása eszerint „egyensúlyban” van (energiakészlete változatlan marad), mert a bevitt energia az elvezetett energiát éppen fedezi.

Az energia megmaradásának elve arra is rávezet, hogy a mozgatóerő munkáját szolgáltató motornak a végzett munkával egyenértékű másfajta energiát kellett elfogyasztani, vagy más szóval a motorba energiát kellett bevezetni, hogy munkát szolgáltatson.

Az ellenállás munkája viszont szintén nem mehetett veszendőbe, hanem az is csak átalakult. A 2.1. példában az ellenállást a felemelt testre ható súlyerő fejt ki a mozgással szemben; az ellenállás munkájának eredménye itt a felemelt test helyzeti energiájának megnövekedésében jelentkezik. (A gépből elvont munka ebben az esetben a felemelt testben helyzeti energiává alakult át.)

Lényegében ugyanaz a kettős szerepe a mechanikai munkának akkor is, ha az erő nem állandó, hanem az elmozdulás közben megváltozik. Ilyenkor a mechanikai munka kifejezését oly kis ds útelemlere korlátozzuk, amelynek mentén a mozgatóerő, ill. az ellenállás változása figyelmen kívül hagyható.

A mozgatóerő munkája a ds útelemlen mentén:

$$dW_F = F ds.$$

Az s út mentén végzett munka az egyes munkaelemek összesítésével (integrálásával) adódik. Írható:

$$W_F = \int_0^s F ds \quad \text{J.}$$

Hasonló megfontolás vezet az ellenállás munkájának felírására is:

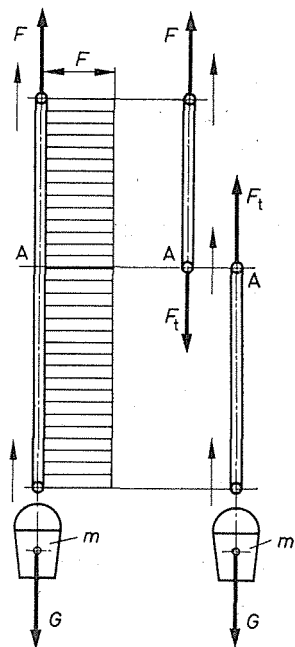
$$W_G = \int_0^s G ds \quad \text{J.}$$

A következőkben először az elmozdulástól független állandó erők munkájával foglalkozunk részletesebben.

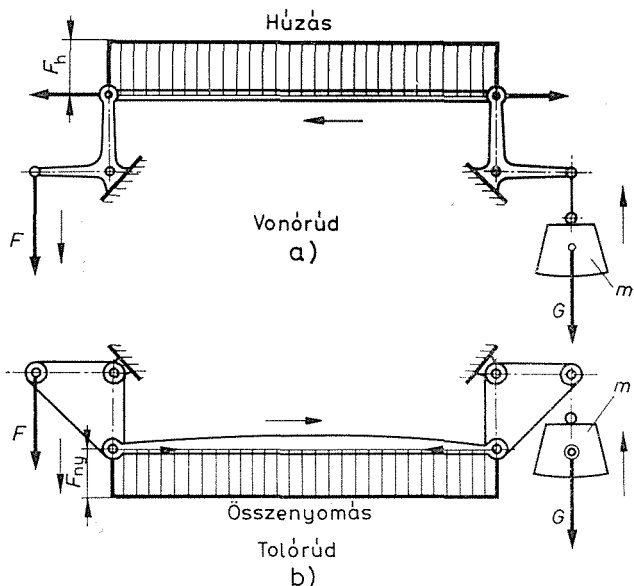
2.1.2. A mechanikai munka átvitele haladó mozgással

A 2.1. ábra kapcsán megfigyelhetjük, hogy a teheremelésre fordított munkát a mozgatóerő adja. A munka végzésében nem okozott változást az sem, hogy a mozgatóerő erőmérőre függesztett terhet emelt. Az erőmérő helyett a 2.2. ábra szerint ún. *vontatóelem* (kötél, lánc vagy rúd) iktatható a teher és a mozgatóerő közé (pl. akkor, ha vödörrel emelünk vizet a kútból).

Ilyenkor a mozgatóerő munkáját a vontatóelem viszi át a felemelt testhez. A kötélt (vagy vonórúdot) tehát a *közlőmű* legegyszerűbb alakja, amely a mechanikai munkát *haladómozgással* viszi át.



2.2. ábra. Munkaátvitel (vontatóelemmel)



2.3. ábra. Munkaátvitel vonórúddal és tolórúddal

A közlőmű használhatóságának *két feltétele* van, hogy a mechanikai munkát (vagy más szóval a mozgás közben működő erőt) átvihesse. Az egyik *erőtani*, a másik pedig *mozgástani* feltétel.

a) Az *erőtani feltétel* a közlőmű *szilárdságára* vonatkozik, tehát szorosabban véve *szilárdságtani követelmény*. A vontatóelemes közlőműnek a mozgatóerőt szakadás, törés, sőt veszélyes megnyúlás nélkül kell átvinnie.

A vontatóelem igénybevételét a 2.2. ábra szemlélteti, amely azt mutatja, hogy a vonórúd vagy kötél minden szelvénye ugyanakkora húzóerő hatása alatt áll. E húzóerőnek kötél menti eloszlását úgy ábrázolhatjuk, hogy minden szelvényben (a vontatóelem tengelyére mérőlegesen) felrajzoljuk a szelvényt terhelő erő vektorát. (Az erők függvényábrájára az adott esetben a tengellyel párhuzamos vonal. A rajzon vonalkézssal kiemelt metszetek tehát egymással egyenlők.)

A kötél bármelyik, pl. *A* szelvényét terhelő erő nagyságát úgy határozzuk meg, hogy a kötelet a vizsgált helyen kettévágjuk, és az ekként kapott erőrendszer egyensúlyát a szelvényt terhelő F_t erők bevezetésével külön-külön helyreállítjuk. A 2.2. ábra jobb oldalán a kettévágással szemléltető képből világosan kitűnik, hogy a szétvágással megbolygatott egyensúlyt az *A* pontban működő $F_t = F$, ill. $F_t = G$ húzóerő állítja helyre. A vizsgált szelvényt tehát szétvágás előtt is ez az erő terhelte, amely pl. rugós erőmérő közbeiktatásával meg is mérhető.

A vontatóelemet terhelő erőhöz és az anyag teherbírásához kell igazodnia a kellő biztonságot adó keresztmetszet megválasztásának is. (Ugyanannak az erőnek az átvitelére az acélkötél vékonyabb lehet, mint a kenderkötél; ugyanabban az anyagból készült kötél keresztmetszete viszont a húzóerő nagyságához igazodik. (Ez a feladat azonban már a *szilárdsági méretezés* körébe vág, és ezért üzemteni vizsgálatainak keretében nem illeszthető.)

b) A közlőmű használhatóságának *mozgástani feltétele* a mozgás *torzítatlan* átvitelére vonatkozik. A vontatóelemtől az adott esetben azt kell megkövetelnünk, hogy a mozgatóerő kimozdulását mindig nyomon kövesse a teher ugyanakkora kimozdulása. Azonnal belátható, hogy e feltétel csak olyan kötéllal teljesíthető, amely munka közben sem észrevehető nyúlást, sem észrevehető zsugorodást nem szenved, mert ilyenkor a kötélvégek mozgása nem volna összevágó. Itt kell kiemelni azt az alapfeltételt is, hogy a közlőmű *szabad* (akadálytalan) *elmozdulását* — legalábbis az előírt mozgásirányban — biztosítani kell. (A választott egyszerű példa esetében ez a kikötés külön vizsgálatra nem szorul, mert itt a mozgást megakasztó vagy lefékező elemek hiányoznak, és az ún. *önzárásról* sem lehet szó.)

A vontatóelemes közlőművet a mechanikai munka átvitele közben húzóerő terheli, amely annak *minden szelvényét húzásra veszi igénybe*. Az erő átvitele tehát feltételezi a közlőmű megfelelő szilárdságát.

Meg kell jegyezni, hogy a vontatóelem már *nyugalmi állapotban megfeszül*, mihelyt az *m* terhet ráakasztjuk, de ez a megfeszülés emelés közben is változatlan marad, ha a mozgás egyenletes.

A haladó mozgás átvételére húzott rúd helyett összenyomásra igénybe vett, ún. **tolórúd** is használható. (Kötél vagy lánc csak húzóerő átvételére alkalmas. A hosszú rúd is csak akkor vihet át nyomást, ha a nyomóerő hatására ki nem hajlik, vagyis ha nemcsak *összenyomásra*, hanem *kihajlásra* is méretezzük.)

A munkaátviteli szempontjából a vonórúd és tolórúd között elvi különbséget nem találunk (ha a szilárdság feltételét mindkét esetben kielégítettük).

Szemléletesen igazolja ezt a 2.3. ábra, amely kis elmozdulások átvételére alkalmas szerkezetet kétféle változatban szemléltet. A rúd fölél rajzolt függvényábra metszékei az egyik esetben F_h húzóerőket, a másik esetben F_{ny} nyomóerőket jellemeznek (vonórúd, tolórúd). Az ilyen rúdhajtások rendszerint nem önálló közlőművek, hanem összetettebb rudazathajtás elemei. Ilyen például a forgattyús hajtóműveknek felváltva húzott-nyomott kapcsolóeleme a **hajtórúd** is.

2.1.3. A teheremelés munkája. A munkaterület

a) **Teheremelés.** Az előző pontban (a 2.1., 2.2. és 2.3. ábra kapcsán) a függőleges pályán legyőzött ellenállás érzékeltetésére a súlyerőt választottuk. Az emelőgép munkája a teher függőleges elmozdításából származó teheremelési munka. A felemelt

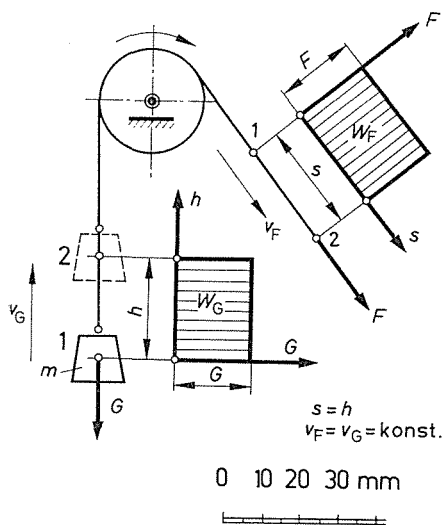
test a *teher* (m), amelyet a rá ható súlyerő ellenében rendszerint az ún. függesztőelem (kötél vagy láncc) közvetítésével emelünk az előírt *emelőmagasságra* (h).

Az emelőgép legegyszerűbb alakja a 2.4. ábrán vázlatosan szemléltetett **állócsiga**, amely a húzóerőt átvivő kötelet eltereli, tehát a mozgóerő elmozdulását a munkavégzés szempontjából kényelmesebb irányba téríti.

Ha az állócsiga (kötélkorong) tengelyének súrlódását figyelembe kívül hagyjuk, akkor a kötélnél végére függesztett m teher emeléséhez $F = G = mg$ mozgóerő szükséges, amelyet a kötélnél húzóerő alakjában visz át. A mozgóerő útja az s megegyezik a teher útjával, vagyis a teher súlypontjának emelkedésével ($s = h$).

A mozgóerő munkája ($W_F = Fs$) ugyanakkora, mint a teheremelésre fordított munka ($W_G = Gh$), mert az adott esetben az erők és utak is egyenlők.

A 2.4. ábra szerint a mechanikai munka területtel ábrázolható, amelyet úgy kapunk, hogy az erő függvényábráját felrajzoljuk az út függvényében (**munkaterület**).



2.4. ábra. A súlyerő munkája és munkaterülete

A 2.4. ábrán a tehernek az 1 helyzetből a 2 helyzetbe emelésére fordított munkát (W_G) a $G = G(h)$ függvényábrára területtel szemlélteti, amely az adott esetben derékszögű négyszög. Ezzel az ún. munkaterülettel egybevágó a mozgóerő munkaterülete (W_F) is, amelyet az $F = F(s)$ függvényábrára zár körül.

A munkaterület felrajzolásának különösen az út mentén változó erők esetében van jelentősége, mert a végzett munka kiszámítását területmérésre vezeti vissza. Bonyolultabb idom területét ugyanis az ún. **területmérő (planiméter)** segítségével közvetlenül lemérhetjük. A területegységben kapott eredmény átszámításának módja a 2.2. példában követhető.

2.2. példa. A 2.4. ábra szerint elrendezett egyszerű emelőgép terhet emel $h = 4$ m magasságra. A terhekre ható súlyerő $G = 300$ N.

A terhelés munkája:

$$W_G = Gh = 300 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} = 1200 \text{ J} = 1,2 \text{ kJ.}$$

A munkaterület felrajzolásakor először a rajz méretarányát kell megválasztani. A derékszögű koordináta-rendszer két tengelyén vagy az egységpontokat jelöljük ki, vagy pedig az ún. hossz-

lépték és erőlépték alakjában azt fejezzük ki, hogy a felrajzolt függvényábra egy milliméteres metzské az abszcisszán hány méter utat, az ordinátán pedig hány newton erőt jellemez.

Az ábrán a hosszlépték $\lambda_x = 0,2 \text{ m/mm}$,
az erőlépték $\lambda_F = 10 \text{ N/mm}$.

Az adott esetben a h utat $x = 20 \text{ mm}$ -es abszcisszametűzők, a G súlyerőt pedig $y = 30 \text{ mm}$ -es ordinátametűzők ábrázolja, mert $h = \lambda_x x = 0,2 \text{ m/mm} \cdot 20 \text{ mm} = 4,0 \text{ m}$, azaz $x = h/\lambda_x = 4 \text{ m}/(0,2 \text{ m} \cdot \text{mm}^{-1}) = 20 \text{ mm}$, és $G = \lambda_F y = 10 \text{ N/mm} \cdot 30 \text{ mm} = 300 \text{ N}$.

A függvényábrán lemerő munkaterület $A = xy = 20 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm} = 600 \text{ mm}^2$. Ebből a területből a munkalépték segítségével számítjuk ki a végzett munkát.

A munkalépték azt fejezi ki, hogy a munkaterületnek minden négyzetmilliméteres egysége hány joule munkát jellemez.

A munkalépték: $\lambda_w = \lambda_F \lambda_x = 10 \text{ N/mm} \cdot 0,2 \text{ m/mm} = 2 \text{ J/mm}^2$.

A terhelés munkája tehát

$$W_G = \lambda_w A = 2 \text{ J/mm}^2 \cdot 600 \text{ mm}^2 = 1200 \text{ J} = 1,2 \text{ kJ}.$$

Egészen hasonló eljárással rajzolható fel és értékelhető a mozgatóerő munkaterülete is.

b) Tehersüllyesztés. A 2.4. ábrán vázolt egyszerű emelőgép munkáját emelés közben vizsgáltuk, amikor a teheremelésre fordított munka a teher helyzeti energiáját növelte. Ugyanezt az ábrát – a mozgásirányt mutató nyilak megfordításával – a tehersüllyesztés feltételeinek megvizsgálására is felhasználhatjuk. A függőlegesen lefelé süllyedő teher mozgásiránya a súlyerő irányával azonos. A G erő tehát *most munkát szolgáltató mozgatóerővé alakult, az F erő pedig a mozgást visszatartó (fékező-)* ellenállás szerepét vette át, amely a munkát elfogyasztja (*fékezőerő*).

A mozgás egyenletességét most is a hajtóerő és a fékezőerő egyensúlya biztosítja, így tehát a 2.4. ábrán felrajzolt két munkaterület alakja is, nagysága is változatlan maradt, csak *a munkaátvitel iránya fordult meg.*

A gépbe bevezetett munka most a süllyedő teher helyzeti energiájából alakul át, a közlőmű ezt a munkát a tehertől a fékezőerőhöz viszi át, amely azt elfogyasztja, ill. hasznosítja. (Súlyerővel hajtott erőgép és óramű.)

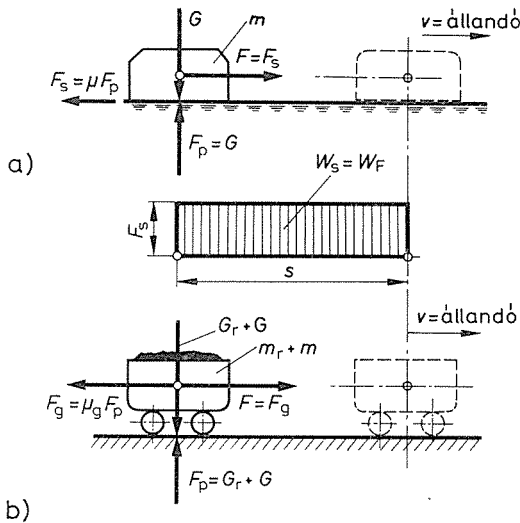
2.1.4. A súrlódás munkája

A vízszintes pályán mozgó test súlypontmagassága változatlan marad, továbbítása tehát elméletileg erő kifejtés nélkül volna lehetséges. A valóságban az érdes, vízszintes alapra helyezett m tömegű test elmozdítását (a 2.5. ábra szerint) az érdes, érintkező felületeken ébredő F_s súrlódási erő akadályozza. **E súrlódási erő iránya a mozgás irányával mindig ellentétes**, tehát mozgás közben a súrlódás munkát fogyaszt.

A súrlódási erő nagyjából **arányos azzal az erővel, amely a testet a pályához szorítja**, vagyis a két érdes felületet egymáshoz nyomja. Ez az erő a pályára (általában a két test közös érintősíkjára) mindig merőleges. Vízszintes pályán a súrlódást ébresztő nyomóerő tehát maga a súlyerő ($G = mg$), amely a testet a pályához szorítja és a vele ellentétes ellenerővel (a pályára merőleges erővel) tart egyensúlyt ($F_p = G$).

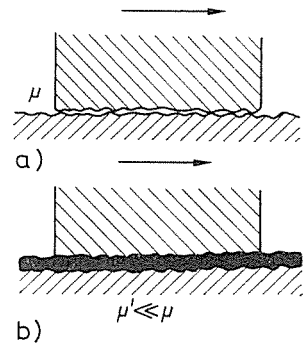
A súrlódási erő és a súrlódást ébresztő, pályára merőleges erő arányát súrlódási tényezőnek nevezzük, jele:

$$\mu = \frac{F_s}{F_p}. \quad (2.2)$$



2.5. ábra. A vontatási ellenállás

a) súrlódási; b) gördülési



2.6. ábra. Súrlódásfajták

a) fémes (száraz-) súrlódás;
b) folyadéksúrlódás

A μ súrlódási tényező nagysága a súrlódó felületek érdességéből és az egymáson súrlódó két test anyagától is függ. Kenőanyag (olaj, gépszír) az egymáson csúszó felületek súrlódási tényezőjét igen nagy mértékben csökkenti, különösen akkor, ha a gondosan megmunkált és fényesre csiszolt felületek bőséges kenéséről gondoskodunk.

A kenőolaj szerepét jól megvilágítja a 2.6. ábra, amely az egymáson súrlódó fémes felületek kiszögelléseit (érdességét) erős nagyításban szemlélteti. Kenőanyag nélkül az egymásba akadó kiszögellések az elcsúszást megnehezítik. Megmunkált fémes felületek között a súrlódási tényező értékei $\mu = 0,2$ vagy még ennél is nagyobb lehet (2.6a ábra).

Ha a két felület közé olajréteg szorul, akkor a 2.6b ábra szerint e rétegen belül az elcsúsztatáshoz már jóval kisebb erőre van szükség. Tökéletes kenés esetén a súrlódási tényező értéke $\mu' = 0,01$ -nél kisebb is lehet.

E kérdésnek a gép szerkezetében és üzemében rendkívül nagy figyelmet kell szentelni, mert a mozgó gépelemek alátámasztása és összekapcsolása csak egymáson súrlódó elempárok egész sorozatának alkalmazásával valósítható meg.

A **súrlódási tényezőt** a gyakorlat igényeit rendszerint kielégítő közelítéssel *állandó* (tapasztalati) értékkel vehetjük számításba. (A súrlódási tényező nagyságának helyes becslése nagy gyakorlatot kívánó, kényes feladat, különösen olyankor, amikor mérési eredmények nem állnak rendelkezésre.)

Ha a μ súrlódási tényezőt ismerjük, akkor a (2.2) egyenletből a súrlódási erő is kiszámítható:

$$F_s = \mu F_p \quad \text{N.}$$

Ha a súrlódást ébresztő F_p pályára merőleges erő állandó, akkor a súrlódási erő is állandónak tekinthető, és ilyenkor az s út befutása közben fogyasztott súrlódási munka a (2.1) egyenletből számítható. Írható:

$$W_s = F_s s \quad \text{J.}$$

A vízszintes pályára helyezett test mozgása a súrlódás miatt csak oly F mozgatóerővel tartható fenn, amely az F_s súrlódási erőt éppen legyőzi, vagyis $F = F_s$ (2.5a ábra.)

Mindaddig, amíg a testet támadó (vízszintes) F erő kisebb a súrlódási erőnél, a test el nem mozdulhat, mert a súrlódás a pályához rögzíti. Ilyenkor a test úgy viselkedik, mintha a pályához volna tapadva, és ennél fogva az őt támadó F erőt egy vele egyenlő és ellenkező irányú F_s reakcióerővel tartja egyensúlyban ($F_s = F$). Ebben az esetben az előbb kiszámított F_s súrlódási erő nem is jött létre teljes nagyságában, hanem csak az F_s reakcióerőnek azt a felső határértékét jelöli, amelynél az elcsúszás bekövetkezik.

A mozgatóerő munkája ($W_F = Fs$) természetesen most is egyenlő a súrlódási erő munkájával, amely szintén derékszögű négyyszög alakú munkaterülettel ábrázolható (2.5. ábra).

A súrlódás legyőzésére fordított munka további sorsát vizsgálva azt találjuk, hogy a súrlódó felületeken energiaátalakulás ment végbe, és ennek következtében **a súrlódási munka teljes egészében súrlódási hővé alakult át.**

A hő (Q) mértékegysége ennek megfelelően a munka mértékegységével azonos, azaz joule.

A súrlódáskor keletkező hő a súrlódó felületeket és a környezetet melegíti, hőmérsékletét növeli, a káros túlmelegedés elkerülésére gyakran hűtést (pl. áramoltatott vízzel ún. vízhűtést) alkalmazunk. A hűtőközeg felmelegedésének számításához fajhőjét kell ismernünk. A víz fajhője:

$$c = 4187 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)} = 4,187 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1},$$

a fagyáspont és a forráspont között állandó értékkel vehetjük számításba.

2.3. példa. A 2.5. ábra jelölésével $m = 1 \text{ t}$ ($= 1000 \text{ kg}$) tömegű testet $\mu = 0,3$ súrlódási tényezővel jellemzett érdes (vízszintes) pályán vontatunk $s = 20 \text{ m}$ távolságra. A testre ható súlyerő: $G = mg = 1000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 9810 \text{ N} = 9,81 \text{ kN}$.

A vontatóerőnek ellenszegülő súrlódási erő:

$$F_s = \mu F_p = \mu G = 0,3 \cdot 9810 \text{ N} = 2940 \text{ N} = 2,94 \text{ kN}.$$

A súrlódási munka pedig: $W_s = F_s s = 2940 \text{ N} \cdot 20 \text{ m} = 58\,800 \text{ J} = 58,8 \text{ kJ}$. Ugyanakkora az F vontatóerő munkája is.

A súrlódási munka teljes egészében hővé alakul át. E hőmennyiség

$$Q = W_s = 58,8 \text{ kJ}.$$

2.1.5. A gördülési ellenállás. A vontatás munkája

A teherszállítás vízszintes pályán nagy vontatási munkát fogyaszt, ha a terhet a pálya mentén csúsztatni kell. Lényegesen kisebbíthető a vontatáshoz szükséges erő, ha a testet gördülőelemekkel (kerekekkel vagy görgőkkel) támasztjuk alá.

A 2.5b ábra egy csillét ábrázol, amelynek vontatási ellenállása (gördülési ellenállás) sokkal kisebb a csúsztatott test súrlódási ellenállásánál, mert a kerekek a pályán csúszás nélkül gördülnek, a kerekek tengelyei pedig jól olajozható csapágyakban futnak.

E **vontatási ellenállás** szintén **arányos a pályára merőleges erővel**, éppen úgy, mint a súrlódási erő (vö. a 2.1.4. ponttal). Az arányosságot a súrlódási tényező mintájára a μ_g **gördülési ellenállás tényezője** fejezi ki, amely az F_g gördülési vagy vontatási ellenállás és az F_p pályára merőleges erő hányadosa:

$$\mu_g = \frac{F_g}{F_p}. \quad (2.3)$$

A μ_g gördülési ellenállás tényezője kísérleti úton határozható meg. Nagysága a kerék átmérőjétől és a csapágyazás minőségétől függően nagy határok között változhat. (Futódaru és csille vontatási ellenállása $\mu_g = 0,02 \dots 0,04$ tényezővel vehető számításba, vasúti kocsik vontatási ellenállás-tényezője $\mu_g = 0,01$ -nél kisebb.) Nagy sebességeknél a vontatóerőnek a pályaelenálláson kívül a léellenállást is le kell győznie. Ilyenkor tehát a gördülési ellenállás tényezője nem állandó, úgyszintén akkor sem, ha a pálya nem egyenes.

A 2.5a és a 2.5b ábrát összehasonlítva azt találjuk, hogy az F_g gördülési ellenállás és az F_s súrlódási erő számításának módja elvileg azonos. A (2.3) egyenlet szerint ui.

$$F_g = \mu_g F_p \quad \text{N}, \quad (2.3a)$$

ahol (vízszintes pályán)

$$F_p = F_n = G + G_r,$$

vagyis a pályára merőleges erőt a kocsi G saját és a rakományra ható [G_r súlyerő határozza meg.

A vontatáshoz szükséges hajtóerő ($F = F_g$) munkáját a gördülési ellenállás fogyasztja el. Az s hosszúságú út befutásához szükséges munka

$$W_g = F_g s \quad \text{J}.$$

A kétféle szállítási mód összehasonlításakor az sem hagyható figyelmen kívül, hogy a rakomány (hasznos teher) m_r tömegén felül a kocsi m saját tömege is a pályát terhelő erőt ($G + G_r$) hoz létre, vagyis az üres kocsi vontatási munkáját is el kell végezni. Ezt érzékelteti a következő számpélda.

2.4. példa. A 2.5a ábra szerint $m_r = 1000$ kg tömegű terhet egy $m = 400$ kg-os csillével szállítjuk $s = 20$ m távolságra. A gördülési ellenállás tényezője $\mu_g = 0,03$.

A pályára merőleges erő

$$F_p = G_r + G = g(m_r + m) = 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (1000 \text{ kg} + 400 \text{ kg}) = 13\,730 \text{ N} = 13,73 \text{ kN}.$$

A gördülési ellenállás

$$F_g = \mu_g F_p = 0,03 \cdot 13\,730 \text{ N} = 412 \text{ N}.$$

A vontatási munka pedig

$$W_g = F_g s = 412 \text{ N} \cdot 20 \text{ m} = 8240 \text{ J} = 8,24 \text{ kJ}.$$

Ugyanekkora teher továbbcsúsztatásához a 2.3. példa adatai szerint $W_s = 58,8$ kJ, vagyis kereken *hétyszer akkora munkára* van szükség.

A munkafogyasztás csökkentése érdekében kiterjedten alkalmazzák a gördülő alátámasztás különféle változatait (2.7. ábra).

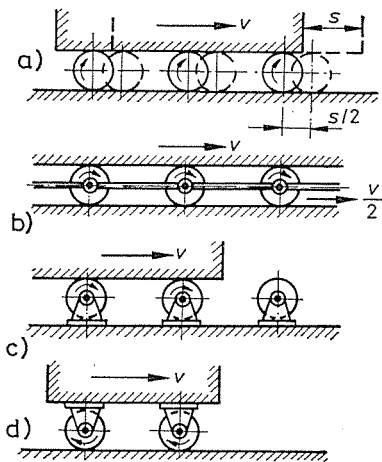
A 2.7a ábra a teherszállításnak azt a gyakran alkalmazott módját szemlélteti, amely négy görgővel (vascsővel vagy fahengerekkel) könnyen megvalósítható. A teher kétszer akkora sebességgel halad előre, mint az alátámasztó görgők, és ezért az utolsó alátámasztásról csakhamar lefut. (Az utolsó görgőt mindig előre kell vinni.)

A 2.7b ábra görgősorra támaszkodó terhet szemléltet. Ezt az elrendezést (amelynél a görgősor szintén fél sebességgel halad előre) önmagába záródó körpályán alkalmazzák. (Görgőkoszorú, gördülőcsapágy.) A gördülő elem ilyenkor a hengertől eltérő alakú forgástest is lehet. (Golyóscsapágy.)

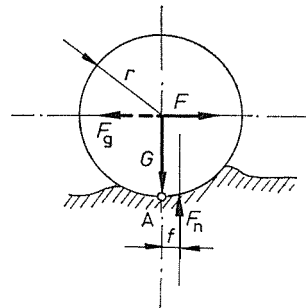
A 2.7c ábra az ún. görgős pályát szemlélteti, amelynek különböző változatait elsősorban a vasgyárakban alkalmazzák. Ládák szállítására is alkalmazható.

A 2.7d ábrán látható elrendezés az előbbinek a megfordítása. (A gördülő elemeket nem a pályához, hanem a szállított testhez rögzítik.) A hengert vagy görgőt itt közös tengelyen ülő kerekek helyettesítik, amelyeknek az alakja a pálya minőségéhez igazodik.

Le kell szögeznünk, hogy a gördülési ellenállás előbbi tárgyalása a kérdés erős leegyszerűsítéséből származik. A gördülési ellenállás behatóbban csak az érintkező testek alakváltozásának figyelembevételével vizsgálható. Az ellenállás ui. abból keletkezik, hogy a gördülő test benyomódik a pályába, és a terhelő- (odaszorító) erővel szemben megoszló erőrendszer fog egyensúlyt tartani, amelynek F_n eredője nem esik egybe a terhelőerő hatásvonalával, hanem f távolságban van a kerék középpontjától. Ez az eredő erő az f távolsággal, a **gördülési ellenállás karjával** szorozva a



2.7. ábra. Gördülő alátámasztás



2.8. ábra. A gördülési ellenállás értelmezése

gördülést akadályozó nyomatékot (l. a 2.1.10. pontot) kelt, amit a gördülési ellenállás nyomatéknak nevezünk (2.8. ábra). Értéke:

$$M_g = fN_n.$$

A gördülési ellenállás tényezője helyett sokszor az f értékét szoktuk megadni. Mind a gördülési ellenállás tényezője, mind pedig a gördülőellenállás karja függ a gördülő test átmérőjétől, valamint a kerék és a pálya anyagától. Amikor az F vontatóerő a gördülő test tengelyén hat, akkor az A pontban a vontatóerő nyomatéka a gördülési ellenállás nyomatékával tart egyensúlyt, azaz

$$rF - M_g = 0;$$

és mivel $M_g = fF_n = fG$ és $F = F_g$,

$$F_g = \frac{M_g}{r} = \frac{f}{r} G, \quad (2.3b)$$

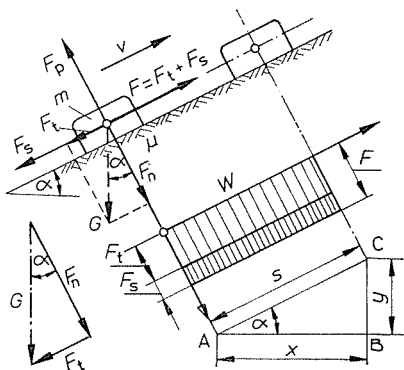
ahol látható, hogy az f/r viszonzyszám a gördülési ellenállás μ_g tényezőjével azonos.

2.1.6. Tehervontás ferde pályán

a) A lejtős pályán felfelé csúsztatott test ellenállása két részből tevődik össze, mert a mozgóerőnek nemcsak a pálya mentén ébredő ellenállásokat (pl. csúszó testnél a súrlódási erőt) kell legyőznie, hanem a test tömegét is emelnie kell.

A mozgóerő kiszámítását a 2.9. ábra kapcsán az α hajlásszögű lejtőn felfelé csúsztatott m tömegű testre vonatkoztatjuk.

A vizsgálatot az erők felrajzolása könnyíti meg, ezt pedig a 2.9. ábra szerint úgy kezdjük, hogy a testet támadó valamennyi erőt a súlypontba helyezzük.



2.9. ábra. Tehervontás ferde pályán

Ezek az erők: $G = mg$ a súlyerő (ill. ennek a pályára merőleges F_n és a pálya-irányú F_t súlyerő-összetevője), F_p a pályára merőleges erő, F_s a súrlódási erő és F a mozgóerő.

Mínt hogy ezek az erők egyensúlyt tartanak, tehát azok bármelyik irányban vett összetevői is egyensúlyban vannak (vagyis algebrai összegük nulla). **Az erőknek mindig csak az elmozdulás irányába eső összetevője végez munkát**, tehát a testre ható erőket (erőparalelogramma vagy vektorháromszög felrajzolásával) a pálya irányába eső és a pályára merőleges összetevőkre bontjuk.

A 2.9. ábrán a $G = mg$ súlyerőnek a pálya irányába eső összetevője $F_t = G \sin \alpha$, a pályára merőleges összetevője pedig $F_n = G \cos \alpha$.

Az F_n összetevő a testet a pályához szorítja, és egy ugyanakkora, de vele ellentétes pályára merőleges reakcióerőt ($F_p = F_n$) ébreszt (és ezzel az egyensúly ebben az irányban helyreállt).

A pálya irányába eső F_t összetevő lefelé mutat, tehát felfelé mozgásnál ellenállást fejt ki a mozgóerővel szemben.

A testet felfelé eszerint csak olyan F hajtóerő tudja kimozdítani, ill. mozgásban tartani, amely a pálya mentén felfelé irányul, és a vele szemben működő két ellenállást éppen legyőzi. A pálya irányába eső erőrendszer egyensúlyát tehát a következő egyenlet fejezi ki:

$$F = F_t + F_s \quad \text{N,} \quad (2.4)$$

ahol

$$F_t = G \sin \alpha, \quad \text{és} \quad F_s = \mu F_p = \mu G \cos \alpha.$$

A mozgóerő munkája (s úton) most szintén két részből áll:

$$W_F = F_t s + F_s s.$$

A munka első része *teheremelő munka*, amelyet a felemelt test helyzeti energia alakjában elraktároz. A második rész a *súrlódási munka*, amely *súrlódási hővé* alakul át, és a csúszó felületeket felmelegíti. E felmelegedés azonban csakhamar megszűnik, mert a hőmérsékletek kiegyenlítésével ez a súrlódási hő a környezetben úgy szétoszlik, hogy gyakorlatilag többé nem hasznosítható.

Az elfogyasztott munka a lejtő hajlásszögétől is függ. A (2.4) egyenlet két tagjának (a pálya menti súlyerőnek és a súrlódási erőnek) értékeit behelyettesítve írható:

$$W_F = Gs \sin \alpha + \mu Gs \cos \alpha.$$

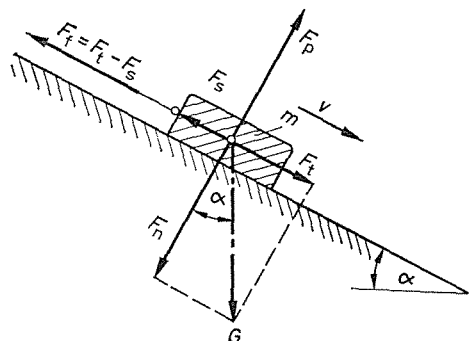
A 2.9. ábra alján rajzolt ABC háromszög jelölésével: $x = s \cos \alpha$ és $y = s \sin \alpha$ helyettesítésével és $F_{s0} = \mu G$ (vízszintes pályán ébredő) súrlódási erő bevezetésével a ferde vontatás munkája a következő alakban fejezhető ki:

$$W_F = W_y + W_x, \quad \text{ahol} \quad W_y = Gy \quad \text{és} \quad W_x = F_{s0}x = \mu Gx.$$

Ezzel az egyenlettel kifejezésre jut az a figyelemreméltó törvényszerűség, amely szerint az érdes lejtőn felfelé vontatott test munkafogyasztása ugyanakkora, mintha a test két lépésben (érdes, vízszintes pályán és azután függőleges pályán) jutott volna ugyanabba a végállásba. Az AC lejtő befutásához szükséges munkát tehát úgy is kiszámíthatjuk, hogy a lejtő vízszintes vetületén (a térképen lemerített AB távolságon) végigvontatott test súrlódási munkájához egyszerűen hozzáadjuk a függőlegesen mért BC szintkülönbségre vonatkoztatott teheremelő munkát.

Ez a törvényszerűség a lejtő hajlásszögétől független, tehát görbe vagy hullámos pályára is érvényes. Ilyenkor e számítás előnye, hogy a pálya ívhosszúságának ismerete nélkül is elvégezhető.

b) **Tehersüllyesztés ferde pályán.** Az erőket a 2.10. ábra szemlélteti. A felfelé csúszó testet terhelő erők egyensúlyát most a pálya irányában felfelé mutató F_f fékezőerő



2.10. ábra. Tehersüllyesztés lejtős pályán

állítja helyre, ha a súlyerő pálya menti F_t összetevője mint mozgatóerő nagyobb, mint a mozgással ellentétes (tehát felfelé mutató) F_s súrlódás.

A **fékezőerő** nagysága:

$$F_f = F_t - F_s, \quad (2.5)$$

ahol (mint előbb)

$$F_t = G \sin \alpha \quad \text{és} \quad F_s = \mu G \cos \alpha.$$

A lejtő hajlásszögének növelésével a fékezőerő is megnő, mert a súlyerő pálya menti összetevője nagyobb lett, az ebből levonandó súrlódási erő pedig kisebbé vált.

A **lejtőszög** kisebbitésével viszont egy olyan α_0 **határszög** adódik, amelynél a test külső fékezőerő nélkül is *egyensúlyban* marad, azaz *egyenletesen* süllyed ($F_f = 0$).

A lejtő e határszöge a (2.5) egyenletből $F_f = 0$ helyettesítéssel számítható, azaz írható, hogy

$$F_t - F_s = 0,$$

vagy más alakban

$$G \sin \alpha_0 = \mu G \cos \alpha_0.$$

Ebből az egyenletes szabad süllyedést biztosító *határszög*:

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \mu, \quad \text{azaz} \quad \alpha_0 = \operatorname{arctg} \mu. \quad (2.6)$$

Az érdes lejtő α_0 határszögét – vagyis azt a lejtőszöget, amelynél a pálya irányába eső súlyerő-összetevő mint mozgatóerő a súrlódási erőt éppen legyőzi – a súrlódási tényező egyértelműen meghatározza. A súrlódási tényező ugyanis e határszög tangense, azért ezt az α_0 határszöget **súrlódási szögnek** nevezzük.

A lejtőre helyezett test *szabad süllyedése eszerint csak akkor lehetséges, ha a lejtő szöge a súrlódás szögével egyenlő vagy annál nagyobb*. Ez utóbbi esetben az egyensúly helyreállításához a (2.5) egyenletből kiszámítható fékezőerőre van szükség. A súrlódás szögénél kisebb hajlású lejtőn viszont lefelé is vontatóerőt kell kifejteni.

A **fékezőerő munkája** (s úton) két munka különbségéből adódik. E kérdés más megvilágításban is tárgyalható.

A (2.5) egyenlet átrendezésével írható: $F_t = F_s + F_f$. Ebből az egyenletből világosan kitűnik, hogy süllyedéskor a test pálya menti súlyerő-összetevője (mint hajtóerő) szolgáltatja a munkát, s azt részben a súrlódási erő, részben pedig a fékezőerő munkája emészti fel.

2.5. példa. Egy $m = 2 \text{ Mg}$ ($= 2000 \text{ kg} = 2 \text{ t}$) tömegű testet $\alpha = 30^\circ$ hajlású érdes lejtőn ($\mu = 0,15$) felfelé vontatunk. A lejtő hossza: $s = 50 \text{ m}$.

A szükséges vontatóerő a (2.4) egyenlet szerint, helyettesítés és rendezés után:

$$F = mg (\sin \alpha + \mu \cos \alpha),$$

azaz $\sin \alpha = 0,5,$
 $\cos \alpha = 0,87,$
 $\mu \cos \alpha = 0,15 \cdot 0,87 = 0,13,$

így

$$F = 2000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (0,5 + 0,13) = 12\,360 \text{ N} = 12,36 \text{ kN}.$$

A két ellenállás: $F_t = 9,81 \text{ kN}$ és $F_s = 2,55 \text{ kN}$.

A *mozgatóerő munkája*:

$$W_F = F s = 12\,360 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} = 618\,000 \text{ J} = 618 \text{ kJ}.$$

Ebből a munkából súrlódási hővé alakult:

$$Q = W_s = F_s s = 2550 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} = 127\,500 \text{ J} = 127,5 \text{ kJ}.$$

Ugyanezen a lejtőn lefelé süllyesztett testet a (2.5) egyenletből számítható fékezőerővel kell visszatartani. E fékezőerő:

$$F_f = mg (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 2000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 (0,5 - 0,13) = 7260 \text{ N} = 7,26 \text{ kN}.$$

Az **egyensúly** (külső fékezőerő nélkül) vagy a *lejtő hajlásszögének kisebbitésével*, vagy az *éresség* (a súrlódási tényező) *növelésével* is helyreállítható:
 az első esetben a lejtő hajlásszöge (mint határszög):

$$\alpha_0 = \arctg \mu = \arctg 0,15 \approx 8^\circ 30';$$

a második esetben pedig az $\alpha = 30^\circ$ -os súrlódási szöghöz tartozó súrlódási tényező

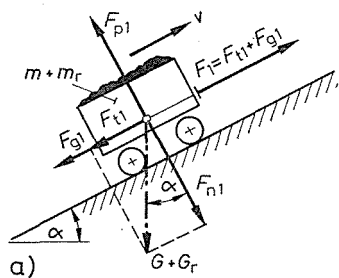
$$\mu_0 = \tg 30^\circ \approx 0,58.$$

c) **Ferde pályán vontatott kocsi** egyensúlyát biztosító feltételek a csúszó testre vonatkozó összefüggésektől csak abban különböznek, hogy az F_s súrlódási erőt itt az F_g gördülési ellenállás helyettesíti, amely a μ_g pályaelenállási tényezőtől számítható.

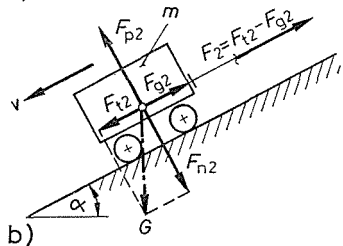
A számítás menetét a következő példában ismertetjük:

2.6. példa. Egy bányai lejtős aknájában egy rakománnyal megrakott csille felfelé és egy üres csille lefelé mozgatásához szükséges erőket vizsgáljuk meg! Az $m = 350$ kg tömegű csille $m_r = 750$ kg rakománnyal $\alpha = 25^\circ$ lejtésű és $\mu_g = 0,04$ tényezőjű pályán (2.11. ábra) felfelé $F_1 = F_{t1} + F_{g1}$ kötél erővel vontatható. Mivel

$$\sin \alpha = 0,42, \quad \cos \alpha = 0,9 \quad \text{és} \quad \mu_g \cos \alpha = 0,036,$$



a)



b)

2.11. ábra. Kocsivontás lejtős pályán (gördülés)
 a) felfelé mozgatás; b) lefelé eresztés

így

$$F_{t1} = g(m + m_r) \sin \alpha = 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (350 \text{ kg} + 750 \text{ kg}) \cdot 0,42 = 4530 \text{ N} = 4,53 \text{ kN},$$

$$F_{g1} = g(m + m_r) \mu_g \cos \alpha = 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (350 \text{ kg} + 750 \text{ kg}) \cdot 0,036 = 388 \text{ N} = 0,388 \text{ kN}.$$

A *vontató kötél* tehát $F_1 = 4530 \text{ N} + 388 \text{ N} = 4918 \text{ N} = 4,918 \text{ kN}$.

Az *üres kocsit* lefelé $F_2 = F_{t2} - F_{g2}$ kötél erővel kell visszatartani.

$$F_{t2} = mg \sin \alpha = 350 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,42 = 1440 \text{ N} = 1,44 \text{ kN},$$

$$F_{g2} = mg \mu_g \cos \alpha = 350 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,036 = 124 \text{ N} = 0,124 \text{ kN}.$$

A *leeresztő kötél* $F_2 = 1440 \text{ N} - 124 \text{ N} = 1316 \text{ N} = 1,316 \text{ kN}$.

Itt kell megemlíteni, hogy a lejtő hajlási szöge mint határszög a μ_g pályaellenállás-tényező kísérleti meghatározására is vezet, ha a (2.6) egyenlet mintájára $\operatorname{tg} \alpha_0 = \mu_g$ összefüggésből azt az α_0 lejtőszöget határozzuk meg, amelyiken a kocsi éppen még legurul.

A vasúti kocsik futóművének ellenőrzésére az ún. lefutási kísérletet egy, a még megengedhető μ_g ellenállás-tényezőhöz tartozó α_0 lejtősségű pályaszakaszon hajtják végre. A pályára helyezett kocsik közül a forgalomból kivonják azokat, amelyek a lejtőn nem gördülnek le. Ezek ellenállása ugyanis már nagyobb a megengedett határértéknél.

2.7. példa. Csillék pályaellenállásának vizsgálatához készített lefutópálya lejtőszöge az

$$\alpha_0 = \operatorname{arctg} \mu_g$$

egyenletből számítható. Ha a $\mu_g = 0,04$ tényezőt választjuk a pályaellenállás megengedhető felső határértékéül, akkor az ehhez tartozó (igen kis) lejtőszög értéke radiánban, jó közelítéssel annak tangensével vehető egyenlőnek.

Írható, hogy

$$\alpha_0 \approx \operatorname{tg} \alpha_0 = \mu_g = 0,04 \text{ rad,}$$

vagyis fokokban

$$\alpha_0 = 0,04 \cdot 180/3,14 = 2^\circ 17'.$$

2.1.7. A mechanikai teljesítmény és mértékegységei

Az előző pontokban a mechanikai munka értékelésekor teljesen figyelmen kívül hagytuk a munka végzéséhez szükséges *időtartamot*. Mihelyt azonban egy feladat *tervszerű* elvégzéséről van szó, vagyis ún. *munkaterv* szerint kell dolgozni, minden munkát előre kiszabott idő alatt kell elvégezni. Minél rövidebb időt szabunk meg az előírt munkamennyiség elvégzéséhez, annál több az **időegységre eső munka**, vagyis nagyobb a **teljesítmény**.

A műszaki gyakorlatban a teljesítmény elnevezést régebben általánosabb fogalomként is használták. Általában a teljesítmény valamilyen termék időegységre eső részét jelentette. Így például a szállítóteljesítmény a szállítógép időegységre eső szállított anyag mennyisége, a kazánteljesítmény a kazán időegységre jutó gőztermelése stb.

A mechanikai teljesítmény az egységnyi időre jutó mechanikai munka

$$P = W/t \quad W. \tag{2.7}$$

A teljesítmény egysége a watt, amely egy másodperc (s) alatt végzett egy joule munkát jelent:

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s.}$$

A watt teljesítményegység más SI-egységgel vagy az SI alapegységekkel kifejezve:

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg/s}^3 = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3}.$$

A gyakorlatban mindenféle teljesítményt, akár mechanikai, akár hő-, akár villamos teljesítményről van szó, watt-ban fejezünk ki. Tekintve, hogy a watt kicsi teljesítményegység, legtöbbször prefixummal kifejezett értékével (kW, esetleg MW) találkozunk. (Így pl. 40 kW-os benzinmotor, 120 kW-os villamos motor, 200 MW-os gőzturbina stb.)

Térjünk vissza mármost a 2.4. ábra kapcsán tárgyalt legegyszerűbb emelőgép vizsgálatához (l. a 2.1.3. pontot), amely m tömegű terhet (amelyre $G = mg$ súlyerő hat) h (m) magasságra emel.

Ha az erő és az út ismerete mellett még a munka végzésére fordított t (s) időt is előírjuk, akkor ezzel a teljesítményt is meghatároztuk, feltéve, hogy egyenletes munkavégzésről van szó.

Az időegységben végzett munka, vagyis a P teljesítmény ui. ilyenkor a $W = Gh = = Fs$ munkából így számítható:

$$P = \frac{W}{t} = G \frac{h}{t} = F \frac{s}{t} \quad W.$$

Ebben az egyenletben $h/t = s/t$ az egyenletesen befutott útnak az időegységre eső része, vagyis a munkasebesség: v (m/s). Ennek helyettesítésével írható:

$$P = Fv \quad W, \quad (2.8)$$

vagyis a **teljesítmény a munkát végző erő és a munkasebesség szorzatából is számítható.**

Éppúgy, mint a munka vizsgálatánál, a gép szempontjából itt is különbséget kell tennünk a hajtóerő szolgáltatott teljesítmény és az ellenállás legyőzésére elfogyasztott teljesítmény között.

A (2.8) egyenlet a *mozgatóerő teljesítményét* fejezi ki, amely a teheremelésre fordított teljesítménnyel egyenlő, de ellentétes szerepű. E különbség a jelölésekkel is kifejezésre juttatható.

A **fogyasztott teljesítmény** $P_G = Gv_G$ (W), ahol v_G (m/s) a teheremelés sebessége.

A **szolgáltatott teljesítmény** pedig $P_F = Fv_F$ (W), ahol v_F (m/s) a hajtóerő munkasebessége.

A 2.4. ábra szerint $F = G$ és $v_F = v_G$, vagyis $P_F = P_G$.

Ha a munkavégzés nem egyenletes, akkor a ds útelem mentén végzett $dW = F ds$ elemi munkából számítjuk ki a teljesítményt. A ds útelem befutásához szükséges dt időből az időegységben végzett munka így írható:

$$P = \frac{dW}{dt} = F \frac{ds}{dt} \quad W.$$

Mínthogy $ds/dt = v$, vagyis az egységnyi idő alatt befutott út a sebességet adja, tehát a teljesítményt akkor is az erő és a sebesség szorzatából számítjuk, ha a munkavégzés nem egyenletes. Ilyenkor a változó sebesség pillanatnyi értékét kell számításba venni, és ezzel arányosan változik meg a teljesítmény is.

A (2.8) egyenlet érvényessége eszerint kiterjeszhető változó erőknek változó munkasebességgel szolgáltatott (vagy fogyasztott) teljesítményére is.

A (2.7), ill. a (2.8) egyenlettel kapcsolatban érdemes megjegyezni, hogy ezek is ún. mennyiség-egyenletek. Mennyiségek közötti kapcsolatot fejeznek ki. Mennyiség-egyenletek alkalmazásakor bármilyen mértékrendszer megfelelő (koherens, azaz összehangolt) egységével helyettesíthetünk.

A műszaki gyakorlatban mindig SI-egységeket vagy más törvényes egységeket alkalmazunk. SI-egységeket helyettesítve az eredmény is SI-egységben adódik. Ha a helyettesítésnél alkalmazott SI-egységek között *önálló nevű* és *önálló jelű* származtatott SI-egység szerepel (pl. N, J stb.), ezt nem minden esetben szükséges alap- vagy kiegészítő egységekkel kifejezni. Az eredmény mértékegysége – az SI-egységek koherens voltából következik – az eredményül adódó mennyiség SI-egysége lesz. Ezt természetesen bármikor ellenőrizhetjük, pl. alapegységekre visszavezetéssel, de (ha nem tévesztettük el a helyettesítendő mértékegységeket) közvetlenül az eredményhez is írhatjuk. Ennek

megfelelően pl. a (2.8)-as egyenletbe helyettesítéskor az erőt N-ban, a sebességet m/s-ben helyettesítve az eredményt (itt teljesítményt) watt-ban kapjuk, azaz

$$(N) \cdot (m/s) = N \cdot m/s = J/s = W,$$

vagy

$$(kg \cdot m/s^2) \cdot (m/s) = m^2 \cdot kg/s^3 = W.$$

Ha prefixumos SI-egységekkel helyettesítünk, az eredmény is prefixumos SI-egység lesz. (Az áttekinthetőség érdekében prefixumos egységekkel csak egyszerű esetekben érdemes számolni.)

Ha viszont a behelyettesítendő mennyiségek között nem SI-egységgel kifejezett mennyiség is van (pl. erő kp-ban vagy sebesség csomóban), azokat először SI-egységekre kell átszámolni, és csak azután helyettesíthetünk.

2.8. példa. Egy $m = 5$ t-s daru emelőműve a terhet $v = 15$ m/min sebességgel emeli. A terhelésre fordított (hasznos) teljesítmény a (2.8) egyenlet szerint $F = G = mg$, és

$$v = 15 \frac{m}{min} \cdot \frac{1}{60} \frac{min}{s} = 0,25 \frac{m}{s},$$

valamint $m = 5$ t = 5000 kg helyettesítéssel:

$$\dot{P}_F = mgv = 5000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,25 \text{ m/s} = 12\,300 \text{ m}^2 \cdot \text{kg/s}^3 = 12\,300 \text{ W} = 12,3 \text{ kW}.$$

A (2.7) és a (2.8) egyenlet jelölései a teheremelésre fordított, ill. a súlyerőt kiegyensúlyozó mozgatóerő teljesítményére vonatkoztak, de mindkét egyenlet érvényessége (más jelöléssel) kiterjeszhető bármilyen más erő teljesítményére is.

Így pl. a 2.5a ábra szerint a vízszintes pályán a súrlódási erő teljesítménye: $P_s = F_s v$ (W), a 2.5b ábrán vázolt kocsi vontatásához szükséges teljesítmény pedig $P_g = F_g v$ (W). Az erő és a sebesség szorzatából számíthatjuk a ferde pályán csúszó test (2.9. ábra) vagy gördülő kocsi (2.11. ábra) vontatásához szükséges teljesítményt is, mielőtt az erőviszonyokat ismerjük, és a munkasebességet előírjuk.

2.9. példa. a) Egy vízszintes pályán $v = 72$ km/h sebességgel futó $m = 300$ t-s vonat ellenállása $\mu_g = 0,01$ vontatási tényezővel:

$$F_g = \mu_g G = \mu_g mg = 0,01 \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 29\,400 \text{ N} = 29,4 \text{ kN}.$$

A sebesség

$$v = 72 \frac{km}{h} = \frac{72 \text{ km} \cdot 1000 \text{ m} \cdot km^{-1}}{1 \text{ h} \cdot 3600 \text{ s} \cdot h^{-1}} = 72 \frac{km}{h} \cdot \frac{1}{3,6} \frac{m \cdot s^{-1}}{km \cdot h^{-1}} = 20 \frac{m}{s}.$$

A vontatáshoz szükséges mozdonyteljesítmény tehát:

$$P_g = F_g v = 29,4 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 20 \frac{m}{s} = 588 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot m/s = 589 \text{ kW}.$$

b) Ha a vonatot $i = 25$ %-os emelkedésű pályán felfelé kell vontatni, akkor az ehhez szükséges vontatóerőt a (2.4) egyenlet mintájára a következő alakban írhatjuk fel:

$$F_i = G \sin \alpha + \mu_g G \cos \alpha.$$

Mint ahogy a lejtő α hajlásszöge igen kicsiny, tehát jó közelítéssel helyettesíthető:

$$\alpha \approx \sin \alpha \approx \tan \alpha \approx i \quad \text{és} \quad \cos \alpha = 1.$$

A vontatóerő tehát most a $G = mg = 2940$ kN helyettesítéssel

$$F_i \approx G(i + \mu_g) = 2940 \text{ kN} \cdot (0,025 + 0,01) = 102,9 \text{ kN},$$

vagyis a pálya emelkedése miatt három és félszer akkora, mint a vízszintesben.

Ha a mozdonyteljesítmény változatlanul $P = 589$ kW maradt, akkor egyenletes vontatás csak a munkasebesség csökkentésével lehetséges.

E kisebb v_i sebesség a teljesítmény képletből számítható. Rendezve írható:

$$v_i = \frac{P}{F_i} = \frac{589 \cdot 10^3 \text{ W}}{102,9 \cdot 10^3 \text{ N}} = 5,72 \text{ m/s},$$

azaz

$$v_i = 5,72 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5,72 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}} = 20,6 \text{ km/h}.$$

c) Ugyanezen az $i = 0,025$ emelkedésű lejtőn lefelé gördülő vonatot fékezni kell. A (2.5) egyenletből kiszámítható fékezőerő

$$F_i = G \sin \alpha - \mu_g G \cos \alpha,$$

azaz az előző közelítéssel

$$F_i \approx G(i - \mu_g) = 2940 \text{ kN} \cdot (0,025 - 0,01) = 44,1 \text{ kN}.$$

A fékezőerő teljesítménye, ha a vonat lefelé is a (teljes) $v = 72$ km/h = 20 m/s sebességgel halad:

$$P_i = F_i v = 44,1 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 20 \text{ m/s} = 882 \cdot 10^3 \text{ W} = 882 \text{ kW}.$$

A fékezéssel felemészített teljesítmény *sírlódási hőteljesítmény* (hőáram) alakjában fűti a fékeket és környezetét. Az adott esetben tehát a fékek másodpercenként 882 kJ hőt adnak át a környezetnek!

Ezenfelül azonban a pályaellenállás munkája is hővé alakult át a csapágyakban és a gördülő elemeken. Ennek nagyságát a ($F_g = \mu_g G$) gördülési ellenállás teljesítményéből számíthatjuk. E vontatóteljesítmény: $P_g = 589$ kW, azaz itt másodpercenként 589 kJ hő keletkezik. (Meg kell jegyezni, hogy a vontatóteljesítmény egy része a légellenállásra jut, tehát az örvénylő levegőben alakul át hővé, ez azonban az eredményt nem érinti.)

2.1.8. A mechanikai munka módosítása. Az áttétel

A mechanikai munkát szolgáltató hajtóerő sebessége a munkát elfogyasztó ellenállás munkasebességéhez igazodik.

A 2.2. ábrán vázolt legegyszerűbb (merev) vontatóelemes közlőmű esetében a két sebesség nemcsak nagyságra, de irányra is azonos ($v_F = v_G$).

A munka könnyebb elvégzése végett a közlőművek legtöbbjét úgy alakítják ki, hogy a munkát *módosítható* sebességgel vigyék át.

Haladó mozgás esetében **módosítható az elmozdulás iránya vagy a munkasebesség nagysága.**

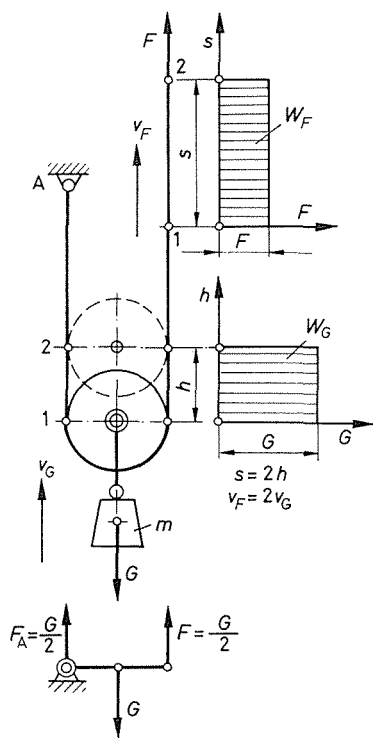
A csigán, korongon vagy dobon átvett hajlékony vontatóelem (kötél, lánc, szalag) elterelésével (2.4. ábra) csak a munkasebesség iránya változik meg. Ugyanezt a feladatot merev vonórúddal csuklósan kapcsolódó kétkarú emeltyű (szögemeltyű) is elvégzi (2.3. ábra).

Szorosabb értelemben vett módosításról a sebesség nagyságát is megváltoztató közlőmű esetében beszélünk. Ilyenkor a mozgatóerő és az ellenállás munkasebességének arányát nevezzük **módosításnak** vagy **áttételnek**:

$$i = v_F / v_G.$$

Ilyen módosítást ad a 2.12. ábra szerint az ún. *mozgócsigán* átvett kötél, amelynek egyik ágát az állványhoz rögzítjük, a másik ágát v_F sebességgel F mozgatóerővel húzzuk, és így a mozgócsiga tengelyére függesztett m tömegű terhet, amelyre $mg = G$ súlyerő hat, emeljük.

A munkasebességek aránya a t idő alatt befutott h , ill. s út összehasonlításával határozható meg. A terhet (súlypontjának) h magasságra emeléséhez a mozgócsigát tartó mindkét kötélágot ugyanakkora h darabbal kell megrövidíteni, és pedig az egyik (az ábrán a jobb oldali) kötélvégnek $s = 2h$ nagyságú elmozdításával.



2.12. ábra. Teheremelés mozgócsigával

A módosítás tehát az adott esetben *kétszeres*. Írható:

$$i = \frac{s}{h} = \frac{v_F}{v_G} = 2.$$

A gyakorlatban az áttételt az egynél nagyobb arányszámmal szokás kifejezni, akkor is, ha a közlőmű a hajtóerő munkasebességét nem kisebbíti, hanem növeli (lassító és gyorsító áttétel).

Ha a súrlódás munkáját figyelmen kívül hagyjuk (vagyis, ha a *tökéletes* gépre érvényes összefüggéseket kutatjuk), akkor az energia megmaradásának elve szerint: a **(tökéletes) gép – egyenletes üzemben – annyi munkát szolgáltat, mint amennyit abba befektetünk.**

E feltétel az időegységben szolgáltatott és elfogyasztott munkára is vonatkozik, vagyis a **tökéletes gép a hajtóerő teljesítményét teljes egészében használja.**

Írható tehát (a 2.12. ábra jelöléseivel):

$$W_F = W_G, \quad \text{azaz} \quad Fs = Gh \quad J \quad (2.9)$$

és

$$P_F = P_G, \quad \text{azaz} \quad Fv_F = Gv_G \quad W. \quad (2.10)$$

Az elmozdulás módosítása eszerint szükségképpen együtt jár az erő módosításával is.

A választott példában (a 2.12. ábra alsó képe szerint) az m teherre ható G súlyerő két kötélágra oszlik meg, vagyis a mozgatóerő félakkora ($F = G/2$).

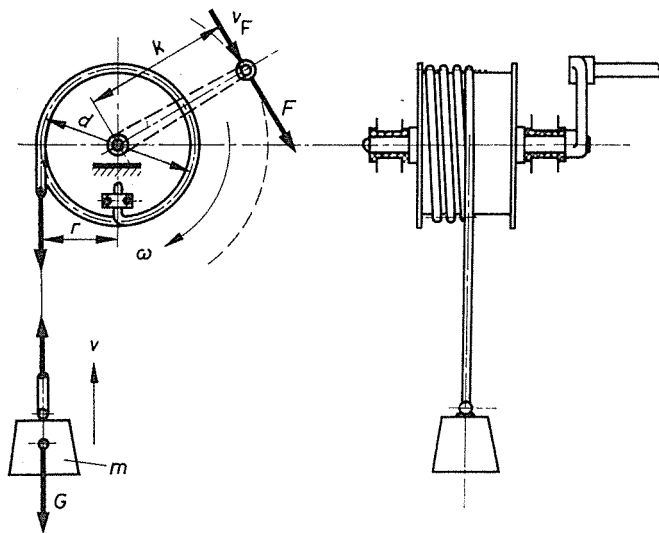
A 2.12. ábrába berajzolt két munkaterület egyenlőségét az adott esetben egyszerű szemlélet is igazolja. A két derékszögű négyzög összehasonlításából is kitűnik, hogy a teheremelés munkáját félakkora mozgatóerő kétszer akkora úton (vagyis kétszer akkora munkasebességgel) végzi.

A *mozgócsigák számának szaporításával* a teherre ható súlyerő kettőnél több kötélágra is megosztható, és ezáltal a kötélvezetés áttétele is megnövelhető. Nagy áttételek megvalósítására azonban az így megalkotott ún. **csigasor** nem alkalmas. (Nyolcszoros áttételhez is már négy mozgócsigára és nyolc kötélágra van szükség.)

A mechanikai munka módosításának a haladó mozgással szűkre szabott korlátai nagyon kitágíthatók a **mozgás jellegének megváltoztatásával**, vagyis akkor, ha a munkát **forgó mozgással** visszük át (forgó közlőművek).

E kérdés részletesebb vizsgálatával a következő pontban foglalkozunk. Itt csak arra utalunk, hogy a haladó mozgás alakjában végzett munka (pl. teheremelés) átvitele ilyenkor a **mozgás jellegét módosító gépelemek** alkalmazását kívánja, amelyek a **haladó mozgást forgó mozgássá** alakítják át.

A sokféle szerkezeti változat közül — amelyek működési elve a gördülés mozgástörvényeire vezethető vissza — itt csak a 2.13. ábrán vázolt *kötéldobot* említjük meg, amelynek palástjára felcsavarodó kötél a forgó mozgással szolgáltatott munkát haladó mozgás alakjában továbbítja a teherhez.



2.13. ábra. Teheremelés kötéldobbal (kötéldobos emelőgép)

2.1.9. A mechanikai munka átvitele forgó mozgással. A fordulatszám

A mechanikai munka vizsgálatát eddig egyenes pályán haladó mozgásra korlátoztuk. A munka nagysága azonban a pálya alakjától független; csak hogy a **görbe pálya mentén a mozgatóerő és az elmozdulás irányát bármelyik pontban a görbe érintője szabja meg.**

Különös figyelmet érdemel itt a **körmozgás.** A forgástengely körül forgatott merev test pontjai körpályát írnak le, amelynek sugarát a kijelölt pont tengelytől mért távolsága adja.

Körpálya mentén szolgáltat mechanikai munkát a dolgozó, amikor az emelőgép (k hosszúságú) **kéziforgattyúját** körülforgatja (2.13. ábra).

A **mozgatóerő** (hajtóerő) **irányát** a k sugarú körpálya kerületéhez vont érintő szabja meg, ezért ezt az érintőleges (tangenciális) F erőt röviden **kerületi erőnek** nevezzük.

A forgattyúmozgás sebességét szintén a körpálya kerületén mérjük, és ezért **kerületi sebességnek** nevezzük.

A forgattyúpálya kerületén kifejtett F hajtóerő és a v_F munkasebesség a dolgozó teljesítményét is egyértelműen meghatározza.

A kézi hajtás tervezésekor elsőrendű szempont legyen a kéziforgattyú oly kialakítása, hogy a dolgozó gyors kifáradásra vezető túlerőltetés nélkül végezhesse munkáját. Erre való tekintettel a *forgattyú tengelyét* a padlóvonal fölött kb. 1 m magasságban kell elhelyezni. A *forgattyúkar* alkalmas mérete: $k = 300 \dots 350$ mm (régében 400 mm).

A *munkasebesség* a hajtóerő nagyságához igazodik, és $v_F \approx 1$ m/s lehet, ha a hajtóerő $F \approx 80$ N.

Rövid ideig tartó üzemben a hajtóerő $F = 150$ N-ig fokozható, de csak a munkasebesség rovására ($v_F = 0,5$ m/s).

Kézi hajtású emelőgépek hajtásához rendszerint két dolgozót alkalmaztak. Ilyenkor a tengely mindkét végére szereltek forgattyút (180°-os elékeléssel).

A tengely forgó mozgását az *időegység alatti szögelfordulással*, vagyis az ún. **szögsebességgel** jellemezhetjük.

Egyenletes forgó mozgás esetében Δt idő alatt bekövetkezett $\Delta\varphi$ szögelfordulásból a szögsebesség

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad \text{rad/s.} \quad (2.11)$$

Időben változó sebességű forgó mozgás esetében a szögsebesség

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{rad/s.} \quad (2.11a)$$

A gyakorlatban a szögsebesség mellett az *időegység alatt megtett körülfordulások száma* vagy röviden a **fordulatszám** (n) a forgó mozgás jellemzője.

A fordulatszám ugyanis lassú járású gépen egyszerű számlálással, gyors járású gépen ún. *fordulatszámoló* műszerrel közvetlenül meghatározható.

A fordulatszámából a szögsebesség a következő megfontolással számítható ki:

Egy körülfordulással a tengely 2π szöget ír le. Ha 1 s alatt n a körülfordulás száma, akkor a szögelfordulás $2\pi n$, ami éppen a szögsebesség

$$\omega = 2\pi n \quad \text{rad/s.} \quad (2.12)$$

A gyakorlatban a fordulatszámot percenkénti értékkel szokás megadni vagy mérni. Ha ilyen értékkel rendelkezünk, először másodpercenkénti értékre (60 s/min osztással) számoljuk át, és csak ezután helyettesítsük az összefüggésbe.

Az n fordulatszám a k sugarú körpályát befutó forgattyú kerületi v_F sebességét is egyértelműen meghatározza.

A gondolatmenet az előzőhöz hasonló, csak hogy most a kerületi sebesség fogalmából indulunk ki, mint az egy másodperc alatt befutott útból.

Míthogy pedig egy körülfordulás alatt a $2\pi k$ kerület egyszer futható be, az egy másodperc alatt n körülfordulással megtett út ennek n -szerese lesz, vagyis a kerületi sebesség

$$v_F = 2\pi kn \quad \text{m/s.} \quad (2.13)$$

A kerületi sebesség a (2.12) és (2.13) egyenlet összevonásával a szögsebességgel is kifejezhető. Helyettesítés után írható:

$$v_F = k\omega \quad \text{m/s,} \quad (2.14)$$

ahol k a forgattyú karja vagy általánosságban a körpálya sugara, amelyet a kerületi sebesség kiszámításakor mindig méterben kell helyettesíteni a (2.13) és (2.14) egyenletbe.

A kerületi sebesség eszerint a sugár és a szögsebesség szorzata.

2.10. példa. A $k = 350$ mm karhosszúságú kézforgattyút hajtó dolgozó $F = 80$ N kerületi erővel és $v_F = 1,0$ m/s kerületi sebességgel dolgozik.

A tengely fordulatszáma a (2.13) egyenletből:

$$n = \frac{1,0 \text{ m/s}}{2\pi \cdot 0,35 \text{ m}} = 0,455 \text{ s}^{-1}.$$

(Ez megfelel $n = 27,3 \text{ min}^{-1}$ értéknek.)

A tengely szögsebessége pedig a (2.14) egyenletből:

$$\omega = \frac{v_F}{k} = \frac{1,0 \text{ m/s}}{0,35 \text{ m}} = 2,85 \text{ rad/s.}$$

A gép hajtására fordított teljesítmény a (2.8) egyenletből:

$$P_F = Fv_F = 80 \text{ N} \cdot 1 \text{ m/s} = 80 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 80 \text{ J/s} = 80 \text{ W.}$$

2.1.10. A forgatónyomaték munkája

A kerületi erő teljesítményét a (2.8) egyenlet szerint az erő és a sebesség szorzata adja. Ha a kerületi sebességet a (2.14) egyenletből a szögsebességgel fejezzük ki, akkor írható:

$$P_F = Fv_F = Fk\omega = kF\omega = M\omega \quad \text{W.}$$

A kF szorzat itt az erőnek a tengelyt terhelő ún. **M forgatónyomatéka**, amely az erőnek a tengelytől mért merőleges távolságával vagy röviden az erő karjával arányos.

A forgatónyomaték *mértékegysége*: $\text{m} \cdot \text{N}$, formailag a *mechanikai munkáéval megegyezik*. A kart méterben, az erőt pedig newtonban kell helyettesíteni. A két fogalom között azonban a *lényeges különbség* az, hogy a *mechanikai munkában* a

hosszúság az erő irányába eső utat, a forgatónyomatékban az erőre merőleges karhosszúságot jelenti! E különbség kidomborítására a munka önálló nevű mértékegységet: joule-t kapott.

A tengelyt terhelő forgatónyomaték nagysága szabja meg a tengely szelvényeinek igénybevételét is. A szilárdsági méretezés erőtani feltételét tehát ilyenkor az elcsavarodást okozó forgatónyomatékból vezetjük le (2.15. ábra). A hajlításra igénybe vett géprészek (pl. a forgattyú) méretezésekor a vizsgált keresztmetszetet terhelő nyomatékokat **hajlítónyomatéknak** nevezzük.

A kerületi erő teljesítményét kifejező előbbi egyenlet a forgatónyomaték $M = kF$ helyettesítésével a következő alakot veszi fel:

$$P = M\omega \quad W. \quad (2.15)$$

Az egyenlet nemcsak a mozgatóerőre érvényes, hanem a munkát fogyasztó ellenállás M_G nyomatékára is. Erre való tekintettel az általános alak felírásakor elhagyjuk a megkülönböztető jelöléseket (indexeket) is, amelyek mindig **összetartozó mennyiségekre** utalnak.

Eszerint az F mozgatóerő teljesítménye $P_F = M_F\omega_F$; a G ellenállás (súlyerő) legyőzésére fordított teljesítmény $P_G = M_G\omega_G$ stb.

A **teljesítmény** a szögsebesség helyett a **fordulatszám**mal is kifejezhető, ha a (2.15) egyenletbe behelyettesítjük a szögsebességnek (2.12) szerint kifejezett értékét:

$$P = 2\pi nM \quad W. \quad (2.16)$$

E képlet átalakított alakját szokás a P teljesítményű és n fordulatszámú gép tengelyét terhelő forgatónyomaték kiszámításához alkalmazni:

$$M = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{P}{n} \quad \text{m} \cdot \text{N}. \quad (2.17)$$

A (2.16) és (2.17) képletben a fordulatszámot természetesen másodpercenkénti értékével kell helyettesíteni.

Most pedig vizsgáljuk meg (2.13. ábra) a kötéldobnak a mozgás jellegét módosító szerepét. A dob forgása következtében annak palástjára felcsavarodó kötélszelethez azonos, ha a csúszást megakadályozzuk, és a kötélszelethez is elhanyagoljuk. A kötélszelet alsó végére függesztett teher (eszerint) a dob kerületi sebességével emelkedik.

Ez természetesen csak a 2.13. ábra szerinti *egykötéllágas* függesztésre érvényes, amely a munkasebesség nagyságát nem módosítja. Több kötéllágra függesztett teher sebessége a kötélszelethez is függ, mint azt a 2.1.8. pontban a 2.12. ábra kapcsán már kimutattuk. Ilyenkor a dobra csavarodó kötélszelet munkasebessége egyezik a palást kerületi sebességével.

A dob kerületi sebességét (és más esetben tengelyre ékelt tárcsa, korong stb. kerületi sebességét) a mérnöki gyakorlatban a sugár helyett a jól mérhető **átmérőből** szokás számolni. Ennek megfelelően a (2.13) egyenlet a d átmérő helyettesítésével

$$v = \pi d n \quad \text{m/s}.$$

A dobra felfutó kötélszelet húzóereje a dob palástján (kerületi erő alakjában) forgatónyomatékokat fejt ki. Ez a *teher* nyomatéka $M_G = rG$, amely (emeléskor) a forgással ellentétes, tehát csak a hajtóerő M_F nyomatékával győzhető le.

Éppúgy, mint ahogyan a haladó mozgás egyenletessége csak a hajtóerő és az ellenállás egyensúlyával ($F = G$) volt biztosítható, a forgás is **csak akkor lehet egyenletes, ha a hajtóerő nyomatéka egyensúlyt tart a terhelőnyomatékkal** ($M_F = M_G$).

A forgás egyenletességét a szögsebesség, ill. a fordulatszám állandósága ($\omega = \text{konst.}$, $n = \text{konst.}$) fejezi ki.

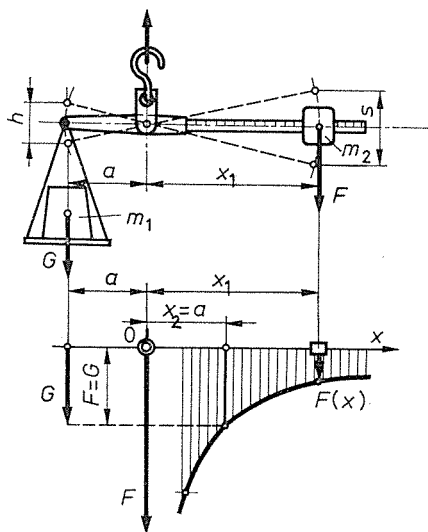
Azt látjuk tehát, hogy a **forgó mozgással** átvitt munkában a *forgatónyomatéknak* és a *szögsebességnek* (ill. az ezzel arányos fordulatszámnak) a szerepe lényegében ugyanaz, mint a **haladó mozgás esetén** az *erő* és a *sebességé*. Így pl. a (2.15) egyenlet szerint a **mechanikai teljesítményt** most a **forgatónyomaték és a szögsebesség szorzata** adja (az erő és a sebesség szorzata helyett).

A forgatónyomatékok egyensúlyának feltételeit a 2.14. ábra szemlélteti az ún. római mérleggel, amelynek csúszósúlyával a nyomatékok egyenlőségét állítjuk helyre.

Írható:

$$aG = xF,$$

vagyis az egyensúlyt a két – ellenkező értelemben forgató – nyomaték egyenlősége biztosítja.



2.14. ábra. A forgatónyomatékok egyensúlya

Ugyanazt a nyomatékot annál kisebb F erővel tarthatjuk egyensúlyban, minél nagyobb az erő karja (x). Az $F = F(x)$ függvényábra mutatja a görbe hiperbolikus lefolyását is.

2.11. példa. A 2.10. példában kiszámítottuk egy $k = 350$ mm hosszú kézforgattyú fordulatszámát, ha azt egy dolgozó $v_F = 1$ m/s kerületi sebességgel forgatja.

Az $F = 80$ N-ra becsült hajtóerő nyomatéka

$$M_F = kF = 0,35 \text{ m} \cdot 80 \text{ N} = 28,0 \text{ m} \cdot \text{N}.$$

A 2.13. ábra szerint a forgattyútengelyre $d = 250$ mm átmérőjű dobot ékelünk, amelynek (a már kiszámított) fordulatszám: $n = 0,455 \text{ s}^{-1}$.

Ha a csapágyak súrlódását elhanyagoljuk, akkor a hajtóerő nyomatékával akkora G súlyerejű terhet emelhetünk, amekkora a nyomatékok egyensúlyát biztosítja, azaz

$$G = \frac{M_F}{d/2} = \frac{28,0 \text{ m} \cdot \text{N}}{0,125 \text{ m}} = 224 \text{ N}.$$

A teheremelés sebessége a dob kerületi sebességével azonos. Az adott esetben tehát a (2.13a) egyenletből

$$v = \pi dn = \pi \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 0,455 \text{ s}^{-1} = 0,357 \text{ m/s.}$$

A példa adataiból is kitűnik, hogy az ábrán vázolt egyszerű emelőgép ebben az alakjában csak egészen kis terhek emelésére használható. A *dobátmérő kisebbítésével* az emelőgép *teherbírása* még kissé fokozható, mint pl. a kerekes kútnál megfigyelhetjük, amely lényegében ugyanilyen szerkezetű.

Nagyobb terhek emeléséhez a forgó mozgást módosítani kell, hogy a hajtóerő nyomatékával (a szögsebesség rovására) nagyobb terhelőnyomatékok lehessen legyőzni (vö. a 2.1.16. ponttal).

2.12. példa. Egy $P = 22 \text{ kW}$ -os villamos motor fordulatszáma $n = 1450 \text{ min}^{-1}$ ($= 24,2 \text{ s}^{-1}$),
a) A motor tengelyén kifejtett *forгатónyomaték* a (2.17) egyenletből számítható:

$$M = \frac{1}{2\pi} \frac{P}{n} = \frac{1}{2\pi} \frac{22 \cdot 10^3 \text{ W}}{24,2 \text{ s}^{-1}} = 144,7 \text{ m} \cdot \text{N.}$$

b) A motortengely *szögsebessége* a (2.12) egyenletből:

$$\omega = 2\pi n = 2\pi \cdot 24,2 \text{ s}^{-1} = 152 \text{ rad/s.}$$

c) A motor tengelyére akkora szíjtárcsát ékelhetünk, hogy annak kerületi sebessége a $v = 30 \text{ m/s}$ határértéket túl ne lépje. (Az öntöttvas koszorút terhelő feszültség ennél a kerületi sebességnél még nem veszélyezteti a szíjtárcsa épségét.)

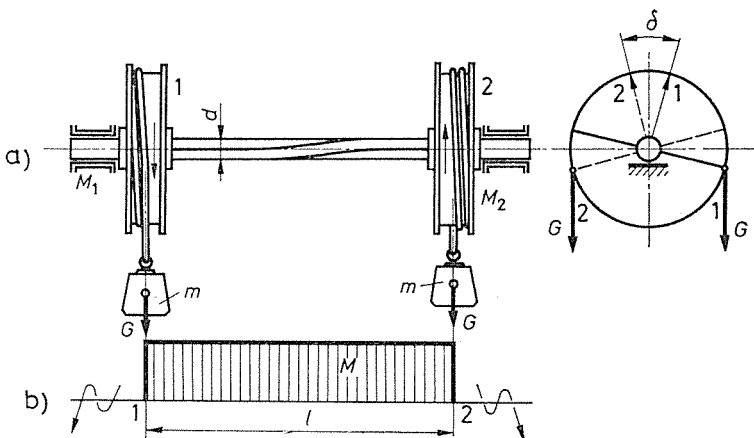
A (2.13a) egyenletből kifejezett *tárcsaátmérő*

$$d = \frac{v}{\pi n} = \frac{30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{\pi \cdot 24,2 \text{ s}^{-1}} = 0,395 \text{ m.}$$

$d = 400 \text{ mm}$ -re felkerekített átmérőjű szíjtárcsa kiválasztásánál a szilárdsági követelményeket még kielégítjük.

A forгатónyomatékok átvívó **tengely** a nyomaték és ellennyomaték síkja közé eső szakaszán **elcsavarodik**, mint azt a 2.15. ábra szemlélteti.

A szelvényről szelvényre továbbított forгатónyomatékok ezért a szilárdságtan **csavarónyomatéknak** is nevezi, amelyből a tengely teherbíró vastagsága is kiszámítható. Könnyen belátható, hogy e **csavarónyomaték** a **munkát átvívó tengelyszakasznak** minden szelvényében ugyanakkora.



2.15. ábra. A tengely elcsavarodása

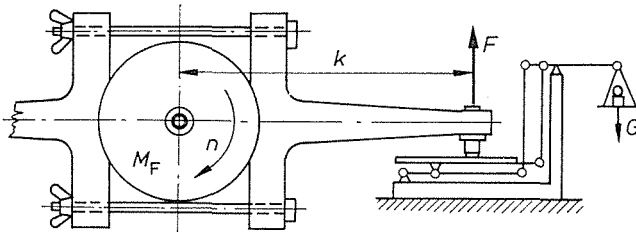
A terhelőnyomatékok tengely menti eloszlását a csavarónyomatékok ábrája szemlélteti (2.15b ábra); alakja hasonlít a vontatóelemet terhelő húzóerők ábrájához (2.2. ábra).

A közlőműtengely méretezése szintén nem szorítkozhat a szilárdsági feltétel kielégítésére, hanem tekintettel kell lennünk a 2.1.2. pontban kiemelt mozgástani feltételekre is. A mechanikai munka torzítatlan átvitele érdekében a tengely (rugalmas) elcsavaródását is korlátok közé kell szorítani. (A gyakorlat rendszerint még megengedhetőnek tartja a tengelynek méterenként $1/4^\circ$ -kal való elcsavarását.)

A **forgatónyomaték mérése** is a csavarónyomatékkal arányos elcsavaródás leolvasására berendezett ún. **torziós dinamométerrel** végezhető.

A 2.15. ábra jobb oldalán megjelölt δ elfordulási szög közvetlenül csak a tengely álló helyzetében olvasható le; alkalmas *optikai berendezéssel* azonban a viszonylagos szögelfordulás *forgás közben* is megfigyelhető. E mérési módszer előnye, hogy a forgatónyomaték *munkavégzés közben* is meghatározható, mert ez a műszer az üzemben levő gépcsoport munkáját közlőmű módjára továbbítja.

A forgatónyomaték mérésének egy másik módja az ún. fékezési kísérlet. A 2.16. ábra az e célra szerkesztett ún. **Prony-fék** vázlatos elrendezését mutatja, amellyel az erőgép tengelyén kifejtett forgatónyomatékokat a súrlódási erő nyomatékával tartjuk egyensúlyban.



2.16. ábra. A forgatónyomaték mérése **Prony-fékkal**

A *súrlódási erőt* a beállítócsavarokkal különböző értékekre *szabályozhatjuk*. Különböző nagyságú fékezőnyomatékoknak – a fékezett erőgép jellegétől függően – különböző fordulatszámok felelnek meg. A *fordulatszámot* a tengelyvégen *fordulatszámolóval* mérjük.

A fékezőnyomaték nagyságát a *k* karon *mérlegre* átvitt *F* kerületi erő közvetlen mérésével határozzuk meg.

E mérési módszer hátránya, hogy az **erőgép munkája** mérés közben **súrlódási hővé alakul** át, vagyis kárba vész.

A forgatónyomaték mérésének gazdaságosabb módja valósítható meg az ún. **mérlegdinamó** használatával, amely az erőgép tengelyét szintén „lefékezi”, csak hogy a fékbe vezetett munkát *hasznosítható villamos energiává* alakítja át.

2.13. példa. Egy $P = 10 \text{ kW}$ -os, $n = 3000 \text{ min}^{-1} (= 50 \text{ s}^{-1})$ fordulatszámú, *belsőégésű motor* teljesítményét *Prony-fékkal* ellenőrizzük. Az (előre lemérhető) fékkar hossza: $k = 1500 \text{ mm}$.

Az (1.17) egyenlet szerint az előbbi teljesítmény kifejtéséhez szükséges *forgatónyomaték*

$$M = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{P}{n} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{10 \cdot 10^3 \text{ W}}{50 \text{ s}^{-1}} = 31,8 \text{ m} \cdot \text{N}.$$

A *mérleget terhelő kerületi erő* tehát

$$F = \frac{M}{k} = \frac{31,8 \text{ m} \cdot \text{N}}{1,5 \text{ m}} = 21,2 \text{ N}.$$

A motor teljesítménye súrlódási hővé alakul át, amely a féket áttüzesíti, ha hűtéséről nem gondoskodunk.

A hőteljesítmény (hőáram)

$$P_Q = P = 10 \text{ kW.}$$

Ha e súrlódási hő elvezetésére vízhűtést alkalmazunk, akkor az ehhez *szükséges hűtővíz* q_V térfogatáramát a következő megfontolással számíthatjuk ki. Ha a víz kezdeti hőmérséklete $\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}$ és az $\vartheta_2 = 80^\circ\text{C}$ -os hőmérsékleten távozik, akkor a $(\vartheta_2 - \vartheta_1)$ °C-ú felmelegedés közben minden m^3 , $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ sűrűségű, és $c = 4187 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ fajhőjű víz $c(\vartheta_2 - \vartheta_1)$ hőmennyiséget visz magával.

Ha a fejlődő hőmennyiséget teljes egészében a hűtővíznek kell elvezetnie, akkor írható:

$$q_V \rho c (\vartheta_2 - \vartheta_1) = P_Q,$$

és ebből a szükséges hűtővíz mennyisége (*térfogatárama*)

$$\begin{aligned} q_V &= \frac{P_Q}{\rho c (\vartheta_2 - \vartheta_1)} = \frac{10 \cdot 10^3 \text{ J}\cdot\text{s}^{-1}}{1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \cdot 4187 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \cdot (80 - 20) ^\circ\text{C}} = \\ &= 0,039 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = 0,039 \text{ l/s} = 0,143 \text{ m}^3/\text{h}. \end{aligned}$$

2.1.11. A forgó mozgás módosítása. Közlőművek

Csaknem minden erőgép **forgó mozgás** alakjában szolgáltatja a mechanikai munkát. (Még az izomerőt kifejtő dolgozó is a kézi vagy lábhajtású kiszolgáló gépelemek *forгатásával* teszi folyamatossá munkáját.)

A szolgáltatott mechanikai *teljesítményt* a hajtóerő *forगतónyomatéka* és az erőgép ún. főtengelyének (a hajtótengelynek) *fordulatszáma* egyértelműen meghatározza. Az erőgép e jellemzői rendszerint nincsenek összhangban a munkagépek jellemzőivel, még akkor sem, ha az erőgép egyetlen munkagépet hajt (külön hajtás). Még nagyobbak az eltérések az ún. csoporthajtás esetében, amikor egyetlen erőgép munkáját a többnyire különböző fordulatszámú munkagépek között kell szétosztani. Ilyenkor a munka átvitelére és szétosztására hivatott mechanikai közlőműre hárul a forgó mozgás alakjában továbbított mechanikai munka **módosítása** is.

A vontatóelemes közlőmű a haladó mozgás munkasebességét módosítja (2.1.8. pont). Az áttételt itt a sebességek arányával fejezzük ki. Forgó mozgás esetében *a két tengely fordulatszámának összehasonlításával jutunk a módosítás vagy áttétel fogalmához* ($i = n_F/n_G$).

Az áttétel a szögsebességek arányából is számítható $i = \omega_F/\omega_G$.

A módosító elempárok sokféle változatról jó áttekintést kapunk, ha üzemük szerint *két csoportba* soroljuk őket.

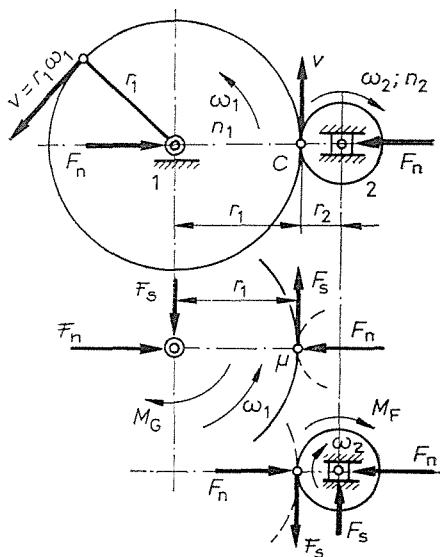
Az *egyik csoport* sajátossága a **kapcsolat merevsége**, vagyis a *szögsebességek arányának* (a terheléstől is független, szigorú) *állandósága*. Ilyen a kapcsolat a fogaskerék és a lánchajtás között.

A *másik csoportnál* a két elempár között a kapcsolatot súrlódási erő hozza létre, amely a terhelés arányában nagyobbodó **csúszást is megenged**. Ilyen súrlódóhajtás a szíj- és kötélhajtás is, amelynek *áttétele* terhelés közben *nem marad szigorúan állandó*. Megcsúszás (szlip) következtében e hajtásoknál a munkasebesség néhány százalékos csökkenésével kell számolni, ami természetesen az áttétel számértékében is kifejezésre jut.

A **módosítás (áttétel) kiszámításakor** első közelítésben a megcsúszás hatása figyelmen kívül hagyható.

Ebben az esetben a 2.17. ábrán vázolt *súrlódókerékpár*ra levezetett eredmények a fogaskerékajtásra is érvényesek.

a) A **súrlódókerekek** csúszásmentes legördülésének feltétele úgy is fogalmazható, hogy a két kerék (C) érintkezési pontjában (az ún. főpontban) a két kerületi sebesség között eltérés nem lehet. (Előresietés vagy visszamaradás csak úgy lehetséges, ha az egyik kerék a másikon megcsúszik.)



2.17. ábra. Súrlódó kerékpár

A 2.17. ábra jelöléseivel írható:

$$v = r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2,$$

az áttétel tehát:

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}. \quad (2.18)$$

A **kerékpár módosítását** eszerint a **keréksugarak viszonya** is egyértelműen meghatározza.

Az eredmény változatlan marad akkor is, ha a sugarak helyett a **kerékátmérőket**, a szögsebességek helyett pedig a **fordulatszámokat** helyettesítjük, azaz

$$i = \frac{n_2}{n_1} = \frac{d_1}{d_2}. \quad (2.19)$$

A kerületi sebességek egyenlőségét kifejező egyenletből ez az eredmény közvetlenül is kiadódik, ha a (2.13a) egyenlettel számolunk.

A kerékátmérők alkalmas választásával eszerint elvben tetszőleges áttétel valószínű meg. Meg kell azonban jegyezni, hogy a valóságban a súrlódókapcsolat nem teljesen csúszásmentes, ezért a (2.18) és (2.19) egyenletből kiszámított áttétel is igazításra szorul.

A 2.17. ábrából a **súrlódókerékpár** erőviszonya is megfigyelhető. Minthogy a hajtás főpontjában minden erő egyensúlyban van (mert az erő ellenerőt ébreszt), tehát a viszonyok tisztázása érdekében a két kerék erőviszonyát elkülönítve rajzoltuk fel. Az eltávolított gépelemet ilyenkor az együttes üzemből származó erők helyettesítik.

A vizsgálat folyamán feltételezzük, hogy a 2. tengely szolgáltatja a hajtóerő nyomatékát (hajtótengely).

A mechanikai munkát a főpontban ébredő F_s súrlódás (kerületi erő alakjában) viszi át az 1. kerékre, amelynek tengelyét az ellenállás nyomatéka terheli (hajtott vagy vitt tengely).

Egyenletes üzem csak akkor lehetséges, ha az F_s súrlódási erő nyomatéka a vitt tengelyen le tudja győzni az M_G terhelést, azaz ha

$$M_G = r_1 F_s.$$

(A vitt tengelyt tehát a súrlódási erő hajtja.)

A hajtótengelyen viszont a súrlódási erő nyomatéka a forgással ellentétes terhelés alakjában jelentkezik, amelyet az M_F nyomatéknak kell legyőznie. Az egyenletes üzem feltétele.

$$r_2 F_s = M_F.$$

A két egyenletből a súrlódási erő kiesik, ha azokat egymással elosztjuk. Az eredmény

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{M_G}{M_F} = i. \quad (2.20)$$

Ebből az eredményből kitűnik, hogy a szögsebesség módosításával egyidejűleg a forgatónyomatékok aránya is módosul, éspedig abban a mértékben, amint azt az energia megmaradásának elve is kifejezi.

Meg kell jegyezni, hogy a módosítás csak akkor számítható ki a nyomatékok arányából, ha a gép a hajtóerő teljesítményét teljes egészében hasznosítani tudja, vagyis, ha *tökéletes* (ideális) gépről van szó.

A valóságos gépben a hajtóerő munkájából a gép belsejében (pl. a tengelyt alátámasztó csapágyakban) ébredő súrlódási erők munkáját is fedezni kell, ennél fogva a vitt tengelyen hasznosítható munka kisebb az elméleti értéknél. A *súrlódás a nyomaték egy részét köti le*, ezzel szemben a *megcsúszás a munkasebességet* csökkenti: mindkét jelenség hatását első közelítésben elhanyagoljuk, és utólagosan fogjuk figyelembe venni (vö. a d ponttal).

A csapsúrlódások nagyságrendjére vonatkozóan a súrlódókerék-hajtásnál figyelembe kell venni, hogy a nyomaték átvitelére hivatott F_s súrlódási erő ébresztéséhez a két kereket legalább $F_n = F_s/\mu$ nagyságú erővel kell egymáshoz szorítani. **Ez az erő lényegesen nagyobb a kerületi erőnél**, ami ennél a hajtásnál a tengely igénybevétele és ezzel együtt a csapsúrlódást is tetemesen megnöveli. Erre való tekintettel a súrlódóhajtásnak ezt az alakját rendszerint csak kis teljesítmények átvitelére alkalmazzák.

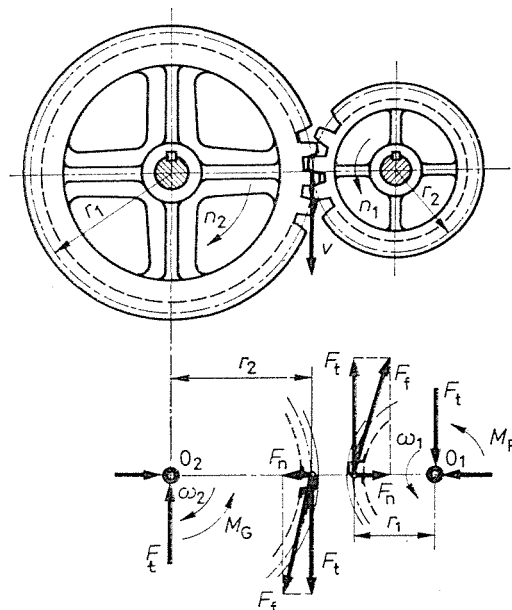
b) Fogaskerék-hajtás. A két egymáson *gördülő kerék ún. osztóköreinek megcsúszását* egymásba kapcsolódó fogazattal lehet megakadályozni (2.18. ábra). A fogak szelvényeinek helyes szerkesztésével az osztókörök csúszásmentes gördülése teljes szabotossággal biztosítható, ez azt is jelenti, hogy a **két kerék (osztókörön mért) kerületi sebessége pontosan egyenlő.**

A fogaskerékpár módosítása eszerint szintén a (2.18) és (2.19) egyenletből számítható, csak hogy most teljesen pontos eredményt kapunk, ha az osztókörök

sugarát, ill. átmérőjét helyettesítjük. A súrlódókerékkel ellentétben itt **merev áttételről** beszélhetünk, amelynél viszonylagos elcsúszás csak fogtörés árán lehetséges.

Itt említjük meg, hogy a fogak szabatos kapcsolódása csak akkor lehetséges, ha a *fogak távolsága* – vagyis az osztókörön mért ún. *fogosztás* – a két keréken *egyenlő*.

Ha a fogosztás t , akkor a $d_1\pi$ kerületű osztókör $z_1 = d_1\pi/t$ részre osztható, vagyis a d_1 átmérőjű kerék fogszáma z_1 . Ugyanekkora t fogosztással a d_2 átmérőjű kerék fogszáma: $z_2 = d_2\pi/t$.



2.18. ábra. Fogaskerék-hajtás

A két fogszám aránya tehát: $z_1/z_2 = d_1/d_2$, és ezzel a fogaskerékpár áttételét a fogszámok aránya is meghatározza. A (2.19) egyenletbe helyettesítve ugyanis írható:

$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (2.19a)$$

A **fogaskerékpár** erőviszonyai a tengelyek igénybevétele szempontjából jóval kedvezőbbek, mint a súrlódóhajtásé, mert a munkaátvitel szempontjából mértékadó F kerületi erőt itt az egymással kapcsolódó fogszelvényekre merőleges F_f fognyomás adja, amelynek sugárirányú F_n összetevője igen kicsiny az F_t érintőleges összetevőhöz viszonyítva.

Az erőviszonyokat a 2.18. ábra szemlélteti. Munkaátvitel szempontjából a viszonyok elvileg ugyanazok mint a súrlódóhajtásnál. A vizsgálat eredménye itt is az, hogy – a súrlódások figyelmen kívül hagyásával – az áttétel a nyomatékok arányát is kifejezi a (2.20) egyenlet szerint.

A **fogaskerék-hajtásnak különleges változatait** alkalmazzák abban az esetben, amikor a két tengely nem párhuzamos. Így pl. egymást metsző tengelyek esetében az ún. **kúpkerékpár**, egymásra merőleges kitérő tengelyek esetében pedig az ún. **csiga-hajtás** (2.19. ábra) használatos.

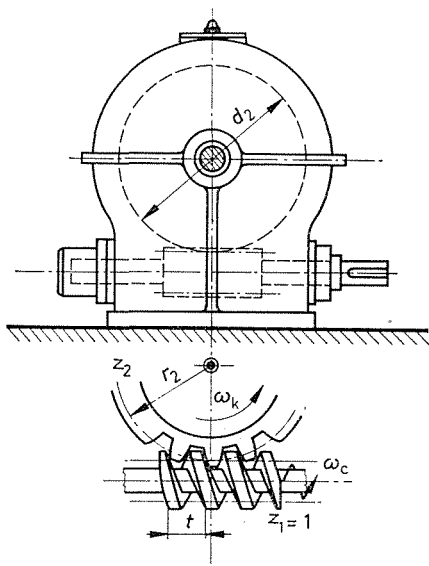
A csigahajtás vázlatos elrendezése a 2.19. ábrán látható. A z_2 fogú, ún. csigakerék fogszelvényei egy – saját tengelye körül ω_c szögsebességgel forgó – csavarnak a meneteivel kapcsolódnak.

Ha a csavar egy menetű ($z_1 = 1$), akkor annak egy teljes körülfordulásával a csigakerék osztóköre egy fogosztással tolódik el. A z_2 fogú kerék egy teljes körülfordulásához tehát a csavarnak z_2 -ször kell körülfordulnia. Több menetű csavar esetében ($z_1 = 2, 3, \dots$) a csavar fordulatonként z_1 foggal forgatja el a csigakeréket.

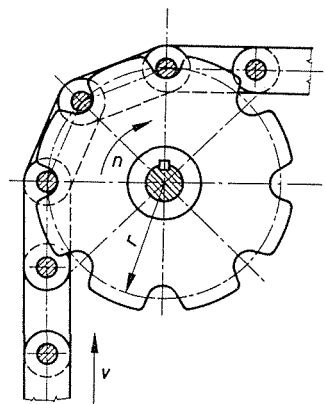
Az áttétel tehát (a 2.19. ábra jelöléseivel)

$$i = \frac{\omega_c}{\omega_k} = \frac{z_2}{z_1}$$

A csigahajtás előnye, hogy igen nagy áttételek valósíthatók meg vele. Például $z_2 = 120$ fogú kerék $z_1 = 1$ menetű csavarral $i = 120$ -szoros módosítást ad, vagyis az $n = 1440 \text{ min}^{-1}$ fordulatszámú villamos motor forgási sebességét $n_k = 12 \text{ min}^{-1}$ -re lassítja.



2.19. ábra. Csigahajtás



2.20. ábra. Lánchajtás

c) A **lánchajtás** a fogaskerékpárhoz hasonló merev kapcsolatot létesít a hajtó- és a vitt (hajtott) tengely között. Olyankor használatos, ha a két tengely távolsága akkora, hogy a fogaskerék-hajtás gyakorlatilag nem valósítható meg. Részletes leírás helyett a közismert kerékpárláncre utalunk. Ez két fogazott lánckerék között létesít olyan kapcsolatot, amely a kerületi sebességek egyenlőségét biztosítja. Az áttétel eszerint itt is a kerékátmérők arányából számítható.

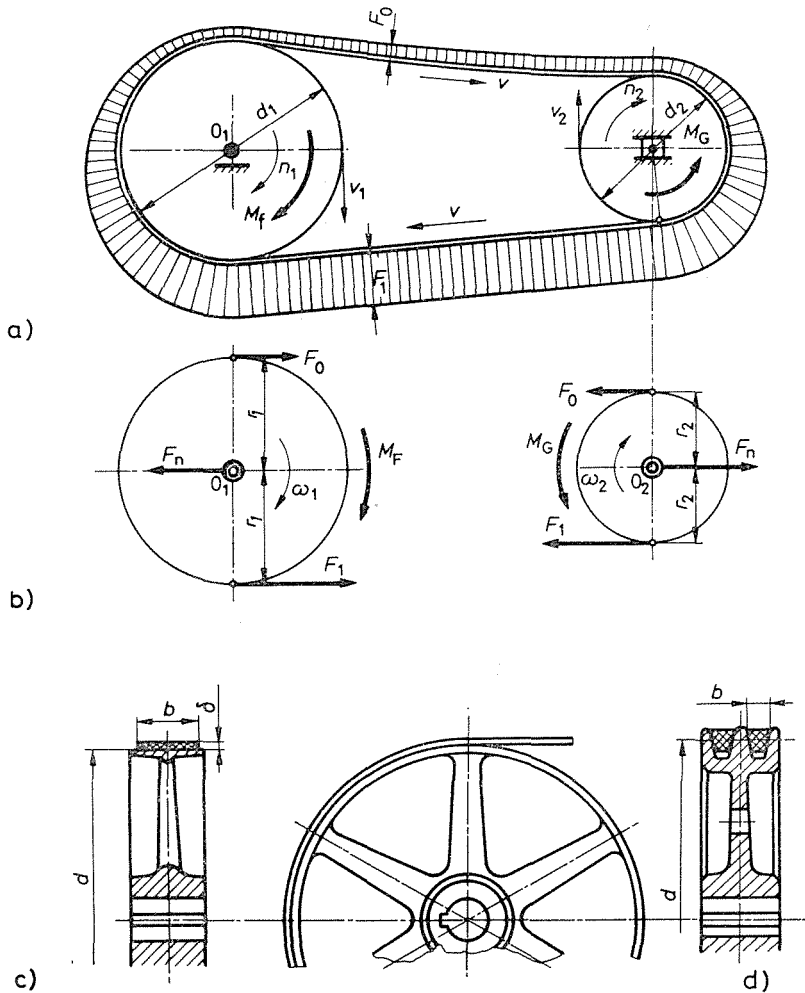
A 2.20. ábra a lánchajtásnak azt a változatát szemlélteti, amely emelőgépeknél és szállítóberendezéseknél a mozgás jellegét módosítja, vagyis a forgó mozgást haladó mozgássá alakítja át. Feladata tehát lényegében ugyanaz, mit a 2.13. ábrán vázolt kötéldobé, azzal a különbséggel, hogy a lánc nem csavarodik fel a lánckerékre, hanem arról ismét lefut. *Előnye*, hogy a lánckerék sugara jóval kisebb lehet a dobénál, ami a teher nyomatókát is csökkenti. *Hátránya*, hogy a kerék kis fogszáma miatt a láncrebesség nem egészen egyenletes.

d) A **szíjhajtás** – a lánchajtáshoz hasonlóan – a két kerék közötti kapcsolatot egy vég nélküli (végetlen) vontatóelemmel (laposzíjjal vagy ékszíjjal) valósítja meg, amely azonban a kerületi erőt a körülfogás ívén ébredő súrlódás alakjában viszi át.

Az elrendezés a 2.21. ábrán látható. Súrlódási erőt csak akkor kapunk, ha a *szíj mindkét ágát* feszítjük. Az ábra jelölésével a megfeszülés a laza ágban F_0 , a feszes ágban F_1 . Összegük: $F_n \approx F_1 + F_0$ a tengelyt terheli és annál nagyobb, minél nagyobb **előfeszítéssel** vetjük át a szíjat a tárcsán. A kellő nagyságú megfeszülést laposszíjtóval is létesíthetjük oly módon, hogy a tengelytávolságot utólag megnöveljük.

A vontatóelemet terhelő húzóerőket a 2.21a ábra hossz menti eloszlásban is szemlélteti.

Az ábra szerint a laposszíjhajtás a munkát az O_1 tengelyről az O_2 tengelyre viszi át. Az adott esetben tehát az O_2 tengelyt terheli az M_G nyomaték, amelynek legyőzése csak úgy lehetséges, ha az F_1 húzóerő F_0 -hoz képest annyira megnövekszik, hogy a nyomatékok egyensúlya beállhasson.



2.21. ábra. Szíjhajtás

a) erőábrája; b) erőviszonya; c) laposszíjtárcsa metszete; d) ékszíjtárcsa metszete

Írható:

$$r_2(F_1 - F_0) = M_G.$$

A hajtott tárcsára átvitt *kerületi erőt* tehát a két ág megfeszülésének különbsége adja, azaz

$$F_t = F_1 - F_0.$$

Ezt az F_1 és F_0 megfeszülést a szíjak a hajtótárcsa kerületére is átviszik, és pedig a hajtótengelyt terhelő $r_1(F_1 - F_0)$ nyomaték alakjában. Az egyenletes üzemi állapot fenntartásához tehát (a csapsúrlódások elhanyagolásával) a hajtóerő nyomatéka:

$$M_F = r_1(F_1 - F_0).$$

(A valóságban ennél nagyobb nyomatékra van szükség.)

A laposszjártárcsa metszetét a 2.21c ábra szemlélteti. A koszorú szélessége a szíjszélességhez igazodik. A szíj keresztmetszetét a legnagyobb F_1 szíjhúzás átvitelére kell méretezni.

Az **ékszjártárcsa** szerkezete a 2.21d ábrából kitűnik. A trapéz keresztmetszetű, végtelenítve készült ékszíj a tárcsa hornyainak oldallapjain fekszik fel, és így a tapadó súrlódási tényező jelentősen nagyobb, mint a laposszjártásé. Nagyobb teljesítmények átvételéhez nemcsak a b szíjméret növelésére, hanem az alkalmazott szíjak darabszámának szaporítására (2–8 db) is mód van.

A megcsúszás megakadályozásához – laposszjártásnál – a feszes ág megfeszülése általában ne legyen nagyobb a laza ágban keletkező *húzóerő kétszeresénél* ($F_1/\mu_0 \approx 2$).

$F_1 = 2F_0$ értékkel a kerületi erő: $F_t = F_1 - F_0 = F_0$, a tengelyt terhelő erő pedig: $F_n = F_1 + F_0 = 3F_0$.

Az F_t kerületi erő átvitelét tehát laposszjártásnál legalább annak *háromszorosával*, azaz

$$F_n = 3F_t$$

nagyságú előfeszítéssel kell biztosítani.

Ékszjártásnál az ékszíjnak a horonyba befeszüléséből adódó nagyobb tapadó súrlódása következtében előfeszítésre van szükség. Általában

$$F_n = 2F_t$$

előfeszítés elegendő. A kisebbre adódó csapágyterhelés, a jobb tapadás következtében kisebbre választható tengelytávolság, valamint a nagyobb alkalmazható áttétel folytán az *ékszjártás kedvezőbb, mint a laposszjártás*.

Az **áttétel** – a megcsúszás befolyásának figyelmen kívül hagyásával – abból a feltételből számítható, hogy a szíj a hajtókorong kerületi v_1 sebességét veszi fel és viszi át a terhelt korongra, azaz

$$v_1 \approx v \approx v_2.$$

E feltételből az áttétel nagyságát kifejező (2.18), (2.19) és (2.20) egyenleteket már előbb is levezettük.

A valóságban a megcsúszás miatt a szíj v sebessége a hajtókorong kerületi sebességéhez képest mindig visszamarad, a hajtott tárcsa kerülete pedig még a szíjsebességet sem tudja felvenni, azaz

$$v_1 > v > v_2.$$

A megcsúszás (szlip) mértékét a $v_1 - v_2$ sebességvesztésnek a hajtóerő v_1 sebességéhez viszonyított értéke adja, azaz

$$s = \frac{v_1 - v_2}{v_1}. \quad (2.21)$$

Helyes méretezéssel a megcsúszás még teljes terhelésnél sem haladja meg az 5%-ot ($s = 0,03 \dots 0,05$).

A hajtott tárcsa kerületi sebessége eszerint csak $v_2 = (1-s)v_1$, ami azt is jelenti, hogy az F_t hajtóerő $P_1 = F_t v_1$ teljesítményéből csak $P_2 = F_t v_2 = (1-s)P_1$ vihető át a másik tengelyre.

2.14. példa. Egy varrógép $d_2 = 500$ mm átmérőjű lendítőkerekét súrlódókerekkel $n_2 = 60 \text{ min}^{-1}$ fordulatszámmal kell hajtani. A hajtóerő nyomatékát egy $P_1 = 0,15 \text{ kW}$ teljesítményű, $n_1 = 1400 \text{ min}^{-1}$ fordulatszámú villamos motor adja.

E forgatónyomaték nagysága

$$M_1 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{P_1}{n_1} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{0,15 \cdot 10^3 \text{ W}}{1440/60 \text{ s}^{-1}} \approx 1,0 \text{ m} \cdot \text{N}.$$

A szükséges áttétel

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1400 \text{ min}^{-1}}{60 \text{ min}^{-1}} = 23,3.$$

A megcsúszás figyelmen kívül hagyásával a módosítás a súrlódókerekpár átmérőarányát is meghatározza. A (2.19) egyenletből más jelöléssel írható:

$$d_1 = \frac{d_2}{i} = \frac{500 \text{ mm}}{23,3} = 21,4 \text{ mm}.$$

A súrlódással átvitt kerületi erő tehát $r_1 = 0,0107$ m helyettesítéssel

$$F_s = \frac{M_1}{r_1} = \frac{1,0 \text{ N} \cdot \text{m}}{0,0107 \text{ m}} \approx 93,5 \text{ N}.$$

Ha a tárcsák között $\mu = 0,2$ súrlódási tényezőre biztosan számíthatunk, akkor $F_s = \mu F_n$ súrlódási erő ébresztéséhez szükséges összeszorító erő

$$F_n = \frac{F_s}{\mu} = \frac{93,5 \text{ N}}{0,2} = 467,5 \text{ N}.$$

A példa adataiból is kitűnik, hogy a tárcsákat viszonylagosan nagy erővel kell egymáshoz szorítani.

2.15. példa. Egy $n_1 = 800 \text{ min}^{-1}$ fordulatszámú Diesel-motor $d_1 = 400$ mm átmérőjű lendítőkerekéről $P_1 = 30 \text{ kW}$ teljesítményt szíjhatással kell átvinni egy $n_2 = 1500 \text{ min}^{-1}$ fordulatszámú közlőműtengelyre.

A szíjkorongot is helyettesítő lendítőkerek kerületi sebessége:

$$v_1 = d_1 \pi n_1 = \frac{0,4 \text{ m} \cdot \pi \cdot 800 \text{ min}^{-1}}{60 \text{ s/min}} = 16,7 \text{ m/s}.$$

A kerületi erő tehát a (2.8) egyenletből

$$F_t = \frac{P_1}{v_1} = \frac{30 \cdot 10^3 \text{ W}}{16,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 1800 \text{ N}.$$

Ha első közelítésben feltételezzük, hogy megcsúszás nincs ($v_1 = v = v_2$), akkor a közlőmű szíjtárcsaátmérője

$$d_{20} = \frac{n_1}{n_2} d_1 = \frac{800 \text{ min}^{-1}}{1500 \text{ min}^{-1}} 400 \text{ mm} = 213,3 \text{ mm}.$$

Ha $s = 5\%$ -os megcsúszás ellenére is biztosítani kívánjuk a közlőmű munkasebességét, akkor figyelembe kell vennünk, hogy a közlőműtárcsa kerületi sebessége csökken, azaz

$$v_2 = (1-s) v_1.$$

Az átmérőkkel és az előírt fordulatszámokkal kifejezve írható:

$$d_2 \pi n_2 = (1-s) d_1 \pi n_1,$$

és ebből

$$d_2 = (1-s) \frac{n_1}{n_2} d_1.$$

A közelítő értéket helyettesítve:

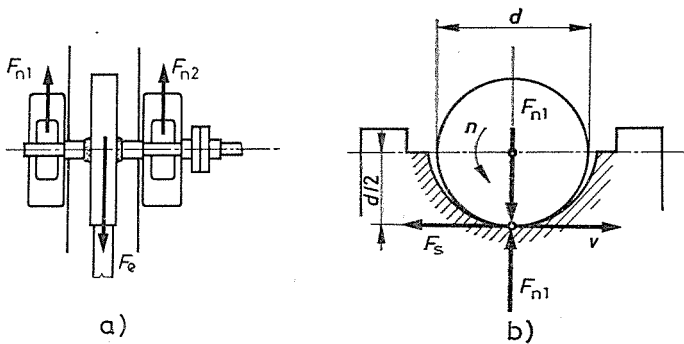
$$d_2 = (1-s) d_{20} = 0,95 \cdot 213 \text{ mm} \approx 203 \text{ mm}.$$

A megcsúszás miatt tehát a hajtott korong átmérőjét a sebességcsökkenés arányában kisebbre kell készíteni.

A tengelyt terhelő erő ($F_0 = F_t$ felvétellel)

$$F_n = 3F_t = 3 \cdot 1800 \text{ N} = 5400 \text{ N} = 5,4 \text{ kN}.$$

2.16. példa. A csapsúrlódás teljesítményét a 2.15. példában tárgyalt $n = 1500 \text{ min}^{-1}$ fordulatszámú közlőműtengely csapágyaiban ébredő súrlódási erőből lehet kiszámítani. A közlőmű elrendezése a 2.22. ábrán látható, amelynek jobb oldali képe az egyik csapágyat nagyobb méretarányú metszetében is feltünteti.



2.22. ábra. Súrlódás a csapágyban

a) hajtás; b) a csapágy erőviszonyai

A tengelyt terhelő $F_e = 6 \text{ kN}$ -os erőt – az F_0 szíjhúzás és a G súlyerő eredőjét – két csapágy veszi fel. Az adott esetben: $F_{n1} = F_{n2} = 3 \text{ kN}$.

A két csapágy átmérője is egyenlő. $d = 70 \text{ mm}$ felvétellel a csap kerületi sebessége

$$v = d \pi n = \frac{0,07 \text{ m} \cdot \pi \cdot 1500 \text{ min}^{-1}}{60 \text{ s/min}} = 5,5 \text{ m/s}.$$

A csap palástján ébredő súrlódási erő (egy-egy csapágóban) $\mu = 0,01$ súrlódási tényezővel $F_s = \mu F_{n1} = 0,01 \cdot 3000 \text{ N} = 30 \text{ N}$.

A súrlódás teljesítménye a két csapágóban együttesen

$$P_s = 2F_s v = 2 \cdot 30 \text{ N} \cdot 5,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 330 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 330 \text{ J/s} = 0,33 \text{ kW}.$$

Meg kell jegyezni, hogy a gyakorlatban rendszerint a szükségesnél erősebben feszítik meg a szíjat, és a csapágók ellenőrzése sem kielégítő. Erre való tekintettel végezzük el a számítást: $F'_c = 10 \text{ kN}$ -os tengelyterhelésre, $\mu = 0,02$ súrlódási tényezővel is (ugyanarra a közlőműre). A súrlódási erő teljesítménye most

$$P' = \mu F'_c v = 0,02 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot 5,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 1100 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1100 \text{ J/s} = 1,1 \text{ kW}.$$

E példa adataiból is kitűnik, hogy milyen határok között *változhatnak* meg *ugyanannak* a *berendezésnek* az *üzemi jellemzői* a kezelés gondosságának mértéke szerint is. Az adott esetben a csapsúrlódás munkája majdnem *négyszeres* értékre emelkedett csak azért, mert a gépápolás munkáját kisebb szaktudással végezték. (Az üzemi gyakorlatban még az ennél nagyobb eltérések sem ritkák.)

2.1.12. A mechanikai munka szétosztása. Az energiaáram ábrája

A közlőmű akár *haladó mozgással*, akár pedig *forgó mozgással* viszi át a mechanikai munkát, egymásba kapcsolódó *elemek láncolatán keresztül* tartja egyensúlyban a mozgatóerőt (nyomatékot) az ellenállással, miközben az a *munkabevezetés* helyétől a *munkaátadás* helyéig az egész szakasz mentén terhelés alatt áll. A munkaátvitel folyamatát tehát olyan **energiaárammal** jellemezhetjük, amelyet a gépbe bevezetünk és a gépelemek láncolatán át a hasznosítás helyére juttatunk.

Villamos gépekben az energiavándorlás útját a vezetékek jelölik ki, és a villamos áram — a folyadékáramlás mintájára — „**energiaszalaggal**” ábrázolható. Ilyen energiaáram-ábrával lehet érzékeltetni a mechanikai munka átvitelét és szétosztását is, ha az átvitt teljesítmény nagyságát az energiaszalag szélességével jellemezzük.

A közlőműtengely energiaábráját a 2.23. ábra két változatban szemlélteti. Az első esetben a közlőmű az egyik végén bevezetett munkát osztja szét; a másik esetben a tengely hajtását középre helyezzük, ezáltal a tengely igénybevétele és elcsavarodása kisebbedik.

A szakasról szakaszra átvitt teljesítményből — adott fordulatszámon — a tengelyt terhelő nyomaték is kiszámítható. E nyomatékok tengely menti eloszlását a 2.23. ábrába szintén berajzoltuk.

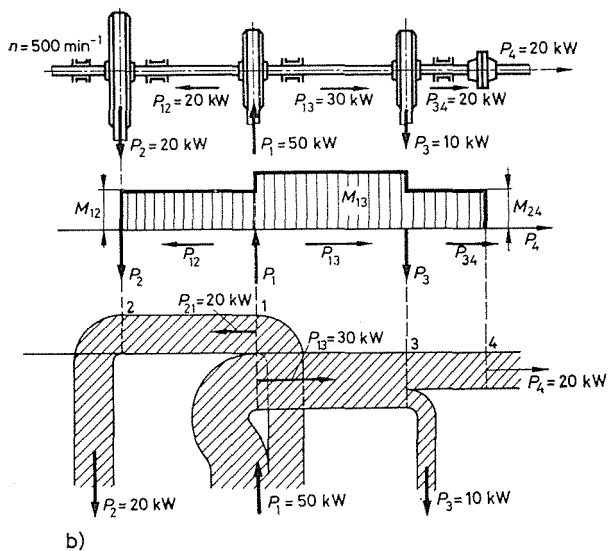
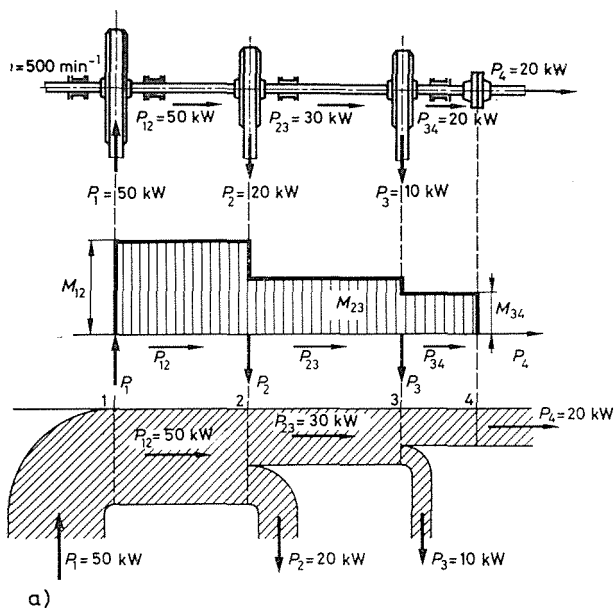
Részletesebb magyarázat helyett a számítás menetét a következő számpélda mutatja.

2.17. példa. Egy $n = 500 \text{ min}^{-1} = 8,33 \text{ s}^{-1}$ fordulatszámú közlőműtengely $P_1 = 50 \text{ kW}$ teljesítményből $P_2 = 20 \text{ kW}$ -ot szíjhajtással visz át egy munkagépre (pl. szivattyúra). Ugyancsak szíjjal hajt egy $P_3 = 10 \text{ kW}$ -ot fogyasztó villamos generátort; $P_4 = 20 \text{ kW}$ -ot pedig tengelykapcsoló útján ad át a szomszéd helyiség közlőműtengelyének (szétosztás végett).

Az első változatban a hajtást a 2.23a ábra szerint a tengely bal oldali végére helyezzük, akkor az $\overline{12}$ tengelyszakaszt az egész $P_{12} = P_1 = 50 \text{ kW}$ -os teljesítmény átvitelére kell méretezni, vagyis a terhelőnyomaték a (2.17) szerint

$$M_{12} = \frac{1}{2\pi} \frac{P_{12}}{n} = \frac{1}{2\pi} \frac{50 \cdot 10^3 \text{ W}}{8,33 \text{ s}^{-1}} = 955,4 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Az energiaábra világosan megmutatja azt is, hogy a következő tengelyszakasznak már csak $P_{23} = P_1 - P_2$ teljesítményt kell továbbvezetnie (éppúgy, mintha folyadékáramlásról volna szó, amelynek leágazás után következő szakasza már csak a visszamaradó folyadékmennyiséget vezet tovább). Ugyanabban az arányban szakasról szakaszra lesz egyre kisebb a nyomaték is.



2.23. ábra. A közlőműtengely nyomaték- és energiaábrája
 a) végéről hajtott tengely; b) középről hajtott tengely

A második változatban (2.23b ábra) az erőgép (motor) a szivattyúval felcseréltük. Az energia-ábrából kitűnik, hogy a középről hajtott közlőműtengely igénybevétele most jóval kisebb, mert legerősebben terhelt szakasza csak $P_{13} = P_1 - P_2 = 30$ kW teljesítményt visz át.
 A mértékadó legnagyobb nyomaték tehát már csak:

$$M_{13} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{P_{13}}{n} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{30 \cdot 10^3 \text{ W}}{8,33 \text{ s}^{-1}} = 573 \text{ N}\cdot\text{m}.$$

A közlőmű fordulatszámának növelése a terhelőnyomaték további csökkenésére vezet. Ha a tengely $n' = 800 \text{ min}^{-1} = 13,3 \text{ s}^{-1}$ fordulatszámmal járatható, akkor ugyanakkora teljesítmény átviteléhez szükséges forgatónyomaték:

$$M_{13} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{P_{13}}{n'} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{30 \cdot 10^3 \text{ W}}{13,3 \text{ s}^{-1}} = 358 \text{ N}\cdot\text{m}.$$

2.1.13. A munkasebesség befolyása a gép méreteire

A 2.17. példa adataiból kitűnik, hogy a munkasebesség (fordulatszám) növelésével a közlőmű — és általában mindenfajta gép — teljesítőképessége fokozható. Azonos teljesítőképesség szolgáltatásához a **gyors járású gép kisebb lehet** a lassú járású gépnél. A kisebb méret a **gép tömegében és árában is kifejezésre jut**. A gyors járású gép (pl. villamos motor) a lassú járásúnál **olcsóbb, és helyszükséglete is kisebb**.

A munkasebesség fokozásának e szembeszökő előnyei mellett azonban *hátrányai* is vannak. Az egymáson súrlódó elemek (csapok, csapágycsapok, futófelületek, hüvelyek, vezetékek stb.) *élettartamát* a kopás *rövidíti* meg, ez pedig a sebességgel megnövekszik. A lassú járású gép élettartama mindig nagyobb, mint a gyors járásúé. Az elkopás miatt időről időre felújításra szoruló elemek (csapágyperselyek, hüvelyek stb.) cseréjét és javítását is lassú járás esetében csak nagyobb időközökben kell végrehajtani, és ennél fogva a lassú járású gép évi **fenntartási költségei** is kisebbek a gyors járású gépéhez viszonyítva.

A munkasebesség helyes választása eszerint tehát *nagy tapasztalatot* és körültekintést igénylő feladat, mert az üzemi követelmények ismerete nélkül nem lehet eldönteni, vajon adott esetben a gyors járás vagy a lassú járás előnyei lesznek-e a mértékadók. Az üzem gazdaságosságának szemszögéből a kérdést az ún. **gazdaságossági és jövedelmezőségi** számítás eredménye dönti el, amely a gép beszerzésével és üzemben tartásával járó kiadásokat egy évre számítja át, és ezzel **a legkisebb évi költséget** eredményező berendezés kiválasztására vezet.

Erre a kérdésre később még visszatérünk, de már itt kiemeljük, hogy a gazdaságosság és a jövedelmezőség feltétele egymagában nem lehet mindig mértékadó a kitűzött cél elérésére legalkalmasabb megoldás választásában.

2.1.14. A gépcsoport üzemterve. A terhelés

A **mechanikai teljesítmény** fogalmát az időegységben végzett mechanikai munkából ($P = W/t$) vezettük le. Mértékegysége a watt. Ha tehát egy P állandó teljesítményű gép t ideig dolgozik, akkor a **végzett munka a teljesítmény és a munkaidő szorzatával arányos**:

$$W = Pt \quad W \cdot s = J.$$

Nyilvánvaló, hogy a végzett munka annál nagyobb, mennél hosszabb a munkaidő, és az sem szorul bizonyításra, hogy nagyobb mechanikai teljesítménnyel ugyanannyi idő alatt több munkát végezhetünk. Így például egy munkacsoport teljesítőképessége a dolgozók számával jellemezhető, a munkaidő pedig napokban fejezhető ki. A végzett munka mennyisége a munkások számának és a munkanapoknak a szorzatából számítható.

A munka, ill. a teljesítmény SI-egysége (a joule, ill. a watt) a műszaki gyakorlat számára igen kis értékeket jelent. Ezért ezeknek prefixummal kifejezett értékeit (kJ, MJ, kW, MW stb.) használjuk.

Egy joule munka 1 W teljesítmény 1 s alatt szolgáltatott (vagy fogyasztott) munkája: $1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot 1 \text{ s} = 1 \text{ W} \cdot \text{s}$. Jóval nagyobb munkaegységet kapunk, ha az egy másodperc helyett egy órai (jele: h) munkát vizsgálunk:

$$1 \text{ W} \cdot 1 \text{ h} = 1 \text{ W} \cdot \text{h}.$$

A $\text{W} \cdot \text{h}$ munkát is prefixummal láthatjuk el pl. $\text{kW} \cdot \text{h}$. Ez 1 kW-os gép egy órai munkáját jelenti. Joule-ba átszámolva.

$$1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot \text{s} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}.$$

A mechanikai munka az ún. **munkaterülettel** ábrázolható. A 2.1.3. pont szerint az **erő–út függvényábra területe** jellemzi az erőnek a befutott út mentén végzett munkáját.

Munkaterülettel szemléltethető azonban a mechanikai teljesítménynek a munka-idő tartama alatt végzett munkája is, amely a **teljesítmény–idő függvényábra** területével arányos.

Ha ugyanis a mechanikai teljesítmény fogalmából indulunk ki, akkor a (változó) teljesítményt a dt idő alatt végzett dW munkából fejezzük ki, azaz írható:

$$P = \frac{dW}{dt}, \quad \text{ahol} \quad dW = P dt;$$

a t idő alatt végzett munka tehát

$$W = \int_0^t P dt.$$

Ez a kifejezés mutatja, hogy a $P = P(t)$ függvényábra területe a végzett munkát jellemzi.

Ha a P mechanikai teljesítmény a t munkaidő tartama alatt állandó, akkor a *végzett munkát a teljesítmény és az idő szorzata* adja, azaz

$$W = Pt \quad \text{J.} \quad (2.22)$$

Ilyen munkaterülettel szokás ábrázolni a gép vagy gépcsoport napi vagy évi munkáját is. Ilyenkor a teljesítmény időbeli változását kell felrajzolni vagy előre megszabott **munkaterv**, ill. **üzemterv** alapján (2.24. ábra), vagy az üzem ellenőrzésére felszerelt teljesítménymérő műszer leolvasott adataiból. (Az ún. íróműszerek a teljesítmény időbeli változását fel is rajzolják.)

2.18. példa. A 2.23. ábrában vázolt közlőmű egy napi munkatervét a 2.24. ábra szerint a gépcsoport minden gépének munkaidejét rögzítő órarend alapján *teljesítmény–idő ábra* alakjában lehet ábrázolni. A teljesítmény időbeli változásának függvényábrája *lépcsős vonal*, mert az adott esetben – az egyszerűség kedvéért – feltételezzük, hogy minden gép a kitűzött üzemidő tartama alatt **teljes terheléssel** dolgozik (vagyis a teljesítőképességével egyenlő, állandó teljesítményt fogyaszt). A munkaterv szerint:

$$\begin{aligned} \text{a } P_2 &= 20 \text{ kW-os szivattyú munkaideje: } t_2 = 7 \text{ h,} \\ \text{a } P_3 &= 10 \text{ kW-os villamos generátoré: } t_3 = 5 \text{ h,} \\ \text{a } P_4 &= 20 \text{ kW-os II. közlőműé pedig: } t_4 = 9 \text{ h.} \end{aligned}$$

A gépcsoport egynapi munkája a (2.22) egyenlet szerint:

$$W = P_2 t_2 + P_3 t_3 + P_4 t_4 = 20 \text{ kW} \cdot 7 \text{ h} + 10 \text{ kW} \cdot 5 \text{ h} + 20 \text{ kW} \cdot 9 \text{ h} = 370 \text{ kW} \cdot \text{h}.$$

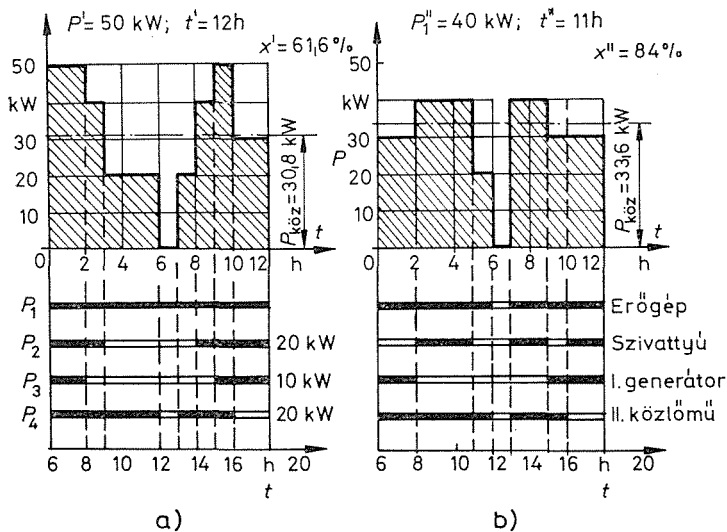
Ugyanezt az eredményt kapjuk a vonalkázott munkaterületből is.

A munkatervet a 2.24. ábra két változatban szemlélteti.

Az **egyik változat** szerint (2.24a ábra) a hajtáshoz $P_1' = 50$ kW szükséges. Ha az erőgép pl. gőzüzemű, akkor rövid időre rendszerint nem érdemes leállítani, tehát a déli munkaszünet alatt is üzemben van (üresjárás; $x = 0$). Üzemideje eszerint napi: $t' = 12$ h.

Az erőgép (a függvényábra szerint) mindössze 3 h-t dolgozik 100%-os, azaz teljes terheléssel ($t_{100} = 3$ h; $x_{100} = 1$).

Vannak időszakok, amikor az erőgépnek csak $P_n = 40, 30, \text{ ill. } 20$ kW-ot kell teljesítenie. (Ilyenkor a teljesítőképesség százalékban kifejezett terhelés: $x = 80, 60, \text{ ill. } 40$ %.)



2.24. ábra. Közlőműves gépcsoport egy napi üzemterve

a) a $P_1' = 50$ kW-os motor üzemszünetben is jár ($t = 12$ h); b) a $P_1'' = 40$ kW-os (villamos) motor üzemszünetben leállítható ($t'' = 11$ h)

Az erőgép teljesítményének napi átlaga (középtérteke) abból a feltételből számítható, hogy közepes teljesítménnyel a teljes üzemidő alatt ugyanazt a munkát kell elvégezni, azaz

$$P_{köz} t = W.$$

Az a) változat szerint tehát az erőgép közepes teljesítménye

$$P_{köz} = \frac{W}{t'} = \frac{370 \text{ kW} \cdot \text{h}}{12 \text{ h}} = 30,8 \text{ kW},$$

a gép közepes terhelése pedig:

$$x' = \frac{P_{köz}}{P_1'} = \frac{30,8 \text{ kW}}{50 \text{ kW}} = 0,616, \quad \text{azaz} \quad 61,6 \text{ \%}.$$

A másik változat szerint (2.24b ábra) a gépcsoport egyes gépeinek üzemidejét úgy lehet megváltoztatni, hogy valamennyi gép egyidejűleg üzemben ne legyen. (Az adott esetben ez a cél a tárolómedencét töltő szivattyú munkaidejének eltolódásával volt elérhető.)

Ezáltal az erőgép ún. csúcsterhelése $P'' = 40$ kW-ra csökkent.

A $P_1'' = 40$ kW teljesítőképességű villamos motor üzemideje is lerövidíthető $t'' = 11$ h-ra (mert az állandóan üzemkészt motort az egyórás déli szünetben nem kell üresen járatni).

A másik változat szerint tehát az erőgép kihasználása két okból is javult, és ez a közepes terhelés százalékos értékében is kifejezésre jut. (A gép ugyanis rendszerint teljes terheléssel dolgozik a

leggazdaságosabban, így tehát előnyös, ha a terhelés napi átlaga a 100 %-ot megközelíti, anélkül azonban, hogy a gépet túlterhelné.)

$$\text{A közepes teljesítmény} \quad P''_{\text{köz}} = \frac{W}{t''} = \frac{370 \text{ kW}\cdot\text{h}}{11 \text{ h}} = 33,6 \text{ kW},$$

$$\text{a közepes terhelés pedig} \quad x'' = \frac{P_k}{P''} = \frac{33,6 \text{ kW}}{40 \text{ kW}} = 0,84, \quad \text{azaz} \quad 84 \%. \quad \text{PI}$$

E példa rávilágít a gép üzemének időbeli lefolyására és arra a különbségre is, amely a *teljesítőképesség* és a *teljesítmény* között észlelhető.

A gép **teljesítőképességének** (P_1) fogalmát a 2.1.7. pontban körülírtuk. Ez szabja meg azt a **teherbírást**, amelyre a gépet méretezzük, és amelyet a *gép nagyságának megjelölésére* használunk (**névleges teljesítmény**). Ezt a teljesítményt minősítjük **teljes terhelésnek** ($x = 1$ vagy $x = 100\%$), és ehhez viszonyítjuk a gép mindenkori teljesítményét is ($P = xP_1$).

A P_1 teljesítőképesség nem adja a gép teherbírásának felső határát, hanem rövidebb tartó időzomben a gép túlterhelhető ($P > P_1$, $x > 1$). A túlterhelhetőség foka az egyes gépfajtáknál igen különböző lehet. (Erre való tekintettel a megrendelő a szállítási feltételekben nemcsak a gép teljesítőképességét, hanem a túlterhelhetőség fokát is előírja. Így pl. egy villamos gépnél előírható, hogy a gép egy órán át 30%-kal legyen túlterhelhető, azaz $x = 1,3$ legyen.)

Az üzem gazdaságosságának megítéléséhez az erőgép üzemanyag-fogyasztását rendszerint nemcsak teljes terhelésnél, hanem háromnegyed és fél terhelésnél is megszokás adni. Erre való tekintettel $x = 4/4$, $x = 2/4$ és $x = 3/4$ jelölés is használatos a százalékos érték megadása helyett.

2.1.15. A gép veszteségei és hatásfoka

Eddigi vizsgálatainknál a gép belsejében ébredő súrlódás hatását figyelmen kívül hagytuk, vagyis a valóságban nem létező, **tökéletes (ideális) gép** üzemével foglalkoztunk, amely a bevezetett munkát vagy energiát veszteség nélkül teljes egészében *hasznosítani* tudja.

A tökéletes gép vizsgálatának előnyei elsősorban akkor bontakoznak ki, amikor a gép működésének **alaptörvényeit** tanulmányozzuk. Ezeknek a rendszerint egyszerű mechanikai és fizikai összefüggéseknek kristálytisztá felismerését ugyanis lényegesen megkönnyíti, ha először figyelmen kívül hagyjuk az energiaátalakulások folyamatát eltorzító hatásokat, vagyis elképzeljük az ún. tökéletes gépet, amelyben ilyen torzítások nincsenek.

Az *ideális (tökéletes)* gép elképzelésével elméleti számításaink szabatosságát is biztosítjuk, mert a súrlódásmentes szerkezet működésének alaptörvényeiben elhanyagolásokra nincsen szükség.

A tökéletes gép működésének legfontosabb alaptörvénye *az energia megmaradásának elvéből* vezethető le. Eszerint a gép csak annyi munkát szolgáltat, amennyit abba bevezetünk. Ha ez az alaptörvény a maga leplezetlen egyszerűségében átment volna a köztudatba, akkor a feltalálók már régen lemondtak volna az **örökmozgó (perpetuum mobile)** szerkesztéséről és elkészítéséről. Figyelemre méltó, hogy ennek ellenére a mai napig is hányan jutnak e kérdés útvesztőjébe!

A tökéletes gépre talált elméleti eredmények természetesen a **valóságos gépre** nem vihetők át minden kiegészítés nélkül. Ez a második lépés — az elméleti eredmények egyeztetése a valósággal — azonban könnyen sikerül, ha az alaptörvényeket már ismerjük.

A valóságos gép elemeit mozgás közben *súrlódási erők* is terhelik. E súrlódási erők munkáját is a hajtóerő adja; ez azt jelenti, hogy a szolgáltatott munkának ez a része nem hasznosítható (2.1.11. pont, 2.16. példa).

Ezenfelül a 2.1.11a és a 2.1.11d pont szerint vannak esetek, amikor *megcsúszás* miatt a munkasebesség egy részét is elveszítjük.

Mindkét esetben a gépbe vezetett munkának egy része *súrlódási hővé alakul* át, és munkavégzés szempontjából véglegesen elveszett. E súrlódási munkának az időegységre vonatkoztatott értékét nevezzük **vesztésnek** (*teljesítményvesztésnek*).

A vesztés e körülírása a mechanikai **közlőművekre** vonatkozik, amelyekben a súrlódási és a megcsúszási vesztések alakulnak át többé nem hasznosítható hővé. Hasonló természetű vesztésekkel kell számolnunk a *munkagépek* és *erőgépek* üzemében, sőt az *energiaátvitel* és az *energiaátalakítás* szolgálatába állított minden készüléknél és berendezésnél is. E vesztések forrása ilyenkor *nemcsak a súrlódás*, hanem tüzelőberendezésekben a *sugárzás*, *vezetés* vagy *nem tökéletes* elégés miatt hasznosítatlanul távozó hő, villamos gépekben a *vezetékek ellenállásával* arányos *felmelegedés*, a *vas átmágnesezéséhez* szükséges energia stb.

Meg kell jegyezni, hogy az energia egy részének vesztéssé minősítése nincs ellentétben az energia megmaradásának elvével, mert a „*vesztés*” megjelölése a csak fejlődő hő értékelésére vonatkozik. Az anyaggazdálkodásban is „*hulladék*”-nak minősítjük a munkadarab megmunkálásakor veszendőbe menő forgácsot, amely – mint anyag – szintén nem pusztult el. Mihelyt azonban arra gondolunk, hogy bizonyos esetekben a hulladék is értékesíthető, arra a megállapításra jutunk, hogy *ez az értékelés mindig csak viszonylagos*.

Mindig a gép rendeltetése fogja megszabni azt, vajon adott esetben a fejlődő hő vesztés címen kell-e elkönyvelni, mert vannak ún. vegyes üzemek, amelyek pl. a *munkavégzés szempontjából vesztésnek minősített hőt más célra* (fűtés, vízmelegítés stb.) még *hasznosítani* tudják.

A vesztések nagyságát a pénztári mérleg mintájára összeállított ún. **energia-mérleg** közvetlenül mutatja, mert a gépbe annnyival több energiát kell bevezetni, mint amennyit a hasznosított energián felül a vesztések felemésztenek.

A P_V **teljesítményvesztés** tehát a P_F **bevezetett teljesítmény** és a P_G **hasznos teljesítmény** különbsége.

Írható:

$$P_V = P_F - P_G \quad W. \quad (2.23)$$

A vesztés (*abszolút*) *nagyságából még nem tudunk a gép minőségére következtetni*, mert ez a nagyobb gépnél viszonylagosan igen kicsiny is lehet.

A **vesztés viszonylagos értéke** már tájékoztat bennünket a gép jósági fokáról. A gép minőségéről a legvilágosabb képet akkor kapjuk, ha a *hasznosítható energiát összehasonlítjuk az elfogyasztott (bevezetett) energiával*. Így jutunk a *hasznosítási fok* vagy röviden **hatásfok** fogalmához.

$$\eta = \frac{P_G}{P_F}, \quad (2.24)$$

vagy szavakba foglalva:

$\text{hatásfok} = \frac{\text{hasznosított teljesítmény}}{\text{bevezetett teljesítmény}}$

Meg kell jegyezni, hogy a hasznos teljesítmény jelölésére P_h , a bevezetett vagy összes teljesítmény jelölésére pedig P_s is használatos.

A hatások kiszámításakor a teljesítmény mértékegysége (W, kW, MW) tetszőlegesen választható, de természetesen mindkét teljesítményt ugyanabban az egységben kell kifejezni. A hatások mértékegység nélküli szám.

A **valóságos gép hatások az egységnél mindig kisebb**, mert a bevezetett teljesítmény egy része veszendőbe megy.

A (2.23) és (2.24) egyenlet egybevetésével írható:

$$\eta = \frac{P_F - P_v}{P_F} = 1 - \nu_F, \quad (2.25)$$

ahol

$$\nu_F = \frac{P_v}{P_F}. \quad (2.26)$$

A ν_F , az összes vagy bevezetett teljesítményre vonatkoztatott **veszteségtényező** azt juttatja kifejezésre, hogy a *bevezetett teljesítménynek hányad része* (hány százaléka) *megy veszendőbe*. Ez a veszteségtényező a hatásokból is kiszámítható ($\nu_F = 1 - \eta$).

A veszteséget rendszerint nem a bevezetett, hanem a **hasznosított** teljesítményre vonatkoztatjuk, mert a hatásokat is a hasznos terhelés függvényében szokás kifejezni. A hasznos teljesítményre vonatkoztatott veszteségtényező:

$$\nu_G = \frac{P_v}{P_G}. \quad (2.27)$$

Ezzel a hatások a következő alakban is kifejezhető:

$$\eta = \frac{P_G}{P_G + P_v} = \frac{1}{1 + \nu_G},$$

azaz

$$\frac{1}{\eta} = 1 + \nu_G. \quad (2.28)$$

Ezekre az összefüggésekre később még visszatérünk.

A mechanikai munkaveszteségek szemléltetésére jól használhatók a munkaterületek, amelyeket a 2.25. ábrán az időegységre vonatkoztattunk, vagyis az egy másodperc alatt befutott utak függvényében rajzoltunk fel.

A **tökéletes gép** hajtóereje és munkasebessége (a 2.12. ábra szerint) az áttétel arányában módosul oly módon, hogy a bevezetett $P_0 = F_0 v_0$ teljesítmény teljes egészében hasznosítható, azaz

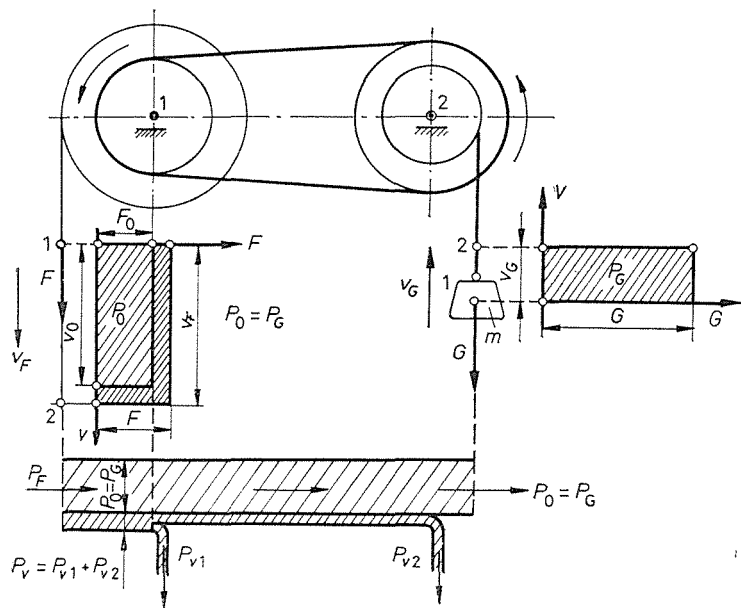
$$P_0 = P_G = G v_G.$$

A **valóságos gép** hajtásához a súrlódás miatt a hajtóerő megnövekszik, azaz $F = F_0 + F_s$ (ahol F_s az az erőttöbblet, amely a csapsúrlódások legyőzéséhez szükséges). Az ábrában választott szíjhajtás esetében ezenfelül megcsúszási veszteséggel is számolni kell. Erre való tekintettel a (2.21) egyenlet értelmében: $v = v_0 / (1 - s)$ munkasebességet kell választani, hogy az elméletileg szükséges v_0 sebesség a megcsúszás ellenére is meglegyen.

A $P_F = Fv$ teljesítményt ábrázoló derékszögű négyszögnek tehát mindkét oldala megnagyobbodott. A két terület (sűrűn vonalkázott) különbsége ábrázolja a veszteséget.

E gondolatmenet nyomán a **hatásfok úgy is fogalmazható**, hogy a *tökéletes gép* fogyasztásának a *valóságos gép* fogyasztásához viszonyított értékét nevezzük **hatásfoknak**.

A hatásfok fogalmának bevezetésével az *üzemelteti számítások* lényegesen egyszerűsíthetők, mert a gépben vagy készülékben végbemenő energiaátalakulási folyamatok szabatos ismerete nélkül és a **vesztések elemzése nélkül is** világos képet



2.25. ábra. A gép (közliómű) energiaábrája

kapunk a gép üzemi jellemzőiről. A hatásfok számértéke ugyanis új gép tervezésekor tapasztalati eredményekre támaszkodó előzetes **becsléssel** (l. a melléklet táblázatait) felvehető, üzemben levő gépen pedig a bevezetett és a hasznosított teljesítmény **mérésével** határozható meg. A hatásfok ismeretével azután a gép előírt hasznos teljesítményéből (vagy más szóval a tökéletes gép fogyasztásából) a hajtáshoz szükséges vagy általánosabban az elfogyasztott (összes) teljesítmény is kiszámítható.

A *bevezetett teljesítmény* ugyanis a (2.24) egyenletből

$$P_F = \frac{P_G}{\eta}, \quad (2.29)$$

a *vesztés* pedig a (2.23) egyenletből

$$P_v = \frac{P_G}{\eta} - P_G = \frac{1-\eta}{\eta} P_G. \quad (2.30)$$

Az *energiaátvitel útját* (az *energiaáramot*) nyomon követhetjük az **energiaábrában** is (2.25. ábra). Az energiaábra szélessége a bevezetés helyétől az áramlás irányá-

ban a veszteségek miatt egyre kisebb lesz. Az ábrában a veszteségek helye is szemléltethető. (Az adott esetben a két csapágó a lényegesebb veszteségek forrása.)

Az energiaábra különösen a bonyolultabb esetekben ad szemléletes képet az energiaátvitelről és az energiaátalakulások lefolyásáról, amikor vagy csoportelhajtásról van szó, vagy pedig több erőforrás táplálja ugyanazt a gépet (vö. a 2.28. ábrával).

2.19. példa. Egy $P_1 = 30$ kW teljesítményű villamos motor fogyasztása (teljes terheléskor) $P_6 = 35$ kW.

A motor hatásfoka tehát

$$\eta = \frac{P_h}{P_6} = \frac{30 \text{ kW}}{35 \text{ kW}} = 0,857.$$

$$\eta = 85,7 \text{ \%}.$$

A villamos motorban veszendőbe megy tehát a bevezetett teljesítmény 14,3 %-a, azaz

$$v_F = 1 - \eta = 1 - 0,857 = 0,143.$$

A veszteség nagysága:

$$P_v = P_6 - P_h = 35 \text{ kW} - 30 \text{ kW} = 5 \text{ kW}.$$

E veszteségek a motor belsejében hővé alakulnak át, amely hő a felmelegedett gépből a környezetbe megy át. E motor veszteségeinek fűtőtelsítménye tehát kb. akkora, mint egy kis kályhái.

2.20. példa. Egy $P_1 = 200$ kW teljesítményű villamos generátor (teljes terheléssel) $\eta_1 = 90\%$ -os hatásfokkal dolgozik.

A gép hajtásához szükséges mechanikai teljesítmény a (2.29) egyenlet szerint, mivel $P_h = P_1$:

$$P_6 = \frac{P_1}{\eta_1} = \frac{200 \text{ kW}}{0,9} \approx 222 \text{ kW}.$$

A veszteség a (2.30) egyenlet szerint

$$P_v = \frac{P_1}{\eta_1} - P_1 = \frac{200 \text{ kW}}{0,9} - 200 \text{ kW} = 22 \text{ kW}.$$

2.1.16. Az emelőgépek üzeme

A 2.13. ábrából már megismertük a kézi hajtású emelőgép legegyszerűbb alakját, amelynél a teheremelés munkáját a dobtengely forgatásával egy vagy két dolgozó szolgáltatja.

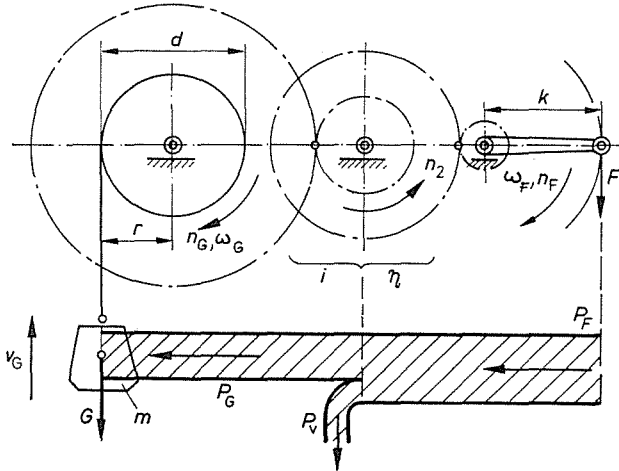
A 2.10. és 2.11. példában kiszámítottuk azt is, hogy az emelőgép ebben az alakjában csak egészen kis terhek (pl. vízzel telt vödör) emelésére alkalmas. Mivel azonban a kézforgattyút külön (hajtó-) tengelyre ékeljük, és a hajtóerő nyomatékát **módosítva** visszük át a dobtengelyre (2.26. ábra), az emelő teherbírása tetemesen megnövelhető. Így pl. az építkezéseknél használt kézi hajtású bakemelők (csörlők) $m = 1 \dots 2$ t-s teher emelésére is alkalmasak, ha két vagy három fogaskerékpárt iktatunk a hajtótengely és a dobtengely közé. (A szíjhajtás itt nem ad elegendő biztonságot, mert a szíj lecsúszása vagy szakadása esetében a teher lezuhanhat.)

A 2.26. ábrán vázolt emelőmű szerves kiegészítő része a *kilincses fék*, amely a tengelyek forgását csak a teheremelés irányában engedi meg, de süllyesztés irányában megakasztja. A teher csak a fék oldalával süllyeszthető; ebben az esetben azonban a kézforgattyú tengelyét kell forgásában megakasztani, nehogy balesetet okozzon (biztonsági forgattyú).

A kézi hajtású emelőgép áttételét abból a feltételből számítjuk ki, hogy az előzetes becsléssel felvett η hatásfokkal hasznosítható hajtóerő $M_F = kF$ nyomatéka a teher nyomatékával ($M_G = rG$) egyensúlyt tarthasson.

Az i áttétellel tehát a hajtóerő nyomatékának hasznosítható részét annyira kell fokozni, hogy a teher nyomatékát legyőzhesse. Írható, hogy

$$iM_F\eta = M_G, \quad \text{azaz} \quad i = \frac{M_G}{M_F\eta}. \quad (2.31)$$



2.26. ábra. Kézi hajtású emelőgép energiaábrája

A kiszámított áttétel azután az előírt munkasebességgel elérhető emelősebességet is egyértelműen meghatározza.

A számítás menetét a következő példával világítjuk meg:

2.21. példa. A 2.26. ábra szerint elrendezett emelőgép $m = 1,5$ t teher emelésére alkalmas. A dobátmérő $d = 300$ mm ($r = 150$ mm). Az emelhető teherre ható súlyerő

$$G = mg = 1500 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 14\,715 \text{ N} \approx 14,7 \text{ kN}.$$

A dobtengely nyomatéka tehát

$$M_G = rG = 0,15 \text{ m} \cdot 14\,715 \text{ N} = 2207 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Ha ezt a terhet $z = 2$ dolgozó egyenként $F_1 = 150$ N-os kerületi erővel, $k = 400$ mm-es forgattyúkaron kifejtett

$$M_F = zkF_1 = 2 \cdot 0,4 \text{ m} \cdot 150 \text{ N} = 120 \text{ N} \cdot \text{m}$$

forgatónyomatékkal emeli, akkor – az emelőgép hatásfokát $\eta = 70$ %-ra becsülve – a szükséges áttétel (2.31) egyenlet szerint

$$i = \frac{M_G}{M_F\eta} = \frac{2207 \text{ N} \cdot \text{m}}{120 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot 0,7} \approx 26,2.$$

Ez két fogaskeréppárral megvalósítható: $i' = 5 \cdot 5,3 = 26,5$ kerekítéssel, vagyis az egyik fogaskeréppár ötszörös, a másik fogaskeréppár öt egész háromtizedes áttételt ad.

Ha feltételezzük, hogy a kézforgattyú $v_F = 0,7$ m/s munkasebességgel forgatható, azaz a hajtótengely szögsebessége

$$\omega_F = \frac{v_F}{k} = \frac{0,7 \text{ m/s}}{0,4 \text{ m}} = 1,75 \text{ rad/s,}$$

akkor a dob szögsebessége (a kerekített i' eredő módosítással)

$$\omega_G = \frac{\omega_F}{i'} = \frac{1,75 \text{ rad/s}}{26,5} \approx 0,066 \text{ rad/s,}$$

a teheremelés sebessége pedig

$$v_G = r\omega_G = 0,15 \text{ m} \cdot 0,066 \text{ rad/s} \approx 0,01 \text{ m/s.}$$

A gyakorlatban az emelőgép sebességét méter per percben szokás megadni, tehát

$$v'_G = 0,01 \text{ m/s} \cdot 60 \text{ s/min} = 0,6 \text{ m/min.}$$

Ha tehát az emelőmagasság $h = 12$ m, akkor a teher felemeléséhez szükséges idő

$$t' = \frac{h}{v'_G} = \frac{12 \text{ m}}{0,6 \text{ m/min}} = 20 \text{ min.}$$

A kézi hajtás nagyobb terhek emeléséhez csak szükségmegoldás, mert – mint a 2.21. példából is kitűnik – rendkívül lassú, és emellett igen drága is.

Az **élőmotor** munkájáért (ha csak a gazdaságosságot vennénk is figyelembe!) ui. *bért* kell fizetnünk, amely aránytalanul több, mint ugyanennyi munka elvégzéséhez szükséges *villamos energia ára*.

Élesen rávilágít a villamos motorral elérhető megtakarítások mértékére a következő példa:

2.22. példa. Egy felnőtt segédmunkás egy napi munkája (kerekítés végett 8 h-n át 60 W teljesítménnyel $480 \text{ W} \cdot \text{h} \approx 0,5 \text{ kW} \cdot \text{h}$) túlbecsülve: $0,5 \text{ kW} \cdot \text{h}$.

Egy villamos motor hatásfoka (aláértékelve): $\eta = 75\% = 0,75$.

Fogyasztása $W_h = 0,5 \text{ kW} \cdot \text{h}$ teljesítéséhez

$$W_o = \frac{W_h}{\eta} = \frac{0,5 \text{ kW} \cdot \text{h}}{0,75} = \frac{2}{3} \text{ kW} \cdot \text{h.}$$

Így tehát egy munkás egy napi munkájáért fizetett munkabért kell szembeállítani kétharmad kilowattóra árával. A **kézi hajtás** eszerint nagyságrendekkel többbe kerül, mint a villamos üzem.

A villamos üzemű emelőgép tervezésekor rendszerint nemcsak az m teherbírást, hanem a munka ütemét is előírjuk, vagyis a teheremelés v_G sebességét is megadjuk.

Ha ezeken felül még a gép η hatásfokát is becsülni tudjuk, akkor a hajtáshoz szükséges motor P_F teljesítménye is kiszámítható.

A (2.8) és (2.24) egyenlet egybevetésével ugyanis írható:

$$P_F = \frac{P_G}{\eta} = \frac{Gv_G}{\eta}. \quad (2.32)$$

A módosítást viszont most a (2.18) egyenlet szerint a motortengely és a dob-tengely fordulatszámának arányából ($i = n_F/n_G$) számítjuk ki.

A szokásos elrendezés a 2.27. ábrán látható, a számítás menetét pedig a következő számpélda világítja meg.

2.23. példa. A 2.27. ábra egy $m = 10$ t teher emelésére alkalmas, $G = mg = 98,1$ kN teherbírási villamos daru emelőművét mutatja, amely a terhet $v_G = 10$ min/m sebességgel emeli ($v_G = 10$ m/min $\approx 0,17$ m/s).

A gép hatásfokát (az elempárok hatásfokainak szorzatából) $\eta = 60\%$ -ra becsülve a hajtómotor teljesítménye:

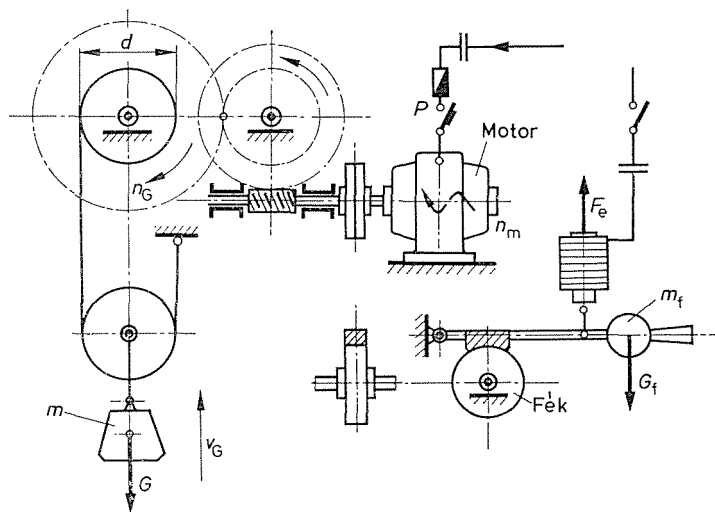
$$P = \frac{Gv_G}{\eta} = \frac{98,1 \text{ kN} \cdot 0,17 \text{ m/s}}{0,6} \approx 27,8 \text{ kW.}$$

A motor fordulatszáma: $n_m = 960 \text{ min}^{-1}$.

Az áttétel kiszámításához vegyük alapul a vázolt kettős teherfelfüggesztést, amely $i_k = 2$ -szeres módosítással a dob kerületi sebességét

$$v_k = iv_G = 2 \cdot 0,17 \text{ m/s} = 0,34 \text{ m/s}$$

értékre megkettőzi.



2.27. ábra. Villamos üzemű emelőgép

A $d = 400$ mm átmérőjű dob fordulatszáma a kerületi sebességből közvetlenül is kiadódik, amely előírja a másodpercenként felcsavarodó $d\pi n_G$ kötélhosszúságot.

Írható:

$$n_G = \frac{v_k}{\pi d} = \frac{0,34 \text{ m/s}}{\pi \cdot 0,4 \text{ m}} \approx 0,27/\text{s} = 16,2 \text{ min}^{-1},$$

és ezzel a motor és a dobtengely közé iktatott áttétel

$$i_m = \frac{n_m}{n_G} = \frac{960 \text{ min}^{-1}}{16,2 \text{ min}^{-1}} \approx 59,2 \quad (\text{kerekítve } 3 \cdot 20 = 60).$$

Az emelőmű eszerint egy háromszoros módosítású fogaskerékpárral és egy csigahajtással ($z_2 = 40$ fog, $z_1 = 2$, kétbekezdésű csiga, $i_{cs} = 40/2 = 20$) valósítható meg.

A fék korongját a vázolt elrendezésben a motortengelyre ékelhetjük. A G_t féksúllyal zárva tartott fék oldását az ún. fékmágnes végzi, amelynek áramkörét a villamos motor indításával egyidejűleg bekapcsoljuk, hogy az F_e elektromágneses vonzóerővel behúzott vasmag a féket üzem közben nyitva tartsa.

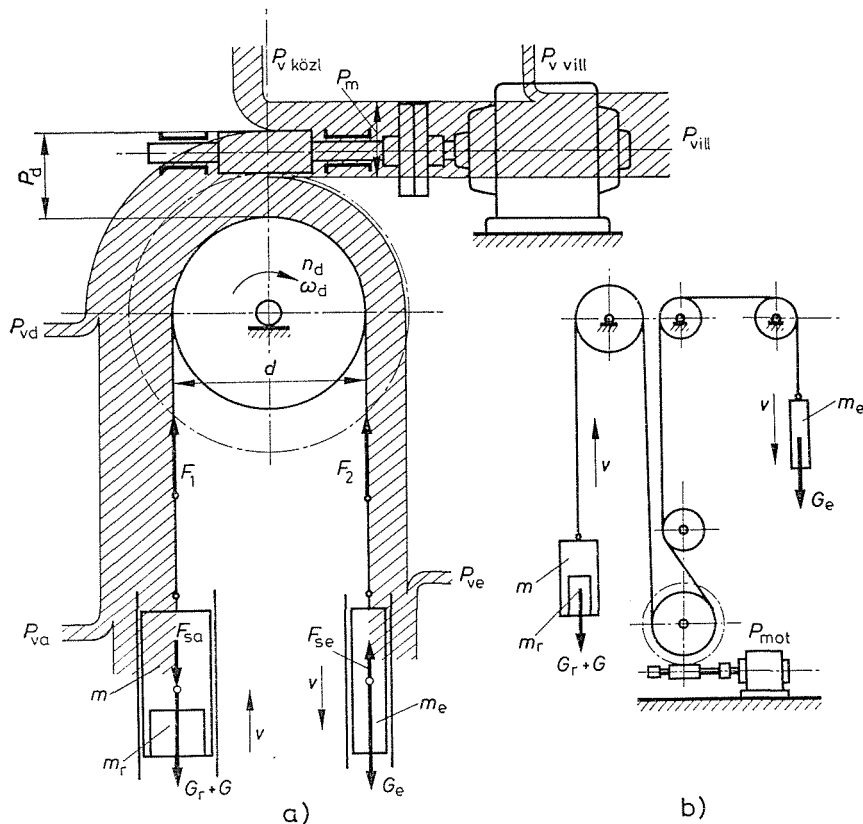
Ha a motor hatásfoka $\eta_m = 85\%$, akkor a gépcsoportba bevezetett P_b villamos teljesítmény (teljes terheléssel):

$$P_b = \frac{P}{\eta_m} = \frac{27,8 \text{ kW}}{0,85} = 32,7 \text{ kW.}$$

2.1.17. A felvonó. Az ellensúly mint második hajtóerő

Az emelőgépeknek azt a fajtáját, amelynek az ún. hasznos teherrel együtt holt-súlyt is emelnie kell (pl. a teher befogására alkalmas kocsi, járószéket vagy kast), a hajtóerő munkájának csökkentése érdekében **ellensúllyal** szokás felszerelni. Ennek az ellensúllynak a *nyomatéka* a dobtengelyt terhelő teher nyomatékával *ellentétes*, tehát azt vagy részben, vagy teljes egészében kiegyensúlyozza. Ez utóbbi esetben (teljes kiegyensúlyozásnál) a motornak teheremelő munkát nem kell végeznie, hanem csupán a súrlódási veszteségek munkáját kell szolgáltatnia.

A bányák aknaszállító gépeinél a két kas egyike emelkedik, a másik ugyanakkor süllyed, tehát *egymást* ellensúlyozzák. A bérházak és középületek felvonóin külön ellensúly van, amely rendszerint a járószék tömegén felül még a hasznos teher tömegének felét is kiegyenlíti.



2.28. ábra. A felvonó energiaábrája (Az ellensúly súlyereje mint hajtóerő)
 a) felvonógép az akna fölött; b) alsó gépházás elrendezés

A felvonó akkor a legegyszerűbb, ha a motort a 2.28a ábra szerint a *felvonóakna fölött* (felső-gépházás elrendezés) úgy helyezik el, hogy a dob (vagy súrlódó tárcsán) átvett kötél egyik ága az m tömegű járószéket az m_r tömegű rakománnyal, hasznos teherrel együtt közvetlenül emeli. A lecsavarodó másik kötélágra függesztett m_e tömegű ellensúly ugyanazzal a v sebességgel süllyed.

A d átmérőjű dob tengelyét a motorral csigahajtás kapcsolja össze.

A 2.28b ábrán szemléltetett *alsógépházás* elrendezés előnye, hogy a gép jobban alapozható (rezgésmentes és zajtalan járás), de hátránya a bonyolultabb és a kisebb hatásfokú kötélvezetés.

Az **ellensúly** szerepét világosan szemlélteti az energiaábra, amelyből kitűnik, hogy a süllyedő ellensúly helyzeti energiája — **mint második erőforrás** — a teheremelés munkájának nagy részét fedezi, és ennél fogva a motornak csak a különbözetet kell szolgáltatnia, vagy más szóval a felvonót két motor táplálja mechanikai munkával. Ezek egyike az ellensúly, amelyet (súlyerővel hajtott óramű módjára) minden járat után a süllyedő tehernek kell „felhúznia”.

A felvonóüzem jellegzetessége, hogy a motor teheremelő munkája *két* — kötélhúzással átvitt — *kerületi erő különbségével* arányos, ez pedig lényegesen kisebb e kötélhúzások bármelyikénél (sőt teljes kiegyensúlyozásnál nulla is lehet). Ezzel szemben a kötelek igénybevétele és a kötélvezetés (aknasúrlódás) veszteségei is mindkét oldalon a *teljes* kötélterővel arányosak.

Ezt a körülményt a felvonó hatásfokának becslésekor nem szabad figyelmen kívül hagyni, mert adott esetben (az ellensúly miatt) a gép hatásfokát már nem lehet az egyes elemek hatásfokának szorzatából kiszámítani!

A számítás menetét a következő példában ismertetjük, amelyben magyarázatot találunk a külön-külön jó hatásfokú elemekből felépített berendezéseknek mindössze $\eta = 25 \dots 30\%$ -os hatásfokára is.

2.24. példa. A 2.28. ábrán vázolt $z = 4$ személyes személyfelvonó teherbírása $m_r = z m_1 = 4 \cdot 75 \text{ kg} = 300 \text{ kg}$ -ból számolva, $G_r = m_r g = 2940 \text{ N} = 2,9 \text{ kN}$. A járószék tömege $m = 600 \text{ kg}$, így súlyereje $G = 5890 \text{ N} = 5,9 \text{ kN}$. Az ellensúly (a változó terhelés miatt) a holt súlyon felül csak a hasznos teher felét egyenlíti ki, azaz tömege: $m_e = m + m_r/2 = 600 \text{ kg} + 300 \text{ kg}/2 = 750 \text{ kg}$, azaz az ellensúlyra ható súlyerő:

$$G_e = 7360 \text{ N} = 7,36 \text{ kN}.$$

Ha a szállítási sebessége: $v = 0,6 \text{ m/s}$, akkor a tökéletes gép dobjára átvitt *kerületi erő*:

$$F_0 = G + G_r - G_e = 5890 \text{ N} + 2940 \text{ N} - 7360 \text{ N} = 1470 \text{ N} = 1,47 \text{ kN}.$$

A felvonó hajtásához szükséges *motorteljesítmény* elméleti értéke tehát:

$$P_0 = F_0 v = 1,47 \text{ kN} \cdot 0,6 \text{ m/s} = 0,882 \text{ kW}.$$

A valóságos gép veszteségei a következőképpen becsülhetők.

A járószék aknavezetékében F_{sa} súrlódási erő a járószéket emelő kötélterőt növeli:

$$F_1 = G_r + G + F_{sa}.$$

Az F_{sa} súrlódási erő P_{va} aknaveszteség okozója.

Az ellensúlyt süllyesztő kötélben fellépő erőt az ellensúly vezetékében ébredő súrlódási erő csökkenti:

$$F_2 = G_e - F_{sa}.$$

Az F_{sa} súrlódási erő az ellensúlyvezetéken fellépő P_{va} veszteség forrása.

A dobra csavarodó kötél merevségéből és a dobtengely súrlódásából P_{vd} veszteség keletkezik.

A dob forgatásához ezért $P_d = P_0 + P_{va} + P_{ve} + P_{vd}$ teljesítmény szükséges. Nagyságát az ún. *aknahatásfok* η_a figyelembevételével lehet meghatározni:

$$\eta_a = \frac{P_0}{P_d}.$$

Az aknahatásfok értéke a kötélterektől is függ, $\eta_a = 0,4 \dots 0,6$ közötti érték.
 $\eta_a = 45 \% = 0,45$ értékkel számolva:

$$P_d = \frac{P_0}{\eta_a} = \frac{822 \text{ W}}{0,45} = 1827 \text{ W} = 1,83 \text{ kW}.$$

Ha most még a felvonó közlőművének veszteségeit $\eta_{köz1} = 65\%$ -os hatásfokkal vesszük számításba, akkor a gép hajtásához szükséges motorteljesítmény:

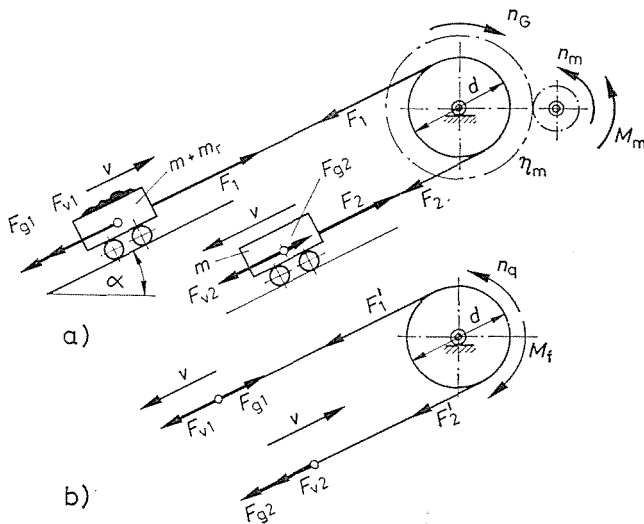
$$P_m = \frac{P_d}{\eta_{köz1}} = \frac{1,83 \text{ kW}}{0,65} \approx 3,0 \text{ kW}.$$

A felvonóberendezés (gazdasági) hatásfoka tehát

$$\eta = \frac{P_0}{P_m} = \frac{0,88 \text{ kW}}{3 \text{ kW}} \approx 0,3, \text{ azaz } 30 \%.$$

Az alsógéphasz elrendezés hatásfoka a kötélvezető csigák súrlódása miatt még rosszabb.

A kétvágányú sikló pályán az ellensúly szerepét az üres kocsi veszi át, amelyet a 2.29a ábra szerint a lejtőn **felfelé** vontatott kocsival egyidejűleg (ugyanazzal a sebességgel) lebocsátunk.



2.29. ábra. Kétvágányú sikló pályája
 a) szállítás felfelé; b) szállítás lefelé

A tehervontatás munkájának egy részét itt is a süllyedő ellensúly szolgáltatja, a hajtáshoz szükséges motor teljesítőképessége tehát kisebb lehet, mint az egyvágányú siklóé.

A kőbányák anyagszállítása rendszerint **lefelé** irányuló. Ilyenkor a 2.29b ábrán változt elrendezés szerint a megrakott kocsira ható súlyerő szolgáltatja a hajtóerőt, amely nemcsak az üres kocsit vontatja felfelé, hanem még ezen felül is munkát szolgáltat, amelyet *fékezéssel* kell a gépből kivezetni. Újabban ezt a munkát nem alakítják át súrlódási hővé, hanem munkagép (pl. légsűrítő) hajtására hasznosítják.

A felvonógép (vitla) méreteit ebben az esetben is a F_1 és F_2 kötélterő határozza meg.

2.25. példa. A 2.29b ábra szerint kétvágányú lejtős akna szállítógépének dobját terhelő kötél-erőket a 2.11. ábra kapcsán a 2.6. példában már kiszámítottuk. (Szállítás felfelé.)

A 2.6. példa szerint a pálya lejtése $\alpha = 25^\circ$, ellenállása $\mu_g = 0,04$, a csille tömege $m = 350$ kg és rakománya (hasznos terhe) $m_r = 750$ kg.

A megrakott csille vontatásához szükséges erő

$$\text{(felfelé):} \quad F_1 = 4918 \text{ N.}$$

Az üres csillét visszatartó

$$\text{kötél-erő:} \quad F_2 = 1316 \text{ N.}$$

Tehát a dobot terhelő

$$\text{kerületi erő:} \quad F_1 - F_2 = 3602 \text{ N} = 3,6 \text{ kN.}$$

$v = 1,1$ m/s munkasebesség és $d = 1500$ mm dobátmérő választásával a *dob fordulatszáma*

$$n_d = \frac{v}{d\pi} = \frac{1,1 \text{ m/s}}{1,5 \text{ m} \cdot \pi} = 0,233 \text{ s}^{-1} = 14 \text{ min}^{-1},$$

a vitla *áttétele* pedig $n_m = 720 \text{ min}^{-1}$ fordulatszámú motorhoz:

$$i = \frac{n_m}{n_d} = \frac{720 \text{ min}^{-1}}{14 \text{ min}^{-1}} \approx 51,5.$$

A közlőmű *hatásfokát* $\eta_m = 65$ %-ra becsülve a szükséges *motorteljesítmény*:

$$P = \frac{(F_1 - F_2) v}{\eta} = \frac{3,602 \text{ kN} \cdot 1,1 \text{ m/s}}{0,65} \approx 6,1 \text{ kW.}$$

Meg kell jegyezni, hogy e berendezés szállítóteljesítménye azáltal fokozható, hogy egyszerre két-két kocsiat vontatunk. Ekkor kétszer akkora kötél-erőkkel és kétszer akkora motorteljesítménnyel kell számolni.

2.26. példa. Ha a 2.25. példában tárgyalt lejtősaknát *lefelé* irányuló anyagszállításra rendezzük be, akkor a kötél-erők a 2.29b ábra jelöléseivel és a 2.6. példa adataival a következők:

$$F'_1 = g(m + m_r)(\sin \alpha - \mu_g \cos \alpha) = 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1100 \text{ kg} \cdot (0,42 - 0,036) = 4144 \text{ N};$$

$$F'_2 = gm(\sin \alpha + \mu_g \cos \alpha) = 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 350 \text{ kg} \cdot (0,42 + 0,036) = 1566 \text{ N}$$

A dobot forgató kerületi erő tehát:

$$F'_1 - F'_2 = 2578 \text{ N} \approx 2,58 \text{ kN.}$$

Az üzem egyenletességét most fékezéssel kell biztosítani. A *dob tengely fékezéséhez* szükséges nyomaték:

$$M_t = \frac{d(F'_1 - F'_2)}{2} = \frac{1,5 \text{ m} \cdot 2578 \text{ N}}{2} = 1934 \text{ m} \cdot \text{N.}$$

Ha a szállítás sebessége lefelé: $v = 1,32$ m/s, vagyis a dob fordulatszáma most $n_d = 0,28 \text{ s}^{-1} = 16,8 \text{ min}^{-1}$, akkor a fékezéssel súrlódási hővé átalakított teljesítmény így is számítható:

$$P_f = 2\pi n_d M_t = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,28 \text{ s}^{-1} \cdot 1934 \text{ m} \cdot \text{N} = 3400 \text{ W} = 3,4 \text{ kW.}$$

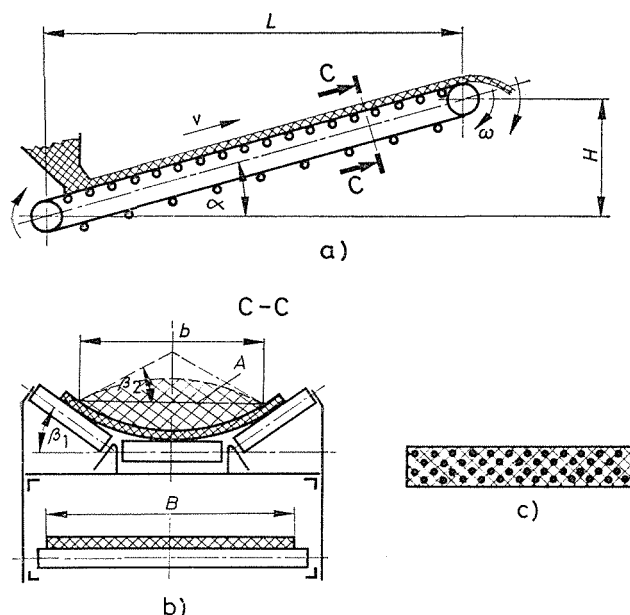
A 3,4 kW-os fékezési teljesítmény azt jelenti, hogy másodpercenként 3,4 kJ hő fejlődik.

A fék szabatosabb méretezéséhez – különösen akkor, ha azt áttétel közbeiktatásával kapcsoljuk a dobtengelyhez – azt is tekintetbe kell venni, hogy csak a közlőmű veszteségeinek levonása után fennmaradt teljesítményt kell lefékezni. Ha tehát az adott esetben a közlőmű hatásfoka: $\eta = 0,85$, akkor $i = 3$ -szoros áttételű féktengelyen a fékezónyomaték:

$$M = \frac{\eta d(F'_1 - F'_2)}{2i} = \frac{1,5 \text{ m} \cdot 0,85 \cdot 2578 \text{ N}}{2 \cdot 3} \approx 550 \text{ m} \cdot \text{N.}$$

2.1.18. A folyamatos működésű szállítógépek üzeme

Az *ömlesztett szemcsés anyagok* (pl. szén, búza, kavics) és kisebb méretű és tömegű *darabárúk* (pl. doboz, csomag, téglá) vagy pl. a mozgólépcsők esetében személyek szállítására többnyire a **folyamatos üzemű** szállítóberendezések használata gazdaságos. Legfontosabb szerkezeti egységük többnyire a folyamatosan haladó *hajlékony vonóelem* (heveder, lánc), amelyik közvetlenül vagy közvetve hordozza (pl. egy vályúban vontatja) az anyagot. Folyamatos szállítás valósítható meg a *lengő mozgást* végző vályúkkal is, ha azok vályúirányú gyorsulásából számított tehetetlenségi erő nagyobb a vályú és az anyag közti súrlódási erőknél, és ezért az anyag a vályúban megcsúszik. Ezeknél az anyag egyirányú haladását a vályú lengő mozgásának aszimmetriájával biztosítjuk. Folyamatosan szállíthatunk anyagot *áramló közeg* (levegő, víz) *segítségével* is. Ezeknél a mozgást pl. az áramló közeg impulzusereje végzi. A lengő szállítógépekkel a későbbi fejezetek foglalkoznak.



2.30. ábra. Gumihevederes szállítószalag

a) a szállítószalag vázlatja; b) a szállítószalag metszete; c) a gumiheveder metszete a teherhordozó textilbetétekkel

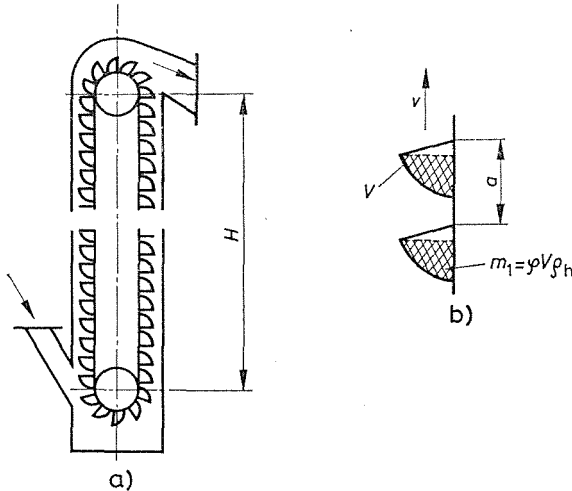
A folyamatos szállítógépek üzemét két jellegzetes fajtájának, a **gumihevederes szállítószalag** (2.30. ábra) és a **serleges elevátor** (2.31. ábra) ismertetésével mutatjuk be. Legfontosabb jellemzőjük a q_m **szállítóképesség**, amely tömegáramot jelent. (Mértékegysége a kg/s, de a műszaki gyakorlatban a t/h alkalmazása terjedt el.) A szállítóképesség a v (m/s) **szállítási sebességből** és a szállítóberendezés 1 m hosszúságán elhelyezhető anyag tömegéből, az m_l (kg/m) **méterenkénti tömegből** számítható:

$$q_m = m_l v \quad \text{kg/s.} \quad (2.33)$$

A méterenkénti tömeg *folyamatos anyagáramnál*, pl. a gumihevederes szállító szalagnál (2.30. ábra) az anyagáram A (m^2) keresztmetszetének és az ömlesztett szemcsés anyag ρ_h (kg/m^3) halmazsűrűségének a szorzata

$$m_l = A \rho_h \quad kg/m. \quad (2.34)$$

A szemcsés anyagok *halmazsűrűsége* kisebb mint a szemcsék anyagának ρ sűrűsége, mert a szemcsék közötti teret levegő (esetleg részben víz) tölti ki ($\rho_h < \rho$).



2.31. ábra. Serleges elevátor

a) az elevátor vázlat; b) az anyaggal részben töltött serlegek a hajlékony vonóelemen (hevederen, láncon)

Szakaszokra osztott anyagáramnál pl. serleges elevátornál a méterenkénti tömeg az egyes adagok m_l (kg) tömegéből és az a (m) távolságából számítható. A 2.31. ábra szerint a befoglalóedény (pl. serleg) V (m^3) térfogatát az anyag különféle okok miatt csak részben tölti ki. A telítettséget a $\varphi < 1$ *kitöltési tényezővel* adjuk meg. Ennek figyelembevételével a méterenkénti tömeg

$$m_l = \frac{\varphi V \rho_h}{a} \quad kg/m. \quad (2.35)$$

2.27. példa. A 2.30. ábra szerinti szállítószalag gumihevederének felső, szállítóágát három görgő támasztja alá. A két szélső görgő tengelye a vízszintessel $\beta_1 = 30^\circ$ -ot zár be. A heveder szélessége $B = 800$ mm, sebessége $v = 2$ m/s. A szállítószalag $\rho_h = 1800$ kg/m^3 halmazsűrűségű kavicsot szállít. Határozzuk meg a szállítóképességet.

Első lépésként az anyagáram keresztmetszetét kell kiszámítanunk (l. a 2.30b ábrát). Ennek szélessége közelítően $b = 0,8B$. Ha a keresztmetszetet a kijelölt egyenessel felső és alsó részre osztjuk és mindkettőt paraboláívvá határoljuk, a felület

$$A = \frac{2}{3} \left[b \frac{1}{2} \left(\frac{b}{2} \operatorname{tg} \beta_1 + \frac{b}{2} \operatorname{tg} \beta_2 \right) \right] \quad m^2.$$

2/3-dal azért kell szorozni, mert a paraboláívvé határolt felület a befoglalónégyzet felületének 2/3-a, a szögletes zárójelen belül pedig azért kell 1/2-del szorozni, mert a paraboláív magassága az érintő háromszög magasságának a fele. β_2 a szemcsés anyag természetes *rézsűszöge*, amit az ömlesztett anyaghalmoz oldalának esésvonala a vízszintessel bezár. A kavics természetes rézsűszöge esetünkben $\beta_2 = 30^\circ$. Az előzők alapján

$$A = \frac{1}{6} b^2 (\operatorname{tg} \beta_1 + \operatorname{tg} \beta_2) \quad m^2, \quad (2.36)$$

vagyis a felület

$$A = \frac{1}{6} (0,8 \cdot 0,8) \text{ m}^2 \cdot 2 \text{ tg } 30^\circ = 0,123 \text{ m}^2.$$

A méterenkénti tömeg

$$m_l = A \rho_h = 0,123 \text{ m}^2 \cdot 1800 \text{ kg/m}^3 = 221,4 \text{ kg/m}.$$

A szállítóképesség

$$q_m = m_l v = 221,4 \text{ kg/m} \cdot 2 \text{ m/s} = 443 \text{ kg/s} = 1594 \text{ t/h}.$$

Kerekítve a szállítóképesség

$$q_m = 1600 \text{ t/h}.$$

A kerekítés azért indokolt, mert a felület határgörbéi a valóságban nem parabolaívek, és a természetes rézsúszög is az anyagablázatban feltüntetett kisebb érték.

2.28. példa. Egy elevátor búzát szállít. A búza halmazsűrűsége $\rho_h = 800 \text{ kg/m}^3$. A serleg térfogata $V = 0,004 \text{ m}^3$, a serlegek osztása $a = 0,25 \text{ m}$, a vonóelem sebessége $v = 3 \text{ m/s}$, a serleg kitértési tényezője $\varphi = 0,7$.

A méterenkénti tömeg:

$$m_l = \frac{\varphi V \rho_h}{a} = \frac{0,7 \cdot 0,004 \text{ m}^3 \cdot 800 \text{ kg/m}^3}{0,25 \text{ m}} = 8,96 \text{ kg/m}.$$

A szállítóképesség

$$q_m = m_l v = 8,96 \text{ kg/m} \cdot 3 \text{ m/s} = 26,9 \text{ kg/s} \approx 97 \text{ t/h}.$$

A szállítóberendezések teljesítményszükségletét közelítően a lejtőn való mozgás törvényszerűségei szerint számíthatjuk.

A 2.30. ábra szerinti α emelkedésű és vízszintes vetületben L távolságra szállító gumihevederes szállítószalagnál a hevederen levő tömeg $m \approx m_l L / \cos \alpha$. Ennek mozgatásához szükséges *pályairányú erő*

$$F_0 = mg (\sin \alpha + \mu_g \cos \alpha) \quad \text{N}, \quad (2.37)$$

ahol μ_g a görgők gördülési ellenállásának tényezője.

Az anyagmozgatás teljesítményszükséglete:

$$P_0 = F_0 v / \eta \quad \text{W}.$$

Itt η a hajtott dob és a motor közötti áttétel hatásfoka.

A pályairányú erő helyettesítése és a műveletek elvégzése után

$$P_0 = m_l v g L (\text{tg } \alpha + \mu_g) / \eta \quad \text{W}.$$

Az (2.25) összefüggésből $m_l v = q_m$ és $L \text{ tg } \alpha = H$ figyelembevételével

$$P_0 = \frac{g}{\eta} q_m H + \frac{\mu_g g}{\eta} q_m L \quad \text{W}.$$

Az összefüggés *első tagja az emelési teljesítmény*, a *második a vízszintes irányú anyagmozgatás teljesítményszükséglete*, η a hajtómű hatásfoka. Ez utóbbi azonban a

valóságosnál kisebb, mert csak a szállított anyag tömegét veszi figyelembe, a heveder és a görgők tömegét nem. Ezen úgy segíthetünk, hogy pl. a gördülési ellenállás tényezőjét a valódi és az eddig figyelembe vett méterenkénti tömeg hányadosával szorozva egy, az eredetinel nagyobb látszólagos ellenállás-tényezővel számolunk:

$$\mu_{gr} = \mu_g \frac{m_l + 2m_0}{m_l}$$

ahol m_0 a heveder méterenkénti tömege.
Ezzel a motor teljesítményszükséglete

$$P = \frac{g}{\eta} q_m H + \frac{\mu_{gr} g}{\eta} q_m L \quad W.$$

$\mu_{gr}/\eta = \varkappa$ helyettesítéssel

$$P = \frac{g}{\eta} q_m H + \varkappa g q_m L \quad W. \quad (2.38)$$

\varkappa a szállítóberendezésre jellemző tényező. Néhány szállítóberendezés-fajtához tartozó érték:

	\varkappa
gumihevederes szállítószalagokra	0,1 ... 0,4
függőkonvejorra	0,8 ... 1,2
láncos vonszolókra	1,2 ... 2,5
lengő szállítógépekre	1,5 ... 2,5
szállítócsigára	2,0 ... 5,0
hígáramú pneumatikus szállítóberendezésekre	10 ... 15
sűrűáramú pneumatikus szállítóberendezésekre	2 ... 4

Az itt felsorolt szállítóberendezések közül a *függőkonvejor*: térben tetszőleges nyomvonalú zárt pályán halad a különleges görgős lánc, és a ráerősített függesztékek tálcái, horgai vagy más szerelvényei hordozzák a darabárut (alkatrészt, félgjármányt, szerelési egységet stb.-t). Ezek az egypályás konvejorok. Más kialakításnál a vontatóláncpálya alatt, vele párhuzamosan egy második pályán haladnak a függesztéket hordozó kocsik. Ezek kapcsolata a vontatóláncsal megszakítható, és a kocsik váltoval más pályára terelhetők. Ezek a kétpályás konvejorok. A tömeggyártó üzemek jellegzetes szállítógépei.

A *láncos vontatók*: a vontatóláncon levő karok vagy tárcsák vályúban vagy zárt csőben vontatják az ömlesztett szemcsés anyagot. A bányákban, vegyipari és zárt kivitelben élelmiszeripari üzemekben használják.

A *pneumatikus szállítóberendezések*: zárt csővezetékben a szemcsés anyagot a nagy sebességű levegőáram segítségével mozgatják.

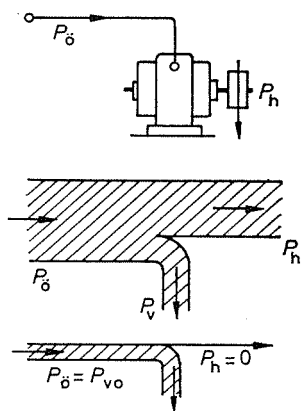
A teljesítmény pontosabb meghatározásához természetesen valamennyi haladó és forgó mozgást végző elem ellenállását, pl. a felső hajtó- és az alsó feszítődobét is, figyelembe kell venni. Az előbbi összefüggés csak a teljesítményfelvételek összehasonlítására való, ami pl. azonos távolságra szállító berendezéseknél a kiválasztás egyik szempontja.

2.1.19. A gép veszteségei és hatásfoka változó terhelés esetén. Üresjárás

A gép veszteségeit és hatásfokát rendszerint a teljes terhelésre, vagyis arra az ún. **névleges teljesítményre** szokás vonatkoztatni, amelyet a méretezés alapjául is kijelölünk. Ennek a hatásfoknak – mint az üzem jellemzőjének – a jelentősége azonban csak olyankor domborodik ki, amikor a gép üzem közben valóban teljes terheléssel dolgozik. A gép méretezését is úgy irányíthatjuk, hogy a teljes terhelésnél ($x = 1$) dolgozzék a legjobb hatásfokkal, vagy más szóval ilyenkor arra törekszünk, hogy a gép ún. **gazdaságos terhelése** azonos legyen a teljes terheléssel.

A gép munkaterve azonban többnyire olyan, hogy munkaidejének tartama alatt *kisebb terheléssel* ($x < 1$) is jár, sőt bizonyos üzemszakaszok alatt egészen terhelés nélküli is lehet. Ezt a terhelés nélküli üzemállapotot nevezzük *a gép üresjárásának* ($x = 0$). Nyilvánvaló, hogy az üresen járó ($P_h = 0$) gép hatásfoka $\eta_0 = 0$, mert hasznos munkát nem szolgáltat, de energiát ekkor is fogyaszt abban a mértékben, amint azt az ún. üresjárás veszteségek megkívánják ($P_\delta = P_{v0}$).

Szemléletesen mutatja ezt az üzemállapotot a motor energiaábrája (2.32. ábra), amelyből következtetni lehet arra is, hogy a gép hatásfoka változó terhelés esetén (tel-



2.32. ábra. A motor energiaábrája teljes terhelés esetén ($x = 1$) és üresjárásban ($x = 0$)

jes terhelés és üresjárás között) nem maradhat állandó, hanem a gép **különböző terheléseken más-más hatásfokkal dolgozik**.

A változó terheléssel dolgozó gép üzemének gazdaságosságát eszerint egymagában még nem biztosíthatjuk azzal, hogy teljes terhelésen jó a gép hatásfoka, mert előfordulhat az is, hogy kis terhelésen viszont az a gép dolgozik gazdaságosabban, amelynek teljes terhelésen rosszabb a hatásfoka.

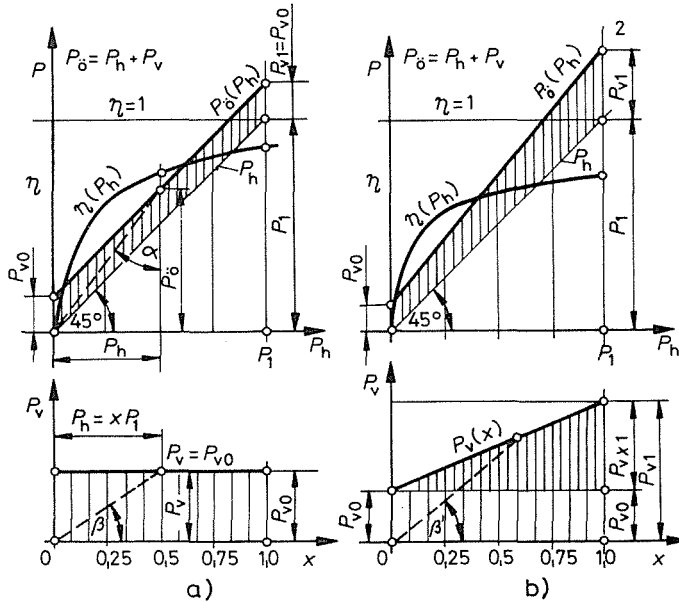
A viszonyok szabatosabb megítéléséhez a **vesztések jellegét** kell tüzetesebben megvizsgálni.

A 2.33. ábrában evégből hasonlítsuk össze egy közlőmű üzemét egy emelőgép üzemével. Mindkét esetben abból indulhatunk ki, hogy (pl. teljesítményméréssel) a gép különböző (hasznos) teljesítményeihez tartozó hajtóerő teljesítményét is meghatározzuk, és $P_\delta = P_\delta(P_h)$ alakú függvényábrában a hasznos teljesítmény függvényében felrajzoljuk.

Az így ábrázolt összes teljesítményből a (2.23) egyenlet szerint a veszteség $P_v = P_\delta - P_h$, a (2.24) egyenlet szerint az $\eta = P_h/P_\delta$ hatásfok is pontról pontra kiszámítható vagy szerkesztéssel is meghatározható.

A veszteségek egyszerű megszerkesztésére vezet a hasznos teljesítmény vonalának megrajzolása, amely a hasznos teljesítmény függvényében (a tengelyeken azonos lépték alkalmazásával) 45° -os hajlású egyenes ($P_h = P_h$).

A P_δ görbe mindenestre a P_h vonal fölött van; a közbeeső ordinátametszések a P_v veszteséggel arányosak, és a hasznos teljesítmény függvényében külön is felrajzolhatók. A 2.33. ábrában a veszteségek függvényábráját kétszeres méretarányban a terhelés függvényében $P_v = P_v(x)$ alakban rajzoltuk fel, vagyis a hasznos teljesítmény helyett annak a teljes terhelés P_1 teljesítményéhez viszonyított $x = P_h/P_1$ terhelés értékét választottuk független változóul.



2.33. ábra. A veszteségek és a hatások változása a terhelés függvényében
 a) a közlőmű veszteségábrája; b) az emelőgép állandó és változó veszteségei

A hatások számértékét viszont a $P_\delta = P_\delta(P_h)$ teljesítménygörbe bármelyik pontjához a kezdőpontból húzott sugár hajlásszöge is egyértelműen meghatározza. Ha ugyanis a sugarak ordinátatengellyel bezárt szögét vizsgáljuk, akkor írható:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{P_h}{P_\delta} = \eta,$$

vagyis az α szög tangense a hatásokot közvetlenül kifejezi. Az összekötő sugárnak az abszcisszatengellyel bezárt $(90^\circ - \alpha)$ szögéből viszont a hatások reciprok értékét lehet közvetlenül meghatározni. (Ez a felismerés arra a következtetésre vezet, hogy a meredekebb összekötő sugár kisebb hatásokot jellemez.)

A pontról pontra kiszámított (vagy megszerkesztett) hatások $\eta = \eta(P_h)$ alakú, ún. **hatásokgörbe**, a hasznos teljesítmény függvényében fel is rajzolható. Ugyanolyan alakú függvényábrát kapunk akkor is, ha a hatásokot a terhelések függvényében $\eta = \eta(x)$ alakban rakjuk fel.

A veszteségek jellegét a 2.33. ábrában vizsgált kétféle esetben az különbözteti meg, hogy az egyik esetben csak a terheléstől független **állandó veszteségeket** találunk, a másik esetben a terheléssel növekedő, ún. **változó veszteségekkel** is számolhatunk.

Állandó veszteséget okoz pl. a szíjhajtásos közlőmű *csapsúrlódása*, ha a terheléstől független erők ébresztik. Ilyenek pl. a *súlyerők*, amelyek üresjárásban is ugyanakkorák; de ilyen — az előfeszítés miatt — a két *szíjhúzóerő* összege is, ha a gép ezenfelül még állandó fordulatszámmal is jár. A feszes szíjágban ugyanis a terhelés a laza ág megfeszülésének rovására növekszik meg oly módon, hogy különbségük arányos a terheléssel, de összegük — ami a csapsúrlódást létrehozza — gyakorlatilag állandó marad.

A gépek veszteségeinek rendszerint csak egy része állandó veszteség; ezenfelül vannak a terheléssel változó veszteségek is, amelyek lehetnek a terheléssel arányos veszteségek (de növekedhetnek a terhelésnek egynél magasabb hatványa szerint is.).

A terheléssel nagyjából arányos **változó veszteségekkel** számolhatunk a mechanikai elven működő munkagépeknél, ha azok gyakorlatilag állandó munkasebességgel dolgoznak. Így például az emelőgép függesztőeleme a terheléssel arányos húzóerőt visz át (az állandó veszteséget okozó alapterhelésen felül); a fogaskerekek fognyomása is arányosan nő a terheléssel stb. (Vö. 2.33b ábra veszteséggörbéjének sűrűn vonalkázott metszékeivel.)

A **villamos gép változó veszteségei** többnyire az *áramerősség négyzetével* arányosak. Minthogy azonban az állandó feszültségű hálózatra kapcsolt gép áramerőssége a terheléssel nagyjából arányos, ilyenkor a villamos gép változó sebességei, az ún. *rézveszteségek*, a terhelés négyzetével növekednek.

Végül még itt érdemel említést a cseppfolyós és légnemű folyadékokat szállító **áramlástechnikai gép változó veszteségeinek** a *sebesség harmadik hatványával* arányos jellege is. Az állandó szállítómagasságra dolgozó szivattyú terhelése a térfogatárammal — ez pedig az áramlás sebességével — arányos; a szivattyú változó veszteségei ilyenkor a terhelés harmadik hatványával növekednek.

A $P_v = P_v(x)$ veszteséggörbe alakja eszerint igen változatos lehet. Minél kisebb az állandó veszteség, annál jobb a gép hatásfoka a kis terheléseknél. A *változó terheléssel járó gép szerkesztésekor eszerint arra kell törekednünk*, hogy elsősorban a **üresjárási veszteségek** ne legyenek nagyok.

A veszteséggörbe jellegéből a hatásfokgörbe alakjára is biztos következtetéseket lehet levonni.

A 2.33. ábrából kitűnik, hogy a mechanikai elven működő gépek hatásfoka a terheléssel állandóan növekedik (mert az állandó és az arányos veszteségek összege kisebb mértékben növekszik, mint a terhelés).

E gépek tehát a megengedett túlterhelésnél dolgoznak a legjobb hatásfokkai.

Egészen mások a viszonyok olyankor, amikor a veszteséggörbe **alulról nézve domború** (2.34. ábra). Ilyenkor a vizsgálatot a (2.28) egyenlet értelmében a **hatásfok reciprok értékére** vonatkoztatjuk. Írható $P_0 = P_h + P_v$ helyettesítéssel, rendezés után

$$\frac{1}{\eta} = 1 + \frac{P_v}{P_h} = 1 + \text{tg } \beta,$$

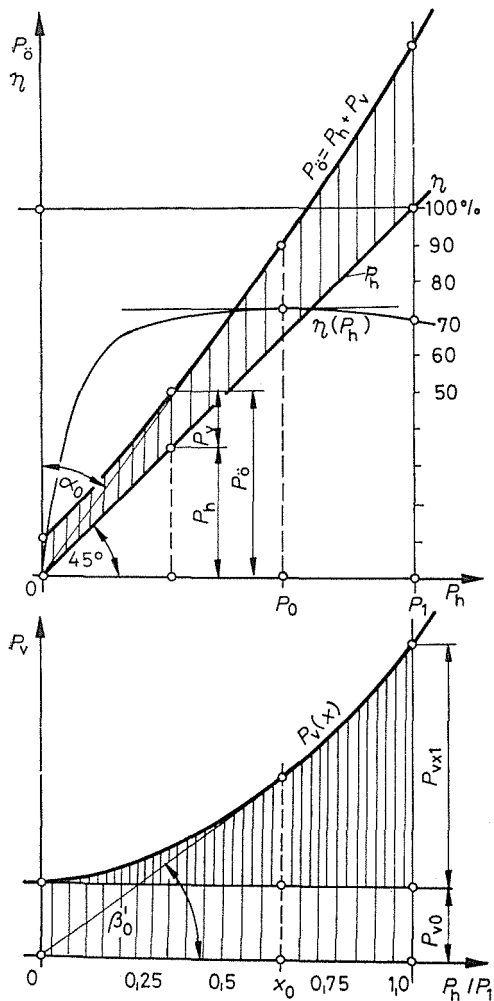
mert a veszteséggörbe bármelyik pontjához a kezdőpontból húzott összekötő sugár (l. a 2.33., ill. a 2.34. ábrát) emelkedése

$$\text{tg } \beta = P_v/P_h.$$

A hatásfok tehát akkor a legnagyobb, amikor annak reciprok értéke a legkisebb; ez pedig annál az x_0 terhelésnél veszi fel legkisebb értékét, amelynél az összekötő sugár β_0 hajlásszöge a legkisebb.

A legjobb hatásfokot adó terhelés megkeresése eszerint **érintőfeladatra** vezethető vissza, mert egyszerű mértani szemlélettel bizonyítható, hogy a veszteséggörbéhez a *kezdőpontból húzott érintő* a legkisebb emelkedésű valamennyi összekötő sugár között.

A szerkesztés lényegén az sem változtat, ha azt a β szög helyett egy ezzel arányos emelkedésű β' szöggel végezzük el, mert e β' szög legkisebb értéke is meghatározza a legjobb hatásfok helyét.



2.34. ábra. A gép gazdaságos terhelésének meghatározása

A 2.33. és a 2.34. ábrán ugyanis az összekötő sugár emelkedése $\text{tg } \beta' = P_v/x$, ahol $x = P_h/P_1$ a hasznos teljesítménnyel arányos terhelés.

A hatásfok reciprok értéke ebben az esetben $P_h = xP_1$ helyettesítéssel így is kifejezhető:

$$\frac{1}{\eta} = 1 + \frac{P_v}{xP_1} = 1 + \frac{\text{tg } \beta'}{P_1},$$

ahol P_1 a gép $x = 1$ terheléshez tartozó hasznos teljesítménye, azaz a névleges teljesítmény.

A legjobb hatásfokot nyilván most is annál az x_0 terhelésnél kapjuk, amelynél a β' hajlásszög a legkisebb (β'_0 hajlássú érintő).

Itt kell nyomatékosan felhívni a figyelmet arra, hogy az x terhelés két hasznos (a pillanatnyi és a névleges) teljesítmény viszonya.

A változó veszteségeknek e jellegzetessége különösen a változó terheléssel dolgozó villamos gép üzemében előnyös az üzem gazdaságosságának fokozása érdekében. Az állandó és a változó veszteségek arányát ugyanis a gép méretezésekor úgy lehet megválasztani, hogy a gép annál a terhelésnél dolgozzék a legjobb hatásfokkal, amely az üzemterv szerint a leggyakrabban fordul elő. Még ennél is értékesebb azonban a villamos gép hatásfokgörbéjének „**lapos hátú**” alakja, amely **igen nagy határok között változó terhelésnél is mindvégig jó hatásfokot** biztosít.

A gép üzemi vizsgálatát rendszerint kísérleti úton (üzemi méréssel) meghatározott veszteséggörbére alapítjuk, mégis tanulságos az analitikai vizsgálat eredménye is, ami a 2.34. ábra jelöléseivel az általános esetre a következőképpen végezhető:

Legyen a gép állandó (üresjárás) vesztesége P_{v0} , változó vesztesége pedig $P_{vx} = x^n P_{vx1}$, ahol P_{vx1} teljes terhelésnél ($x = 1$) talált változó veszteség, az n kitevő pedig az egységénél nagyobb.

Az $x = P_h/P_1$ terheléshez tartozó (egész) veszteség tehát:

$$P_v = P_{v0} + x^n P_{vx1}.$$

A hatásfok reciprok értéke pedig:

$$\frac{1}{\eta} = 1 + \frac{P_v}{P_h} = 1 + \frac{P_v}{x P_1} = 1 + \frac{P_{v0} + x^n P_{vx1}}{x P_1} = 1 + \frac{A_0}{x} + A_1 x^{n-1},$$

ha $A_0 = P_{v0}/P_1$ és $A_1 = P_{vx1}/P_1$ állandókat helyettesítjük.

A hatásfok szélső értékét adó terhelés a reciprok hatásfokérték differenciálhányadosának el-tűnéséből is kiszámítható (csak hogy most maximum helyett minimumot kapunk). Írható:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\eta} \right) = -\frac{A_0}{x^2} + (n-1) A_1 x^{n-2} = 0,$$

ebből

$$x_0^n = \frac{1}{n-1} \frac{A_0}{A_1} = \frac{1}{n-1} \frac{P_{v0}}{P_{vx1}}.$$

A legnagyobb hatásfokot adó terhelést szemléletesebben adja a változó veszteséget kifejező egyenlet, amely x_0 értékének helyettesítésével rendezés után így írható:

$$P_{vz0} = x_0^n P_{vx1} = \frac{P_{v0}}{n-1};$$

vagy

$$P_{v0} = (n-1) P_{vz0}.$$

A hatásfoknak eszerint mindig annál a terhelésnél van szélső (legnagyobb) értéke, ahol az állandó veszteség $(n-1)$ -szerese a változó veszteségnek.

Különös jelentősége van a villamos gépeknél a terhelés második hatványával változó veszteségnek ($n = 2$; $n-1 = 1$). A villamos gép eszerint akkor dolgozik a legjobb hatásfokkal, ha az állandó és a változó veszteségei egyenlők. Ez a közismert eredmény a parabola érintőjének mértani sajátosságaiból közvetlenül is levezethető.

Itt említhető meg a folyadék áramlási veszteségeit kifejező harmadik hatvány ($n = 3$; $n-1 = 2$) befolyása is. Ez a legjobb hatásfokot annál a terhelésnél adja, amelynél a változó veszteségek feleakkorák, mint az állandó veszteségek.

E megfontolások csak akkor érvényesek, ha a gépi berendezés veszteségeinek egy része állandó veszteség, vagyis ha a gépnek van üresjárási fogyasztása.

A tágabb értelemben vett gépek és közlőművek (pl. víznymásos csőhálózatok, villamosvezeték-hálózatok) némelyikénél állandó veszteség nincsen, ez azt jelenti, hogy e berendezések hatásfoka üresjárásban 100%-os is lehet ($x = 0$; $\eta = 1$).

A **csővezeték hatásfoka** eszerint éppen **ellentétes jellegű, mint a mechanikai elven működő gépeké**, mert ezek hatásfokgörbéje az ($x = 0$; $\eta = 0$) pontból indul, és állandóan emelkedik; ezzel szemben a **csővezeték hatásfokgörbéje üresjárásban a legnagyobb**, és növekvő terheléssel állandóan kisebb lesz.

2.29. példa. Egy emelőgép hasznos teljesítménye (teljes terheléssel) $P_1 = 40$ kW, hatásfoka pedig $\eta_1 = 70\%$.

A veszteségek összege $x = 1$ terhelés esetén:

$$P_{v1} = \frac{P_1}{\eta_1} - P_1 = \frac{1 - \eta_1}{\eta_1} P_1 = \frac{0,30}{0,70} 40 \text{ kW} = 17,2 \text{ kW}.$$

Ha az állandó veszteség $P_{v0} = 5,2$ kW, a változó veszteség pedig a terheléssel arányos, azaz $P_{vx} = xP_{vz1}$, ahol $P_{vz1} = P_{v1} - P_{v0} = 12$ kW, akkor a gép hatásfoka a különböző terhelésekhez is kiszámítható. A számítást táblázatosan mutatjuk be:

x	$P_h = xP_1$, kW	$P_v = P_{v0} + xP_{vz1}$, kW	$P_o = P_h + P_v$, kW	$\eta = \frac{P_h}{P_o}$
0,25	10	8,2	18,2	0,55
0,50	20	11,2	31,2	0,64
0,75	30	14,2	44,2	0,68
1,00	40	17,2	57,2	0,70

Még egyszerűbb a számítás akkor, ha a gépnek a terheléstől függetlenül csak állandó veszteségei vannak ($P_v = P_{v0}$). Könnyen belátható, hogy ilyen esetben kis terheléseknél igen rossz a hatásfok.

2.30. példa. Egy $P_1 = 50$ kW (hasznos) teljesítményű villamos motor hatásfoka (teljes terheléssel) $\eta_1 = 88\%$.

a) Ha a motor **teljes terheléssel** dolgozik a **legjobb hatásfokkal**, akkor állandó veszteségei az összes veszteségek felét teszik ki, azaz

$$P_{v0} = \frac{1 - \eta_1}{2\eta_1} P_1 = \frac{0,12}{1,76} 50 \text{ kW} \approx 3,4 \text{ kW}.$$

Ugyanakkorák a teljes terhelésnél talált változó veszteségek is, azaz $P_{vz1} = 3,4$ kW.

Tetszőleges x terhelésre a hasznos teljesítmény $P_h = xP_1$, a veszteség pedig $P_v = P_{v0} + x^2P_{vz1}$. A motor hatásfoka eszerint $x = 1/4$ terhelésnél $P_{1/4} = 12,5$ kW és $P_v = 3,4$ kW + $3,4/16$ kW = $3,62$ kW értékkel:

$$\eta_{1/4} = \frac{12,5 \text{ kW}}{12,5 \text{ kW} + 3,62 \text{ kW}} \approx 0,775, \quad \text{azaz} \quad 77,5 \text{ \%}.$$

b) Ha azt írjuk elő, hogy a motor $x_0 = 3/4$ terhelésnél adja a legjobb hatásfokot, akkor ennél a terhelésnél kell a P_{vz0} változó veszteséggel a P_{v0} állandó (üresjárási) veszteségnek egyenlőnek lennie. Írható:

$$P_{v0} = P_{vz0} = x_0^2 P_{vz1},$$

ahol az előírt hatásfokból a teljes ($x = 1$) terhelésre

$$P_{v1} = \frac{1 - \eta_1}{\eta_1} P_1 = P_{v0} + P_{vz1} = x_0^2 P_{vz1} + P_{vz1} = 6,8 \text{ kW}.$$

Helyettesítés és rendezés után írható:

$$P_{vz1} = \frac{P_{v1}}{1+x_0^2} = \frac{6,8 \text{ kW}}{1+0,75^2} = 4,35 \text{ kW},$$

az állandó veszteség tehát

$$P_{v0} = P_{v1} - P_{vz1} = 6,8 \text{ kW} - 4,35 \text{ kW} = 2,45 \text{ kW}.$$

A legjobb hatásfok számértéke eszerint

$$P_v = 2P_{v0} = 4,9 \text{ kW} \quad \text{és} \quad P_h = x_0 P_1 = 37,5 \text{ kW}$$

értékkel

$$\eta_{3/4} = \frac{P_h}{P_h + P_v} = \frac{37,5 \text{ kW}}{37,5 \text{ kW} + 4,9 \text{ kW}} \approx 0,885, \quad \text{azaz} \quad 88,5\%.$$

A motor legjobb hatásfoka eszerint a teljes terhelésnél előírt értékhez képest egy fél százalékkal megnőtt.

Számítsuk ki e motor hatásfokát $x = 1/4$ terhelésre is.

$$P_{1/4} = 12,5 \text{ kW} \quad \text{és} \quad P_v = P_{v0} + x^2 P_{vz1} = 2,45 \text{ kW} + 4,35 \text{ kW}/16 = 2,72 \text{ kW} \quad \text{értékkel:}$$

$$\eta_{1/4} = \frac{12,5 \text{ kW}}{12,5 \text{ kW} + 2,72 \text{ kW}} \approx 0,82 = 82\%.$$

2.1.20. Az átlagos (napi, évi) hatásfok

A változó terheléssel járó gép üzemének megítéléséhez korántsem elegendő a teljes terhelésre (vagy akár a gazdaságos terhelésre) vonatkoztatott hatásfok ismerete, hanem ilyenkor a hatásfoknak oly átlagos értékét kell megadni, amelyből következtetni lehet az üzem gazdaságosságára.

Ez az átlagos hatásfok a változó terheléssel járó gép üresjárási veszteségei miatt mindig kisebb a gazdaságos terhelésnél elérhető hatásfokhoz képest, és az **üzemtervtől függően** is változik.

Aszerint, amint a vizsgálat a gépnek (vagy gépcsoportnak) egynapi vagy egyévi üzemére vonatkozik, ezt az átlagos hatásfokot **napi hatásfoknak**, ill. **évi hatásfoknak** nevezzük. Fűtőberendezéseknél a fűtőidényre vonatkoztatott **idényhatásfok** elnevezés is használatos.

Az átlagos hatásfokot a t üzemidő alatt hasznosított W_h egész munkának és a W_0 egész munkafogyasztásnak a hányadosa adja.

Írható:

$$\eta_t = \frac{W_h}{W_0}. \quad (2.39)$$

Az **átlagos hatásfok** eszerint **két munkaterület hányadosa**.

E munkaterületeket a gép üzemtervét kifejező teljesítmény–idő görbék határozzák meg, ebből a t idő alatt szolgáltatott hasznos munka

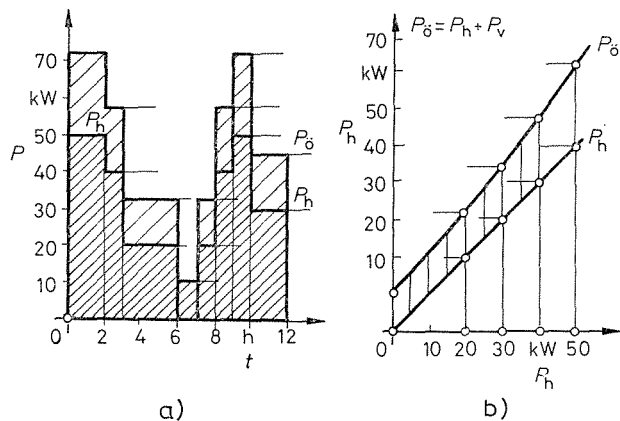
$$W_h = \int_0^t P_h dt,$$

a fogyasztott (összes) munka pedig

$$W_{\text{ö}} = \int_0^t P_{\text{ö}} dt.$$

A hasznosított munka a gép üzemtervéből a 2.1.14. pont szerint közvetlenül kiadódik.

Az elfogyasztott munka az üzemtervbe szintén berajzolható, ha a 2.35. ábra szerint a hasznos teljesítmény időbeli változását kifejező görbéhez pontról pontra hozzárajzoljuk az elfogyasztott teljesítmény görbéjét is. Ehhez az ábrázoláshoz természetesen ismerni kell a gép összes (fogyasztott) teljesítményének a görbéjét a hasznos teljesítmény függvényében, amelynek összetartozó pontjai a $P_{\text{ö}} = P_{\text{ö}}(P_{\text{h}})$ görbéről egyszerű átvétítéssel vihetők át az üzemtervbe. Az átvétítés módja a 2.35. ábráról részletesebb magyarázat nélkül is kitéűnik.



2.35. ábra. Változó terheléssel járó gép napi hatásfokának meghatározásához

a) teljesítmények az idő függvényében; b) az összes teljesítmény a hasznos teljesítmény függvényében

Az átlagos hatásfok számértékét akkor is a hasznosított és az elfogyasztott munka hányadosából kell kiszámítani, ha a gép hatásfokgörbéjét ismerjük. (Ilyenkor sem szabad gondolni az üzemtervben előforduló terhelésekhez tartozó hatásfokok számértékeiből képezhető középarányosra, mert ez alapjaiban hibás eredményre vezetne.) A helyes eljárás most is az marad, hogy a hatásfokgörbe adataival a $P_{\text{ö}} = P_{\text{ö}}(P_{\text{h}})$ görbét szerkesztjük meg, és a két munkát állítjuk szembe egymással.

2.31. példa. A 2.18. példában a 2.24. ábra kapcsán felállítottuk egy $P_1 = 50$ kW teljesítőképességű (névleges teljesítményű) motor egy napján üzemtervét.

A 2.35. ábrán a motor fogyasztását $P_{\text{ö}} = P_{\text{ö}}(t)$ alakú függvényábrával (az ábra területével) jellemeztük. (A jelenség feltűnőbb kiemelése érdekében rossz hatásfokú motort választottunk.)

A függvényábra szerkesztéséhez a következő értékpárokra van szükség:

P_{h}	0	20	30	40	50	kW
$P_{\text{ö}}$	10	32	45	57	72	kW

Ezekkel az értékekkel a munkatervhez tartozó két munkaterület:

$$W_{\text{h}} = (50 \cdot 2 + 40 \cdot 1 + 20 \cdot 3 + 20 \cdot 1 + 40 \cdot 1 + 50 \cdot 1 + 30 \cdot 2) \text{ kW} \cdot \text{h} = 370 \text{ kW} \cdot \text{h};$$

$$W_{\text{ö}} = (72 \cdot 2 + 57 \cdot 1 + 32 \cdot 3 + 10 \cdot 1 + 32 \cdot 1 + 57 \cdot 1 + 72 \cdot 1 + 45 \cdot 2) \text{ kW} \cdot \text{h} = 558 \text{ kW} \cdot \text{h}.$$

A gép napi hatásfoka tehát

$$\eta_t = \frac{W_h}{W_g} = \frac{370 \text{ kW}\cdot\text{h}}{558 \text{ kW}\cdot\text{h}} \approx 0,66, \quad \text{azaz} \quad 66 \%$$

Meg kell jegyezni, hogy az **átlagos hatásfok fogalma** egy gépről egy egész erőműre is **kiterjeszhető**.

Ilyenkor azonban már megszűnik az egyértelműség a termelés és a fogyasztás ütemében, mert az *erőmű* rendszerint *több gépcsoporttal* dolgozik. *Hőerőművek gépi berendezéseinél ezenfelül vannak olyan veszteségek is, amelyek nagysága az üzemi személyzet ügyességétől és az üzemvezetés módjaitól is függenek*, és éppen ezért azok teljes pontossággal nem is becsülhetők.

Mihelyt ugyanis a gépcsoport **üzemképességének** biztosítása hosszabb ideig tartó előkészítést igényel, a terhelés előre nem látott változására való tekintettel az **üzembiztonság** követelményei sem hagyhatók figyelmen kívül.

Így például a biztonság követelményeire való tekintettel *nem lehet a gőzkazánok felfűtési veszteségeit a takarékoság elveinek szemmel tartásával elérhető legkisebb értékre lecsökkenteni*, mert *váratlan túlterhelés miatt gőztartalékról is gondoskodni kell*. Ugyanezért nem lehet a gépcsoportokat sem mindig a leggazdaságosabb üzemet biztosító teljes terheléssel járatni, hanem itt is az üzembiztonság követelményei a mértékadók.

Az erőmű évi hatásfokáról **üzemi mérések eredményei** szolgáltatnak szabatos képet. E mérési adatokból és feljegyzésekből rendkívül értékes **tapasztalati eredmények** szűrhetők le a gazdaságos üzemvezetés feltételeinek megállapítására. Az **üzemi statisztika** ennek a hatalmas tudományággá terebélyesedett üzemtudománynak igen jelentős hajtása.

Nagy *erőműveink évi hatásfokának megjavítására irányuló törekvés* eszerint *nagy tudást és széles látókört igénylő gépészmérnöki feladat*, amelynek országos jelentőségére itt csak rámutatunk, de annak részleteire nem térünk ki.

2.32. példa. Egy villamos erőmű egyévi energiatermelése $W_h = 1750 \text{ GW}\cdot\text{h}$. Az évi szénfogyasztás $m = 2,1 \text{ Mt}$ szén. A szén fűtőértéke $H = 13,4 \text{ MJ/kg}$.

Az erőmű évi hatásfoka:

$$W_g = mH = 2,1 \cdot 10^9 \text{ kg} \cdot 13,4 \cdot 10^6 \text{ J/kg} = 28,14 \cdot 10^{15} \text{ J} = 28,14 \text{ PJ} \quad (\text{petajoule})$$

és

$$W_h = 1,75 \cdot 10^{12} \text{ W}\cdot\text{h} = 1,75 \cdot 10^{12} \text{ W}\cdot\text{h} \cdot 3,6 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{W}\cdot\text{h}) = 6,3 \cdot 10^{15} \text{ J} = 6,3 \text{ PJ}$$

értékkel:

$$\eta_t = \frac{W_h}{W_g} = \frac{6,3 \text{ PJ}}{28,14 \text{ PJ}} = 0,224 = 22,4 \%$$

2.1.21. Az erőgép fajlagos fogyasztása

Az erőgép üzemének gazdaságosságát — a hatásfok helyett — az elfogyasztott üzemanyag mennyiségével szokás jellemezni.

Az ún. **fajlagos üzemanyag-fogyasztás** az erőgép hasznos munkájának egységére a **kilowattóra** (1 kW·h-ra) vonatkozik. **Szilárd és cseppfolyós üzemanyag** mennyiségét a tömegével (kg) szokás kifejezni. Ilyenkor a fűtőérték is a tömegegységre vonatkozik.

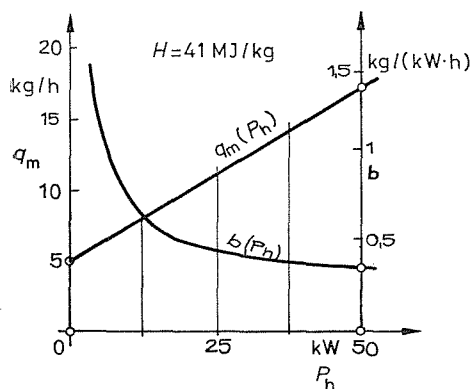
Gáznemű üzemanyag mennyiségét és fűtőértékét viszont annak normál állapotú térfogatára szokás vonatkoztatni.

A fajlagos fogyasztás mértékegysége eszerint $\text{kg}/(\text{kW}\cdot\text{h})$ vagy $\text{m}^3/(\text{kW}\cdot\text{h})$.

A fajlagos fogyasztásból a gép hatásfoka is könnyen kiszámítható, de csak akkor, ha az üzemanyag fűtőértéke is ismert.

A gépgyárak szavatossága rendszerint nemcsak a teljes terhelésnél előírt fajlagos fogyasztásra vonatkozik, hanem háromnegyed terhelésre, sőt fél terhelésre is kiterjed (2.36. ábra). Ez annyit jelent, hogy a gép hatásfokgörbéjének néhány pontjáról kapunk közvetett felvilágosítást.

A következő példákat úgy válogattuk össze, hogy a hőerőgépek különféle fajtáinak fajlagos fogyasztásáról tájékoztatást adjanak. Nyíltan szembe kell azonban néznünk azzal az *elszomorító igazsággal* is, hogy a *hőerőgépek hatásfoka rendkívül rossz*, mert **hőt csak igen nagy veszteségek árán tudunk mechanikai munkává átalakítani!**



2.36. ábra. A benzinmotor fajlagos fogyasztása

A fajlagos fogyasztást a gép hasznos teljesítményének (vagy a terhelésnek) függvényében szokás ábrázolni. Ha az óránkénti fogyasztott üzemanyag mennyisége q_m (kg/h), a hasznos teljesítmény pedig P (kW), akkor a fajlagos fogyasztás

$$b = \frac{q_m}{P} \quad \text{kg}/(\text{kW}\cdot\text{h}). \quad (2.40)$$

A függvényábra felrajzolásakor ajánlatos az óránként fogyasztott üzemanyag mennyiségéből kiindulni, mert a $q_m = q_m(P_h)$ görbe jó közelítéssel lineáris, tehát kevés pontból is könnyen felrajzolható (2.36. ábra). Ez a görbe egyébként a $P_0 = P_0(P_h)$ teljesítménygörbétől csak méretarányban különbözik.

A *fajlagos fogyasztás* viszont a *hatásfok reciprok értékével arányos*.

Itt említjük meg, hogy a hőerőgép fajlagos fogyasztása az elfogyasztott üzemanyag energiájával is jellemezhető. A **gép** q_e [$\text{MJ}/(\text{kW}\cdot\text{h})$] **fajlagos hőfogyasztása** a b fajlagos üzemanyag-fogyasztásból a H (MJ/kg) fűtőérték figyelembevételével így számítható:

$$q_e = Hb \quad \text{MJ}/(\text{kW}\cdot\text{h}). \quad (2.41)$$

2.33. példa. A 2.36. ábra egy $P_1 = 50 \text{ kW}$ teljesítményű benzinmotor üzemanyag-fogyasztásának görbét ábrázolja. Az óránkénti fogyasztás teljes terhelésnél $q_{m1} = 17 \text{ kg}/\text{h}$. A benzin fűtőértéke $H = 41 \text{ MJ}/\text{kg}$.

A fajlagos fogyasztás

$$b_1 = \frac{q_{m1}}{P_1} = \frac{17 \text{ kg/h}}{50 \text{ kW}} = 0,34 \text{ kg/(kW}\cdot\text{h)},$$

a fajlagos hőfogyasztás pedig

$$q_{e1} = H b_1 = 41 \text{ MJ/kg} \cdot 0,34 \text{ kg/(kW}\cdot\text{h)} = 13,94 \text{ MJ/(kW}\cdot\text{h)}.$$

Az erőgép hatásfoka a fajlagos hőfogyasztásból azonnal kiadódik, ha figyelembe vesszük, hogy ebből az energiából egy kilowattórát, azaz 3,6 MJ-t hasznosítunk.
Írható:

$$W_h = 3,6 \text{ MJ} \quad \text{és} \quad W_o = 13,94 \text{ MJ} \quad \text{helyettesítéssel:}$$

$$\eta_1 = \frac{W_h}{W_o} = \frac{3,6 \text{ MJ}}{13,94 \text{ MJ}} = 0,258,$$

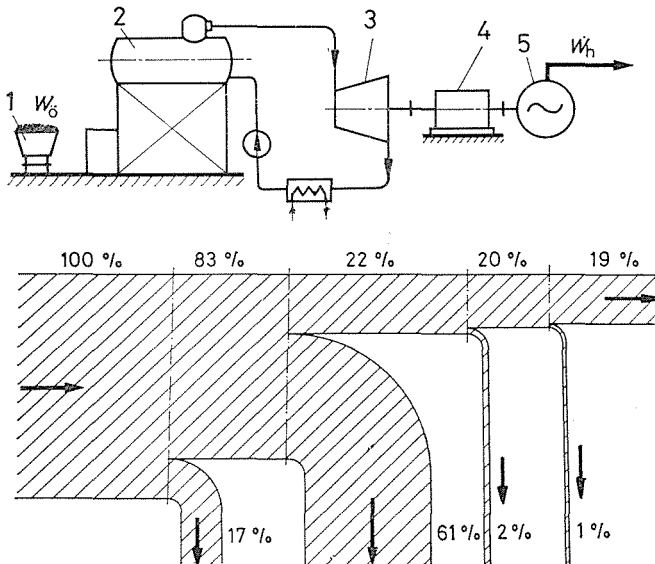
$$\eta_1 = 25,8 \%$$

Fél terheléssel ($x = 0,5$) a gép fogyasztása: $q_m = 11 \text{ kg/h}$.
A fajlagos fogyasztás tehát

$$b_{1/2} = \frac{q_m}{P_{1/2}} = \frac{11 \text{ kg/h}}{25 \text{ kW}} = 0,44 \text{ kg/(kW}\cdot\text{h)}.$$

2.34. példa. A hőerőgépek közül viszonylagosan a legjobb hatásfokkal dolgozik a **Diesel-motor**. Üzemanyaga $H = 42 \text{ MJ/kg}$ fűtőértékű nyersolaj. Ennél a belsőégésű motornál az üzemanyag olyan adagolással jut a hengerbe, hogy a nyomás az elégés folyamán gyakorlatilag állandó marad. Teljes terhelésnél egy nagyobb *Diesel*-motor hatásfoka elérheti az $\eta = 35\%$ -ot.
A hőfogyasztás ennél a hatásfoknál:

$$q_o = \frac{3,6 \text{ MJ/(kW}\cdot\text{h)}}{\eta} = 10,3 \text{ MJ/(kW}\cdot\text{h)}.$$



2.37. ábra. A hőerőmű energiaábrája

1 tüzelőanyag; 2 kazán; 3 gőzturbina; 4 közlőmű; 5 villamos generátor

A fajlagos üzemanyag-fogyasztás tehát

$$b = \frac{q_e}{H} = \frac{10,3 \text{ MJ}/(\text{kW}\cdot\text{h})}{42 \text{ MJ}/\text{kg}} = 0,245 \text{ kg}/(\text{kW}\cdot\text{h}).$$

2.35. példa. Egy hőerőmű hatásfoka a 2.37. ábra szerint a gőzkazán, a gőzturbina, a közlőmű és a villamos generátor hatásfokainak szorzatából számítható. Az energiaábrába bejegyzett százalékok az üzemanyag mennyiségére vonatkoznak, és csak tájékoztató átlagértékek. Az energiaveszteségek elemzése arra az eredményre vezet, hogy a fogyasztott szén fűtőértékének legnagyobb részét a távozó, ún. fáradtgőz viszi magával.

Az energiaábra szerint a gőzerőmű hatásfoka (teljes terheléssel) $\eta_1 = 19\%$; ez azt jelenti, hogy a villamos energia egységére vonatkoztatott fajlagos hőfogyasztás:

$$q_{e1} = \frac{3,6 \text{ MJ}/(\text{kW}\cdot\text{h})}{\eta_1} = 18,9 \text{ MJ}/(\text{kW}\cdot\text{h}).$$

$H = 16,0 \text{ MJ}/\text{kg}$ fűtőértékű szénnel a fajlagos fogyasztás:

$$b_1 = \frac{q_{e1}}{H} = \frac{18,9 \text{ MJ}/(\text{kW}\cdot\text{h})}{16,0 \text{ MJ}/\text{kg}} = 1,18 \text{ kg}/(\text{kW}\cdot\text{h}).$$

Meg kell jegyezni, hogy az erőmű fajlagos üzemanyag-fogyasztásának előbbi értéke a *teljes terhelésre* vonatkozik. Bár ez az adat csupán arról tájékoztat bennünket, hogy a gépek minőségileg nem kifogásolhatók, mégis ezt a teljes terhelésre vonatkoztatott fajlagos fogyasztást szokás (legalább nyolcórás) üzemi méréssel meghatározni, mert a gyár szavatossága is csak erre vonatkozik. Az *üzem gazdaságosságának megítéléséhez* azonban csak az évi hatásfokból kiszámítható *fajlagos fogyasztás évi átlagértéke* lehet a mértékadó.

A hőerőgép fajlagos fogyasztása az üzemanyag minőségétől függ, mert a jó hatásfok alapfeltétele a tökéletes égés. Ebből a szempontból a cseppfolyós és a gáznemű üzemanyagot fogyasztó olaj- vagy gáztüzelésű kazánok jobb hatásfokúak.

2.1.22. Az üzem gazdaságossága

Eddigi vizsgálataink során a gépek és gépcsoportok minőségének egyetlen mérőszáma a *hatásfok* volt, amely az energiafelhasználás minőségét értékelte. Vállalatgazdasági, ill. népgazdasági szempontból azonban a termelés gazdaságossága még számos tényezőtől függ. **Gazdaságosságon** a közgazdasági irodalomban az **eredmények és a ráfordítások** viszonyát értik.

Az **eredmény** a gyártott termékek vagy a megépített létesítmények (utak, vasutak, erőművek stb.) értékének az összessége. Az **érték** fogalmával és meghatározási módjával ugyancsak a közgazdaságtan foglalkozik. Eszerint egy *terméknek* vagy objektumnak *van használati értéke*, a befektetett társadalmilag szükséges munkát tükröző *termelési értéke*, a kereskedelemben realizálódó ún. *piaci értéke* stb. A termékek értékét az ár fejezi ki. Az ár többnyire eltér a befektetett társadalmilag szükséges ráfordítástól. Elegendő itt pl. a gyógyszerek ártámogatását vagy a luxuscikkek többletadóját megemlíteni. A kereskedelmi forgalomban, beleértve a külkereskedelmet is, gyakorlatilag értéktelenek azok a termékek, amelyeket nem vagy csak az előállítási költségük-nél lényegesen olcsóbban lehet eladni. Nehéz meghatározni a kulturális létesítmények, a kultúrcikkek, az oktatási létesítmények és eszközök, továbbá a közművek vagy védőművek (pl. gátak) értékét. A mérnökök és közgazdászok közös feladata olyan termékszerkezetet kialakítani, hogy az előállított termékek a világpiacon is gazdaságosan legyenek értékesíthetők. A továbbiakban csak a termék egység előállításához szükséges ráfordítások összegével, az ún. **önköltséggel** foglalkozunk. Népgazdaságilag

ugyanis feltétlenül gazdaságosabb, ha ugyanazt a terméket kisebb önköltséggel gyártják.

A ráfordítások lehetnek *egyszeriek* és *folyamatosak*.

Az **egyszeri ráfordítások** a termelés megindulásához szükséges gépek, épületek és berendezések létesítésének a költségei, az ún. **beruházási költségek**. A továbbiakban B -vel jelöljük és forintban mérjük.

Az üzemi beruházások csak akkor hatékonyak, ha a termelés külső feltételei, a közművek, a csatlakozó út- és esetleg vasúthálózat, a szükséges többletenergia; ugyanígy a dolgozók elhelyezésére új lakótelep és annak kommunális létesítményei is rendelkezésre állnak. Ezek létesítési költségeit **kapcsolódó beruházási költségeknek** nevezzük (és B_k -val jelöljük).

A gépek, berendezések és létesítmények élettartama véges. Kiselejtezésük, ill. lebontásuk után újbóli beruházás szükséges. Ugyanakkor felmerül az az igény is, hogy előre meghatározott idő múlva a termelés eredményéből már rendelkezésre álljon az új gép vagy létesítmény beszerzéséhez szükséges összeg. A beruházási költségek megfelelő módszerekkel meghatározott gazdaságos élettartam egy évére eső része a **beruházási hányad**, másként az *amortizációs leírás*:

$$k_b = \frac{B + B_k - S}{n_g},$$

ahol S a selejtezési érték vagy leírasi érték;

n_g a gazdaságos élettartam.

A gépek és létesítmények gazdaságos élettartama alatt azonban nagyjavításokra is szükség van. Ezek költsége egyenként K_{ji} . Az m számú javítás összegének a gazdaságos élettartam egy évére eső hányada a **felújítási hányad**:

$$k_j = \frac{\sum_{i=1}^m K_{ji}}{n_g}.$$

A gépgazdaság érdeke, hogy a gazdasági eredményt minél kisebb beruházással ériék el. A beruházást ezért „fékezni” igyekeznek. Ugyanígy *káros*, ha az üzemben sok *fel nem dolgozott anyag*, vásárolt alkatrész, szerelési egység halmozódik fel, és ezeket hosszú időn keresztül késztermékké feldolgozva nem értékesítik. Gazdaságpolitikai megfontolásból ezért bevezették a k_{eszk} **eszközlektési díjat**, ami az **állóalapok** (épületek, gépek stb.) A_a értékének és a **forgóalapok** (anyagok, vásárolt alkatrészek stb.) A_f értékének meghatározott e százaléka. Az eszközlektési díj az előzők alapján:

$$k_{eszk} = (A_a + A_f) e.$$

Az egyszeri ráfordítások és ezek járulékainak egy évre eső költsége független a termelt mennyiségtől, közelítően állandó:

$$k_{konst} = k_b + k_j + k_{eszk} = konst. \quad Ft/év. \quad (2.42)$$

A **folyamatos ráfordítások** a termeléshez évenként szükséges k_m munkabéreköltség az ehhez kapcsolódó szociális költségekkel együtt, az évenkénti anyag, vásárolt alkatrész és szerelési egység k_a költsége, az évenként felhasznált energia k_e költsége, a karbantartási költségek egy évre eső k_k hányada és olyan k_{kk} kiegészítő költségek, mint

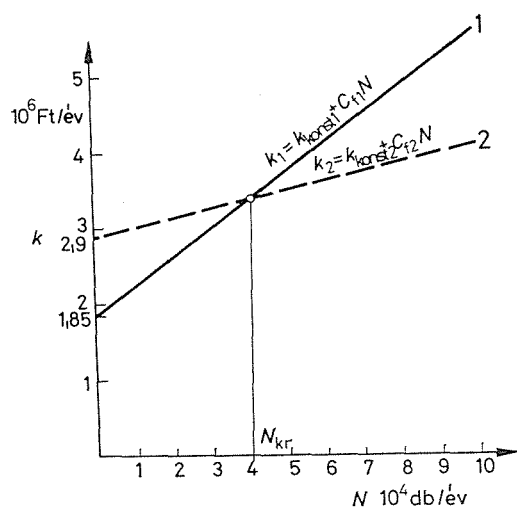
pl. a reklámra fordított összegek, az évi biztosítási díjak. Ide kell számítani a selejt miatti veszteségeket is. A selejtes termék ugyanis nem vagy csak a termelési árnál kevesebért értékesíthető. Gyártási költségei tehát késztermék formájában nem vagy csak részben realizálódnak. Egy év alatti selejt költségét jelöljük k_s -sel. A folyamatos költségek összege: $k_{\text{foly}} = k_m + k_a + k_e + k_k + k_{kk} + k_s$. Ez közelítően a termeléssel, vagyis az egy év alatt előállított termékek N mennyiségével arányosan nő:

$$k_{\text{foly}} = C_f N \text{ Ft/év.} \quad (2.43)$$

A termelés évi költségének összege az egyszeri ráfordítások évi költségéből és a folyamatos költségekéből adódik:

$$k = k_{\text{konst}} + k_{\text{foly}} \text{ Ft/év.} \quad (2.44)$$

A 2.38. ábra a költségek változását szemlélteti a termelés mennyiségének függvényében. Az ábrán a folytonos vonal egy kézi kiszolgálású gépsor összes költség-



2.38. ábra. A termelési költségek alakulása a termelés mennyiségi növekedésének függvényében
1 kézi kiszolgálású gyártó gépsor,
2 automatikus gyártó gépsor esetében

geinek egy évre jutó hányadát mutatja a termelés mennyiségének függvényében, a szaggatott vonal egy automatizált, ezért nagyobb beruházással létesített, de kisebb folyamatos költséggel dolgozó gépsoré. N_{kr} termelési mennyiség alatt a kézi kiszolgálású, felette az automatikus gépsor gazdaságosabb.

2.36. példa. A mérnöknek döntenie kell, hogy az olcsóbb, kézi kiszolgálású, vagy a drágább, automatizált gépsort vegyék-e meg. A terv szerint a gépsoron évenként $N_0 = 1 \cdot 10^5$ db alkatrészt kell gyártani. Az állandó költségek egy évre eső hányada: $k_{\text{konst}1} = 1,85 \cdot 10^6$ Ft/év, ill. $k_{\text{konst}2} = 2,9 \cdot 10^6$ Ft/év. Egy alkatrész elkészítésének folyamatos költsége: $C_{11} = 38$ Ft/db, ill. $C_{12} = 12$ Ft/db. A kritikus darabszám a költségek egyenlőségéből számítható:

$$k_{\text{konst}1} + C_{11}N = k_{\text{konst}2} + C_{12}N.$$

Rendezés után

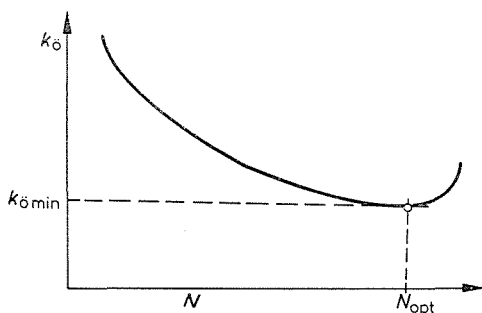
$$N = \frac{k_{\text{konst}2} - k_{\text{konst}1}}{C_{11} - C_{12}} = \frac{2,9 \cdot 10^6 \text{ Ft/év} - 1,85 \cdot 10^6 \text{ Ft/év}}{38 \text{ Ft/db} - 12 \text{ Ft/db}} = 40\,380 \text{ db/év.}$$

Esetünkben $N_0 > N_{kr}$, tehát az automatikus gépsor beszerzése gazdaságosabb.

Az **önköltség** a termékegység előállításának összes költsége:

$$k_{\text{ö}} = \frac{k_{\text{konst}} + C_f N}{N} = \frac{k_{\text{konst}}}{N} + C_f.$$

Az előbbi összefüggés szerint az önköltség a darabszámmal folyamatosan csökken. A valóságban a termelés mennyiségét a gépek kapacitása korlátozza. Ha a gépeket túlterheljük, csökken az élettartamuk, növekszik a javítási költségük, és növekszik a selejt. Az *önköltségnek* ezért egy termelési mennyiséghez tartozó *minimuma van* (2.39. ábra).



2.39. ábra. Az önköltség alakulása a termelés mennyiségének függvényében

2.37. példa. Az előző példában szereplő alkatrész önköltsége 10^5 darabszám esetében a kézi kiszolgálású gépsoron gyártva:

$$k_{\text{ö1}} = 1,85 \cdot 10^6 \text{ Ft}/(10^5 \text{ db}) + 38 \text{ Ft/db} = 56,5 \text{ Ft/db},$$

az automata gépsoron gyártva:

$$k_{\text{ö2}} = 2,9 \cdot 10^6 \text{ Ft}/(10^5 \text{ db}) + 12 \text{ Ft/db} = 41 \text{ Ft/db}.$$

Az önköltség vizsgálatából megismertük, hogy a termékek mennyiségének növelése a gazdaságos tartományon belül fontos népgazdasági érdek. A nagysorozatú és a tömeggyártás azonban — mint láttuk — olyan többletberuházást is gazdaságossá tesz, ami a nagyobb pontosság és a kevesebb selejt miatt a termék minőségét és ezzel értékét is növeli. Ez nincs ellentétben azzal a tapasztalattal, hogy az egyedi gépgyártás termékei a piacon jól értékesíthetők, ha ezeket a gépeket nagysorozatban, esetleg tömeggyártásban előállított jó minőségű és olcsó, tipizált elemekből kis többletmunkával gyártják. A *tipizálás, a gyártásszakosítás* és az egyes *üzemek és gyárak kooperációjának megszervezése fontos mérnöki feladat*.

Az *üzem gazdaságosságának számítása nagyon bonyolult*. Az anyagmozgatás gépesítésére és automatizálására fordított költségek pl. többnyire jóval nagyobbak, mint az anyagmozgatás gépesítésével és automatizálásával felszabaduló dolgozók munkabére és annak szociális terhei. Ugyanakkor ezek a dolgozók népgazdaságilag fontosabb, esetleg átképzés vagy továbbképzés után értékesebb munkakörben dolgozhatnak, növekszik a termelés, javul a minőség, és csökken a selejt. Ezek a járulékos gazdasági eredmények az esetek többségében lényegesen nagyobbak a gépesítés és az automatizálás ráfordítási költségeinél.

2.2. A GÉP VÁLTOZÓ SEBESSÉGŰ ÜZEME

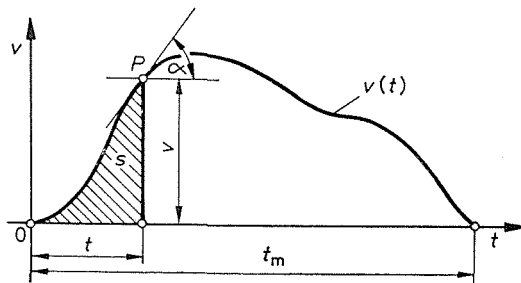
2.2.1. Haladó mozgás változó sebességgel. A gyorsulás. A menetábra

Eddigi feladataink egyensúlyban levő erők munkájára vonatkoztak. A vízszintes pályán vontatott kocsi v sebessége változatlan marad, ha az F mozgatóerő éppen egyensúlyt tart az F_g pályaellenállással ($F = F_g$).

Ezt az egyenletes üzemállapotot mindig megelőzi az ún. **indítási időszak**, vagyis az átmenet nyugalmi állapotból üzemi sebességre. Ez idő alatt a sebesség növekszik, vagyis a test **gyorsul**. A gyorsulás — mint tudjuk — a sebességnek az időegységre (egy másodpercre) eső változása. *Mértékegysége* tehát: m/s^2 .

Az egyenletes üzemállapotot követi a **fékezés** vagy **lassítás** időszaka, amikor a sebességet megállásig csökkentve, a test visszanyeri nyugalmi állapotát. A sebességváltozás most negatív jellegű. A negatív gyorsulás pozitív értékét *lassulás* elnevezéssel szokás megkülönböztetni a sebesség nagyságát növelő gyorsulástól.

A sebesség időbeli változásának vizsgálatára a sebesség görbét az idő függvényében ábrázoljuk. Az így kapott függvényábrára, **menetábra** (2.40. ábra) rendszerint az indulástól a megállásig tartó t_m üzemidő egész tartamára vonatkozik.



2.40. ábra. A menetábra

A menetábrából nemcsak a sebességet lehet pontról pontra minden t időpontban leolvasni, hanem az a gyorsulást és a befutott s utat is; ez azt jelenti, hogy a mozgás jellemzői ebből az ábrából vehetők ki.

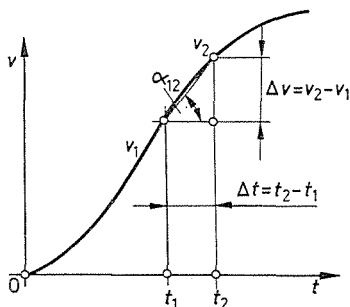
A $v = v(t)$ görbe bármely $P(t, v)$ pontjában húzott érintő emelkedési szöge ugyanis a sebesség időbeli változását, vagyis a gyorsulást jellemzi, mert a 2.40. ábra jelöléseivel

$$a = \frac{dv}{dt} = \text{tg } \alpha.$$

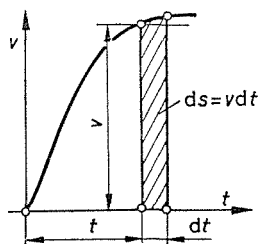
Könnyen megérthető ez a 2.41. ábrából, amely a véges $\Delta t = t_2 - t_1$ időtartamra eső $\Delta v = v_2 - v_1$ (véges) sebességnövekedésből a változásnak egy másodpercre vonatkoztatott értékét, az átlagos gyorsulást szemlélteti. Írható:

$$a_{12} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \operatorname{tg} \alpha_{12},$$

ahol α_{12} a görbe két pontját összekötő húr hajlásszöge, amelyből a $\Delta t \rightarrow 0$ határátmenettel a (t_1, v_1) pontbeli érintő irányszögét kapjuk.



2.41. ábra. Az átlagos gyorsulás



2.42. ábra. A menetábra területe

A menetábra területe viszont a 2.42. ábra jelöléseivel értelmezhető. A dt idő alatt befutott ds útból a sebesség a közismert értelmezés szerint $v = ds/dt$. Ebből az összefüggésből viszont az út is kiszámítható, mert írható:

$$ds = v dt.$$

A 2.42. ábra szerint a dt szélességű *területsáv* ordinátamagassága v , a szorzat tehát a vonalkázott területével ábrázolható.

A területsávok összegezésével (integrálásával) a menetábra területéhez jutunk, amely a t idő alatt befutott s utat jellemzi. Ugyanis

$$s = \int_0^t v dt.$$

Meg kell jegyezni, hogy a görbe területéből a befutott utat közvetlenül méterben kapjuk, ha a menetábrában a t időt másodpercben, a v sebességet pedig m/s-ben olvassuk le.

2.2.2. A tömeg tehetetlensége. A gyorsítóerő

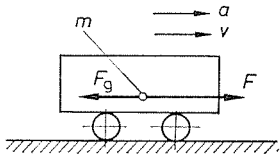
A tömeg tehetetlenségének törvénye erőtanilag fogalmazásban azt fejezi ki, hogy az m tömeg sebességi állapotának megváltoztatásához F_d erőre van szükség. Ezt az erőt **gyorsítóerőnek** nevezzük, amely *Newton* törvénye alapján megszabja az m tömeg gyorsulásának nagyságát és irányát a következők szerint:

$$F_d = ma \quad \text{N.} \tag{2.45}$$

A vízszintes pályán gyorsuló kocsijátékát a 2.43. ábra szemlélteti. A v sebességgel (balról jobbra) haladó kocsi sebességét növelő (pozitív) a gyorsulás iránya a sebesség irányába esik. Az indítás tartama alatt tehát az F mozgatóerőnek nemcsak a sebesség irányával ellentétes F_g pályaellenállást kell legyőznie, hanem a gyorsulás létrehozásá-

hoz szükséges gyorsítóerőt is fedeznie kell. Az indítás eszerint annál nagyobb F vonóerőt kíván, mennél nagyobb az F_d gyorsítóerő, azaz $F = F_g + F_d$.

Magától értetődik, hogy a gyorsítóerő abban a pillanatban megszűnik, mihelyt a sebesség egyenletessé válik ($F_d = 0$, amikor is $a = 0$). Ez azt is jelenti, hogy az üzemi sebesség elérése után a kocsvontatás munkáját a 2.1.5. pont szerint az F_g pályaellenállással éppen egyensúlyt tartó $F = F_g$ vonóerő szolgáltatja.



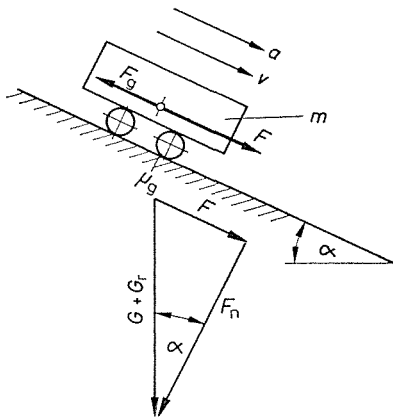
2.43. ábra. A gyorsuló kocszi erőviszonyai

A 2.44. ábrán vázolt, kocsit terhelő erőrendszerben az F vonóerő nagyobb mint az F_g pályaellenállás. Ebben az esetben a két erő különbsége menetirányban működő $F_d = F - F_g$ gyorsítóerőt szolgáltat, amely a kocszi m tömegét gyorsítja.

A súlyerő hatására szabadon (függgőlegesen) eső test ún. **nehézségi gyorsulását** a műszaki gyakorlatban

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

állandó értékkel vesszük számításba.



2.44. ábra. A lejtőn lefutó kocszi szabad gyorsulása

Az $a = g$ (nehézségi) gyorsulást adó $F_d = G$ gyorsítóerő, az ún. súlyerő és az m tömeg összefüggése a (2.45) egyenlet szerint így fejezhető ki:

$$G = mg \quad \text{N.} \quad (2.46)$$

Eszerint a súlyerőt a nehézségi gyorsulásnak és a test tömegének a szorzata adja.

A tömeg tehetetlenségének törvénye a gyorsítóerőt mint a gyorsulás okát fejezi ki.

Az idevágó feladatok három csoportba sorolhatók:

1. A **gyorsulás** (és általában a mozgástörvények) meghatározása adott erőviszonyok és ismert tömegeloszlás esetében.

2. Az **erők** meghatározása előre megszabott (a tömegekre „kényszerített”) mozgástörvények esetére.

3. A **tömeg** (lendítőtömeg, gépalapozás stb.) méretezése adott erőviszonyok és előírt mozgástörvények (korlátozott sebességigadozás, kilengés stb.) esetében.

Mind a három feladatcsoport *haladó* mozgás helyett *forgó* mozgásra is kiterjeszhető.

A számítás menetét a következő néhány jellegzetes példa mutatja be.

2.38. példa. A 2.43. ábra egy $m = 10,2$ t tömegű kocsit ábrázol, amelynek vontatásához szükséges F_g erő vízszintes pályán $\mu_g = 0,015$ pályaellenállás-tényezővel és a kocsira ható $G = mg = 10\,200$ kg \cdot 9,81 m/s² = 100 000 N = 100 kN súlyerővel:

$$F_g = \mu_g G = 0,015 \cdot 10^5 \text{ N} = 1,5 \text{ kN.}$$

Ha a kocsi tömegét $t_1 = 2$ min alatt indítjuk az előírt $v_1 = 36$ km/h menetsebességre, akkor egyenletes gyorsulás esetén írható ($v_1 = 36$ km/h = $36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m} \cdot \text{h}}{3600 \text{ s} \cdot \text{km}} = 10 \text{ m/s}$ és $t_1 = 2 \text{ min} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}} = 120 \text{ s}$ helyettesítéssel):

$$a = \frac{v_1}{t_1} = \frac{10 \text{ m/s}}{120 \text{ s}} = 0,0833 \text{ m/s}^2.$$

E gyorsulást a kocsi $m = G/g$ tömegében keletkező F_d gyorsítóerő hozza létre, amelynek nagysága:

$$F_d = ma = \frac{G}{g} a = \frac{100 \text{ kN}}{9,81 \text{ m/s}^2} 0,0833 \text{ m/s}^2 = 0,85 \text{ kN.}$$

Az indítás időtartama alatt a kocsi vontatásához szükséges ún. **indító vonóerő**:

$$F = F_g + F_d = (1500 + 850) \text{ N} = 2350 \text{ N} = 2,35 \text{ kN.}$$

Az egyenletes üzemállapot elérése után a kocsinak nincsen gyorsulása ($a = 0$, $F_d = 0$), az állandó sebesség fenntartásához szükséges vonóerőnek tehát már csak a pályaellenállást kell legyőznie. Erre az esetre írható:

$$F = F_g = 1500 \text{ N} = 1,5 \text{ kN.}$$

2.39. példa. Az $\alpha = 15^\circ$ -os, $\mu_g = 0,05$ ellenállású lejtős pályán lefutó ($G + G_r = 15$ kN) kocsi szabad gyorsulása a 2.44. ábra jelölésével a (2.45) egyenletből számítható. A pálya mentén működő erők eredője mint lefelé *gyorsító erő*:

$$F_d = F - F_g \text{ N,}$$

a *gyorsított tömeg*

$$m = \frac{G + G_r}{g} \text{ kg.}$$

a *kocsi gyorsulása* tehát (lefelé):

$$a = \frac{F_d}{m} = \frac{F - F_g}{G + G_r} g \text{ m/s}^2.$$

A gyorsítóerő összetevői a 2.1.6. pont szerint a $G + G_r$ súlyerőből $F = (G + G_r) \sin \alpha$; $F_n = (G + G_r) \cos \alpha$ és $F_g = \mu_g (G + G_r) \cos \alpha$ értékkel helyettesíthetők.

Egyszerűsítés és rendezés után írható:

$$a = (\sin \alpha - \mu_g \cos \alpha) g \text{ m/s}^2.$$

Ebben az összefüggésben a kocsí tömege nem szerepel, ez azt jelenti, hogy a pálya menti gyorsulás a kocsí tömegétől független. (Ha ugyanis a kocsí tömegét növeljük, akkor ezzel arányosan megnő a gyorsítóerő.)

$$\sin 15^\circ = 0,258 \quad \text{és} \quad \cos 15^\circ = 0,96 \quad \text{értékkel:}$$

$$\sin \alpha - \mu_g \cos \alpha = 0,258 - 0,048 = 0,21,$$

és ezzel a gyorsulás

$$a = 0,21 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 2,06 \text{ m/s}^2.$$

2.40. példa. Térjünk vissza a 2.38. példában tárgyalt vízszintes (egyenes) pályán futó kocsí esetéhez, de tételezzük fel, hogy a $v_1 = 10 \text{ m/s}$ menetsebességgel haladó kocsí vonóereje hirtelen megszűnik ($F = 0$).

Ebben az esetben a haladás irányával ellentétes F_g pályaellenállás az egyetlen erő, amely mint negatív gyorsítóerő (lassítóerő) a kocsí lassítja.

Mínhogy pedig ez a lassítóerő irányát és nagyságát mindaddig megtartja, amíg a kocsí mozgásban van, ennél fogva a kocsí lassulása mindvégig – tehát *megállásig* – egyenletes marad.

$a_1 = -a$ és $F_1 = -F_d$ jelöléssel a *lassítás* (mint a negatív gyorsulás pozitív értéke) a (2.45) egyenlet szerint az $F_1 = F_g$ lassítóerőből így számítható:

$$a_1 = \frac{F_1}{m} = \frac{F_g}{m},$$

ahol $F_g = \mu_g G$ és $m = G/g$ helyettesítéssel és rendezés után írható:

$$a_1 = \mu_g g \text{ m/s}^2.$$

A pályaellenállás hatására megállásig lassuló kocsí mozgását *szabad kifutás* elnevezéssel különböztetjük meg a gyorsabb megállást biztosító fékezéstől.

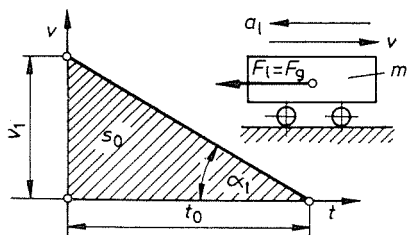
Az adott esetben a szabad kifutás lassulása $\mu_g = 0,015$ értékkel:

$$a_1 = 0,015 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 0,147 \text{ m/s}^2.$$

A szabad kifutás t_0 idejét és s_0 útját a lassítás időszakára felrajzolt menetábrából lehet kiszámítani.

A 2.45. ábra jelölésével írható:

$$a_1 = \text{tg } \alpha_1 = \frac{v_1}{t_0},$$



2.45. ábra. A kocsí szabad kifutása

ebből

$$t_0 = \frac{v_1}{a_1} = \frac{10 \text{ m/s}}{0,147 \text{ m/s}^2} = 68 \text{ s}.$$

A szabad kifutás útját a menetábra (háromszög alakú) területe adja. Írható:

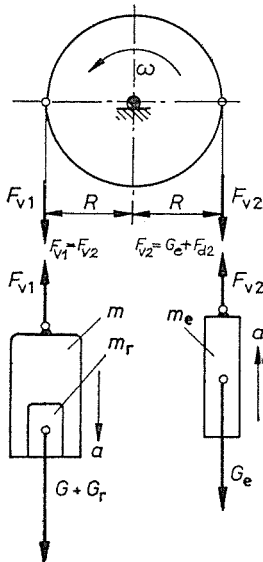
$$s_0 = \frac{v_1 t_0}{2} = \frac{10 \text{ m/s} \cdot 68 \text{ s}}{2} = 340 \text{ m}.$$

A tehetetlenségi törvény különösen akkor teszi áttekinthetővé a számítást, ha a gyorsuló rendszer több tömegből áll, amelyeket vonóelem kényszerít azonos gyorsulásra. Ilyenkor ugyanis a gyorsítóerőt minden tömegre külön vesszük számításba, és így határozzuk meg a közös gyorsulást. A számítás menetét két példa szemlélteti.

2.41. példa. A 2.46. ábrán egy felvonó vázlatos elrendezése látható, amelynek adatai a következők:

A járószék tömege $m = 500$ kg, a hasznos terhelés tömege $m_r = 200$ kg, az ellensúly tömege $m_e = 600$ kg.

A súrlódási erőket e vizsgálatnál figyelmen kívül hagyjuk, és a dob tömegét is elhanyagoljuk. Hajtóerő nincsen.



2.46. ábra. A felvonó szabad gyorsulása

A magára hagyott rendszer a gyorsulásának irányát az szabja meg, hogy a bal oldali $m + m_r$ tömegre ható $G + G_r$ súlyerő nyomatéka nagyobb, mint az ellenkező értelemben forgató G_e súlyerő nyomatéka. A megterhelt járószék tehát *gyorsulva süllyed*, de a vonóelem útján ugyanakkora *gyorsulással emeli* az ellensúlyt.

A gyorsulást létrehozó $F_{d1} = (m + m_r)a$ és $F_{d2} = m_e a$ gyorsítóerők bevezetésével a 2.46. ábra jelöléseivel írható:

$$G + G_r - G_e = F_{d1} + F_{d2},$$

ahol $G = mg$ a járószék; $G_r = m_r g$ a rakomány és $G_e = m_e g$ az ellensúly súlyereje. Helyettesítéssel és rendezés után a rendszer gyorsulását kifejező egyenlet:

$$a = \frac{m + m_r - m_e}{m + m_r + m_e} g = \frac{(500 + 200 - 600) \text{ kg}}{(500 + 200 + 600) \text{ kg}} 9,81 \text{ m/s}^2 = 0,755 \text{ m/s}^2.$$

Ha $m_r = 0$ kg, vagyis a járószék terhelés nélküli, akkor az ellensúly a nehezebb, tehát a gyorsulva süllyedő ellensúly emeli az üres járószékét. A gyorsítóerőket most – hasonló gondolatmenettel – fordított értelemben kell bevezetni.

Az ellensúly a gyorsulását kifejező egyenlet most így írható fel:

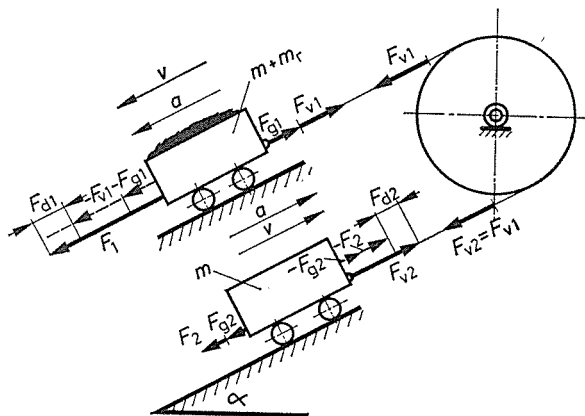
$$G_e - G = (m_e + m) a';$$

$$a' = \frac{m_e - m}{m_e + m} g = \frac{(600 - 500) \text{ kg}}{(600 + 500) \text{ kg}} 9,81 \text{ m/s}^2 = 0,89 \text{ m/s}^2.$$

2.42. példa. A 2.47. ábrán vázolt kétvágányú sikló pályán szabadon gyorsuló kocspár mozgástörvényeit szintén a tömeg gyorsításához szükséges F_d gyorsítóerő bevezetésével lehet a leggyorsabban megállapítani. Legyen a pálya hajlásszöge $\alpha = 10^\circ$ ($\sin \alpha = 0,174$, $\cos \alpha = 0,99$), a pályaellenállás tényezője $\mu_g = 0,046$ ($\mu_g \cos \alpha = 0,045$).

A megrakott kocsi tömege $m+m_r = 1200$ kg; az üres kocsié pedig $m = 400$ kg. (A rakomány tömege $m_r = 800$ kg.) A dob tömegét és súrlódását a számításban nem vesszük figyelembe. Hajtóerő nincsen.

A megrakott kocsi süllyedési gyorsulását a kötél változatlan nagyságban viszi át az emelkedő üres kocsihoz. Azonkívül jelen esetben az F_1 vonóerő (a kocsi tömegére és a terhekre ható súlyerőből adódó pályairányú súlyerő-összetevő) fedezi egyrészt az F_{g1} gördülési ellenállást, másrészt az emel-



2.47. ábra. Szabad gyorsulás kétvágányú sikló pályán

kedő ág F_{v1} vonóerejét, a fennmaradó erő gyorsítja az $m+m_r$ tömeget. A 2.47. ábra jelöléseivel a következő egyenlet írható fel:

$$F_{d1} = F_1 - F_{g1} - F_{v1},$$

ahol a pálya menti aktív erő:

$$F_1 - F_{g1} = (m+m_r)g(\sin \alpha - \mu_g \cos \alpha).$$

Az emelkedő üres kocsi vonóereje $F_{v2} = F_{v1}$. Ez fedezi az F_2 súlyerő-összetevőt, az F_{g2} gördülési ellenállást, a maradék F_{d2} erő pedig gyorsít, azaz

$$F_{v2} - F_2 - F_{g2} = F_{d2},$$

ahol

$$F_2 + F_{g2} = mg(\sin \alpha + \mu_g \cos \alpha);$$

a gyorsító erők pedig:

$$F_{d1} = (m+m_r)a \quad \text{és} \quad F_{d2} = ma.$$

Helyettesítéssel és rendezéssel a rendszer szabad gyorsulását kifejező egyenlet a következő alakra hozható:

$$a = \frac{m_r \sin \alpha - (m_r + 2m) \mu_g \cos \alpha}{m_r + 2m} g = \frac{800 \text{ kg} \cdot 0,17 - 1600 \text{ kg} \cdot 0,045}{1600 \text{ kg}} 9,81 \text{ m/s}^2 = 0,41 \text{ m/s}^2.$$

2.2.3. A gyorsítóerő munkája. A mozgási energia

A 2.2.4. pontban még részletesebben visszatérünk arra a megállapításra, amely szerint a gyorsítás tartama alatt a mozgóerő munkája is nagyobb az ellenállás munkájánál. Az indítás időtartama alatt a gyorsított tömegbe nagyobb munkát kell befektetni, mint amekkorát az ellenállások legyőzésére hasznosítunk. A fel nem használt különbözet éppen a **gyorsítóerő munkája**, amely az energia megmaradásának elve szerint a tömegben **mozgási (kinetikai) energia** alakjában marad elraktározva mindaddig, amíg a tömeg sebességét a lassítás folyamán ismét el nem veszti.

A v_1 sebességgel mozgó m tömeg munkaképességét a legszemléletesebben abból a munkából lehet kiszámítani, amit külső hajtóerő nélkül — tehát szabad kifutással — saját mozgási energiája árán — el tud végezni.

A szabad kifutás útját a 2.45. ábra kapcsán a 2.40. példában arra az esetre számítottuk ki, amikor a vízszintes pályán gördülő kocsit F_g ellenállása mindvégig állandó marad.

Ha F_g a pályaellenállás és s_0 a szabad kifutás útja, akkor a szabad kifutás ideje alatt a W_0 mozgási energia rovására végzett munka:

$$W_0 = F_g s_0 \quad \text{J.}$$

A pályaellenállás mint lassítóerő az m tömeg és az a_1 lassítás szorzatából fejezhető ki. Írható:

$$F_g = m a_1 \quad \text{N.}$$

A szabad kifutás útja a menetábra területéből:

$$s_0 = \frac{v_1 t_0}{2} \quad \text{m,}$$

ahol a szabad kifutás ideje (a v_1 sebességről megállásig lelassított tömeg állandó a_1 lassulásából):

$$t_0 = \frac{v_1}{a_1} \quad \text{s.}$$

A szabad kifutás útja eszerint — helyettesítés után — így írható:

$$s_0 = \frac{v_1^2}{2a_1} \quad \text{m.}$$

A végzett munka pedig F_g és s_0 helyettesítése után

$$W_0 = \frac{m v_1^2}{2} \quad \text{J.}$$

Általánosságban az F_a gyorsítóerő nem állandó; ennél fogva a számítást dt idő alatt v sebességgel befutott $ds = v dt$ útelemlere vonatkoztatjuk.

Az F_a gyorsítóerő az m tömeg sebességét dt idő alatt dv értékkel változtatja meg; a gyorsulás tehát $a = dv/dt$, a gyorsítóerő pedig $F_a = m dv/dt$.

Ezzel a gyorsítóerő munkája ds úton helyettesítés és elrendezés után:

$$dW = F_a ds = m v dv.$$

Ez az egyenlet azt fejezi ki, hogy a tömeg sebességi állapotának megváltoztatása csak munka árán lehetséges. Ha a sebességet v_1 kezdőértékről v_2 -re gyorsítjuk, akkor az ehhez szükséges munkát az előbbi egyenlet integrálásával kapjuk, amelynek elvégzése után írható, hogy

$$W_{12} = m \left[\frac{v^2}{2} \right]_1^2 = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} \quad \text{J.}$$

A v sebességgel haladó m tömeg munkaképességét a tömeg és a sebesség négyzetének fél szorzatából számítjuk. Ez a mozgó tömeg mozgási energiája; mértékegysége a J (joule). Írható, hogy a mozgási (kinetikai) energia:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} \text{ J.} \quad (2.47)$$

A gyorsítóerő munkája eszerint a tömeg mozgási energiáját növeli. A tehetlenségi tétel úgy is fogalmazható, hogy a gyorsítóerő munkája alakul át mozgási energiává, hasonló módon, mint ahogyan a súlyerő legyőzésére fordított teheremelő munka a test tömegében helyzeti energiává alakul át.

Meg kell jegyezni, hogy a tömeg mozgási energiáját a sebesség egyértelműen meghatározza. Nyugalomban levő test mozgási energiája nulla.

Ha az m tömegű test W_k mozgási energiáját ismerjük, akkor abból a sebessége is kiszámítható. A (2.47) egyenletből

$$v = \sqrt{\frac{2W_k}{m}} \text{ m/s.} \quad (2.48)$$

2.43. példa. Egy $v_1 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ sebességgel futó, $m = 255 \text{ t}$ tömegű (azaz a súlyerő $G = 2,5 \text{ MN}$) vonat mozgási energiája:

$$W_1 = \frac{mv_1^2}{2} = \frac{255 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 400 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2} = 51\,000 \text{ kJ} = 51 \text{ MJ.}$$

Ebből a mozgási energiából a vízszintes pályán a szabad kifutás s_0 útja egyszerű módon számítható, mert az F_g pályaellenállás munkáját a tömegben felhalmozott mozgási energia adja. Írható:

$$W_1 = F_g s_0, \text{ J}$$

és $\mu_g = 0,01$ értékkel $F_g = 0,01 \cdot 2,5 \text{ MN} = 0,025 \text{ MN} = 25 \text{ kN}$, a szabad kifutás útja tehát:

$$s_0 = \frac{W_1}{F_g} = \frac{51 \text{ MJ}}{0,025 \text{ MN}} = 2040 \text{ m.}$$

2.44. példa. Egy cölöpverő kos (2.48. ábra) tömegére ható súlyerő $G = 4 \text{ kN}$. A kosvezeték súrlódása $F_s = 0,5 \text{ kN}$. Az ejtési magassága $h = 3 \text{ m}$. A súrlódás miatt a kos $G/g = m$ tömegét csak $F_d = G - F_s = 3,5 \text{ kN}$ erő gyorsítja. A végsebesség a kos mozgási energiájából is kiszámítható, amely a helyzeti energiából a súrlódási munka levonásával adódik. Írható:

$$W_k = (G - F_s)h = 3,5 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} = 10,5 \text{ kJ.}$$

A (2.48) egyenlet szerint a végsebesség:

$$v = \sqrt{\frac{2W_k}{G}} g = \sqrt{\frac{2 \cdot 10,5 \text{ kJ}}{4 \text{ kN}}} 9,81 \text{ m/s}^2 = 7,18 \text{ m/s.}$$

A cölöpre ejtett kos mozgási energiája – az ütközési veszteségek miatt – csak (a cölöp tömegétől függő) az adott esetben $\eta = 70\%$ -os hatásfokkal hasznosítható a cölöp beverésére.

Ha a cölöp az F talajellenállással szemben $n = 10$ ütessel, $s = 5 \text{ cm}$ -rel mélyebbre hatol a földbe, akkor a hasznosított munka:

$$W_h = Fs = \eta n W_k = 0,7 \cdot 10 \cdot 10,5 \text{ kJ} = 73,5 \text{ kJ.}$$

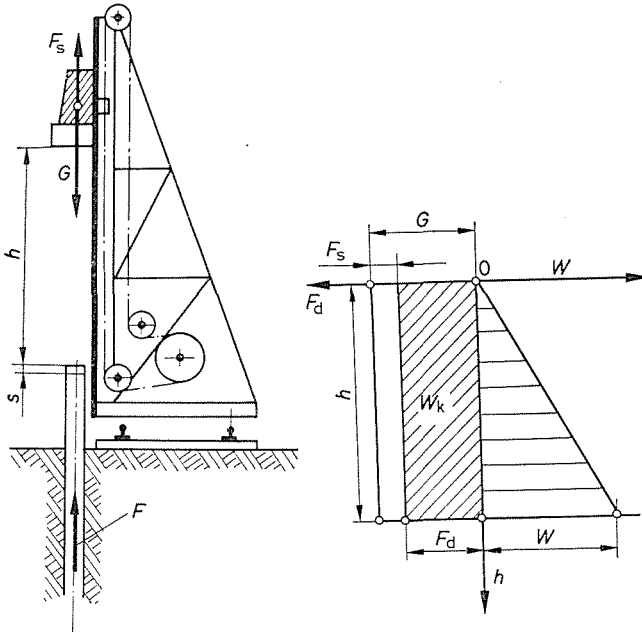
A talajellenállás tehát:

$$F = \frac{W_h}{s} = \frac{73,5 \text{ kJ}}{0,05 \text{ m}} = 1470 \text{ kN} = 1,47 \text{ MN.}$$

Ebből az erőből megfelelő biztonsággal következtetni lehet a cölöp nyugodt (statikus) teherbírására is.

Például $\beta = 10$ -szeres biztonsági tényezővel az adott esetben a cölöp teherbírása:

$$F_0 = \frac{F}{\beta} = \frac{1470 \text{ kN}}{10} = 147 \text{ kN}.$$



2.48. ábra. Cölöpverő kos

2.2.4. Az erők és a teljesítmények ábrája (indulástól megállásig)

A járművek és a gépek üzeme indulástól megállásig a menetábrával jellemezhető, amely a mozgástörvényekről ad szemléletes képet (2.1.21. pont).

Az erőteni vonatkozások vizsgálatára az ellenállás és a hajtóerő időbeli változását is függvényábrába foglalhatjuk, amely – a sebesség időbeli változását jellemző menetábrával együtt – a teljesítményekről is tájékoztat bennünket. (Az erő és a sebesség pillanatnyi értékének szorzata ugyanis a teljesítményt is meghatározza.)

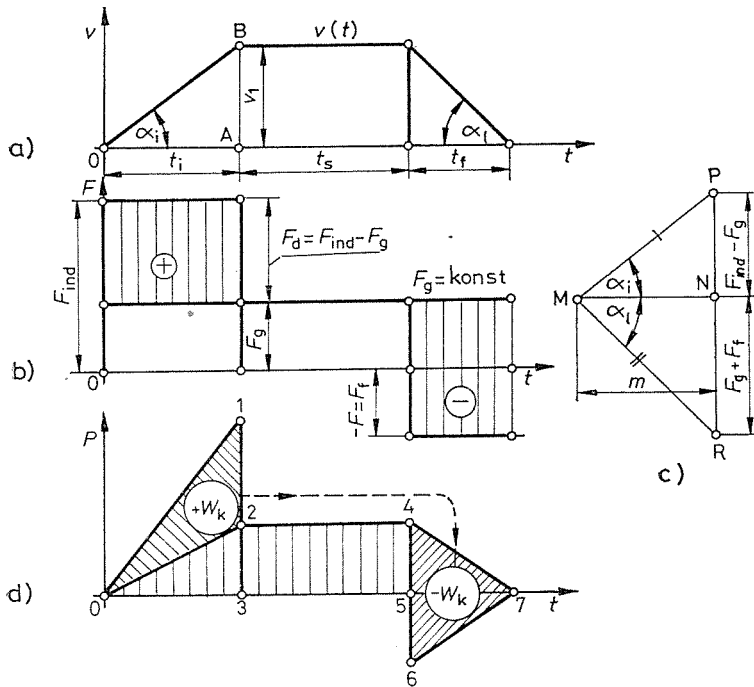
A 2.49. ábra egy m tömegű jármű előbb részletezett függvényábráit arra az egyszerű esetre szemlélteti, amikor a t_m menetidő három élesen szétválasztható időszakra tagozódik: a t_i **indítás**, a t_s **egyenletes** (stacionárius) **üzem** és a t_f **megállás** vagy **fékezés** idejére.

Ezenfelül feltételezzük azt is, hogy a **gyorsulás állandó** az indítás egész időtartama alatt, és a lassítás is mindvégig állandó. (A menetábra ilyenkor trapéz alakú.)

Az **állandó gyorsulással** indított test mozgástörvényei a menetábrából ($t = 0$, $v = 0$ és $s = 0$ kezdőértékekkel) a következő közismert egyenletekkel fejezhetők

ki, amelyek az s út, a v sebesség, az a gyorsulás és a t idő között adnak kapcsolatot:

$$\begin{aligned} s &= \frac{at^2}{2}, & v &= at, & t &= \sqrt{\frac{2s}{a}}, \\ s &= \frac{vt}{2}, & v &= \frac{2s}{t}, & t &= \frac{2s}{v}, \\ s &= \frac{v^2}{2a}, & v &= \sqrt{2as}, & t &= \frac{v}{a}. \end{aligned} \quad (2.49)$$



2.49. ábra. A sebesség, az erők és a teljesítmények időbeli változása az indítástól a megállásig

A hajtóerők ábrája (a 2.49b ábra szerint) az idő függvényében vízszintes egyenessel jellemezhető $F_g = \text{konst.}$ ellenállás vonalából úgy származtatható, hogy annak ordinátáihoz az $F_d = F_{\text{ind}} - F_g = ma$ nagyságú gyorsítóerőt (helyes előjellel) hozzáadjuk.

Indításkor az a_i gyorsulás pozitív, és ennélfogva az indító vonóerő $F_{\text{ind}} = F_g + ma_i$. A menet-ábra α_i hajlásszögével, azaz a

$$\text{tg } \alpha_i = a_i = \frac{F_{\text{ind}} - F_g}{m}$$

összefüggés felhasználásával az $F_{\text{ind}} - F_g$ gyorsítóerő egy olyan MNP derékszögű háromszög magasságából adódik, amelyet az m tömeggel arányos alaphosszúság fölé a menetábrával párhuzamos átfogóval (vagyis α_i hajlással) megrajzolunk.

Ha a 2.49c ábra szerint e háromszögnek MN alaphosszúságát az erők ábrájának F_g ordináta-magasságába helyezzük, akkor a gyorsítóerő megszerkesztett ordináta-hosszúsága az F_g ellenálláshoz hozzáadódik, vagyis a háromszög P csúcsa az erők ábrájában az F_{ind} indító vonóerő magasságába esik.

Meg kell jegyezni, hogy a szerkesztéshez az m tömeg rajzbeli léptéke nem választható szabadon, hanem annak összhangban kell lennie a választott idő-, sebesség- és erőléptékkel.

A rajzbeli méretarányt a leggyorsabban úgy kapjuk meg, hogy a gyorsítóerőt $F_d = ma$ összefüggésből számítással határozzuk meg, és a háromszögek hasonlóságának tételét használjuk fel az MN alaphosszúság felrajzolásához. Az OAB és MNP háromszög ugyanis rajzban is hasonló, ha az α_i hajlásszöget átmásoljuk. E szög tangensének mozgástani és erőtani értelmezése alapján írható:

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{v_1}{t_i} = \frac{F_d}{m}.$$

Ezt az egyszerű szerkesztést az ábrában az előírt a lassítás eléréséhez szükséges $F_t = -F$ fékezőerő (negatív hajtóerő) meghatározására is felhasználtuk. A lassítást jellemző (negatív) α_i szöget ilyenkor az NM alapvonal alá kell felmérni, és az így kapott MNR háromszög (negatív) magasságát az erők ábrájában átvetíteni.

A (negatív) gyorsítóerőt ellenkező előjellel **lassítóerőnek** minősítve, írható: $F_1 = -F_d = F_g + F_t$. E jelölések bevezetésével a lassítás:

$$a = \frac{F_g + F_t}{m}.$$

A lassítás egyik különleges esetével; a *szabad kifutással* már a 2.40. példában részletesen foglalkoztunk.

Ebben az esetben csak a pályaellenállás lassítja a kocsitömegét, de ezenfelül fékezőerőt nem alkalmazunk ($F_t = 0$).

Az erők ábrájában (függőleges) vonalkázással emeltük ki a gyorsító- (és a lassító-) erők ordinátametszékeit.

Magától értetődik, hogy az előbb leírt szerkesztés *fordított sorrendben* is elvégezhető olyankor, amikor az indító vonóerő és a fékezőerő nagyságát írjuk elő, és a menetábra alakját (az indítás és fékezés időtartamát) kell meghatározni.

Az erők ábrája és a menetábra bármely időpontban megadja az erő és a sebesség nagyságát, így tehát szorzatuk, a teljesítmény is pontról pontra felrajzolható (2.49d ábra).

A 2.50a ábrán a pályaellenállás teljesítményének ($P_g = F_g v$), a 2.50b ábrán a hajtóerő teljesítményének (P_F) vonalát elkülönítve is megtaláljuk.

Az állandó pályaellenállás teljesítményábrájának alakja a menetábráéhoz hasonló (a vizsgált esetben trapézidom). Területe az egész t_m menetidőre eső W_g munkát adja.

Az adott esetben e munkaterület nagysága:

$$W_g = F_g v_1 \left(\frac{t_i}{2} + t_0 + \frac{t_f}{2} \right) \text{ J.}$$

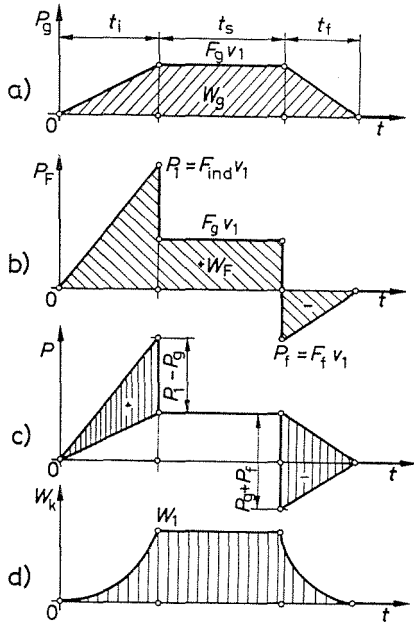
A hajtóerő teljesítményábrája az indítás végén csúcsba fut, a fékezés időtartama alatt viszont negatív metszékeket ad (2.50b ábra). A hajtóerő munkaszolgáltatása t_m menetidő alatt pontosan ugyanakkora, mint amekkorát a pályaellenállás elfogyaszt, azaz $W_F = W_g$. Más azonban a munkaszolgáltatás üteme, mert a hajtóerő indításkor a gyorsított tömegek munkaképességét is növeli, vagyis a tömeg az ebben az időszakban szolgáltatott munkatöbbletet **mozgási energia alakjában elraktározza**, és a lassítás időszakában **adja vissza**.

A két teljesítményábra egymásra helyezésével szemléletesen kimutatható, hogy indításkor a hajtóerő munkatöbblete éppen a tömeg mozgási energiáját fedezi, viszont a lassítás időszakában teljes egészében ez az energia használódik el (2.49d és 2.50c ábra).

A rajzban vonalkázott (háromszög alakú) munkaterület nagyságát a 2.2.3. pontban közölt számítással lehet ellenőrizni. Könnyen igazolható, hogy ez a munka-

terület — a gyorsítóerő munkája — pontosan egyenlő a felgyorsított tömegek mozgási energiájával. Amilyen ütemben növeljük a tömeg sebességét, abban az ütemben tárolódik a sebesség négyzetével arányos mozgási energia.

A 2.50d ábra a jármű tömegeiben felhalmozott W_k mozgási energiát a menetidő függvényében szemlélteti. Ez az ábra a (2.47) egyenlet szerint a menetábrából is származtatható.



2.50. ábra. A hajtóerő és az ellenállás teljesítménye. Változó sebességű tömeg mozgási energiája

2.2.5. A gépek és járművek időszakos üzeme

A 2.2.1. pont szerint a gép egyenletes üzemét mindig megelőzi az indítás időszaka és követi a megállítást (lefékezés). Az ún. **folytonos üzemű** gépnél (közlőmű, szivattyú, villamos generátor stb.), amely indítás után órákig — esetleg napokig — dolgozik egyenletes munkasebességgel, az indítás és lefékezés az üzem gazdaságossága szempontjából egészen alárendelt feladatnak minősíthető. Egészen mások a viszonyok az ún. **időszakos üzemű** gépeknél és járműveknél, amelyeknek menetideje oly rövid, hogy az indítás és a megállítást feltételeinek figyelmen kívül hagyásáról szó sem lehet.

Egy közúti jármű vagy egy emelőgép tömegét sok esetben egy percen belül többször kell üzemi sebességre felgyorsítani és ismét lefékezni. Ez annyit jelent, hogy minden alkalommal a tömeggyorsítás munkáját is el kell végezni.

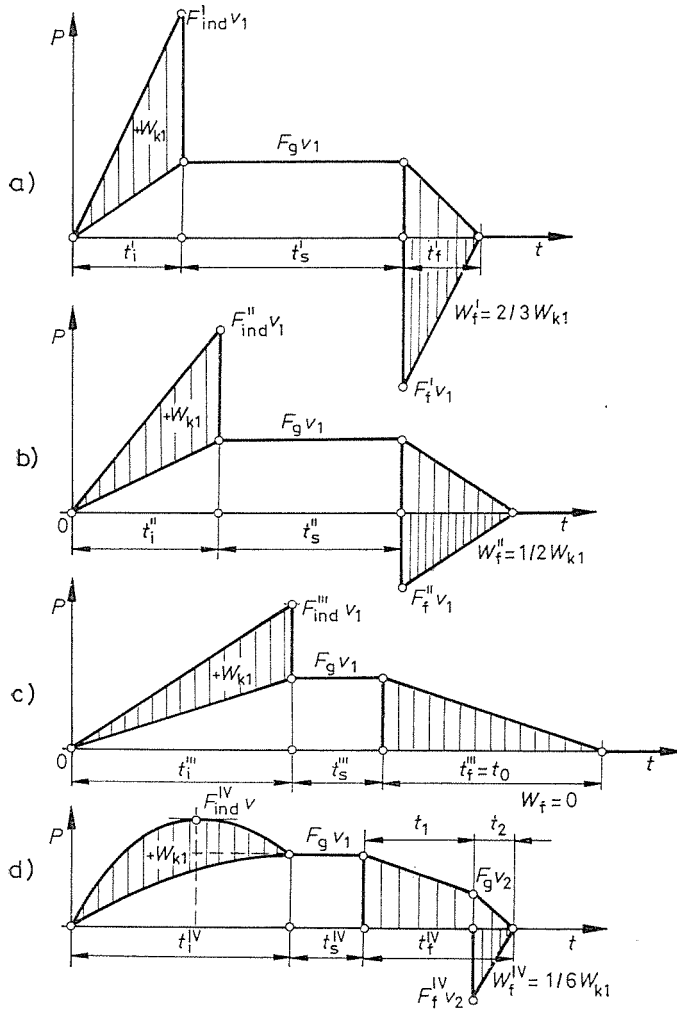
Ha nagyok a mozgó tömegek és nagy az üzemi sebesség, akkor az indítás tartama alatt a motor ún. **dinamikai terhelése** nagyon megnövekszik, mert a tömeggyorsítás munkáját is el kell végeznie.

Az időszakos üzemű teheremelés és -vontatás eszerint csak olyan erőgéppel vagy motorral bonyolítható le, amely az indítás feltételeit is ki tudja elégíteni.

E követelményekkel itt nem foglalkozunk részletesebben, a 2.49. és 2.50. ábra kapcsán csak arra mutatunk rá, hogy az indítás tartama alatt az üzemi terhelésnél

jóval nagyobb **indító vonóerő** szolgáltatására van szükség. Ezenfelül meg kell követelni a motor **túlterhelhetőségét** is (vö. a 2.50b ábrában kiemelkedő indítási csúccsal).

A hajtóerő (motornagyság) megválasztásának kérdése szorosan összefügg az indítási idővel is. Az indítás idejének meghosszabbításával kisebb lesz a motor csúcsterhelése, mint azt a 2.51. ábra három változata is világosan megmutatja.



2.51. ábra. A teljesítményábrák összehasonlítása. (Az indítás és a fékezés idejének hatása)

A 2.51a–c ábra szerint a tömeggyorsítás munkáját jellemző W_1 munkaterület mind a három esetben ugyanakkora. (A háromszög magassága tehát az alap meghosszabbításával kisebbíthető.)

A 2.51d ábra kapcsán mutatunk rá arra is, hogy az indítás ütemének megváltoztatásával az indítási csúcsterhelés hatásosan kisebbíthető. Így pl. előnyösnek bizonyul (állandó gyorsulás helyett) az indítás folyamán **kisebbedő gyorsulás** alkalmazása, mert ezáltal az indító vonóerő teljesítmény-csúcsát letompítjuk.

A menetábra alakja (jó közelítéssel) parabolával helyettesíthető; az indítás ideje kb. kétszer olyan hosszú, mint akkor volna, ha a gyorsulás kezdőértéke mindvégig állandó maradna. A *főáramkörű villamos motor* indításakor ezt az elvet lehet megvalósítani, és ez előnyt biztosít ennek a motorfajtának az emelőgépek és vontatógépek üzemében.

Az üzem gazdaságossága szempontjából a megszakított üzennél az **indítási veszteségek** csökkentésére kell törekedni, mert azok jóval nagyobbak lehetnek az egyéb veszteségeknél. Az indítás munkájának legnagyobb része a tömeggyorsítás W_k munkája, amely akkor válik veszteséggé, ha nem tudjuk hasznos munka végzésére értékesíteni.

E veszteségek szempontjából tehát a **lassítás** időszaka a mértékadó, mert a tömegben elraktározott mozgási energia akkor hasznosítható. A jármű mozgási energiája teljes egészében hasznos munka végzésére kényszeríthető az ún. **szabad kifutás** esetében (vö. a 2.40. és a 2.43. példával). A szabad kifutás s_0 útja azonban rendszerint olyan hosszú, hogy a megállításnak ezt a leggazdaságosabb módját csak részben lehet kiaknázni. A pontos megállás feltétele ugyanis F_f fékezőerő alkalmazását kívánja, amellyel a lassítás útja — az ún. *fékút* — lényegesen megrövidíthető.

A súrlódás elvén működő *fék* a fékezőerő munkáját súrlódási *hővé* alakítja át, amely többé nem hasznosítható.

A lassítás időszakában felszabaduló mozgási energia tehát ilyenkor is mechanikai munkává alakul át, csakhogy most e munkának csak az a része hasznosítható, amelyet a pályaellenállás fogyaszt el. A 2.51. ábrából világosan kitűnik, hogy a t_f fékezési idő megrövidítésével a mozgási energiának hasznosíthatatlan része megnagyobbodik.

A 2.51. ábrában a lassítás időszakában felszabaduló W_k mozgási energiát a vonalkázott terület rész ábrázolja, amely mindegyik változatnál ugyanakkora. E munkaterületnek sűrűbb vonalkázással kiemelt hasznosíthatatlan része a *fék* W_f súrlódási munkája, amelyet veszteségnek kell minősíteni. E veszteség csökkentésének egyik módját szemlélteti a 2.51d ábra, amely abból áll, hogy a lassítás időszakát kettéosztjuk ($t_f = t_1 + t_2$) oly módon, hogy először szabad kifutással csökkentjük a sebességet, és csak utána zárjuk a féket.

Vannak esetek, amikor a nagy sebességgel futó tömegek gyakori, gyors és pontos megállítása van szükség. Ilyenkor a szabad kifutás elve nem alkalmazható, hanem a mozgási energiának a fékbe vezetett hányadát igyekszünk értékesíteni. Súrlódófék alkalmazásával a fékezőmunka hasznosításáról természetesen nem lehet szó, de a villamos fékezés különleges kapcsolással alakítható ki úgy, hogy a fékezőerő munkája nem hővé, hanem a hálózatba visszatáplálható villamos energiává alakul át.

Ilyen, ún. *áram-visszatérítéssel fékezésnek* (a különleges gépi berendezés nagy költségei miatt) csak a több ezer kilowattos hengerjáratok és a nagy bányamelőgépek üzemében lehet létjogosultsága, ahol a tömegek nagysága és az újraindítás gyakorisága miatt nagy energiamennyiségek visszanyerésére lehet számítani (*Ilgner—Leonard* rendszer).

2.45. példa. A 2.51. ábra egy koci teljesítményábráit adja egy $s = 2200 \text{ m} = 2,2 \text{ km}$ hosszú vízszintes (egyenest) pályaszakaszon. A koci tömegére ható súlyerő $G = 100 \text{ kN}$. A pálya ellenállása ($\mu_g = 0,015$ -del) $F_g = \mu_g G = 1,5 \text{ kN}$. Ez egyúttal az egyenletes üzem hajtóereje ($F_s = F_g$). A menetsebesség legnagyobb értéke $v_1 = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$.

Az üzemi teljesítmény (az egyenletes járás időtartama alatt):

$$P_g = F_g v_1 = 1,5 \text{ kN} \cdot 15 \text{ m/s} = 22,5 \text{ kW.}$$

Az *a*) változat szerint az indító vonóerő (F'_{ind}) az üzemi vonóerő ($F_s = F_g$) háromszorosára ($F'_{\text{ind}} = 3F_s$), azaz $F'_{\text{ind}} = 4,5 \text{ kN}$. A motor legnagyobb terhelése (az indító csúcsteljesítmény):

$$P'_1 = F'_{\text{ind}} v_1 = 3P_g = 67,5 \text{ kW.}$$

(A nagy túlterhelés miatt túlméretezett motorra van szükség.)

A (mindvégig egyenletes) gyorsulás a (2.45) egyenletből:

$$a' = \frac{F'_{\text{ind}} - F_g}{G} g = \frac{(4,5 - 1,5) \text{ kN}}{100 \text{ kN}} 9,81 \text{ m/s}^2 = 0,294 \text{ m/s}^2.$$

Az indítás ideje tehát a 2.51. ábra szerint:

$$t'_i = \frac{v_1}{a'} = \frac{15 \text{ m/s}}{0,294 \text{ m/s}^2} = 51 \text{ s}.$$

A tömeggyorsítás munkája a mozgási energiából számítható:

$$W_{k1} = \frac{Gv^2}{2g} = \frac{100 \text{ kN} \cdot 15^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 1148 \text{ kJ} = 1,148 \text{ MJ}.$$

A fékút megrövidítése érdekében $F'_i = 3 \text{ kN}$ -os fékezőerőt alkalmazunk. Ezzel a lassítóerő:

$$F_1 = F_g + F'_i = 4,5 \text{ kN};$$

a lassítás tehát:

$$a'_1 = \frac{F'_i + F_g}{G} g = \frac{4,5 \text{ kN}}{100 \text{ kN}} 9,81 \text{ m/s}^2 = 0,441 \text{ m/s}^2.$$

A lassítás ideje:

$$t'_i = \frac{v_1}{a'_1} = \frac{15 \text{ m/s}}{0,441 \text{ m/s}^2} = 34 \text{ s}.$$

Az ábrából egyszerű szemlélettel is megállapítható, hogy ezzel az erőteljes fékezéssel a tömeg mozgási energiájának csak egyharmadát hasznosítjuk, kétharmad része (azaz kereken $W'_i = 77 \text{ kJ}$) súrlódási hővé alakul át.

A trapéz alakú menetábra területéből az $s = 2200 \text{ m}$ -es út befutásához szükséges menetidő is kiszámítható.

Az indítás és a lassítás ideje alatt befutott út: $s_1 = v_1 t'_i / 2$ és $s_2 = v_1 t'_i / 2$, az egyenletes v_1 sebességgel befutott útszakasz tehát $s_s = s - s_1 - s_2$, az egyenletes járás időtartama pedig

$$t'_s = \frac{s}{v_1} - \frac{t'_i + t'_i}{2} = \frac{2200 \text{ m}}{15 \text{ m/s}} - \frac{51 \text{ s} + 34 \text{ s}}{2} = 104 \text{ s}.$$

A menetidő (indulástól megállásig):

$$t_m = t'_i + t'_s + t'_i = 189 \text{ s}.$$

A kocsi átlagos sebessége tehát:

$$v_{\text{köz}} = \frac{s}{t_m} = \frac{2200 \text{ m}}{189 \text{ s}} = 11,64 \text{ m/s}, \quad \text{azaz} \quad 42 \text{ km/h}.$$

Az indítás és a fékezés miatt ez az átlagsebesség az üzemi sebességnek kb. 78 %-a ($v_{\text{köz}} : v_1 = 42:54 = 0,777$).

Hasonló számítással vizsgálhatók meg az üzem jellemzői az ábrában szemléltetett többi változat esetében is, amikor az indítás és a fékezés időtartamának meghosszabbításával a terhelési csúcsok kisebbednek, de a menetidő meghosszabbodása miatt a kocsi átlagos sebessége is kisebb lesz.

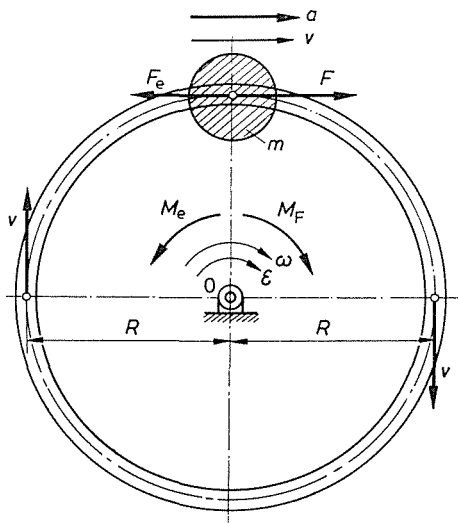
2.2.6. A forgó tömeg mozgási energiája. A tehetetlenségi nyomaték és a lendítónyomaték

A gép a mechanikai munkát rendszerint **forgó mozgással** szolgáltatja. A forgás sebességét a tengely **szögsebességével** jellemeztük.

A forgó tömeg szerepét a legegyszerűbben egy R sugarú vékony gyűrűn figyelhetjük meg, amelynek kerületi sebessége $v = R\omega$ a gyűrű minden pontjában ugyanakkora, tehát a gyűrű egész tömegének sebességét meghatározza.

A valóságban a gyűrű véges vastagsága miatt ez a feltétel csak közelítő, még akkor is, ha a kerék küllőinek és agyának tömege a kerékkoszorú (gyűrű) tömegéhez képest elhanyagolhatóan kicsiny.

Ha feltételezzük, hogy a gyűrű m tömege azonos v kerületi sebességgel kering, akkor annak mozgási energiája a 2.52. ábra jelöléseivel a (2.47) egyenletből számít-



2.52. ábra. A forgó gyűrű (lendítőkerék) gyorsulása

ható, mert a kerület valamelyik pontjába zsugorított tömeg keringése haladó mozgásnak minősíthető. A mozgási energia $v = R\omega$ helyettesítéssel így fejezhető ki:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mR^2\omega^2}{2} \quad \text{J.}$$

A forgó tömeg mozgási energiája eszerint a szögsebesség négyzetével arányos, és annál nagyobb, mennél nagyobb a tömegnek ún. *másodrendű nyomatéka* (amely az m tömegnek és a tengelytől mért R távolság négyzetének szorzatából számítható). A tehetetlen tömegnek ezt a másodrendű nyomatékát **tehetetlenségi nyomatéknak** nevezzük.

Az m tömegű, R sugarú gyűrű tehetetlenségi nyomatéka:

$$J = mR^2 \quad \text{kg} \cdot \text{m}^2. \quad (2.50)$$

A tehetetlenségi nyomaték (inercianyomaték) bevezetésével a forgó test mozgási energiája így írható:

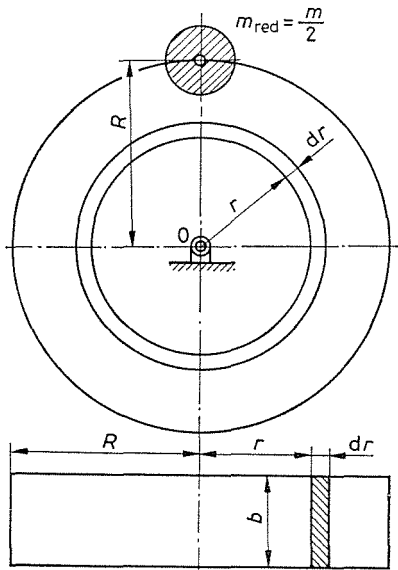
$$W_k = \frac{J\omega^2}{2} \quad J. \quad (2.51)$$

A tehetetlenségi nyomaték értelmezéséből következik, hogy olyan testre is kiszámítható, amelynek dm tömegrészei a tengelytől különböző r távolságra esnek. Ebben az esetben a tehetetlenségi nyomatékot az egyes tömegelemek másodrendű nyomatékának összesítésével (integrálással) lehet kiszámítani:

$$J = \int_m r^2 dm.$$

2.46. példa. Egy R sugarú tömör korong (henger) tehetetlenségi nyomatéka a 2.53. ábra jelöléseivel r sugarú, dr vastagságú gyűrűelemek másodrendű nyomatékából tevődik össze. Egy gyűrűelem köbtartalma $2\pi br dr$, tömege tehát, ha a sűrűsége ρ :

$$dm = \rho 2\pi br dr.$$



2.53. ábra. A henger (tömör korong) tehetetlenségi nyomatéka és a kerületre redukált tömege

A henger tehetetlenségi nyomatéka tehát:

$$J = \int_m r^2 dm = 2\pi \rho b \int_0^R r^3 dr = 2\pi \rho b \frac{R^4}{4}.$$

Mint hogy pedig a henger tömege:

$$m = \rho \pi b R^2,$$

helyettesítés és rendezés után írható:

$$J = \frac{m}{2} R^2 = \frac{mD^2}{4}.$$

A tömör henger tehetetlenségi nyomatéka pontosan félakkora, mint egy ugyanolyan tömegű és ugyanakkora átmérőjű gyűrűé.

A gyakorlatban ezt az összefüggést arra használjuk fel, hogy a tömör hengert egy egyenértékű, félakkora tömegű gyűrűvel helyettesítjük, mert nyilvánvaló, hogy a két test a (2.50) egyenlet szerint a tehetetlenségi nyomaték szempontjából egyenértékű; a (2.51) egyenlet szerint pedig mozgási energiájuk is ugyanakkora.

Ezt a helyettesítést úgy hajtjuk végre, hogy a „henger tömegét a kerületre redukáljuk”, ami úgy is kifejezhető, hogy a henger kerületére redukált tömeg félakkora, mint a henger tömege $m_{\text{red}} = m/2$.

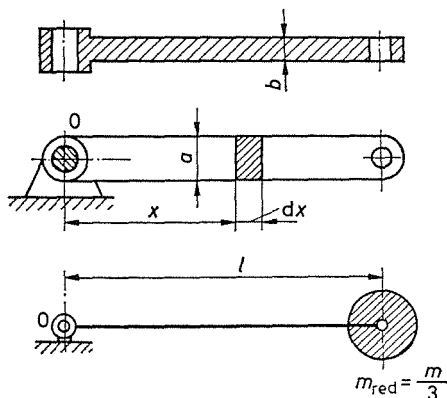
2.47. példa. Egy $m = 600$ kg tömegű, $D = 800$ mm átmérőjű korong kerületére redukált tömege $m_{\text{red}} = 30$ kg.

A korong (henger) tehetetlenségi nyomatéka tehát

$$J = \frac{m_{\text{red}} D^2}{4} = 30 \text{ kg} \frac{0,8^2 \text{ m}^2}{4} = 4,8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

2.48. példa. Egy hajtókar tehetetlenségi nyomatékát – a 2.54. ábra jelöléseivel – az O forásponttól x távolságra kijelölt

$$dm = \rho ab \, dx$$



2.54. ábra. A rúd (hajtókar) tehetetlenségi nyomatéka és a kar végére redukált tömeg

elemi tömeg másodrendű nyomatékának integrálja adja. Állandó ab keresztmetszetű, l hosszúságú rúdra írható:

$$J = \int_m x^2 \, dm = \rho ab \int_0^l x^2 \, dx = \rho ab \frac{l^3}{3}.$$

A rúd tömegét $m = \rho abl$ értékkel helyettesítve írható:

$$J = \frac{m}{3} \frac{l^2}{3}, \text{ azaz } m_{\text{red}} = \frac{m}{3}.$$

Ez az összefüggés azt fejezi ki, hogy egy végig egyenletes szelvényű rúd végére redukált tömeg a rúd tömegének egyharmad része.

Egy $m = 12$ kg tömegű, $l = 400$ mm hosszú, a hajtókar végére redukált tömeg (a 2.54. ábra szerint)

$$m_{\text{red}} = m/3 = 4 \text{ kg},$$

tehetetlenségi nyomatéka tehát:

$$J = m_{\text{red}} l^2 = 4 \text{ kg} \cdot 0,4^2 \text{ m}^2 = 0,64 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Ha a forgó (vagy lengő) kar végpontjának kerületi sebessége $v = 3$ m/s, akkor a forgó mozgást a redukált tömeg haladó mozgására vezethetjük vissza, és a mozgási energiát a (2.13) egyenletből számítjuk. Írható:

$$W_k = \frac{m_{\text{red}} v^2}{2} = \frac{4 \text{ kg} \cdot 3^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2} = 18 \text{ J}.$$

A gyakorlatban régebben a tömeget a testre ható súlyerőből számították ki ($m = G/g$). A forgástestek (korongok, dobok, gyűrűk) R sugara helyett ma is gyakran a közvetlenül mérhető átmérőt ($D = 2R$) adják meg. Erre való tekintettel a J tehetetlenségi nyomaték helyett is az ún. **lendítőnyomaték** használata honosodott meg, amely a tehetetlenségi nyomatékból úgy származtatható, hogy az m tömegek helyett a rájuk ható $G = mg$ súlyerőt helyettesítjük, a sugarak négyzete helyett pedig az átmérők négyzetével számolunk ($D^2 = 4R^2$). A lendítőnyomaték eszerint a tehetetlenségi nyomatéknak $4g$ -szerese. Írható:

$$(GD^2) = 4gJ, \quad \text{azaz} \quad J = \frac{(GD^2)}{4g}. \quad (2.52)$$

Meg kell jegyezni, hogy a lendítőnyomaték is csak gyűrű esetében számítható ki egyszerűen a rá ható súlyerő és az átmérő négyzetének szorzatából. A (GD^2) eszerint nem szorzat, hanem jelképes jelölés (ejtsd: gédé-négyzet), amely csak arra figyelmeztet, hogy a tehetetlenségi nyomaték $4g$ -szeresét vették számításba.

A D átmérőjű kerületre redukált m_{red} tömegnek $m_{\text{red}}g = G_{\text{red}}$ redukált súlyerő értékéből egyszerű szorzás adta a lendítőnyomatékokat, azaz

$$(GD^2) = G_{\text{red}} D^2.$$

A gépek forgó elemei (kerekek, tárcsák, dobok stb.) *redukált tömegét* az m tömegből jó közelítéssel a következő megfontolás alapján lehet kiszámítani.

A kerék kerületére redukált tömeg mindig kisebb, mint a kerék egész tömege, azaz

$$m_{\text{red}} = \lambda m, \quad \text{ahol} \quad \lambda \leq 1.$$

A 2.52. ábra szerint gyűrűre $m_{\text{red}} \approx m$, azaz $\lambda \approx 1$; viszont a 2.53. ábra szerinti tömör korongra $m_{\text{red}} = 0,5m$, azaz $\lambda = 0,5$.

A 2.21. ábrán vázolt szíjtárcsa vagy a 2.13. ábrán vázolt kötél Dob tömegeloszlásából arra következtethetünk, hogy az a tömör tárcsánál kedvezőbb, de a gyűrűt nem közelíti meg. Így tehát előzetes számításhoz $\lambda = 0,7 \dots 0,8$ tényező választható. (A becslés helyessége kényes esetekben a rajzból számítással ellenőrizhető.)

2.49. példa. Egy $D = 600$ mm-es dob tömege $m = 220$ kg, $\lambda = 0,8$ tényezővel a kerületre redukált tömeg:

$$m_{\text{red}} = \lambda m = 0,8 \cdot 220 \text{ kg} = 176 \text{ kg}.$$

A tehetetlenségi nyomaték

$$J = \frac{m_{\text{red}} D^2}{4} = \frac{176 \text{ kg} \cdot 0,6^2 \text{ m}^2}{4} = 15,84 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Egy nagy koszorútömegű lendítőkerékre az előbbi adatok nem érvényesek. Erre az esetre előzetes becsléssel általában $\lambda \approx 0,9$ választható.

2.2.7. A többtömegű haladó és forgó rendszer mozgási energiája

A gépek és járművek mozgási energiájának szabatosabb meghatározása szükségessé teszi a **haladó és a forgó mozgás együttes vizsgálatát**. A munkaképességek összegezhetőségének elve rendkívül egyszerűvé teszi az eljárást, mert abban az esetben, ha egy forgó test (pl. futókerék vagy mozgócsiga) tengelye haladó mozgást is végez, a (2.47) és a (2.51) egyenletből számított két mozgási energia összege adja az eredményt.

Egy v sebességgel haladó m tömegű futókerék mozgási energiája, ha a J tehetlenségi nyomatékú kerék ω szögsebességgel forog:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \quad (2.53)$$

A tiszta gördülés esetére, amikor az R sugarú kerék kerületi sebessége $v = R\omega$, a kerületre redukált tömeg ($m_{\text{red}} = \lambda m$) bevezetésével rendezés után írható:

$$W_k = \frac{v^2}{2} (m + m_{\text{red}}) = (1 + \lambda) \frac{mv^2}{2}.$$

A járművek futókerekei és forgó gépelemei eszerint a haladó kocsi mozgási energiájához nemcsak saját tömegükkel járulnak hozzá, hanem ezenfelül még forgó mozgásuk energiájával is megnövelik a munkaképességet.

2.50. példa. Egy $m = 10$ Mg (10 t) tömegű kocsi tömegéből a futókerekre esik $m_k = 600$ kg (gördülő) kerek kerületére redukált tömeg $\lambda = 0,7$ értékkel $m_{\text{red}} = \lambda m_k = 0,7 \cdot 600$ kg = 420 kg.

A kerek forgása miatt a kocsi mozgási energiája abban az arányban növekszik meg, mintha $m' = m + m_{\text{red}} = 10,42$ Mg. (10,42 t) nagyságú tömeg végezne haladó mozgást m helyett, azaz

$$\xi = \frac{m + m_{\text{red}}}{m} = \frac{10,42 \text{ Mg}}{10 \text{ Mg}} = 1,042.$$

A kerek forgó mozgásából származó energia elhanyagolása tehát az adott esetben kb. 4%-os hibát okoz, amely pl. a szabad kifutás útjában is kifejezésre juthat.

A gépre mint **többtömegű rendszerre szintén a mozgási energiák összegezhetőségének elve** alkalmazható, csak hogy itt azt is figyelembe kell venni, hogy az egyes gép-elemek haladási, ill. forgási sebességét az elempárok közé iktatott áttételek módosítják. A mozgási energia kiszámításához tehát minden m_i tömegnek v_i sebességét és — forgás esetében — minden J_i tehetlenségi nyomatékhoz tartozó ω_i szögsebességét is meg kell határozni.

Általánosságban írható:

$$W_k = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} + \sum_i \frac{J_i \omega_i^2}{2}.$$

Meg kell jegyezni, hogy adott esetben — az áttételek figyelembevételével — a gép valamennyi tömege egyetlen redukált tömeggel is helyettesíthető. A számítás menetét a következő példa világítja meg.

2.51. példa. Egy $m_0 = 10$ Mg teherbírású, villamos üzemű emelőgép tömeggyorsítási munkáját — a 2.55. ábra jelöléseivel — a $v_0 = 12$ m/min = 0,2 m/s sebességgel emelkedő m_0 tömegű teher és az ω_1 , ill. ω_2 szögsebességgel forgó dobtengely és motortengely J_1 , ill. J_2 tehetlenségi nyomatéka határozza meg. (Az előtétengely és a mozgócsigák tömegeinek mindössze néhány százalékos befolyását ennél a számításnál figyelmen kívül hagyjuk.)

írható:

$$W_k = \frac{m_0 v_0^2}{2} + \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2}.$$

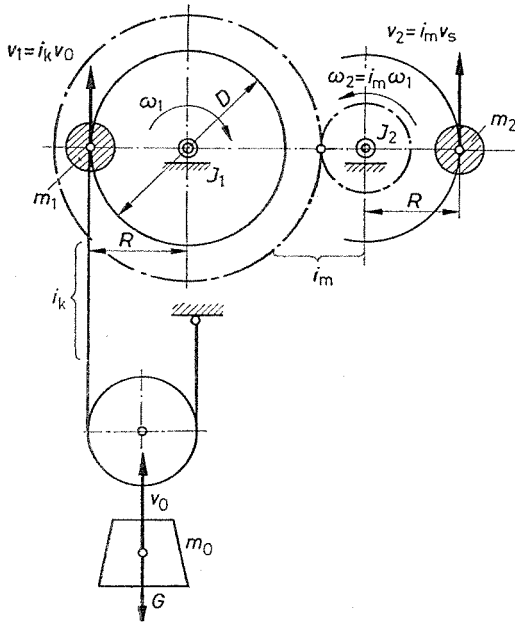
A sebességek és a szögsebességek között az áttételek adnak összefüggést.

A dob kerületi sebessége $v_1 = i_k v_0$ (ahol $i_k = 2$), a dob szögsebessége pedig $\omega_1 = v_1/R$ (ahol $R = 0,25$ m).

A motor szögsebessége $\omega_2 = i_m \omega_1$ (ahol $i_m = 63$).

Helyettesítés és rendezés után írható:

$$W_k = \frac{v_0^2}{2} \left(m_0 + \frac{J_1}{R^2} i_k^2 + \frac{J_2}{R^2} i_k^2 i_m^2 \right),$$



2.55. ábra. Többtömegű rendszer (emelőgép) mozgási energiája (lendülete)

ahol a zárójeles kifejezés a gép tömegeinek a teher tömegközéppontjába redukált értéke, amely $m_1 = J_1/R^2$ és $m_2 = J_2/R^2$ helyettesítéssel a következő alakban írható:

$$m_{\text{red}} = m_0 + m_1 i_k^2 + m_2 i_k^2 i_m^2.$$

Ez az összefüggés azt fejezi ki, hogy a redukciót az áttétel négyzetével kell végrehajtani; ez könnyen megérthető, ha arra gondolunk, hogy a mozgási energia a sebesség négyzetével arányos. Mínthogy pedig a redukált tömeg a gép tömegeit a mozgási energia azonosságával helyettesíti, az i -szer akkora sebességgel futó tömeg i^2 -szeres redukált tömeggel helyettesíthető.

Az adott esetben a redukált tömegek:

a dob kerületére redukált tömege

$$m_{1\text{red}} = 150 \text{ kg},$$

forgórészeinek tehetetlenségi nyomatéka

$$J_2 = 1,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

a motor lendítőnyomatéka $(GD^2)_2 = 5 \text{ N} \cdot \text{m}^2$,
 azaz $D = 500 \text{ mm}$ *dobátmérőre*

$$m_{2\text{red}} = \frac{J_2}{R^2} = \frac{1,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{0,25^2 \text{ m}^2} = 20 \text{ kg}.$$

A teher tömegközéppontjába redukált tömeg tehát $i_k^2 = 4$ és $i_m^2 = 15\,876$ értékkel:

$$m_{\text{red}} = m_0 + m_{1\text{red}} i_k^2 + m_{2\text{red}} i_m^2$$

azaz

$$\begin{array}{r} m_0 = 10\,000 \text{ kg} \\ m_{1\text{red}} i_k^2 = 150 \text{ kg} \cdot 4 = 600 \text{ kg} \\ m_{2\text{red}} i_m^2 = 20 \text{ kg} \cdot 15\,876 = 317\,520 \text{ kg} \\ \hline m_{\text{red}} = 328\,120 \text{ kg} = 328,12 \text{ Mg} = 328,12 \text{ t} \end{array}$$

Az emelőgép redukált tömege eszerint a teher tömegéhez képest csaknem 33-szor akkora:

$$\frac{m_{\text{red}}}{m_0} = \frac{328,12 \text{ Mg}}{10 \text{ Mg}} = 32,81.$$

Az emelőgép mozgási energiája ugyanebben az arányban nagyobb a teherénél. $v_0 = 0,2 \text{ m/s}$ sebességgel az összes mozgási energia

$$W_k = \frac{m_{\text{red}} v_0^2}{2} = \frac{328,12 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 0,2^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2} = 6562 \text{ J} \approx 6,56 \text{ kJ}.$$

(Ezzel szemben a teher mozgási energiája mindössze $W_0 = 200 \text{ J}$.)

Az adott esetben az emelőgép indításakor a tömeggyorsítás munkájának 97 %-át a gyors járású villamos motor és a dob forgó tömegeinek felgyorsítására kell fordítani.

A teher tömegközéppontjába redukált m_{red} tömeg ismeretével rendkívül egyszerűvé válik a *süllyedő teher szabad gyorsulásának* kiszámítása is.

Ha az emelőgép súrlódásait figyelmen kívül hagyjuk, akkor a $G = m_0 g$ súlyerő gyorsítja az $m_{\text{red}} = 328,12 \text{ Mg}$ nagyságú (redukált) tömeget.

A szabad gyorsulás tehát teljes terhelés esetén:

$$a_0 = \frac{m_0 g}{m_{\text{red}}} = \frac{10 \text{ Mg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{328,12 \text{ Mg}} = 0,3 \text{ m/s}^2.$$

A teljesen megterhelt horog eszerint

$$t_s = v_0/a_0 = (0,2 \text{ m/s})/(0,3 \text{ m/s}^2) = 0,67 \text{ s}$$

alatt éri el üzemi sebességét.

[Az üres horog tömege (és ennek következtében a rá ható súlyerő is) oly kicsi, hogy azt a szabad süllyedés meggyorsítása érdekében nehezezzel szokás ellátni, a tömeggyorsítás munkáját pedig lefelé is motormunka árán végezhetjük el.]

2.2.8. A munkasebesség egyenlőtlensége. A lendítőkerék

A gép járásának egyenletességét a hajtóerő és az ellenállás egyensúlya biztosítja. Forgó mozgás esetén a **gép szögsebessége** (fordulatszama) csak addig maradhat **változatlan**, amíg a hajtóerő nyomatéka az ellenállás nyomatékával egyensúlyt tart (azaz $\omega = \text{konst.}$, ha $M_F = M_C$).

Ha e két forgatónyomaték nincs egyensúlyban, akkor a szögsebességnek meg kell változnia. A **szögsebességnek az idő egységére** (egy másodpercre) **vonatkoztatott változása a szöggyorsulás** ($\varepsilon = d\omega/dt$). A szöggyorsulás *mértékegysége*: s^{-2} .

A szöggyorsulás (ε) és a gyorsítónyomaték ($M_F - M_e$) között fennálló összefüggést a legegyszerűbben a 2.52. ábra kapcsán úgy vezetjük le, hogy az R sugarú, m tömegű gyűrű kerületi sebességének változását: a (2.45) egyenlet szerint kiszámítható **kerületi gyorsulást fejezzük ki**.

A gyűrű kerületének A pontjába helyezett m tömeg keringése haladó mozgásnak tekinthető, amelynek a kerületi sebessége $v = R\omega$ (ennek változása $dv = R d\omega$), kerületi gyorsulása tehát $a = R\varepsilon$.

A forgatónyomatékok is R karon forgató kerületi erőkkel helyettesíthetők, azaz írható:

$$F = M_F/R \quad \text{és} \quad F_e = M_e/R.$$

Ily módon a forgó gyűrűt egy v sebességgel haladó m tömeggel helyettesíthetjük, amelyet az $F_d = F - F_e$ erő gyorsít.

A kerületi gyorsulás tehát:

$$a = \frac{F - F_e}{m}.$$

Helyettesítés és rendezés után a szöggyorsulás, a tehetetlenségi nyomaték ($J = mR^2$) bevezetésével, a következő alakban írható:

$$\varepsilon = \frac{M_F - M_e}{J} \quad \text{s}^{-2}. \quad (2.54)$$

Forgó mozgás esetén tehát a tömeg tehetetlenségének törvénye úgy fogalmazható meg, hogy *a szöggyorsulás egyenesen arányos a gyorsítónyomatékkal és fordítva arányos a tömeg tehetetlenségi nyomatékával*.

E megfontolásokból azt a következtetést is levonhatjuk, hogy a forgó tengely szögsebességének (vagy fordulatszámának) változását *a kerületi gyorsulás vizsgálatára* vezetjük vissza oly módon, hogy *a haladó mozgásra érvényes összefüggéseket* alkalmazzuk (ügyelve arra, hogy a tömeget és az erőket is ugyanarra a kerületre kell redukálni).

Erre való tekintettel a **forgó mozgású gép indításával és lefékezésével** kapcsolatos feladatok külön tárgyalást nem is kívánnak. A gépek időszakos üzemének vizsgálatára alkalmas menetábra, valamint az abból származtatott erő- és teljesítményábrák értelemeszerű alkalmazást találnak a forgó mozgás esetében is.

A számítás menetét a 2.22. ábra kapcsán a következő példa világítja meg.

2.52. példa. Egy $m = 6 \text{ t} = 6 \text{ Mg} = 6000 \text{ kg}$ tömegű lendítőkerék átmérője $D = 4 \text{ m}$ ($R = 2 \text{ m}$), üzemi fordulatszáma $n = 130 \text{ min}^{-1} = 2,17 \text{ s}^{-1}$.

A kerületi sebesség:

$$v = \pi D n = \pi \cdot 4 \text{ m} \cdot 2,17 \text{ s}^{-1} = 27,2 \text{ m/s}.$$

A mozgási energia tehát:

$$W_k = m \frac{v^2}{2} = \frac{6 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 27,2^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2} \approx 2,22 \cdot 10^6 \text{ J} = 2220 \text{ kJ} = 2,22 \text{ MJ}.$$

A forgó rendszer szabad kifutásának vizsgálata a csapsúrlódások munkájára alapozható.

Ha a kerékre ható $G = mg \approx 59 \text{ kN}$ súlyerőt (a 2.22. ábra szerint) két $d = 15 \text{ cm}$ átmérőjű csapágy veszi fel, akkor a csap kerületén működő súrlódási erők összege $\mu = 0,05$ súrlódási tényezővel:

$$F_s = \mu G = 0,05 \cdot 59 \text{ kN} = 2,95 \text{ kN}.$$

A csap kerületének szabad kifutása (a 2.43. példa mintájára):

$$s_0 = \frac{W_k}{F_s} = \frac{2220 \text{ kJ}}{2,95 \text{ kN}} = 753 \text{ m.}$$

Mint ahogy pedig a csap kerülete minden fordulat alatt πd utat fut be, tehát a szabad kifutás időtartama alatt megtett fordulatok száma:

$$N_0 = \frac{s_0}{\pi d} = \frac{753 \text{ m}}{\pi 0,15 \text{ m}} = 1600.$$

A szabad kifutás idejét a legegyszerűbben az a meg gondolás adja, hogy a sebesség — a menet-ábra szerint — egyenletes lassulással lineárisan csökken az üzemi értékről nullára. A szabad kifutás időtartama alatt tehát a közepes sebesség az üzemi érték fele, azaz

$$v_{\text{köz}} = v/2.$$

Így tehát a lassítás időtartama alatt a tengely közepes fordulatszáma is fele az üzemi fordulatszámoknak:

$$n_{\text{köz}} = n/2 = 130/2 \text{ min}^{-1} = 65 \text{ min}^{-1}.$$

A szabad kifutás ideje tehát:

$$t_0 = \frac{N_0}{n_{\text{köz}}} = \frac{1600}{65 \text{ min}^{-1}} = 24,6 \text{ min, azaz } 24 \text{ min } 36 \text{ s.}$$

A szabad kifutás időtartama a lassulásból is kiszámítható. A $v = 27,2 \text{ m/s}$ kerületi sebességgel futó m tömeget az $M_s = F_s d/2$ nagyságú súrlódási nyomaték lassítja, amely a tömeg súlypontjában működő F_1 erővel helyettesíthető. Írható:

$$F_1 = \frac{M_s}{R} = F_s \frac{d}{D} = 2950 \text{ N} \cdot \frac{0,15 \text{ m}}{4 \text{ m}} = 111 \text{ N.}$$

A lassítás tehát:

$$a_1 = \frac{F_1}{m} = \frac{111 \text{ N}}{6000 \text{ kg}} = 0,0185 \text{ m/s}^2.$$

A szabad kifutás időtartama:

$$t_0 = \frac{v}{a_1} = \frac{27,2 \text{ m/s}}{0,0185 \text{ m/s}^2} = 1470 \text{ s, azaz } 24 \text{ min } 30 \text{ s.}$$

(A néhány másodperces eltérés a kerekítések miatt nem kerülhető el.)

Külön vizsgálatot igényel a gép ama üzemállapota, amely az egyenletes üzemtől abban különbözik, hogy a hajtóerőnek és az ellenállásnak csak a középpértékei egyenlők, de közülük az egyik (vagy mindkettő) ütemesen változik.

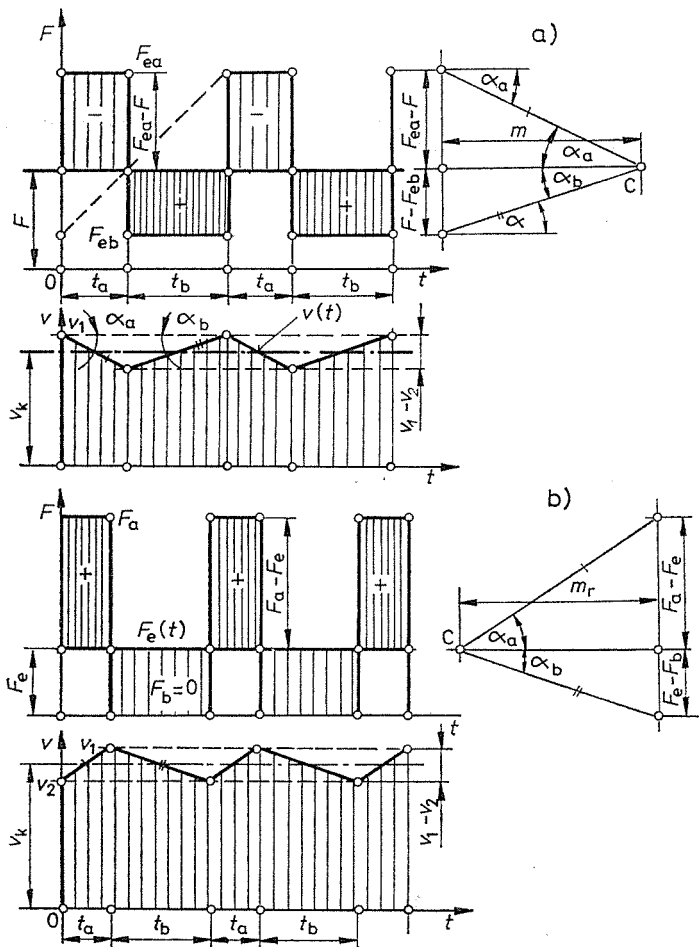
A 2.56. ábrában az erők ütemes (lücktető) változásának legegyszerűbb két esetét szemléltetjük, amikor az a) esetben a terhelés t_a ideig állandó F_{ea} értékről hirtelen lecsökken F_{eb} értékre, t_b idő múlva ismét megnövekszik F_{ea} -ra.

A terhelés e szakaszos változása megfigyelhető az ütemesen dolgozó szerszámgépeken. Így a gyalugép forgácsolás közben F_{ea} terheléssel dolgozik, az ezt követő szünetben csak a súrlódás ad F_{eb} terhelést. Ütemesen változik a lyukasztógép vagy a dugattyús szivattyú terhelése is.

A b) esetben a terhelés állandó, de a hajtóerő dolgozik „kihagyással” oly módon, hogy egy t_a ideig tartó üzemszakasz után egy t_b ideig tartó üzemszünet áll be, amelynek folyamán $F_b = 0$.

A 2.56. ábrából világosan kitűnik, hogy az erők ábrája a gyorsítóerők időbeli változását is szemlélteti.

Az $F_d = F - F_e$ ordinátametszések előjele szakasról szakaszra változik, tehát a gyorsulást lassulás követi.



2.56. ábra. A gép egyenlőtlen járása

a) ütemesen változó terhelés; b) ütemesen változó hajtóerő

A 2.2.4. pontban a 2.49. ábra kapcsán leírt szerkesztéssel a v sebesség időbeli változása – a gép menetábrája – is felrajzolható.

Így pl. a 2.56a ábrában az $F_e = F_{ea} - F$ lassítóerő az m tömeg sebességét $\alpha_a = \tan \alpha_a = (F_{ea} - F)/m$ lassítással csökkenti.

A lassításra jellemző α_a hajlásszög megszerkesztésével a menetábra első szakaszának hajlását is meghatároztuk. A t_a időtartama alatt a sebesség v_1 -ről v_2 -re csökkent. A lassítás: $\alpha_a = (v_1 - v_2)/t_a$.

A következő t_b időszakban az $F_d = F - F_{eb}$ gyorsítóerő pozitív gyorsulást eredményez, amely az m tömeg sebességét v_2 -ről ismét v_1 -re emeli.

A gyorsítóerő ütemes változása következtében a gép munkasebessége egy **legnagyobb** v_1 és egy **legkisebb** v_2 érték között ingadozik, vagyis a gép járása **egyenlőtlen**é válik.

Minél nagyobb a sebesség ingadozása ($v_1 - v_2$) a sebesség $v_{köz}$ középértékéhez képest, annál nagyobb a gép járásának **egyenlőtlen**ségi foka.

Egyenlőtlen

ségi foknak nevezzük tehát a legnagyobb és a legkisebb sebesség között észlelt különbségnek (vagy ingadozásnak) a középértékre vonatkoztatott viszonylagos értékét:

$$\delta = \frac{v_1 - v_2}{v_{köz}}, \quad \text{ahol} \quad v_{köz} = \frac{v_1 + v_2}{2},$$

vagy

$$\delta = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_{köz}}, \quad \text{ahol} \quad \omega_{köz} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}.$$

A gép járásának egyenlőtlen

sége kedvezőtlenül hat a gép munkájára. Vannak feladatok, amelyek csak rendkívül egyenletes munkasebességgel végezhetők. Ilyen például a vékony fonalakat készítő ún. gyűrűs fonógép munkája, amelynél a munkasebesség megváltozása szálszakadást okoz. Hatványozott mértékben érzik meg a sebességingadozást a villamos gépek is, mert a váltakozóáram periódusszáma a villamos generátor fordulatszámával arányos, így tehát a hálózatra csak a sebességtartó gépek dolgozhatnak párhuzamos üzemben. A villamos izzólámpa fényereje a feszültség függvénye, ez pedig az egyenáramú villamos gépcsoport fordulatszámával ingadozik. A fényerő ütemes ingadozása szemrontó, a hálózati feszültség időszakos növekedése pedig a lámpák élettartamát rövidíti meg.

A gép járásának egyenlőtlen

sége a gyorsított tömeg nagyságától függ. Nagyobb tömeg, ún. **lendítőkerek** alkalmazásával ugyanazok a gyorsítóerők kisebb gyorsulások eredményeznek, és ezzel a sebességingadozás is kisebb lesz.

Ha a gyorsítóerők ütemes változását ismerjük, akkor az *egyenlőtlen*ségi fok megengedhető értékének *előírásával a lendítőkerek méretezhető*. Mennél szigorúbb feltételeket szabunk a munkasebesség egyenletessége tekintetében, annál nagyobb lendítőkerekkel tudjuk ezt az üzemi követelményt kielégíteni.

A dugattyús erőgépek lendítőkerekét az egyenlőtlen

ségi fok következő tájékoztató értékeivel szokás méretezni: műhely- és malomközlőművekre

$$\delta = \frac{1}{25} \dots \frac{1}{40} \quad (\text{azaz } 4 \dots 2,5 \%);$$

villamos erőmű gépeire

$$\delta = \frac{1}{100} \dots \frac{1}{200} \quad (\text{azaz } 1 \dots 0,5 \%),$$

fonógépekre

$$\delta = \frac{1}{250} \dots \frac{1}{400} \quad (\text{azaz } 0,4 \dots 0,25 \%).$$

A lendítőtömeg méretezésének kérdésére a forgattyús hajtómű üzemi jellemzőinek megismerése után még visszatérünk. De már most rámutatunk arra, hogy az

egyenlőtlenségi fok nemcsak a sebesség ingadozásának viszonylagos értékét fejezi ki, hanem a lendítőtömegben mozgási energia alakjában elraktározható munka nagyságát is meghatározza.

Az m tömeg mozgási energiája ugyanis két szélső értékét a legnagyobb v_1 , ill. a legkisebb v_2 sebességnél veszi fel, vagyis üzem közben a legnagyobb változás:

$$W_{k1} - W_{k2} = \frac{m(v_1^2 - v_2^2)}{2} = m \frac{v_1 + v_2}{2} (v_1 - v_2). \quad (2.55)$$

A (2.55) egyenletből $(v_1 - v_2) = \delta v_{köz}$ és $(v_1 + v_2)/2 = v_{köz}$ helyettesítése után írható:

$$W_{k1} - W_{k2} = m v_{köz}^2 \delta \quad \text{J.} \quad (2.56)$$

Ez az összefüggés a $v_{köz}$ közepes munkasebességhez tartozó $W_{k\text{ köz}} = m v_{köz}^2 / 2$ közepes üzemi mozgási energia bevezetésével úgy is fogalmazható, hogy a lendítő-tömeg tárolóképeségét az üzemi mozgási energia és az egyenlőtlenségi fok (kétszeres) szorzata határozza meg. ($W_{k\text{ köz}}$ itt nem számtani középárányos.)

Írható ugyanis: $W_{k1} - W_{k2} = 2W_{k\text{ köz}} \delta$ vagy

$$\delta = \frac{W_{k1} - W_{k2}}{2W_{k\text{ köz}}}. \quad (2.57)$$

A gép tömegeinek energiaváltozását pontosan meghatározza az a munkafelesleg (vagy munkahiány), amely az erők ütemes változásából is kiszámítható, azaz $W_{k1} - W_{k2} = W_{12}$.

A lendítőkerék méretezéséhez tehát a (2.56) egyenlet használható, ha e munkának az üzemközben előforduló legnagyobb értékét behelyettesítjük. Ennek elraktározása okozza ugyanis a legnagyobb sebességingadozást.

2.53. példa. Egy szerszámgép tengelyének közepes fordulatszámja $n_{köz} = 150 \text{ min}^{-1}$, azaz $2,5 \text{ s}^{-1}$. A terhelés ütemes változását a 2.56a ábra szemlélteti. Eszerint az ütemesen változó terhelés – a $D = 2,2 \text{ m}$ átmérőjű lendítőkerék kerületén mérve – $t_a = 2 \text{ s}$ időtartam alatt $F_{ea} = 1,2 \text{ kN}$ és az ezt követő $t_b = 3 \text{ s}$ időtartam alatt $F_{eb} = 0,2 \text{ kN}$ (üresjárat).

A hajtóerő mindvégig egyenletes, és a terhelések középértékével tart egyensúlyt.

$$F = F_{e\text{ köz}} = \frac{F_{ea} t_a + F_{eb} t_b}{t_a + t_b} = \frac{1,2 \text{ kN} \cdot 2 \text{ s} + 0,2 \text{ kN} \cdot 3 \text{ s}}{(2+3) \text{ s}} = 0,6 \text{ kN}.$$

A lendítőkerék koszorújának tömege $m = 240 \text{ kg}$, közepes kerületi sebessége pedig

$$v_{köz} = \pi D n_{köz} = \pi \cdot 2,2 \text{ m} \cdot 2,5 \text{ s}^{-1} = 17,3 \text{ m/s}.$$

A lendítőtömeg kerületi lassulása a t_a időszakaszban működő $F_1 = F_{ea} - F = (1,2 - 0,6) \text{ kN} = 600 \text{ N}$ lassítóerő hatására

$$a_a = \frac{F_{ca} - F}{m} = \frac{600 \text{ N}}{240 \text{ kg}} = 2,5 \text{ m/s}^2.$$

A sebességcsökkenés tehát $t_a = 2 \text{ s}$ alatt

$$v_1 - v_2 = a_a t_a = 2,5 \text{ m/s}^2 \cdot 2 \text{ s} = 5 \text{ m/s}.$$

Az egyenlőtlenségi fok pedig

$$\delta = \frac{v_1 - v_2}{v_{köz}} = \frac{5 \text{ m/s}}{17,3 \text{ m/s}} = 0,29, \quad \text{azaz} \quad \delta = 29\%.$$

Az adott esetben tehát a gép járása nagy egyenlőtlenséget mutat. A legnagyobb és a legkisebb sebesség abból a megfontolásból adódik, hogy a sebesség középértékét a határértékek számtani középátlósából számítjuk:

$$v_1 = v_{köz} + \frac{v_1 - v_2}{2} = 17,3 \text{ m/s} + 2,5 \text{ m/s} = 19,8 \text{ m/s};$$

$$v_2 = v_{köz} - \frac{v_1 - v_2}{2} = 17,3 \text{ m/s} - 2,5 \text{ m/s} = 14,8 \text{ m/s}.$$

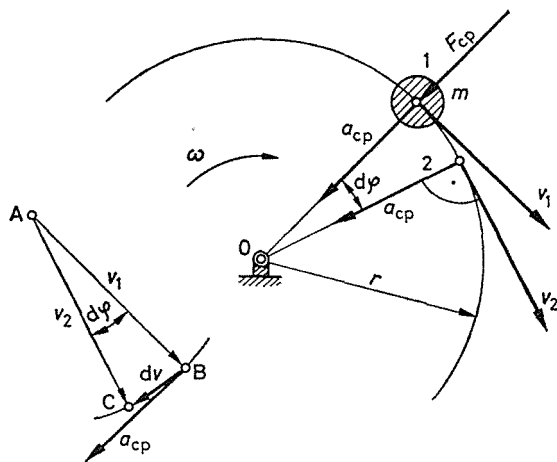
Az üresjárás t_b időtartamára megismételt számítással igazolható, hogy a kerületi sebesség ezalatt v_2 -ről ismét felgyorsul a kezdeti v_1 értékre.

2.2.9. Az egyenletes körmozgás. A centripetális gyorsulás és a centripetális erő

Eddigi vizsgálatainkat oly gyorsulásokra korlátoztuk, amelyek a sebesség irányába esnek. Ilyenkor a sebesség és a gyorsulás vektora a pálya érintőjébe esik, és a **sebesség nagysága változik meg**.

Sebességváltásnak kell minősíteni azonban **a sebesség irányának megváltozását is**. A tömeg – tehetetlenségénél fogva – a sebesség mindenfajta változásának ellenszegül, mert sebességének nemcsak nagyságát, hanem irányát is megtartani igyekszik. Erőnek kell tehát ébrednie a tömegben akkor is, ha az *görbe pályán egyenletes sebességgel* halad végig, amikor tehát a sebesség nagysága állandó marad, és csak az iránya változik meg.

A legegyszerűbb ilyen mozgás az r sugarú körpályán keringő m tömeg ún. **egyenletes körmozgása**, amelynek gyorsulását a 2.57. ábra jelöléseivel a következőképpen lehet kiszámítani.



2.57. ábra. A centripetális gyorsulás és a centripetális erő

Az (állandó) ω szögsebességgel keringő tömeg kerületi sebessége $v = r\omega$, amelynek iránya dt idő alatt $d\varphi$ szögelfordulást szenved. A 2.57. ábra szerint ugyanis a tengely szögelfordulása $d\varphi = \omega dt$, amely a sugárra merőleges v_1 és v_2 vektor szögelfordulását is meghatározza. (Vö. az ABC vektorháromszöggel, amelyet úgy kapunk, hogy a v_1 és a v_2 vektort irányra és nagyságra helyesen a közös A pontból rajzoljuk fel.)

Az ABC vektorháromszögből megállapítható, hogy a v_2 sebességi vektor a v_1 és a dv vektorok eredője, vagyis az eredeti v_1 sebességhez annak dv változását kell vektorialisan hozzáadni, hogy a

megváltozott v_2 sebességet kaphassuk. A $d\varphi$ kis értéke miatt annak nagyságát a BC húr helyett BC ív is kifejezi, amelyet $|v_1| = |v_2| = v$ sugarú körön mérünk. Írható:

$$dv = v d\varphi.$$

E dv sebességváltozásnak a dt időre eső értékéből az időegységre vonatkoztatott a_{cp} gyorsulás is kiadódik, amelynek értéke

$$a_{cp} = \frac{dv}{dt} = \frac{v d\varphi}{dt} = v\omega \quad \text{m/s}^2.$$

A 2.57. ábrából az is megállapítható, hogy az ABC szög a $d\varphi$ szög kisebbitésével mindjobban közeledik a derékszöghöz. A dv sebességváltozás irányába eső a_{cp} gyorsulás tehát a sebesség vektorára merőleges, vagyis a kör középpontja felé irányul.

Azt, hogy az a_{cp} gyorsulás a változatlan nagyságú v sebességre csakis merőleges lehet, úgy bizonyítjuk be, hogy a merőlegestől eltérő irányú gyorsulást veszünk fel, amelynek a sebesség irányába (tehát a pálya érintőjébe) eső összetevője is van. A gyorsulásnak ez a pálya irányába eső összetevője azonban – mint tudjuk – a sebesség nagyságát is megváltoztatná, tehát annak csak nulla lehet az értéke.

Az egyenletes körmozgás gyorsulása sugárirányban a középpont felé mutat. Neve centripetális gyorsulás, nagysága pedig a kerületi sebesség és a szögsebesség között fennálló összefüggés ($v = r\omega$ vagy $\omega = v/r$) helyettesítéssel

$$a_{cp} = v\omega = r\omega^2 = \frac{v^2}{r} \quad \text{m/s}^2. \quad (2.58)$$

A centripetális gyorsulás eszerint a szögsebesség négyzetével (és ennél fogva a kerületi sebesség négyzetével) arányos.

A centripetális gyorsulást létrehozó gyorsítóerő, az ún. **centripetális erő** szintén a középpont felé mutat:

$$F_{cp} = mr\omega^2 = m \frac{v^2}{r} \quad \text{N}. \quad (2.59)$$

Figyelmet érdemel, hogy a centripetális erő mindaddig saját irányában elmozdulást nem okozhat, és ennél fogva **munkát sem végez, amíg a körpálya sugara változatlan.**

A centripetális erő kényszeríti a keringő tömeget a körpálya sugarának tartására. A körpálya kialakításától függően a centripetális erő lehet kötélérő, rúderő, súrlódási erő vagy pályareakció. (Vö. a 2.54.–2.60. példával.)

A tömeget a forgástengelyhez kapcsoló elem elszakadása pillanatában nincsen többé gyorsító- (centripetális) erő, tehát megszűnik a gyorsulás. A tehetetlen tömeg tehát ilyenkor a pálya érintőjébe eső sebességével hagyja el a körpályát.

Centripetális erő szükséges a tömeg gyorsításához akkor is, ha nem zárt körpályán kering, hanem a tetszőleges alakú görbe pályát változó sebességgel futja be. Ilyenkor a centripetális gyorsulást a pálya bármelyik pontjában a v sebesség és az r görbületi sugár (2.58) szerint szintén egyértelműen meghatározza.

2.54. példa. Egy $k = 400$ mm hosszú forgattyúkar végére $m = 1,5$ kg-os tömeget helyezünk. Fordulatszama $n = 120 \text{ min}^{-1} = 2 \text{ s}^{-1}$. A szögsebessége $\omega = 2\pi n = 12,56 \text{ rad/s}$ ($\omega^2 = 157 \text{ s}^{-2}$). A centripetális erő tehát

$$F_{cp} = mk\omega^2 = 1,5 \text{ kg} \cdot 0,4 \text{ m} \cdot 157 \text{ s}^{-2} = 94,2 \text{ N}.$$

A centripetális gyorsulás pedig

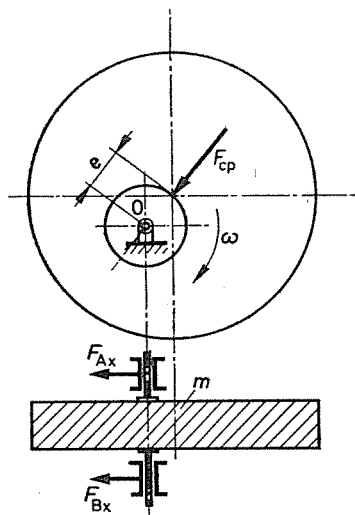
$$a_{cp} = k\omega^2 = 0,4 \text{ m} \cdot 157 \text{ s}^{-2} = 62,8 \text{ m/s}^2.$$

A centripetális gyorsulásból a centripetális erő úgy is kiszámítható, hogy az $x = a_{cp}/g$ arány-
számot állapítjuk meg, vagyis azt, hogy a centripetális gyorsulás hányszorosa a nehézségi gyorsulásnak. Az adott esetben

$$x = \frac{a_{cp}}{g} = \frac{62,8 \text{ m/s}^2}{9,81 \text{ m/s}^2} = 6,4.$$

A centripetális erő annyiszorosa a testre ható súlyerőnek, mint ahányszorosa a centripetális gyorsulás a nehézségi gyorsulásnak.

2.55. példa. Igen nagy a centripetális erő egy gyorsan forgó korong esetében is, ha azt – a 2.58. ábra szerint – hibásan ékeljük fel, vagyis, ha súlypontja (e külpontossággal) kiesik a forgástengelyből.



2.58. ábra. A külpontosan (excentrikusan) felékelt korongot terhelő erők

Ha a tárcsa tömege $m = 20 \text{ kg}$, külpontossága $e = 5 \text{ mm}$, fordulatszama $n = 2880 \text{ min}^{-1} = 48 \text{ s}^{-1}$, akkor a súlypont kerületi sebessége

$$v = 2e\pi n = 2 \cdot 0,005 \text{ m} \cdot \pi \cdot 48 \text{ s}^{-1} = 1,51 \text{ m/s},$$

a centripetális gyorsulás tehát

$$a_{cp} = \frac{v^2}{e} = \frac{2,3 \text{ m}^2/\text{s}^2}{0,005 \text{ m}} = 460 \text{ m/s}^2,$$

a centripetális erő pedig:

$$F_{cp} = ma_{cp} = 20 \text{ kg} \cdot 460 \text{ m/s}^2 = 9200 \text{ N} = 9,2 \text{ kN}.$$

Ez a rendkívül nagy erő a csapágyakat terheli folytonosan változó irányban. Ha pl. ennek az n fordulatszámmal körben forgó erőnek a vízszintes összetevőjét vizsgáljuk, akkor azt találjuk, hogy az minden fél fordulatban megváltoztatja irányát, tehát az adott esetben *másodpercenként 96-szor*. Ilyen rázóerők keletkezését a gyorsan forgó korongok tömegének igen gondos kiegyensúlyozásával kell megakadályozni, mert ellenkező esetben a heves rázórezgések az üzem fenntartását lehetetlenné teszik.

2.56. példa. Egy függőleges tengely körül forgó vízszintes korongra helyezett m tömegű test mindaddig körpályán mozog, amíg az $F_s = \mu mg$ nagyságú súrlódás a körpályán tartja.

A 2.59. ábra jelöléseivel a test sugárirányú elmozdulása csak akkor lehetséges, ha az F_{cp} centripetális erő az F_s súrlódási erő nagyságát eléri, azaz $F_{cp} = F_s$. A határesetre felírható:

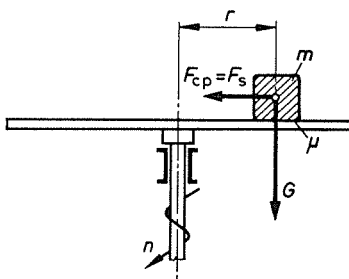
$$m r \omega_0^2 = \mu m g,$$

és ebből a mértékadó szögsebesség $\mu = 0,1$ és $r = 0,5$ m értékkel

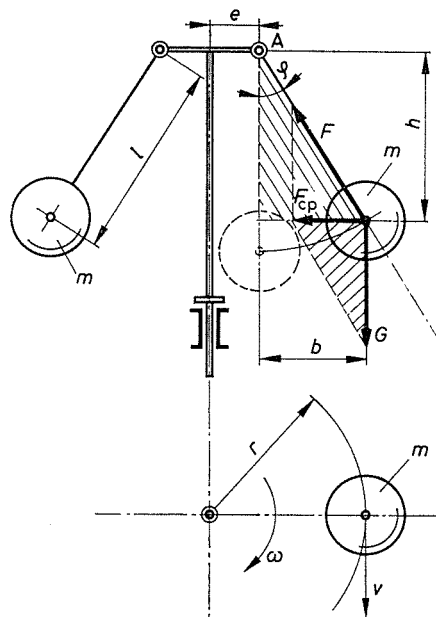
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu g}{r}} = \sqrt{\frac{0,1 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{0,5 \text{ m}}} = 1,4 \text{ rad/s.}$$

Az adott esetben tehát a test akkor kezd csúszni, amikor a korong fordulatszáma eléri a következő határértéket:

$$n_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1,4 \text{ rad/s}}{2\pi} = 0,22/\text{s} = 13,2 \text{ min}^{-1}.$$



2.59. ábra. A súrlódási erő mint centripetális erő



2.60. ábra. Centrifugális inga

2.57. példa. A 2.60. ábra ún. **centrifugális inga** vázlatos elrendezését szemlélteti, amelynek l hosszúságú karra függesztett m tömege az A pont körül kilendülhet. (A centrifugális szabályozókon egymással szemben két ingát találunk.) Független tengely körül ω szögsebességgel forgatott centrifugális inga karja akkora φ szöggel fog kilendülni, hogy a kar irányú F erő és a $G = mg$ súlyerő eredője az F_{cp} centripetális erőt adja eredményül.

(Amíg forgás nincs ($\omega = 0$), az inga a G súlyerő hatására függőlegesen helyeztetben marad, vagyis a súlyerő hatásvonala az A ponton megy át.)

Az ábrán vonalkázott két derékszögű háromszög hasonlóságából tehát írható:

$$\frac{F_{cp}}{G} = \frac{b}{h}, \quad \text{amiből} \quad F_{cp} = m r \omega^2 = \frac{b}{h} G = \frac{b}{h} m g.$$

Az egyensúlyfeltételt a *forgatónyomatékok egyenlőségéből* is felírhatjuk. Az A pont körül forgató bG és hF_{cp} nyomaték egyenlő, azaz $bG = hF_{cp}$.

Az adott esetben $e = 50$ mm, $b = 150$ mm, $h = 250$ mm és $r = e + b = 200$ mm. Az ingának e helyzetében egyensúlyt biztosító ω szögsebesség (a fenti egyenlőségből):

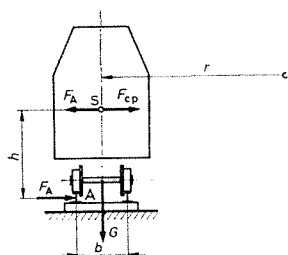
$$\omega = \sqrt{\frac{bg}{hr}} = \sqrt{\frac{0,15 \text{ m} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{0,25 \text{ m} \cdot 0,2 \text{ m}}} = 5,42 \text{ rad/s.}$$

A fordulatszám pedig

$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{5,42 \text{ rad/s}}{2\pi} = 0,865 \text{ s}^{-1} = 52 \text{ min}^{-1}.$$

2.58. példa. Az $r = 60$ m sugarú vízszintes pályaívet $v = 36$ km/h (azaz 10 m/s) sebességgel befutó $m = 15$ Mg = 15 t tömegű vasúti kocsi körmozgását létesítő, a súlypontban ható centripetális erő a 2.61. ábra szerint

$$F_{\text{cp}} = \frac{mv^2}{r} = \frac{15 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 10^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{60 \text{ m}} = 25 \cdot 10^3 \text{ N} = 25 \text{ kN.}$$



2.61. ábra. Vízszintes pályaíven futó kocsi egyensúlya

Tekintve, hogy a körmozgást létesítő F_A kényszererő a vele azonos nagyságú F_{cp} centripetális erő hatásvonala alatt h távolságban a sínzálon (A pont) jelentkezik, így hF_A nyomatékkal egyensúlyozható ki a két párhuzamos, azonos nagyságú, de nem azonos hatásvonalú erő.

Ez a nyomaték a külső sínzál billenőéle körül kifelé boríthatja a kocsit, ha a h súlypontmagasságtól függő F_{cp}/h billentőnyomaték nagysága eléri a $G = mg$ súlyerőnek a $b/2$ súlyponttávolsággal arányos $Gb/2$ nyomatékát.

Ha a nyomtáv $b = 1400$ mm, akkor az adott esetben megengedhető súlypontmagasság, $h_0 F_{\text{cp}} = Gb/2$ összefüggésből

$$h_0 = \frac{mg}{2F_{\text{cp}}} b = \frac{15 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{2 \cdot 25 \cdot 10^3 \text{ N}} \cdot 1,4 \text{ m} = 4,1 \text{ m.}$$

Ha a súlypontmagasság $h = 2,4$ m, akkor a sebesség v' értékre fokozható, amelynek nagysága a $hF_{\text{cp}} = Gb/2$ egyensúlyból, $F_{\text{cp}} = mv^2/r$ helyettesítéssel és rendezés után felírható:

$$v' = \sqrt{\frac{rgb}{2h}} = \sqrt{\frac{60 \text{ m} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1,4 \text{ m}}{2 \cdot 2,4 \text{ m}}} = 13,1 \text{ m/s} = 47,2 \text{ km/h.}$$

A felborulási veszély csökkentésére a kanyarban haladó kocsi stabilitását a külső sín emeléseivel növeljük.

2.59. példa. A 2.62. ábra szerint az $m = 1,5$ Mg tömegű kocsi olyan $\alpha = 15^\circ$ -os lejtőn fut le, amely $r = 10$ m sugarú ívvel megy át a vízszintesbe. Mindaddig, amíg a kocsi a $\mu_g = 0,05$ ellenállású pályának egyenes szakaszán fut le, a pályaellenállás állandó marad. Nagysága:

$$F_{g0} = \mu_g mg \cos \alpha = 0,05 \cdot 1,5 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 714 \text{ N.}$$

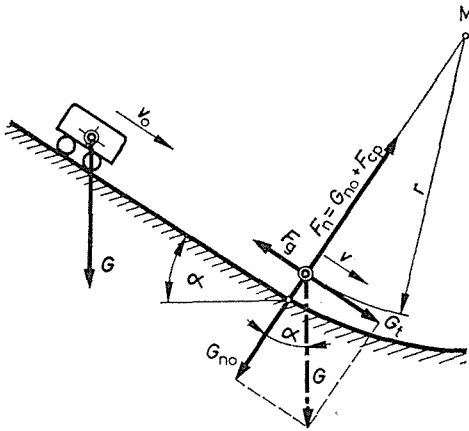
Mihelyt a pálya ívbe megy át, a pályareakciót az F_{cp} erő megnöveli ($F_n = G_{n0} + F_{\text{cp}}$). Ha a kocsi sebessége ebben a pontban $v = 6$ m/s, akkor a centripetális erő

$$F_{\text{cp}} = m \frac{v^2}{r} = \frac{1,5 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 6^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{10 \text{ m}} = 5,4 \cdot 10^3 \text{ N} = 5,4 \text{ kN.}$$

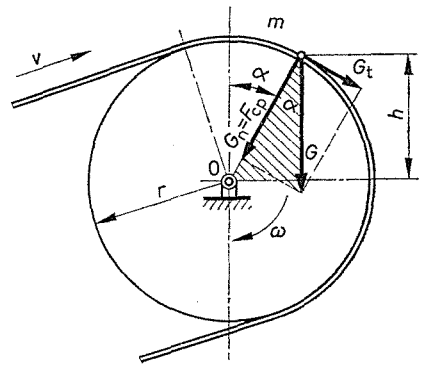
A megnövekedett pályareakció arányában a pályaelenállás is nagyobb lesz. Nagysága:

$$F_g = \mu_g(mg \cos \alpha + F_{cp}) = 0,05(1,5 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 + 5,4 \cdot 10^3 \text{ N}) = 1 \cdot 10^3 \text{ N} = 1 \text{ kN}.$$

2.60. példa. A 2.63. ábrán egy gabona-(homok-)szállító berendezésszállítószalagjának $r = 250 \text{ mm}$ sugarú dobja látható, amely a végetlenített hevedert (a szíjhajtáshoz hasonlóan) $v = 1,5 \text{ m/s}$ sebességgel hajtja. A súrlódás a hevederre adagolt m tömegű anyagszemeket ugyanezzel a sebességgel a dob kerületén továbbítja mindaddig, amíg a 2.63. ábrán rajzolt helyzetben a súlyerő pályára merőleges G_n összetevője már nem képes a körmozgás létrehozásához szükséges centripetális erőt biztosítani. Amíg ugyanis a súlyerő normális összetevője nagyobb mint a centripetális erő, az m tömeg körpályát ír le a dobon.



2.62. ábra. Íves lejtőn lefutó kocsí és a pályát merőlegesen nyomó erők



2.63. ábra. A súlyerő mint centripetális erő

Mihelyt a súlyerő sugárirányú összetevője – mint centripetális erő – annyira kisebbedik, hogy az előírt körpálya leírásához szükséges centripetális gyorsulást adni már nem tudja, a szem a szalagról leválik, és – érintőleges v sebességét megtartva – a ferde hajítás törvénye szerint futja be pályáját.

A leválás helyét a 2.63. ábra jelöléseivel az α szög vagy a tengely fölött mért h magasság jellemezheti.

A leválás feltétele (a valóság leegyszerűsítésével):

$$G_n = mg \cos \alpha = F_{cp} = m \frac{v^2}{r},$$

amiből a $h = r \cos \alpha$ összefüggés felhasználásával rendezés után írható:

$$h = \frac{v^2}{g} = \frac{1,5^2 \cdot \text{m}^2/\text{s}^2}{9,81 \text{ m/s}^2} = 0,23 \text{ m} = 230 \text{ mm}.$$

Figyelemre méltó, hogy a h leválási magasság a dob átmérőjétől (sugarától) független, és csak a v sebességtől függ.

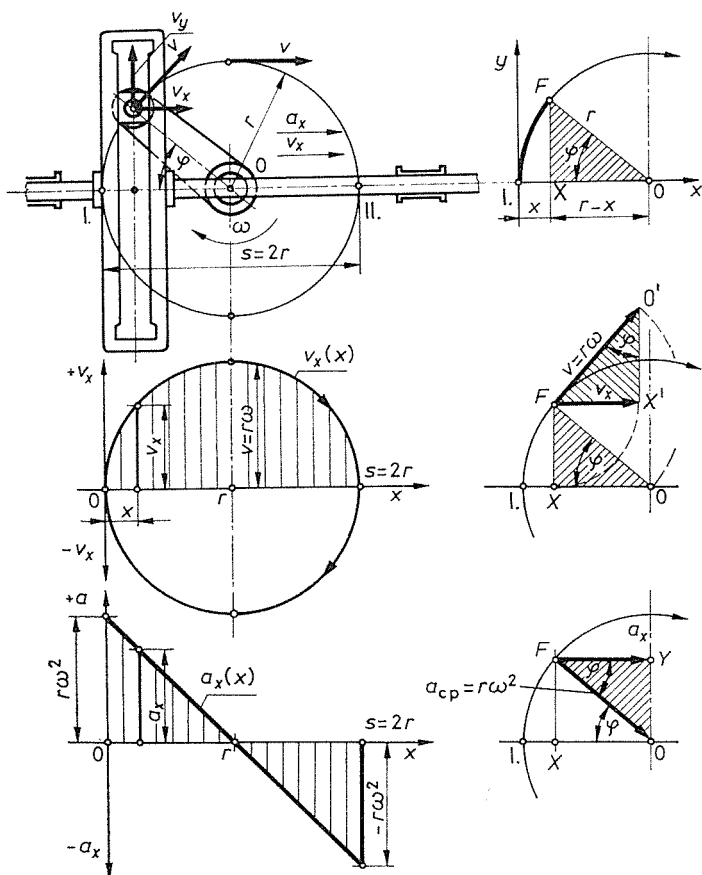
2.2.10. A forgattyús hajtómű

A gépek nagy csoportja **ide-oda lengő** mozgás alakjában szolgáltatja, ill. végzi munkáját. Így például a belsőégésű motor dugattyúja a henger belsejében az ún. holtpontokkal határolt egyenes pályát fut be váltakozó irányban. Haladó mozgást

végez a dugattyús szivattyú és a légsűrítő dugattyúja, továbbá a keretfűrész, a harántgyalu és sok más szerszám gép is, azzal a különbséggel, hogy ezek — a dugattyús erőgépekkel ellentétben — munkát fogyasztó gépek.

Ez az **egyenes vonalú lengő mozgás** az ún. **forgattyús hajtóművel** valósítható meg, és a forgattyúcsap egyenletes körmozgásából származtatható.

A forgattyús hajtóműnek a mozgástörvények szempontjából a legegyszerűbb változata az ún. **kulisszás hajtómű** (egykulisszás hajtómű, 2.64. ábra).



2.64. ábra. Kulisszás hajtómű

A 2.64. ábra jelöléseivel az r sugarú körpályán (forgattyúkör) keringő F forgattyúcsap elmozdulásának vízszintes vetületét viszi át a függőleges csúszóvezetékkel készített **kulissza** a dugattyúrúdra, mert a forgattyúcsapot körülfogó ún. **kulisszakő** függőleges irányban fel-alá csúszik, és csak vízszintes erőket tud átvenni.

A kulissza középsíkjának két szélső helyzetét a forgattyúkör vízszintes átmérőjén kijelölhető I. és II. holtpont írja elő, távolságuk az s lökethossz.

A forgattyús hajtómű lökethossza a forgattyúsugár kétszerese ($s = 2r$). Ezt az s utat a hajtómű a tengely minden fél fordulata alatt egyszer futja be, és pedig váltakozó irányban, úgyhogy egy teljes fordulat után a kulissza a II. holtpontból kiindulási helyére (azaz az I. holtpontba) érkezik vissza.

A hajtómű elmozdulását a forgattyúkarnak az I. holtpontból kiinduló φ szögelfordulásával jellemezzük, mert az egyenletes ω szögsebességgel körülforgó forgattyú – mint óramutató – az időt is mutatja. Az egyenletes ω szögsebességgel t idő alatt lért φ szögből ugyanis a szögsebesség $\omega = \varphi/t$, ebből írható:

$$\varphi = \omega t \quad \text{és} \quad t = \frac{\varphi}{\omega}. \quad (2.60)$$

Ha egy teljes körülforgás ideje T , akkor $t = T$ idő alatt a szögelfordulás $\varphi = 2\pi$, és ezzel

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{s.} \quad (2.61)$$

A körülfordulás ideje a tengely fordulatszámából is kiszámítható. Mínt hogy egy másodpercből egy fordulatra $1/n$ másodperc jut, tehát írható:

$$T = \frac{1}{n} \quad \text{s.} \quad (2.62)$$

A szögelfordulás közben a forgattyúcsap a körpályán $s_\varphi = r\varphi$ utat (ívet) fut be. Ennek x vetületét viszi át a kulissza a hajtóműre. A 2.64. ábrából egyszerű szemlélettel megállapítható, hogy az I. holtponttól mért kimozdulás:

$$x = r - r \cos \varphi.$$

A dugattyúmozgás időbeli változását kifejező egyenlet tehát a (2.60) egyenlet felhasználásával:

$$x = r(1 - \cos \omega t). \quad (2.63)$$

Az útnak idő szerinti első és második differenciálhányadosa a v_x dugattyúsebességet, ill. az a_x dugattyúyorsulást közvetlenül is meghatározza. A függvényábra felrajzolását megkönnyíti, ha helyett a szemléletesebb utat választjuk, és a körmozgás jellemzőiből indulunk ki.

Mínt hogy a kulissza a forgattyúcsap sebességének csak vízszintes v_x vetületét tudja átvinni, tehát a $v = r\omega$ (állandó) kerületi sebesség v_x vetülete a 2.64. ábrán vonalkázott $FO'X'$ derékszögű háromszögből:

$$v_x = v \sin \varphi = r\omega \sin \omega t. \quad (2.64)$$

Ha a szögekhez tartozó (x, v_x) értékpárokat: $v_x = v_x(x)$ alakú függvényábrán bejelöljük, akkor általánosságban **ellipszist** kapunk, amely megfelelő méretarányban – pl. $\omega = 1$ rad/s felvétellel – **körrel** ábrázolható.

Ha ugyanis a 2.64. ábra jelöléseivel a $v = r\omega$ kerületi sebességet az r sugár mérőhosszával rajzoljuk meg, azaz $FO' = FO$, akkor az $FO'X'$ és FOX derékszögű háromszögek egybevágók és a v_x sebesség jellemzésére az FX ordinátametszék is felhasználható. Mínt hogy pedig az F pont az r sugarú kör kerületén fekszik, az I. holtpontból mért abszcisszatávolsága pedig x , tehát a $v_x = v_x(x)$ függvényábrát a választott méretarányban maga a körpálya adja.

A dugattyúsebesség legnagyobb értékét $\varphi = 90^\circ$ -os forgattyúállásnál éri el, amikor az megegyezik a kerületi sebességgel, azaz

$$v_{x \max} = v = r\omega, \quad \text{ha} \quad \varphi = 90^\circ.$$

A holtpontokban ($\varphi = 0^\circ$ és $\varphi = 180^\circ$) a dugattyúsebesség nulla ($v_x = 0$).

A dugattyú a_x gyorsulása a forgattyúcsap centripetális gyorsulásából származtatható, mert ennek is csak vízszintes vetülete vihető át a kulisszára. $a_{cp} = r\omega^2$ értékkel, a 2.64 ábra alsó képe szerint a vízszintes vetület

$$a_x = a_{cp} \cos \varphi = r\omega^2 \cos \omega t. \quad (2.65)$$

Egyszerű szemlélettel is megállapítható, hogy a dugattyú gyorsulása a holtpontokban a legnagyobb, és $\varphi = 90^\circ$ -os forgattyúállásban nulla ($a_x = 0$). A dugattyú a löket első felében gyorsul, azután mindvégig lassul.

A legnagyobb (holtpon) gyorsulás

$$a_{x \max} = r\omega^2, \quad \text{ha} \quad \varphi = 0^\circ.$$

A legnagyobb lassulás

$$-a_{x \max} = -r\omega^2, \quad \text{ha} \quad \varphi = 180^\circ.$$

A dugattyúgyorsulás $a_x = a_x(x)$ alakú függvényábrája a löket függvényében ferde egyenes, amely a lökethossz közepén ($x = r$ pontban) metszi az abszcisszatengetelyt.

Az $a_x = a_x(x)$ egyenes egyenletét a (2.65) és a (2.63) egyenlet összevonásával a következő alakban kapjuk:

$$a_x = \omega^2(r-x).$$

A (2.61)–(2.63) egyenlet alapján a dugattyúút, dugattyúsebesség és dugattyúgyorsulás **időbeli változása** is függvényábrával szemléltethető. Erre az ábrázolásra még később visszatérünk, itt csak annyit jegyünk meg, hogy e szinusz- és koszinuszgörbék az idő helyett a szögelfordulás (forgattyúállás) függvényében is felrajzolhatók.

A kulisszás hajtómű helyett a gyakorlatban a forgattyús hajtóműnek a 2.65. ábrán vázolt kiviteli alakjai terjedtek el, amelyeknél a **forgattyúcsap** körmozgását az ún. **hajtórúd** viszi át az egyenesben vezetett **keresztfejre**.

A hajtórúd egyik feje a forgattyú csapját fogja körül, a másik rúdfeje a keresztfej csapja körül fordulhat el. A keresztfej **csúszóvezetéke** a hajtórúd K pontját egyenes pálya befutására kényszeríti, miközben a rúd másik, F végpontja a forgattyúcsap körpályáját írja le.

A 2.65. ábra a forgattyústengely néhány kiviteli változatát szemlélteti.

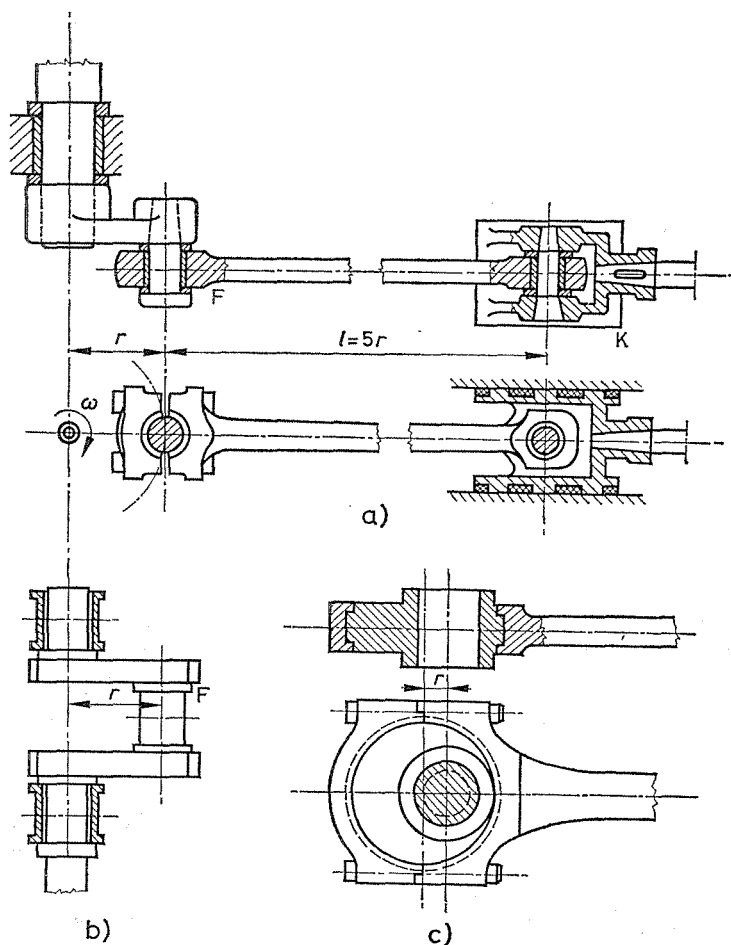
A 2.65a ábra egy gőzgép főtengelyének **végforgattyúját** szemlélteti. A 2.65b ábrán egy gázmotor ún. **könyökös tengelye** látható, amelyet *mindkét oldalon* csapágy támaszt alá. Ez utóbbi változat részarányos elrendezésénél fogva **nagyobb erők átvitelére** alkalmas.

A 2.65c ábra a forgattyúnak egy különleges alakját, a **körhagytárcsát** (vagy **excentert**) szemlélteti, amely igen **kis forgattyúsugarak** megvalósítására alkalmas. A forgattyúcsap átmérőjét oly nagyra választjuk, hogy a tengelyt teljesen körül foghassa. A nagy súrlódási veszteségek miatt csak **kis erők átvitelére** (vezérlőművek mozgására) használatos.

A forgattyús hajtómű mozgástörvényei a hajtórúd l hosszúságától nem függetlenek. Mennél hosszabb a hajtórúd a forgattyúsugarhoz viszonyítva (azaz mennél nagyobb l/r), annál kisebb **torzítással** követi a keresztfej a forgattyúcsap vetületének azokat a mozgástörvényeit, amelyeket a kulisszás hajtóműre szabatosan levezettünk.

Hússzoros hajtórúdhosszúság (azaz $l/r = 20$) a gyakorlatban már elhanyagolható torzítást ad, vagyis jól megközelíti az elméletileg csak végtelen hosszúságú hajtórúddal megvalósítható viszonyokat ($l/r = \infty$).

A végtelen hajtórúd feltételezésével levezethető eredményeket a (2.61) – (2.63) egyenletből már megismertük. A 2.66. ábra a véges hajtórúd torzító hatását szemlélteti, amely a dugattyús erőgépeknél elfogadott ötszörös hajtórúd – forgattyúsugar arányra ($l/r = 5$) vonatkozik.



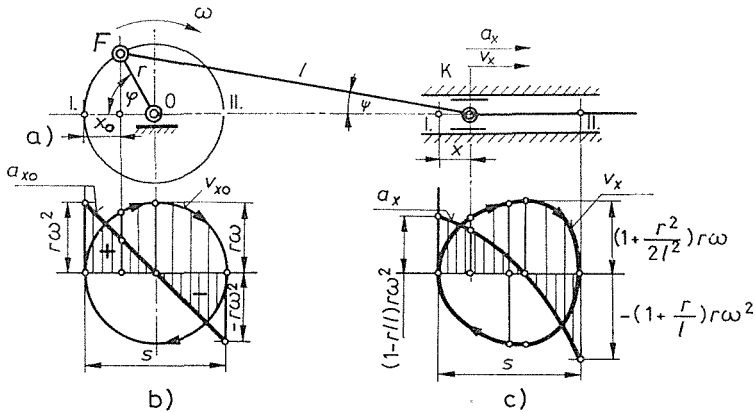
2.65. ábra. Forgattyús hajtómű

a) végforgattyú; b) könyökös tengely; c) körhagyótárcsa (excenter)

A 2.66b ábrán az egyenes körmozgásból merőleges vetítéssel (kulisszás hajtóművel vagy végtelen hajtórúddal) megvalósítható lengő mozgás x_0 útját, v_{x0} sebességét és a_{x0} gyorsulását ábrázoltuk (vö. a 2.64c ábrával), hogy a véges hajtórúddal kapcsolt keresztfej mozgástörvényeit szemléltető 2.66c függvényábrával szembeállítsuk. A keresztfej x kimozdulása a hajtórúd elferdülése miatt nem azonos az x_0 vetülettel (az x út szerkesztéssel könnyen meghatározható, mert az $FK = l$ hajtórúdhosszúság változatlan marad).

Az ábrából azonban megállapítható az is, hogy a keresztfej útja, az ún. lökethossz véges hajtórúd esetében is a forgattyúsugar kétszerese ($s = 2r$).

Torzítást találunk a $v_x = v_x(x)$ sebesség függvényábráján oly értelemben, hogy a keresztfejsebesség legnagyobb értéke ($l/r = 5$ -nél) kb. 2 %-kal meghaladja a csap kerületi sebességét és



2.66. ábra. A forgattyús hajtómű mozgástörvényei

a maximum helye is eltolódik. Ezzel megváltozik az $a_x = a_x(x)$ függvényára alakja is, amely a keresztfejgyorsulások holtponti értékeiben mutatja a legnagyobb eltérést, amennyiben a véges hajtórúd esetére

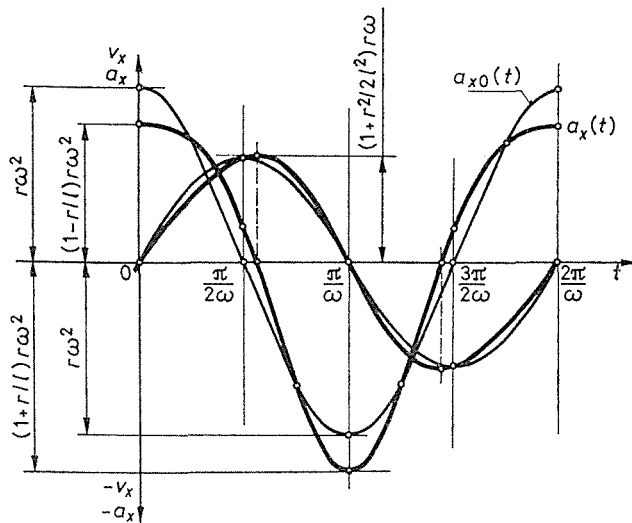
$$a_x = (1+r/l)r\omega^2 = (1+r/l)v^2/r.$$

Ötszörös hajtórúdarányra tehát ($r/l = 0,2$ értékkel) a keresztfejgyorsulás legnagyobb értékei: az I. holtpontban $(a_x)_I = 0,8r\omega^2$, a II. holtpontban pedig $(a_x)_{II} = 1,2r\omega^2$.

A keresztfejgyorsulás tehát az adott esetben 20%-kal lépi túl a centripetális gyorsulás értékét. A holtponti gyorsulások aránya pedig

$$\frac{(a_x)_{II}}{(a_x)_I} = \frac{l+r}{l-r} = \frac{5+1}{5-1} = 1,5.$$

Meg kell jegyezni, hogy a keresztfejsebesség és a keresztfejgyorsulás függvényábrái tetszőleges l/r rúdarányra szabatosan megszerkeszthetők.



2.67. ábra. A keresztfej sebességének és gyorsulásának időbeli változása

A sebesség és a gyorsulás időbeli változását a 2.67. ábra szemlélteti. A vékony vonallal kihúzott görbék a végtelen hajtórúdra vonatkoznak. Ebből az ábrából is kitűnik, hogy ötszörös rúdaránynál ($l/r = 5$) a sebességek torzulása jelentéktelen, de a gyorsulásokban mutatkozó eltérések már nem hagyhatók figyelmen kívül.

A forgattyús hajtómű a keresztfejhez kapcsolt m_x tömeget a két holtponti állással kijelölt pályán lengő mozgásra kényszeríti. E kényszerített lengések száma — a másodpercenkénti lengésszám — megegyezik a forgattyútengely fordulatszámával.

A lengésre kényszerített m_x tömeg változó sebességgel futja be pályáját, és ennélfogva a gyorsításhoz erőre van szükség. A gyorsítóerő a tömeg és a gyorsulás szorzatával arányos. Ezt az erőt *lendítőerőnek* szokás nevezni. A lendítőerő

$$F_{dx} = m_x a_x, \quad (2.66)$$

ahol végtelen hajtórúd esetében az a_x gyorsulás nagyságát a (2.65) egyenlet határozza meg. (Véges hajtórúd esetében a 2.66. és 2.67. ábra szemlélteti az a_x gyorsulás változását.)

Dugattyús gépek ide-oda lengő tömege a hajtórúd, a keresztfej, a dugattyúrúd és a dugattyú tömegéből tevődik össze.

2.61. példa. Egy dugattyús gép lökethossza $s = 600$ mm, fordulatszáma $n = 150 \text{ min}^{-1} = 2,5 \text{ s}^{-1}$. A rúdarány $l/r = 5$. A forgattyúsugár $r = s/2 = 300$ mm = 0,3 m, a szögsebesség pedig $\omega = 2\pi n = 2\pi \cdot 2,5 \text{ s}^{-1} = 1,57 \text{ rad/s}$. A forgattyúcsap kerületi sebessége

$$v = r\omega = 0,3 \text{ m} \cdot 1,57 \text{ rad/s} = 4,7 \text{ m/s}.$$

Végtelen hajtórúd esetében ugyanakkora volna a legnagyobb dugattyúsebesség is. A véges hajtórúd 2%-os torzulást okoz, tehát

$$v_{x \text{ max}} = 1,02v = 1,02 \cdot 4,7 \text{ m/s} = 4,8 \text{ m/s}.$$

A dugattyú változó sebességű mozgását $v_{\text{köz}}$ középsebességgel szokás jellemezni (vagyis azzal az átlagos sebességgel, amellyel ugyanazt az utat ugyanannyi idő alatt egyenletesen futná be).

Mínt hogy a dugattyú egy fordulat alatt egyszer oda-vissza jár (tehát $2s$ utat fut be), másodpercenként pedig n fordulatot tesz, a középsebesség

$$v_{\text{köz}} = 2sn = 2 \cdot 0,6 \text{ m} \cdot 2,5/\text{s} = 3,0 \text{ m/s}.$$

A kerületi sebességgel összehasonlítva írható:

$$\frac{v}{v_{\text{köz}}} = \frac{\pi sn}{2sn} = \frac{\pi}{2} = 1,57,$$

vagyis a kerületi sebesség a dugattyú középsebességének $\pi/2$ -szerese.

Az $l/r = 5$ rúdarány növeli a legnagyobb dugattyúsebességet, azaz ilyenkor

$$v_{x \text{ max}} = 1,02 \cdot 1,57 v_{\text{köz}} = 1,6 v_{\text{köz}}.$$

A forgattyúcsap centripetális gyorsulása

$$a_{\text{cp}} = r\omega^2 = 0,3 \text{ m} \cdot 1,57 \text{ s}^{-2} = 74 \text{ m/s}^2.$$

Ugyanezt az eredményt kapjuk a kerületi sebességéből is:

$$a_{\text{cp}} = \frac{v^2}{r} = \frac{4,7^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{0,3 \text{ m}} = 74 \text{ m/s}^2.$$

Ezzel szemben a dugattyú legnagyobb holtponti gyorsulásai $r/l = 0,2$ értékkel:

$$a_{x1} = (1-r/l)r\omega^2 = 0,8 \cdot 74 \text{ m/s}^2 = 59 \text{ m/s}^2$$

és

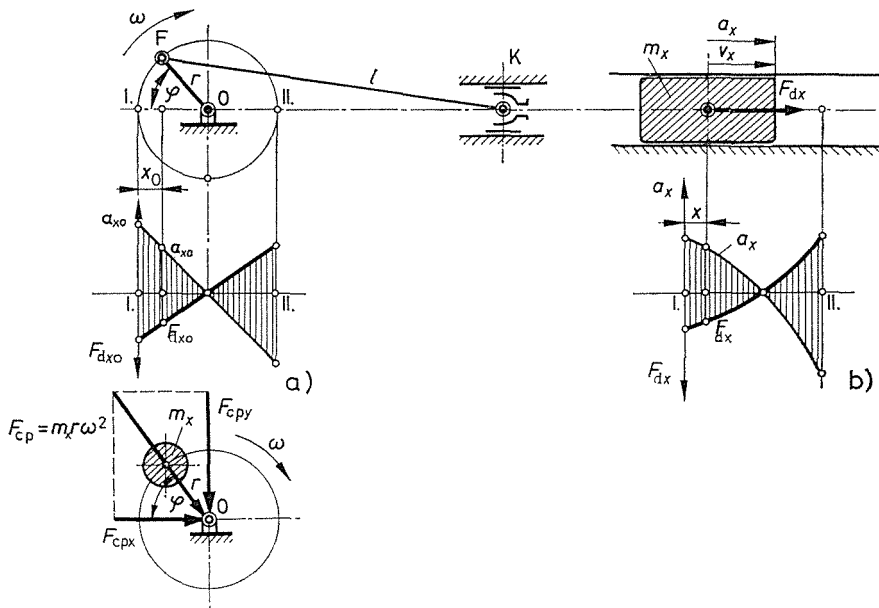
$$a_{xII} = (1+r/l)r\omega^2 = 1,2 \cdot 74 \text{ m/s}^2 = 89 \text{ m/s}^2.$$

A lendítőerők lökethossz menti változását végtelen és véges hajtórúd esetében a 2.68a ábra szemlélteti.

Végtelen hajtórúdas hajtóműnél a holtponti (legnagyobb) lendítőerők nagysága

$$(F_{dx0})_{I, II} = m_x r \omega^2.$$

Összehasonlítva ezt a centripetális erőt kifejező (2.59) egyenlettel, megállapítható, hogy a lendítőerő holtponti nagysága egyenlő a forgattyúcsaphoz kötött tömeg körpályán mozgathatóságához szükséges centripetális erő nagyságával.



2.68. ábra. A lendítőerők változása

a) végtelen; b) véges hajtórúd esetében

Ha tehát az ide-oda lengő m_x tömeget a forgattyúcsapra képzeljük összpontosítva, akkor az F_{dx} lendítőerő az e tömeget terhelő F_{cp} centripetális erőből egyszerű vetítéssel származtatható.

Véges hajtórúd esetében a lendítőerő változásának törvényét a 2.68b ábrán felrajzolt függvényábra szemlélteti.

2.62. példa. A 2.61. példában tárgyalt dugattyús gép ide-oda lengő tömegei $m_x = 220 \text{ kg}$. A forgattyúcsap centripetális gyorsulása $a_{cp} = 74 \text{ m/s}^2$.

A lendítőerő holtponti értéke tehát (végtelen hajtórúd esetén)

$$(F_{dx0})_{I, II} = m_x a_{cp} = 220 \text{ kg} \cdot 74 \text{ m/s}^2 = 16\,280 \text{ N} = 16,28 \text{ kN}.$$

Véges hajtórúd esetében a legnagyobb (holtponti) lendítőerő

$$(F_{dx})_{II} = (1+r/l)(F_{dx0})_{I, II} = 1,2 \cdot 16,28 \text{ kN} = 19,54 \text{ kN}.$$

E példa adataiból is kiderül, hogy a dugattyús gép üzemében a lendítőerők szerepe nagyságuknál fogva is jelentős.

Figyelemre méltó, hogy ezek a gépalapra is átvitt *rázóerők a szögsebesség négyzetével* arányosan növekednek, tehát a fordulatszám emelésének felső határát is kijelölik. Ha ugyanis az előzőekben vizsgált gép fordulatszámát $n = 150 \text{ min}^{-1}$ -ről 20 %-kal, $n' = 180 \text{ min}^{-1}$ -re növeljük, a centripetális gyorsulás megnövekedésének aránya

$$(\omega'/\omega)^2 = 1,2^2 = 1,44.$$

A lendítőerő is ugyanebben az arányban, azaz 44%-kal növekszik, vagyis a legnagyobb (holt-ponti) értéke

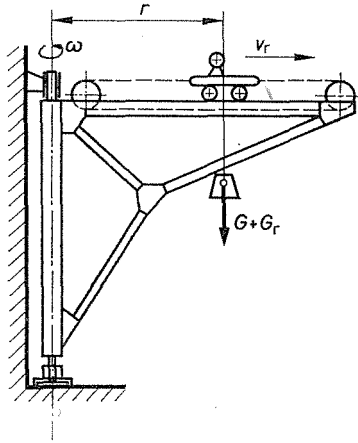
$$(F_{dx})_{II} = 1,44 \cdot 19,54 \text{ kN} = 28,14 \text{ kN}.$$

2.2.11. Haladó mozgás forgó térben. A Coriolis-gyorsulás és a gyorsítóerő

A 2.2.9. pontban megismertük az egyenletes körmozgásból származó centripetális gyorsulást, amelynek létrehozására az m tömeg súlypontjában a centripetális erőnek kell hatnia. Ez az erő a körpályára merőleges, tehát mindaddig munkát nem végezhet, amíg a tömegnek sugárirányú elmozdulása nincs.

Mihelyt azonban az m tömeget úgy kapcsoljuk az ω szögsebességgel forgó tengelyhez, hogy keringés közben sugárirányban is v_r sebességgel elmozdulhasson, akkor e kettős mozgás következtében a tömeg munkaképessége már nem maradhat állandó, és ennél fogva a tengely forgatása is munkavégzéssel kapcsolatos.

Ilyen kettős mozgást végez pl. a forgódaru sugárirányú gémpályája mentén végigfutó darukocsi (futómacska), ha a futómű és forgatómű egyidejűen dolgozik (2.69. ábra).



2.69. ábra. Futómacskás forgódaru

A mozgástörvények vizsgálatát a 2.70. ábra könnyíti meg, amely a (függőleges) O tengely körül egyenletes szögsebességgel forgó gémet felülnézetben szemlélteti.

Az m tömegű futómacska az ábra szerint *kifelé* halad egyenletes v_r sebességgel, vagyis a dt idő alatt megtett $dr = v_r dt$ úttal *távolodik* a tengelytől.

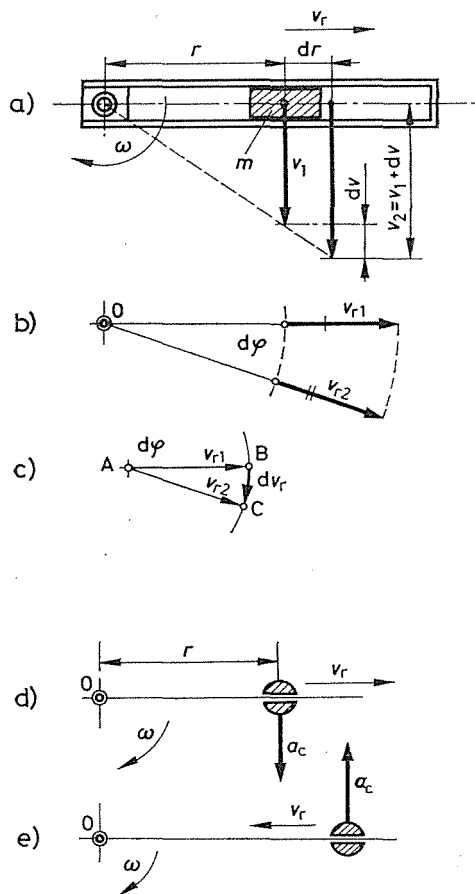
A tömeg kerületi sebessége ennek következtében dt idő alatt $v_1 = r\omega$ kezdőértékről $v_2 = (r + dr)\omega$ értékre megnövekszik. A $dv = \omega dr$ változásnak az időegységre eső értéke, vagyis az m tömeg kerületi gyorsulása ($v_r = dr/dt$ helyettesítéssel)

$$a_c = \frac{dv}{dt} = \frac{\omega dr}{dt} = \omega v_r.$$

Ugyanakkor azonban – a gémpálya $d\varphi = \omega dt$ szögelfordulása következtében – a v_r haladási sebesség iránya is megváltozik.

A 2.70c ábra szemléletesen mutatja, hogy a v_{r1} sebességvektor változása dt idő alatt $dv_r = v_r d\varphi$, vagyis a haladás irányára merőleges gyorsulás

$$a_c'' = \frac{dv_r}{dt} = \frac{v_r d\varphi}{dt} = v_r \omega.$$



2.70. ábra. A Coriolis-gyorsulás

(Az ABC vektorháromszögre vonatkozó részletes magyarázat helyett utalunk a 2.2.9. pontban a 2.57. ábra kapcsán közölt okfejtésre.)

A kétféle gyorsulás nagysága és iránya azonos, tehát összegük, az ún. *Coriolis-gyorsulás*

$$a_c = a_c' + a_c'' = 2v_r \omega.$$

A **Coriolis-gyorsulás** a forgás közben *kifelé haladó tömeget* kerületi sebességének irányában gyorsítja, vagyis a kerületi sebességet és ezzel együtt a tömeg mozgási energiáját is növeli (2.70d ábra).

Hasonló okfejtéssel igazolható, hogy forgás közben a tengely felé, vagyis *befelé haladó tömeg Coriolis-gyorsulása* ugyanakkora, de a kerületi sebességgel ellentétes irányú. A befelé haladó tömeg kerületi sebessége és ezzel együtt mozgási energiája is kisebb lesz (2.70e ábra).

A *Coriolis*-gyorsulás független a tömegnek a tengelytől való távolságától. Nagyságát az ω szögsebesség és a v_r (sugárirányú) haladási sebesség kétszeres szorzata egyértelműen meghatározza, azaz

$$a_c = 2v_r\omega \quad \text{m/s}^2. \quad (2.67)$$

A *Coriolis*-gyorsulás létrehozására gyorsítóerőre van szükség. Nagysága

$$F_c = ma_c = 2mv_r\omega \quad \text{N}. \quad (2.68)$$

A sugárirányban *kifelé haladó tömeget gyorsítóerő forgatónyomatéka* és a forgás *szögsebessége* a gyorsítás teljesítményigényét adja eredményül. A tengely hajtásához szükséges *teljesítmény*

$$P_c = F_c r \omega = 2mv_r r \omega^2 \quad \text{W}. \quad (2.69)$$

Ha viszont a *tömeg befelé halad*, akkor a *gyorsítóerő nyomatéka* a forgás irányával ellentétes, vagyis *munkát végez*. Ilyenkor a forgó tengely fékezése eredményezi a gyorsítóerőt.

2.63. példa. Egy $m_r = 5 \text{ t} = 5 \text{ Mg}$ -os teher emelésére alkalmas forgódaru futómacskájának tömege $m = 2 \text{ t} = 2 \text{ Mg}$, haladási sebessége $v_r = 30 \text{ m/min} = 0,5 \text{ m/s}$. Az $r = 8 \text{ m}$ kinyúlású gém fordulatszáma $n = 4 \text{ min}^{-1}$ ($\omega = 0,4185 \text{ rad/s}$, $\omega^2 = 0,175 \text{ s}^{-2}$).

A *Coriolis*-gyorsulás a (2.67) egyenlet szerint:

$$a_c = 2v_r\omega = 2 \cdot 0,5 \text{ m/s} \cdot 0,4185 \text{ rad/s} = 0,4185 \text{ m/s}^2.$$

A *Coriolis*-gyorsulást létrehozó erő a futómacska helyzetétől független, de a létesítéséhez szükséges nyomaték a kifelé haladó tömeg távolságával arányos. A nyomaték legnagyobb értéke (amikor a teljesen megterhelt futómacska külső végállását eléri)

$$M = (m_r + m) a_c r = 7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 0,4185 \text{ m/s}^2 \cdot 8 \text{ m} = 23,44 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{N} = 23,4 \text{ km} \cdot \text{N}.$$

A gém forgatásához szükséges teljesítmény a gyorsítóerő, ill. a gyorsítóerőt létesítő nyomaték miatt jelentősen megnövekszik. A teljesítmény növekedése:

$$P_c = M\omega = 23,44 \text{ km} \cdot \text{N} \cdot 0,4185 \text{ rad/s} = 9,8 \text{ kW}.$$

A futómacska hajtásához szükséges teljesítményt viszont a centripetális erő csökkenti a kifelé haladó tömeg következtében.

A centripetális erő legnagyobb értéke

$$F_{cp} = (m_r + m) r \omega^2 = 7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 8 \text{ m} \cdot 0,175 \text{ s}^{-2} = 9,8 \cdot 10^3 \text{ N} = 9,8 \text{ kN}.$$

A centripetális erővel ellentétes irányú mozgásból felszabaduló teljesítmény pedig

$$P_{cp} = F_{cp} v_i = 9,8 \text{ kN} \cdot 0,5 \text{ m/s} = 4,9 \text{ kW}.$$

Meg kell jegyezni, hogy a példát egészen kivételesen nagy munkasebességre dolgoztuk ki, hogy az erők és a teljesítmények szerepe jobban kidomborodjék.

Az adott esetben a centripetális erő akkora, hogy a futómacska csak kötélvontatással mozgatható, mert még a teljesen befékezett kerekek tapadási súrlódása sem ad elegendő biztonságot a megcsúszás ellen; $\mu = 0,15$ súrlódási tényezővel ugyanis (vízszintes pályán) a futómacskát visszartató legnagyobb tapadási erő

$$F = \mu(m_r + m) g = 0,15 \cdot 7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 10,3 \cdot 10^3 \text{ N} = 10,3 \text{ kN},$$

vagyis alig nagyobb az F_{cp} centripetális erőnél.

Figyelemre méltó, hogy a *Coriolis*-gyorsulás létrehozásához szükséges munka pontosan kétszer akkora, mint a centripetális erő munkája. Az energia megmaradásának elvén azonban a *Coriolis*-munka másik fele sem tűnik el, hanem azt a tömegek mozgási energiájában kell megtalálnunk.

A sugárirányban $v_r = dr/dt$ sebességgel kifelé haladó és $v = r\omega$ kerületi sebességgel keringő m tömeg mozgási energiája általában

$$W_k = \frac{mv_r^2}{2} + \frac{mv^2}{2},$$

mert a két egymásra merőleges sebesség eredője

$$v_e = \sqrt{v_r^2 + v^2}.$$

A mozgási energia megváltozása dt idő alatt ($v_r = \text{konst.}$)

$$dW_k = mv dv = mrv\omega^2 dr.$$

A mozgási energia megváltoztatásához szükséges teljesítmény tehát általában

$$P_w = \frac{dW_k}{dt} = mrv\omega^2 \frac{dr}{dt} = mv_r r\omega^2 \quad \text{W.}$$

Ez a teljesítmény pontosan fele a (2.69) egyenlettel kifejezett *Coriolis*-teljesítménynek, vagyis a mi példánkban

$$P_w = (m_c + m) v_r r\omega^2 = 7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ m/s} \cdot 8 \text{ m} \cdot 0,175/\text{s}^2 = 4,9 \cdot 10^3 \text{ W} = 4,9 \text{ kW},$$

és

$$P_c = P_{cp} + P_w = (4,9 + 4,9) \text{ kW} = 9,8 \text{ kW}.$$

2.3. VÁLTOZÓ ERŐK MUNKÁJA

2.3.1. Változó erők kétféle munkaterülete

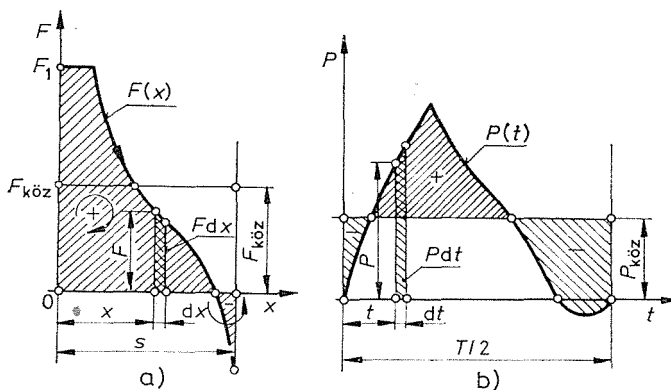
a) A 2.1.3. pontban megismerkedtünk a munkaterület legegyszerűbb alakjával, amely az elmozdulás függvényében felrajzolt állandó erő munkáját jellemzi.

Az $F = F(s)$ függvényábra területének értelmezése azonban a 2.1.1. pont szerint a változó erők munkájára is kiterjeszhető, mert tetszőleges alakú görbével határolt terület oly derékszögű, négyszög alakú $F ds$ területelemekre bontható, amelyek a ds útelem mentén végzett dW munkaelemet ábrázolják. Ezek összesítésével (integrálásával) tehát az ábrán az s alap fölél rajzolt idom területét, a valóságban pedig az F erő munkáját kapjuk.

Az erő–út függvényábra területe tehát munkaterület, amelynek az abszcissza-tengely alá eső területrészt ellenkező előjellel kell számításba venni.

Mihelyt ugyanis pl. a munkát szolgáltató mozgatóerő előrehaladás közben irányt vált (vagyis előjelet vált), akkor a munkát fogyasztó fékezőerő szerepét veszi át, mint azt a 2.71. ábra is szemlélteti.

A 2.71a ábra egy, ma már ritkán használt, de a XIX. század ipari forradalmában fontos szerepet játszó dugattyús gőzgép dugattyúját mozgató F hajtóerőnek út menti változását szemlélteti egy lökethossz időtartama alatt.



2.71. ábra. A változó erők munkája. Munkaterületek

a) az út mentén változó erő munkája; b) az idő függvényében változó teljesítmény munkája

A gép hengerébe vezetett friss gőz a dugattyút a gőzbevezetés (töltés) időtartama alatt állandó erővel hajtja előre. Ezt követően a hajtóerő rohamosan csökken, sőt az s löket vége felé (a henger másik oldalán a fáradtgőz kiömlőnyílásának elzárása után megnagyobbodó ellennyomás miatt) fékezőerővé alakul át, tehát előjelet vált.

Az s lökethossz mentén végzett munka (az ábra jelöléseivel)

$$W = \int_0^s F dx \quad \text{J.}$$

Ha azt a mindvégig állandó $F_{\text{köz}}$ (közepes) dugattyúerőt keressük, amely az s löket mentén ugyanekkora munkát végez, azaz $F_{\text{köz}}s = W$, akkor ezt az $F_{\text{köz}}$ erőt a két munkaterület egyenlősége alapján területkiegyenlítéssel határozhatjuk meg. Írható:

$$F_{\text{köz}} = \frac{W}{s} = \frac{\int_0^s F dx}{s} \quad \text{N.}$$

A gyakorlatban a területkiegyenlítés módszerét a változó erő munkájának kiszámításához abban az alakban szokás felhasználni, hogy a tetszőleges méretarányban felrajzolt munkaterületet azonos alapú derékszögű négyszöggé alakítjuk át, és az így kapott középmagasságot mérjük le erőléptékben. (A területmérésnél ügyelni kell arra, hogy a különböző munkaterületek algebrai összegét vegyük számításba.)

Az erőnek az út menti változását számos esetben *elméleti úton* lehet meghatározni. Ezt az utat követjük pl. a dugattyús gép *méretezésekor*, amikor *üzemi* vizsgálatról még nem lehet szó.

Üzembe helyezett gépen az *erő-út függvényábra* felrajzolásához szükséges értékpárok méréssel is meghatározhatók. Az e célra szerkesztett különleges *íróműszerek*, az ún. **indikátorok** a dugattyús gép hengerében végbemenő munkafolyamatot az elmozdulás függvényében közvetlenül fel is rajzolják. Az így kapott függvényábra (az ún. *indikátordiagram*) területéből az egy löket alatt végzett munka is kiszámítható.

b) Vannak esetek, amikor az erő út menti változása ismeretlen ugyan, de a **jelenség időbeli változását** tudjuk meghatározni vagy megfigyelni. Ilyenkor az erő és a sebesség szorzatából kiszámított *teljesítmény ábráját* rajzoljuk fel az idő függvényében, mert annak területe a 2.1.14. pont szerint szintén munkaterület.

A **teljesítmény-idő függvényábra** a gép változó sebességű üzemére is könnyen felrajzolható, de a felrajzolás különösen egyszerű akkor, ha a gép üzeme egyenletes. Ilyenkor ugyanis a gép sebessége állandó, és ennél fogva a munka az *erő-idő függvényábra* területéből is kiszámítható. (A teljesítmény ugyanis ilyenkor az erővel arányosan változik.)

Ezt az eljárást jó közelítéssel alkalmazhatjuk akkor is, ha a gép munkasebessége nem szigorúan állandó ugyan, de az egyenlőtlenség foka a megengedhető korlátokon belül marad.

A 2.71b ábra egy dugattyús gőzgép forgattyúcsappjára átvitt kerületi erő időbeli változását szemlélteti egy fél fordulat időtartama alatt. Ha a kerületi sebesség gyakorlatilag állandó ($v = \text{konst.}$), akkor a kerületi erő görbéje ugyanis a teljesítmény ($P = Fv$) görbétől csak méretarányban különbözik.

A forgattyútengelyre átvitt munka egy fél fordulat ($T/2$) időtartama alatt (az ábra jelöléseivel):

$$W = \int_0^{T/2} P dt = P_{\text{köz}} T/2.$$

A $P_{\text{köz}}$ közepes teljesítményt szintén területkiegyenlítéssel lehet meghatározni.

E területkiegyenlítés az egész munkaterület kiszámítása (vagy felmérése) helyett az ábra szerint úgy is elvégezhető, hogy csak a két terület (vonalkázott) különbségét vizsgáljuk. (A pozitív és a negatív területrészek algebrai összege nulla.)

2.64. példa. A 2.71. ábra egy $s = 0,6$ m lökethosszúságú dugattyús gőzgép dugattyújára ható F erő út menti változását szemlélteti. A legnagyobb dugattyúerő $F_1 = 65$ kN, a gép fordulatszáma $n = 2,17$ s⁻¹.

A függvényábra hosszmértéke $\lambda_s = 0,01$ m/mm (vagyis a lökethossz a rajzban 60 mm). Az erőlépték $\lambda_F = 1$ kN/mm; a munkalépték tehát $\lambda_W = \lambda_F \lambda_s = 10$ J/mm².

A függvényábrából lement munkaterület pozitív része $A_1 = 1920$ mm², negatív része $A_2 = 60$ mm². A teljes munkaterület tehát $A = 1860$ mm², és ebből a gép egy löket alatt végzett munkája

$$W = \lambda_W A = 10 \text{ J/mm}^2 \cdot 1860 \text{ mm}^2 = 18\,600 \text{ J} = 18,6 \text{ kJ} = 18,6 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

A közepes dugattyúerő

$$F_{\text{köz}} = \frac{W}{s} = \frac{18,6 \text{ kN} \cdot \text{m}}{0,6 \text{ m}} = 31 \text{ kN}.$$

Ha feltételezzük, hogy a gőzgép kettős működésű, azaz a dugattyú másik lökete alatt is ugyanakkora munkát kapunk, akkor a gép ún. indikált teljesítménye is kiszámítható, mert egy fordulat alatt $2W$, egy másodperc alatt pedig $2Wn$ munkát kapunk. A hengerbe vezetett gőz munkaképességéből átalakult munkát belső munkának is nevezzük. Ezt a munkát indikálással, vagyis az indikátor-diagram területéből lehet kiszámítani. Az indikált munka elnevezés innen származik.

Az indikált teljesítmény tehát

$$P_{\text{ind}} = 2Wn = 2 \cdot 18,6 \text{ kJ} \cdot 2,17 \text{ s}^{-1} = 80,7 \text{ kW}.$$

A gép tengelyén hasznosítható effektív teljesítmény a súrlódási veszteségek miatt az ún. *mechanikai hatásfok* arányában kisebb. $\eta_m = 85\%$ -os mechanikai hatásfokkal a gőzgép hasznos teljesítménye

$$P = \eta_m P_{\text{ind}} = 0,85 \cdot 80,7 \text{ kW} = 68,6 \text{ kW}.$$

2.3.2. A rugóerő munkája

A rugó alakja és rendeltetése igen változatos lehet. Más gépelemektől a **rugalmas alakváltozás** nagysága különbözteti meg. A mechanikai munkát átvivő gépelemek (közlőművek) méretezésekor arra kell törekednünk, hogy a terhelőerők csak egészen kis alakváltozásokat okozzanak (vö. a 2.1.2. ponttal és a 2.15. ábrával). A rugó jellemzője viszont a *nagy alakváltozás*, amelynek azonban mindvégig az ún. *rugalmassági határon* belül kell maradnia (hogy a tehermentesített rugó *eredeti alakját* visszanyerhesse).

A rugó alakváltozása lehet *megnyúlás*, *összenyomódás*, *behajlás* vagy *elcsavarodás*.

A 2.72. ábra nyomóerővel terhelhető hengeres szeleprugót, a 2.73. ábra pedig a húzóerővel terhelt rugók egyik fajtáját szemlélteti.

Nagy alakváltozás és nagy teherbírás egymással ellentétes következmények, amelyek csak a legjobb minőségű anyagok (rugóacél, gumi) alkalmazásával elégíthetők ki. (A rugó készítéséhez használt nemesített acélok szakítószilárdsága a közönséges acélfajtákat jellemző értékek háromszorosát is meghaladhatja, és elérheti a 1,8 GPa-t is.)

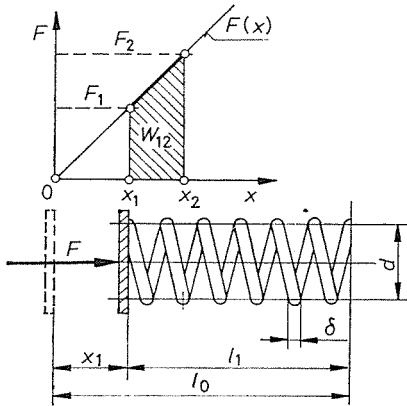
A rugó terhelése és alakváltozása között az ún. **arányossági törvény** (Hooke-féle törvény) ad összefüggést, amely azonban sok esetben csak közelítés. (Vö. a 2.73. ábrával.)

Az arányossági tényezőt **rugóállandónak** nevezzük, és rendszerint az egységnyi erőre vonatkoztatott alakváltozással fejezzük ki.

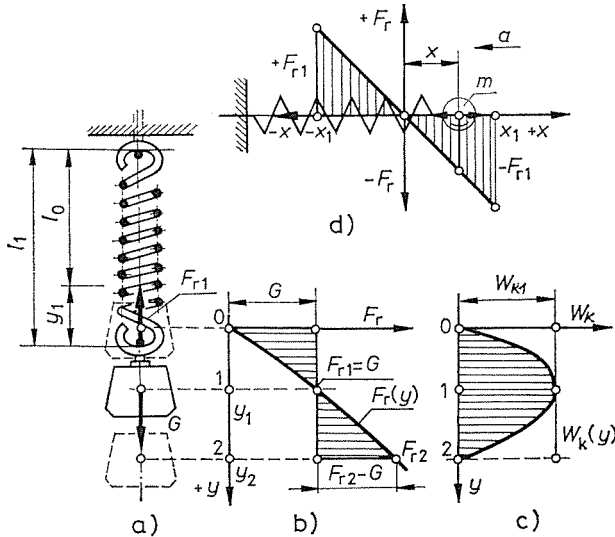
A 2.72. ábra jelöléseivel az F erő hatására x összenyomódást szenvedő rugó állandója

$$c = \frac{x}{F} \text{ m/N.} \quad (2.70)$$

Ha a c rugóállandót ismerjük, akkor a rugó összenyomódásából a rugó terhelése is kiszámítható, és a rugó $F = F(x)$ alakú jelleggörbéje is felrajzolható, amely a rugóerőt az út (összenyomódás) függvényében ábrázolja.



2.72. ábra. Nyomott csavarrugó



2.73. ábra. Rugóhoz kapcsolt tömeg munkaképessége

Az ábra szerint tehát az x_1 összenyomódást $F_1 = x_1/c$ nagyságú erő hozza létre. A jó rugó jelleggörbéje a koordináta-rendszer kezdőpontján átmenő ferde egyenes, amelynek emelkedését a rugóállandó reciprok értéke határozza meg.

Meg kell jegyezni, hogy bizonyos esetekben a rugót a c rugóállandó *reciprok értékével* szokás jellemezni. Az $s = 1/c$ (N/m) állandó a hosszegységnyi alakváltozást előidéző erőt jelenti, ez a **rugómervség**.

A rugó jelleggörbéjének területe a rugalmas alakváltozás munkáját is meghatározza. A munkát a rugó éppen úgy elraktározza és ismét visszaadja, mint a potenciális (nehézségi) erőterben felemelt tömeg. A **rugó megfeszítésére fordított munka** tehát nem megy veszendőbe, hanem a **rugó munkaképességét növeli** (vagy más szóval potenciális energia alakjában elraktározva marad, és teljes egészében visszatérül, mihelyt a rugó eredeti alakját visszanyeri).

A rugóban tárolható energia nagyságát a rugó teherbírása (a megengedhető legnagyobb rugóerő) korlátozza.

Ha F_a a teherbírás, akkor $x_a = cF_a$ a megengedhető legnagyobb alakváltozás. A háromszög alakú munkaterületből kiszámítható (legnagyobb) alakváltozási munka

$$W_a = \frac{F_a x_a}{2} = \frac{cF_a^2}{2} = \frac{x_a^2}{2c} \quad \text{J.} \quad (2.71)$$

Ez a munka határozza meg a megfeszített rugóban elraktározott potenciális energia nagyságát is.

2.65. példa. A 2.72. ábra egy $F_a = 250 \text{ N}$ teherbírású szeleprugót szemléltet, amelynek hosszága terhelés nélküli állapotban $l_0 = 160 \text{ mm}$, összenyomódása pedig a teherbírásnak megfelelő terheléskor $x_a = l_0 - l_a = 80 \text{ mm}$.

A rugóállandó

$$c = \frac{x_a}{F_a} = \frac{8 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{250 \text{ N}} = 0,00032 \text{ m/N} = 0,32 \text{ mm/N}.$$

Ha az $s = 30 \text{ mm}$ emelkedésű szelep zárva tartásához szükséges legkisebb erő $F_1 = 125 \text{ N}$, akkor a rugót ezzel az előfeszítéssel kell beszerezni, vagyis a szerelési hosszúság $x_1 = cF_1 = 0,32 \text{ mm/N} \cdot 125 \text{ N} = 40 \text{ mm}$ összenyomódással:

$$l_1 = l_0 - x_1 = (160 - 40) \text{ mm} = 120 \text{ mm}.$$

A szelep nyitásakor a rugó összenyomódása $x_2 = x_1 + s = 70 \text{ mm}$, a legnagyobb üzemi rugóerő tehát (teljes nyitásnál)

$$F_2 = \frac{x_2}{c} = \frac{70 \text{ mm}}{0,32 \text{ mm/N}} = 219 \text{ N}.$$

A szelep nyitásához szükséges munka a trapéz alakú W_{12} munkaterületből számítható. Írható:

$$W_{12} = \frac{F_1 + F_2}{2} (x_2 - x_1) = \frac{125 + 219}{2} \text{ N} \cdot 30 \text{ mm} = 5160 \text{ N} \cdot \text{mm} = 5,16 \text{ N} \cdot \text{m} = 5,16 \text{ J}.$$

A teherbírás határáig feszített rugóban elraktározott (egész) potenciális energia a (2.71) egyenlet szerint

$$W_a = \frac{F_a x_a}{2} = \frac{250 \text{ N} \cdot 0,08 \text{ m}}{2} = 10 \text{ N} \cdot \text{m} = 10 \text{ J}.$$

A rugó nagyobb alakváltozások esetében már nem követi pontosan az arányossági törvényt. Ilyenkor a c rugóállandó átlagos értékét kell a számításba bevezetni, vagy pedig a rugó jelleggörbéjét kell felrajzolni (2.73. ábra). E jelleggörbéből szabatosan megállapítható, hogy a rugó végére függesztett terhelésnél mekkora megnyúlás (vagy összenyomódás) biztosítja az erők egyensúlyát ($F_{r1} = G$), és mekkora alakváltozási munkát kellett eközben végezni. Erre a szabatosabb vizsgálatra azonban a gyakorlatban csak akkor van szükség, ha az arányossági törvénytől nagyon eltérő viselkedésű rugóról van szó, mint amilyen pl. a *gumirugó* vagy a *légrugó* (zárt hengerben vagy légüstben a rugó szerepét betöltő levegő) stb.

A rugóerőnek az egyensúly helyreállítására irányuló jellegzetes szerepe akkor domborodik ki a legvilágosabban, ha a rugó végéhez kapcsolt tömeg mozgástörvényeit vizsgáljuk (2.73. ábra). A rugó és a tömeg együttesen ún. **lengő rendszert** alkot, amely kiterjedt alkalmazást talál a gyakorlatban is.

A terhelés nélküli rugó végére függesztett m tehernek a G súlyerő hatására (a 2.73. ábra jelöléseivel) először a megnyúlással megszabott utat kell megtennie, hogy az egyensúly (az 1. pontban) helyreállhasson ($F_{r1} = G$, ha $y = y_1$). A 2.73b ábrából megállapítható, hogy az m tömeg ezt az utat $F_d = G - F_r$ gyorsítóerő hatására növekvő sebességgel futja be. A gyorsítóerő munkája – mint tudjuk – teljes egészében mozgási energiává alakul át. A mozgási energia út menti változását a $W_k = W_k(y)$ alakú függvényábrára szemlélteti (2.73c ábra), amely a gyorsítóerőnek (az ábrában vonalkázással kiemelt) háromszög alakú munkaterületéből szerkeszthető, mint az $F_d = F_d(y)$ függvényábrára integrálgörbéje.

A tömeg mozgási energiája az egyensúlyt biztosító y_1 helyen éri el legnagyobb értékét, mert azon túl a gyorsítóerő előjelet vált ($-F_d = F_r - G$) és a tömeget lefékezi.

Könnnyen belátható tehát, hogy a tömeg egyensúlyhelyzetén túllendülve a rugót továbbfeszíti mindaddig, amíg a lassítóerő munkája egész mozgási energiáját felemészttette ($W_k = 0$, ha $y = y_2$). Az y_2 pont a $W_k = W_k(y)$ függvényábrában közvetlenül kijelölhető, de területkiegészítéssel a 2.73b ábrából is kiadódik. (A gyorsítóerő pozitív és negatív munkaterülete egymással egyenlő.)

Az y_2 helyen a sebességtől megfosztott – tehát megállásig lelassított – tömeg azonban nem marad nyugalomban, mert a rugóerőnek a súlyerőt meghaladó többlete ($F_r - G$) azt most ellenkező értelemben gyorsítja, és egyensúlyhelyzetén ismét túllendíti.

A tömeg tehát egyensúlyhelyzete körül *lengő mozgást* végez, miközben a lengő rendszer munkaképessége a rugóban elraktározott potenciális energia rovására a tömegben tárolt mozgási energiává alakul át és megfordítva. Ha súrlódás nincsen, akkor ez az ütemesen ismétlődő energiaátalakulás veszteségmentes, ez azt is jelenti, hogy a lengő rendszer munkaképessége állandó marad, és ennél fogva a lengő mozgás sem változik meg. (Csillapítatlan lengés.) Ellenkező esetben a súrlódás a lengő mozgást csillapítja. Ilyenkor a kilengések folyton kisebbek lesznek, és végül a mozgás teljesen megszűnik.

A lengő mozgás törvényeinek vizsgálatát megkönnyíti, ha a 2.73d ábra szerint az utak kezdőpontjával a lengő rendszer nyugalmi (egyensúly-) helyzetét választjuk, a rugóerőt pedig az *arányossági törvény* alapján számítjuk.

E kérdés tárgyalása helyett itt csak jelentőségére utalunk. A gyakorlatban ugyanis a *lengő rendszerek* rendkívül sokféle változatával találkozunk, mert a gépek és épületek szerkezeti anyagai rugalmasságuknál fogva a velük kapcsolt tömegekkel együtt szintén lengő rendszereket alkotnak, amelyek *önlevegésszámát* (vagy *rezgésszámát*) különösen az ún. **rezonanciajelenségek** elhárítása érdekében kell ismerni.

2.66. példa. Egy felvonó sodronykötele a megterhelt fülkétől származó $G = 20$ kN súlyerő hatására $y_1 = 52$ mm-es rugalmas megnyúlást szenved. A kótél eszerint rugónak tekinthető, amelynek állandója a (2.70) egyenlet szerint

$$c = \frac{y_1}{G} = \frac{52 \text{ mm}}{20 \text{ kN}} = 2,6 \frac{\text{mm}}{\text{kN}} = 2,6 \frac{\mu\text{m}}{\text{N}}.$$

A teherre ható súlyerő hatására az egyensúly eléréséig a megfeszített kótélben elraktározott potenciális energia a (2.71) egyenlet szerint

$$W_{r1} = \frac{Gy_1}{2} = \frac{20 \text{ kN} \cdot 0,052 \text{ m}}{2} = 0,52 \text{ kJ}.$$

Ezzel szemben az y_1 út mentén süllyedő teher munkája (a helyzeti energia csökkenéséből)

$$W_1 = Gy_1 = 20 \text{ kN} \cdot 0,052 \text{ m} = 1,040 \text{ kJ}.$$

Látni való, hogy az állandó erővel végzett munkának csak a fele jut a rugó (kótél) megfeszítésére. E munkának el nem fogyasztott része (ha súrlódás nincsen) mozgási energiává alakul át, amelynek nagysága y_1 mélységben

$$W_{k1} = W_1 - W_{r1} = 1040 \text{ J} - 520 \text{ J} = 520 \text{ J} = 0,52 \text{ kJ}.$$

Ebből a mozgási energiából a v_1 sebesség is kiszámítható, amellyel a teher $m = G/g$ tömege az egyensúlyhelyzetben áthalad. Írható:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2W'_{k1}}{G/g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,52 \text{ kN} \cdot \text{m}}{20 \text{ kN}} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,714 \text{ m/s.}$$

A 2.73b ábra jelöléseivel a 0 szintről az I szintre érkező m teher eszerint továbblendül és olyan y_2 mélységben veszti el sebességét, amelynek eléréséig az egész mozgási energia potenciális energiává alakul át.

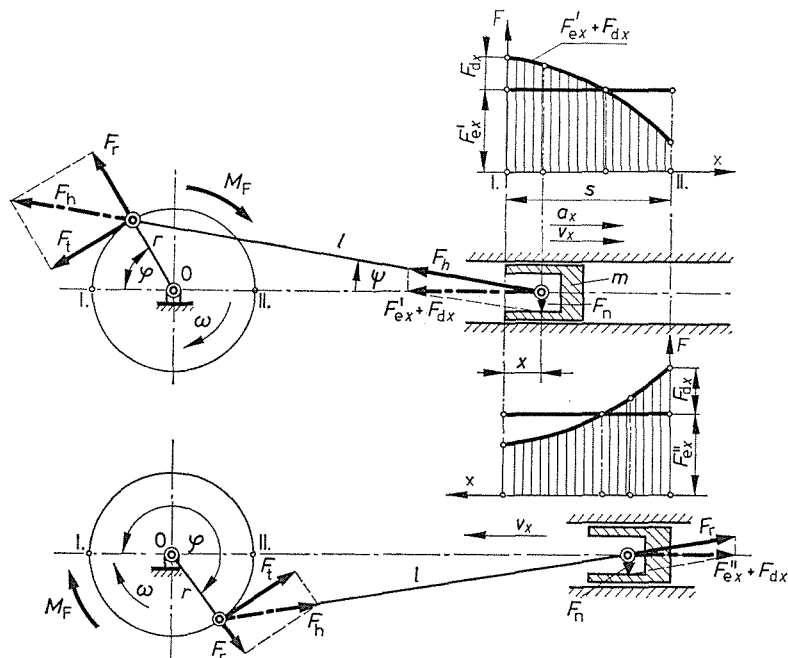
Az arányossági törvény alapján egyszerű szemlélettel igazolható, hogy a tömeg túllendülése ugyanakkora, mint az egyensúlyhelyzetig befutott út, azaz $y_2 - y_1 = 52 \text{ mm}$. A kótlé végére függesztett teher tehát az egyensúlyhelyzet körül csillapítatlan lengő mozgást végez, amelynek mozgástörvényei a rugóerő és a tehetetlenségi erő egyensúlyát kifejező másodrendű differenciálegyenletből származtathatók.

2.3.3. A mechanikai munka átvitele forgattyús hajtóművel

A forgattyús hajtómű szerepét és mozgástörvényeit a 2.2.10. pontból már megismertük. Rendeltetése – mint láttuk – igen változatos, de *munkavégzés szempontjából* mindössze *kétféle*: aszerint, amint a *munkát az ún. főtengelyről viszi át a keresztfejre* (munkagép); vagy megfordítva *a lengő mozgás alakjában szolgáltatott munkát viszi át a forgó tengelyre* (erőgép).

a) A **munkagép** forgattyús hajtóművének erőviszonyait a 2.74. ábra szemlélteti.

Feltételeink szerint a főtengely forgása egyenletes ($\omega = \text{konst.}$), a hajtómű súrlódása pedig elhanyagolható. (A súrlódási veszteségeket a gép mechanikai hatásfokában utólag vesszük számításba.)



2.74. ábra. A forgattyús hajtómű erőviszonyai munkagépen

A 2.74. ábra kapcsán választott példában ezenfelül azt is feltételezzük, hogy az F_{ex} dugattyúerő a löket hossza mentén állandó marad.

Ilyen erőviszonyok alakulnak ki az állandó magasságra szállító dugattyús szivattyú hajtóművében, de hasonlóak a viszonyok a lengő mozgású forgácsológépek (pl. a keretfűrész) üzemében is. Meg kell azonban jegyezni azt is, hogy sok esetben a kettőslöketek közül csak az egyik, az ún. munkalöket, ami azt jelenti, hogy a terhelés egy-egy löket hossza mentén változatlan marad ugyan, de e terhelések egymás közt nem egyenlők ($F'_{ex} \neq F''_{ex}$).

A keresztfejecsapot az F_{cx} terhelésen felül az ide-oda lengő tömegek gyorsításához szükséges ún. F_{dx} gyorsítóerők is terhelik. Ezeknek lökethossz menti változását a 2.2.10. pontban a 2.68. ábra kapcsán már megismertük.

A keresztfejet terhelő $F_{cx} + F_{dx}$ erőnek a hajtórúd csak a saját irányába eső F_h összetevőjét tudja a forgattyúcsapra átvinni, a másik F_n összetevő a keresztfejet a csúszóvezetékhez szorítja (tehát a keresztfejpályára merőleges).

A forgattyúcsapra átvitt F_h rúderő ismét két összetevőre bontható, amelyek egyike F_r sugárirányú és a csapágyat terheli, a másik pedig F_t a tengely forgásirányával ellentétes terhelőnyomatékokat határoz meg ($M_e = rF_t$). Ez az M_e terhelőnyomaték határozza meg a tengely hajtásához szükséges M_F nyomaték nagyságát is.

A forgattyús hajtómű erőjátéka a φ forgattyúállás függvénye, ennél fogva a forgattyúcsapot terhelő F_t kerületi erőt különböző forgattyúállásoknál kell meghatározni. A gyakorlatban a **kerületi erők függvényábráját** (az érintőirányú erők diagramját) egy teljes fordulatra szerkesztéssel szokás meghatározni.

Részletes bizonyításra nem szorul, hogy a holtponthoz tartó forgattyúállásokban ($\varphi = 0$, $\varphi = \pi$ és $\varphi = 2\pi$) az F_h rúderőnek nincsen érintőleges (tangenciális) összetevője, azaz $F_t = 0$.

b) Az **erőgép** hajtóművének erőviszonyai a munkagépétől elvileg abban különböznek, hogy most az F_x dugattyúerő végzi a munkát, amelyet a hajtórúd hajtóerő alakjában visz át a forgattyúcsapra.

A dugattyú és a keresztfej tömegének gyorsításához szükséges F_{dx} erőt ebben az esetben a dugattyúerőnek kell szolgáltatnia (vagyis a gyorsítóerő a hajtóerőből levonódik).

A 2.75. ábra egyhengeres, négyütemű, szikragyújtású motor erőviszonyait szemlélteti.

A vizsgálat során az áramlási és a súrlódási veszteségektől eltekintünk, és a valóságos égési és termodinamikai folyamatok helyett idealizáltakat ábrázolunk.

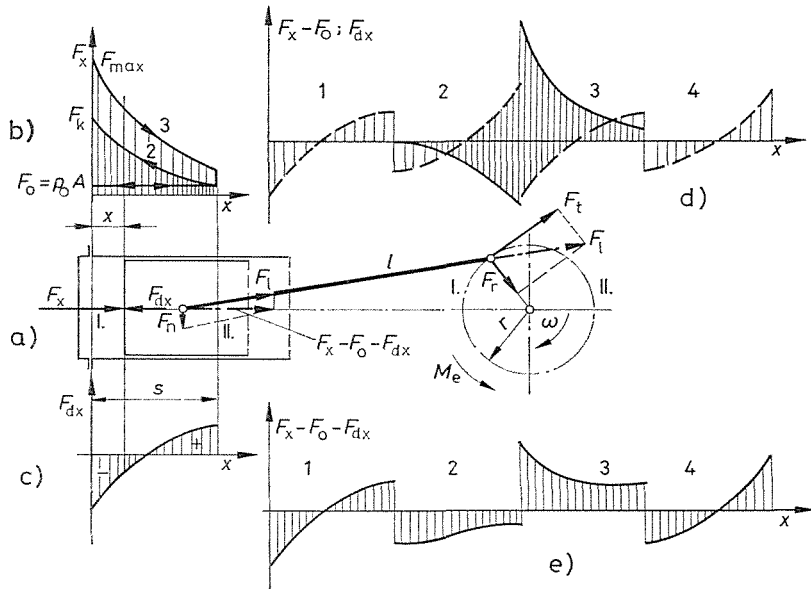
Az A felületű dugattyú hajtómű felőli oldalán mindig a légköri nyomás p_0 és ennek megfelelően az $F_0 = p_0 A$ erő hat. A henger felőli oldalt a szívás ütemében (1) gyakorlatilag ugyancsak ez az erő terheli. A kompresszió (sűrítés) ütemében (2) a nyomás és ezzel az erő is növekszik. Az üzemanyag égése a nyomást tovább növeli és az erő eléri az F_{max} értéket. Az expanzió ütemében (3) a nyomás és az erő végig csökken, a kipufogás ütemében (4) gyakorlatilag ismét a légköri nyomásnak megfelelő erő hat a dugattyúra.

A dugattyú és a vele kapcsolt hajtórúd változó sebességű mozgást végez, ezért tömegének (beleértve a forgattyús hajtómű redukált tömegét is) gyorsításához $F_{dx} = ma$ gyorsító erő szükséges. A hajtórúd egyenesbe vezetett csapját $F_x - F_0 - F_{dx}$ erő terheli. Ebből az erőből kiszámítható vagy szerkesztéssel meghatározható az F_1 hajtórúderő és az F_N támaszerő. Az F_1 hajtórúderő ismeretében számítással vagy szerkesztéssel a forgattyúcsapra érintőirányban ható F_t kerületi erő és F_r sugárirányú erő határozható meg.

Ha a forgattyúkör sugara r és a hajtórúd hossza l , a holtpontokban a gyorsulás értéke $a_1 = r\omega^2(1+r/l)$, ill. $a_{1T} = r\omega^2(1-r/l)$. Ennek megfelelően alakul a gyorsító erők F_{dx} diagramja is.

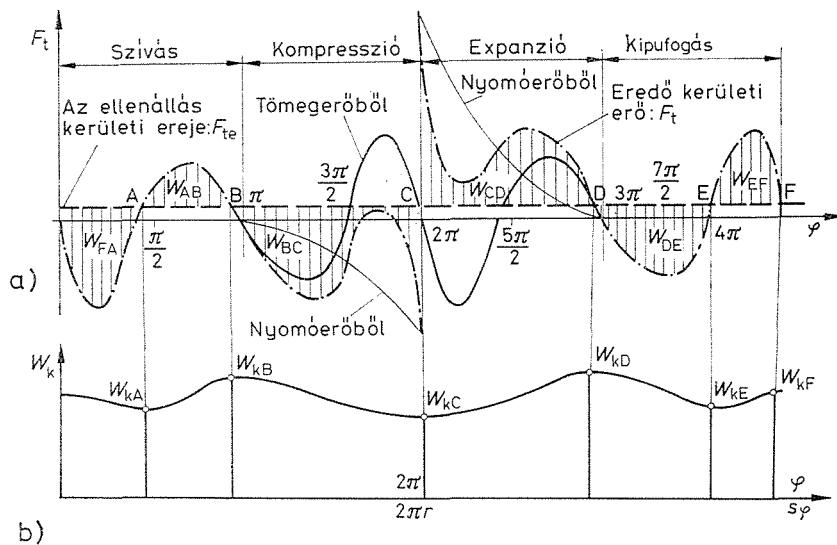
A kerületi erő változása a 2.76. ábrán látható a forgattyú φ elfordulási szögének függvényében.

A forgattyús hajtómű mozgástörvényeinek meghatározásakor abból a feltételből indulunk ki, hogy a főtengely forgása teljesen egyenletes. A kerületi erők ábrájának alakjából azonban arra következtethetünk, hogy a forgás egyenletességének erőtani feltétele nem teljesíthető, mert a kerületi erő ütemes változása miatt a hajtóerő és az ellenállás egyensúlya nem biztosítható, és ezért a *munkasebesség* ütemes *ingadozása* el



2.75. ábra. Egyhengeres szikragújtású, négyütemű belsőégésű motor erőviszonyai

a) a dugattyúra és a forgattyús mechanizmus elemeire ható erők; b) a kompresszió (sűrités) és az expanzió során a dugattyúra ható erők diagramja; c) a tömegerők diagramja; d) a dugattyúcsapra ható erők változása a löketek egymásutánjában; e) a dugattyúcsapra ható erők eredőjének változása a löketek egymásutánjában



2.76. ábra. Egyhengeres szikragújtású, négyütemű belsőégésű motor forgattyúcsapjára ható kerületi erők diagramja

nem kerülhető. A gép járásának egyenlőtlenége azonban kellő nagyságú **lendítőkerék** alkalmazásával annyira szűk korlátok közé szorítható, hogy a forgattyús hajtómű vizsgálatánál a gép forgását gyakorlatilag egyenletesnek tekinthetjük.

E megállapítás jelentősége a kerületi erők ábrájának értelmezésében domborodik ki, amelyre a következő pontban még visszatérünk. A φ forgattyúállások függvényében felrajzolt ábra független változója ugyanis állandó szögsebesség ($\omega = \text{konst.}$) esetében az idővel is arányos ($t = \varphi/\omega$), vagyis a kerületi erők ábráját úgy is értelmezhetjük, hogy az a kerületi erő időbeli változását jellemzi. De a kerületi erő is úgy fogható fel, mint a teljesítménnyel arányos mérőhosszúság, mert állandó szögsebességnél a kerületi sebesség is állandó ($v = r\omega = \text{konst.}$), és ennél fogva a kerületi erők ábrája más méretarányban a teljesítmény időbeli változását is megadja. (Dugattyús erőgépnél $P = Fv$, munkagépeknél $P = F_e v_e$) (Vö. a 2.71b ábrával.)

Végül a kerületi erők ábrájának a megszokásosabb értelmezésére is rámutatunk, miszerint e függvényábra a kerületi erő út menti változását adja (2.76. ábra).

A φ forgattyúállás ugyanis a forgattyúcsap útját is meghatározza ($s_\varphi = r\varphi$); a görbe alatti terület tehát munkaterületi.

2.3.4. [¶]A kerületi erők ábrája. A lendítőkerék tárolóképesége

A forgattyús hajtómű a munkát **ütemesen változó kerületi erővel** (forgatónyomatékkal) viszi át a gép főtengelyére. E változást a kerületi erők ábrája szemlélteti, amely a 2.3.3. pontban leírt eljárással szerkeszthető meg.

A gyakorlatban a *kerületi erők ábrájának szerkesztésére egyszerűsítő módszerek* honosodtak meg, amelyek az erők ismételt felbontását megkönnyítik.

a) A 2.76. ábra az egyhengeres, szikragyújtású, belsőégésű motor forgattyúcsapját hajtó **kerületi erő út menti változását** szemlélteti.

A kerületi erő függvényábrájának szerkesztési menetét a 2.75. ábra szemlélteti. A *d*) ábrán az egymáshoz kapcsolódó löketek sorrendjében a *b*) ábrából az $F_x - F_0$ erők változását rajzoltuk fel úgy, hogy a hajtóerőt +, a fékezőerőt - előjellel vettük figyelembe. Hasonlóképpen ábrázoltuk a *c*) ábrából a gyorsítóerők $F_{\dot{x}}$ változását is. Ezek a löketek kezdetén mindig negatívak, a végén pozitívak. Az *e*) ábra az erők eredőjének változását mutatja. Ebből határozható meg az *a*) ábrán, a hajtórúd két végpontjában rajzolt erőháromszögek segítségével a kerületi erők ábrája: $F_t = F_t(\varphi)$. Ez egyenértékű a kerületi erőnek a kerület menti változásával az $s_\varphi = r\varphi$ összefüggés alapján.

Ha feltételezzük, hogy a hajtómű tengelyét M_e nyomaték, vagyis a forgattyúkör kerületét $F_{t0} = M_e/r$ erő terheli, és a szolgáltatott energia megegyezik a felhasznált energiával, a terhelőerő feletti és alatti munkaterületek összege nulla.

Már a 2.2.8. pontban vizsgáltuk az ütemesen változó hajtóerő hatását a gép járásának egyenlőtleniségére, és arra az eredményre jutottunk, hogy a munkasebesség ingadozását megfelelő nagyságú lendítőkerékkel lehet előírt korlátok közé szorítani.

A lendítőkerék munkakiegyenlítő szerepét a 2.76. ábra kapcsán igen szemléletesen domborítják ki a vonalkázott munkaterületek, amelyek a mozgási energia alakjában elraktározott munkafelesleg és munkahiány nagyságát is meghatározzák.

Az \vec{R} sugarú kerék mozgási energiáját a W_{AB} munkafelesleg W_{kA} -ról W_{kB} -re növeli, azaz $W_{kB} = W_{kA} + W_{AB}$. A munkahiány viszont energiacsökkenést okoz, vagyis $W_{kC} = W_{kB} - W_{BC}$ stb.

Ha egy gép egy fordulat alatt annyi munkát szolgáltat, mint amennyit a terhelés elfogyaszt, akkor a munkafeleslegek és a munkahiányok egymást kiegyenlítik ($W_{AB} - W_{BC} + W_{CD} - W_{DE} + W_{EF} - W_{FA} = 0$), a lendítőkerék tehát ismét visszakapta kezdeti mozgási energiáját.

A 2.76b ábra a W_k mozgási energia út menti változását szemlélteti. Ebből a függvényábrából is kitűnik, hogy a legnagyobb munkaterület adja a legnagyobb vál-

tozást. A lendítőkerék méretezéséhez eszerint a legnagyobb munkaterületet kell kiválasztani. (A rajzon $W_{CD} = W_{kD} - W_{kC}$.)

A mozgásenergia-változás a 2.2.8. pont szerint a gép járásának egyenlőtlenségi fokát is meghatározza. Ha a lendítőkerék koszorújának (kerületre redukált) tömege m , közepes kerületi sebessége $v = R\omega_{k\ddot{o}z}$, akkor a (2.56) egyenlet ezekkel a jelölésekkel a következő alakba írható:

$$W_{CD} = W_{kD} - W_{kC} = mv^2\delta \quad \text{J.} \quad (2.56a)$$

A δ egyenlőtlenségi fok pedig a (2.57) egyenlet szerint

$$W_k = \frac{mv^2}{2} \quad \text{jelöléssel} \quad \delta = \frac{W_{CD}}{2W_k}. \quad (2.57a)$$

A (2.56) egyenlet a lendítőkerék redukált tömegének kiszámításához a következő alakra hozható:

$$m = \frac{W_{CD}}{v^2\delta} \quad \text{kg.} \quad (2.56b)$$

Ebből az összefüggésből világosan kitűnik, hogy annál nagyobb lendítőkerékre van szükség, minél szigorúbb követelményeket állítunk fel a gép járásának egyenletessége tekintetében, vagyis minél kisebb δ egyenlőtlenségi fokot írunk elő. Az egyenletből arra is következtethetünk, hogy a munkasebesség fokozásával a gép járása egyenletesebbé tehető. Végül a lendítőkerék nagysága a kerületi erők ábrájának alakjától is függ. Minél kisebb a W_{CD} munkaterület, annál kisebb lendítőkerék biztosítja a járás egyenletességét. (A többhengeres gép lendítőkeréke jóval kisebb lehet, mint az egyhengeres gépé.)

2.67. példa. A 2.76. ábra egyhengeres, szikragyújtású, belsőégésű motor kerületi erőinek diagramját adja meg a négy ütemnek megfelelő két teljes fordulatra. A motor fordulatszáma $n = 15 \text{ s}^{-1}$. A változó hajtóerő a két fordulat alatt $W = 600 \text{ J}$ munkát végez. Az egy fordulatra eső munka tehát 300 J .

A gép terhelése egyenletes ($F_k = \text{konst.}$), a legnagyobb munkafelesleg $W_{CD} = 1860 \text{ J}$. A forgattyútengelyre ékelt lendítőkerék átmérője $D = 0,4 \text{ m}$, a kerületre redukált tömege $m_r = 80 \text{ kg}$.

A kerék kerületének közepes sebessége

$$v_k = D\pi n = 0,4 \text{ m} \cdot \pi \cdot 15 \text{ s}^{-1} = 18,85 \text{ m/s,}$$

közepes mozgási energiája tehát

$$W_k = \frac{m_r v^2}{2} = \frac{80 \text{ kg} \cdot 18,85^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2} = 14\,210 \text{ J} = 14,21 \text{ kJ.}$$

Az egyenlőtlenségi fok a (2.57a) egyenletből:

$$\delta = \frac{W_{CD}}{2W_k} = 0,065 = 6,5 \text{ \%}.$$

A gép indikált teljesítménye

$$P = \frac{W}{2} n = \frac{600 \text{ J}}{2} \cdot 15 \text{ s}^{-1} = 4500 \text{ W} = 4,5 \text{ kW.}$$

Az egyenlőtlenségi fok azért ilyen rossz, mert csak minden második fordulaton van hasznos munkavégzés. Többhengeres gép esetében az egyes hengerek kerületierő-diagramjai φ_0 élékelési szöggel eltolódva szuperponálódnak egymásra, ami az erőhatások jelentős kiegyenlítését eredményezi. Négyhengeres gépnél az élékelési szög $\varphi_0 = 180^\circ$, ami azt jelenti, hogy minden fél fordulaton van

hasznos munkáütem. Ha a példa szerinti gépből négyhengeres gépet készítenek, a teljesítménye $P_4 = 4P = 18 \text{ kW}$ -ra nő, és egyenlőtlenességi foka $\delta_4 = 0,12\%$ -ra csökken, mert a szuperpozíció következtében a kiegyenlített legnagyobb munkaterület csak $W'_{0D} = 34,4 \text{ J}$.

b) A *lendítőkerek szerepe* lényegében *ugyanaz* akkor is, ha egyenletes ($F = \text{konst.}$) kerületi erőt szolgáló erőgép ütemesen változó terheléssel járó munkagépet (pl. dugattyús szivattyút, fűrész, lyukasztógépet vagy másfajta szerszámgépet) hajt. A számítás menete elvileg azonos, mint a belsőégésű motor esetében.

2.3.5. A szabad löketű (dugattyús) gépek üzeme

A közvetlenül kapcsolt dugattyús gépek forgattyús hajtóműve és lendítőkereke pontosan meghatározza a dugattyú mozgástörvényeit, ha a járás egyenletességével a gyakorlat igényeit kielégítjük.

A dugattyú lökethosszát a forgattyúsugár pontosan megszabja ($s = 2r$), a munkáütemet (löketszámot) pedig a tengely fordulatszáma határozza meg. A dugattyú sebességének és gyorsulásának út menti és időbeli változása a forgattyúcsap egyenletes körmozgásából szintén egyértelműen levezethető. (Vö. a 2.2.10. ponttal.)

A forgattyús hajtómű ugyanis merev kapcsolatnak minősíthető abban az értelemben, hogy a keresztfej pontosan előírt törvény szerinti mozgásra kényszeríti. Ez az ún. **kényszerített mozgás** gyakorlatilag még az erőviszonyoktól is független.

A forgattyús hajtóműves gépek eszerint **kényszerített löketű gépek**. Üzemi jellemzőik egyszerűek és könnyen áttekinthetők, de szerkezetük bonyolultabb és helyszükségletük nagyobb, mint az ún. **szabad löketű gépeké**, amelyeknek forgattyús hajtóművük nincsen (ésőt rendszerint forgó tengelyük sincsen).

A szabad löketű gépek között elsősorban említésre méltó a gőzgéppel közvetlenül kapcsolt dugattyús szivattyú, amely mint kazántápszivattyú (*Worthington-ikerszivattyú*) ma is használatos, de azelőtt nagy teljesítményű egységekben is épült. (Így például még néhány évtizeddel ezelőtt fővárosunk vízellátását is ilyen szabad löketű szivattyúk biztosították.)

A szabad löketű dugattyús gépek csoportjába sorolhatók a **sűrített levegővel dolgozó** kalapácsolók, továbbá a szegecselő-, réselő- és vésőgépek is, amelyek a korszerű bányaművelésnek és az építőiparnak ma már nélkülözhetetlen eszközei.

A szabad löketű gép mozgástörvényeit a dugattyúra ható erők szabják meg. A löket elején az ellenállásnál nagyobb hajtóerőre van szükség ($F > F_e$, azaz $F_d = F - F_e > 0$), hogy a dugattyú tömege felgyorsulhasson. A löket vége felé viszont akkora ellenállásra van szükség, hogy az ($F_1 = F_e - F$) lassítóerő a dugattyú tömegének mozgási energiáját biztosan lefékezhesse. Könnyen belátható, hogy e gépeknél a lökethossz nagysága is az erőviszonyoktól függ; mihelyt *valamelyik erő megváltozik*, vele együtt *megrövidül* vagy *meghosszabodik* a dugattyú *lökete* is.

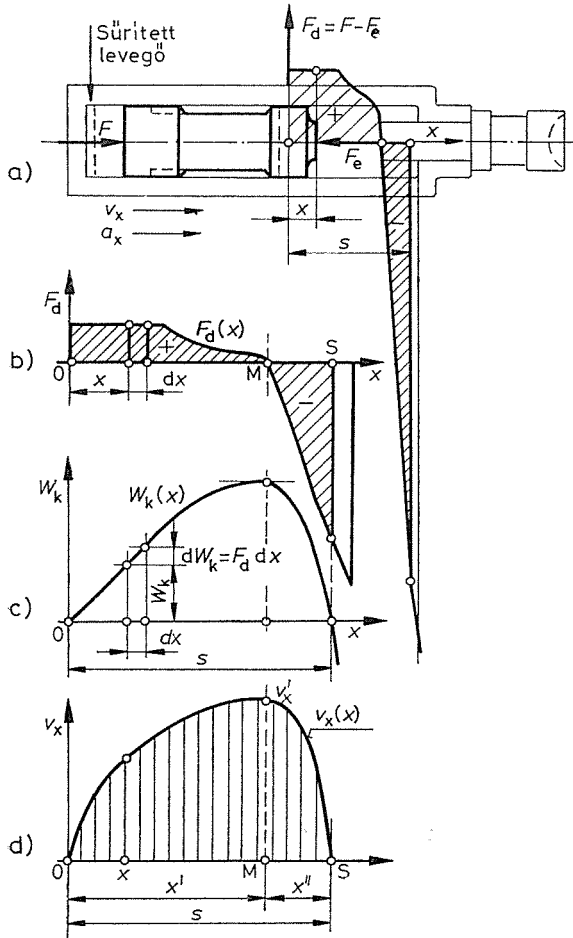
Mínt hogy e gépeknek nincsen forgó tengelyük, a munka ütemét a fordulatszám helyett a percenkénti kettős löketszám jellemzi.

Meg kell jegyezni, hogy a forgó tengely elmaradása e szabad löketű gépek *vezérlését* is *megnehezíti*, mert a beömlés és a kiömlés átváltását (az egyik hengeroldalról a másikra) olyankor kell végezni, amikor a dugattyú holtpontra állásba érkezik, és a gép mozgó elemei megállnak. A *Worthington-szivattyúnál* ezt a nehézséget kéthengeres (iker-) elrendezés hidalja át oly módon, hogy a középhezleten áthaladó egyik dugattyú rúdja állítja át a másik henger vezérlőművét, mialatt annak dugattyúja a holtpontra vesztegel.

A *légnyomásos* kalapácsolók és *szerszámok* dugattyúja *ön maga vezérli* a saját *mozgását* (különleges golyószelép vagy körtolattyú közreműködésével), a kovácsológépek munkáütemét viszont kézi vezérlés szabályozza.

A szabad löketű dugattyú mozgástörvényeinek a 2.77. ábra szerint a dugattyút gyorsító $F - F_e$ erő út menti változását szemléltető függvényábrából lehet levezetni, amelynek integrálgörbéje a mozgási energiának út menti változását adja. (Vö. a 2.73. ábrához fűzött magyarázattal.)

A dugattyú tömegének W_k mozgási energiája a holtpontban nulla, és a pozitív gyorsítóerő hatására mindaddig növekszik, amíg a gyorsítóerő pozitív munkaterü-



2.77. ábra. A szabad löketű dugattyús gép (szegecselőkalapács) erőviszonyai és munkaterülete

- a) a kalapács;
- b) út-erő diagram;
- c) út-munka diagram;
- d) út-sebesség diagram

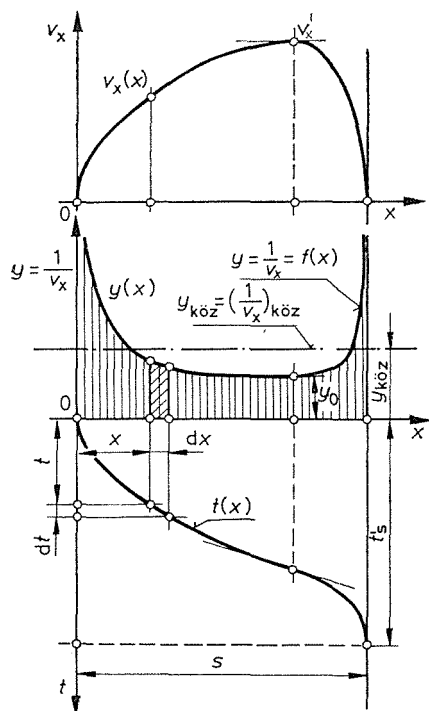
tével kifejezhető legnagyobb értékét (az M pontban) el nem éri. Azon túl a lassítóerő negatív munkaterületének alakjától függ a mozgási energia csökkenése. A dugattyú az S pontban veszti el sebességét, amikor a mozgási energiát a lassító erő munkája teljes egészében elfogyasztotta. A szabad löket hosszúságát eszerint a pozitív és a negatív munkaterület egyenlőségéből lehet meghatározni (vonalkázott területek).

A mozgási energia függvényábrájából a dugattyúsebesség út menti változása is kiadódik, mert a sebesség a mozgási energia négyzetgyökével arányos. ($v = \sqrt{2W_k/m}$; vö. a 2.2.3. ponttal és a (2.48) egyenlettel.)

A hajtóerő és az ellenállás út menti változása rendszerint annyira bonyolult, hogy analitikai számítás helyett a 2.77. ábrán is alkalmazott szerkesztési eljárás vezet eredményre. E szerkesztési eljárás a 2.78. ábra szerint kiterjeszhető a munkalöklet időtartamának és a dugattyú mozgástörvényeinek meghatározására is.

A sebesség út menti változásából az időt a $v_x = dx/dt$ összefüggésből a sebesség reciprok értékének út menti integrálásával kapjuk. Írható ugyanis: $y = 1/v_x$ és

$$t = \int_0^x y \, dx = \int_0^x \frac{1}{v_x} \, dx.$$



2.78. ábra. A szabad lökettű dugattyú mozgástörvényei

A sebesség reciprok értékének függvényábrája (2.78. ábra) könnyen felrajzolható. Területe az s lökethossz befutásához szükséges t'_s időtartamot adja, amely a területkiegyenlítéssel meghatározott $y_{köz} = (1/v_x)_{köz}$ középmagasságából közvetlenül is kiadódik. Írható:

$$t'_s = y_{köz} s' = \left(\frac{1}{v_x} \right)_{köz} s.$$

Hasonló eljárással határozható meg a dugattyú második lökethosszának t''_s időtartama is, ha a dugattyúerő változását ismerjük.

Ezzel azután a másodpercenkénti kettőlöketszám is kiadódik, mert

$$n = \frac{1}{t'_s + t''_s} \text{ 1/s.}$$

2.68. példa. A 2.78. ábra szerinti szabad lökettű dugattyú tömege $m = 0,5$ kg, a gyorsítóerő legnagyobb értéke $F_d = 412$ N, a gyorsítóerő munkája (a munkaterületből) $W_d = 18,64$ J.

A mozgási energia legnagyobb értéke ugyanakkora ($W_d = W_k$). A legnagyobb dugattyúsebesség ($x' = 0,052$ m-es út végén)

$$v' = \sqrt{\frac{2W_d}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 18,64 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2}{0,5 \text{ kg}}} = 8,63 \text{ m/s.}$$

A dugattyú a sebességét további $x'' = 0,018$ m-es út befutása után veszi el. (A lassítóerő háromszög alakú munkaterülete ekkora alappal adja meg a teljes területkiegyenlítést.) A szabad löket eszerint

$$s = x' + x'' = (0,052 + 0,018) \text{ m} = 0,07 \text{ m.}$$

A sebesség út menti változását jellemző függvényábrából 2.78. ábra szerint szerkesztett reciprok görbe legmélyebb pontja

$$y_0 = 1/v'_x = 1/8,63 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 0,116 \text{ s/m.}$$

A reciprok görbe (területkiegyenlítéssel meghatározott) középmagassága rajzból leolvadva

$$y_{\text{köz}} = (1/v_x)_{\text{köz}} = 0,233 \text{ s/m.}$$

A dugattyú munkaterületének időtartama tehát

$$t'_s = y_{\text{köz}} s = 0,233 \text{ s/m} \cdot 0,07 \text{ m} = 0,0163 \text{ s.}$$

A dugattyú visszahúzásához szükséges idő rendszerint valamivel hosszabb (mert a henger visszafelé kisebb töltéssel dolgozhat). Ezt az időtartamot – mintegy 20%-os hozzáadással – $t''_s = 0,0197$ s-ra becsülve, a másodpercenkénti kettőslöketek száma

$$n = \frac{1}{t'_s + t''_s} = \frac{1}{(0,0163 + 0,0197) \text{ s}} = 27,8 \text{ s}^{-1}.$$

2.3.6. A súrlódás mint hajtóerő. A lengőszita és a rázócsatorna mozgástörvényei

Eddigi vizsgálataink folyamán a súrlódási erő rendszerint a test mozgási ellenállása alakjában jelentkezett. A súrlódási erő azonban a közlőművek üzemében hajtóerő alakjában is jelentkezhet. (Súrlódókapcsoló, szíj- és kötélhajtás stb.)

A **súrlódás** hajtóerő alakjában viszi át a lengő mozgást a szitára helyezett vagy az ún. rázócsatornával továbbállított szemes anyagra is.

A következőkben a 2.79. ábra kapcsán a szemes anyag (liszt, gabona, homok, szén stb.) egy m tömegű szemcséjének mozgástörvényeit tesszük vizsgálat tárgyává arra a legegyszerűbb esetre, ha a szemcsét alátámasztó síklap (pl. síkszita, lengővályú) lengő mozgását (végtelen hajtórudas) forgattyús hajtómű útján kapja.

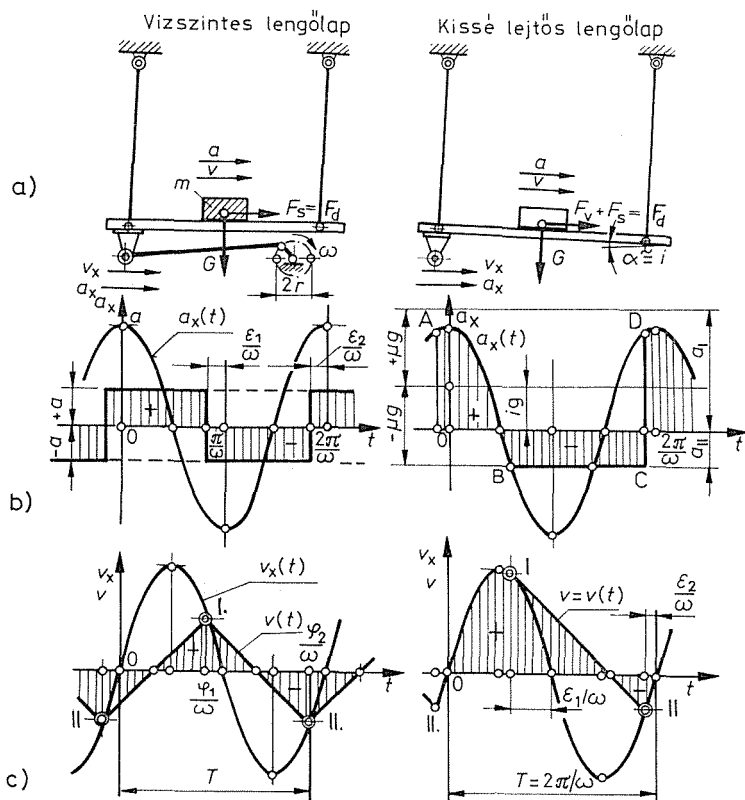
Ha a **síklap vízszintes** (2.79. ábra), akkor az m tömegű testet $F_s = \mu g m$ nagyságú súrlódási erő kapcsolja az alaphoz, amelynek sebességét és gyorsulását a forgattyús hajtómű két jellemzője: a forgattyú r sugara és a tengely ω szögsebessége egyértelműen meghatározza. A (2.64) egyenlet szerint ugyanis a lengőlap sebessége

$$v_x = r\omega \sin \omega t,$$

gyorsulása pedig

$$a_x = r\omega^2 \cos \omega t.$$

A lengőlapra helyezett m tömegű test a súrlódó kapcsolat következtében ugyanezt a mozgástörvényt követheti mindaddig, amíg a testre átvitt gyorsulás legnagyobb



2.79. ábra. A lengőszita és a rázócsatorna mozgástörvényei
 a) lengőlap; b) gyorsulás-idő diagram; c) sebesség-idő diagram

(holtponi) értéke $a_x = r\omega^2$ nem lépi túl az F_s súrlódási erővel adható legnagyobb gyorsulást, amelynek nagysága a (2.45) egyenlet szerint

$$a = \frac{F_s}{m} = \frac{\mu gm}{m} = \mu g.$$

Ez a feltétel úgy is megfogalmazható, hogy az m tömegre kényszerített a_x gyorsulást létrehozó $F_{dx} = ma_x$ gyorsulóerő nem lehet nagyobb, mint az F_s súrlódás.

Ebből a feltételből kiszámítható a szögsebességnek az az ω_0 (alsó) határértéke is, amelynek elérése után a test már nem tudja követni a lengőlap mozgását, hanem ahhoz képest viszonylagosan el kell mozdulnia. A határfeltétel $F_s = (F_{dx})$, és ebből

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu g}{r}} \frac{\text{rad}}{\text{s}}. \quad (2.72)$$

Mindaddig tehát, amíg a forgattyútengely szögsebessége kisebb az előbbi határértéknél, a test együtt mozog a lappal, vagyis viszonylagos elmozdulás nincsen. (A szítálás művelete szempontjából ez az üzemállapot hatástalan.)

Ha $\omega > \omega_0$, akkor a test gyorsulását az állandó súrlódási erő szabja meg. Mint-hogy ez az $a = \mu g$ nagyságú gyorsulás a lap holtponthoz gyorsulásánál mindenesetre kisebb, ennél fogva az m tömeg sebessége és útja is kisebb marad a lapéhoz képest. Ez azt jelenti, hogy a test viszonylagosan visszamarad a laphoz képest, miközben egyenle-tesen gyorsul. A löket második felében azonban a lengőlap sebessége csökken, így te-hát még a holtpont előtt be kell állnia a viszonylagos nyugalomnak, amikor a test v sebessége a lengőlap v_x sebességével egyenlő.

A viszonylagos nyugalom helyreállításának azonban a sebesség egyenlősége $v = v_x$ csak a *moz-gástani feltétele*. Ha ugyanekkor a viszonylagos nyugalom *erőtanifeltétele* is teljesül, vagyis a súrlódási erő nagyobb a gyorsításhoz szükséges erőnél, akkor a test ismét követheti a lengőlap mozgástörv-nyeit. Ellenkező esetben a viszonylagos nyugalom mindig csak egy pillanatig tart, és a test az alapon viszonylagosan ide-oda mozog.

Ha a lengőlap (síkszita) sebessége elég nagy, vagyis ha a holtponthoz gyorsulás jóval nagyobb a súrlódási erővel adható gyorsulásnál ($r\omega^2 > \mu g$), akkor a viszonylagos nyugalom két feltétele egyidejűleg nem teljesül, és ennél fogva az m tömeg a laphoz képest váltakozva visszamarad és előresiet, vagyis szintén lengő mozgást végez.

Ebben az esetben az m tömeg mozgástörvényei a 2.79. ábra szerint a következő megfontolással határozhatók meg.

A test (abszolút) gyorsulásának nagyságát a súrlódási erő szabja meg ($a = \mu g$). E gyorsulás abszolút értéke tehát mindvégig változatlan, csak az előjele változik aszerint, amint a súrlódási erő gyorsító vagy fékező hatása érvényesül.

A 2.79b ábrán eszerint a lengőlap gyorsulásának időbeli változását szemléltető $a_x = a_x(t)$ alakú függvényábrán az m tömeg gyorsulásának lehetséges értékeit a t időtengellyel párhuzamos ($\pm a$) egyenespár jelöli ki.

Az a gyorsulás előjelét az egymáson elcsúszó felületek *viszonylagos* sebességének iránya határo-za meg. *A testre ható súrlódási erő értelme a viszonylagos elmozdulással mindig ellenétes*, tehát mind-addig gyorsít, amíg a test sebessége kisebb a lengőlap sebességénél; de azonnal előjelet vált (vagyis fékezőerővé alakul át), mielőtt a test abszolút sebessége eléri és túlhaladja a lap sebességét, vagyis viszonylagosan előresiet.

A gyorsulás előjelváltásának időpontját tehát a 2.79. ábrán rajzolt $v_x = v_x(t)$ és $v = v(t)$ sebes-séggörbék metszéspontjai jelölik ki. E metszéspontok helyzete φ_1 , ill. φ_2 forgattyúállással jellemezhető. A v_x sebesség szinuszváltozásából arra is következtethetünk, hogy az előjelváltás mindig a holtpont előtt következik be (azaz $\varphi_1 = \pi - \varepsilon_1$ és $\varphi_2 = 2\pi - \varepsilon_2$), így tehát a holtpontoktól visszafelé számított ε_1 , ill. ε_2 előresietési szögek meghatározására szorítkozhatunk.

E feladat megoldásai közül csak annak van gyakorlati jelentősége, amely az egyenletes ütemű üzemállapotra vonatkozik. Bármilyenek ugyanis a síkszita indítá-sának körülményei, bizonyos számú lengés után bekövetkezik az az üzemállapot, amely az egymást követő lengések időtartamának és kilengéseinek azonosságával jellemezhető.

A vízszintes síkszita esetében ezenfelül a lengőlapnak mindkét mozgásiránya azonos (szimmetrikus) erőjátékából arra is következtethetünk, hogy az m tömeg két-oldali kilengései is egyenlők lesznek ($s_I = s_{II}$), vagyis a test lengés közben nem vándorol el. Ebben az esetben a gyorsulás előjelváltására jellemző előresietési szögek is egyenlők (azaz $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$), és az ezekhez tartozó metszéspontok ellenkező előjelű ordinátái is egyenlő hosszúságúak.

E megzorító feltételekkel az ε előresietési szög a következőképpen számítható:

Az m tömegű test lengésideje megegyezik a szitáéval, vagyis $T = 2\pi/\omega$. A test (állandó) gyorsu-lása $a = \mu g$, a gyorsulás időtartama $T/2 = \pi/\omega$. A sebesség változása tehát

$$\Delta v = aT/2 = \mu g\pi/\omega.$$

Mint hogy a test sebességének a legkisebb (negatív) értéke csak előjelben különbözik a legnagyobb értéktől, a test legnagyobb sebessége $v_1 = \Delta v/2$. A v sebesség e szélső értéke a viszonylagos nyugalom pillanatát is jellemzi, azaz a $t = \varphi_1/\omega = (\pi - \varepsilon)/\omega$ pillanatban $v = v_1$. Írható tehát:

$$v_1 = r\omega \sin(\pi - \varepsilon) = r\omega \sin \varepsilon.$$

Helyettesítés és rendezés után az ε előresietés szögét meghatározó egyenlet

$$\sin \varepsilon = \frac{\mu g \pi}{2r\omega^2}.$$

A gyakorlatban az m tömeg gyorsulása mindig jóval kisebb a síkszita holtponthoz tartó gyorsulásánál, ennél fogva jó közelítéssel írható: $\sin \varepsilon \approx \varepsilon$.

A gyorsulások arányát kifejező $\lambda = \mu g/r\omega^2$ jelölés bevezetésével a mozgástörvényeket meghatározó egyenleteink a következő egyszerű alakra hozhatók:

$$\varepsilon \approx \lambda \frac{\pi}{2}.$$

Ezzel a legnagyobb sebesség

$$v_1 = \lambda \frac{\pi}{2} r\omega \quad \text{m/s.}$$

Az m tömeg lökethossza pedig (a háromszög alakú menetábra területéből)

$$s_1 = 2r_1 = v_1 T/4 = \lambda \frac{\pi^2}{4} r \quad \text{m.}$$

A síkszita mai szerkezete az előbb ismertetett legegyszerűbb alakjától abban tér el, hogy annak minden pontja (egyszerű lengő mozgás helyett) a vízszintes síkban körpályát ír le.

E körmozgás bármelyik irányban vett vetülete ismét lengő mozgást ad, amelynek mozgástörvényei az előzőektől abban különböznek, hogy az előresietés szöge $\varepsilon_0 = \lambda$. Az m tömeg (abszolút) pályája $r_0 = \lambda r$ sugarú kör, amelyet $v_0 = \lambda r\omega$ kerületi sebességgel fut be.

2.69. példa. A 2.79. ábra szerinti síkszita lengő mozgását $r = 0,05$ m forgattyúsugarú hajtómű szolgáltatja. Az m tömegű testek súrlódási tényezője $\mu = 0,2$, a súrlódással átvihető legnagyobb gyorsulás tehát

$$a = \mu g = 0,2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 1,962 \text{ m/s}^2.$$

A viszonylagos csúszást előidéző legkisebb szögsebesség a (2.72) egyenlet szerint

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu g}{r}} = \sqrt{\frac{0,2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{0,05 \text{ m}}} = 6,28 \text{ rad/s,}$$

a másodpercenkénti lengésszám tehát $n_0 = \omega_0/2\pi \approx 1 \text{ s}^{-1}$. Ha a gyorsulások arányszámát $\lambda = 1/3$ értékkel írjuk elő, akkor a szögsebesség ($\lambda r\omega^2 = \mu g$ összefüggésből)

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{\lambda r}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 0,2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{0,05 \text{ m}}} = 10,8 \text{ rad/s;}$$

azaz $n = 1,73 \text{ s}^{-1}$.

Az előresietés szöge

$$\varepsilon \approx \lambda \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} = 0,523; \quad \text{azaz} \quad \varepsilon^\circ = 180^\circ \varepsilon/\pi = 30^\circ.$$

Az m tömeg legnagyobb (abszolút) lökethossza tehát

$$s_I = \lambda \frac{\pi^2}{4} r = \frac{1}{3} \cdot \frac{9,8}{4} \cdot 0,05 \text{ m} = 0,041 \text{ m}.$$

(A legnagyobb kilengés eszerint $r_I = s_I/2 = 20,5 \text{ mm}$.)

A **lengőlap anyagszállításra** is használható (lengővályú, rázócsatorna), ha az erőjátékot úgy módosítjuk, hogy az anyag *nagyobb gyorsulással haladjon előre*, mint vissza. A test lengő mozgásának ezt az aszimmetriáját a gyakorlatban többféle módon lehet megvalósítani. Az egyik célravezető út a forgattyús hajtómű hajtórúdjának megrövidítése: ezáltal a lengő mozgás eltorzul. Így pl. $l/r = 3$ -szoros rúdaránnyal az egyik holtponthoz gyorsulás kétszerese a másikhoz: $(l+r)/(l-r) = 2$. (Vö. a 2.2.10. ponttal és a 2.61. példával.)

A 2.79. ábra jobb oldala szerint az anyag egyirányú vándorlása (a súrlódás szögénél kisebb) lejtősséggel is biztosítható.

A lengőlap α hajlásszöge oly kicsiny, hogy ($\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha = i$ és $\cos \alpha \approx 1$ közelítéssel) a súlyerőnek a lejtő irányába eső összetevője

$$F_v = img.$$

A súrlódási erő pedig

$$F_s = \mu mg.$$

A testet ebben az esetben az egyik irányban $F_v + F_s$ erő tudja gyorsítani, a másik irányban azonban csak $F_s - F_v$ erő.

A testre átvihető legnagyobb gyorsulás eszerint az egyik irányban $a_I = (\mu + i)g$, a másik irányban pedig $a_{II} = (\mu - i)g$.

Ha tehát a forgattyúntengely fordulatszámát úgy határozzuk meg, hogy a lengőlap legnagyobb (holtponthoz) gyorsulás a fenti két érték közé essék, azaz $a_I > (a_x) > a_{II}$ legyen, akkor az m tömeg az egyik irányban követni tudja a lengőlap mozgástörvényeit, és csak a másik holtponthoz szenved viszonylagos elmozdulást.

A vizsgálatot a 2.79. ábrán szintén a gyorsulás és a sebesség időbeli változását szemléltető görbékben végezzük el. A test gyorsulását az $ABCD$ görbe (törtvonal) jellemzi, amelynek AB szakasza a lengőlap gyorsulásának függvényábrájával összevág. A viszonylagos nyugalom a B ponttól kezdve megszűnik (amikor $a_x = a_{II}$). A BC szakaszon az m tömeg (negatív) gyorsulása állandó mindaddig, amíg a C pontban a viszonylagos nyugalom ismét helyre nem állott, és a folyamat ismétlődik.

A C pont helyét a gyorsulások ábrájában a pozitív és a negatív területek egyenlőségéből lehet meghatározni, mert az (egyenletesen ismétlődő) üzemiállapot beállta után a test sebessége egy kettőslököt után ismét ugyanakkora, mint a kezdőértéke. (A sebesség időbeli változásának üteme ugyanaz, mint a lengőlapé, tehát a vizsgálat egy kettőslököt T időtartamára szorítkozhatik.)

A test sebességábrájának első szakasza (II-től I-ig) a lengőlapnak szinusztörvényt kifejező sebességgörbéjével egybevág ($v = v_x$). Az I pontban a test megcsúszik, és innen az $F_s - F_v$ (negatív) gyorsítóerő hatása alatt mindaddig lassul, amíg a II pontban sebessége a lengőlapét ismét eléri. Minthogy ebben a pillanatban a viszonylagos nyugalom erőtanai feltétele is teljesül, tehát a test sebességét ismét a lengőlap határozza meg.

A $v = v(t)$ sebesség–idő görbe (menetábra) pozitív és negatív területe a test előrehaladását és visszahúzását jellemzi. E két terület algebrai összege az erőviszonyok aszimmetriája miatt nem nulla ($s_I > s_{II}$).

A test eszerint egy kettőslökötés alatt $s = s_I - s_{II}$ úttal vándorol előre, vagyis a közepes szállítási sebesség

$$v_{\text{köz}} = sn \text{ m/s},$$

ahol a másodpercenkénti kettőslöketszám $n = \omega/2\pi$ (s^{-1}); az egy kettőslököt alatt befutott s út pedig a menetábra területéből számítható.

2.70. példa. A 2.79. ábra jobb oldala szerinti rázócsatornára adagolt anyag (pl. diószén) súrlódási tényezője $\mu = 0,18$; a csatorna lejtőssége $i = 0,1$.

A testre átvihető legnagyobb gyorsulás lefelé

$$a_{\text{I}} = (\mu + i) g = (0,18 + 0,1) 9,81 \text{ m/s}^2 = 2,75 \text{ m/s}^2,$$

felfelé

$$a_{\text{II}} = (\mu - i) g = (0,18 - 0,1) 9,81 \text{ m/s}^2 = 0,785 \text{ m/s}^2.$$

Az $r = 50 \text{ mm}$ forgattyúsugarú tengely fordulatszámát úgy választjuk meg, hogy a holtponti gyorsulás kb. 15%-kal kisebb maradjon a nagyobbik határgyorsulásnál, azaz

$$(a_x) = r\omega^2 = \varphi a_{\text{I}}; \quad \text{ahol} \quad \varphi = 0,85.$$

Innen

$$\omega = \sqrt{\frac{\varphi a_{\text{I}}}{r}} = \sqrt{\frac{0,85 \cdot 2,75 \text{ m/s}^2}{0,05 \text{ m}}} = 6,83 \text{ rad/s};$$

a fordulatszám pedig

$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{6,83 \text{ s}^{-1}}{2\pi} = 1,09 \text{ s}^{-1}.$$

A gyorsulások és a sebességek függvényábráit a 2.79b-c ábra jobb oldala szerint rajzoljuk fel. Az $a_x = a_x(t)$ görbe a forgattyúállás koszinuszfüggvénye, a $v_x = v_x(t)$ függvényábra pedig szinuszc görbe. Ez utóbbi alatti terület a $0-T/2$ időtartamban az egy löket ideje alatt befutott utat adja, azaz $s_x = 2r = 0,1 \text{ m}$.

A $v = v(t)$ görbe alatti terület viszont azt az $s = s_{\text{I}} - s_{\text{II}}$ utat jellemzi, amellyel a szállított anyag egy kettőslöket alatt előrehalad.

A két terület aránya a rajzból lemerve:

$$\nu = \frac{s}{s_x} = 1,24.$$

Ezzel az anyag előrehaladási sebessége is kiszámítható, mert

$$s = \nu s_x = 1,24 \cdot 0,1 \text{ m} = 0,124 \text{ m}$$

értékkel

$$v_{\text{köz}} = sn = 0,124 \text{ m} \cdot 1,09 \text{ s}^{-1} = 0,135 \text{ m/s}.$$

IRODALOM a 2. fejezethez

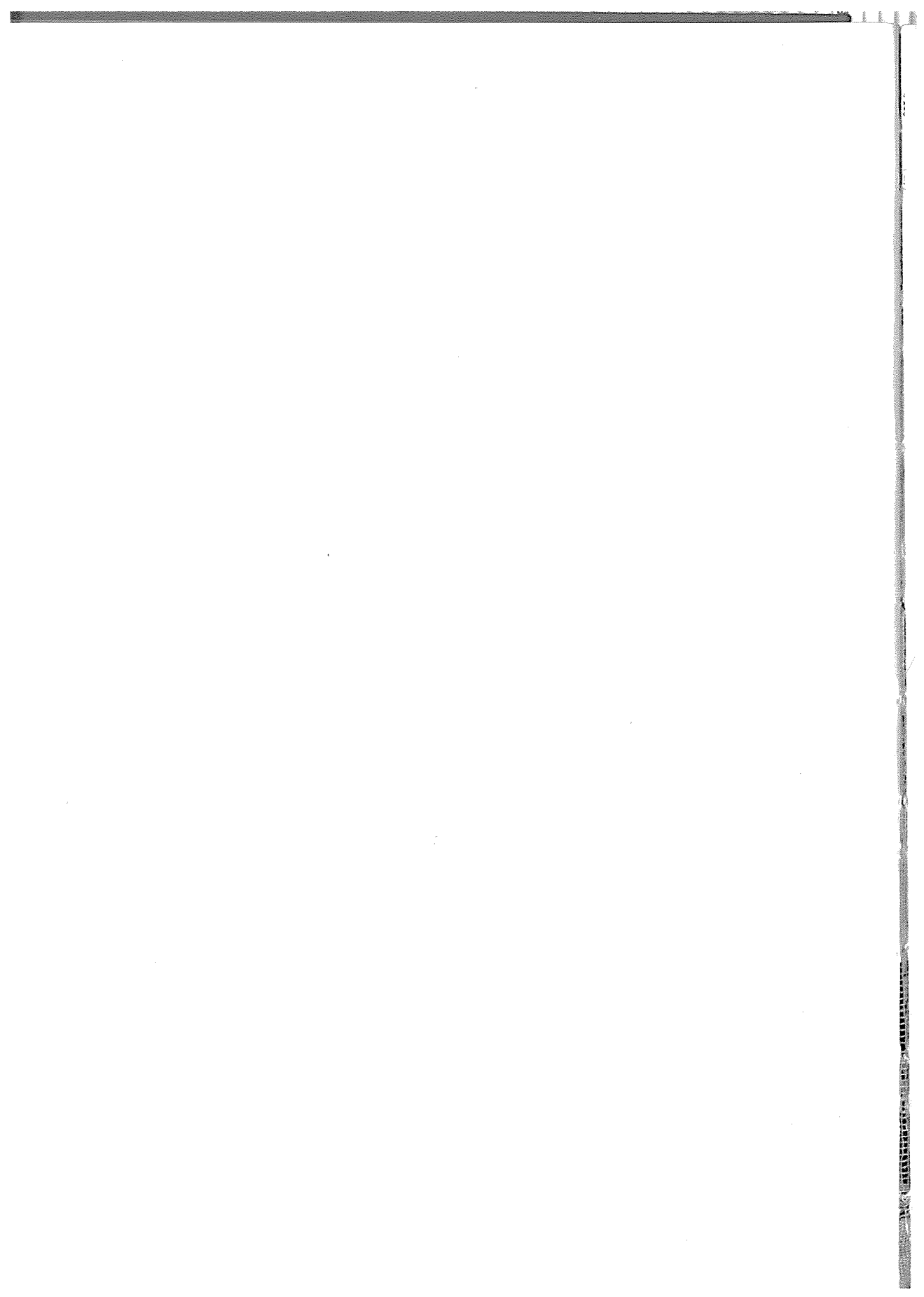
- [2.1] *Pattantyús Á. G.*: Emelőgépek üzemtana és szerkezetana. Budapest, Németh József Könyvkiadó Vállalata, 1927.
- [2.2] *Pattantyús Á. G.*: Felvonók. Budapest, Egyetemi Nyomda, 1945.
- [2.3] *Pattantyús Á. G.*: Gépészeti lengéstan. Budapest, Akadémiai Kiadó, 1952.
- [2.4] *Mutnyánszky Á.*: Statika. Budapest, Tankönyvkiadó, 1953.
- [2.5] *Terplán Z.*: Mechanizmusok. Budapest, Tankönyvkiadó, 1959.
- [2.6] *Pattantyús*: Gépész- és villamosmérnökök kézikönyve. 1—5 kötet, Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1959—62.
- [2.7] *Fowler—Meyer*: Fizika mérnököknek. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1963.

- [2.8] *Kozmann Gy.*: Műszaki lengéstan. Budapest, Tankönyvkiadó, 1965.
- [2.9] *Sályi I.*: Műszaki mechanika 1 — 2. kötet. Budapest, Tankönyvkiadó, 1970.
- [2.10] *Vörös I.*: Gépelemek 1—3 kötet. Budapest, Tankönyvkiadó, 1970 és 1972.
- [2.11] *Ludvig Gy.*: Gépek dinamikája. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1973.
- [2.12] *Felföldi L.*: Anyagmozgatási kézikönyv. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1975.
- [2.13] *Kurth, F.*: Fördertechnik, Grundlagen der Fördertechnik. Berlin, VEB Verlag Technik, 1975.
- [2.14] *Kurth, F.*: Fördertechnik, Unstättigförderer. Berlin, VEB Verlag Technik, 1976.
- [2.15] *Greschik Gy.*: Anyagmozgató gépek. Budapest, Tankönyvkiadó, 1977.
- [2.16] *Kurth, F.*: Fördertechnik, Stättigförderer. Berlin, VEB Verlag Technik, 1977.
- [2.17] *Zebisch, H. J.*: Dinamika. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1977.
- [2.18] *Antal J.*: Fizikai kézikönyv műszakiaknak. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1980.

3. Áramlástechnikai gépek

Áramlástechnikai gépnek nevezünk — tágabb értelemben — minden olyan gépet, ahol az energiaátvitelben a **folyadékkal kapcsolatos** (legyen az cseppfolyós vagy gáz halmazállapotú) **energiaátalakulás** alapvető.

E körbe tartozik tehát minden *szivattyú, turbina, ventilátor és kompresszor* stb. E gépek működésének megértéséhez nélkülözhetetlen az áramlástan alfejezetben tárgyalt alapfogalmak, törvények biztos ismerete. E törvények segítségével írhatók le ugyanis azok a gépekben végbemenő alapvető fizikai folyamatok, amelyeknek ismerete mind a tervező, mind pedig a gépet üzemeltető számára nélkülözhetetlen.



3.1. ÁRAMLÁSTANI ALAPISMERETEK

A *szilárd testet* az alkotóelemeit *egymáshoz kapcsoló vonzóerő* (kohézió) teszi alaktartóvá. A **folyadék** belsejében nincsen akkora kohézió, amely az elemeket összetartaná, és ezért a folyadék edénybe tölthető, kiönthető.

A fizikai értelemben vett *cseppfolyós halmazállapot* tulajdonságait mutatja bizonyos mértékig az apró, szilárd testek halmaza, az ún. **szemcsés anyag** (liszt, homok, gabona, kavics stb.) is, sőt a *képlékeny szilárd testek* is bizonyos körülmények között folyadék módjára viselkednek.

Tágabb értelemben a folyadékokhoz sorolhatók a gőzök, gázok és a levegő is; ezek is felveszik az edény alakját, amelyben elhelyezkednek. A *cseppfolyós folyadékok* és a *gázok* között lényeges különbség, hogy ez utóbbiak nem képeznek **szabad felszínt**.

A cseppfolyós folyadékok, a gázok és a gőzök bizonyos fizikai jellemzőit, az áramlásukkal kapcsolatos alaptörvényeket meg kell ismernünk, mielőtt a velük dolgozó gépeket tárgyaljuk.

3.1.1. A folyadékok műszaki és mennyiségi jellemzői

Műszaki szempontból bennünket elsősorban a folyadékok *mechanikai jellemzői* érdekelnek, amelyekből az egyensúlyfeltételek és a mozgástörvények levezethetők. A folyadékok mozgástörvényei ugyanis egészen mások, mint a szilárd testeké. A folyadékelemek együttes mozgását **áramlásnak** nevezzük.

A folyadékok bizonyos elhanyagolással ideálisnak tekinthetők. Az áramlás törvényeinek kiderítésére hivatott tudomány, az **áramlástan** ugyanis az analitikai vizsgálat megkönnyítése céljából a molekuláris felépítésű, *valóságos folyadék* helyett egy elképzelt, ún. (*ideális*) *tökéletes folyadék* mozgástörvényeit kutatja.

Erre az egyszerűsítésre azért van szükség, mert ez megkönnyíti az alaptörvények felismerését.

Az **ideális folyadékról** azt feltételezzük, hogy a teret teljesen egyenletesen tölti ki, vagyis *homogén*. Ez az összefüggő anyaghalmaz, ha *cseppfolyós*, tökéletesen *összenyomhatatlan*, ha *gáznemű*, tökéletesen *összenyomható*. A tökéletes folyadék elemei egymásnak csak nyomóerőt adnak át, mert elmozdulásukat *súrlódási erők nem fékezik*, nem kapcsolja őket egymáshoz vonzóerő. Az ideális folyadék belsejében eszerint sem húzó-, sem nyomófeszültségek nem ébredhetnek, hanem csak érintkező felületre merőleges nyomófeszültségek, amelyeket röviden *nyomásnak* nevezünk.

A valóságban a cseppfolyós folyadék molekuláris szerkezetű, a teret nem tölti ki mindenütt egyenletesen, nem homogén. A cseppfolyós folyadék nem összenyomhatatlan. 10 m magas vízoszlop alján pl. 0,0044%-kal sűrűbb a víz, mint a felszínen, a súlyerőből származó nyomás miatt.

A valóságos folyadék végül nem is súrlódásmentes. Áramló folyadék részecskéi között az áramlás irányára merőleges sebességkülönbséggel arányos *súrlódási ellenállás* tapasztalható. A *folyadék belső súrlódása*, ill. *viszkozitása* az ún. **newtoni folyadékoknál** független az áramlás sebességétől. A **nem-newtoni folyadékok** viszkozitása nem anyagi állandó, hanem az áramlás sebességének is függvénye.

Kétféle minőségű, ill. munkaképességű folyadék vagy folyadék és szemcsés anyag keveréket alkot.

A folyadék **menyiségi jellemzőit** *nyugvó* és *áramló* folyadék figyelembevételével tárgyalhatjuk.

⇒ (a) A teret egyenletesen kitöltő **nyugvó folyadék** egész kiterjedése rendszerint ismeretlen, mennyiségi meghatározásra tehát csak falakkal körülhatárolt medencék, cső- és csatornarendszerek számításánál kerülhet sor. A *cseppfolyós folyadék* – a továbbiakban röviden **folyadék** – legfelső rétege a nehézségi erő hatására mindig „*vízszintes*”, vagyis a folyadék a nyitott edényben oly testet alkot, amely lefelé és oldalirányban az edény faláig terjed, felfelé azonban *szabad felszín*, az ún. *folyadék-tükkör* határolja.

A teret egyenletesen kitöltő folyadék mennyiségét a következő háromféle adattal lehet jellemezni:

[1] A **folyadék térfogata vagy köbtartalma** űrmértékkel (köbözéssel) mérhető meg. A mennyiség jele és mértékegysége

$$V \text{ m}^3.$$

A térfogat meghatározásakor gyakran használjuk az

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l (liter)}$$

mértékegységet is. A liter – bár nem SI-egység – használata törvényes. Számításokban azonban már m^3 mértékegységgel helyettesítjük a literben adott térfogatot!

[2] A **folyadék tömegének** jele és mértékegysége

$$m \text{ kg},$$

azaz a folyadék tömegét is a szilárd testeknél használt alapegységgel fejezzük ki.

[3] A **folyadéokra ható súlyerő**, amelynek jele és mértékegysége

$$G \text{ N},$$

mindig a *térerősség* függvénye. A *Föld* felszínén 1 kg tömegű folyadéokra ható súlyerő (ha $g = 9,81 \text{ m/s}^2$)

$$G = mg = 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9,81 \text{ N}.$$

⇒ (b) **Fajlagos jellemzők**. Összenyomhatatlan (térfogattartó) folyadék mennyiségét e háromféle jellemző bármelyike egyértelműen meghatározza, mert ezek egymással arányosak. Ezeknek az arányossági tényezőknek (fajlagos jellemzőknek) értelme és jelentősége közismert.

A vizsgálat célszerűen az elemek egész halmazából kiragadott egységnyi mennyiségre vonatkoztatható, amely az előzők szerint egyaránt lehet a folyadék egységnyi térfogata (1 m^3), egységnyi tömege (1 kg) vagy egységnyi súlyerőhöz (1 N) tartozó mennyisége is. A fajlagos jellemzők a következők:

1. A sűrűség

$$\rho = \frac{m}{V} \text{ kg/m}^3.$$

a legfontosabb, leggyakrabban használt fajlagos jellemző.

2. A fajlagos térfogat (fajtérfogat) a sűrűség reciproka:

$$v = \frac{V}{m} \text{ m}^3/\text{kg}.$$

3. A fajsúly az egységnyi térfogatra jutó súlyerő:

$$\gamma = \frac{G}{V} \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2} \right).$$

A fajsúlyt számításainkban használhatjuk két állandó (a sűrűség és a nehézségi gyorsulás) összevonására:

$$\gamma = \frac{G}{V} = \frac{mg}{m/\rho} = \rho g \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \left(= \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2} \right).$$

A folyadék összenyomhatatlanságának feltétele a sűrűség állandóságával is kifejezhető. A műszaki gyakorlatban a tiszta víz sűrűsége mintegy $30 \text{ }^\circ\text{C}$ -ig

$$\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ kg/dm}^3 = 1 \text{ Mg/m}^3$$

állandó értékkel vehető számításba.

A valóságos folyadék sűrűsége – mint tudjuk – *nem állandó*, hanem a nyomás és a hőmérséklet függvénye. Sok esetben azonban még a légnemű folyadék (pl. a levegő) sűrűsége is gyakorlatilag állandónak tekinthető, amikor a nyomás ingadozása nem lépi túl a $\pm 5\%$ -ot és a hőmérséklet sem változik nagy határok között.

Így pl. a szélmotoron átáramló vagy a szellőzővel szállított levegő sűrűségét (a környezet hőmérsékletén)

$$\rho_l = 1,25 \text{ kg/m}^3$$

állandó értékkel szokás számításba venni.

©) A mozgásban levő (áramló) folyadék mennyiségét az időegység alatt átfolyó folyadéktérfogattal, az ún. **térfogatárammal** jellemezhetjük.

Egy medencébe *beáramló*, egy csövön vagy csatornán *átfolyó* vagy abból *kifolyó* vízmennyiség, tehát a térfogatáram

$$q_v \text{ m}^3/\text{s}.$$

Gyakran használunk a m^3/s -nál kisebb mértékegységet, mert az a vízgépek jelentős részénél célszerűbb számértéket eredményez:

$$1 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 1000 \frac{\text{dm}^3}{\text{s}} = 3600 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 60\,000 \frac{\text{dm}^3}{\text{min}} = 3\,600\,000 \frac{\text{dm}^3}{\text{h}}.$$

Az egységnyi időtartam alatt átáramló tömeggel szintén jellemezhetjük a folyadékáramot. A q_m **tömegáramot** a q_V folyadékáramból a ρ sűrűséggel való szorzással származtathatjuk:

$$q_m = \rho q_V \text{ kg/s.}$$

A tömegáramot használjuk összenyomható folyadékok (gőzök, gázok) áramlásának jellemzésére. Itt is kisebb mértékegységet szokás használni az alapegységénél, pl. a gőzkazánok szolgáltatásának és a gépek gőzfogyasztásának jellemzésére (kg/h).

A szemcsés anyagokat (gabona, szén, érc stb.) továbbító szállítóberendezések ún. *szállítóképességét* pedig Mg/h egységben szokás megadni. A használatos egységek

$$1 \text{ kg/s} = 3,6 \text{ Mg/h} = 3600 \text{ kg/h.}$$

A *tonnát* (t) — bár nem SI-, de törvényes egység — különösen tömegáramok nagyságának megadásakor használhatjuk:

$$1 \text{ t/h} = 1 \text{ Mg/h.}$$

Meg kell jegyezni, hogy a *szemcsés anyag* belső felépítés tekintetében lényeges eltérést mutat a valóságos folyadéktól is, mert a különféle szemcsenagyságú elemeket hézagok választják el egymástól, és ezek a térfogatot megnövelik. A szemcsés anyag térfogategységének tömege ezért nem is azonos a tömör anyag sűrűségével, hanem az — ennél mindig kisebb — ún. *halmazsűrűséggel* fejezhető ki. A halmazsűrűség mértékegysége szintén kg/m³.

3.1. példa. Egy szivattyú vízszállítása (térfogatárama) $q_V = 120 \text{ m}^3/\text{h}$. A víz sűrűsége $\rho = 1 \text{ Mg/m}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$.

A tömegáram

$$q_m = \rho q_V = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 120 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot \frac{1}{3600} \frac{\text{h}}{\text{s}} = 33,3 \frac{\text{kg}}{\text{s}}.$$

3.2. példa. Egy gőzkazán gőzfejlesztő képessége $q_m = 5 \text{ Mg/h}$. Az elpárologtatott vizet ún. *tápszivattyúval* kell pótolni, mihelyt a vízállás a kazánban a megengedett alsó szintet elérte. Az adagolás tehát időszakos. Ha a tápszivattyú félóránként ismétlődő üzemideje $t_a = 5 \text{ min}$, azaz egy teljes üzemszakasz tartama $t_a + t_b = 30 \text{ min}$, akkor a szivattyú szükséges q_V vízszállítása abból a feltételből számítható, hogy a teljes üzemszakasz alatt elpárologtatott vízmennyiséget kell szolgáltatni.

Írható tehát:

$$\rho q_V t_a = q_m (t_a + t_b),$$

ebből

$$q_V = \frac{q_m}{\rho} \cdot \frac{t_a + t_b}{t_a} = \frac{5 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}}{1 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}} \cdot \frac{30 \text{ min}}{5 \text{ min}} = 30 \text{ m}^3/\text{h},$$

azaz

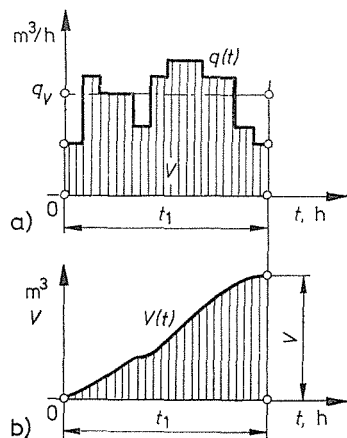
$$q_V = 30 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot \frac{1}{3600} \frac{\text{h}}{\text{s}} = 0,00833 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 1000 \frac{\text{dm}^3}{\text{m}^3} = 8,33 \frac{\text{dm}^3}{\text{s}}.$$

3.1.2. A vízszolgáltatás és vízfogyasztás görbéi. A tárolómedence

A vízellátás üzemi feltételei mindig a vízfogyasztáshoz igazodnak, amelynek jellegét a *vízfogyasztás* időbeli változása fejezi ki. A vízfogyasztás lehet egyenletes, de lehet időben változó is, sőt ieen gyakran nem is folytonos, hanem időszakos.

A vízfogyasztás időbeli változása a **vízszállítás görbéjével** szemléltethető, amely az egységnyi időtartam alatt *elfogyasztott* vízmennyiséget az idő függvényében ábrázolja. Ugyanígyen görbével ábrázolható az időegységben *szolgáltatott* vízmennyiség is.

A 3.1. ábrán egy vízmű napi görbéje látható, amely az óránkénti vízfogyasztást (q_V m³/h) az idő (h) függvényében ábrázolja. (Ha a görbét íróműszer rajzolja fel, akkor a lépcsős törtvonal helyett folytonos görbe vonalat kapunk, amely a vízfogyasztás pillanatnyi változását is mutatja.)



3.1. ábra. A vízszállítás görbéje

a) a napi vízfogyasztás térfogatárama az idő függvényében;
b) a szállított víz térfogata az idő függvényében

A görbe területe az egész idő alatt elfogyasztott víztérfogatot ábrázolja.

A kezdő időponttól szolgáltatott vagy elfogyasztott *egész* víztérfogatot az idő függvényében a *térfogatok görbéje* ábrázolja, amely a *vízszállítás integrálgörbéje*.

A t_1 időtartam alatt ugyanis a szállított víztérfogat

$$V = \int_0^{t_1} q_V dt \quad \text{m}^3.$$

A 3.1b ábrán $t_1 = 24$ h, tehát V az egy nap alatt szállított (egész) víztérfogat.

A $V = V(t)$ alakú víztérfogatgörbe emelkedése annál meredekebb, minél nagyobb a vízszállítás. A görbe iránytangense ugyanis a vízszállítást egyértelműen meghatározza. Írható:

$$q_V = \frac{dV}{dt} = \text{tg } \alpha.$$

Vízszolgáltatás esetében a víztérfogat görbét a *vízgyűjtés görbéjének* is nevezhetjük, mert annak ordinátái a medencében t idő alatt összegyűlt mennyiség térfogatát adják, ha a vizet teljes egészében (veszteség nélkül) a medencébe vezetjük. A vízgyűjtés görbéjéből az is közvetlenül leolvasható, hogy adott V köbtartalmú medence megtöltéséhez mekkora t_1 időtartamra van szükség.

Vízfogyasztás (azaz negatív szolgáltatás) esetében a térfogatgörbe süllyedő jellegű, vagyis a V térfogatú medencét előzően meg kell tölteni, hogy a fogyasztást t_1 időtartamig a medencéből lehessen fedezni.

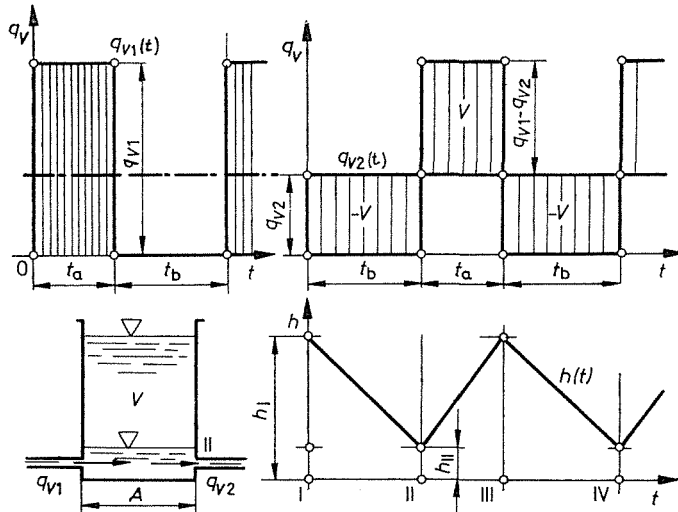
Ha a szolgáltatás és a fogyasztás (a hozzáfolyás és az elfolyás) egymással összhangban áll, vagy ha a medencébe mindig annyi víz érkezik, mint amennyi abból elfolyik, akkor a medence víztöltése változatlan marad. ($V = \text{konst.}$, ha $q_{V1} = q_{V2}$,

ahol q_{V1} az időegységben érkező és q_{V2} az elfolyó térfogatáram abszolút értékét jelöli.)

Ebben az esetben a vízellátás folytonos, és ilyenkor kiegyenlítőmedence közbeiktatására nincs is szükség. Az áramlás folytonosságának feltételeivel a 3.1.6. pontban még részletesebben foglalkozunk.

A vízművek vízszolgáltatása rendszerint nem igazodik a szeszélyesen ingadozó fogyasztáshoz, mert a vízmennyiség folytonos szabályozása ilyen nagy határok között bonyolult és nem gazdaságos.

Kiegyenlítőmedence vagy ún. **szolgálati medence** közbeiktatásával a szivattyú vízszállítását a fogyasztás ingadozásától függetlenül is állandó maradhat, de ilyenkor a szivattyú üzeme szakaszos.



3.2. ábra. Állandó vízfogyasztás időszakosan táplált medencéből. A vízállás ütemes változása a kiegyenlítőmedencében

Ilyen szakaszos üzem látható a 3.2. ábrán. A szakaszos üzem feltétele, hogy a szivattyú q_{V1} vízszolgáltatása nagyobb legyen a q_{V2} vízfogyasztásnál.

A szivattyú t_a üzemideje alatt ugyanis q_{V1} vízhozamnak nemcsak a q_{V2} fogyasztást kell fedeznie, hanem a $q_{V1} - q_{V2}$ felesleggel a medencét is meg kell töltenie.

Minél nagyobb a kiegyenlítőmedence V térfogata, annál hosszabb lehet egy üzemszakasz időtartama. A t_b üzemszünet addig tarthat, amíg a medence ismét kiürült.

Az üzemszabályozás szemléletesen vizsgálható, ha a q_{V1} vízszállítás és a q_{V2} vízfogyasztás görbéjét a 3.2. ábra szerint egymásra rajzoljuk, és figyelembe vesszük, hogy e két görbe közé eső terület a medencében elraktározott V víztérfogatot ábrázolja. A 3.1. ábrától eltérően a medence töltését most dt idő alatt csak a $(q_{V1} - q_{V2}) dt$ nagyságú vízfölösleg növeli, azaz t_a üzemidő alatt a medencébe töltött víztérfogat

$$V = \int_{t_b}^{t_a} (q_{V1} - q_{V2}) dt.$$

E V víztöltés t_b időtartamú üzemszünet alatt tudja ellátni a q_{V2} vízfogyasztást, mialatt a medence ismét kiürül. Írható:

$$V = \int_0^{t_b} q_{V2} dt.$$

Meg kell jegyezni, hogy az A alapterületű, hasáb alakú vagy hengeres medence víztöltése a víztükör magasságával, vagyis a **vízállással** arányos, így tehát a $V = V(t)$ alakú víztérfogatgörbe más skálával, $h = h(t)$ alakban, a vízállás időbeli változását is ábrázolja.

A 3.2. ábra jelöléseivel ugyanis írható:

$$V = A(h_I - h_{II}) \text{ m}^3,$$

ahol h_I a megtöltött medence (*felső*) vízállása;

h_{II} a kiürült medence (*alsó*) vízállása. Ez utóbbit úgy szokás kijelölni, hogy az Ah_{II} térfogatú víztartálék tűzoltási célokra bármikor rendelkezésre álljon.

A szivattyú szakaszos üzemének eszerint a medence vízállásához kell igazodnia. A szivattyút a **vízállásmutató** alsó állásában kell megindítani, és akkor kell megállítani, amikor a víztükör a felső állásba érkezett, vagyis a medence megtelt. A vízállásmutatóval vezérelt indítóberendezéssel az üzem önműködővé is tehető.

3.3 példa. A 3.2. ábra jelöléseivel $q_{V2} = 50 \text{ m}^3/\text{h}$ állandó vízfogyasztást $q_{V1} = 120 \text{ m}^3/\text{h}$ szállítóképességű szivattyú látja el egy $A = 100 \text{ m}^2$ alapterületű vízmedencével. A medence tárolóképessége $h_I = 4,50 \text{ m}$ felső és $h_{II} = 1,0 \text{ m}$ alsó vízállás között:

$$V = A(h_I - h_{II}) = 100 \text{ m}^2 \cdot 3,5 \text{ m} = 350 \text{ m}^3.$$

A szivattyú üzemideje, vagyis a medence megtöltéséhez szükséges időtartam a vízfogyasztást meghaladó $q_{V1} - q_{V2} = 120 \text{ m}^3/\text{h} - 50 \text{ m}^3/\text{h} = 70 \text{ m}^3/\text{h}$ főlésséggel:

$$t_a = \frac{V}{q_{V1} - q_{V2}} = \frac{350 \text{ m}^3}{70 \text{ m}^3/\text{h}} = 5 \text{ h}.$$

A szivattyú üzemszünete alatt a medence ismét kiürül. Az üzemszünet időtartama

$$t_b = \frac{V}{q_{V2}} = \frac{350 \text{ m}^3}{50 \text{ m}^3/\text{h}} = 7 \text{ h}.$$

Egy teljes üzemszakasz időtartama tehát

$$T = t_a + t_b = (5 + 7) \text{ h} = 12 \text{ h}.$$

Ha a vízfogyasztás $q_{V2} = 20 \text{ m}^3/\text{h}$ mennyiségre apad, akkor a teljes üzemszakasz időtartama

$$\begin{aligned} T' &= \frac{V}{q_{V1} - q_{V2}} + \frac{V}{q_{V2}} = 350 \text{ m}^3 \left(\frac{1}{120 \text{ m}^3/\text{h} - 20 \text{ m}^3/\text{h}} + \frac{1}{20 \text{ m}^3/\text{h}} \right) = \\ &= (3,5 + 17,5) \text{ h} = 21 \text{ h}. \end{aligned}$$

3.1.3. A folyadék nyomása. A nyomott folyadékoszlop. A dugattyú és a dugattyúerő

Mint a 3.1.1. pontban láttuk, a tökéletes folyadék elemei csak nyomófeszültséget továbbítanak. Mivel belső súrlódás nincs, a *zárt térben összenyomott* "folyadéktest" minden részében azonos a feszültség, azaz a **nyomás**. E nyomást a folyadéktestre gyakorolt erővel (pl. egy dugattyú segítségével) hozhatjuk létre. A nyomás hatására a folyadékkal érintkező minden – képzeletbeli vagy valóságos – felületet a *felületre merőleges erő* terheli.

Megjegyezzük, hogy az előbbi gondolatmenetben figyelmen kívül hagytuk a folyadékra ható súlyerőből származó nyomást. Ezzel a későbbiekben részletesen foglalkozunk.

A p nyomást az A felület egységére eső F erővel jellemezzük.

$$p = \frac{F}{A} \text{ Pa}.$$

Az alapegységekből származtatott nyomás mértékegységének neve pascal, azaz

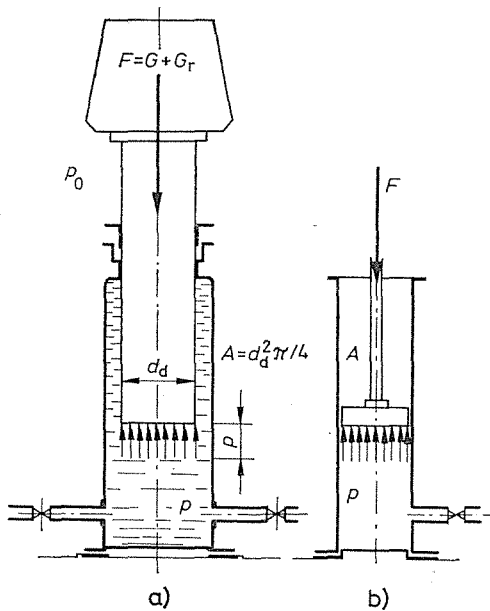
$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}.$$

A pascal viszonylag kis egység, ezért gyakran használjuk a prefixumokkal képzett többszöröseit (kPa, MPa). További törvényes, nem SI-egység a bar.

$$1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ Pa} = 100 \text{ kPa} = 0,1 \text{ MPa}.$$

Ma már nem használatos az átlagos légköri nyomás értékéhez közelálló fizikai atmoszféra (1 atm = 101 325 Pa), ill. a technikai atmoszféra (1 at = 1 kp/cm² = 98 066,5 Pa) nyomásegység.

A nyomást folyadékkal megtöltött, zárt térben — mint említettük — a dugattyút terhelő erő hozza létre. Egy víznyomásos emelő vázlatát láthatjuk a 3.3. ábrán.



3.3. ábra. Víznyomásos emelő
a) búvárdugattyús; b) tárcsás dugattyús

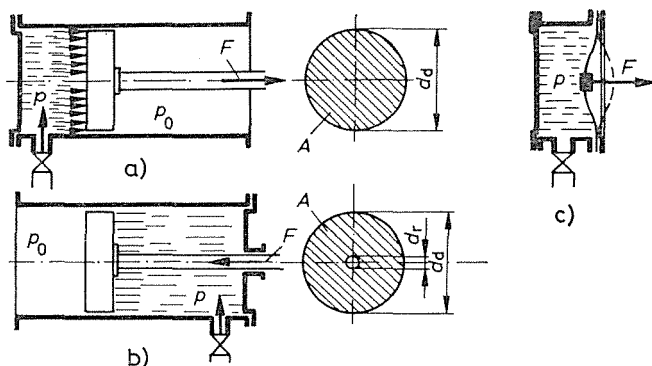
Ha a dugattyú homlokl felülete A , és azt $F = G + G_r$ erő (pl. a teherre, ill. a dugattyúra ható súlyerő) terheli, akkor ez a terhelés a dugattyú felületén egyenletesen oszlik meg, és a folyadék minden elemére is áterjed. A nyomás

$$p = \frac{F}{A} \text{ Pa} \quad (3.1)$$

Figyelemre méltó, hogy az állandó sűrűségű (összenyomhatatlan) folyadékban a nyomás elmozdulás nélkül jön létre! A nyomást előidéző F erő tehát munkát nem végez, hanem a folyadékban egy, az egész folyadéktestre kiterjedő feszültségi állapotot hoz létre, amely az erő hatásával egyidejűen azonnal megszűnik.

A nyomást létrehozó F erő számára azonban — ha az nem is végez munkát — a munka végzéséhez szükséges akadálymentes *elmozdulás lehetőségét* biztosítani kell. Az erre alkalmas gépelem az ún. hengerteret elrekesztő **dugattyú**, amelynek néhány kiviteli alakját a 3.4. ábra szemlélteti.

A 3.3a ábrán a víznyomásos emelő látható, amelynek gépeleme az ún. **búvárdugattyú**. A közismert **tárcsásdugattyú** (3.3b ábra) szerkezetétől abban tér el, hogy a folyadékkal nemcsak homlokfelületen érintkezik, hanem abba belemerül. Ez azonban a működési elv tekintetében nem jelent különbséget.



3.4. ábra. Hatásos dugattyúfelület
a), b) tárcsás dugattyú; c) hajlékony zárólap

A hengerteret elrekesztő dugattyú felületének mindig csak az elmozdulási irányára merőleges vetülete hatásos. (A dugattyú domború kialakításával a dugattyúerő nagysága nem változik meg.) A hatásos dugattyúfelület kiszámításakor a folyadéknyomás hatása alól kivont felületrészeket le kell vonni. Így pl. a 3.4b ábra szerint a hengerbe zárt folyadékon átvezetett dugattyúrúd keresztmetszete hatástalan, vagyis ebben az esetben a hatásos dugattyúfelület körgyűrű alakú. Nagysága $A = \pi (d_d^2 - d_r^2)/4$.

Kis elmozdulások esetében a dugattyút hajlékony zárólap, az ún. **membrán** is helyettesítheti (3.4c ábra).

A dugattyúerő kiszámításakor föltételezzük, hogy a dugattyú elmozdulását **súrlódási erők** nem fékezik. A valóságban azonban mindig számolni kell azzal is, hogy a dugattyú és a henger csúszófelületén az elmozdulást gátló súrlódási erők ébrednek. E súrlódások annál nagyobbak, minél tömörebb zárást biztosítunk a folyadék kiszivárgása ellen az egymáson elcsúszó gépelemek között.

A tárcsásdugattyút rendszerint hornyokba illeszkedő rugalmas **dugattyúgyűrűkkel** tömítjük. A búvárdugattyút és a dugattyúrúdat ún. **tömítőszelencén** vezetjük keresztül, ennek szerkezetét a 3.5. ábra mutatja.

A **tömítetlenségek** a folyadék mennyiségében okoznak **veszteséget**. A vízgépek üzemében rendszerint annál nagyobb **súrlódási veszteségekkel** kell számolni, minél kisebbek a **volumetrikus veszteségek**.

3.4. példa. A 3.3a ábra szerinti víznyomásos emelő teherbírása $m_r = 15$ Mg, a dugattyú tömege (az emelőpaddal együtt) $m = 2$ Mg. A folyadék nyomása a hengerben $p = 30$ bar = 3 MPa. Ez a nyomás a — későbbiekben tárgyalandó — ún. **tűlnyomás**.

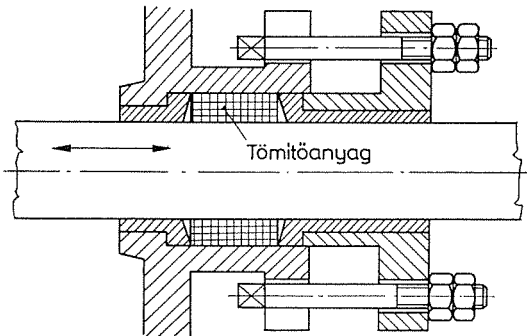
Az A dugattyú-keresztmetszet kiszámításakor azt is figyelembe kell venni, hogy *emeléskor* az $F_s = 7,5$ kN-os súrlódási erő a dugattyú *terhelését megnöveli*, azaz

$$F = (m + m_r)g + F_s = (15\,000 \text{ kg} + 2\,000 \text{ kg}) \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 + 7500 \text{ N} = \\ = 166\,770 \text{ N} + 7500 \text{ N} = 174\,270 \text{ N} \approx 174,3 \text{ kN}.$$

A szükséges dugattyú-keresztmetszet

$$A = \frac{F}{p} = \frac{174\,270 \text{ N}}{3\,000\,000 \text{ Pa}} = 0,0581 \text{ m}^2,$$

$$d_d = 272 \text{ mm}.$$



3.5. ábra. Tömítőszelence

Ha a *dugattyú süllyed*, akkor a *súrlódási erő* a dugattyú *terhelését csökkenti*, és ezért a henger belsejében a nyomás is kisebb, mert a dugattyú csak $F' = G + G_r - F_s = 159\,270 \text{ N}$ erővel nehezedik a folyadékra.

A terhelés süllyesztéséhez tehát a folyadéknyomásnak

$$p_2 = \frac{(m + m_r)g - F_s}{A} = \frac{159\,270 \text{ N}}{0,0581 \text{ m}^2} = 2\,741\,300 \text{ Pa} = 2,74 \text{ MPa} = 27,4 \text{ bar}$$

értékre kell csökkennie.

A henger belsejében keletkező nyomás kiszámításakor figyelmen kívül hagytuk a **folyadék tömegére ható súlyerőket**.

Ha a folyadék (levegő, gőz) sűrűsége kicsi, akkor a súlyerők elhanyagolásával észrevehető hibát nem követünk el. De még a cseppfolyós folyadék is súlytalanak tekinthető, ha a hengerben létrehozott üzemi nyomás elég nagy. Így pl. a 3.4. példában tárgyalt víznyomásos emelő 30 bar üzemi nyomásához képest a folyadékra ható súlyerő bátran elhanyagolható. Itt említjük meg, hogy a víznyomásos emelőgépek és sajtók üzemében ennél lényegesen nagyobb ($p = 20 \dots 60 \text{ MPa}$) nyomások is használatosak.

Végül még tisztázni kell a **környezet nyomásának** hatását is. Jól tudjuk, hogy Földünk felszínére és egész környezetére a **léggöri nyomás** nehezedik. Ez a p_0 nyomás a dugattyú külső felületére hat, és azon keresztül a folyadéktestre is áttérjed.

A dugattyúerő ezt a közvetlenül nem érzékelhető p_0 nyomást csak fokozza, vagyis csak **nyomásnövekedést** okoz. Ezt a növekedést **túlnomásnak** nevezzük (jele: p_t, p_e).

A túlnomás tehát nyomáskülönbség, az abszolút nyomás (vagyis a teljes vákuumtól mért nyomás) és a – változó – p_0 léggöri nyomás különbsége.

A környezet nyomásának figyelembevételével a (3.1) egyenlet szabatosan így írható:

$$p_t = p - p_0 = \frac{F}{A} \quad \text{vagy} \quad F = A(p - p_0). \quad (3.2)$$

Itt p a hengertérben uralkodó abszolút nyomás.

A közvetlenül érzékelhető túlnyomás mércéjének kezdőpontját a légköri nyomás magasságában jelöljük ki. A gyakorlatban a $p - p_0$ nyomáskülönbséget – mint említettük – rendszerint egy betűvel jelöljük ($p_t = p - p_0$).

(Hasonló elv honosodott meg a Celsius-hőmérséklet mérésénél is. Ezt szintén nem az abszolút nullaponttól számítjuk, hanem a víz fagyáspontjától pozitív és negatív értelemben.)

A túlnyomás lehet *pozitív* és *negatív*. A negatív túlnyomást **légritkítésnek** vagy **depresszió**nak nevezzük.

Nyomáskülönbség meghatározásához elegendő a túlnyomások ismerete, de a *nyomásarányt* a **teljes** vagy **abszolút** nyomás értékeiből kell kiszámítani. A teljes nyomás mércéjének kezdőpontja a nyomásmentes tér vagy **légtűr** (abszolút vákuum). A teljes (abszolút) nyomás kiszámításához a légköri nyomást kell ismerni és a túlnyomáshoz hozzáadni.

Meg kell jegyezni, hogy a légköri nyomás ingadozásai miatt a túlnyomás – állandó abszolút nyomás esetén is – változó.

A légköri nyomás ingadozásait a gyakorlatban rendszerint figyelmen kívül hagyjuk, és azt kerekén

$$p_0 = 1 \text{ bar} = 0,1 \text{ MPa} = 100 \text{ kPa}$$

értékkel vesszük számításba.

A nyomás kétféle értékét a p betű indexelésével különböztetjük meg oly módon, hogy

a teljes (abszolút) nyomás jele: p vagy p_a ,

a túlnyomás jele: p_t vagy p_e .

3.5. példa. A 3.4. példában tárgyalt víznyomásos emelőhöz hasonló henger használatos a nagy-nyomású víz szolgálatára és fogyasztása között mutakozó eltérések kiegyenlítésére, vagyis a túlnyomás alá helyezett víz elraktározására is. E tárolóberendezés neve **akkumulátor**; üzeme elvben hasonló a tárolómedencééhez (vö. a 3.2. ábrával!)

Ha a dugattyúsúrlódást elhanyagoljuk, akkor állandó súlyterheléssel az akkumulátornyomás is állandó. A súrlódási erő miatt azonban a nyomás a töltés időszakában megnő, a dugattyú süllyedésekor pedig csökken. A nyomásingadozás mértéke a **nyomás egyenlőtlenégi fokával** fejezhető ki, és a munkasebesség egyenlőtleniségének fokához hasonlóan értelmezhető.

A 3.4. példa adataival

a legnagyobb túlnyomás $p_{t1} = 30 \text{ bar} = 3 \text{ MPa}$,

a legkisebb túlnyomás $p_{t2} = 27,4 \text{ bar} = 2,74 \text{ MPa}$,

a *nyomásingadozás*

tehát $p_{t1} - p_{t2} = 2,6 \text{ bar} = 0,26 \text{ MPa}$.

Az egyenlőtlenégi fokot a nyomás **abszolút középértékére** vonatkoztatjuk, amelyet $p_0 = 1 \text{ bar} = 0,1 \text{ MPa}$ légköri nyomás felvételével számítunk.

Az abszolút középnyomás

$$p_{\text{köz}} = p_0 + \frac{p_{t1} + p_{t2}}{2} = \left(0,1 + \frac{3 + 2,74}{2}\right) \text{ MPa} = 2,97 \text{ MPa} = 29,7 \text{ bar},$$

a nyomás *egyenlőtlenégi foka* pedig

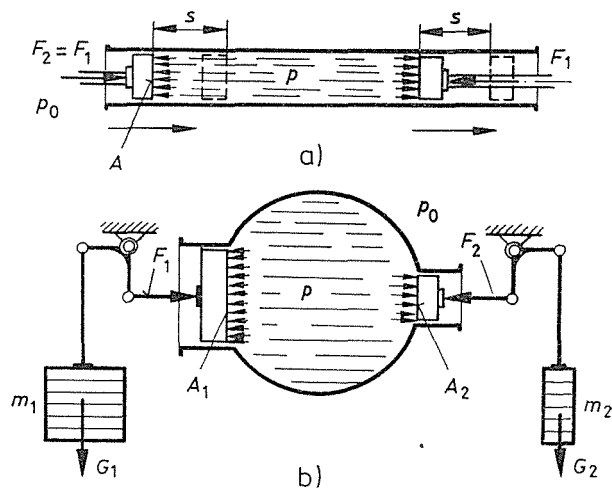
$$\delta_p = \frac{p_{t1} - p_{t2}}{p_{\text{köz}}} = \frac{0,26 \text{ MPa}}{2,97 \text{ MPa}} = 0,0875, \quad \text{azaz} \quad 8,75\%.$$

Újra felhívjuk a figyelmet, hogy a *nyomáskülönbség* kiszámításakor nincsen jelentősége az abszolút nyomás ismeretének, mert éppúgy kiszámítható a túlnyomások különbségéből is. Adott esetben azonban ellenőrizni kell, hogy a két túlnyomás azonos légköri nyomásra vonatkozik-e.

Ha egy csőbe zárt folyadékoszlop két végét a 3.6a ábra szerint dugattyúval határoljuk, akkor a folyadékoszlop a dugattyúerőt nyomott rúd módjára viszi át a másik dugattyúra. (Vö. a 2.3. ábrán vázolt tolórúddal!)

A **nyomott folyadékoszlop** tehát haladó mozgás átvitelére alkalmas **közlőmű**, amelynek közvetítésével az F_1 erővel terhelte dugattyú elmozdításához szükséges munkát a másik dugattyúra ható $F_2 = F_1$ mozgatóerő szolgáltatja.

Ha a dugattyú-keresztmetszet A , akkor az F_2 erő átviteléhez szükséges túlnyomás $p_t = F_2/A$.



3.6. ábra. Zárt térben levő erőközvetítő folyadék
a) erőátvitel nyomott folyadékoszloppal;
b) a hajtóerő módosítása

A dugattyúfelület növelésével a dugattyúerő is arányosan megnövelhető. Ha tehát a 3.6b ábra szerint az F_1 erővel terhelte dugattyúfelület A_1 , akkor a $p_t = F_2/A_2$ túlnyomás $F_1 = A_1 p_t$ nagyságú dugattyúerőt tart egyensúlyban. Az F_2 erővel tehát a felületek arányában megnövekedett F_1 terhelés tartható egyensúlyban, amelynek értéke

$$F_1 = F_2 \frac{A_1}{A_2} \quad \text{N.} \quad (3.3)$$

A dugattyú-keresztmetszetek aránya eszerint az erőt éppúgy módosítja, mint az emelőkar. Az **áttétel** nagysága

$$i = \frac{A_1}{A_2} = \frac{F_1}{F_2}. \quad (3.4)$$

3.6. példa. Egy kézi hajtású víznyomásos kocsiemelő teherbírása $F_1 = 15$ kN, a kéziszivattyú dugattyújára átvihető erő $F_2 = 0,3$ kN.

A szükséges áttétel

$$i = \frac{F_1}{F_2} = \frac{15 \text{ kN}}{0,3 \text{ kN}} = 50.$$

Ha tehát a szivattyú dugattyúátmérője $d = 50$ mm, vagyis a keresztmetszete $A_2 = 19,6$ cm², akkor az emelődugattyú felülete $A_1 = iA_2 = 50 \cdot 19,6$ cm² = 980 cm², azaz $D = 353$ mm.

A henger belsejében keletkező túlnyomás teljes terhelés esetén

$$p_t = \frac{F_2}{A_2} = \frac{0,3 \text{ kN}}{0,00196 \text{ m}^2} = 153 \text{ kPa.}$$

3.1.4. A nyomás eloszlása a nehézségi erőterben levő folyadékban. A nyomás mérése folyadékoszloppal

A hengeres edénybe töltött ρ sűrűségű folyadékra ható súlyerő a 3.7. ábra jelöléseivel

$$G = Ah\rho g \text{ N,}$$

ahol g a nehézségi gyorsulás.

Ez a súlyerő az edény (vízszintes) alját egyenletesen elosztott p_t túlnyomással terheli, amelynek nagysága

$$p_t = \frac{G}{A} = \rho gh \text{ Pa.} \quad (3.5)$$

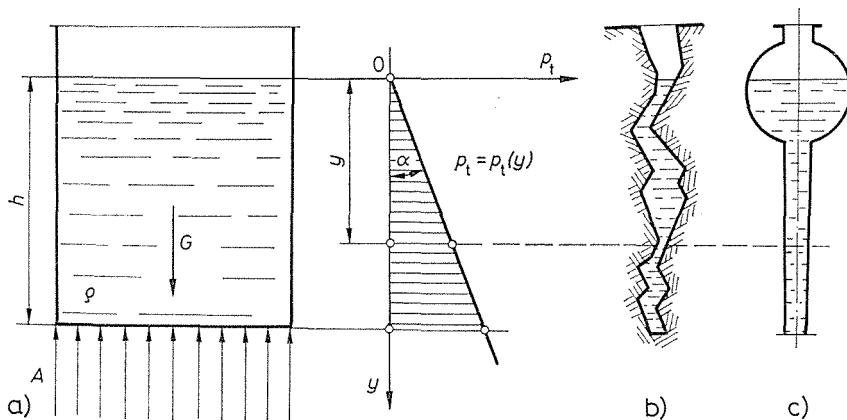
Az edény aljára nehezedő túlnyomás eszerint független a folyadékoszlop keresztmetszetétől és az edény alakjától is. Nagyságát a folyadékoszlop (függőleges) magassága és sűrűsége egyértelműen meghatározza.

A folyadék felszínén nincs túlnyomás, a felszíntől mért y mélységben a túlnyomás $p_t = \rho gy$ Pa.

A nyomás tehát a mélységgel (az oszlopmagassággal) arányos; az arányossági tényezők a folyadék sűrűsége és a nehézségi gyorsulás (vagyis a fajsúly $\gamma = \rho g$ N/m³).

A 3.7. ábra egy tartályban, egy sziklarepedésben és egy ún. lopóban szemlélteti a nyomás eloszlását a mélység függvényében. A $p_t = p_t(y)$ függvényábra a folyadéktükör magasságából induló α hajlásszögű ferde egyenes, amelynek hajlása a folyadék fajsúlyától függ ($\tan \alpha = \gamma = \rho g$).

A nyomásból származó erő iránya az edény falára mindenütt merőleges, nagysága pedig a folyadék egy-egy „vízszintes” rétegében azonos.



3.7. ábra. A nyomás eloszlása a folyadékban
a) tartályban; b) sziklarepedésben; c) lopóban

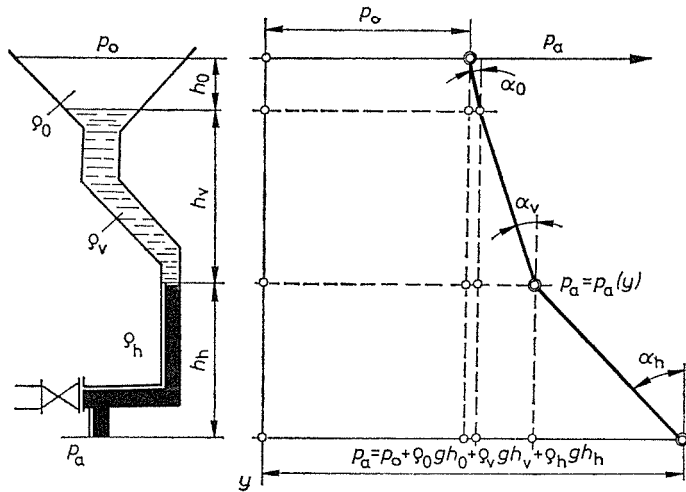
Ha a folyadék felszínére (tükrére) nehezedő p_0 nyomást – nyitott medencében vagy edényben a légköri nyomást – ismerjük, akkor a folyadék bármelyik elemére nehezedő **abszolút nyomás** is kiszámítható. Nagysága y mélységben

$$p_a = p_0 + \rho g y \quad \text{Pa.} \quad (3.6)$$

Többféle, egymással nem keveredő folyadék a nehézségi erőterben vízszintes rétegekben helyezkedik el egymás fölött a sűrűség sorrendjében (3.8. ábra).

A nyomást rétegről rétegre lefelé haladva a (3.6) egyenlet ismételt alkalmazásával számíthatjuk. A 3.8. ábra jelöléseivel az abszolút nyomás

$$p_a = p_0 + \rho_0 g h_0 + \rho_v g h_v + \rho_h g h_h \quad \text{Pa.} \quad (3.7)$$



3.8. ábra. A nyomás eloszlása különféle sűrűségű folyadékoszlopokban

3.7. példa. A 3.8. ábrán tölcseres csőrendszer látható háromféle folyadékkal. Az ábra jelöléseivel

az *olajréteg* magassága $h_0 = 300 \text{ mm}$, sűrűsége $\rho_0 = 0,9 \text{ kg/dm}^3$,
 a *vízréteg* magassága $h_v = 1000 \text{ mm}$, sűrűsége $\rho_v = 1,0 \text{ kg/dm}^3$,
 a *higanyréteg* magassága $h_h = 900 \text{ mm}$, sűrűsége $\rho_h = 13,6 \text{ kg/dm}^3$.

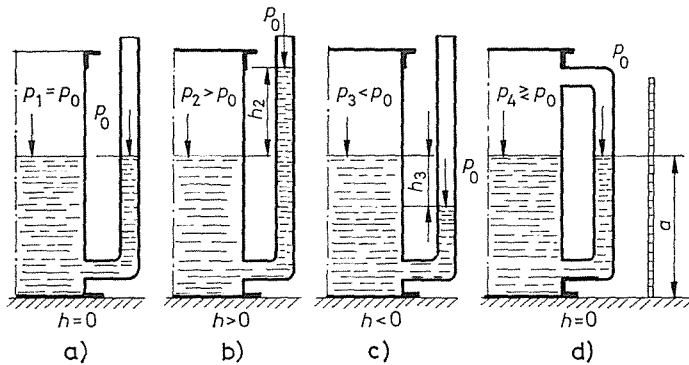
Ha a légköri nyomás $p_0 = 1,04 \text{ bar} = 104 \text{ kPa}$, akkor a teljes nyomás a legalsó rétegben a (3.7) egyenlet szerint

$$p_a = 104\,000 \text{ Pa} + 900 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,3 \text{ m} + 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m} + 13\,600 \text{ kg/m}^3 \times 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,9 \text{ m} = 104\,000 \text{ Pa} + 2650 \text{ Pa} + 9810 \text{ Pa} + 120\,070 \text{ Pa} = 236\,530 \text{ Pa} = 236,5 \text{ kPa.}$$

A *túlnyomás* a legalsó rétegben:

$$p_t = p_a - p_0 = 236\,530 \text{ Pa} - 104\,000 \text{ Pa} = 132\,530 \text{ Pa} = 132,5 \text{ kPa.}$$

A nyomás és a folyadék mélysége között talált arányosság a folyadéknyomás mérésére is felhasználható. Erre a célra rendszerint U alakú üvegcsövet használunk, amelyet ún. *mérőfolyadékokkal* töltünk meg (3.10. ábra). Kisebb nyomások méréséhez külön mérőfolyadékra szükség nincsen, ha a zárt tartály vagy kazán folyadéktöltése vízállásmutató felszállócsővel közlekedik (3.9. ábra).



3.9. ábra. Nyomásmérés vízállásmutató üveggel

A 3.9a ábra *nyitott* medencével közlekedő csövet mutat, amelyben a folyadékoszlop a medence tükörmagasságáig emelkedik, mert a csőben levő folyadékoszlop is a p_0 légköri nyomás hatása alatt áll.

Ha ilyen nyitott felszállócsövet zárt kazán vízteréhez kapcsolunk, akkor belső túlnyomás esetén a folyadékoszlop a kazán vízszintje *főlé* emelkedik.

A 3.9b ábra jelöléseivel írható:

$$p_2 = p_0 + h_2 \rho g \text{ Pa,}$$

ahol a p_2 a kazán víztükrére nehezedő abszolút nyomás.

Légritkítás esetében a folyadékoszlop a 3.9c ábra szerint a víztükör alá süllyed. A kazánnyomás most

$$p_3 = p_0 - h_3 \rho g \text{ Pa.}$$

A közlekedő felszállócső zárt kazán vízállásának jelzésére is alkalmassá tehető, ha annak felső végét a kazán légtérével, ill. gőztérével kötjük össze. Ebben az esetben a folyadéktükör mindentűnt ugyanakkora nyomás alatt áll, ennél fogva magasságkülönbség nem jöhet létre (3.9d ábra).

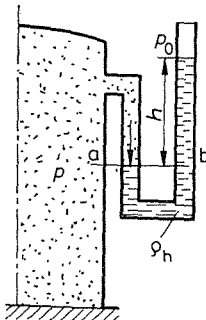
3.8. példa. a) A 3.10. ábra egy légtartályhoz kapcsolt folyadékoszlopos nyomásmérőt ábrázol, amelynek mérőfolyadéká $\rho_h = 13,6 \text{ Mg/m}^3$ sűrűségű higany. Az U-cső két szintje $h = 1,25 \text{ m}$ magasságkülönbségben van.

Egyszerű szemlélettel igazolható, hogy a tartályban uralkodó nyomást az U-cső mindkét szárában az *ab* szinten találjuk, mert a csövet ettől lefelé egyensúlyt tartó egynemű folyadék tölti ki, amelynek egy-egy vízszintes rétegében a nyomás mindenütt ugyanakkora. A légtartályban uralkodó **túlnyomás**

$$p_t = p - p_0 = h \rho_h g = 1,25 \text{ m} \cdot 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 166\,770 \text{ Pa} \approx 167 \text{ kPa.}$$

b) Ha mérőfolyadékkul higany helyett $\rho = 1 \text{ Mg/m}^3$ sűrűségű **vizet** használunk, akkor az U-cső nyitott (külső) szárát meg kell hosszabbítani, mert a (3.5) egyenletből kiszámítható vízoszlopmagasság

$$h_1 = \frac{p_t}{\rho g} \approx \frac{167 \cdot 10^3 \text{ Pa}}{10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} \approx 17 \text{ m.}$$



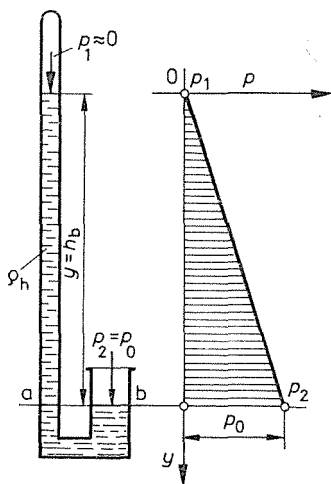
3.10. ábra. Folyadékos nyomásmérő

Ha a folyadék-nyomásmérő egyik szárát légüres térhez kapcsoljuk, akkor a folyadékoszlop magasságából a nyitott szár folyadéktükrére nehezedő légköri nyomás kiszámítható. E műszer a **légnomásmérő** vagy **barométer** (3.11. ábra), amelynek mérőfolyadékáa $\rho_h = 13,6 \text{ Mg/m}^3$ sűrűségű higany.

A barométercső felső végében a higanytűkőr feletti tér gyakorlatilag nyomásmentes, mert a higanygőz nyomása szobahőmérsékleten elhanyagolhatóan kicsi.

A 3.11. ábra jelöléseivel írható:

$$p_0 = h_b \rho_{\text{Hg}} g + p_1 \quad \text{Pa.} \quad (3.8)$$



3.11. ábra. Légnomásmérő (barométer)

A légnomásmérőn leolvasott h_b oszlopmagasságot, az ún. **barométerállást** rendszerint **milliméterben** szokás megadni.

A barométerállásból a légköri nyomást, mivel $p_1 \approx 0$, a

$$p_0 = \rho_h g h_b \quad (3.9)$$

összefüggésből számíthatjuk.

1 mm magas higanyoszlop ($h_b = 0,001 \text{ m}$) nyomása a Föld nehézségi erőterében ($g = 9,806 65 \text{ m/s}^2$) a (3.9) képletből *pontosan* kiszámítva 133,322 Pa. Ez a nyomásérték volt a ma már nem használatos 1 Torr. (A légköri nyomás mértékszámát torrban és a megfelelő barométerállás mértékszámát milliméterben megegyeztetett.)

3.9. példa. A légköri nyomás átlagosan $p_0 = 1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ Pa}$, az ehhez tartozó barométerállás *pontosan*

$$h_b = \frac{p_0}{\rho_{\text{Hg}} g} = \frac{100\,000 \text{ Pa}}{13\,595 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \cdot 9,806\,65 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}} = 0,750 = 750 \text{ mm.}$$

A vízbarométer oszlopmagassága ezzel szemben ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ értékkel)

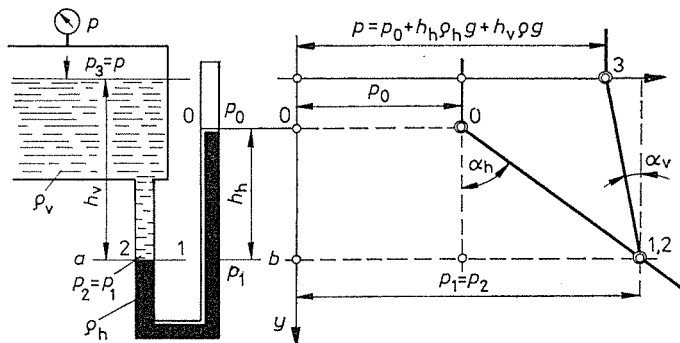
$$h = \frac{p_0}{\rho g} = \frac{100\,000 \text{ Pa}}{1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}} = 10,19 \text{ m,}$$

azaz kerekén 10 m magas vízoszlop létesít 1 bar nyomást.

Folyadéknyomás mérésekor az U-csőbe rendszerint kétféle folyadék jut (3.12 és 3.13. ábra). A mérési eredmény kiszámítását a következő két példa mutatja.

Zárt kazán légterében (ill. gőzterében) uralkodó nyomás a 3.12. ábra szerint a kazán vízteréhez kapcsolt folyadékos nyomásmérővel is mérhető. Ilyenkor a kazán folyadéktöltését is számításba kell venni, tehát azt is mondhatjuk, hogy kétféle mérőfolyadékkal mérünk.

3.10. példa. A 3.12. ábra jelöléseivel a kazánhoz kapcsolt U-cső egyik szárában a $\rho_h = 13,6$ Mg/m³ sűrűségű higany oszlopmagassága $h_h = 1,8$ m-rel magasabb, mint a másik szárban, amelynek higanytükrét a belső túlnyomáson kívül $h_v = 2,4$ m magas, $\rho_v = 0,98$ Mg/m³ sűrűségű melegvíz-oszlop is terheli.



3.12. ábra. Folyadéknyomás mérése higanyos nyomásmérővel

A barométerállás a mérés időpontjában $h_b = 770$ mm. A kazánban uralkodó teljes nyomást abból a feltételből számítjuk, hogy az U-cső ab szintjében mindkét szárban ugyanakkora ($p_1 = p_2$) nyomás van. Írható:

$$p_2 = p + h_v \rho_v g \quad \text{és} \quad p_1 = p_0 + h_h \rho_h g,$$

ahol

$$p_0 = h_b \rho_h g.$$

Az egyenletek összevonásával, rendezés után, az eredmény

$$p = (h_b + h_h) \rho_h g - h_v \rho_v g = (0,77 + 1,8) \cdot 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 - 2,4 \text{ m} \cdot 0,98 \times \\ \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = (342,88 - 23,07) \cdot 10^3 \text{ Pa} = 319 810 \text{ Pa} \approx 320 \text{ kPa}.$$

A 3.12. ábra a nyomásnak a mélység függvényében felrajzolt függvényábráját is szemlélteti, amelynek folytatólagos számozása azonos az U-cső mentén kijelölt számítási menetiránnyal. Kezdőpontul mindig azt a szelvényt kell választani, ahol a nyomást ismerjük. (Az adott esetben a légköri nyomás alatt álló 0 higanytükröt a kiindulópont.)

Az **áramló folyadék** veszteségei **nyomásesés** alakjában jelentkeznek. A 3.13. ábrán vázolt vízszintes csőbe iktatott ellenállás (keresztmetszet-szűkítés) hatása abban jelentkezik, hogy a szűkítőnyílás két oldalán $p_1 - p_2$ nagyságú nyomáskülönbség észlelhető, amely az U-csőből alakított ún. **differenciál-nyomásmérővel** mérhető. A mérés menetét a 3.11. példában ismertetjük.

3.11. példa. A cső 1 és 2 pontjához kapcsolt differenciál-nyomásmérő mindkét szárát – a higany fölött – $\rho_v = 1$ Mg/m³ sűrűségű víz tölti ki.

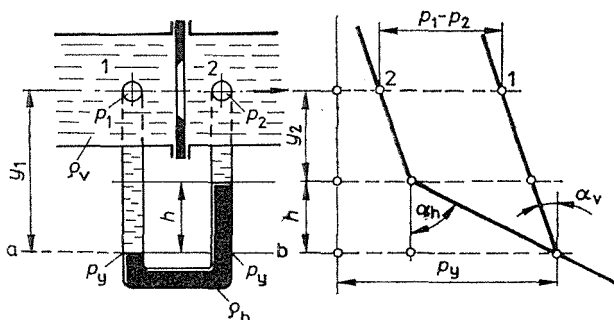
A $\rho_h = 18,6 \text{ Mg/m}^3$ sűrűségű mérőfolyadék szintjei között az U-cső két szárában $h = 220 \text{ mm}$ magasságkülönbséget olvasunk le.

Az ab szint magasságában a nyomás mindkét csőben p_y , amelynek nagysága a 3.13. ábra jelölésével

$$p_b = p_1 + \gamma_1 \rho_v g = p_2 + \gamma_2 \rho_v g + h \rho_h g.$$

$y_1 - y_2 = h$ helyettesítéssel, rendezés után, a nyomáskülönbség

$$p_1 - p_2 = h(\rho_h - \rho_v) g = 0,22 \text{ m}(18,6 - 1) \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 271\,930 \text{ Pa} \approx 272 \text{ kPa}.$$



3.13. ábra. Nyomáskülönbség mérése differenciál-nyomásmérővel

A nyomást annak a folyadékoszlopnak a magasságával is szokás jellemezni, amelyet egyensúlyban tud tartani. Ezt a magasságot a (3.5) egyenlet szerint számítjuk, és **nyomásmagasságnak** nevezzük. Ha p a nyomás és ρ a folyadék sűrűsége, akkor a nyomásmagasság

$$h = \frac{p}{\rho g} \quad \text{m.} \quad (3.10)$$

A nyomásmagasság — éppúgy, mint a nyomás is — lehet teljes (abszolút) nyomásmagasság vagy nyomásmagasság-különbség.

A nyomásmagasság fogalmára a 3.1.9. pontban még visszatérünk.

3.1.5. A nyomás mérése fém nyomásmérővel

Az üzem ellenőrzéséhez közvetlenül leolvasható (*számlapos*) műszerek használatosak. Ezek általában kevésbé pontosak, de nem is olyan kényesek, mint a folyadékoszlopos műszerek (pl. járművekre is felszerelhetők). Nagy előnyük, hogy a nyomást azonnal mutatják, és hogy leolvasásukhoz nem kell szakértelem.

Ilyen nyomásmérő műszerek láthatók a 3.14. ábrán.

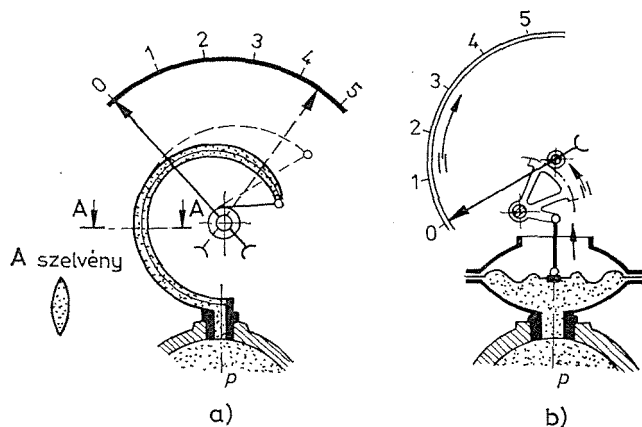
A 3.14a ábra a Bourdon-féle nyomásmérőt mutatja, amelynek lényege egyik végén zárt, másik végével a nyomótérhez csatlakozó görbe *csőrugó*, amelynek görbülete a belső túlnyomás hatására kisebb lesz. A kiegyenesedő fémcső végének elmozdulása megnövelve (áttétellel) vihető át a műszer mutatójára, amelynek számlapját tapasztalati úton kell hitelesíteni.

A 3.14b ábra a *fémlemezes nyomásmérő* vázlatos elrendezését adja, amelynél a csőrugó szerepét *rugalmas zárólemez* (membrán) veszi át (vö. a 3.4c ábrával!). E zárólap belső túlnyomás hatására kidomborodik, légritkítás esetében pedig behorpad. A rugalmas alakváltozást az ábra szerint hajtórudas fogaskerék-áttétel megnövelve viszi a mutatóra.

E műszerek mindig csak a környezettől eltérő **túlnyomás**, ill. **légritkítás** hatására térnek ki, tehát a légköri nyomáson nyugalomban vannak.

A nyomásmérő műszerek használatát *pontos ellenőrzésnek* kell megelőznie. Minden esetben meg kell vizsgálni a számlap nullapontjának jelentését.

A fémlemez nyomásmérő egyik különleges változata a higanybarométert helyettesítő ún. **aneroid**, amely a légköri nyomás ingadozásait méri. Természetesen ezt is hitelesíteni kell, hogy az abszolút nyomással arányos barométerállást mutassa.



3.14. ábra. Nyomásmérők

a) Bourdon-féle; b) fémlemez

3.12. példa. Egy 10 bar (1 MPa) végkitérésű fémlemez nyomásmérőn 8,2 bar túlnyomást olvasunk le. Írható:

$$p_t = p - p_0 = 8,2 \text{ bar} = 820 \text{ kPa} = 820\,000 \text{ Pa.}$$

A teljes p nyomás meghatározásához egy *második műszerre* (légnyomásmérőre) van szükség, amelyen $h_b = 765 \text{ mm}$ barométerállást olvasunk le. A légköri nyomás

$$p_0 = \rho_{\text{Hg}} g h_b = 13\,600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,765 \text{ m} = 102\,000 \text{ Pa} = 102 \text{ kPa,}$$

az abszolút nyomás tehát

$$p = p_t + p_0 = (820 + 102) \text{ kPa} = 922 \text{ kPa.}$$

Egy légritkításmérővel (vákuumméter) meghatározott $p_t = -79 \text{ kPa}$ negatív túlnyomásból az abszolút nyomást szintén a $p = p_t + p_0$ összefüggésből számíthatjuk.

$$p = (-79 + 102) \text{ kPa} = 23 \text{ kPa.}$$

3.1.6. Folyadékáramlás csőben és csatornában

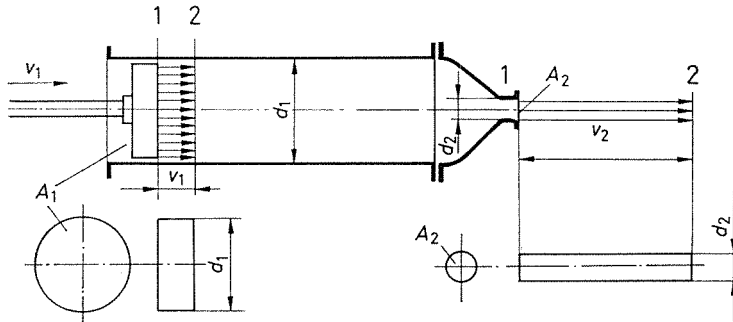
A folyadékkal megtöltött csőben — pl. a 3.15. ábrán vázolt kézfecskendő hengerében — a v_1 sebességgel előrehaladó dugattyú az egész folyadékoszlopot mozgásba hozza.

Ha — a 3.15. ábra jelöléseivel — az A_1 felületű dugattyú *egy másodperc alatt* az 1 helyzetből 2-be jut, vagyis v_1 sebességgel előírt úttal halad előre, akkor a folyadékoszlopból kiszorított térfogatáram

$$q_1 = A_1 v_1 \text{ m}^3/\text{s}. \quad (3.11)$$

E vízkiszorítás következtében a hengernek A_2 keresztmetszetű kifolyónyílásán a folyadéknak v_2 sebességgel kell kiáramlania.

Az egy másodperc alatt kilépő *folyadéktest* — vagy röviden *víztest* — köbtartalma az ábra szerint $q_2 = A_2 v_2$.



3.15. ábra. Vízkiszorítás (víztest) a kézifecskendőben

Ha a folyadék összenyomhatatlan ($\rho = \text{konst.}$), akkor a tömören záró dugattyúval kiszorított q_1 térfogatáramnak kell a kifolyónyíláson távoznia, azaz $q_2 = q_1 = q_V$.

Az áramlás folytonosságának (kontinuitás) törvénye cseppfolyós folyadékokra úgy fejezhető ki, hogy a csatorna *bármelyik szelvényében* az időegységben *ugyanaz a térfogat* áramlik keresztül. Írható tehát:

$$q_V = A_1 v_1 = A_2 v_2 \text{ m}^3/\text{s}. \quad (3.12)$$

Az adott A keresztmetszetű csővön átáramló folyadék q_V térfogatárama tehát a v sebességet is meghatározza.

A (3.12) egyenletből ugyanis $v_1 = q_V/A_1$ és $v_2 = q_V/A_2$, vagyis *a sebesség fordítva arányos a keresztmetszettel*. Írható:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{A_1}{A_2}. \quad (3.13)$$

Az áramlás folytonosságának törvénye alapján tehát a csőkeresztmetszet megváltoztatásával az áramlás sebessége is tetszés szerint módosítható. Így pl. egy kúposan bővülő csőben az áramlás sebessége csökken; a 3.15. ábra szerint szűkített csőtoldalban viszont az áramlás gyorsul, és ezzel a folyadék *mozgási energiája* is megnövekszik. A változó keresztmetszetű csatornában eszerint a *folyadékenergia átalakítására* is alkalmas egyszerű szerkezetet találunk, amelynek szerepére később majd visszatérünk.

Egy zárt csatorna valamelyik A_1 szelvényében ismert v_1 sebességből — a (3.13) egyenlet szerint — a v_2 sebesség bármely más A_2 szelvényre a keresztmetszetek arányából számítható:

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 \text{ m/s}. \quad (3.14)$$

A keresztmetszetek aránya ($m = A_1/A_2$) áttételnek vagy módosításnak is nevezhető.

A folytonosság (kontinuitás) törvényének előbbi egyszerű alakja *cseppfolyós folyadékok* ($\rho = \text{konst.}$) *anyagmegmaradási törvényét* fejezi ki. Gázok, gőzök áramlásakor akkor használható, ha áramlás közben a sűrűség állandónak tekinthető.

Gáznemű közegek áramlása esetén, ha a gáz sűrűsége már nem tekinthető állandónak, az anyagmegmaradás törvényét csak a *tömegáramok* állandóságával fejezhetjük ki. A tömegáram

$$q_m = \rho q_V \quad \text{kg/s.}$$

Időben állandó, egyenletes (stacionárius) áramlás esetén

$$q_{m1} = \rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 = q_{m2}.$$

3.13. példa. A 3.15. ábrán vázolt kézi fecskenő dugattyúátmérője $d_1 = 40$ mm, a (jól legömbölyített) kifolyónyílás átmérője $d_2 = 6$ mm.

Az áttétel

$$m = \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \left(\frac{40 \text{ mm}}{6 \text{ mm}}\right)^2 = 44,4.$$

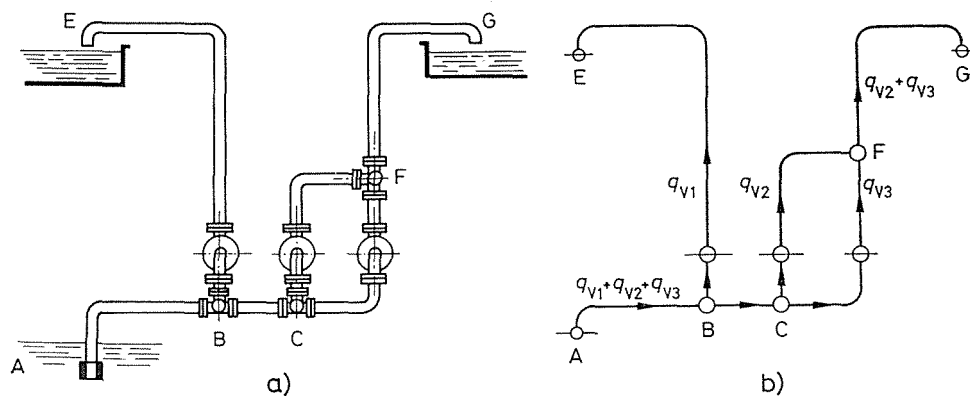
A $v_1 = 0,5$ m/s sebességgel előretolt dugattyúval a kifolyónyíláson kilépő folyadéksugár sebessége

$$v_2 = m v_1 = 44,4 \cdot 0,5 \text{ m/s} = 22,2 \text{ m/s.}$$

Ha a csatornában a térfogatáram $q_V = \text{konst.}$, akkor ezt az **időben állandó, egyenletes (stacionárius)** áramlást azzal is jellemezhetjük, hogy a *sebesség* egy-egy szelvényben *változatlan* marad ($v_1 = \text{konst.}$ és $v_2 = \text{konst.}$ az időtől függetlenül).

A folyadékáramlás törvényeit a következőkben erre az egyenletes (stacionárius) üzemiállapotra fogjuk vonatkoztatni.

Az áramlás folytonosságának törvénye a **csőelágazásokra** is kiterjeszhető, és úgy fogalmazható, hogy az elágazó- és a gyűjtőpontoktól együttesen annyi folyadék áramlik el, mint amennyi oda érkezik. (A villamos áramlásra ezt az egyenlőséget a *Kirchhoff*-féle törvény fejezi ki.) Így például a 3.16. ábra *B* elágazópontjához a három szivattyú közös szívócsövén keresztül a három gép vízszolgáltatásának összege érkezik stb.



3.16. ábra. Elágazási pontok vízvezeték-hálózatban

a) szivattyúelrendezés; b) kapcsolási vázlat

3.14. példa. A 3.16. ábrán vázolt csővezeték-hálózatot három szivattyú táplálja. Az ábra jelöléseivel a szivattyúk vízszállítása:

$$q_{V1} = 150 \text{ m}^3/\text{h};$$

$$q_{V2} = 80 \text{ m}^3/\text{h};$$

$$q_{V3} = 40 \text{ m}^3/\text{h}.$$

A közös szívócsőben áramló folyadékmennyiség tehát

$$q_{VAB} = q_{V1} + q_{V2} + q_{V3} = 270 \text{ m}^3/\text{h};$$

$$q_{VBC} = q_{V2} + q_{V3} = 120 \text{ m}^3/\text{h}.$$

A $d = 250$ mm-es szívócsőben áramló víz sebességét a (3.11) egyenletből számítjuk. Írható:

$$A = \pi d^2/4 = \pi 0,25^2 \text{ m}^2/4 = 0,049 \text{ m}^2.$$

A másodpercenként átfolyó vízmennyiség (térfogatáram) pedig

$$q_{VAB} = \frac{270 \text{ m}^3/\text{h}}{3600 \text{ s/h}} = 0,075 \text{ m}^3/\text{s} = 75 \text{ dm}^3/\text{s}.$$

Az áramlás sebessége tehát az AB szakaszon

$$v_{AB} = \frac{q_{VAB}}{A} = \frac{0,075 \text{ m}^3/\text{s}}{0,049 \text{ m}^2} = 1,53 \text{ m/s}.$$

A BC szakaszon ugyanekkora csőkeresztmetszeten csak

$$q_{VBC} = \frac{120 \text{ m}^3/\text{h}}{3600 \text{ s/h}} = 0,033 \text{ m}^3/\text{s}$$

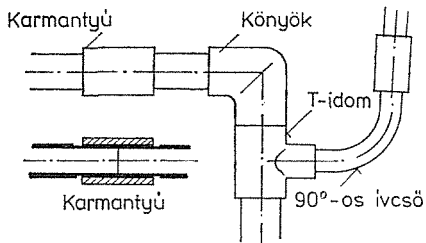
vízmennyiség áramlik keresztül, tehát a sebesség is kisebb:

$$v_{BC} = \frac{q_{VBC}}{A} = \frac{0,033 \text{ m}^3/\text{s}}{0,049 \text{ m}^2} = 0,67 \text{ m/s}.$$

Hasonló elven számítható ki a víz sebessége a többi csővezeték szakaszban is.

3.1.7. Csövek és csőzáró szerkezetek. Az önműködő szelep

A csővezeték keresztmetszete az átáramló folyadékmennyiséghez igazodik. Kisebbségi mennyiségű folyadék szállítására a csavarmentes karmantyúval egymáshoz kötött *vékonyfalú, menetes acélső* használatos, amelynek néhány idomdarabját a 3.17. ábra szemlélteti.

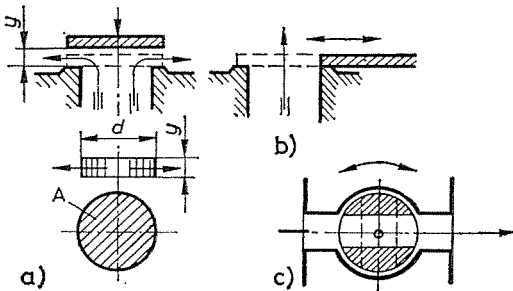


3.17. ábra. Menetes csőidomok

Nagyobb keresztmetszetű csöveket karimás csőkötéssel szokás egymáshoz kapcsolni.

A csővezeték fontos elemei a *csőzáró szerkezetek*, amelyeknek háromféle változatát a 3.18. ábra mutatja.

A 3.18a ábra a szelep elvi elrendezését mutatja. A nyílást záró ún. *szeleptányér* a nyílás síkjára merőlegesen mozdítható el. A nyitott szelepen átáramló folyadék iránytörést szenved, amit a 3.18b ábrán bemutatott *tolattyú* vagy *tolózár* alkalmazásával lehet elkerülni. A tolózár záróteste ugyanis a nyílás síkjában mozdítható el annyira, hogy a nyílás teljes keresztmetszete szabaddá tehető. Iránytörés nélkül áramlik át a folyadék a 3.18c ábrán vázolt *csap* zárótestén is, amely a tolózártól abban különbözik, hogy haladó mozgás helyett tengelye körül elfordítható.



3.18. ábra. Csőzáró szerkezetek

a) szelep; b) tolattyú (tolózár); c) csap

A csőzáró szerkezetek rendszerint kézikerekes orsós csavar forgatásával – tehát kézi erővel – nyithatók és zárhatók. A szeleptányért ilyenkor oly y magasságra szokás emelni, hogy a tányér síkjába terelt folyadék *ugyanakkora átömlési keresztmetszeteket* találjon a hengerpalást alakú részben, mint a tányér alatti nyílásban.

A d átmérőjű körlap felülete $A = \pi d^2/4$. Az y magasságra emelt tányér körül keletkezett rész palástfelülete $A_y = \pi dy$.

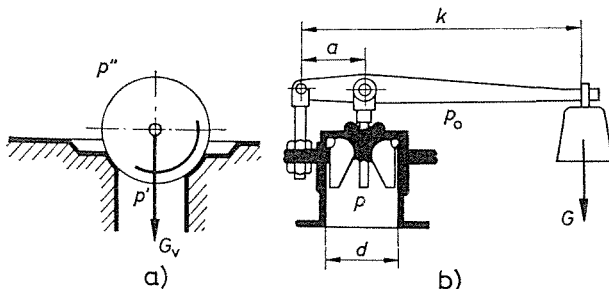
Az átömlési keresztmetszetek egyenlőségét biztosító szelepemelkedést $A_y = A$ helyettesítéssel kapjuk. Rendezés után írható:

$$y = d/4,$$

vagyis a tányérszelepet az átmérő negyedrésszel meghatározott magasságra kell emelni.

A csőzáró szerkezetek egyik különleges alakja az *önműködően záródó* vagy röviden: **önműködő szelep**.

Alkalmazása eléggé változatos, az áramlást csak az egyik irányban engedi meg, a másik irányban megakadályozza. A szivattyú szívócsövének szájnyílását az ún. *láb szelep* zárja, hogy a már felszívott vízmennyiség vissza ne folyhasson. Hasonló egyenirányító szerepe van az ún. *visszacsapó szelepnek* is oly csővezetékben, amelyben a folyadék visszaáramlását meg kell akadályozni. A kazánokon *biztosító szelep* alakjában (3.19b ábra) a belső túlnyomás megengedett határértékének túllépését akadályozza meg oly módon, hogy e nyomás hatására nyílik, és csak akkor záródik, ha a nyomás ismét üzemi értékére csökken. Önműködő szelepek vannak a *dugattyús szivattyúban* is.



3.19. ábra. Önműködő szelepek
a) golyós szelep; b) biztonsági szelep

Az önműködő szelep legegyszerűbb alakja a golyó (3.19a ábra), amely ránehezedik a környítés peremére.

A szelep terhelésének kiszámításakor azt is figyelembe kell venni, hogy a *szeleptestet folyadék veszi körül*, így tehát csak a felhajtóerővel csökkentett, ún. „*vízben mért súlyerő*” terheli a szelepet.

Meg kell jegyeznünk, hogy az önműködő szelep emelkedése mindig kisebb a teljes nyitáshoz szükséges magasságnál, mert a szelep nyitvatartásához a szelepterheléssel arányos nyomáskülönbségre van szükség. (Vö. a 3.15. példával!)

3.15. példa. Egy $d = 100$ m átmérőjű tányérszelep (3.27. ábra) anyaga bronz ($\rho_b = 8,9 \text{ Mg/m}^3$, tömege $m = 3,0$ kg.

A $\rho = 1 \text{ Mg/m}^3$ sűrűségű vízből kiszorított köbtartalom $V = m/\rho_b$. A kiszorított vízre ható súlyerő egyenlő a felhajtóerővel:

$$F_t = V \rho g = mg \frac{\rho}{\rho_b} \text{ N.}$$

A „*vízben mért súlyerő*” tehát helyettesítés és rendezés után

$$G_v = G - F_t = mg \left(1 - \frac{\rho}{\rho_b}\right) = 3 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \left(1 - \frac{1 \text{ Mg/m}^3}{8,9 \text{ Mg/m}^3}\right) = 26,1 \text{ N,}$$

míg a tányérszelepre ténylegesen ható súlyerő

$$G = mg = 3 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 29,4 \text{ N.}$$

A szelep nyitvatartásához az $A = \pi d^2/4 = 78,5 \text{ cm}^2$ felületű szelep alatt a p' nyomásnak nagyobbak kell lennie a szelep fölött uralkodó p'' nyomásnál. A *nyomáskülönbségből* az A felületre neheződő erő egyensúlyt tart a szelepterheléssel.

$$(p' - p'') A = G_v.$$

A nyomáskülönbség

$$p' - p'' = \frac{G_v}{A} = \frac{26,1 \text{ N}}{0,00785 \text{ m}^2} = 3325 \text{ Pa} = 3,325 \text{ kPa.}$$

A szelep nyitvatartásához szükséges nyomáskülönbség helyett a nyomásmagasság-különbséget [vö. a (3.10) összefüggéssel!] szokás megadni, és ezt nevezzük *fajlagos szelepterhelésnek*.

$$b = \frac{p' - p''}{\rho g} = \frac{G_v}{A \rho g} = \frac{26,1 \text{ N}}{0,00785 \text{ m}^2 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 0,34 \text{ m.}$$

3.16. példa. A 3.19b ábrán vázolt *biztosító szelepnek* $p_t = 10 \text{ bar} = 10^6 \text{ Pa}$ túlnyomásnál kell „*lefűjni*”, vagyis nyílnia. A szelepníylás (belső) átmérője $d = 60 \text{ mm}$, a szelep $A = \pi d^2/4 = 28,3 \text{ cm}^2$ felületére neheződő nyitóerő

$$F = (p - p_0) A = p_t A = 10^6 \text{ Pa} \cdot 0,00283 \text{ m}^2 = 2830 \text{ N} = 2,83 \text{ kN.}$$

Ezt a szeleptányért terhelő erőt – az ábra jelöléseivel k/a áttétellel – az emelőkar végére függesztett m tömegű nehezékre ható G súlyerő szolgáltatja. $k = 400 \text{ mm}$ és $a = 50 \text{ mm}$ mérettel a szükséges súlyterhelés:

$$G = \frac{a}{k} F = \frac{50 \text{ mm}}{400 \text{ mm}} \cdot 2830 \text{ N} = 354 \text{ N.}$$

A nehezék tömege

$$m = \frac{G}{g} = \frac{354 \text{ N}}{9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 36 \text{ kg.}$$

3.1.8. A vízszlop gyorsulása

Egy zárt csővezetékben a folyadékoszlop mindaddig nyugalomban van, amíg a zárószerkezet nyitásával az áramlás meg nem indulhat. Az áramlást fenntartó *nyomás-különbség hatására gyorsul fel* a folyadékoszlop a zárószerkezet nyitása után arra az üzemi sebességre, amelynél az időben állandó (stacionárius) áramlás feltételei szerint állandó marad. De légmentes dugattyús szivattyúk szívó- és nyomócsövében pl. az áramlás sebessége üzem közben sem állandó az áramlást létrehozó dugattyú változó sebességű mozgása következtében.

E kérdések vizsgálata szükségessé teszi a *gyorsuló vízszlop* nyomásesésének (a gyorsításhoz szükséges nyomáskülönbségnek) a meghatározását.

A 3.20. ábra jelöléseivel az l hosszúságú, A keresztmetszetű, egy vízszintes csőszakaszban képzeletben elhatárolt ρ sűrűségű folyadékoszlop tömege

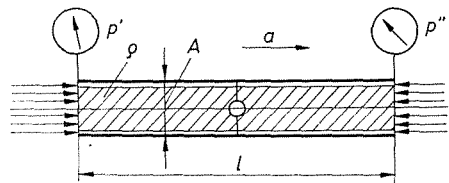
$$m = lA\rho.$$

Ennek az m tömegnek a gyorsulással való gyorsításához

$$F = A(p' - p'')$$

nagyságú *gyorsítóerő* szükséges. Itt p' a folyadékoszlop elején, p'' a folyadékoszlop végén uralkodó nyomás (3.20. ábra). Írható:

$$F = A(p' - p'') = ma = lA\rho a \text{ N,}$$



3.20. ábra. A gyorsuló vízszlop nyomásesése

ebből a nyomásesés

$$p' - p'' = l\rho a \text{ Pa.} \quad (3.15)$$

A nyomásesés tehát annál nagyobb, minél hosszabb a cső és minél nagyobb a folyadék gyorsulása.

Ezt a nyomásesést is nyomásmagasság alakjában szokás kifejezni. Az előírt gyorsulás előidézéséhez szükséges ún. *gyorsító nyomásmagasság*

$$h_a = \frac{p' - p''}{\rho g} = \frac{l}{g} a \text{ m.} \quad (3.16)$$

3.17. példa. Egy $l = 20$ m hosszú cső két vízmedencét köt össze. A két medence víztükrei között 8 m szintkülönbség van. Így a cső két vége között a *nyomásmagasság-különbség*, amely a vízszintes csővezetékben levő folyadéktestet gyorsítani kezdi:

$$h_a = \frac{p' - p''}{\rho g} = 8 \text{ m,}$$

azaz a gyorsulás az áramlás megindulásakor:

$$a = h_a \frac{g}{l} = 8 \text{ m} \cdot \frac{9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{20 \text{ m}} = 3,92 \text{ m/s}^2.$$

Megjegyezzük, hogy ez a gyorsulás a folyadékoszlop gyorsulásának *kezdőértéke*. Az áramlás megindulása után a rendelkezésre álló nyomáskülönbségnek a csővezeték — későbbiekben tárgyalandó — *vesztéseit* is fedeznie kell. *A folyadékoszlop indításának és megállításának* — különösen hosszú csővezetékek esetén fontos — vizsgálata meghaladja e könyv kereteit.

3.1.9. A folyadék entalpiája. A Bernoulli-egyenlet

A *Bernoulli-egyenlet* az *energiamegmaradás törvényét* fejezi ki *áramló folyadékban*. Az itt közlendő egyszerű alakja (az állandó sűrűségű folyadék áramlása időben állandó, stacionárius és örvénymentes) azt mondja, hogy *a nyomásból származó erők munkája az ideális folyadék helyzeti és mozgási energiáját változtatja meg* abban az esetben, ha a folyadékba munkát nem vezetünk be, ill. nem veszünk ki belőle (pl. szivattyú vagy turbina nem üzemel az adott szakaszon).

Egy tetszés szerint emelkedő, változó keresztmetszetű csővezetékben a 3.21. ábra szerint az 1 és 2 jelű keresztmetszet közé eső *folyadéktestet* vizsgáljuk. Ez a folyadéktest Δt idő múlva az 1'–2' helyzetbe kerül. Továbbhaladásához *munkavégzésre* volt szüksége, hiszen magasabbra került (helyzetienergia-növekedés), és összességében mozgási energiája is nőtt, mert a szűkülő csőszakaszban a részecskék sebessége megnövekedett. A mozgatóerő

$$F = A_1 p_1 - A_2 p_2 \quad [\text{N.}]$$

Az 1, ill. a 2 keresztmetszetben az elmozdulás, azaz az út

$$v_1 \Delta t, \quad \text{ill.} \quad v_2 \Delta t,$$

így a végzett munka

$$W = A_1 p_1 v_1 \Delta t - A_2 p_2 v_2 \Delta t \quad [\text{J.}]$$

A folytonosság tétele szerint

$$A_1 v_1 = A_2 v_2.$$

E folyadékáramot megszorozva a vizsgálat Δt időtartamával, az 1, ill. a 2 keresztmetszeten áthaladt tömeget kapjuk.

$$m = \rho A_1 v_1 \Delta t = \rho A_2 v_2 \Delta t \quad [\text{kg.}]$$

E tömeget a 3.21. ábrán vonalkázással kiemeltük.

A folyadéktest energiátartalmát növelő munka ezek után:

$$W = p_1 \frac{m}{\rho} - p_2 \frac{m}{\rho} \quad [\text{J.}]$$

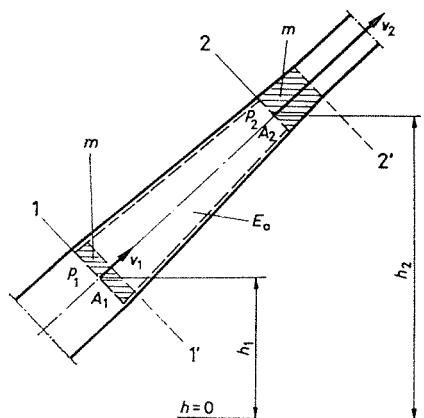
A folyadéktest a Δt időtartam kezdetén az 1–2, a végén az 1'–2' helyzetben van. Elhelyezkedés (helyzeti energia) és sebességi állapot (mozgási energia) szempontjából a 3.21. ábrán a két vonalkázott rész közötti hosszú rész *közös*.

Az időben állandó (stacionárius) áramlásból következik, hogy e közös részben a Δt időtartam kezdetén és végén az állapotjelzők (sebesség, nyomás, szintmagasság) azonosak. E közös rész energiátartalmát jelöljük E_0 -val! (E_0 tehát a vizsgálat előtt és után is azonos.)

A **helyzeti energia** nullaszintjét a tetszés szerint felvett $h = 0$ vonal jelöli a g nehézségi gyorsulással jellemzett erőterben.

A ρ sűrűségű **folyadéktest energiátartalma** a Δt időtartam elején, azaz az 1–2 helyzetben

$$E = mgh_1 + m \frac{v_1^2}{2} + E_0 \quad [\text{J.}]$$



3.21. ábra. Folyadéktest szűkülő csőszakaszban

A Δt időtartam elteltével, azaz az 1'–2' helyzetben a megnövekedett energiátartalom

$$E' = E_0 + mgh_2 + m \frac{v_2^2}{2} \quad [\text{J.}]$$

Az energiaváltozást a nyomásból származó erő munkája hozta létre:

$$W = E' - E \quad [\text{J.}]$$

azaz

$$p_1 \frac{m}{\rho} - p_2 \frac{m}{\rho} = mgh_2 - mgh_1 + m \frac{v_2^2}{2} - m \frac{v_1^2}{2} + E_0 - E_0. \quad (3.17)$$

A Bernoulli-egyenlet ezen alakja m tömegű folyadékra vonatkozik, és tükrözi még a fizikai tartalmat: *nyomásból származó erők munkája helyzeti és mozgási energiává alakul a folyadék áramlása közben.* Ezt azért kell hangsúlyozni, mert a gyakorlatban az egyenletet átrendezett alakjában használjuk, amely célszerűbb ugyan, de a fizikai tartalmat már nem mutatja ilyen szemléletesen.

Az átrendezés eredményeként az azonos indexű tagok egy oldalra kerülnek, és így a Bernoulli-egyenletet a gyakorlatban mindig egy áramvonal (valóságos vagy képzeletbeli csővezeték) két pontja közötti szakaszra írhatjuk fel. További egyszerűsítés, hogy az egyenletet egységnyi tömegre (m -mel végigosztva), egységnyi térfogatra

($V = m/\rho$ -val végigosztva) vagy *egységnyi súlyerőre* ($G = \rho g V$ -vel végigosztva) vonatkoztatva használjuk, és a tagok összegét **(fajlagos) folyadékentalpiának** (i_f) nevezzük.

1. Egységnyi tömegre

$$i_{fm} = \frac{p_1}{\rho} + gh_1 + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + gh_2 + \frac{v_2^2}{2}. \quad (3.18)$$

Egységnyi tömegre eső energiáról, ill. munkáról van szó,

$$\frac{J}{kg} = \frac{kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}}{kg} = \frac{m^2}{s^2},$$

minden tag sebesség a négyzetten dimenziójú.

2. Egységnyi térfogatra

$$i_{fV} = p_1 + \rho gh_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = p_2 + \rho gh_2 + \rho \frac{v_2^2}{2}. \quad (3.19)$$

Egységnyi térfogatra eső energiáról, ill. munkáról van szó,

$$\frac{J}{m^3} = \frac{kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}}{m^3} = \frac{kg}{s^2 \cdot m} = Pa,$$

minden tag nyomásdimenziójú, mértékegységük *pascal* (Pa).

3. Egységnyi súlyerőre (azaz a közeg akkora mennyiségére vonatkoztatva, amekkorára egységnyi – azaz 1 N – súlyerő hat)

$$i_{fG} = \frac{p_1}{\rho g} + h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + h_2 + \frac{v_2^2}{2g}. \quad (3.20)$$

Egységnyi súlyerőre eső energiáról, ill. munkáról van szó, mértékegysége tehát

$$\frac{J}{N} = \frac{kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}}{kg \cdot m \cdot s^{-2}} = m,$$

minden tag hosszúság dimenziójú, mértékegységük *méter* (m).

Ez utóbbi alakban

a $\frac{p}{\rho g}$ tagot *nyomásmagasságnak*,

a h tagot *helyzetienergia-magasságnak* vagy röviden *szintmagasságnak*,

a $\frac{v^2}{2g}$ tagot *sebességmagasságnak* nevezzük.

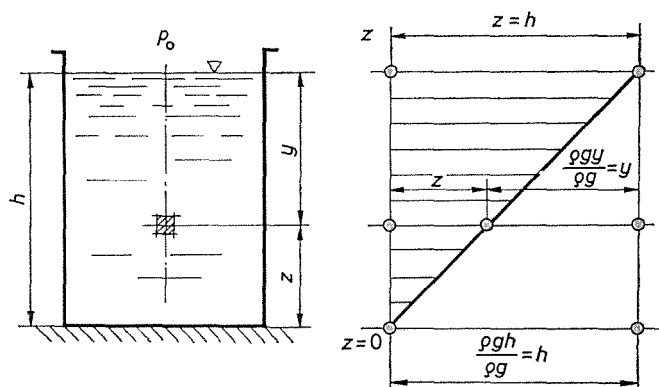
Az itt tárgyalt háromtagú összegeket **(fajlagos) Bernoulli-entalpiának** is nevezzük.

A **nyugvó folyadék** fajlagos entalpiája az előzők szerint csak két részből tevődik össze. Ezek egyike a választott alapszint fölött mért *szintmagasság*, másika pedig a folyadék felszínétől lefelé mért mélységgel megadott *nyomásmagasság*. A vizsgálatot a 3.22. ábra szerint a cseppfolyós folyadékoknál szokásos módon, egységnyi súlyerővel jellemzett mennyiségre vonatkoztatott (fajlagos) entalpiával végezzük.

A 3.22. ábrából kitűnik, hogy a *nyugvó folyadékoszlop fajlagos entalpiája állandó*. A folyadékoszlop bármelyik elemének az alapszint feletti z helyzetienergia-magassága és a tükörtől lefelé mért y mélységben uralkodó $\rho g y$ túlnyomásból adódó y nyomásmagasság összege

$$z + \frac{\rho g y}{\rho g} = z + y = h = \text{konst.}$$

Szemléletesen mutatja a fajlagos entalpia állandóságát a 3.22. ábrán a z magasság függvényében felrajzolt *energiavonal*, amelynek vonalkázással kiemelt metszékei a felfelé lineárisan növekvő helyzeti energiával arányosak. Minthogy a nyomással arányos nyomásmagasság viszont felfelé ugyanolyan törvény szerint csökken, összegük mindvégig állandó marad, tekintet nélkül arra, hogy a magasságot milyen alapszinttől mérjük, és a nyomást milyen kezdőponttól számítjuk.



3.22. ábra. Nyugvó folyadékoszlop munkaképessége

3.18. példa. Egy vízi erőmű $d = 500$ mm átmérőjű nyomócsővezetékén $q_V = 0,9$ m³/s = 900 l/t vízmennyiség folyik át. Az alsó vízszinttől – a helyzeti energia választott nulla szintjétől – mért $h = 20$ m magasságban felszerelt nyomásmérő műszeren $p_t = 11$ bar = 1100 kPa túlnyomást olvastunk le. A légköri nyomás $p_0 = 100$ kPa (1 bar).

Az $A = \pi d^2/4 = \pi 0,5^2 \text{ m}^2/4 = 0,196$ m² keresztmetszetű csőben a víz sebessége

$$v = \frac{q_V}{A} = \frac{0,9 \text{ m}^3/\text{s}}{0,196 \text{ m}^2} = 4,6 \text{ m/s,}$$

a sebességmagasság tehát

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{4,6^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 1,1 \text{ m.}$$

A folyadék abszolút nyomása

$$p = p_0 + p_t = 100 \text{ kPa} + 1100 \text{ kPa} = 1200 \text{ kPa.}$$

A nyomásmagasság

$$\frac{p}{\rho g} = \frac{1\,200\,000 \text{ Pa}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 122,3 \text{ m.}$$

A folyadék *egységnyi súlyerőre* vonatkoztatott *fajlagos entalpiája* a (3.20) összefüggés szerint

$$\frac{p}{\rho g} + h + \frac{v^2}{2g} = 122,3 \text{ m} + 20 \text{ m} + 1,1 \text{ m} = 143,4 \text{ m} = 143,4 \text{ J/N}.$$

A folyadék *egységnyi tömegre* vonatkoztatott *fajlagos entalpiája* a (3.18) összefüggés szerint

$$\frac{p}{\rho} + gh + \frac{v^2}{2} = (1200 + 196 + 11) \text{ J/kg} = 1407 \text{ J/kg}.$$

A folyadék *egységnyi térfogatra* vonatkoztatott *fajlagos entalpiája* a (3.19) összefüggés szerint

$$p + \rho gh + \rho \frac{v^2}{2} = (1200 + 196 + 11) \text{ kPa} = 1407 \text{ kPa} = 1407 \text{ kJ/m}^3.$$

3.1.10. Az áramlási veszteség

A *valóságos folyadék áramlása nem veszteségmentes*. Sűrűlási erő hat mind a csőfal és a folyadék között, mind az egyes folyadékrészecskék között, ha közöttük bármely okból sebességkülönbség van. Ha egy szivattyút rövidre zárunk, azaz szívó- és nyomócsövet összekötve üzemeltetjük, berendezésünk hamarosan kézzel tapinthatóan melegedni kezd, *a veszteség a folyadék belső energiáját növeli*.

A sűrűlási veszteséget kifejező fajlagos munkát az áramlás irányában felírt *Bernoulli*-egyenlet jobb oldalára, a kettes indexű tagok mellé írjuk. Az előző fejezetben levezetett folyadékentalpia (háromtagú összeg) ugyanis nem marad állandó, hanem az áramlás irányában haladva csökken. Az egyenlőséget az áramlási veszteségre jellemző tag állítja helyre.

A folyadék *egységnyi súlyerővel jellemzett mennyiségére jutó sűrűlási veszteség* az adott szakaszon h_v , amelynek mértékegysége

$$\frac{\text{J}}{\text{N}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}} = \text{m}.$$

Az előző fejezetben levezetett *Bernoulli*-egyenlet *valóságos folyadéokra* vonatkozó módosított alakja *egységnyi súlyerőre* felírva

$$\frac{p_1}{\rho g} + h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h_v, \quad (3.21)$$

amelynek mértékegysége

$$\text{J/N} = \text{m}.$$

A h_v tag hosszúság dimenziójú, *egységnyi súlyerőre eső fajlagos munka*, neve *veszteségmagasság*.

Az *egységnyi tömegre* vonatkoztatott veszteség gh_v , amelynek mértékegysége

$$\frac{\text{J}}{\text{kg}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{\text{kg}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}.$$

Az *egységnyi tömegre* vonatkoztatott *Bernoulli-egyenlet* veszteséges áramlásra:

$$\frac{p_1}{\rho} + gh_1 + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + gh_2 + \frac{v_2^2}{2} + gh_v, \quad (3.22)$$

amelynek mértékegysége

$$\frac{\text{J}}{\text{kg}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}.$$

Az *egységnyi térfogatra* vonatkoztatott veszteség (nyomásveszteség) $\Delta p_v = \rho gh_v$, amelynek mértékegysége

$$\frac{\text{J}}{\text{m}^3} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{\text{m}^3} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} = \text{Pa}.$$

Az *egységnyi térfogatra* vonatkoztatott *Bernoulli-egyenlet* veszteséges áramlásra

$$p_1 + \rho gh_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = p_2 + \rho gh_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} + \Delta p_v, \quad (3.23)$$

amelynek mértékegysége

$$\frac{\text{J}}{\text{m}^3} = \text{Pa}.$$

A *veszteségmagasság szokásos kifejezése*:

$$h_v = \zeta \frac{v^2}{2g}, \quad (3.24)$$

amelynek mértékegysége

$$\frac{\text{J}}{\text{N}} = \text{m}.$$

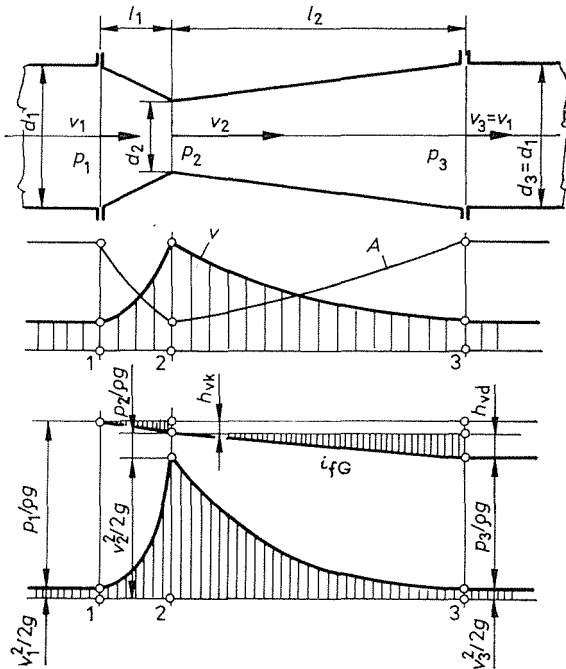
A folyadékban ébredő súrlódási veszteség tehát az áramlási sebesség négyzetével arányos. A sebességmagasság együtthatója ζ **veszteségtényező** az áramlás egyéb jellemzőinek függvénye, *méréssel* határozzák meg. Az áramlás egyéb jellemzői között első helyen kell említeni az *áramlás megzavarásának* mértékét. Nyilvánvaló, hogy nagyobb lesz a veszteségtényező pl. egy átmenet nélküli szűkület esetén, mint áramvonalas átmenetkor.

3.1.11. A konfúzor és a diffúzor

A 3.23. ábra vízmérésre használt ún. *Venturi-mérő* vázlatát szemlélteti. Első része a csővezetékhez csatlakozó *szűkülő* csőtoldal (*konfúzor*), ehhez a csővezeték eredeti átmérőjére bővülő csőtoldal (*diffúzor*) kapcsolódik.

Vegyük szemügyre a *Venturi*-mérő első szakaszát, amelyben a folyadék entalpiája jórészt mozgási energiává alakul át. Az energiaátalakulás a *Bernoulli*-egyenlettel fejezhető ki, és az energiaábrával szemléltethető (3.23. ábra).

A kúpos cső bármelyik szelvényének átmérőjéből a keresztmetszet is kiadódik, az pedig a (3.12.) egyenlet alapján a sebességet és a sebességmagasságot is pontról pontra meghatározza.



3.23. ábra. Energiaátalakulások a *Venturi*-mérőben. Energiaábra

Az energiaábrát a csőhosszúság függvényében rajzoljuk fel a veszteségmagasság figyelembevételével. Ennek nagyságát – az ábra jelöléseivel – a legszűkebb A_2 keresztmetszetben talált v_2 legnagyobb sebességgel fejezzük ki. Írható:

$$h_{vk} = \zeta_k \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{m,} \quad \text{ahol} \quad \zeta_k = 0,03 \dots 0,05.$$

Meg kell jegyezni, hogy a szűkülő csőidom (vagy konfúzor) veszteségtényezője aránylag kicsi.

Az energiaábrát az adott esetben a *vízszintes elrendezésű* csőtoldalatra rajoltuk fel, mert ebben az esetben a helyzeti energia állandó marad, és a *Bernoulli*-egyenletből kiesik. A (3.21) egyenlet ugyanis vízszintes áramlásra így írható:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{vk} \quad \text{m.} \quad (3.25)$$

A 3.23. ábrán a (3.25) egyenlet szerint már felrajolt $v_1^2/2g$ sebességmagassághoz hozzámérjük a $p_1/\rho g$ nyomásmagasságot, és ezzel kijelöljük az entalpiavonal magasságát. Ha nem volna veszteség, akkor a folyadék entalpiája az ábra szerint vízszintes vonallal volna ábrázolható.

A veszteségek miatt az entalpiavonalnak az áramlás irányában esése van, ezt a szakaszcímről szakaszra megállapított, sűrűn vonalkázott *veszteségmagasság* levonásával lehet kijelölni.

Az entalpiavonal felrajzolásával az energiamérleg bármelyik közbenső szelvényre is szemléletesen felállítható, mert ordinátáiból a ritkán vonalkázott *sebességmagasság* levonása után visszamaradó metszések a *nyomásmagasságokat* szolgáltatják. (A 3.23. ábrán a nem vonalkázott metszések tehát a nyomásmagasságok változását szemléltetik.)

A (3.25) egyenlet a v_2 kiszámítására alkalmas alakra is hozható, ha az (3.12) egyenlet felhasználásával az *áramlás folytonosságának* feltételéből kiszámított $v_1 = v_2 A_2 / A_1$ sebesség értékét helyettesítjük, és a veszteségmagasságot is kifejezzük. Írható:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_k \frac{v_2^2}{2g},$$

ebből rendezés után a szűkített A_2 keresztmetszetben a sebesség

$$v_2 = \sqrt{\frac{2}{1 - (A_2/A_1)^2 + \zeta_k} \frac{p_1 - p_2}{\rho}} \quad \text{m/s.} \quad (3.26)$$

Ezt az összefüggést használjuk a *Venturi*-mérőn átfolyó ($q_V = A_2 v_2$) folyadék-mennyiség meghatározására. Adott méretek esetében ugyanis a $(p_1 - p_2)$ nyomáskülönbség négyzetgyöke egyértelműen meghatározza a v_2 sebességet. Így tehát az 1. és 2. pont között (a szűkülő csőtoldal mentén) beálló nyomáscsökkenést kell megmérni, ezt pedig a 3.13. ábrán vázolt differenciál-nyomásmérőn leolvasott higanyoszlop-magasság határozza meg. (Vö. a 3.11. példával!)

3.19. példa. A *Venturi*-mérő 1. és 2. pontja közé iktatott differenciál-nyomásmérő $p_1 - p_2 = 120$ kPa nyomáskülönbséget mutat, a szállított közeg víz, azaz

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} = \frac{120 + 10^3 \text{ Pa}}{1 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}} = 120 \text{ m}^2/\text{s}^2.$$

A csőátmérő $d_1 = 200$ mm, a legszűkebb keresztmetszet átmérője $d_2 = 100$ mm ($A_2 = \pi d_2^2 / 4 = 7850 \text{ mm}^2 = 0,00785 \text{ m}^2$), a keresztmetszatarány négyzete tehát

$$\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4 = \frac{1}{16} = 0,0625.$$

A legnagyobb sebesség a (3.26) egyenletből $\zeta_k = 0,05$ értékkel

$$v_2 = \sqrt{\frac{2}{1 - (A_2/A_1)^2 + \zeta_k} \frac{p_1 - p_2}{\rho}} = \sqrt{\frac{2}{1 - 0,0625 + 0,05} 120 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 15,6 \text{ m/s.}$$

Az átfolyó vízmennyiség q_V tehát, vagyis a térfogatáram

$$q_V = A_2 v_2 = 0,00785 \text{ m}^2 \cdot 15,6 \text{ m/s} = 0,122 \text{ m}^3/\text{s} = 122 \text{ l/s.}$$

A 3.23. ábrán vázolt *Venturi*-mérő második idoma a bővülő csőtoldal vagy **diffúzor**. Az energiaátalakulás a diffúzor belsejében a konfúzorhoz képest fordított, vagyis a mozgási energia csökken. A veszteségek szempontjából ez az energiaátalakulás kedvezőtlenebb, mert a csökkenő sebességgel áramló folyadékelemek egyre nagyobb nyomással kerülnek szembe, ami az áramlás rendezettségét veszélyezteti. Mennél nagyobb a diffúzor kúpossága, annál kevésbé tudják követni a folyadékelemek csatornafalakkal megszabott pályájukat, és egy-egy keresztmetszeten belül a

sebességeloszlás egyenetlensége is megszűnik. Az áramlás rendezetlensége miatt a veszteségek is jelentősen megnőnek. Ezeknek az ún. *leválási veszteségeknek* a csökkentése érdekében a diffúzor keresztmetszetét csak hosszú átmenettel (legfeljebb $\delta = 8 \dots 10^\circ$ -os kúposággal) szabad bővíteni.

A diffúzor veszteségmagassága szintén a (3.24) egyenlettel fejezhető ki, és pedig a 3.23. ábra jelöléseivel a v_2 legnagyobb sebesség alapulvételével írható:

$$h_{vd} = \zeta_d \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{m,} \quad \text{ahol} \quad \zeta_d = 0,15 \dots 0,20.$$

Rövid (nagy kúposágú) diffúzor veszteségtényezője a leválási veszteségek miatt lényegesen nagyobb.

A 3.23 ábra jelöléseivel a *Bernoulli*-egyenlet vízszintes diffúzorra a következő alakban írható:

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_3}{\rho g} + \frac{v_3^2}{2g} + h_{vd}, \quad (3.27)$$

amelynek mértékegysége

$$J/N = \text{m.}$$

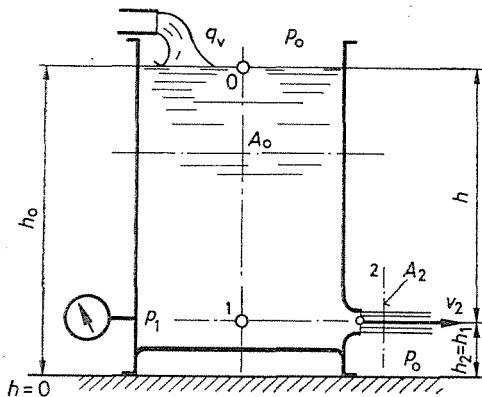
Az entalpiavonal felrajzolásának menetét az előző pontból már megismertük. Az energia-ábra szemléletesen mutatja a *Venturi*-mérőben végbemenő kettős energiaátalakulás veszteségeit is. (Veszteségmentes áramlás esetében a p_3 nyomásnak a p_1 kezdeti értékre kellene emelkednie, ha $v_3 = v_1$.)

3.1.12. A szabad kifolyás és az átfolyás

Az energiaátalakulás egyik különleges esete a kifolyónyíláson a környezetbe átlépő ún. **szabad sugár**.

A 3.24. ábra A_0 keresztmetszetű edényt (vagy medencét) ábrázol, amelynek oldalán, h mélységben a víztükör alatt A_2 keresztmetszetű kifolyónyílás vezet a szabadba.

A *Bernoulli*-egyenletet a következő három szelvényre vonatkoztatjuk:



3.24. ábra. Szabad kifolyás nyitott edényből

A folyadék fajlagos entalpiája az O víztükörre

$$h_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} \quad \text{m,}$$

a nyílás előtti I szelvényre:

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} \quad \text{m,}$$

a 2 vízszög szelvényére:

$$h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{m,} \quad \text{ahol} \quad p_2 = p_0.$$

Ha az edény keresztmetszete nagy a kifolyónyílás szelvényéhez képest ($A_0 = A_1 \gg A_2$), akkor a folyadék sebessége (és mozgási energiája) a tartályban elhanyagolható, azaz

$$v_0 = v_1 \approx 0.$$

A kiömlést első közelítésben veszteségmentesnek tekintjük. A kezdeti és a végállapotra vonatkozó első és harmadik összeg egyenlősége alapján $h_0 - h_2 = h$ jelöléssel ez az energiaegyenlet – rövidítés után – a következő egyszerű alakot veszi fel, amelyből a *kifolyási sebesség* elméleti értéke is kiszámítható:

$$h \approx \frac{v_2^2}{2g}; \quad \text{azaz} \quad v_2 \approx \sqrt{2gh} \quad \text{m/s.}$$

A kifolyási sebesség valóságos értéke a veszteségek miatt néhány százalékkal kisebb. A gyakorlatban az eredményt egy φ sebességi tényezővel helyesbítjük, ennek nagysága (a nyílás minősége szerint)

$$\varphi = 0,97 \dots 0,99.$$

A szabad sugár kifolyási sebessége tehát

$$v_2 = \varphi \sqrt{2gh} \quad \text{m/s,} \quad (3.28)$$

ahol h a nyugvó folyadékszint magassága a nyílás fölött.

Sok esetben a h magasság közvetlen mérése nehézségekbe ütközik. Ilyenkor a nyílás előtti I szelvényben mért p_1 nyomásból indulunk ki.

A másodikként és harmadikként felírt fajlagos entalpiák egyenlőségéből

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g}.$$

A φ sebességi tényező bevezetésével a kifolyási sebesség

$$v_2 = \varphi \sqrt{2 \frac{p_1 - p_2}{\rho}} \quad \text{m/s,} \quad (3.29)$$

ahol $(p_1 - p_2)$ az a nyomáskülönbség, amely a folyadékot a nyíláson átkényszeríti.

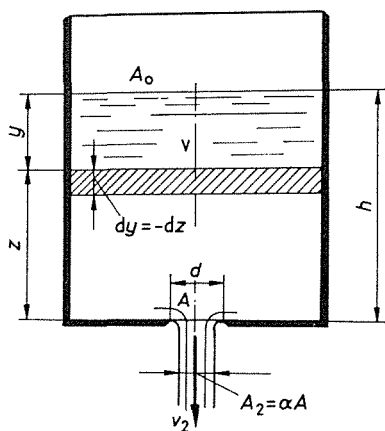
A (3.29) egyenletet a szűkített csőtoldalra levezetett (3.26) egyenlettel összehasonlítva, összefüggést találunk a sebességtényező és a veszteségtényező között.

A (3.26) egyenlet ugyanis az A_2/A_1 keresztmetszetarány elhanyagolásával a következő alakra hozható:

$$v_2 = \sqrt{\frac{1}{1+\zeta}} \sqrt{2 \frac{p_1 - p_2}{\rho}} \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \text{ahol} \quad \sqrt{\frac{1}{1+\zeta}} = \varphi.$$

A szabad kifolyás sebességét kifejező (3.28) egyenletben — a 3.24. ábra kapcsán tárgyalt **szabad kifolyás** esetében — a h szintmagasság a folyadékoszlopnak a nyílás fölötti magasságát jelentette. A (3.29) egyenlet tanúsága szerint $h = (p_1 - p_2)/\rho g$ helyettesítéssel a (3.28) egyenlet alkalmazhatósága kiterjeszhető az **átfolyás** esetére is.

A nyíláson átfolyó vízmennyiség kiszámításakor a vízszög A_2 keresztmetszetét kell ismerni; ez nem mindig egyezik a nyílás A keresztmetszetével. A nyíláson átlépő sugár ugyanis a nyílás kialakításától függő **összehúzódtást** szenved, és ennek követke-



3.25. ábra. A kifolyósugár összehúzódása

tében az átfolyó mennyiség is kisebb lesz. A keresztmetszet csökkenését az **összehúzódtási tényező** (kontrakciótényező) bevezetésével vesszük figyelembe. Ez — a 3.25. ábra jelöléseivel — az

$$\alpha = A_2/A$$

keresztmetszetarányt fejezi ki.

Jól legömbölyített nyíláson (3.24. ábra) a folyadéksugár összehúzódtás nélkül lép ki, azaz ilyenkor $\alpha = 1$.

Az összehúzódtási tényező nagyságát mérésrel lehet megállapítani. A 3.25. ábra szerint éles falú nyílásra $\alpha = 0,64$, de vannak olyan nyílások is, amelyek ennél is jóval nagyobb összehúzódtást okoznak ($\alpha = 0,55$).

Az A keresztmetszetű nyíláson h „esés”-sel kifolyó víz térfogatárama a (3.28) egyenlet felhasználásával

$$q_V = A_2 v_2 = \alpha A \varphi \sqrt{2gh} \quad \text{m}^3/\text{s}.$$

A φ sebességi tényező és az α összehúzódtási tényező $\mu = \alpha \varphi$ jelöléssel összevonható.

Ezzel az ún. **kifolyási tényezővel** a kifolyó (vagy átfolyó) térfogatáramot a nyílás keresztmetszetéből és az elméleti sebességből számítjuk. Írható:

$$q_V = \mu A \sqrt{2gh} \text{ m}^3/\text{s}. \quad (3.30)$$

3.20. példa. A 3.24. ábrán vázolt nyitott edény átmérője $d_0 = 200$ mm, keresztmetszete $A_0 = 314 \text{ cm}^2 = 0,0314 \text{ m}^2$. Az edényfalán levő jól legömbölyített nyílás átmérője $d_2 = 10$ mm, keresztmetszete $A_2 = 0,785 \text{ cm}^2 = 7,85 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$.

A kifolyónyílás magassága a választott ($h = 0$) alapszinttől $h_2 = 50$ mm, $\rho = 1 \text{ Mg/m}^3$ sűrűségű víztöltés magassága pedig $h_0 = 50$ cm.

A sebességtényező $\varphi = 0,97$ -re becsülhető, az összehúzóadási tényező pedig $\alpha = 1,0$ (összehúzóadás nincs).

A kifolyási tényező tehát az adott esetben $\mu = \varphi = 0,97$.

A kifolyási sebesség a (3.28) egyenletből $h = h_0 - h_2 = 0,45$ m „esés” helyettesítésével:

$$v_2 = \varphi \sqrt{2gh} = 0,97 \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,45 \text{ m}} = 2,88 \text{ m/s},$$

a kifolyó vízmennyiség pedig $A_2 = 0,000 0785 \text{ m}^2$ helyettesítéssel

$$q_V = A_2 v_2 = 7,85 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot 2,88 \text{ m/s} = 0,226 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = 0,226 \text{ l/s}.$$

Az adott esetben azt is ellenőrizhetjük, hogy a v_0 sebesség elhanyagolása okozott-e észrevehető hibát.

A keresztmetszetarány

$$\frac{A_2}{A_0} = \left(\frac{d_2}{d_0} \right)^2 = \left(\frac{10 \text{ mm}}{200 \text{ mm}} \right)^2 = \frac{1}{400},$$

és ezzel a víztükör süllyedési sebessége

$$v_0 = v_2 A_2 / A_0 = 2,88 \text{ m/s} \cdot \frac{1}{400} = 0,0072 \text{ m/s}.$$

A sebesség mindössze 7,2 mm/s; az ebből számított sebességmagasság elhanyagolása tehát hibát nem okoz.

Magától értetődik, hogy az áramlás egyenletessége csak úgy biztosítható, ha az elfolyt mennyiséget felülről pótoljuk, vagyis a q_V térfogatáram hozzáfolyásáról is gondoskodunk.

3.21. példa. A 3.25. ábrán vázolt hengeres edény víztöltése A keresztmetszetű, éles falú fenéknilyáson folyik ki. Ha az elfolyó mennyiséget nem pótoljuk, akkor a kifolyás sebessége csökken, az edény pedig t idő alatt kiürül.

A kiürülés idejét abból a megfontolásból számítjuk ki, hogy az A_0 felületű víztükör dt idő alatt dy értékkel süllyed, és ezalatt a (3.30) egyenlet szerint

$$dV = \mu A \sqrt{2gz} dt$$

térfogatú víz folyik el.

Ez a térfogat a víztükör süllyedésével is kifejezhető. A 3.25. ábra jelöléseivel

$$dV = A_0 dy = -A_0 dz, \quad \text{ahol} \quad y + z = h.$$

A két egyenlet összevonásával írható:

$$\mu A \sqrt{2gz} dt = -A_0 dz.$$

t idő alatt a $V = A_0 h$ térfogatú edény kiürül, vagyis a z szintmagasság $z = h$ -ről $z = 0$ -ra csökken. Az előbbi egyenlet rendezése után írható:

$$t = \int_0^t dt = - \frac{A_0}{\mu A \sqrt{2g}} \int_h^0 \frac{dz}{\sqrt{z}} = \frac{A_0}{\mu A \sqrt{2g}} [2\sqrt{z}]_0^h.$$

A kezdő h szintmagasságnál kifolyó $q_{v0} = \mu A \sqrt{2gh}$ térfogatáram helyettesítésével a kifolyási időtartam egyenlete a következő egyszerű alakba megy át:

$$t = \frac{2A_0 h}{\mu A \sqrt{2gh}} = \frac{2V}{q_{v0}} \text{ s.}$$

A 3.25. ábra jelöléseivel az edény átmérője $D = 1000$ mm, a tükör felülete $A_0 = 0,785$ m², az éles falú nyílás átmérője $d = 100$ mm, keresztmetszete $A = 0,00785$ m², kifolyási tényezője $\mu = 0,64$.

A $h = 1,2$ m magasságig megtöltött medence víztérfogata

$$V = A_0 h = 0,785 \text{ m}^2 \cdot 1,2 \text{ m} = 0,94 \text{ m}^3.$$

A kifolyó víz térfogatáramának kezdőértéke

$$q_{v0} = \mu A \sqrt{2gh} = 0,64 \cdot 0,00785 \text{ m}^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1,2 \text{ m}} = 0,025 \text{ m}^3/\text{s} = 25 \text{ l/s.}$$

A kifolyási időtartam tehát

$$t = \frac{2V}{q_{v0}} = \frac{2 \cdot 0,94 \text{ m}^3}{0,025 \text{ m}^3/\text{s}} = 75,2 \text{ s.}$$

3.22. példa. A 3.15. ábrán vázolt kézfecskendő hengerében keletkező p_1 nyomást a 3.13. példában megadott és kiszámított adatokból a következő megfontolással határozhatjuk meg. Az F_1 dugattyúerővel munkaképessé tett folyadék sebessége $v_1 = 0,5$ m/s, nyomása pedig a kereszt p_1 .

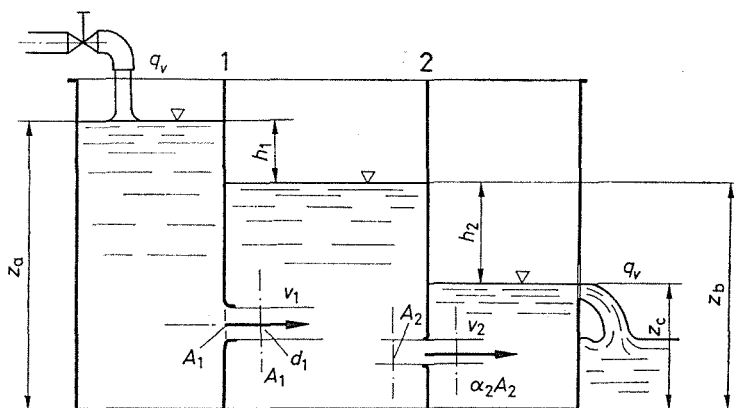
A példa adataival a keresztmetszetarány $A_2/A_1 = 0,0225$, a $v_1^2/2g$ sebességmagasság tehát elhanyagolható.

A vízszintesen tartott fecskendő nyílásán kifolyó víz sebessége a (3.29) egyenletből ($p_2 = p_0$ környezeti nyomás helyettesítésével)

$$v_2 = \varphi \sqrt{2 \frac{p_1 - p_0}{\rho}},$$

abból $\varphi = 0,98$ sebességi tényezővel és $v_2 = 22,25$ m/s kifolyási sebességgel a hengerben keletkező túlnyomás

$$p_1 - p_0 = \frac{\rho v_2^2}{\varphi^2} = \frac{1000 \text{ kg/m}^3 \cdot (22,25 \text{ m/s})^2}{0,98^2} = 258\,000 \text{ Pa} = 258 \text{ kPa.}$$



3.26. ábra. Egyenletes átömlés sorba kapcsolt átfolyónyílásokon

Az $A_1 = 12,6 \text{ cm}^2 = 0,00126 \text{ m}^2$ felületű dugattyúra ható erő

$$F = A_1(p_1 - p_0) = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 258 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 325 \text{ N}.$$

Az adott esetben tehát a fecskendő dugattyúját 325 N kézi erővel kell előretolni.

3.23. példa. A 3.26. ábrán vázolt háromkamrás medence 1 válaszfalán $d_1 = 50 \text{ mm}$ átmérőjű, $A_1 = 19,6 \text{ cm}^2 = 0,00196 \text{ m}^2$ keresztmetszetű, jól legömbölyített nyílást készítünk. $\alpha = 1$ és $\varphi_1 = 0,95$ értékkel az átfolyási tényező $\mu_1 = 0,95$.

A 2 válaszfalon egy $a_2 b_2 = 10 \text{ mm} \cdot 160 \text{ mm} = 1600 \text{ mm}^2$ méretű, azaz $A_2 = 1,60 \text{ cm}^2 = 0,0016 \text{ m}^2$ keresztmetszetű (derékszögű négyzög alakú) éles falú nyílást találunk, ennek átfolyási tényezője $\alpha_2 = 0,63$ és $\varphi_2 = 0,95$ értékkel $\mu_2 = 0,6$.

A hozzáfolyást és az elfolyást úgy szabályozzuk, hogy a víz tükre az első kamrában $z_a = 1400 \text{ mm}$, a harmadik kamrában pedig $z_c = 350 \text{ mm}$ (állandó) magasságban maradjon.

A középső kamrában a víztükörnek olyan z_b magasságban kell beállnia, hogy a két nyíláson ugyanakkora q_V vízmennyiség lépjen át, mert csak ebben az esetben maradhat az áramlás egyenletes. A (3.30) egyenlet ismételt alkalmazásával és $z_a - z_b = h_1$ és $z_b - z_c = h_2$ helyettesítéssel írható:

$$q_V = \mu_1 A_1 \sqrt{2gh_1} = \mu_2 A_2 \sqrt{2gh_2}.$$

Ebből az egyenletből a h_1 és h_2 „esés” aránya négyzetre emelés és rendezés után a következőképpen számítható:

$$\varepsilon = \frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{\mu_2 A_2}{\mu_1 A_1} \right)^2 = \left(\frac{0,6 \cdot 1,6 \text{ cm}^2}{0,95 \cdot 19,6 \text{ cm}^2} \right)^2 = 0,266.$$

A két esés összege

$$h_1 + h_2 = z_a - z_c = 1,4 \text{ m} - 0,35 \text{ m} = 1,05 \text{ m}.$$

A két egyenletből

$$h_1 = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} (h_1 + h_2) = \frac{0,266}{1,266} \cdot 1,05 \text{ m} = 0,22 \text{ m};$$

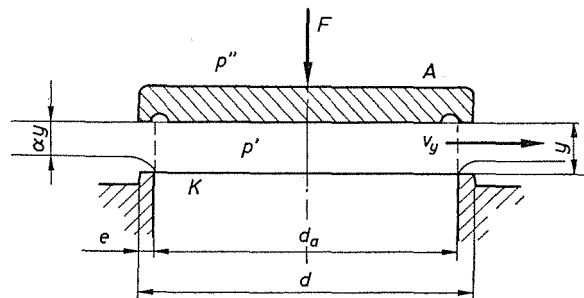
$$h_2 = \frac{1}{1 + \varepsilon} (h_1 + h_2) = \frac{1}{1,266} \cdot 1,05 \text{ m} = 0,83 \text{ m}.$$

A térfogatáram

$$q_V = \mu_1 A_1 \sqrt{2gh_1} = 0,95 \cdot 0,00196 \text{ m}^2 \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,22 \text{ m}} = 0,00387 \text{ m}^3/\text{s} = 3,87 \text{ l/s}.$$

3.24. példa. A 3.27. ábrán vázolt $d = 100 \text{ mm}$ átmérőjű önműködő tányérszelep fajlagos terhelése a 3.15. példa adataival $b = 0,34 \text{ m}$, vagyis a szelep nyitvatartásához $p' - p'' = \rho gb = 3,33 \text{ kPa}$ nyomáskülönbségre van szükség.

E nyomáskülönbség hatására a víz v_y sebességgel ömlik át az y magasságra emelkedő szelep alatt szabaddá vált hengeres résen.



3.27. ábra. Az önműködő szelep emelkedése

Az ábra jelöléseivel $d_a = 96$ mm ($e = 2$ mm) és $K = \pi d_a = 300$ mm méretekkal a palástfelületek az átömlősugár összehúzódásának figyelembevételével $\alpha = 0,63$ értékkel számíthatók majd.

$$A_y = \alpha K y.$$

A szelepterheléssel megszabott nyomáskülönbségből számítható átömlési sebesség pedig a (3.29) egyenlet szerint $\varphi = 0,95$ sebességi tényezővel

$$v_y = \varphi \sqrt{2gb} = 0,95 \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,34 \text{ m}} = 2,45 \text{ m/s}.$$

Az átömlő vízmennyiség tehát a kifolyási tényező bevezetésével

$$q_V = \mu K y \sqrt{2gb},$$

ebből $q_V = 18$ l/s = $0,018$ m³/s vízmennyiség átömléséhez szükséges szelepemelkedés $\mu = 0,6$ értékkel

$$y = \frac{q_V}{\mu K \sqrt{2gb}} = \frac{0,018 \text{ m}^3/\text{s}}{0,6 \cdot 0,3 \text{ m} \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,34 \text{ m}}} = 0,039 \text{ m} = 39 \text{ mm}.$$

Figyelemre méltó, hogy a szeleprésen átömlő víz sebessége a vízmennyiségtől független, és azt a *fajlagos szelepterhelés* határozza meg. Állandó szelepterhelés esetében az átfolyás sebessége is állandó: ilyenkor tehát a szelep emelkedése az átfolyó vízmennyiséggel arányos.

A szelepemelkedést (azonos vízmennyiségnél) a szelepterhelés növelésével (a szeleprugó megfeszítésével) lehet csökkenteni.

Így pl. az adott esetben a rugóterheléssel $b' = 0,6$ m értékre megnövelt fajlagos szelepterhelés a szelep emelkedését y' -re csökkenti:

$$y' = \sqrt{\frac{b}{b'}} y = \sqrt{\frac{0,34 \text{ m}}{0,6 \text{ m}}} 39 \text{ mm} = 29 \text{ mm}.$$

3.1.13. Áramlási veszteségek a csővezetékben

Csőben áramlásakor a *súrlódási veszteséget* a fal fékező hatása okozza. A súrlódási veszteség arányos a súrlódást okozó hengeres palástfelülettel. Ebből következik, hogy a közeg áramlásakor a súrlódási veszteség az l csőhosszal *egyenesen* és a d cső-átmérővel *fordítottan* arányos. Kétszer akkora átmérőjű csőben ugyanis a súrlódó felület bár kétszeresére nő, de az azonos sebességgel átáramló közeg mennyisége négyszeres lesz. Az áramlási veszteség most is a sebesség négyzetével arányos, és a (3.24) egyenlet szerint fejezhető ki. Az egyenletben szereplő **veszteségtényező** az előzők szerint:

$$\zeta = \lambda \frac{l}{d}.$$

A λ **csősúrlódási tényező** értéke az ún. *Reynold-számtól* és a cső *belső falának érdességétől* függ.

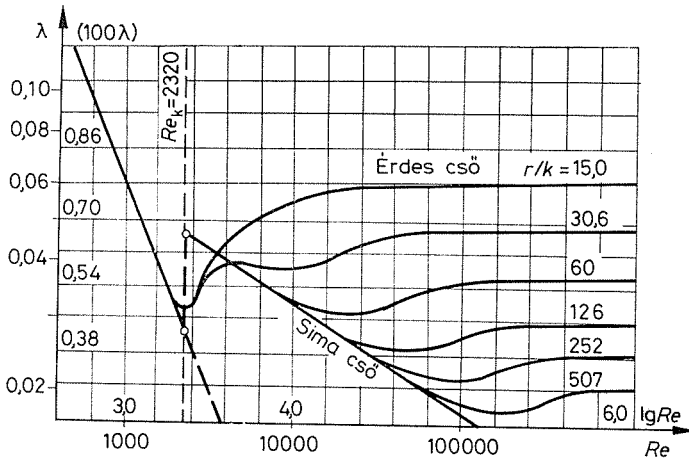
A **Reynolds-szám**

$$Re = \frac{dv}{\nu},$$

ahol d a jellemző hossz méret, azaz a csőszakasz *belső átmérője*; v az áramlás sebessége; ν az áramló folyadék *kinematikai viszkozitása*.

A cső belső falának érdességére az r/k hányados, a relatív érdesség a jellemző. Itt r a körszelvény sugara és k a fal kiszögelléseinek (egyenletlenségének) átlagos mérete.

A λ csősúrlódási tényező e jellemzők ismeretében a 3.28. ábrából vehető ki. A kritikus ($Re_{krit} \cong 2320$) Reynolds-szám alatt az áramlás réteges (lamináris), nagyobb Reynolds-számoknál általában keveredő (turbulens). A 3.28. ábrából az is kiolvasható, hogy a csőfal simaságát – adott Re -számnál – milyen mértékig érdemes fokozni. Egy bizonyos Re -számnál ugyanis bármilyen relatív érdességű cső λ csősúrlódási tényezője a sima cső csősúrlódási tényezőjével válik egyenlővé, azaz a cső hidraulikailag simának tekinthető.



3.28. ábra. A csősúrlódás tényezője a Reynolds-szám függvényében

A gyakorlatban előforduló feladatok legtöbbszörénél a csősúrlódási tényező

$$\lambda = 0,02 \dots 0,03$$

között van.

Az egyenes cső mentén a veszteségmagasság a (3.24) összefüggés szerint

$$h_v = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \frac{J}{N} = m. \quad (3.31)$$

3.25. példa. Egy vízvezeték $d = 300$ mm átmérőjű nyomócsövének hossza $l = 2$ km, az áramlás sebessége $v = 0,9$ m/s.

$\lambda = 0,03$ csősúrlódási tényezővel a veszteségmagasság

$$h_v = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = 0,03 \frac{2000 \text{ m} (0,9 \text{ m/s})^2}{0,3 \text{ m} \cdot 2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 8,26 \text{ m}.$$

Ha a vízvezeték több különféle átmérőjű csőszakaszból áll, vagy ha a veszteségmagasságot változó térfogatáram függvényében keressük, akkor a (3.31) egyenlet helyett a következő összefüggés használata indokolt, amely a veszteségmagasságot a térfogatáram négyzetével fejezi ki.

$v = q_v/A$ és $A = \pi d^2/4$ helyettesítésével a (3.31) egyenlet rendezés után a következő alakban írható:

$$h_v = K \frac{l}{d^5} q_v^2, \quad \text{ahol} \quad K = \frac{8\lambda}{\pi^2 g} \text{ s}^2/\text{m}.$$

Ebből az a figyelemre méltó tanulság is levonható, hogy a csővezeték méretezésekor a takarékoskodást nem szabad túlzásba vinni, mert a veszteség az átmérő ötödik hatványától függ. Ezzel szemben a cső tömege és ára (azonos falvastagságnál) az átmérővel csak egyenes arányban nő, vagyis vékonyabb csővezeték felszerelésével a beruházási összegben elérhető megtakarítás aránytalanul kicsi a veszteségek rohamos növekedésével szemben.

Vízvezeték-hálózatok tervezésekor – ha az üzemtervet ismerjük – a leggazdaságosabb cső-átmérő gazdaságossági számítással határozható meg.

A számítás egyszerűsítése érdekében a (3.31) egyenlettel számítjuk a csővezeték veszteségmagasságát akkor is, ha különféle idomdarabok (ívdarab, könyök stb.) vagy csőzáró szerkezetek (szelep, tolózár, csap) is megnövelik az áramlási veszteségeket. Vizellátás esetében ezeken felül az áramló folyadék mozgási energiáját is a veszteségek közé számítjuk, mert azt a csőből kilépő folyadék rendszerint hasznosítás nélkül viszi magával (kilépési veszteség).

Ha az idomdarabok és zárószerkezetek veszteségmagasságát a (3.24) egyenlettel fejezzük ki, és az ezeket jellemző $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_i$ veszteségtényezőket a csőkeresztmetszetből számított v sebességre vonatkoztatjuk, akkor a kilépési veszteséggel is megnövelt veszteségmagasság

$$h_v = \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + (\zeta_1 + \zeta_2 + \dots + \zeta_i) \frac{v^2}{2g} \quad \frac{J}{N} = m.$$

Minden idomdarabot egy olyan csőhosszúsággal helyettesíthetünk, amely azzal – a veszteségek szempontjából – egyenértékű. Ez más szóval annyit jelent, hogy az ún. egyenértékű csőhosszúság bevezetésével a veszteségmagasság egyszerűen a (3.31) egyenlettel számítható, azaz

$$h_v = \lambda \frac{l_e}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

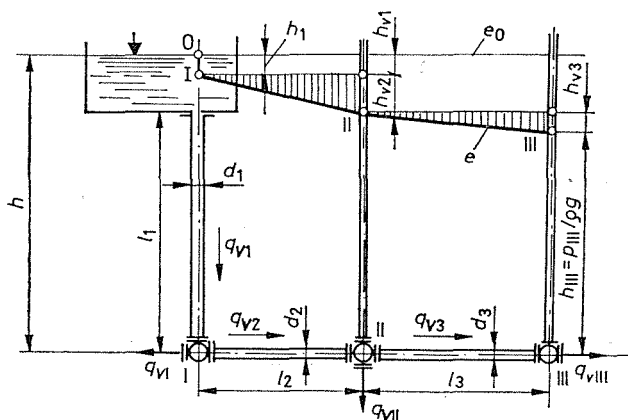
Az l_e egyenértékű csőhosszúság a h_v veszteségmagasság előbbi kétféle kifejezésének egybevetésével kapott következő egyenletből számítható:

$$\lambda \frac{l_e}{d} = \lambda \frac{l}{d} + 1 + \zeta_1 + \zeta_2 + \dots + \zeta_i,$$

amiből

$$l_e = l + \frac{d}{\lambda} (1 + \zeta_1 + \zeta_2 + \dots + \zeta_i) \quad m.$$

Előzetes számításokhoz az egyenértékű csőhosszúságot rendszerint csak becsléssel szokás megállapítani oly módon, hogy a lemért csőhosszúságnak 25...50%-kal megnövelt értékével számolunk (azaz $l_e = 1,25 \dots 1,5 l$).



3.29. ábra. Víztornyból táplált vízvezeték

3.26. példa. A $h = 25$ m magas víztoronyból táplált vízvezeték (3.29. ábra) méretei a következők:

1. (leszálló) csőszakasz $l_1 = 23$ m, $d_1 = 200$ mm, $A_1 = 314$ cm²;
2. csőszakasz $l_2 = 150$ m, $d_2 = 200$ mm, $A_2 = 314$ cm²;
3. csőszakasz $l_3 = 250$ m, $d_3 = 150$ mm, $A_3 = 177$ cm².

vízfogyasztás I. csomópontban $q_{VI} = 40$ m³/h;

a II. csomópontban $q_{VII} = 72$ m³/h;

a III. csomópontban $q_{VIII} = 36$ m³/h.

A csőszakaszokban áramló vízmennyiségek:

$$q_{V1} = q_{VI} + q_{VII} + q_{VIII} = (40 + 72 + 36) \text{ m}^3/\text{h} = 148 \text{ m}^3/\text{h} = 41,1 \text{ l/s};$$

$$q_{V2} = q_{VII} + q_{VIII} = 72 + 36 \text{ m}^3/\text{h} = 108 \text{ m}^3/\text{h} = 30 \text{ l/s};$$

$$q_{V3} = q_{VIII} = 36 \text{ m}^3/\text{h} = 10 \text{ l/s}.$$

Az áramlási veszteségmagasság a 3.25. példában tárgyalt összefüggés szerint, ha $\lambda = 0,03$, $K = 2,5 \cdot 10^3$ s²/m, és l_1, l_2, l_3 az egyenértékű csőhosszúság:

$$h_{v1} = K \frac{l_1}{d_1^5} q_{V1}^2 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^2/\text{m} \cdot \frac{23 \text{ m}}{(0,2 \text{ m})^5} (0,0411 \text{ m}^3/\text{s})^2 = 0,31 \text{ m};$$

$$h_{v2} = K \frac{l_2}{d_2^5} q_{V2}^2 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^2/\text{m} \cdot \frac{150 \text{ m}}{(0,2 \text{ m})^5} (0,03 \text{ m}^3/\text{s})^2 = 1,05 \text{ m};$$

$$h_{v3} = K \frac{l_3}{d_3^5} q_{V3}^2 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^2/\text{m} \cdot \frac{250 \text{ m}}{(0,15 \text{ m})^5} (0,01 \text{ m}^3/\text{s})^2 = 0,82 \text{ m}.$$

A III. csomópontig a veszteségmagasság tehát:

$$h_v = h_{v1} + h_{v2} + h_{v3} = (0,31 + 1,05 + 0,82) \text{ m} = 2,18 \text{ m};$$

és ezzel a *túlnyomás* a III. pontban

$$p_{III} = \rho g(h - h_v) = 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 (25 \text{ m} - 2,18 \text{ m}) = 2,24 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 224 \text{ kPa}.$$

3.1.14. A csővezeték jelleggörbéje

A csővezeték **munkagépnek tekinthető**, amelynek energiaellátásáról egy áramlás-technikai gép (*szivattyú*) gondoskodik. Az l hosszúságú és d átmérőjű csővezeték energiaigénye egyenlő a csővezeték ellenállásának legyőzéséhez szükséges munkával. A szállított folyadék egységnyi súlyerővel jellemzett mennyiségére vonatkoztatva — ha szint-, ill. nyomáskülönbség a csőszakasz két vége között nincs — ez a csővezeték *veszteségmagasságának* és az ún. *kilépési veszteségnek* az összege:

$$h_{cs\delta} = h_v + \frac{v^2}{2g} = \left(\lambda \frac{l}{d} + 1 \right) \frac{v^2}{2g} \text{ m}, \quad (3.32)$$

a

$$v = \frac{q_v}{A} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{és} \quad A = \frac{\pi d^2}{4} \text{ m}^2$$

összefüggés felhasználásával

$$h_{cs\delta} = \left(\lambda \frac{l}{d} + 1 \right) \frac{8}{\pi^2 d^5 g} q_v^2 \text{ m}. \quad (3.33)$$

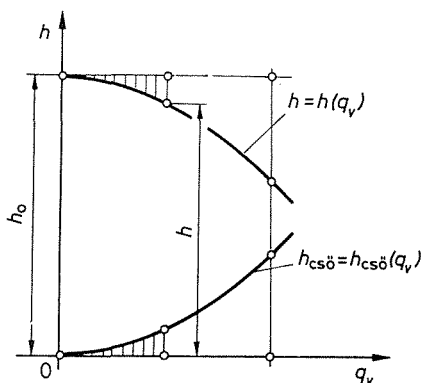
A q_v térfogatáram függvényében felrajzolt csővezeték-jelleggörbe a (3.33) összefüggés szerint parabola (a 3.30. ábra alsó görbéje).

Ha a csővezeték átmérője változik, ill. a csővezeték szerelvényeket tartalmaz, a (3.33) összefüggés

$$h_{cső} = \frac{8\lambda}{\pi^2 g} \frac{l_e}{d^5} q_v^2 \quad \text{m} \quad (3.34)$$

alakban írható. Itt l_e a 3.25 példában tárgyalt módon meghatározható **egyenértékű csőhosszúság**.

Ha a csővezeték két végpontja között *nyomás*-, ill. *szintkülönbség* van, akkor a jelleggörbe a nyomás, ill. helyzeti energia magasságának megfelelően magasabbról (nem az origóból) indul.



3.30. ábra. Csővezeték-jelleggörbék

A 3.30. ábrán egy olyan esetet is megrajzoltunk, amikor a csővezeték h_0 magasságú felső szintről vezeti le a folyadékot (*gravitációs vezeték*). Ilyenkor a $h(q_v)$ csővezeték-jelleggörbe a hasznosítható esést, azaz a veszteségmagassággal és a kilépési veszteséggel csökkentett helyzeti energiamagasságot mutatja (a 3.30. ábra felső diagramja): $h = h_0 - h_{cső}$.

3.1.15. Az impulzus

A 3.1.9. pontban egy folyadéktestet szűkülő csőszakaszban vizsgáltunk (3.21. ábra). Az ott követett gondolatmenethez hasonlóan most egy csőívben határoljunk le képzeletben egy folyadéktestet (3.31. ábra)! A csőfal és az 1 és 2 keresztmetszet közé eső *folyadéktest* Δt időtartam elteltével az 1'–2' helyzetbe került és átlagos sebességi állapota megváltozott, azaz *gyorsult*. A gyorsítóerő és a mozgásállapot megváltozása között általános érvényű kapcsolatot ad *Newton II. törvénye*

$$dF = \frac{d}{dt}(mv), \quad (3.35)$$

ahol F a gyorsítóerő és az

$$I = mv \quad \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

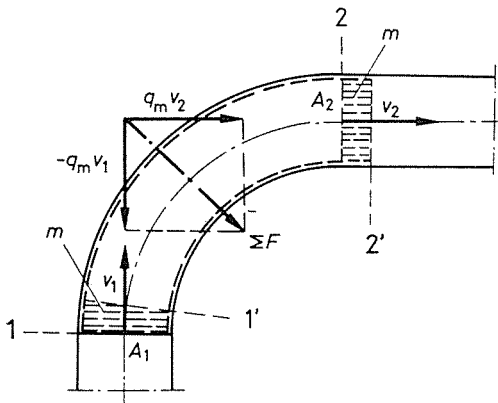
szorzat a *mozgásmennyiség (impulzus)*.

A (3.35) összefüggést a 3.31. ábrán rajzolt folyadéktest Δt idő alatti mozgásállapot változására alkalmazva írható, hogy

$$\Sigma F = \frac{I' - I}{\Delta t} \quad \text{N}, \quad (3.36)$$

ahol ΣF a mozgásállapot megváltozását okozó *erők* eredője; I' a mozgásmennyiség az $1'-2'$, I pedig a mozgásmennyiség az $1-2$ helyzetben.

Felhívjuk a figyelmet arra, hogy itt mind a ΣF , mind az I' és az I , továbbá a 3.31. ábrán rajzolt v_1 és v_2 sebesség **vektor**. E mennyiségek vektor jellegét e témakörben figyelembe kell vennünk!



3.31. ábra. Folyadéktest csőívbén

A Δt idő alatt mind az 1, mind a 2 keresztmetszeten

$$m = \rho q_V \Delta t \quad \text{kg}$$

tömegű folyadék halad át. Itt ρ kg/m³ a sűrűség, q_V m³/s a térfogatáram.

Ezt a tömeget a 3.31. ábrán vonalkázással szemléltettük. A két vonalkázott tömeg közötti hosszú folyadék rész ($1'-2$) sebességi állapota nem változott Δt időtartam alatt (stacioner áramlás), annak mozgásmennyisége legyen I_0 . Ezek után

$$I = \rho q_V \Delta t v_1 + I_0 \quad \text{N} \cdot \text{s},$$

$$I' = I_0 + \rho q_V \Delta t v_2 \quad \text{N} \cdot \text{s}.$$

A (3.36) összefüggésbe behelyettesítve

$$\Sigma F = \frac{I_0 + \rho q_V \Delta t v_2 - \rho q_V \Delta t v_1 - I_0}{\Delta t} \quad \text{N},$$

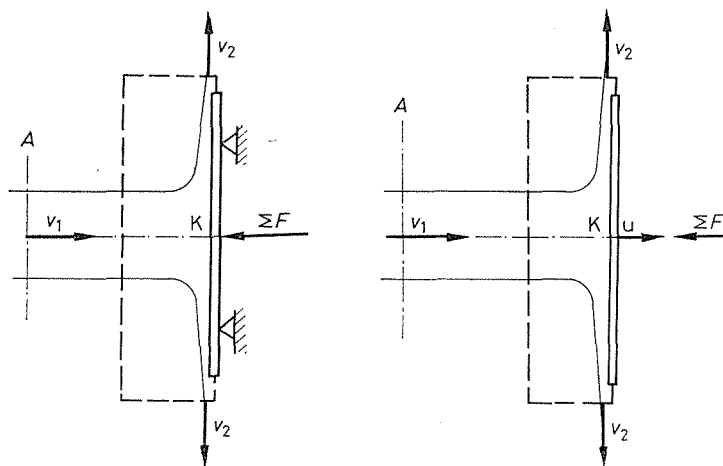
azaz a q_m tömegárammal kifejezve

$$\Sigma F = q_m v_2 - q_m v_1 \quad \text{N}. \quad (3.37)$$

A vizsgált folyadéktest mozgásállapotának megváltozásából (a v_1 és a v_2 vektornak csak a nagysága egyenlő!) a rá ható erők eredőjére (ΣF) lehet következtetni.

A ΣF általában *térerő* (a folyadékra ható súlyerő); a folyadéktestet határoló felületen (az ún. **ellenőrző felületen**) ható *nyomásokból számítható erők* és a csőfal és a folyadék között fellépő *súrlódási erő* eredője. Mindezeket tehát külön-külön nem ismerjük, de *vektoriális eredőjük* az impulzustétel segítségével meghatározható. A 3.31. ábrán is megrajzoltuk azt az eredő erőt, amely a folyadéktestet negyedkör alakú pályára kényszerítette. *Csőíveket és könyököket úgy kell méretezni, ill. megtámasztani, hogy ezen eredő erő átadására képesek legyenek.*

A 3.32. ábra bal oldalán látható síklapot A keresztmetszetű vízszög ér. A lapot megtámasztjuk, így a vízszög elfordul, szétterül az egész lapon, és a K pontból induló sugarak irányában elhagyja azt. A vízszögat *a lap által közvetített erő* gyorsította. A rajzolt módon felvett ellenőrzött felületre v_1 sebességgel érkező vízszög v_2 sebességgel távozik a lap középpontjára szimmetrikusan, egy körkerület mentén.



3.32. ábra. Síklapra merőlegesen érkező vízszög

Így a v_2 sebességvektorokkal képzett mozgásmennyiség-vektorok páronként kioltják egymást, eredőjük nulla. Az ellenőrző felülettel körülzárt folyadékot támadó erők eredője így a (3.37) összefüggés szerint

$$\Sigma F = -q_m v_1 \quad \text{N}, \quad (3.38)$$

a negatív előjel utal az erő helyes értelmezésére.

Figyelembe véve, hogy

$$q_m = \rho q_V = \rho A v_1 \quad \text{kg/s},$$

az eredő erő *nagyságára* az

$$F = \rho A v_1^2 \quad \text{N} \quad (3.39)$$

egyszerű összefüggés adódik.

A 3.32. ábra jobb oldalán látható síklap u sebességgel *mozog* a folyadéksugárral megegyező irányban. Az ellenőrző felület együtt halad a lappal.

A jelenség az előzőekben tárgyalthoz hasonló, a távozó folyadék mozgásmennyiség-vektorai páronként kioltják egymást.

A folyadék most

$$v_1 - u \quad \text{m/s}$$

sebességgel lépi át az ellenőrző felületet, így a (3.38) összefüggés alapján értelem-
szerűen

$$\Sigma F = -q_m(v_1 - u) \quad \text{N} \quad (3.40)$$

eredő erőt kapunk.

Figyelembe véve, hogy az ellenőrző felületet átlépő tömegáram is kisebb, most

$$q_m = \rho A(v_1 - u) \quad \text{kg/s};$$

az eredő erő *nagyságára* az

$$F = \rho A(v_1 - u)^2 \quad \text{N} \quad (3.41)$$

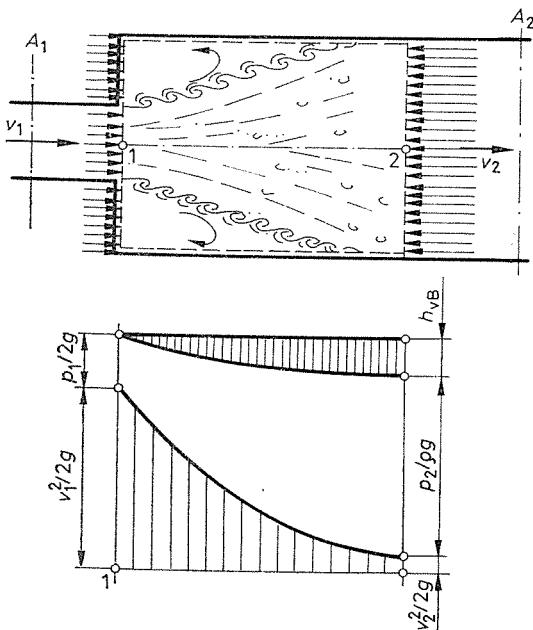
összefüggést kapjuk.

3.27. példa. Egy $d = 50$ mm átmérőjű, $A = 19,6$ cm² keresztmetszetű és $v = 20$ m/s sebességű vízszög – a 3.32. ábra bal oldala szerint – merőlegesen érkezik egy álló síklapra, amely az elterelés jósága érdekében a szög keresztmetszeténél nagyobb.

A lapot merőlegesen támasztó erő nagyságát a (3.39) egyenletből kapjuk:

$$F = Aqv^2 = 1,96 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot (20 \text{ m/s})^2 = 784 \text{ N}.$$

Csővezeték ugrásszerű kibővülések (3.33. ábra) a szűk torkolatból kilépő sugár a *súrlódás* következtében fokozatosan tölti ki a bővebb keresztmetszetet. A keresztmetszet-bővülésnél leváló *örvények* keletkeznek.



3.33. ábra. Borda-féle veszteség hirtelen bővülő csővezetékben

Vegyük fel az ellenőrző felületet a 3.33. ábrán látható módon! A folyadékra ható erők eredője a (3.37) összefüggés szerint az áramlás irányával ellentétes értelmű ($v_1 > v_2$). Az erő nagysága

$$F = q_m(v_1 - v_2) = \rho q_V(v_1 - v_2) \quad \text{N.}$$

Az ellenőrző felülettel bezárt folyadéktestre a vízszintes csőtengely irányában az A_2 teljes kilépő-keresztmetszetben érvényes p_1 és a záró oldalon érvényes p_2 nyomásból származó erő hat. Ezt az erőt a 3.33. ábrán nyílsorokkal érzékeltettük ($p_2 > p_1$). Így az F erő

$$F = A_2(p_2 - p_1) \quad \text{N}$$

alakban is felírható. Az erőre kapott két kifejezést egyenlővé téve

$$\rho q_V(v_1 - v_2) = A_2(p_2 - p_1),$$

ebből

$$p_2 - p_1 = \rho \frac{q_V}{A_2} (v_1 - v_2) = \rho v_2 (v_1 - v_2). \quad (3.42)$$

Írjuk fel ezek után a kilépő- (1) és a távolabbi (2) keresztmetszet között – ideális folyadék feltételezésével – a *Bernoulli*-egyenletet!

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2,$$

amiből

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2), \quad (3.43)$$

a valóságos folyadékokban kapott nyomásnövekedés *kisebb* (3.42), mint amit most az ideális folyadék feltételezésével számoltunk. A különbség az ún. **Borda-féle veszteség**

$$\Delta p_{vB} = \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2) - \rho v_2 (v_1 - v_2) = \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2 - 2v_1 v_2 + 2v_2^2) = \frac{\rho}{2} (v_1 - v_2)^2.$$

A *Borda-féle veszteségmagasság*

$$h_{vB} = \frac{\Delta p_{vB}}{\rho g} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \quad \text{m.} \quad (3.44)$$

A *Borda-féle veszteségmagasság* nagysága kísérleti úton is ellenőrizhető. A mérési eredmények azt mutatják, hogy a veszteségmagasság a valóságban valamivel nagyobb az előbb levezetett képletből kiszámított értéknél, amelyet ezért a következő igazítással használunk:

$$h_{vB} = \zeta_B \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \quad \text{m,} \quad (3.45)$$

ahol

$$\zeta_B = 1,0 \dots 1,3.$$

3.28. példa. Egy $d_1 = 100$ mm átmérőjű csővezeték hirtelen átmenettel csatlakozik egy $d_2 = 200$ mm átmérőjű csővezetékhez.

Az áramlás sebessége az $A_1 = 78,5$ cm² keresztmetszetű csőben $v_1 = 6,0$ m/s.

Az $A_2 = 4A_1 = 314$ cm² keresztmetszetre bővülő csőszakaszban a sebesség tehát

$$v_2 = v_1/4 = 1,5 \text{ m/s.}$$

A Borda-féle veszteségmagasság $\zeta_B = 1,2$ tényezővel

$$h_{vB} = \zeta_B \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} = 1,2 \frac{(6 \text{ m/s} - 1,5 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 1,24 \text{ m.}$$

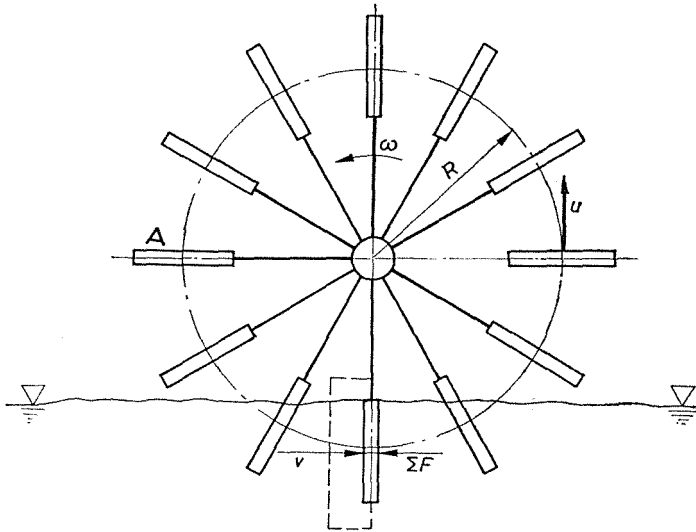
Alulcsapott vízikerek látható a 3.34. ábrán. A *járókerék* egyszerű sík lapokból áll. A lapátsor kerületi sebessége u , az A felületű lapát v sebességű folyóba merül. A munkaképes folyadéksugár, amely a vízikerek lapátját éri, szintén A keresztmetszetű.

Az időegységenként a lapátra érkező víztömeg

$$q_m = \rho q_V = \rho A v \text{ kg/s.}$$

A viszonyok a 3.32. ábra segítségével tárgyalt két esettől egyaránt eltérők. A 3.34. ábrán felvett ellenőrzött felületből a folyadék itt is a v sebességre merőleges irányban (derékszögben szétterítve) tud kilépni, azaz a (3.37) összefüggés a (3.38) képlet előtt tárgyalt okból itt is a

$$\Sigma F = -q_m v_1 \text{ N}$$



3.34. ábra. Alulcsapott vízikerek

összefüggésre egyszerűsödik. Az *ellenőrzött felület* itt is együtt halad a lapáttal, így a belépő sebesség a 3.32. ábra jobb oldalán tárgyalt esetnek megfelelően számítható:

$$v_1 = v - u \text{ m/s.}$$

A kerék lapátsora azonban végül is nem „menekül el”, a vízikerek tengelye alatt mindig találunk egy, az előbbi feltételeknek megfelelő lapátot. A lapáttal együtt haladó ellenőrzött felület így végül is szintén *helyben marad*.

Az erőhatás, amely a vízikerek tengelye alá érkező folyadékot sebességváltozásra kényszeríti,

$$F = \rho Av(v-u) \quad \text{N} \quad (3.46)$$

nagyságú. A hatás – ellenhatás elve szerint ez egyben a vízikereket forgató *kerületi erő*.

Az előző gondolatmenetben feltételeztük, hogy a folyó v sebességű áramlására merőlegesen *állandóan található* egy u sebességgel haladó lapát. Ez természetesen nem így van, a lapátózás *nem végtelen sűrű*. Elhanyagoltuk továbbá azt, hogy az érkező lapátok *megzavarják* az áramlást. A 3.34. ábrán jól látható, hogy a következő lapát zavaró hatása miatt az ellenőrző felületre biztosan nem rendezett v sebességű áramlás érkezik.

Mi tehát *végtelen sűrű, de egymást nem zavaró lapátózással* számolunk. A valóságnak ez az egyszerűsítése gyakori a gépek tárgyalásakor. Az egyszerűsítés lehetővé teszi bizonyos matematikai módszerek alkalmazását, de tisztában kell lennünk az-zal, hogy vizsgálataink eredménye csak az előbbieket szerint *idealizált viszonyok* mellett érvényes.

A járókerék *hasznos teljesítménye* a kerületi erővel számolva:

$$P = Fu = q_m(v-u)u \quad \text{W.} \quad (3.47)$$

Ha $u = 0$, akkor $P = 0$, de a kerületi erő az álló járókeréken a legnagyobb. A (3.39) összefüggés szerint

$$F_{\max} = \rho Av^2 \quad \text{N.}$$

Ha a járókerék sebessége azonos a folyóéval, azaz

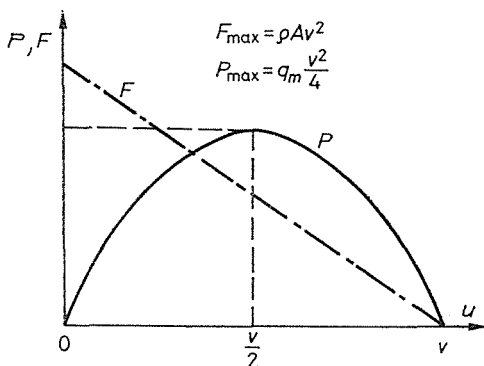
$$u = v,$$

sintén nincs járókerék-teljesítmény, mert ekkor a kerületi erő nulla a (3.46) összefüggés szerint.

Az $F(u)$ kapcsolatot a 3.35 ábrán pontvonallal rajzoltuk. Ez a ferde egyenes a **vízikerek jelleggörbéje**.

A $P(u)$ görbe a (3.47) összefüggés szerint másodfokú (3.35. ábra):

$$P = q_m v u - q_m u^2 \quad \text{W.}$$



3.35. ábra. Vízikerek-jelleggörbe

Vizsgáljuk meg, mely kerületi sebességnél kapjuk a *legnagyobb* járókerék-teljesítményt!

$$\frac{dP}{du} = q_m v - 2q_m u = 0.$$

Ebből

$$u_{\text{opt}} = \frac{v}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

és a (3.47)_a összefüggésbe behelyettesítve:

$$P_{\text{max}} = q_m \frac{v^2}{4} \text{ W.}$$

A *bevezetett teljesítmény* a folyó *A* keresztmetszetű részében rendelkezésre álló *mozgási energiából* számolható.

$$P_{\text{bev}} = q_m \frac{v^2}{2} \text{ W.}$$

A síklapokból álló járókerék hatásfoka a *legkedvezőbb* esetben így

$$\eta_{\text{max}} = \frac{P_{\text{max}}}{P_{\text{bev}}} = 0,5,$$

$$\eta_{\text{max}} = 50 \text{ \%}.$$

A veszteségmentes esetben elérhető 50%-os hatásfok a lapátoknál *kilépő folyadék* mozgási energiájának következménye. Síklapokkal ugyanis az nem hasznosítható.

Figyelembe véve az idealizált és a valóságos viszonyok közötti lényeges különbséget, valamint a vízikerek viszonylag nagy tömegét, a csapágyazási nehézségeket, azaz a rossz mechanikai hatásfokot, megállapítható, hogy a vízikerek hatásfoka a 10%-ot sem éri el. A vízikerek nem versenyezhet a korszerű vízturbinákkal.

3.29. példa. A 3.34. ábrán vázolt vízikerek $A = 5 \text{ m}^2$ felületű lapátjai $v = 1 \text{ m/s}$ sebességű folyóvízbe merülő síklapok. A lapátra érkező víz tömegárama

$$q_m = \rho A v = 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 5 \text{ m}^2 \cdot 1 \text{ m/s} = 5000 \text{ kg/s} = 5 \text{ Mg/s.}$$

Az $R = 2 \text{ m}$ sugarú járókerékben a legnagyobb kerületi erő

$$F_{\text{max}} = \rho A v^2 = q_m v = 5 \cdot 10^3 \text{ kg/s} \cdot 1 \text{ m/s} = 5000 \text{ N} = 5 \text{ kN.}$$

A járókerék legnagyobb hasznos teljesítménye $u = v/2 = 0,5 \text{ m/s}$ kerületi sebességnél

$$P_{\text{max}} = q_m \frac{v^2}{4} = 5 \cdot 10^3 \text{ kg/s} \frac{(1 \text{ m/s})^2}{4} = 1250 \text{ W} = 1,25 \text{ kW.}$$

A járókerék fordulatszáma ekkor

$$n = \frac{u}{2\pi R} = \frac{0,5 \text{ m/s}}{2\pi \cdot 2 \text{ m}} = 0,0398 \text{ s}^{-1} = 2,39 \text{ min}^{-1}.$$

A síklap széleinek visszagörbítésével alkotott **Pelton-lapát** a vízszögletet 180° -kal visszatéríti és ezzel a kerületi erőt elméletileg megkétszerezi. A 3.36. ábra szemlélteti, hogy a szaggatottan rajzolt, helyben maradó ellenőrző felületre

$$q_m = \rho A v \quad \text{kg/s}$$

tömégáram érkezik, *megfordul* és elhagyja a lapátot. Ez az ellenőrző felület — java-részt maga a lapát — folyamatosan együtt is halad az u sebességgel állandóan érkező lapátokkal. Így a *szabad sugár* végül is

$$w_1 = v - u \quad \text{m/s}$$

viszonylagos sebességgel érik a lapátra. Ez a viszonylagos sebesség az elterelés következtében elméletileg változatlan nagyságú marad ($w_1 = w_2$). A valóságban azonban az elterelt szabad sugár kilépési sebessége a lapátsúrlódás miatt valamivel kisebb a belépési sebességnél, azaz

$$w_2 = \psi w_1 \quad \text{m/s}, \quad \text{ahol} \quad \psi \approx 0,95.$$

A *Pelton-lapát eltérítése* sem pontosan 180° -os, hanem ennél $\beta_2 = 6 \dots 7^\circ$ -kal kisebb, hogy a vízszöglet bele ne ütközzék a mögötte levő lapát hátába.

A vízszöglet ilyen gyorsításához szükséges eredő erő a (3.37) összefüggés felhasználásával, továbbá

$$v_1 = w_1 \quad \text{m/s}$$

és

$$v_2 = -w_2 \cos \beta_2 = -\psi w_1 \cos \beta_2$$

helyettesítésével

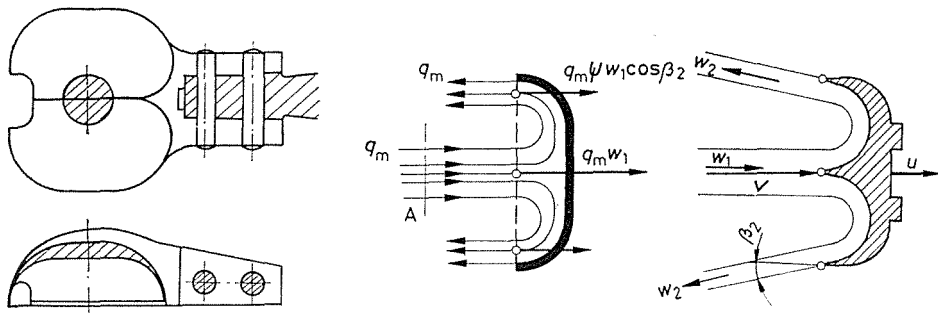
$$\Sigma F = -q_m \psi w_1 \cos \beta_2 - q_m w_1 \quad \text{N.}$$

A gyorsítóerő mindkét összetevője negatív, azaz a v és u sebességekkel ellentétes értelmű. Így a lapátra ható kerületi erő — az ellenhatás — az u kerületi sebességgel megegyező értelemben hat (3.36. ábra). Nagysága

$$F = q_m w_1 + q_m \psi w_1 \cos \beta_2 \quad \text{N,}$$

ill.

$$F = q_m (1 + \psi \cos \beta_2) (v - u) \quad \text{N.} \quad (3.48)$$



3.36. ábra. Kanál alakú Pelton-lapát

A *Pelton*-lapáton ébredő erő az u munkasebesség függvényében ugyanolyan alakú **jelleggörbével** ábrázolható, mint amelyet a 3.35. ábra mutat. Parabola alakú a *Pelton*-turbina járókerékének teljesítménygörbéje is.

A *kerékhatásfok* legnagyobb értékét most is $u_{\text{opt}} = v/2$ kerületi sebességnél kapjuk. A síklapátózású kerékre talált összefüggéseket a *Pelton*-kerékre alkalmazva a (3.48) egyenlet figyelembevételével írható:

$$\eta_{\text{max}} = \frac{1 + \psi \cos \beta_2}{2}.$$

$\psi \cos \beta_2 = 0,94$ helyettesítéssel a *Pelton*-kerék hatásfoka

$$\eta_{\text{max}} = \frac{1,94}{2} = 0,97 = 97\%.$$

A ***Pelton-turbina*** eszerint a legnagyobb teljesítményt adó kerületi sebességnél *kitűnő hatásfokkal dolgozik*.

3.2. VÍZGÉPEK

3.2.1. A gépek csoportosítása

A gépekben végbemenő energiaátalakulás azt jelenti, hogy valamilyen **bemenő jellemzőre** (pl. mechanikai gépeknél nyomaték, ill. fordulatszám M_1, n_1) a gép a **kimenő jellemzővel** (M_2, n_2) válaszol.

Az energiaátalakítás különböző módjainál a **fő** és a **kisegítő energiatranszport** különböztethető meg. Egy fogaskerékszekrény esetében pl. a *fő energiatranszport* a mechanikai munka átvitele, míg a *kisegítő energiatranszport* pl. a kenés lehet. Egy fogaskerék-szivattyú és fogaskerékmotor gépcsoport esetében a fő energiatranszport folyadék közvetítésével megy át a gépen, kisegítő transzport itt is a kenés.

Áramlástechnikai elven működő gépnek neveznek – tágabb értelemben – minden olyan gépet, ahol a fő energiatranszport folyadék, gáz, gőz közvetítésével megy át a gépen.

E tág megfogalmazás körébe tartozik a **szivattyú** és a **turbina** (legyen akár víz-, gőz- vagy gázturbina), a **ventillátor**, a **kompresszor**, a **hidraulikus munkahenger** stb.

Szűkíthető a gépek köre, azaz pontosabb definíció adható, ha a gépeket valamilyen elv figyelembevételével *csoportokba* soroljuk. A sokféle csoportosítás közül két alapvető rendszerező elv lehet:

1. *a használat célja,*
2. *a működés módja*

szerinti csoportosítás.

1. **A használat célja** szerinti csoport a következő részcsoporthra bontható:

- *munkagép* (szivattyú, kompresszor, ventillátor);
- *erőgép* (turbina);
- *hajtómű*;
- *egyéb rendeltetésű gépek.*

A **munkagépek** fő jellemzője, hogy a gépbe bevezetett mechanikai munka, ill. energia árán a gépen átáramló folyadék vagy gáz munkaképessége (entalpiája) növekszik. A munkagép tehát **munkát fogyaszt**, és ennek árán **növeli** a gépen átáramló közeg **munkaképességét** (entalpiáját).

Az **erőgép** esetében a helyzet fordított. A gép valamilyen munkát termel, miközben a gépen átáramló folyadék vagy gáz **munkaképessége** (entalpiája) **csökken**.

A **hajtómű** esetében *kétszeres energiaátalakulásról* beszélhetünk. A mechanikai munkát először a folyadék munkaképességévé alakítjuk át úgy, hogy a közeg átáramlik a hajtómű egyik részét képező *munkagépen*, majd egy második *energiatranszfor-*

máció során ebből újra mechanikai munkát állítunk elő, miközben a folyadék a hajtómű másik részét képező *erőgépen* megy át.

2. A **működés módja** szerint megkülönböztetünk a *térfogat-kiszorítás elvén és áramlástechnikai elven*

működő gépeket.

A **térfogat-kiszorítás** elvén vagy másképpen volumetrikus elven működő gépeknél a gép *munkatere* az idő függvényében valamilyen törvényszerűség szerint *periodikusan változtatja* térfogatát. A munkatér térfogatának növekedésekor a közeg az előálló nyomáskülönbség hatására a gép munkaterébe áramlik, majd a térfogat csökkenésekor a közeg ugyanilyen okból a gép munkateréből távozik. A ki- és beáramlást automatikusan működő vagy vezérelt szelepek, tolattyúk, rések stb. irányítják.

Az **áramlástechnikai** elven működő gépek további két fő csoportba sorolhatók, és pedig az

impulzusnyomaték elvén (örvényelven) és *egyéb áramlástechnikai elveken*.

működő gépek csoportjába.

Az **impulzusnyomaték** elvén működő gépek *fő jellegzetessége*: a gépeken át *folyamatosan áramló közeg*, a lapátozással bíró forgó *járókerék*, valamint, hogy a járókeréklapátok az abszolút *áramlást eltérítik*. Ez más szóval azt jelenti, hogy a gép működése az impulzusnyomaték-tételen alapuló *Euler-féle* szivattyú – turbina alapegyenlettel magyarázható. E családba tartozó gépeket szokták *örvénygépek*, *örvényelven* működő gépnek is nevezni.

Az **egyéb áramlástechnikai** elveken működő gépek csoportjába tartozik pl. a *vízugárszivattyú*, a *légnyomásos vízemelő* (mammutszivattyú) stb.

A **térfogat-kiszorítás elvén** működő gépek a következő csoportba sorolhatók: *dugattyús* gépek (amelyek lehetnek szabad löketűek ill. kényszerlökötűek), *egyéb*, a térfogat-kiszorítás elvén működő gépek.

Az **egyéb térfogat-kiszorítási elveken** működő munkagépek közül megemlíthetők a csavarszivattyúk, a vízgyűrűs szivattyúk, a forgódugattyús szivattyúk, a csúszólapátos szivattyúk stb.

Az **örvényelven** működő szivattyúkat (örvényoszivattyúkat), ventillátorokat, turbófűvókat, turbókompresszorokat a járókerék meridiánmetszetének kiképzése szerint szokás megkülönböztetni. Ezek szerint lehet

- *radiális* járókerekű,
- *félaxiális* járókerekű és
- *axiális* járókerekű

gépekről beszélni. A csoportba sorolás alapja az ún. jellemző fordulatszám.

Az **erőgépek** lényegében ugyanilyen alapvető részcsoportokba sorolhatók:

A **térfogat-kiszorítás elvén** működő hidrosztatikus motorok. Ezek lehetnek

- *dugattyús motorok* (szabad löketű, ill. kényszerlökötű motorok);
- *egyéb*, a *térfogat-kiszorítás elvén* működő motorok, amelyek lényegében az e csoportba tartozó szivattyúk megfelelői.

Örvényelven működő erőgépek (turbínák):

- *akciós* turbina (*Pelton*-, *Bánki*- turbina);

- *reakciós* turbina, amely a járókerék kiképzése szerint lehet radiális járókerekeű (*Francis*-turbina), félaxiális járókerekeű (*Francis*-, *Deriaz*-turbina), axiális járókerekeű (propeller-, *Kaplan*-turbina).

A felosztás itt is a jellemző fordulatszám alapján történik.

A **hajtóművek** lehetnek

a) A **térfogat-kiszorítás elven** működő hidrosztatikus hajtóművek:

- *hidrosztatikus nyomaték-váltó*,
- *hidrosztatikus tengelykapcsoló*.

b) **Örvényelven** működő hidrodinamikus hajtóművek:

- *hidrodinamikus nyomaték-váltó*,
- *hidrodinamikus tengelykapcsoló*.

Az ipar különböző területein nagy számban találhatók a különféle típusú munkagépek (pl. szivattyúk). Hazánkban a szivattyúkapacitás nagyságára jellemző, hogy az mintegy 600 MW hajtóteljesítményt köt le. E gépek között a vegyiparban főleg a kisebb teljesítményű, különféle követelményeknek (agresszív közeg, koptató hatású közeg stb. szállítása) eleget tevő gépekkel, míg bányákban, kazánházakban kisszámú, de több száz kW hajtóteljesítményt igénylő gépek kerülnek beépítésre.

A **munkagép** (szivattyú) előfordulás-gyakoriságára tekintettel a 3.2. alfejezetben túlnyomórészt az *impulzusnyomaték-tétellel* magyarázható működési elvű *örvény-szivattyúról*, ill. a *térfogat-kiszorítás elvén működő*, különböző típusú *gépekkel kapcsolatos* alapfogalmakról, üzemtani kérdésekről stb. lesz szó. A turbinákkal kapcsolatos kérdéseket csak érinteni fogjuk.

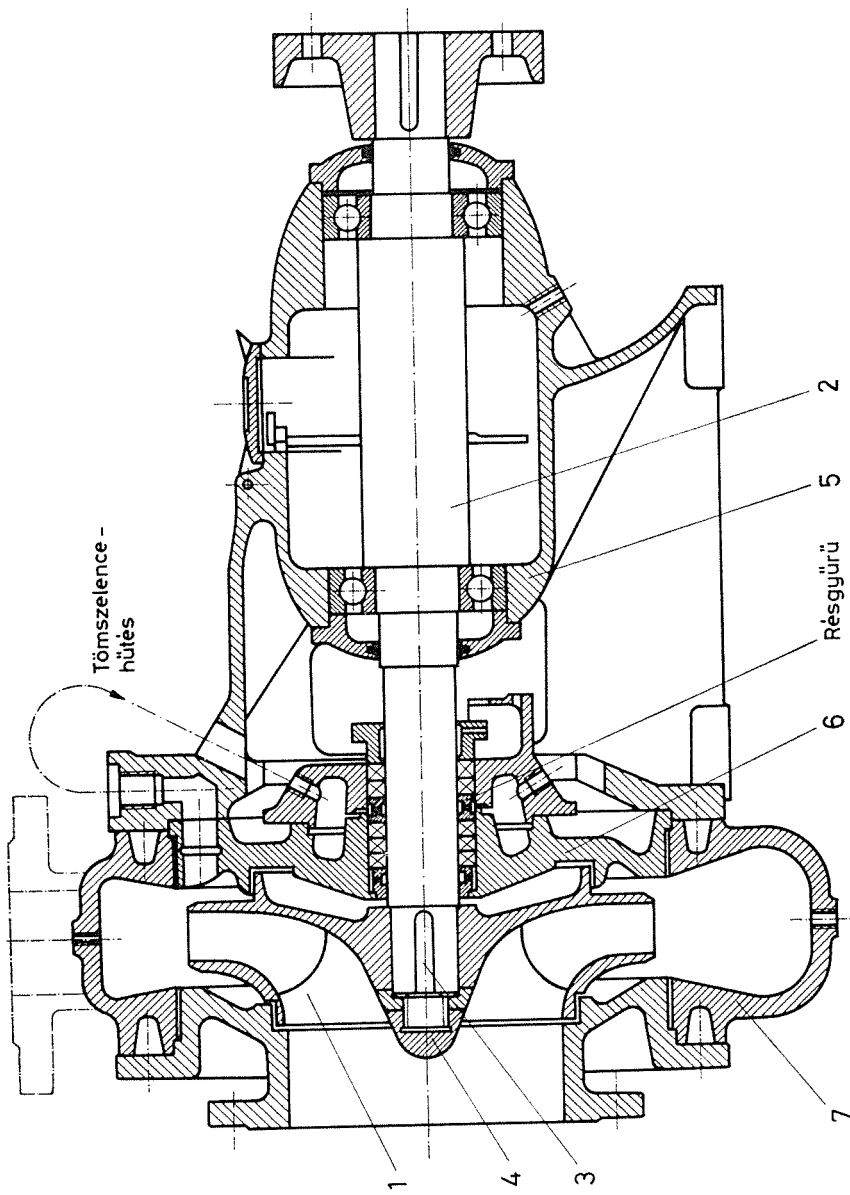
3.2.2. Az örvényszivattyú felépítése

Az **örvénytengelyszivattyú**, mint azt az előző pontban már megismertük, **munkagép**. Ez azt jelenti, hogy az energiaátadás a hajtótengely felől a gép belseje felé irányul, ahol a gép **járókerete** a befektetett munka árán a rajta átáramló folyadék impulzusnyomatékát megváltoztatja, vagy más szóval *megnöveli a rajta átáramló folyadék munkaképességét* (entalpiáját).

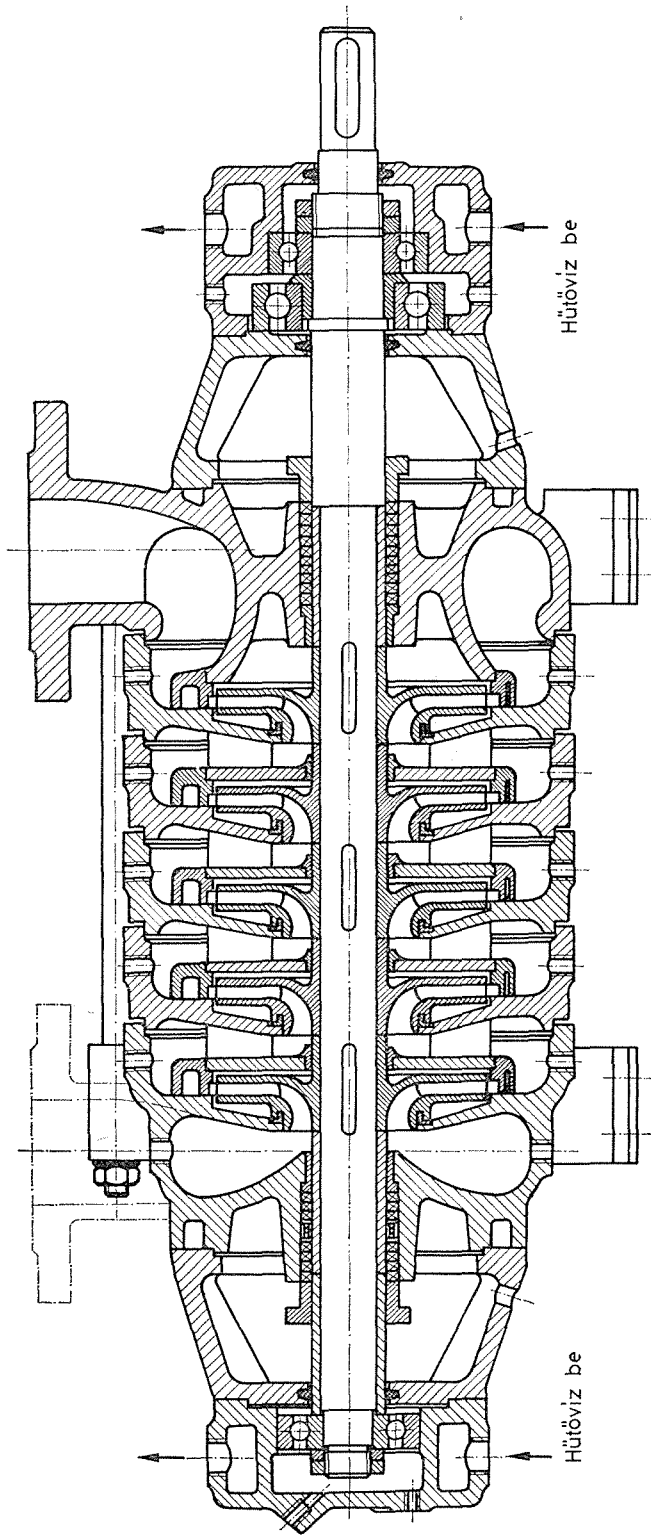
Lényeges szerkezeti eleme az örvényszivattyúnak a járókerék. A 3.37. ábra egy *radiális járókerekeű*, csigaházazas szivattyút szemléltet. A radiális járókerék azt jelenti, hogy a kerék meridiánmetszete olyan, hogy a folyadék a lapátcsatornán mind belépéskor, mind pedig kilépéskor *a tengelyre merőleges* (vagy ahhoz közel eső) *síkban* halad.

Az ábrában az 1 járókereket a 2 tengelyvégre a 3 retesz, ill. a 4 tengelyanya rögzíti.

A tengelyt konzolosan fogja a két csapágy. Az 5 csapágybakra a 6 közdarab közbeiktatásával illesztették a 7 csigaházat. A tömszelencét a 6 közdarabban helyezték el. A tömszelence közepén **vízelosztó résgyűrűt** helyeztek el azért, hogy a hozzávezetett víz (vagy külső forrásból, vagy a nyomócsonkból véve) hűtse, kenje a tömszelencét, ill. megakadályozza bizonyos üzemállapotokban a levegő betörését a gépbe. A szivattyú járókerete legtöbbször bronz, a ház öntöttvas, a tengely pedig szénacél. Agresszív közeg szállítása esetén a közegnek ellenálló anyagból készítik a szivattyú azon részeit, amelyek a folyadékkal érintkeznek.

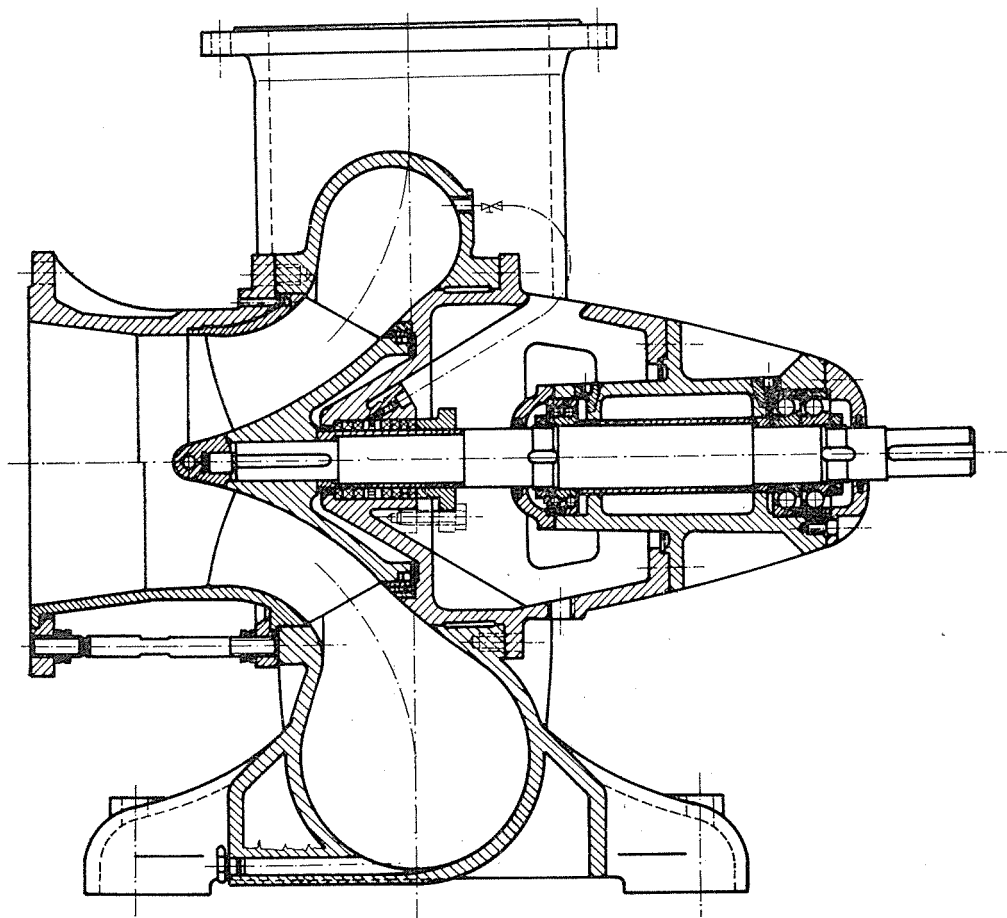


3.37. ábra. Egyfokozatú csigaházaz szivattyú (Ganz)



3.38. ábra. Többlépcsős szivattyú

A 3.38. ábra ötlépcsős, vezetőkeres szivattyút mutat. A szivattyú egymáshoz csavarokkal erősített fokozatokból („lépcsőkből”) van összeszerelve. A szivattyú csapágyazása — tekintettel a hosszabb tengelyre — erősebb. A csapágyak hűtött kivitelűek, a szívó-, ill. a nyomócsonk 45°-onként elforgatva szerelhető, amivel a gép a beépítési viszonyokhoz jobban igazítható.



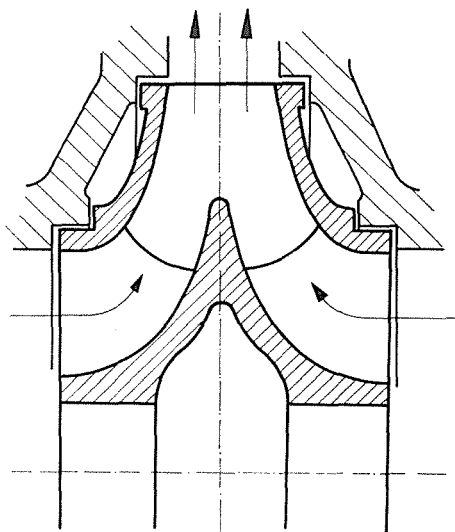
3.39. ábra. Félaxiális átömlésű járókerékű, csigaházaz örvényszivattyú (Ganz)

A 3.39. ábra félaxiális átömlésű járókerékű csigaházaz örvényszivattyút szemléltet. E gép nagyobb folyadékmennyiség szállítására (térfogatáramra) alkalmas olyan helyen, ahol a kisebb szállítómagasság is elegendő. A járókeréknek nincs olyan előlapja, mint a 3.37. ábrán bemutatott gépnél volt. A járókeréklapátok e kivetlnél szűk réssel illeszkednek az álló házhoz.

A tömszelence hagyományos zsinórpakolású, záróvízzel ellátott kivitelű.

A folyadékmennyiség növelése érdekében szokásos a járókerekeket párhuzamosan kapcsolni. Ilyen párhuzamosan kapcsolt, ún. kettős beömlésű járókerék látható a 3.40. ábrán.

A szállítómagasság megnövelhető a járókerekek **sorba** kapcsolásával. Ilyen sorba kapcsolt járókerekes gépet láthatunk a 3.38. ábrán bemutatott gépnél, ahol öt járókerék van sorba kapcsolva.



3.40. ábra. Kettős beömlésű járókerék

3.2.3. A szállítómagasság és annak különböző értelmezései

A szivattyú, a hajtásához szükséges mechanikai munkát túlnyomórészt a járókerék útján, a szállított folyadéknak adja át. E munka révén a szivattyún átáramló folyadék munkavégző képessége (entalpiája) megnövekszik.

A 3.41. ábrán bemutatott vázlatos elrendezésben a berendezés az I és II indexű hely között, míg a gép az 1 és 2 indexszel jelölt helyek között található. A szivattyúból a nyomócsonkon át kilépő folyadék helyét jelölje a 2-es, míg a szívócsonkot, ahol a közeg a gépbe belép, az 1-es index.

A járókerék hajtásához szükséges és az egységnyi súlyerőre vonatkoztatott H_b belső fajlagos munka az

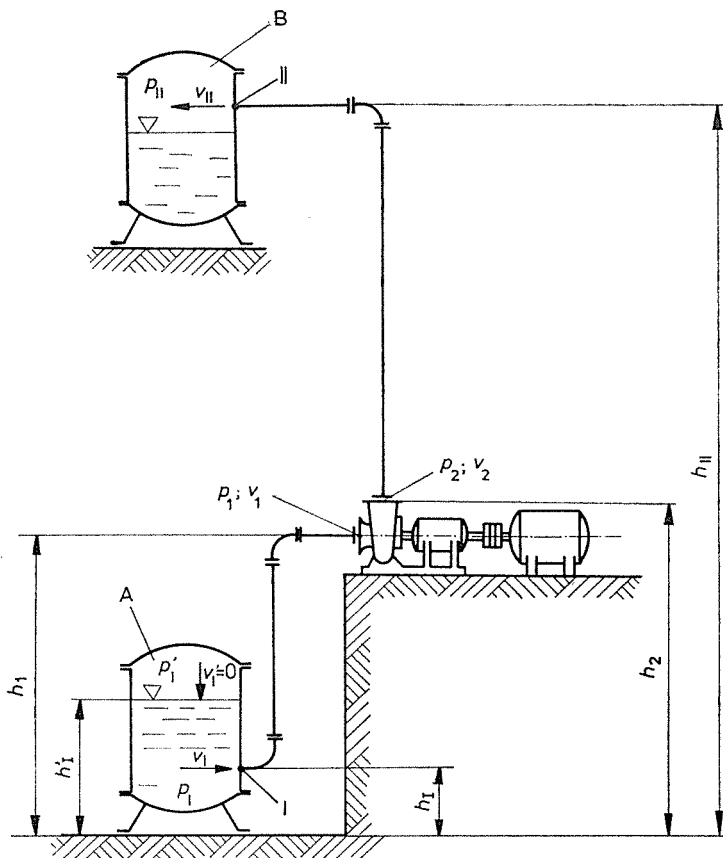
$$u_2 - u_1$$

belső energianövekményt is figyelembe véve:

$$H_b = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + h_2 - h_1 + \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + u_2 - u_1 \quad J/N = m. \quad (3.49)$$

Az egyenlet jobb oldalán az egységnyi súlyerőre vonatkoztatott ún. **összentalpia-változás** áll, azaz

$$i_{02} - i_{01} = \left(\frac{v_2^2}{2g} + h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + u_2 \right) - \left(\frac{v_1^2}{2g} + h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + u_1 \right) \quad J/N = m. \quad (3.50)$$



3.41. ábra. A szállítómagasság értelmezése

A Bernoulli-entalpiát az

$$i_B = \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + h \quad (3.51)$$

szokásos kifejezéssel felírva, az előző egyenlet az összentalpia-változásra a következő módon is írható:

$$H_b = i_{\delta 2} - i_{\delta 1} = i_{B2} - i_{B1} + u_2 - u_1 \quad \text{J/N} = \text{m}. \quad (3.52)$$

A belső energia megváltozását a járókerék oldalfalain ébredő h_t tárcsasúrlódás, valamint a szivattyú h'_h hidraulikai veszteségeinek tekintve

$$h'_{1,2} = h'_t + h'_h = u_2 - u_1$$

kapjuk, hogy

$$H_b = i_{\delta 2} - i_{\delta 1} = i_{B2} - i_{B1} + h'_{1,2} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + h_2 - h_1 + h'_{1,2} \quad \text{J/N} = \text{m}. \quad (3.53)$$

Az $i_{\delta 2} - i_{\delta 1}$ entalpiánövekmény a **belső szállítómagasság**, ami megegyezik a **járókerék** (tehát nem a szivattyú) **hajtásához szükséges fajlagos munkával**.

A járókerék oldalfalainak tárcsasúrlódási veszteségeivel a járókerék **elméleti szállítómagassága**

$$H_e = H_b - h'_t \quad \text{m.} \quad (3.54)$$

A (3.53) egyenlettel kifejezett **belső szállítómagasságban hasznos rész** az

$$i_{B2} - i_{B1} = H = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + h_2 - h_1 \quad \text{m.} \quad (3.55)$$

E hasznos szállítómagasságot H -val jelölik és **manometrikus szállítómagasságnak** nevezik.

Az előzőkből következik, hogy $H_e = H + h'_h$.

A szivattyú a *csővezetékkel kölcsönhatásban* szállítja a folyadékot az A edényből a B edénybe. A munkafogalom nemcsak magára a gépre, de az azt kiegészítő berendezésekre vonatkozóan is értelmezhető. Így a szívócső belépőkeresztmetszetében az I-es indexszel jelölt helyen az *összentalpia*:

$$i_{\delta I} = \frac{v_I^2}{2g} + \frac{p_I}{\rho g} + h_I + u_I \quad \text{m,} \quad (3.56)$$

a nyomócső kilépőkeresztmetszetében az II indexszel jelölt helyen pedig

$$i_{\delta II} = \frac{v_{II}^2}{2g} + \frac{p_{II}}{\rho g} + h_{II} + u_{II} \quad \text{m.} \quad (3.57)$$

Az I és II indexű helyek között létrejött fajlagos összentalpia-növekmény

$$i_{\delta II} - i_{\delta I} = \frac{v_{II}^2 - v_I^2}{2g} + \frac{p_{II} - p_I}{\rho g} + h_{II} - h_I + u_{II} - u_I \quad \text{m.} \quad (3.58)$$

A *belső energia megváltozását* itt is *áramlási veszteségnek* tekintve (a szívócső és a nyomócső áramlási veszteségei $h'_{cs} = h'_{sz} + h'_{ny}$) a (3.58) egyenlet az

$$i_{\delta II} - i_{\delta I} = i_{BII} - i_{BI} + h'_{cs} \quad (3.59)$$

alakot ölti.

A (3.59) egyenletben **hasznos rész** az $i_{BII} - i_{BI}$ a **berendezés szállítómagassága**, ami nem más, mint az egységnyi súlyerőre vonatkoztatott közeg *Bernoulli-entalpia-változása*

$$H_B = i_{BII} - i_{BI} = \frac{v_{II}^2 - v_I^2}{2g} + \frac{p_{II} - p_I}{\rho g} + h_{II} - h_I \quad \text{m.} \quad (3.60)$$

A nyomócsőből kilépő folyadék $v_{II}^2/2g$ sebességmagasságát nem hasznosítjuk, és **kilépési veszteségként** a csővezeték áramlási veszteségéhez soroljuk. A csővezeték teljes áramlási vesztesége a ζ veszteségtényezőit figyelembe véve tehát

$$h'_{cs} = (1 + \zeta) \frac{v_{II}^2}{2g} \quad \text{m.} \quad (3.61)$$

A statikus szállítómagasság a $v_{II}^2/2g$ veszteség figyelembevételével értelmezett fogalom, azaz

$$H_{st} = H_B - \frac{v_{II}^2}{2g} = \frac{p_{II}}{\rho g} + h_{II} - \left(\frac{v_I^2}{2g} + \frac{p_I}{\rho g} + h_I \right) \quad \text{m.} \quad (3.62)$$

A 3.41. ábra jelölését felhasználva írható, hogy

$$\frac{v_I^2}{2g} + \frac{p_I}{\rho g} + h_I = \frac{p'_I}{\rho g} + h'_I; \quad (3.63)$$

$$H_{st} = \frac{p_{II} - p'_I}{\rho g} + h_{II} - h'_I \quad \text{m.} \quad (3.64)$$

Az értelmezett különféle szállítómagasságokra az előzőkből következően fennáll, hogy

$$H_b > H_e > H > H_B > H_{st}. \quad (3.65)$$

3.2.4. Teljesítmények, hatásfokok

Mint minden gépnél, így a szivattyúnál is *hasznos* és *összteljesítményről* beszélhetünk.

A P_h **hasznos** teljesítményt a nyomócsonkon át az egységnyi idő alatt távozó q_v közeg összentalpíájának megváltozásából számíthatjuk, azaz

$$P_h = q_v \rho g H \quad \text{W.} \quad (3.66)$$

A szivattyú hajtásához szükséges P **összteljesítmény** a szivattyú η **összhatásfokának** ismeretében

$$P = \frac{P_h}{\eta} \quad \text{W.} \quad (3.67)$$

A P_b **belső teljesítmény** a külső veszteségnek számító (csapágysúrlódás, tömszelence-súrlódás stb.) helyeken veszteségszámba menő P'_m mechanikai teljesítmény figyelembevételével számítható.

$$P_b = P - P'_m \quad \text{W.} \quad (3.68)$$

A **mechanikai hatásfok** ezzel

$$\eta_m = \frac{P_b}{P}. \quad (3.69)$$

A járókerék elő- és oldallapján keletkező, a folyadék súrlódásából származó tárcsasúrlódási teljesítményvesztéget P'_t -vel jelölve, ami [a (3.54) összefüggésben már felhasznált h'_t tárcsasúrlódási veszteséget felhasználva] $P'_t = q_{ve} \rho g h'_t$ -vel egyenlő, az elméleti teljesítmény

$$P_e = P_b - P'_t \quad \text{W} \quad (3.70)$$

alakban írható fel. Az erre jellemző hányados a

$$\frac{P_e}{P_b} = 1 - \nu_t, \quad (3.71)$$

ahol az ún. *tárcsasúrlódás veszteségtényezője*

$$\nu_t = \frac{P'_t}{P_b}. \quad (3.72)$$

A járókerék által keringtetett q_{ve} elméleti folyadék-térfogatáramból a réseken folytonosan visszaáramló részvíz térfogatáramát q_{vr} -rel jelölve, az **elméleti térfogatáramra** fennáll, hogy

$$q_{ve} = q_v + q_{vr} \quad \text{m}^3/\text{s}. \quad (3.73)$$

A H_e elméleti szállítómagasságra pedig a szivattyú áramlási veszteségét h'_h -val jelölve fennáll, hogy

$$H_e = H + h'_h \quad \text{m}. \quad (3.74)$$

A volumetrikus teljesítményveszteséget

$$P'_v = q_{vr} \rho g H_e \text{-vel jelölve,}$$

a **volumetrikus hatásfok**

$$\eta_v = \frac{P_e - P'_v}{P_e} = \frac{q_{ve} \rho g H_e - q_{vr} \rho g H_e}{q_{ve} \rho g H_e} = \frac{q_v}{q_{ve}}. \quad (3.75)$$

A hidraulikai teljesítményveszteség $P'_h = q_v \rho g h'_h$ értékének figyelembevételével a **hidraulikai hatásfok**

$$\eta_h = \frac{P_h}{P_h + P'_h} = \frac{q_v \rho g H}{q_v \rho g H + q_v \rho g h'_h} = \frac{H}{H_e}. \quad (3.76)$$

A **szivattyú összh hatásfoka** ezek után a

$$\frac{P_h}{P_e} = \frac{q_v \rho g H}{q_{ve} \rho g H_e} = \eta_v \eta_h$$

figyelembevételével

$$\eta = \frac{P_h}{P} = \frac{P_h}{P_e} \frac{P_e}{P_b} \frac{P_b}{P} = \eta_v \eta_h (1 - \nu_t) \eta_m. \quad (3.77)$$

3.2.5 A csővezeték jelleggörbéjének egyenlete

A szivattyú a rákapcsolt csővezetéken keresztül szállítja a megadott helyre azt a folyadékmennyiséget, amelynek a fajlagos munkavégző képessége éppen akkora, mint amennyit a szivattyú előállítani képes ennél a folyadékmennyiségnél.

E folyadékmennyiség a szivattyú és a csővezeték jelleggörbéjének (l. a 3.2.13. pontot) metszéspontjaként adódik. A csővezeték a szivattyúval szemben a (3.61) egyenletet figyelembe véve, a

$$H_{cs} = H_{st} + h'_{cs} = H_{st} + (1 + \zeta) \frac{v_{II}^2}{2g} \quad \text{m} \quad (3.78)$$

összefüggéssel kifejezett követelményt támasztja. A $v_{II} = 4q_V / \pi D_{II}^2$, valamint az $l_e = (1 + \zeta) \frac{D_{II}}{\lambda}$ egyenértékű csőhossz figyelembevételével

$$H_{cs} = H_{st} + \frac{8\lambda}{g\pi^2} \frac{l_e}{D_{II}^5} q_V^2 = H_{st} + Cq_V^2 \quad \text{m} \quad (3.79)$$

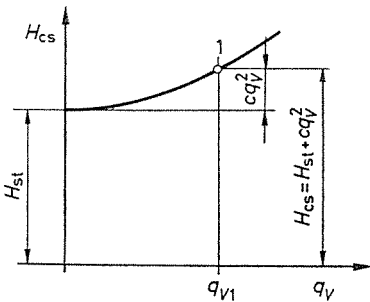
(ahol a C állandó *Reynolds*-számtól való függésétől általában eltekintünk).

A (3.79) egyenlet a szivattyúra kapcsolt csővezeték jelleggörbéjét adja (3.42. ábra), míg a

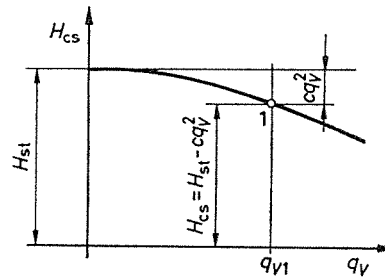
$$H_{cs} = H_{st} - Cq_V^2 \quad \text{m} \quad (3.80)$$

egyenlettel felírt jelleggörbe a turbinát kiszolgáló csővezeték jelleggörbéjének egyenlete (3.43. ábra).

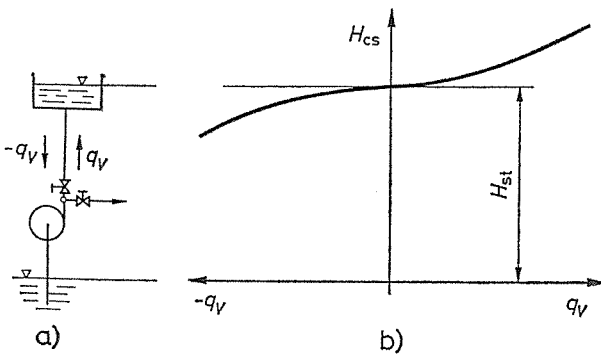
Olyan esetekben, amikor egy munkagépre kapcsolt csővezetéken kétirányú folyadékcsállítás lehetséges (l. a 3.44a ábrán bemutatott elrendezést), a folyamat vizs-



3.42. ábra. Munkagépre kapcsolt csővezeték jelleggörbéje



3.43. ábra. Erőgépre kapcsolt csővezeték jelleggörbéje



3.44. ábra. Általános csővezeték-jelleggörbe

gálatában a csővezeték általános egyenlete nagyon fontos. Az ábrán bejelölt pozitív áramlási iránynak megfelelően az általános jelleggörbe-egyenlet:

$$H_{cs} = H_{st} + Cq_V |q_V| = H_{st} + \text{sign}(q_V) Cq_V^2 \quad \text{m}, \quad (3.81)$$

$$\text{ahol } \text{sign}(q_V) = \begin{cases} +1, & \text{ha } q_V > 0, \\ 0, & \text{ha } q_V = 0, \\ -1, & \text{ha } q_V < 0. \end{cases}$$

3.2.6. Energiaátalakulások a szivattyú járókereken

A szivattyú járókerekenek lapátcsatornájában áramló közeg vizsgálatához valamilyen koordináta-rendszert kell választani. Ez lehet a járókerékkel együttforgó rendszer, de lehet az álló gépházhoz kötött rendszer is.

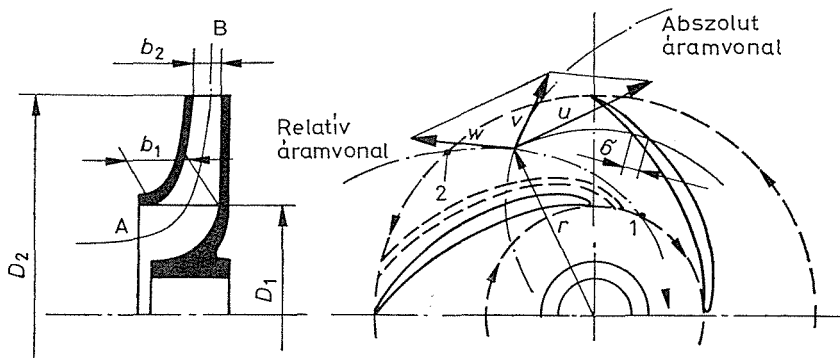
Az első esetben a relatív áramlást – legyen ennek sebességvektora w –, a második esetben pedig az abszolút áramlást – ennek sebességvektorát jelöljük v -vel – vizsgálhatjuk.

Az áramlás két sebességvektora között a szállítósebesség u vektorának bevezetésével a következő kapcsolat áll fenn:

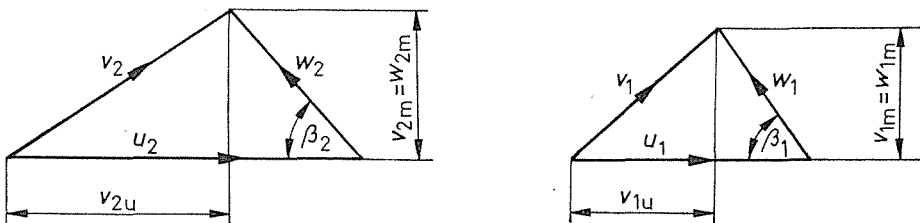
$$v = u + w. \quad (3.82)$$

Az egyenlet módot nyújt a sebességi háromszög megrajzolására.

A 3.45. ábrába berajzoltuk egy tetszőleges r helyvektorral adott pontban a sebességi háromszöget. Mivel a sebességi háromszög a továbbiakban alapvető fontosságú, a 3.46. ábrán az $A-B$ meridiángörbével adott forgásfelület áramvonalának 1, ill. 2



3.45. ábra. Abszolút, relatív áramvonalak



3.46. ábra. Sebesség-háromszögek

indexszel jelölt pontjába rajzolt sebességi háromszögeket felnagyítva külön kirajzol-
tuk, feltüntetve rajta az egyes sebességösszetevőket is.

A járókerékkel együtt forgó relatív rendszerben a *Bernoulli*-egyenlet időálló
(stacionárius) áramlásra

$$\left[\frac{w^2 - u^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + h \right]_1^2 + h'_{1,2} = 0. \quad (3.83)$$

Az összefüggésben $h'_{1,2}$ a veszteség az 1, 2 áramvonalon.

A (3.82) egyenletből a $\mathbf{w} = \mathbf{v} - \mathbf{u}$ helyettesítéssel a (3.83) egyenlet rendezés után
a következő módon írható:

$$\left[\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + h \right]_1^2 + h'_{1,2} = \frac{v_{2u}u_2 - v_{1u}u_1}{g}, \quad (3.84)$$

vagy ami ugyanaz:

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + h_2 - h_1 + h'_{1,2} = \frac{v_{2u}u_2 - v_{1u}u_1}{g}. \quad (3.85)$$

Az egyenletek bal oldalán az összentálpia megváltozása, azaz az elméleti szállító-
magasság áll:

$$H_e = \frac{v_{2u}u_2 - v_{1u}u_1}{g} \quad \text{m}. \quad (3.86)$$

Ha a v_{2u} , ill. a v_{1u} sebességösszetevő kerület menti változásától eltekintünk, ak-
kor a 3.45. ábrán szaggatottal jelölt zárt görbére felírt **kerékcirkuláció**

$$\Gamma_k = \oint \mathbf{v} \, ds = \pi 2r_2 v_{2u} - \pi 2r_1 v_{1u} \quad \text{m}^2/\text{s}. \quad (3.87)$$

Ezt felhasználva kapjuk, hogy

$$H_e = \frac{\omega}{2\pi g} \Gamma_k \quad \text{m}. \quad (3.88)$$

Ha a lapátok száma z , a **lapátcirkuláció** Γ_l , akkor $\Gamma_k = z\Gamma_l$, és ezzel

$$H_e = \frac{\omega}{2\pi g} z\Gamma_l. \quad (3.89)$$

Az elméleti teljesítmény

$$P_e = qv_e \rho g H_e = \frac{qv_e \rho g \omega}{2\pi g} z\Gamma_l = M_e \omega \quad \text{W}; \quad (3.90)$$

$$M_e = \frac{qv_e \rho}{2\pi} z\Gamma_l. \quad (3.91)$$

A (3.91) egyenlet kapcsán megállapítható, hogy energiaátalakulás csak akkor
van, ha a járókerekeket forgatjuk ($\omega \neq 0$), ha a kerékben lapátok vannak ($z \neq 0$),

amelyek az *abszolút áramlást eltérítik*, azaz amelyek körül *lapátcirkuláció* ébred ($I_l \neq 0$).

A járókeréken átáramló elméleti folyadékáram a 3.46. ábra sebességi háromszögei meridiánösszetevőinek felhasználásával, ill. a lapát vastagsága miatti szűkítőhatást figyelembe vevő

$$\psi = \frac{t - \sigma}{t} \quad (3.92)$$

szűkítési tényezővel (az összefüggésben t a lapátosztást jelenti) a következő módon adható meg:

$$q_{ve} = \pi D_1 b_1 \psi_1 v_{1m} = \pi D_2 b_2 \psi_2 v_{2m}. \quad (3.93)$$

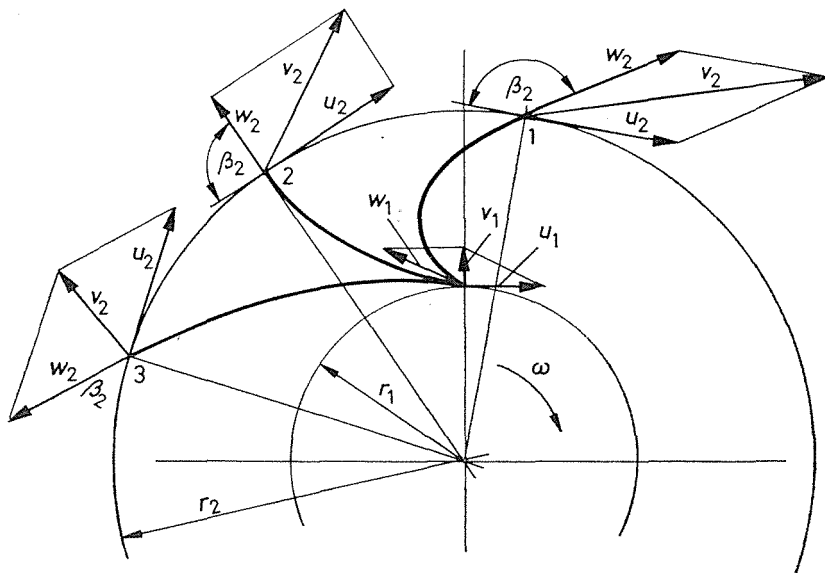
(A betűk jelentését l. a 3.45. ábrán.)

3.2.7. Különböző lapáttípusok, a lapátszög és a szállítómagasság kapcsolata

A 3.47. ábrába a radiális járókerékű szivattyú szokásos három jellegzetes lapáttípusát rajzoltuk be.

Az 1 lapátnál a kilépő lapátszög $\beta_2 > 90^\circ$. Ez a lapát **előregörbített**. A 2 lapátnál $\beta_2 = 90^\circ$, a lapát ún. **normál**, vagy másképpen **radiális** lapát, és végül a 3 lapát esetében a lapátszög $\beta_2 < 90^\circ$. Ez utóbbi a **hátragörbített** lapát.

A három különböző lapátalak esetében *tételezzük fel*, hogy a *folyadék* a lapátcsatornán átáramolva pontosan *követi a lapátok által megszabott irányt*. Ez azt jelenti, hogy végtelenül vékony, végtelenül sűrű – a valóságban tehát nem létező – modellnek tekinthető járókerék esetében *a relatív áramvonal a lapáttal egybevágó görbe*.



3.47. ábra. Különböző lapáttípusok

Ha ez utóbbi feltételhez a végtelen sűrű lapátózást és a $H_{e\infty}$ szállítomagasságot rendeljük hozzá, akkor

$$H_{e\infty} = \frac{\omega}{2\pi g} z\Gamma_l = \frac{v_{2u}u_2 - v_{1u}u_1}{g} \quad \text{m.} \quad (3.94)$$

A továbbiakban legyen

$$v_{1u} = 0 \quad \text{m/s,} \quad (3.95)$$

azaz a járókerékbe történő belépés perdületmentes. Energetikailag

$$H_{e\infty} = H_c + H_p = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \frac{p_2 - p_1}{\rho g} \quad \text{m} \quad (3.96)$$

alakban írható fel,

ahol H_c a szállítomagasság **kinetikai**, H_p pedig a **potenciális** részét jelenti.

A $\xi = v_{2u}/u_2$ lapátátvételi szám bevezetésével, valamint a már említett $v_{1u} = 0$ figyelembevételével

$$H_{e\infty} = \frac{v_{2u}u_2}{g} = \xi \frac{u_2^2}{g} = 2\xi \frac{u_2^2}{2g} = 2\xi B, \quad (3.97)$$

ahol $B = \frac{u_2^2}{2g} = \text{konst.}$

A $H_{e\infty}$ szállítomagasság tehát $u_2 = \text{konst.}$ mellett, a lapátátvételi számmal lineárisan változik. A lapátátvételi szám értéke előregörbített lapátra $\xi > 1$, radiális lapátra $\xi = 1$, és végül hátragörbített lapátózás esetében $\xi < 1$.

A szállítomagasság *kinetikai része* a

$$v_2^2 = v_{2u}^2 + v_{2m}^2 \quad (3.98)$$

és a

$$v_1^2 = v_{1u}^2 + v_{1m}^2$$

felbontását, valamint a $v_{1m} \approx v_{2m}$; $v_{1u} = 0$ feltételeket figyelembe véve:

$$H_c = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{v_{2u}^2 + v_{2m}^2 - v_{1u}^2 - v_{1m}^2}{2g} = \frac{v_{2u}^2}{2g} = B\xi^2. \quad (3.99)$$

A H_c szállítomagasság kinetikai része a lapátátvételi számmal tehát négyzetesen változik.

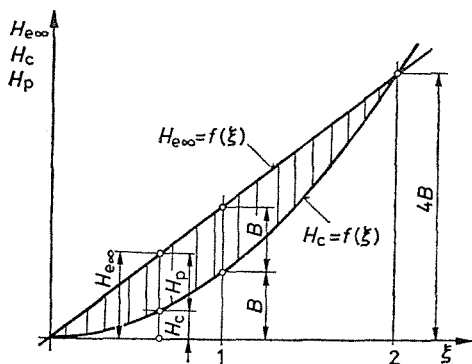
A szállítomagasság H_p potenciális része a (3.96) egyenletet felhasználva:

$$H_p = H_{e\infty} - H_c. \quad (3.100)$$

A 3.48. ábrán a szállítomagasság változása látható a lapátátvételi szám függvényében **végtelenül sűrű lapátózású modell** esetében. Mivel tehát **modellről** van szó, a diagramból levonható következtetések a valóságos gépre történő átvitele csak annyiban felel meg a valóságnak, mint amennyire a modell a valóság elemeit tartalmazza.

Az ábra alapján megállapítható, hogy a β_2 lapátszög növekedésével a $H_{e\infty}$ szállítómagasság növekszik. Az előregörbített lapátnak nagyobb a szállítómagassága, mint a hátragörbített lapátnak azonos körülmények között.

A **hátragörbített** lapátnál $H_p > H_c$. Ez a lapátalak főleg *szivattyúknál* használatos, ahol a nagy H_p a követelmény (kazántápszivattyú, bányaszivattyú). Az **előregörbített** lapátózást, ahol $H_c > H_p$, főleg *ventillátoroknál* használják.



3.48. ábra. Szállítómagasság – lapátátvételi szám kapcsolata

3.2.8. Az idealizált jelleggörbe. A véges lapátszám hatása. A perdületpadási tényező

A szivattyú idealizált jelleggörbéjén a $H_{e\infty} = f(q_{ve})$ kapcsolatot szokás érteni. A 3.46. ábra kilépő sebesség háromszögében

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{v_{2m}}{u_2 - c_{2u}}. \quad (3.101)$$

Ebből az egyenletből kapjuk, hogy

$$v_{2u} = u_2 - \frac{v_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2}. \quad (3.102)$$

A (3.93) összefüggést felhasználva, a

$$v_{2u} = u_2 - \frac{q_{ve}}{\pi D_2 b_2 \psi_2 \operatorname{tg} \beta_2} \quad (3.103)$$

összefüggéshez jutunk.

A (3.94) összefüggéssel perdületmentes belépéskor ($v_{1u} = 0$) a szállítómagasság

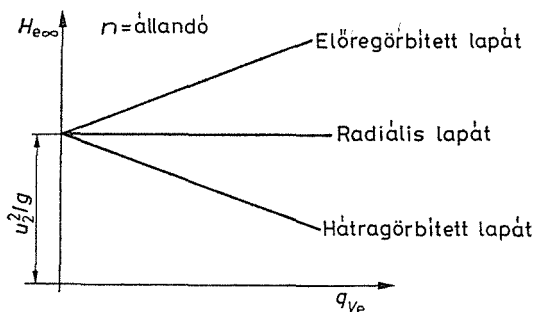
$$H_{e\infty} = \frac{v_2^2}{g} - \frac{u_2}{\pi D_2 b_2 \psi_2 \operatorname{tg} \beta_2 g} q_{ve} \text{ m.} \quad (3.104)$$

Állandó fordulatszám esetén tehát $H_{e\infty} = f(q_{ve})$ kapcsolat egyenessel ábrázolható.

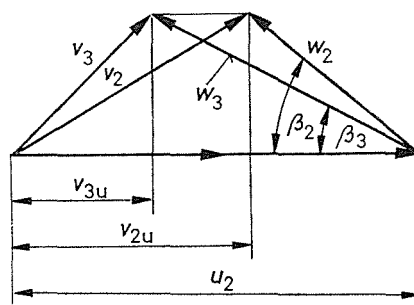
Előregörbített lapátnál – $\operatorname{tg} \beta_2 < 0$ miatt – az egyenes q_e függvényben emelkedő, míg *hátragörbített* lapátózásnál csökkenő jellegű. *Radiális* lapátózásnál $H_{e\infty}$ értéke q_{ve} -től független, mint az a 3.49. ábrából közvetlenül ki is olvasható.

A **véges lapátszám hatása** abban jelentkezik, hogy a relatív sebesség iránya a kilépésnél nem egyezik meg a kilépő lapátszög által megszabott iránnyal. Ez más szóval azt jelenti, hogy a lapátrács a rajta átáramló folyadékot *kisebb mértékben téríti el, mint az a végtelen sok lapát esetében várható* volna. Ha a véges lapátszámú keréknél a relatív sebesség irányát a kerületi sebességhez képest a kilépésnél β_3 -mal jelöljük, akkor az előzők szerint ez a szög kisebb, mint a végtelenül sűrű lapátozású keréknél a kilépő β_2 lapátszög, azaz $\beta_3 < \beta_2$.

A változatlan feltételek mellett dolgozó *végtelen sűrű* lapátszámú kerék, valamint a *véges sűrűségű* lapátozású kerék esetében az egymásra rajzolt kilépő sebességi háromszögek (3.50. ábra) alapján megállapítható, hogy a véges lapátszámú kerék esetében v_{3u} **kisebb**, mint az a v_{2u} , amit a β_2 lapátszöggel rajzolt kilépő sebességi há-



3.49. ábra. Az idealizált jelleggörbe különböző lapátok esetében



3.50. ábra. A véges lapátszám hatása

romszögből kapunk. Ez azt jelenti, hogy a szállítómagasság értéke is kisebb lesz. Jelöljük ez utóbbi szállítómagasságot H_e -vel, akkor

$$H_e = \frac{v_{3u} u_2}{g}, \quad (3.105)$$

$$H_{e\infty} = \frac{v_{2u} u_2}{g} \text{ m.} \quad (3.106)$$

Ezekkel az ún. **perdületapadási** tényező

$$\lambda = \frac{H_e}{H_{e\infty}} = \frac{v_{3u}}{v_{2u}} < 1. \quad (3.107)$$

3.30. példa. Egy örvényszivattyú járókerékének külső átmérője $D_2 = 240$ mm, fordulatszáma $n = 1450 \text{ min}^{-1} = 24,17 \text{ s}^{-1}$. A lapátátvételi szám $\xi = 0,7$.

A kerületi sebesség

$$u_2 = \pi D n = \pi \cdot 0,24 \text{ m} \cdot 24,17 \text{ s}^{-1} = 18,22 \text{ m/s.}$$

Az abszolút sebesség rotációs összetevője

$$v_{2u} = \xi u_2 = 0,7 \cdot 18,22 \text{ m/s} = 12,76 \text{ m/s.}$$

Perdületmentes belépés esetén ($v_{1u} = 0$) az elméleti szállítómagasság értéke végtelen lapátszámmal:

$$H_{e\infty} = \frac{v_{2u} u_2}{g} = \frac{12,76 \text{ m/s} \cdot 18,22 \text{ m/s}}{9,81 \text{ m/s}^2} = 23,7 \text{ m.}$$

Véges lapátszám ($z = 6$ lapát) esetén az elméleti szállítomagasság előbbi értéke csökken. A $\lambda = 0,7$ perdületapadási tényezővel számolva:

$$H_e = \lambda H_{e\infty} = 0,7 \cdot 23,7 \text{ m} = 16,59 \text{ m}.$$

Ha a szivattyú hidraulikai hatásfoka $\eta_h = 0,85$, akkor a *manometrikus szállítomagasság*

$$H = \eta_h H_e = 0,85 \cdot 16,59 \text{ m} = 14,1 \text{ m}.$$

3.2.9. Dimenzió nélküli tényezők. A jellemző fordulatszám

A szivattyú járókereében végbemenő bonyolult folyamatok leírására nemcsak az egyes fizikai változókat használhatjuk, hanem az ezekből képzett **dimenzió nélküli** jellemző mennyiségeket is. A dimenzió nélküli mennyiségeknek megvan az a nagy előnyük is, hogy függetlenek a mértékegység-rendszer megválasztásától, más szóval e számok **invariánsok** a mértékegység-rendszerrel szemben, továbbá dimenzió nélküli csoportok képzése esetén a mérési eredmények feldolgozása egyszerűbbé válik a változók számának csökkenése által.

A szállítomagasságnak megfelelő dimenzió nélküli mennyiség a **nyomásszám**. Perdületmentes belépésnél

$$H_{e\infty} = \frac{v_{2u} u_2}{g}.$$

$$A \quad H_e = \lambda H_{e\infty};$$

$$H = \eta_h H_e;$$

$$\xi = \frac{v_{2u}}{u_2}$$

egyenleteket felhasználva írható, hogy

$$H = \eta_h H_e = \eta_h \lambda H_{e\infty} = 2\eta_h \lambda \xi \frac{u_2^2}{2g} = \psi \frac{u_2^2}{2g} \quad \text{m}, \quad (3.108)$$

ahol $\psi = \frac{H}{u_2^2/2g} = 2\eta_h \lambda \xi$ az ún. *nyomásszám*.

A nyomásszám és a korábban már tárgyalt szűkítési tényező két különböző fogalom. Az azonos betűjelzés ellenére nem tévesztendő össze.

Az $u_2 = \pi D_2 n$ felhasználásával az állandók összevonása után egy *másik nyomásszám* is definiálható, éspedig

$$\psi_{n,D} = \frac{gH}{n^2 D_2^3}. \quad (3.109)$$

A nyomásszámhoz hasonlóan az átömlő mennyiségre jellemző a dimenzió nélküli szám, a **mennyiségi szám**.

A (3.93) összefüggés szerint

$$q_{Ve} = \pi D_2 b_2 \psi_2 v_{2m} = \pi D_2 b_2 \psi_2 \frac{v_{2m}}{u_2} u_2 = \pi D_2 b_2 \psi_2 \varphi u_2 \quad \text{m}^3/\text{s}. \quad (3.110)$$

Az előbbi összefüggésben az ún. *menntiségi szám*

$$\varphi = \frac{v_{2m}}{u_2} = \frac{qV_e}{\pi D_2 b_2 \psi_2 u_2}.$$

Ha figyelembe vesszük, hogy b_2 arányos D_2 -vel, valamint $u_2 = D_2 \pi n$, akkor egy másik *menntiségi szám*

$$\varphi_{n,D} = \frac{qV}{n D_2^3} \quad (3.111)$$

alakba írható az állandók elhagyása után.

A hasznos teljesítmény

$$P_h = qV \rho g H \quad W, \quad (3.112)$$

alakban írható fel. Ha a nyomásszám, valamint a menntiségi szám előbbi definícióit felhasználjuk, akkor kapjuk, hogy

$$P_h = \varphi_{n,D} n D_2^3 \rho \psi_{n,D} n^2 D_2^2 = \varphi_{n,D} \psi_{n,D} \rho n^5 D_2^5 \quad W. \quad (3.113)$$

A $\lambda_{n,D} = \varphi_{n,D} \psi_{n,D}$ **teljesítményszám** jelöléssel:

$$\lambda_{n,D} = \frac{P_e}{\rho n^5 D_2^5} = \varphi_{n,D} \psi_{n,D}. \quad (3.114)$$

A továbbiakban olyan jellemző menntiség bevezetését kíséreljük meg, amely a $\varphi_{n,D}$, ill. a $\psi_{n,D}$ dimenzió nélküli menntiségekben rejlő információt egyesíti magában, azaz geometriai és mozgástani hasonlóság esetén azonos, különben pedig $\varphi_{n,D}$ és $\psi_{n,D}$ -től függően különböző értékeket ad. Ez a szám az ún. **jellemző fordulatszám**.

A (3.109) egyenletből

$$n = (gH)^{1/2} \psi_{n,D}^{-1/2} D_2^{-1} \quad (3.115)$$

a (3.111) egyenletből pedig

$$D_2^{-1} = \varphi_{n,D}^{1/3} n^{1/3} qV^{-1/3}. \quad (3.116)$$

A két egyenlet egybevetéséből rendezés után

$$n = \varphi_{n,D}^{1/2} \psi_{n,D}^{-3/4} qV^{-1/2} (gH)^{3/4} = n_q^* qV^{-1/2} (gH)^{3/4} \quad (3.117)$$

összefüggést kapjuk.

A (3.117) egyenletben szereplő

$$n_q^* = \varphi_{n,D}^{1/2} \psi_{n,D}^{-3/4} = n qV^{1/2} (gH)^{-3/4} \quad (3.118)$$

a **jellemző fordulatszám**. E jellemző fordulatszám **dimenzió nélküli** menntiség. Erről egyszerű helyettesítéssel könnyen meggyőződhetünk.

A jellemző fordulatszám — mint előbb mondtuk — azonos $\varphi_{n,D}$, valamint $\psi_{n,D}$, értékhez geometriai és mozgástani hasonlóság esetén azonos n_q^* értéket ad. Az egyértelmű használathoz azonban még egy megkötést kell tenni.

Ez újabb megkötés azt jelenti, hogy $\varphi_{n,D}$, ill. $\psi_{n,D}$, értékeit a szivattyú legjobb hatásfokú pontjához tartozó q_V , H , n értékkel vesszük számításba.

A gyakorlatban a (3.118) összefüggésből elhagyják g értékét. Ez esetben azonban a jellemző fordulatszám elveszti dimenzió nélküli jellegét. Megállapodásszerűen ekkor $[q_V] = \text{m}^3/\text{s}$, $[n] = 1/\text{min}$, $[H] = \text{m}$. A két jellemző fordulatszám megkülönböztetése végett ez utóbbit n_q -val (csillag nélkül) jelölik.

Tehát

$$n_q = nq_V^{1/2}H^{-3/4}. \quad (3.119)$$

A (3.114) összefüggés felhasználásával a (3.118) összefüggést átalakíthatjuk úgy, hogy abban a mennyiségi szám helyett a teljesítményszám szerepeljen. Írható tehát, hogy

$$n_q^* = \varphi_{n,D}^{1/2} \psi_{n,D}^{-3/4} = \varphi_{n,D}^{1/2} \psi_{n,D}^{1/2} \psi_{n,D}^{-5/4} = \lambda_{n,D}^{1/2} \psi_{n,D}^{-5/4}.$$

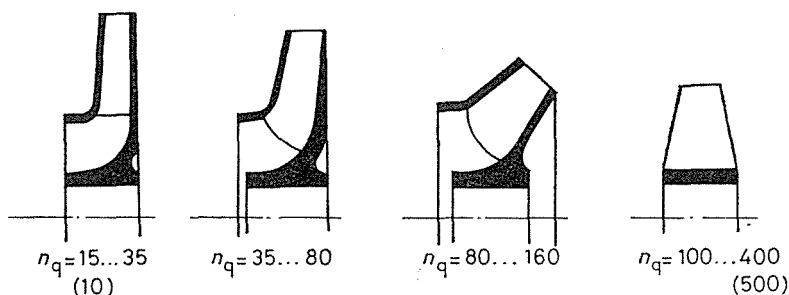
A gyakorlati életben találkozunk olyan – főleg a vízturbináknál régebben használt – nem dimenzió nélküli jellemző fordulatszámmal, amely a (3.119) összefüggésből származik ugyancsak a g elhagyásával. Megkülönböztetésül ezt n_s -sel jelölik, azaz

$$n_s = \frac{n \sqrt{P_h}}{H \sqrt[4]{H}}.$$

Megállapodásszerűen $[n] = 1/\text{min}$; $[P_h] = \text{LE}$ a hasznos teljesítmény és $[H] = \text{m}$.

Ez utóbbi jellemző fordulatszám a teljesítmény egységűl a LE-t használja, ezért *ez ma már nem felel meg* az idevonatkozó törvényes előírásnak, ezért nem alkalmazható.

A jellemző fordulatszám olyan típusjellemző szám (azonos típuson a geometriai-lag hasonló gépet értve), amely felvilágosítást ad a gép geometriájáról, az áramlási viszonyokról, az üzemtani jellemzőkről stb. A 3.51. ábrán különböző jellemző for-



3.51. ábra. Különböző típusú jellemző fordulatszámú szivattyú-járókerek

dulatszámú szivattyú-járókerek vázlatos rajzait láthatjuk a jellemző fordulatszám értékének nagysága szerint csoportosítva:

radiális be- és kilépésű járókerékre	$n_q = 15 \dots 35$;
félaxiális belépésű radiális kilépésű járókerékre	$n_q = 35 \dots 80$;
félaxiális be- és kilépésű járókerékre	$n_q = 80 \dots 160$;
axiális átömlésű járókerékre	$n_q = 100 \dots 400$.

3.31. példa. Mennyi a jellemző fordulatszáma annak az egylépcsős szivattyúnak, amely a legjobb hatásfokú pontban $q_V = 0,02 \text{ m}^3/\text{s}$ folyadékmennyiséget szállít $n = 2920 \text{ min}^{-1} = 48,66 \text{ s}^{-1}$

fordulatszám. A gép szállítómagassága ugyanitt $H = 38$ m. A *dimenziós* jellemző fordulatszám

$$n_q = nq^{1/2}H^{-3/4} = 2920 \cdot 0,02^{1/2} \cdot 38^{-3/4} = 27.$$

A *dimenzió nélküli* jellemző fordulatszám

$$n_q^* = nq^{1/2}(gH)^{-3/4} = 48,66 \cdot 0,02^{1/2} \cdot (9,8066 \cdot 38)^{-3/4} = 0,0811.$$

A két jellemző fordulatszám közötti kapcsolat:

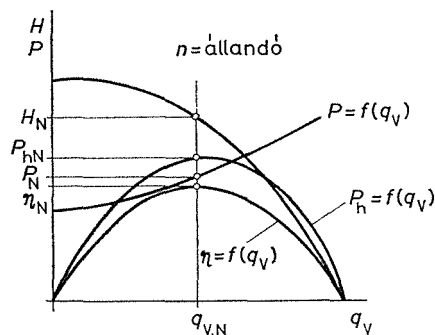
$$n_q^* = \frac{1}{60} 9,8066^{-3/4} n_q = \frac{n_q}{332,4988}.$$

3.2.10. A fojtási görbe

A szivattyú egyik igen fontos jellemzője a $H = f(q_V)$ görbe, azaz a szállítómagasság és a szállított folyadék mennyisége közötti kapcsolat $n = \text{konst.}$ fordulatszámon.

E görbét méréssel határozzuk meg, mivel analitikailag szabatosan meghatározni nem lehet. A mérésnél úgy járunk el, hogy a szivattyú nyomóvezetékébe tolózárat iktatunk, és a tolózár különböző helyzeteiben a szállított q_V folyadékmennyiséget, valamint a H pillanatnyi szállítómagasságot egyidejűleg mérjük. Ha e mérés során a szivattyú hajtásához szükséges $P = f(q_V)$ bevezetett teljesítményt is mérjük, akkor az $\eta = f(q_V)$; $P_h = f(q_V)$ kapcsolat számítással már meghatározható.

A 3.52. ábrán ilyen méréssel meghatározott jelleggörbék láthatók.

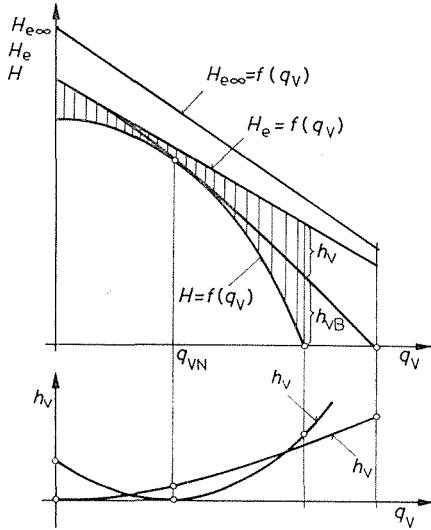


3.52. ábra. A szivattyú különféle jelleggörbéi

A (3.104) összefüggés szerint az elméleti jelleggörbe egyenes. A perdületapadási tényező figyelembevételére ennek az egyenesnek a meredekségét változtatja meg. A tényleges jelleggörbe a fellépő veszteségek levonása után adódik. E veszteségforrás közül az egyik a fellépő súrlódás miatti áramlási veszteség, amely a sebesség négyzetével arányos:

$$h_v = \xi \frac{v^2}{2g} \text{ m,}$$

a másik veszteségrész pedig a szintén négyzetesen változó leválás miatt keletkező veszteség h_{vB} , amely a szivattyú tervezési pontjában nulla értékű. A két veszteség levonásával jutunk a szivattyú valóságos jelleggörbéjéhez (l. a 3.53. ábrát).



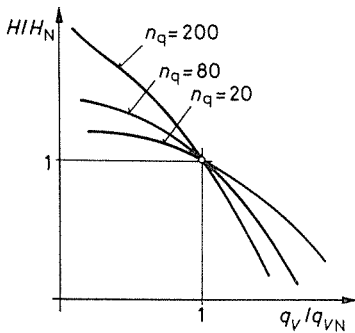
3.53. ábra. A szivattyú jelleggörbéjének közelítő meghatározása

3.2.11. A különféle jelleggörbék tulajdonságai

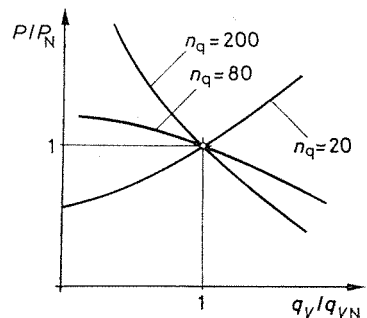
A különféle jellemző fordulatszámú szivattyúk jelleggörbéi egymástól alakjukban is eltérők. Az eltérés jól szembe tünik, ha méret nélküli változókkal ábrázoljuk a jelleggörbéket. Ha a szivattyú **legjobb hatásfokú pontjához**, az ún. **normálponthoz** tartozó jellemzőket H_N, q_{VN}, η_N, P_N indexekkel különböztetjük meg, akkor a $H/H_N = 1, q_N/q_{VN} = 1, \eta/\eta_N = 1, P/P_N = 1$ pontokon a különböző jellemző fordulatszám paraméterű görbék mind átmennek.

A 3.54. ábrából kitűnik, hogy a görbék meredeksége nő a jellemző fordulatszám értékeinek növekedésével.

A 3.55. ábrán látható görbék a jellemző fordulatszám növekedésével úgy módosulnak, hogy pl. a kis folyadékmennyiség-tartományban a szivattyúba bevezetett teljesítmény az egyre növekvő értékek felé tolódik el. Kis jellemző fordulatszámú járókerekes szivattyú bevezetett teljesítménye $q_V = 0$ folyadékmennyiségénél a leg-



3.54. ábra. Különféle jellemző fordulatszámú szivattyúk szállítómagasság-görbéi



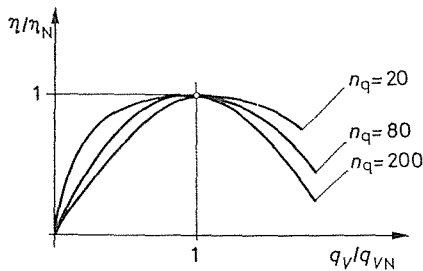
3.55. ábra. Különféle jellemző fordulatszámú szivattyúk teljesítménygörbéi

kisebb, míg a nagy jellemző fordulatszámon $q_V = 0$ folyadékmennyiségnél a legnagyobb értéket veszi fel a bevezetett teljesítmény.

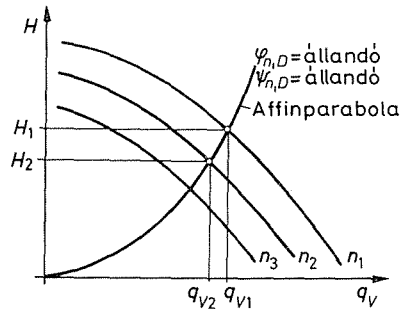
Ez a szivattyú indításakor fontos.

A 3.56. ábrán szemléltetett görbék alapján a szivattyú gazdaságos üzemeltetésével kapcsolatban tehetünk megállapítást. A *kis jellemző fordulatszámú* gép nagy folyadékmennyiség-intervallumban dolgozik *jó hatásfokkal*, míg a *nagy jellemző fordulatszámú* gép a folyadékmennyiség változására erős hatásfokcsökkenéssel reagál. Nagy jellemző fordulatszámú gépnél a kedvezőtlen tulajdonságot az állítható lapátózással igyekeznek kiküszöbölni.

Felvetődik ezek után az a kérdés, hogy a $H - q_V$ síkon ábrázolt n_1 fordulatszámon érvényes jelleggörbe pontjait hogyan számíthatjuk át más, n_2 fordulatszámú jelleg-



3.56. ábra. Különböző jellemző fordulatszámú szivattyúk hatásfokgörbéi



3.57. ábra. A jelleggörbe affin pontjai

görbepontokká, vagy másképpen fogalmazva, mi a H_1, q_{V1}, n_1 jelleggörbepont **affin** párja.

A 3.57. ábra kapcsán vizsgáljuk meg, milyen görbén fekszenek azok a pontok, amelyeknél

$$\varphi_{n,D} = \frac{q_V}{nD_2^3};$$

$$\psi_{n,D} = \frac{gH}{n^2D_2^2}$$

azonos értéket vesz fel. Ez más szavakkal azt jelenti, hogy fennáll a geometriai és kinematikai hasonlóság a két üzemállapot között, és így a H_1, q_{V1}, n_1 jelleggörbepont **affin** párja a H_2, q_{V2}, n_2 jelleggörbepontnak.

A $\varphi_{n,D} = \text{konst.}$, ha

$$\frac{q_V}{n} = \text{konst.}, \quad (3.120)$$

továbbá $\psi_{n,D} = \text{konst.}$, ha

$$\frac{H}{n^2} = \text{konst.} \quad (3.121)$$

A kettő egybevetéséből következik, hogy

$$H = \text{konst. } q_V^2, \quad (3.122)$$

azaz az előbbi feltételnek eleget tevő pontok, vagyis **az ún. affín pontok központi parabolán fekszenek.**

A (3.120), ill. a (3.121) egyenletből következik, hogy

$$\frac{q_{V1}}{n_1} = \frac{q_{V2}}{n_2}; \quad (3.123)$$

$$\frac{H_1}{n_1^2} = \frac{H_2}{n_2^2}. \quad (3.124)$$

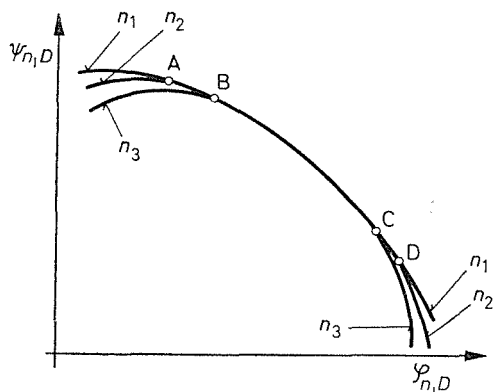
A $\varphi_{n,D}$, ill. a $\psi_{n,D}$ állandóságából a $\lambda_{n,D}$ állandósága is következik, ennek alapján a $Q_1 = Q_2$ esetén a

$$\frac{P_1}{n_1^3} = \frac{P_2}{n_2^3} \quad (3.125)$$

összefüggés is fennáll. Ez utóbbi három összefüggés az **affinitás törvényét** kifejező egyenlet.

Az összetartozó pontokról a $\psi_{n,D} = f(\varphi_{n,D})$ jelleggörbe ad egyértelmű felvilágosítást. A jelleggörbe azon pontjai felelnek meg egymásnak — tehát azokra használható az affinitástörvény —, amely pontok a görbén egybeesnek.

A 3.58. ábrán az $A-D$ görbeszakaszon a jelleggörbepontok csak n_1 és n_2 fordulatszám-intervallumon belül számíthatók át, míg a $B-C$ szakaszon az átszámíthatóságra megkötés nincs.



3.58. ábra. Az affinitástörvény alkalmazhatósági területe

3.32. példa. Egy szivattyúra kapcsolt csővezeték jelleggörbéjének egyenlete a (3.79) összefüggés szerint

$$H_{cs} = H_{st} + Cq_V^2 = 26 \text{ m} + 34,56 \cdot 10^4 \text{ s}^2/\text{m}^5 \cdot (q_V^2 \text{ m}^3/\text{s})^2.$$

A szivattyú az M_1 munkapontban dolgozva $q_{V1} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ térfogatáramot szállít (l. a 3.59. ábrát) az előbbi jelleggörbéjű csővezetékre $n = 2850 \text{ min}^{-1}$ fordulatszámon.

A folyadékmennyiséget $q_{V2} = 1,75 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ értékűre szeretnénk úgy csökkenteni, hogy a szivattyút hajtó motor fordulatszámát csökkentjük.

Milyen fordulatszámmal kell járítani tehát a szivattyút, hogy a munkapont M_2 -be kerüljön?

A szivattyú szállítómagassága ebben a pontban

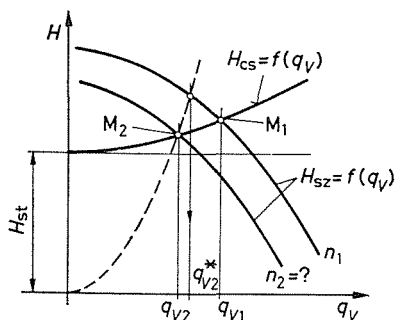
$$H_2 = H_{cs2} = 26 \text{ m} + 34,56 \cdot 10^4 \text{ s}^2/\text{m}^5 \cdot (1,75 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s})^2.$$

Az M_2 munkaponton átmenő központi parabola állandója

$$C_2 = \frac{H_2}{q_{V2}^2} = \frac{27,06 \text{ m}}{(1,75 \cdot 10^{-3})^2 (\text{m}^3/\text{s})^2} = 8,84 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{(\text{m}^3/\text{s})^2} = 8,84 \cdot 10^6 \frac{\text{s}^2}{\text{m}^5}.$$

Ezzel a központi parabola egyenlete

$$H = C_2 q_V^2 = 8,84 \cdot 10^6 \text{ s}^2/\text{m}^5 q_V^2 (\text{m}^3/\text{s})^2.$$



3.59. ábra. Az affinitástörvény alkalmazása

A parabola ezután megrajzolható (szaggatott vonal). Az n_1 fordulatszámú jelleggörbéből a parabola kimetszi a q_{V2} affín párját, ami $q_{V2}^* = 1,85 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$.

Az affinitástörvény

$$\frac{q_{V2}}{n_2} = \frac{q_{V2}^*}{n_1},$$

amiből kapjuk, hogy

$$n_2 = n_1 \frac{q_{V2}}{q_{V2}^*} = 2850 \text{ min}^{-1} \cdot \frac{1,75 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{1,85 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}} = 2696 \text{ min}^{-1}.$$

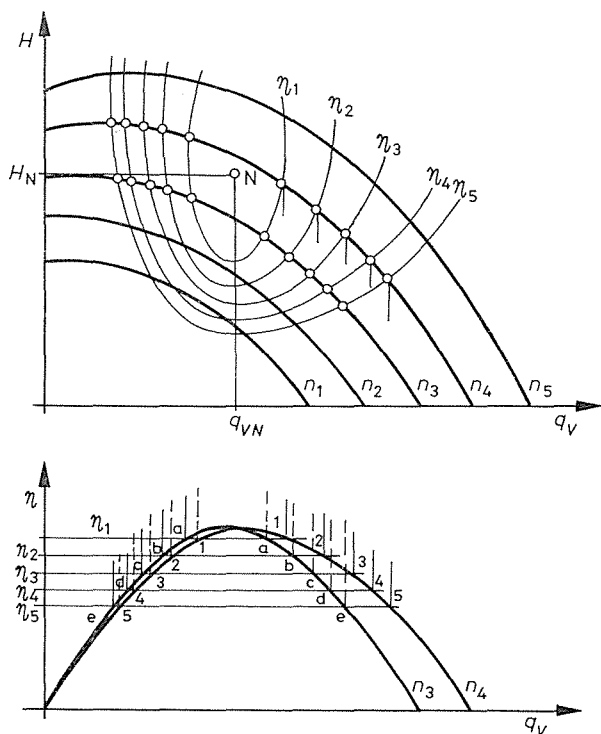
3.2.12. A kagylódiagram

A szivattyú **kagylódiagramja** a szivattyú legfontosabb jellemzőit tartalmazza. A kagylódiagramból a szivattyú *szállítómagassága*, *térfogatárama*, a *fordulatszáma* és a *hatásfoka* közvetlenül kiolvasható. A kagylódiagram azt mutatja, hogy a szivattyú milyen jellemzőjű mennyiséget tud szolgáltatni a csővezetéknek mint fogyasztónak. A szolgáltatott fizikai mennyiség konkrét értékét a szivattyú és a csővezeték dinamikus egyensúlya szabja meg.

A kagylódiagram a szivattyú különböző, de $n = \text{konst.}$ fordulatszámon való mérésrel meghatározott $H = f(q_V)$ jelleggörbéjéből, valamint az $\eta = f(q_V)$ jelleggörbéből építhető fel úgy, hogy bizonyos hatásfokértékeknek megfelelő pontokat a nekik megfelelő fordulatszámú $H - q_V$ görbére felvetítjük (l. a 3.60. ábrát). Az azonos

hatásfokokhoz tartozó pontokat összekötve az $\eta = \text{állandó}$ görbesereget — a *kagylódiagramot* — kapjuk.

A kagylódiagram közepe a $H_N, q_{VN}, \eta_N, \eta_N$ pont az ún. **normálpont**, a gép egyáltalán lehetséges legjobb hatásfokú pontja.



3.60. ábra. A kagylódiagram szerkesztése

3.2.13. A munkapont. A munkapont stabilitása

A szivattyú stacionárius üzemben dolgozva annyi folyadékmennyiséget szállít olyan terhelőmagasság ellenében, mint amennyit tőle a rákapcsolt csővezeték követel. A csővezeték jelleggörbéje a 3.2.5. pontban elmondottak szerint

$$H_{cs} = H_{st} + Cq_V |q_V| \quad \text{m} \quad (3.126)$$

egyenletű parabola, ahol C a csővezetékre jellemző közel állandó, a H_{st} pedig

$$H_{st} = H_g + \frac{p_2 - p_1}{\rho g} \quad \text{m} \quad (3.127)$$

értékkel egyenlő,

ahol H_g a geodetikus szintkülönbség (a felvíz és az alvíz szintkülönbsége); p_2 annak a térnek a nyomása, ahova a szivattyú szállít; p_1 pedig ahonnan a gép szív.

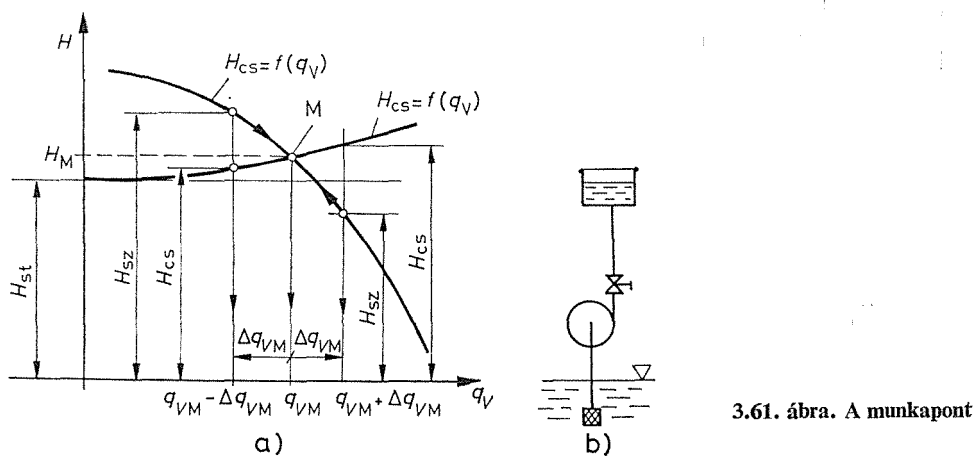
A csővezeték jelleggörbéjének elhelyezkedését a $H-q_V$ síkon tehát H_{st} konkrét értéke, valamint a csővezeték veszteségeit kifejező C állandó befolyásolja.

A csővezeték, valamint a szivattyú jelleggörbéjét közös léptékű ábrába rajzolva a két jelleggörbe metszéspontja M meghatározható. A metszéspont az ún. **munkapont**, vagyis az a pont, ahol a szivattyú éppen annyi folyadékmennyiséget szállít olyan terhelőmagasság ellenében, mint amennyit tőle a rákapcsolt csővezeték követel.

A munkapont és a 3.2.12. pontban említett *normálpont* nem azonos fogalmak. A normálpont a kagylódiagram közepe, míg a munkapont a pillanatnyi üzemállapotnak megfelelő metszéspontként értelmezett fogalom.

A metszéspont tehát *dinamikus egyensúlyi helyzetet* jelöl meg. Fontos tudni azt, hogy ez az egyensúlyi helyzet *stabilis* vagy *labilis-e*?

A 3.61. ábrán a munkapont stabilis. Ez azt jelenti, hogy bármilyen zavarás is következik be, a munkapont visszatér a q_{VM} folyadékmennyiség által meghatározott



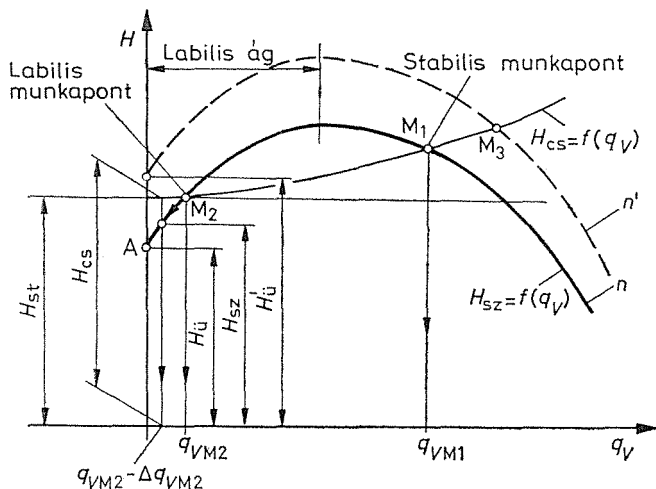
3.61. ábra. A munkapont

értékekhez. Ha ugyanis a folyadékmennyiség valamilyen *zavarás* következtében, pl. $q_{VM} + \Delta q_{VM}$ értékre növekszik, akkor a zavarás megszűnte után $H_{cs} > H_{sz}$, ami azt jelenti, hogy a csővezeték terhelőmagassága **nagyobb**, mint amit a szivattyú előállítani képes e folyadékmennyiségnél. Ennek az a következménye, hogy a folyadékszállítás csökkenni fog, a munkapont elindul balra, mígnem az M pontban q_{VM} -nél az egyensúly helyre áll. Ha zavarás következtében a folyadékmennyiség $q_{VM} - \Delta q_{VM}$ értékre csökken, akkor $H_{sz} > H_{cs}$ miatt a munkapont ismét M munkapontba tér vissza.

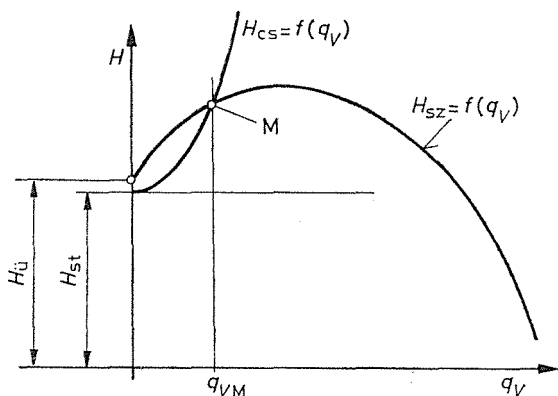
A 3.62. ábrán szemléltetett szivattyú-jelleggörbének **visszahajló, labilis** ága van. A csővezeték jelleggörbéje két helyen metszi a szivattyú $H(q_V)$ görbéjét, kijelölve a keletkező M_1 és M_2 munkapontot. Az M_1 munkapont itt is **stabilis** állapotot jelöl, míg az M_2 munkapont **labilis**.

Ha az M_2 munkapontban dolgozó szivattyú q_{VM2} térfogatárama zavarás következtében $q_{VM2} - \Delta q_{VM2}$ -re csökken, akkor mivel $H_{cs} > H_{sz}$, azaz a csővezeték igényelte szállítómagasság **nagyobb**, mint amit a szivattyú ennél a folyadékmennyiségnél előállítani képes, ezért a munkapont csökkenő folyadékszállítás felé tolódik el. Ez azt jelenti, hogy a zavarás megszűntével a folyadékszállítás nem áll vissza a q_{VM2} által megszabott értékre, hanem a **folyadékszállítás A-ba jutva teljesen megszűnik**.

Ha a zavarás eredményeként a folyadékmennyiség $q_{VM2} + \Delta q_{VM2}$ -re növekszik, akkor a munkapont M_2 -ből M_1 -be megy át, a folyadékmennyiség **ugrásszerűen** q_{VM2} -ről q_{VM1} -re növekszik.



3.62. ábra. Labilis ágú jelleggörbe. Két munkapont



3.63. ábra. Stabilis munkapont a labilis ágon

Labilis ágú szivattyú-jelleggörbén is lehet azonban stabilis munkapont. Ez a helyzet a 3.63. ábrán vázolt esetben is. A folyadékszállítás bármilyen irányú megzavarása esetén a zavarás megszűntével a folyadékszállítás visszatér a zavarás előtti q_{VM} értékhez.

3.2.14. A szivattyú indítása

A szivattyú indításának külső és belső feltételei vannak. A külső feltételek első csoportjába az általános gépészeti feltételek tartoznak. Ide sorolható a szivattyú és a hajtógép csapágyainak állapota, kenőanyaggal való ellátottsága, hajtó villamos

motor esetén az elektromos csatlakozások állapota, a gép indítóberendezésének megfelelő helyzete stb. A külső feltételek *második csoportjába a hidraulikai feltételek* tartoznak. Ez azt jelenti, hogy a szivattyú szívóvezetékét és a *szivattyút* a szállítandó *folyadékkal fel kell tölteni*, ugyanis az örvényszivattyú nem önfelszívó. Ez általában történhet úgy, hogy a szivattyú felső pontjához csatlakozó vákuumszivattyúval légtelenítjük — az elzárt nyomóoldali tolózár mellett — a szivattyút és a szívóvezetékét. Vákuumszivattyú hiányában — lábszeleppel ellátott szívóvezetékénél — pedig egyszerűen feltölthetjük folyadékkal a vezetékét és a gépet. Hozzáfolyással üzemelő gépnél elég a szívóoldali tolózárát és a gép felső pontján levő levegőnyílást kinyitni.

Az *indítás előtt a nyomóoldali tolózár helyzetét gondosan ellenőrizni kell*. Indításkor a hajtógép ugyanis a forgó tömegek gyorsítása miatt amúgy is nagy terhelésnek van kitéve, tehát nem szabad azt még hidraulikai úton is terhelésnek kitenni. A 3.55. ábrán bemutatott jelleggörbékéből kitűnik, hogy a **kis jellemző fordulatszámú** szivattyú hajtásához a $q_V = 0$ folyadékmenyiségnél van szükség a legkisebb teljesítményre, míg nagy jellemző fordulatszámú szivattyúnál a helyzet fordított. Ezért a **kis jellemző fordulatszámú szivattyú nyomóoldali tolózárát indítás előtt el kell zárni**.

A nagy jellemző fordulatszámú szivattyút viszont csak nyitott tolózár mellett szabad indítani.

A **belső feltétel** azt jelenti, hogy a csővezeték H_{st} értékének (l. a 3.63. ábrát) kisebbnek kell lennie, mint a szivattyú $H_{\bar{u}}$ üresjárati (nulla térfogatáramhoz tartozó) szállítómagassága, azaz

$$H_{st} < H_{\bar{u}}.$$

Ebben az esetben a szivattyú — az előzőekben elmondott feltételek teljesülése esetén — elindítása után a tolózár fokozatos nyitásával megindul a folyadékcszállítás is. Ha nem ez a helyzet, hanem

$$H_{st} > H_{\bar{u}}$$

(mint az a 3.62. ábrán is látható), a szivattyú nyomóoldali tolózárának nyitásával nem indul el a folyadékcszállítás.

Ha a **hajtógép fordulatszáma változtatható**, akkor a szivattyú folyadékcszállítása úgy indítható el, hogy zárt tolózár mellett a szivattyú fordulatszámát olyan

$$n' > n$$

fordulatszámra növeljük, amelynél teljesül a

$$H'_{\bar{u}} > H_{st}$$

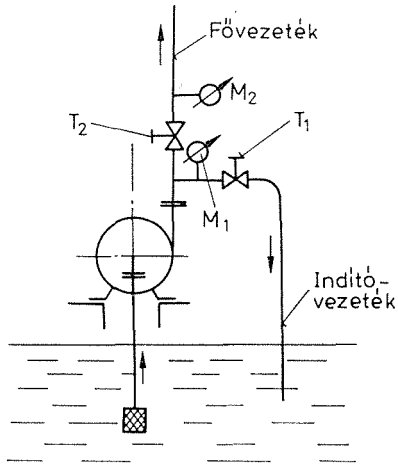
feltétel. Ekkor a tolózárát fokozatosan nyitva, a folyadékcszállítás elindul, a szivattyú az M_3 munkapontban üzemel. A fordulatszámot ezután fokozatosan csökkentve, n értéknél a gép az M_1 munkapontban stabilis üzemben fog dolgozni.

Állandó fordulatszámú hajtógép esetében a folyadékcszállítás elindítására a 3.64. ábrán vázolt segédberendezésre — indítóvezetékre — van szükség.

A segédberendezés segítségével a folyadékcszállítás elindítása úgy történhet, hogy a T_1 és a T_2 tolózárát elzárjuk, a hajtógépet a névleges fordulatszámra hozzuk, és fokozatosan nyitjuk a T_1 tolózárát mindaddig, amíg az M_1 nyomásmérő nagyobb értéket nem mutat, mint a H_{st} értéke. Ekkor a *segédvezetéken* át bizonyos folyadék-

szállítás indul el. Feladatunk ennek a folyadékmennyiségnek a fővezetékre való átadása.

Ezt úgy végezzük, hogy a T_1 tolózárát fokozatosan zárjuk, és vele egyszerre nyitjuk a T_2 tolózárát. A T_1 tolózár teljes elzárása után a munkapont a kívánt M_1 -be (l. a 3.62. ábrát) tevődik át.



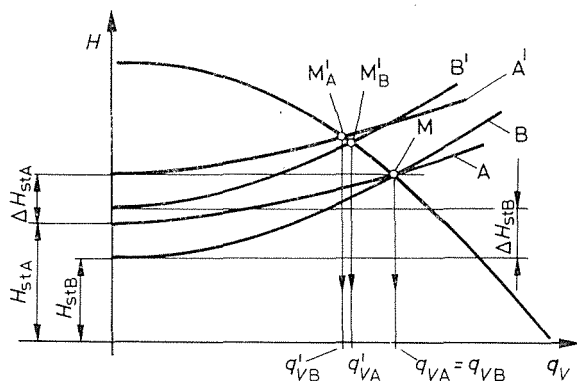
3.64. ábra. Indítóvezeték

3.2.15. Változó statikus terhelés

Abban az esetben, ha a szivattyúnak tározómedencét kell töltenie, a tározómedencében a víz felszíne a folyadékcszállítástól függő mértékben emelkedni fog. Az emelkedő víz felszíne a csővezeték statikus magasságának változását vonja maga után. A statikus magasság változása a szivattyú folyadékcszállításának változásával jár együtt. A változás mértékét a csővezeték, ill. a szivattyú jelleggörbéjének meredeksége szabja meg.

Vizsgáljuk a kérdést külön a szivattyú és külön a csővezeték jelleggörbéinek meredeksége szempontjából.

A 3.65. ábrán bemutatott jelleggörbéjű szivattyú az A , ill. a B különböző meredekségű jelleggörbéjű csővezetékre dolgozhat. Az egyik statikus szállítómagassága

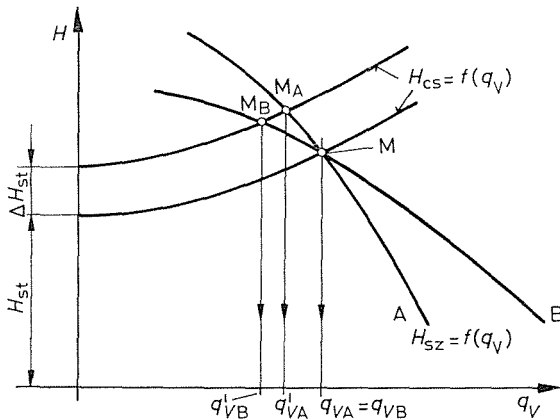


3.65. ábra. A munkapont különböző csővezeték-jelleggörbe és változó statikus terhelés esetén

H_{stA} , a másiké pedig H_{stB} . Tekintsük kiindulási helyzetnek azt az esetet, amikor a szivattyú mindkét – A és B – csővezetékre ugyanazt a folyadékmennyiséget szállítja. Abban az esetben, ha a medence szintje ΔH_{st} értékkel megnő, a jelleggörbék önmagukkal párhuzamosan felfelé eltolódnak, kijelölve az új munkapontot, M'_A -t, ill. M'_B -t. Az ábrából közvetlenül látható, hogy laposabb jelleggörbéjű csővezeték esetében (A görbe) a folyadékszállítás csökkenése nagyobb, mint meredek jelleggörbe esetében.

A 3.66. ábrán ugyanarra a csővezetékre dolgozik két különböző meredekségű jelleggörbéjű szivattyú.

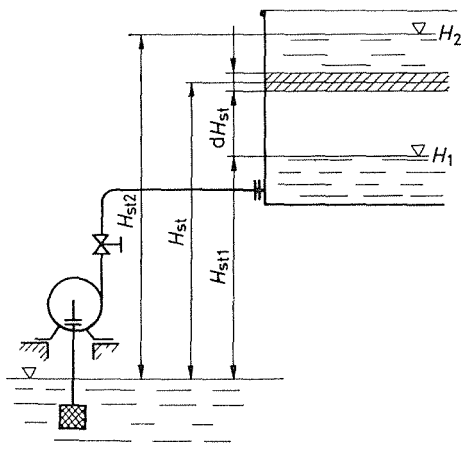
A kiindulási helyzet most is a közös folyadékszállítás, azaz $q_{VA} = q_{VB}$.



3.66. ábra. A munkapont különböző szivattyú-jelleggörbe és változó statikus terhelés esetén

Ha a felszínemelkedés következtében a statikus szállítómagasság értéke ΔH_{st} értékkel megnő, akkor a folyadékszállításban beálló változás nagyobb a laposabban haladó jelleggörbéjű szivattyú esetében.

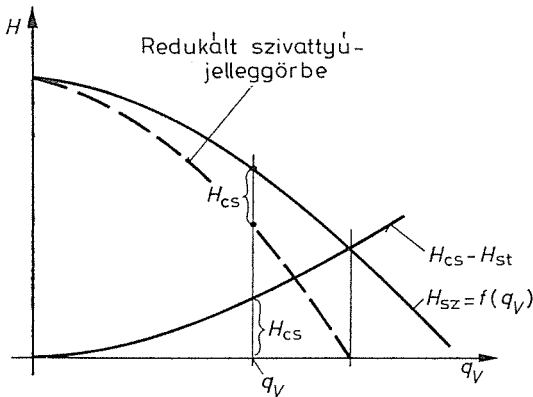
3.33. példa. A 3.67. ábrán látható szivattyúval az $A = 10 \text{ m}^2$ felületű tározómedencében $H_{st2} - H_{st1} = 6 \text{ m}$ felszínemelkedést akarunk létrehozni. A felszínéhez tartozó statikus magasságok $H_{st1} = 12 \text{ m}$, $H_{st2} = 18 \text{ m}$.



3.67. ábra. Tartálytöltés változó statikus terhelés esetén

A kérdés az, hogy mennyi idő telik el, amíg az adott jelleggörbéjű gép az előírt felszínemelkedést létrehozza.

Azért, hogy e kérdésre egyszerűbb választ lehessen adni, a szivattyút a medencével összekötő csővezeték négyzetesen változó áramlási veszteségét vegyük úgy figyelembe, hogy a szivattyú jelleggörbéjéből redukált jelleggörbét állítunk elő oly módon, hogy a szivattyú $H = f(q_V)$ jelleggörbéjéből azonos q_V -nál levonjuk a csővezeték jelleggörbéjéből az áramlásvesztés-részeket. A 3.68. ábrán bemutatott vázlaton a redukált jelleggörbe szerkesztése nyomon követhető.



3.68. ábra. Redukált szivattyú-jelleggörbe

Ezzel elértük azt, hogy a csővezeték jelleggörbéjéből csak a statikus rész maradt meg, ami az ábrázolást egyszerűbbé teszi.

A feltöltés idejét abból a megfontolásból számíthatjuk ki, hogy a tározómedencébe érkező elemi térfogat $dV = A dH_{st}$ (ezt a 3.67. ábrában sraffozással kiemeltük) egyenlő a szivattyú pillanatnyi folyadékcsállításának, q_V -nek, és a hozzá tartozó elemi dt időnek a szorzatával. Írható tehát, hogy

$$dV = q_V dt = A dH_{st}$$

Az összefüggésből az elemi térfogat megtöltéséhez szükséges elemi idő

$$dt = \frac{A}{q_V} dH_{st}$$

értékkel egyenlő. Az előírt felszínemelkedéshez tartozó idő ezek után

$$T = \int_0^T dt = A \int_{H_{st1}}^{H_{st2}} \frac{1}{q_V} dH_{st}$$

Mivel analitikusan nem ismerjük a szivattyú $H = f(q_V)$ jelleggörbéjét, ezért a redukált jelleggörbéből grafikusán állítjuk elő a $H = f(1/q_V)$ jelleggörbét. Ez látható a 3.69a ábrán.

$$T = A \int_{H_{st1}}^{H_{st2}} \frac{1}{q_V} dH_{st}$$

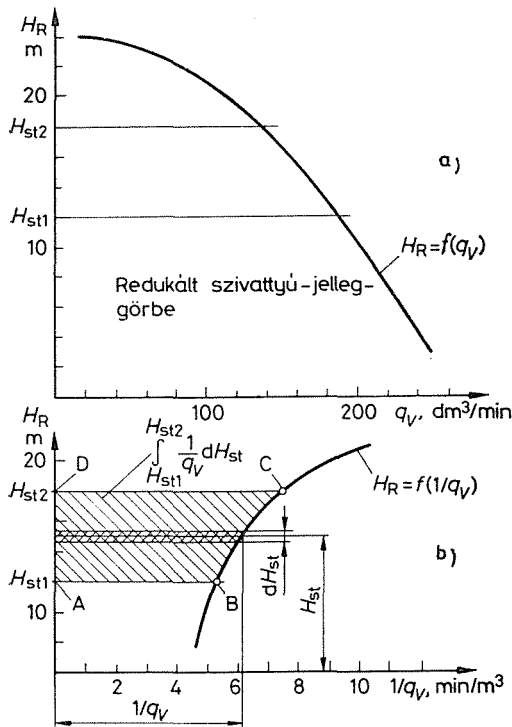
kifejezésben az integrál értéke szintén grafikus eljárással határozható meg. Az

$$\int_{H_{st1}}^{H_{st2}} \frac{1}{q_V} dH_{st}$$

kifejezés értéke arányos az $ABCD$ területtel (l. a 3.69b ábrát). A konkrét példában a terület $A_0 = 18,7 \text{ cm}^2$.

Az ábrázolás során választott léptékekkel $\lambda_H = 2 \text{ m/cm}$, $\lambda_{1/q_V} = 1 \frac{\text{min/m}^3}{\text{cm}}$;
a feltöltés ideje

$$T = A \lambda_H \lambda_{1/q_V} A_0 = 10 \text{ m}^2 \cdot 2 \text{ m/cm} \cdot 1 \frac{\text{min/m}^3}{\text{cm}} \cdot 18,7 \text{ cm}^2 = 374 \text{ min.}$$



3.69. ábra. A tározómedence feltöltési idejének meghatározása

3.2.16. A szivattyúk sorba kapcsolása

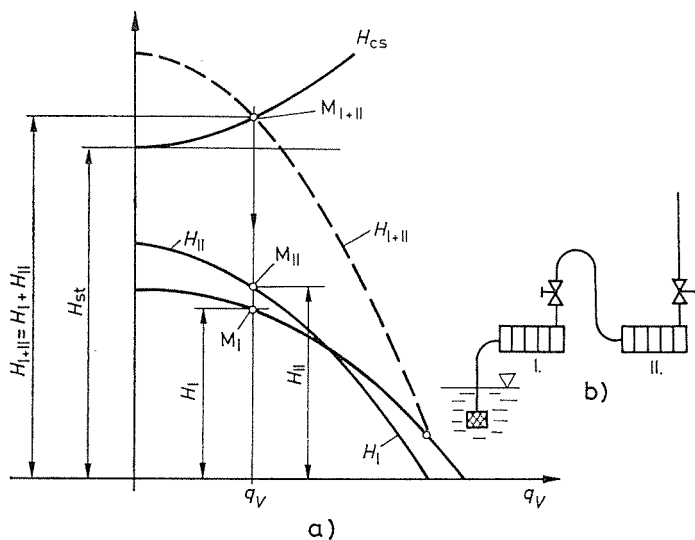
Előfordul a gyakorlatban az az eset, hogy az igényelt szállítómagasság nagyobb, mint amit a rendelkezésre álló gép előállítani képes. Ebben az esetben a megfelelő számú **szivattyúk sorba kapcsolásával** a kívánt szállítómagasság elérhető. Sorba kapcsolni csak a közel azonos emelőmagasságú szivattyúkat szokásos.

A szivattyúk sorba kapcsolása gyakorlatilag nem más, mint a járókerekek sorba kapcsolása. Ha a többlépcsős gép szállítómagassága az egyes kerekek szállítómagasságának összegével egyenlő, akkor a szivattyúk sorba kapcsolásakor a szállítómagasságok is összegeződnek. Ha pl. két szivattyút kapcsolunk sorba, akkor a két szivattyút egyenértékűen helyettesítő egyetlen szivattyú **eredő jelleggörbéje** bármely q_V esetén a következőképpen szerkeszthető meg:

$$H_{I+II}(q_V) = H_I(q_V) + H_{II}(q_V) \text{ m.}$$

Az eredő szivattyú jelleggörbéje és a csővezeték jelleggörbéjének metszéspontja kijelöli az M_{I+II} munkapontot (l. a 3.70. ábrát).

Mivel ezt a munkapontot is szerkesztéssel kaptuk, éspedig úgy, hogy a metszéspontbeli q_V térfogatáramnál összeadtuk a H_I és H_{II} szállítómagasság-értékeket, ezért az egyes gépek saját munkapontjai M_I , ill. M_{II} a függőleges egyenes metszéspontjaiként az I, ill. a II görbéken kijelölhetők.



3.70. ábra. A szivattyúk soros kapcsolása

Az egyes szivattyúk hajtásához szükséges teljesítmény, ha η_I , ill. η_{II} az I, ill. a II szivattyú saját munkapontjaihoz tartozó hatásfokértéket jelöli, akkor

$$P_I = \frac{q_V \rho g H_I}{\eta_I} \text{ W};$$

$$P_{II} = \frac{q_V \rho g H_{II}}{\eta_{II}} \text{ W}.$$

3.2.17. A szivattyúk párhuzamos kapcsolása

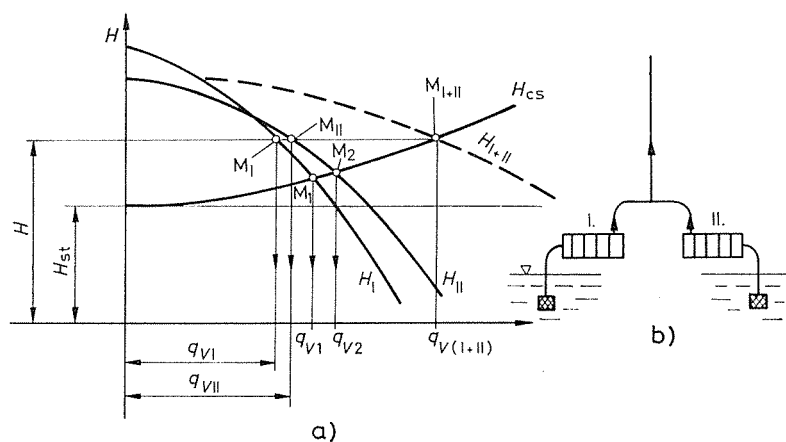
A párhuzamos kapcsolásban dolgozó szivattyúk önállóan szívják a folyadékot. A részfolyadék-mennyiségek a közös nyomóvezetékben áramlanak tovább. Két szivattyú párhuzamos kapcsolása esetén a két gépet helyettesítő egyetlen egy szivattyú eredő jelleggörbéje abból a megfontolásból határozható meg, hogy a közös nyomóvezeték elején – az egyes szivattyúk nyomócsonkjában – a nyomás az I és a II gép esetében azonos. Ez más szóval azt jelenti, hogy az eredő jelleggörbét az azonos szállítómagassághoz tartozó térfogatáramok összegezésével kell előállítani. Az így kapott I+II eredő jelleggörbe és a csővezeték jelleggörbéjének metszéspontja kijelöli a munkapontot (l. a 3.71. ábrát), M_{I+II} -t. Az eredő jelleggörbén a munkapontbeli H -hoz tartozó $q_{V(I+II)}$ pontot úgy szerkesztettük meg, hogy ennél a H -nál össze-

adtuk a térfogatáramokat. Ez azt jelenti, hogy az egyes szivattyúk saját munkapontjai – az M_I , ill. az M_{II} pont – az M_{I+II} pont visszavetítésével kijelölhetők.

A hajtás teljesítményszükséglete, ha η_I , ill. η_{II} az I, ill. a II szivattyú saját munkapontjához tartozó hatásfokérték

$$P_I = \frac{q_{V1} \rho g H}{\eta_I} \quad \text{W};$$

$$P_{II} = \frac{q_{V2} \rho g H}{\eta_{II}} \quad \text{W}.$$



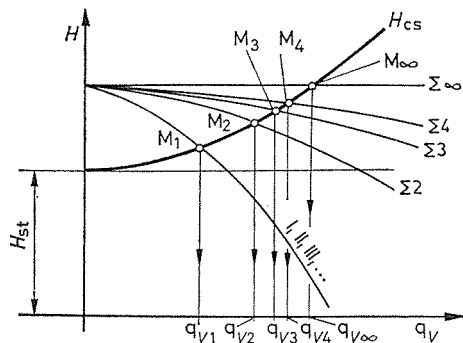
3.71. ábra. A szivattyúk párhuzamos kapcsolása

Az ábrából megállapítható, hogy az egyedül dolgozó szivattyú esetében a munkapont M_I -ben, ill. M_{II} -ben van. Ekkor a szivattyú q_{V1} , ill. q_{V2} folyadékmennyiséget szállít a csővezetékben. Ez azt jelenti, hogy a két szivattyú együttes üzeme esetén ugyanarra a csővezetékre kevesebb folyadékmennyiséget szállít, mint a két szivattyú összesen szállított akkor, amikor külön üzemeltek.

Írható, hogy

$$q_{V1} + q_{VII} < q_{V1} + q_{V2}.$$

Minél laposabb a csővezeték jelleggörbéje – azaz minél kisebb az áramlási veszteség –, annál kisebb az eltérés.



3.72. ábra. A párhuzamos üzemi korlátai

Kapcsoljunk adott csővezetékre párhuzamosan egy, két, három stb. **azonos jelleggörbéjű** szivattyút. A 3.72. ábrán látható vázlaton nyomon kísérhetjük a munkapontok (M_1, M_2, M_3 stb.) eltolódását.

Az ábrából az is megállapítható, hogy a sorba kapcsolt szivattyúk számának növelésével a térfogatáram növekedése egyre csökken. A folyadékszállítás legnagyobb értéke $q_{V\infty}$, amelyet igen sok szivattyúnak (elméletileg végtelen sok) ugyanarra a csővezetékre történő párhuzamos kapcsolása esetén kapnánk.

A gyakorlatban **két-három szivattyúnál többet nem érdemes párhuzamosan kapcsolni ugyanarra a csővezetékre.**

3.2.18. A szivattyú szabályozása fojtással

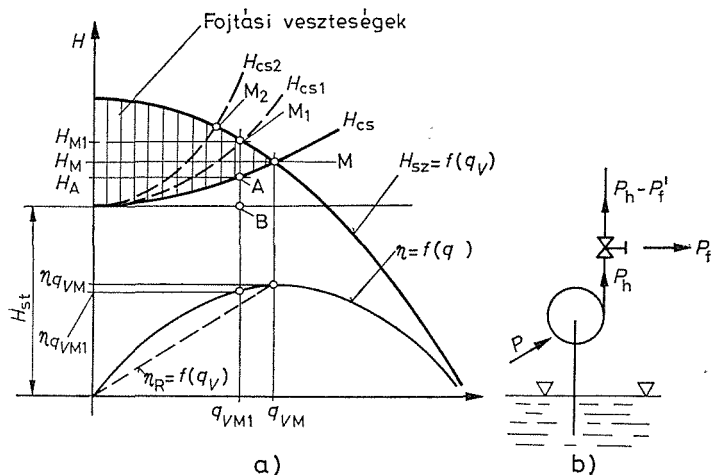
A szivattyú szabályozására többféle lehetőség kínálkozik. E lehetőségek közül a **legegyszerűbb**, de egyben a **legkevésbé gazdaságos** szabályozási mód a fojtás. A szivattyún ehhez semmiféle átalakítást elvégezni nem kell, csupán a nyomócső elejére kell megfelelő szabályozó szervet beépíteni.

A szabályozás végeredményben úgy történik, hogy a kívánt mértékben zárjuk a beépített fojtóelemet. A fojtatással $q_V = 0$ -tól $q_V = q_{V\max}$ folyadékmennyiségig folyamatosan szabályozhatjuk a szivattyút.

A fojtással kapcsolatos viszonyokat a 3.73. ábra szemlélteti. Teljesen nyitott tolózár esetén kiadódó munkapont legyen M , az ehhez tartozó folyadékszállítás q_{VM} , a szállítómagasság pedig H_M .

A tolózár részleges zárásával a munkapont M_1 -be kerül úgy, hogy a szivattyú jelleggörbéje nem változik, a csővezeték jelleggörbéje viszont a fojtás beiktatásával meredekebb lesz.

Az M_1 -hez tartozó folyadékmennyiség $q_{VM1} < q_{VM}$, a szállítómagasság pedig $H_{M1} > H_M$. A csővezeték nyitott tolózár melletti veszteségmagassága q_{VM1} -nél \overline{AB} -vel arányos, az $\overline{M_1B}$ szakasz a csővezeték és a részlegesen elzárt tolózár együttes ellenállását jelenti. Mindebből az következik, hogy $\overline{M_1A}$ távolsággal arányos veszteséget



3.73. ábra. A szivattyú szabályozása fojtással

iktattunk be a csővezetékbe, miközben q_{VM} folyadékmennyiséget q_{VM1} -re szabályoztuk le fojtással. E veszteségeket az ábrán függőleges vonalkázással emeltük ki.

A 3.73. ábrába berajzoltuk a szivattyú $\eta = f(q_V)$ görbét is. Nyitott tolózár mellett dolgozva, a szivattyú hatásfoka $\eta_{q_{VM}}$. Részlegesen elzárt tolózár esetén a hatásfokgörbéből megállapíthatóan a hatásfok alig csökken, hiszen $\eta_{q_{VM}}$ — a hatásfokgörbe lapos volta miatt — alig tér el $\eta_{q_{VM1}}$ -től. Nem szabad azonban ebből arra következtetni, hogy a fojtás gazdaságos szabályozási mód. Az ábrába berajzolt $\eta = f(q_V)$ görbe ugyanis a szivattyú **belső veszteségeit** veszi csupán figyelembe, mellőzve azt, hogy a szabályozás során milyen veszteséget iktattunk be a tolózár zárásával.

Ha a fojtási veszteségeket a szivattyú belső veszteségeihez viszonyítva adjuk meg, akkor a szaggatottal jelölt $\eta_f = f(q_V)$ görbét kapjuk. E görbe a következő megfontolással készíthető el. A szivattyú fojtás miatti teljesítményvesztése — ha a fojtás során keletkezett hő nem hasznosítjuk —

$$P'_f = q_{VM1} \rho g \Delta H \quad W,$$

ahol a fojtással felemészített szállítómagasság a $\Delta H = \overline{M_1 A}$ metszékkel arányos. A fojtás miatti hatásfok

$$\eta_f = \frac{P_h - P'_f}{P_h} = \frac{q_{VM1} \rho g H_{M1} - q_{VM1} \rho g \Delta H}{q_{VM1} \rho g H_{M1}} = \frac{H_{M1} - \Delta H}{H_{M1}}.$$

A szivattyúba bevezetett P teljesítmény, valamint a szivattyú belső veszteségeit figyelembe vevő η összhatófok figyelembevételével a szivattyú és a fojtó szerv mint **rendszer, együttes hatásfoka**

$$\eta_R = \frac{P_h - P'_f}{P} = \frac{P_h}{P} \cdot \frac{P_h - P'_f}{P_h} = \eta_f = \eta \frac{H_{M1} - \Delta H}{H_{M1}}.$$

A rendszer hatásfoka tehát a szivattyú hatásfokértékeinek $(H_{M1} - \Delta H)/H_{M1}$ arányban történő csökkentése révén állítható elő.

A fojtásos szabályozás — mint mondtunk — **nem gazdaságos** szabályozási mód. Elterjedtségét az indokolja, hogy egyszerű, a szabályozáshoz különösebb szakértelemre szükség nincs, könnyen automatizálható, a beruházás költsége kicsiny. Gazdaságosabbá válik a szabályozás akkor, ha a keletkező veszteséget, amely a rendszerben hő formájában jelentkezik, esetleg hasznosítani tudjuk.

3.2.19. A szivattyú szabályozása fordulatszám-változtatással

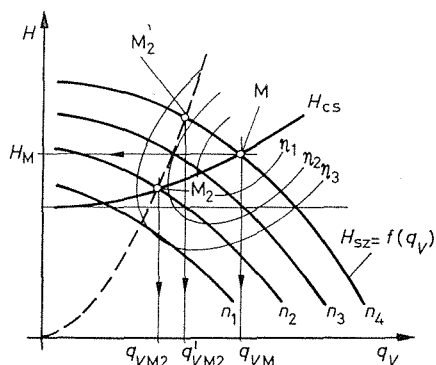
Gazdaságos szabályozási mód abban az esetben, ha a hajtómotor fordulatszáma gazdaságosan változtatható.

A viszonyokat a 3.74. ábra szemlélteti. A szivattyú az M munkapontban dolgozva q_{VM} folyadékmennyiséget szállít a csővezetékén át. Az ugyancsak berajzolt kagylódiagramból megállapítható, hogy az M munkapont egyben a kagylódiagram közepe is.

Ha **ugyanarra** a csővezetékre $q_{VM2} < q_{VM}$ folyadékmennyiséget akarunk szállítani, akkor a munkapont M_2 -be kerül. A kagylódiagram alakjából, valamint a csővezeték jelleggörbéjéből következik, hogy a szivattyú hatásfoka az M_2 munkapontban üzemelve nem nagyon tér el q_{VM} -beli értéktől, jóllehet a folyadékmennyiségben nagymértékű változás állt be.

A viszonyokat rontja a hajtógép fordulatszám-változása miatti hatásfokromlás.

A kérdés ezek után az, hogy milyen fordulatszámmal kell hajtani a szivattyút, hogy a folyadékmennyiséget a kívánt értékre csökkentsük? Tételizzük fel, hogy érvényes az affinitás törvénye, és így használhatjuk a 3.2.11 pontban levezetett affinitást kifejező összefüggéseket.



3.74. ábra. A szivattyú szabályozása fordulatszám-változtatással

Az M_2 affin pontpárját M'_2 -t az M_2 ponton átmenő központi parabola metszi ki az n_4 fordulatszám-jellemzőjű $H(q_V)$ görbéből. Ha M'_2 -höz tartozó folyadék-szállítás q'_{VM2} , akkor az affinitás törvénye:

$$\frac{n_4}{n_2} = \frac{q'_{VM2}}{q_{VM2}}$$

Az előbbi összefüggésből kapjuk, hogy

$$n_2 = n_4 \frac{q_{VM2}}{q'_{VM2}}$$

(l. még a 3.32. példát is).

3.2.20. A szivattyú szabályozása megcsapolással

A folyadékmennyiség szabályozásának másik gazdaságos módja a **megcsapolásos** szabályozás.

A szivattyúhoz csatlakozó Cs fővezeték (3.75. ábra) meg van csapolva, ami lehetővé teszi, hogy a megcsapoló Cs' vezetéken elvegyük azt a folyadékmennyiséget, amit a fővezetéken nem használunk fel.

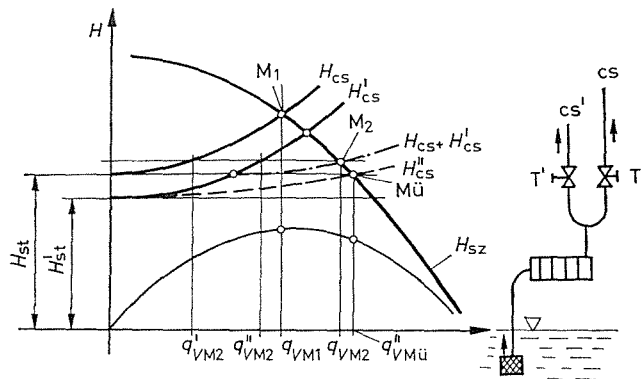
A gazdaságos szabályozáshoz hozzátartozik az a feltétel, hogy a megcsapolt folyadékot gazdaságosan használjuk fel.

Ha a T tologár teljesen nyitva, a T' pedig zárva van, akkor a szivattyú a Cs fővezetékra az M_1 munkapontban dolgozva q_{VM1} folyadékmennyiséget szállít.

Ha T' részlegesen van nyitva, akkor a Cs' megcsapolóvezetéken megindul a folyadék-szállítás. Ebben az esetben a fővezetékra és a megcsapolóvezetékra jutó folyadékmennyiséget a Cs , ill. a Cs' csővezetékek eredő jelleggörbéjének megszerkesztése révén határozhatjuk meg. Az eredő jelleggörbét, mivel a két csővezeték

párhuzamosan van kapcsolva, az abszcisszák összegezése révén szerkeszthetjük meg. Az ábrán az eredő csővezeték az M_2 pontban metszi a szivattyú jelleggörbáját. A szivattyú q_{VM2} folyadékmennyiséget szállít ebben a munkapontban.

A q_{VM2} folyadékmennyiség megoszlását az M_2 -nek a Cs , ill. a Cs' jelleggörbére való visszavetítésével határozhatjuk meg. Ezek q'_{VM2} , ill. q''_{VM2} . A Cs' vezeték



3.75. ábra. A szivattyú szabályozása megcsapolással

megfelelő szabályozásával elérhetjük, hogy a fővezetéken megszűnik a folyadék-szállítás. Ehhez az szükséges, hogy a megcsapolóvezeték tolzárát annyira kinyissuk, hogy a Cs'' jelleggörbe a szaggatott jelű helyzetbe kerüljön. Ekkor ugyanis a Cs , ill. a Cs'' eredő jelleggörbéje $M_ü$ -ből, azaz az üresjáratú munkapontból fog kiindulni. Ennek visszavetítésével kapjuk meg az egyes vezetésekre jutó folyadékmennyiségeket, azaz $q'_{VMü} = 0$, ill. $q''_{VMü}$. A hatásfokgörbéből láthatjuk, hogy míg a fővezetékre jutó folyadékot q_{VM1} értékről $q_{VMü} = 0$ -ra szabályoztuk le, a hatásfok értéke **nem nagy mértékben** változott. Ez azért van így, mivel a szabályozás során *nem a szivattyút, hanem a csővezetékét* szabályoztuk.

A szabályozásnak ez a módja akkor a leggazdaságosabb, ha több megcsapoló-vezeték van a fővezetékre építve, és a szabályozás nem az egyes vezetékekben levő tolzár zárásával vagy nyitásával történik, hanem a megfelelő megcsapolóvezeték tolzárának teljes kinyitásával.

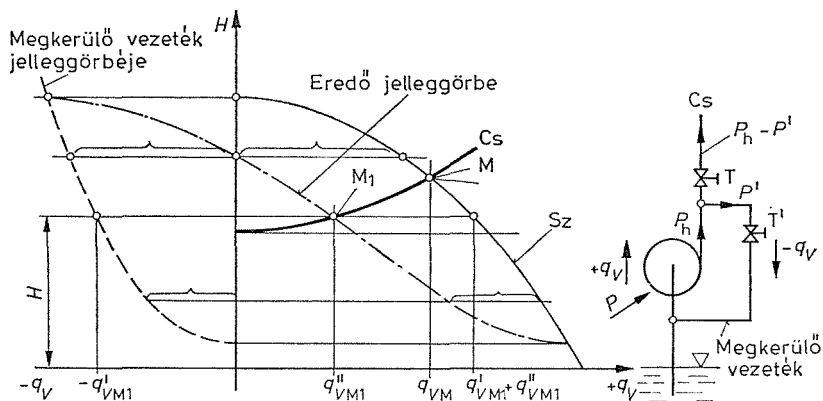
3.2.21. A szivattyú szabályozása megkerülővezetékkel. By-pass vezetékes szabályozás

E szabályozási mód a fojtáshoz hasonlóan *nem gazdaságos*. A szabályozás céljára a szivattyú nyomóvezetéke egy megkerülővezeték közébeiktatása révén a szívóvezetékkel **rövidre van zárva**. A szabályozás úgy történik, hogy a megkerülő-vezeték tolzárát a kívánt mértékben kinyitjuk.

A 3.76. ábrán az adott jelleggörbájú szivattyú a Cs csővezetékre dolgozik, és a megkerülővezeték zárt tolzára mellett az M munkapontban üzemelve q_{VM} folyadékmennyiséget szállít.

A T' tolzár nyitásával a megkerülővezetéken át megindul a folyadék-szállítás. A részmennyiségek meghatározása céljából az eredő szivattyú-jelleggörbét kell meghatározunk. A megkerülővezeték olyan szivattyúnak fogható fel, amely q_V folyadékmennyiséget szállít ugyanolyan szállítómagasságra, mint a főszivattyú.

Ez azt jelenti, hogy a két szivattyú párhuzamosan van kapcsolva, és mint ilyen gépegyüttes eredő jelleggörbéjét az azonos szállítómagasságokhoz tartozó abszcisszák összegezésére szerkeszthetjük meg. A megkerülővezeték jelleggörbéje a szaggatottal kihúzott csővezeték-jelleggörbe a $H(-q_V)$ síkon. Az eredő jelleggörbe — az eredményvonallal kihúzott görbe — a Cs csővezeték jelleggörbéjét az M_1 munkapontban metszi. A fővezetékre jutó folyadékmenyiség értéke q'_{VM1} , a megkerülővezetékben visszaáramló folyadékmenyiség $-q'_{VM1}$, A szivattyú a kettő összegét, a $q'_{VM1} + q''_{VM1}$ mennyiséget szállítja.



3.76. ábra. A szivattyú szabályozása megkerülővezetékkel

A szabályozás gazdaságosságának megítélése végett figyelembe kell venni, hogy a megkerülővezetékén át visszaáramló közeg teljesítménye veszendőbe megy, ha csak nem hasznosítjuk a veszteség miatt keletkező hőt.

A megkerülővezetékén át visszaáramló folyadék okozta *teljesítményvesztés*

$$P' = q'_{VM1} \rho g H \quad W.$$

Ezzel a megkerülővezetékű szabályozás *hatásfoka*

$$\eta_{mv} = \frac{P_h - P'}{P_h} = \frac{(q'_{VM1} + q''_{VM1}) \rho g H - q'_{VM1} \rho g H}{(q'_{VM1} + q''_{VM1}) \rho g H} = \frac{q''_{VM1}}{q'_{VM1} + q''_{VM1}}.$$

A megkerülővezeték és a szivattyú mint **rendszer** η_R együttes **hatásfoka**, a szivattyúba bevezetett P teljesítmény, valamint az η összehatásfok figyelembevételével

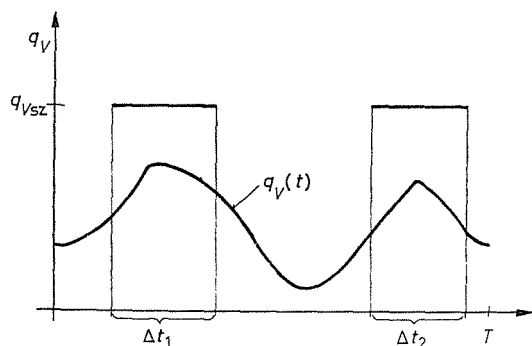
$$\eta_R = \frac{P_h - P'}{P} = \frac{P_h}{P} \frac{P_h - P'}{P_h} = \eta \eta_{mv} = \eta \frac{q''_{VM1}}{q'_{VM1} + q''_{VM1}}.$$

3.2.22. A szivattyú lépcsős szabályozása

Ez a szabályozási mód nem teszi lehetővé a folyamatos szabályozást, hanem — mint azt a neve is mutatja — a folyadék szabályozása csak fokozatokban, „lépcsőkben” valósítható meg.

A szabályozás lényegében abból áll, hogy az egyes szivattyúkat csak **időszakosan kapcsoljuk** be és **járatjuk** addig, amíg az üzem fogyasztása azt megkívánja. Ez azt jelentheti, hogy jól megválasztott különböző teljesítményű szivattyúk **programozott üzemvitelével** elérhetjük, hogy az egyes szivattyú mindig közel a legjobb hatásfokú pontban üzemeltetve dolgozzon, amiért is *a szabályozás gazdaságos*. A programozott üzemvitel azt jelenti, hogy pl. **gépváltással** alkalmazkodunk a mindenkori szükséges szállítómagasság-igényhez, ill. az ingadozó fogyasztáshoz. Ennek lényege, hogy a szivattyútelepen *minden üzemi követelményhez tartozik egy szivattyú*, és mindig az a gép dolgozik, ami a pillanatnyi követelménynek éppen megfelel. Az üzemi körülmény megváltozása esetén a nem megfelelő gépet leállítjuk és újat indítunk.

Hátránya ennek a megoldásnak az, hogy különösen automatizált üzem esetén a berendezés *beruházási költsége* nagy.



3.77. ábra. A szivattyú lépcsős szabályozása

A programozott üzemvitel másik, a gépváltásnál **egyszerűbb módja az üzemidő** szabályozása. Ez esetben a rendszerbe kiegyenlítőtartályt — víztornyot — kell beépíteni, amely fogadja a szivattyú többletfolyadék-szállítását addig, amíg az üzemel, ill. a két üzemi szakasz közötti üzemszünetben ellátja a fogyasztót. A 3.77. ábrán feltüntetettük az üzem változó fogyasztását $q_V(t)$ -t. A T időhöz tartozó görbe alatti terület az üzem által felhasznált folyadékmennyiséget jelenti ugyanezen idő alatt. A t_1 , ill. a t_2 szivattyú üzemidejét ez esetben úgy kell megválasztani, hogy a $q_{Vsz}(\Delta t_1 + \Delta t_2)$ folyadékmennyiség az üzem által T idő alatt elfogyasztott folyadékmennyiséggel egyezzen meg.

3.2.23. A kavitációs szám, az NPSH. A megengedhető geodetikus szívómagasság kiszámítása

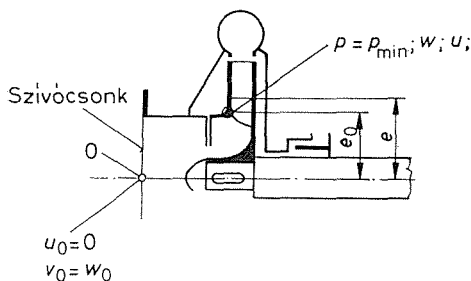
A szivattyút beépítő, üzemeltető szakembert már a szivattyú kiválasztása során az érdekli, hogy a beépítésre szánt szivattyú milyen szívóképességű. Ez más szóval azt jelenti, hogy a szivattyú szívócsonkjában milyen viszonyokat kell teremteni ahhoz, hogy a szivattyú belsejében a nyomás sehol se csökkenjen a szállított folyadék telített gőznyomásánál kisebb értékre. Ez esetben ugyanis a folyadék folyékony és gőzhalmazállapotban van jelen, vagyis az áramló folyadékban úr keletkezik, amely a folyadékból kivált gázzal, gőzzel van töltve, és amely azután nem kívánatos kavitációs jelenségekhez vezet. Ezek közül az egyik az, hogy *csökken* a szivattyú folyadékszállítása, rosszabb esetben az teljesen meg is szűnik. A másik jelenség pedig az, hogy a szivattyú erős *rezgésbe* jöhet, továbbá nagymértékű *szerkezeti anyag-roncsolódás* következhet be.

A megfigyelések szerint a legkisebb nyomású hely a lapát belépőéle közelében van. A 3.78. ábrán a szivattyú **szívócsonkjához** képest ezt e -vel jelöltük. (E szivattyúnál a szívócsonk közepe a tengelyközéppel egybeesik.)

Írjuk fel a *Bernoulli*-egyenletet a szívócsonk nulla indexű és a forgó **járókerék** lapátjának belépőéleire, amit index nélküli helynek jelöltünk az ábrán.

A járókerékkel együtt forgó relatív rendszerben a *Bernoulli*-egyenlet a (3.83) összefüggésnek megfelelően veszteségmentes esetben

$$\frac{p_0}{\rho g} + \frac{w_0^2 - u_0^2}{2g} = \frac{p}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p}{\rho g} + \frac{w^2 - u^2}{2g} + e. \quad (3.127)$$



3.78. ábra. Ábra a szívóképességhez

A *nulla indexű hely* a relatív rendszer kitüntetett helye. Itt $u_0 = 0$. A (3.82) összefüggés felhasználásával $w_0 = v_0$ adódik.

A legkisebb nyomású helyen $p = p_{\min}$, ekkor

$$\left[\frac{w^2 - u^2}{2g} + e \right]_{\max}$$

értéket vesz fel. Nem követünk el nagy hibát, ha

$$\left[\frac{w^2 - u^2}{2g} + e \right]_{\max} \approx \frac{(w^2 - u^2)_{\max}}{2g} + e_0 \quad (3.128)$$

közelítéssel élünk.

A legkisebb nyomás határául a telített gőz nyomása tekinthető, azaz $p_{\min} = p_g$. Ezzel a szívóoldalón a

$$\frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g}$$

összeg **kritikus** értéket vesz fel, azaz

$$\left(\frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} \right)_{\text{krit}} \quad (3.129)$$

A (3.127) egyenlet ezzel

$$\left(\frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} \right)_{\text{krit}} = \frac{p_g}{\rho g} + \frac{(w^2 - u^2)_{\max}}{2g} + e_0 \quad (3.130)$$

alakot ölti.

A

$$\sigma = \frac{(w^2 - u^2)_{\max}}{2gH}$$

kavitációs szám bevezetésével a (3.130) egyenlet a következő módon írható fel:

$$\left(\frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} \right)_{\text{krit}} = \frac{p_g}{\rho g} + \sigma H + e_0. \quad (3.131)$$

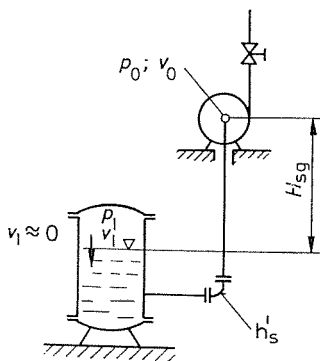
A (3.131) egyenlet jobb oldalának két tagját szokásos *NPSH*-val (Net Positive Suction Head) jelölni, azaz

$$NPSH = \sigma H + e_0. \quad (3.132)$$

Ezzel a (3.131) egyenlet a következő alakot ölti:

$$\left(\frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} \right)_{\text{krit}} = \frac{p_g}{\rho g} + NPSH. \quad (3.133)$$

A kavitációs szám — amely a belső áramkép függvénye — meghatározása *gondos kísérlet* segítségével lehetséges. Ismerete rendkívül fontos a szivattyút beépítő szakember számára. Segítségével ugyanis meghatározható a *szívócsonk közepe* és a szívóoldali *folyadékfelszín* közötti H_{sg} geodétikus szívómagasság legnagyobb értéke $H_{sg \max}$.



3.79. ábra. Geodétikus szívómagasság

A 3.79. ábrán látható vázlat alapján írhatjuk, hogy

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} + H_{sg} + h'_s \quad \text{m}, \quad (3.134)$$

ahol h'_s a szívócső veszteségmagassága.

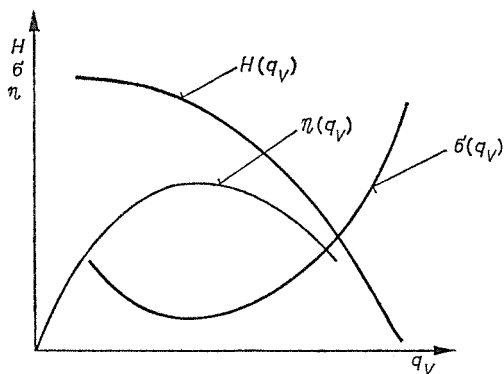
A (3.131) és a (3.134) egyenlet egybevetéséből kapjuk, hogy

$$H_{sg \max} = \frac{p_1 - p_g}{\rho g} - \sigma H - e_0 - h'_s \quad \text{m}. \quad (3.135)$$

Felhasználva a (3.132) összefüggést, a (3.135) egyenlet a következőként is felírható:

$$H_{sg \max} = \frac{p_1 - p_g}{\rho g} - NPSH - h'_s. \quad (3.136)$$

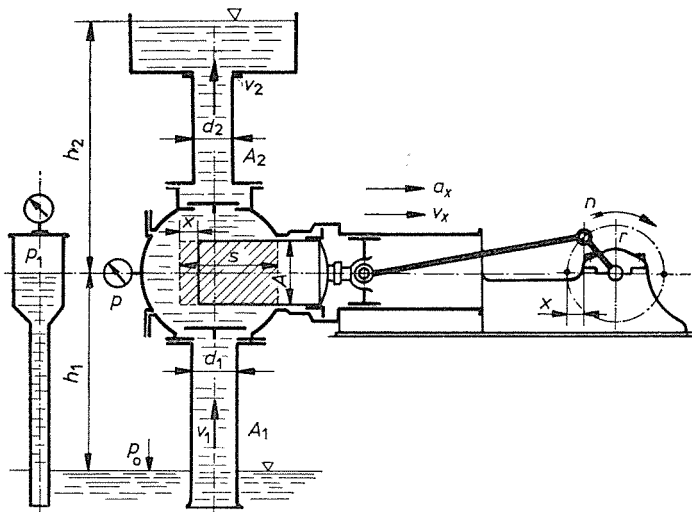
Előfordulhat, hogy az összefüggés alapján **negatív** $H_{sg \max}$ érték adódik. Ez azt jelenti, hogy a szívóoldali **tartály** folyadékfelszínét a **szívócsonk fölé** kell elhelyezni. Ebben az esetben **hozzáfolyásról** beszélünk. A 3.80. ábrán méréssel meghatározott $\sigma(q_V)$ görbe látható.



3.80. ábra. Különféle szivattyújellemzők

3.2.24. A dugattyús szivattyú

A 3.2.1. pontban a szivattyúkat többek között a **működés módja** szerint is csoportosítottuk. A térfogat-kiszorítás elvén működő szivattyúk képezik e család egyik nagy csoportját. A térfogat-kiszorítás elve — mint mondtuk — azt jelenti, hogy a

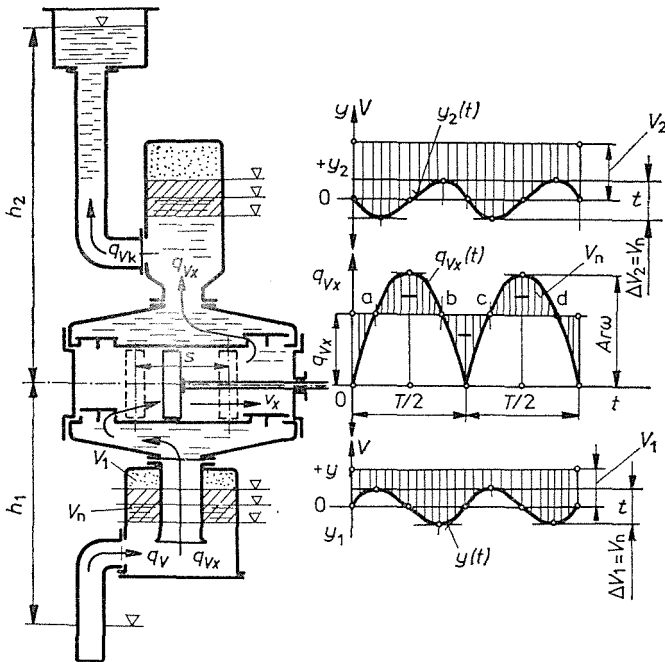


3.81. ábra. Egyszeres működésű dugattyús szivattyú

szivattyú munkatere az idő függvényében valamilyen törvényszerűség szerint periodikusan változtatja térfogatát. A folyadék a térfogat növekedésekor a szivattyú munkaterébe áramlik, majd a térfogat csökkenésekor a közeg a szivattyú munkateréből távozik.

A 3.81. ábra – klasszikusnak mondható felépítésű – **egyszeres működésű** dugattyús szivattyút mutat. Az egyszeres működés ($i = 1$) azt jelenti, hogy minden forgattyúhajtómű-fordulatra egy szívó- és egy nyomó löket jut.

A 3.82. ábra egy **kettős működésű** ($i = 2$) szivattyút ábrázol, amelynek mindkét hengeroldala felváltva jut kapcsolatba a közös szívócsővel, ill. nyomócsővel.



3.82. ábra. Kettős működésű dugattyús szivattyú, szívó és nyomó légüsttel

A dugattyús szivattyú q_{V_k} közepes folyadékszállítása a tömítetlenségi veszteségeket figyelembe vevő η_v volumetrikus hatásfokkal a következőképpen írható fel:

$$q_{V_k} = \eta_v q_{V_e} = \eta_v A s n i \quad \text{m}^3/\text{s}. \quad (3.137)$$

3.34. példa. A 3.81. ábrán vázolt dugattyús szivattyú lökete $s = 300$ mm, fordulatszáma $n = 2 \text{ s}^{-1}$. A dugattyú átmérője $d = 200$ mm, felülete $A = \pi d^2/4 = 0,0314 \text{ m}^2$.

A hasznos hengertérfogat

$$V_1 = A s = 0,0314 \text{ m}^2 \cdot 0,3 \text{ m} = 9,42 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

$i = 1$ helyettesítéssel és $\eta_v = 89$ %-os volumetrikus hatásfokkal a közepes folyadékszállítás

$$q_{V_k} = \eta_v A s n = 0,89 \cdot 9,42 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 2 \text{ s}^{-1} = 0,0168 \text{ m}^3/\text{s} = 16,8 \text{ dm}^3/\text{s}.$$

A dugattyús szivattyú hengertérében végbemenő folyamat a hengerre szerelt indikátorral vizsgálható, amely a nyomás változását mutatja a dugattyúlöket függ-

vényében. A lassan járó szivattyú indikátordiagramja a 3.83. ábra szerint műszer nélkül is könnyen felrajzolható.

A **szívólöket** időtartama alatt a h_1 szívómagasság határozza meg a hengerben beálló p_1 nyomás értékét, amelynek abszolút értéke az ábra jelölésével

$$p_1 = p_0 - h_1 \rho g \quad \text{Pa.}$$

Meg kell jegyezni, hogy a valóságban az előbbi ún. statikai nyomást a szelep nyitvatartásához szükséges nyomáskülönbség is csökkenti, ezenkívül a szívócső áramlási veszteségét is le kell vonni. Végül tetemes nyomásingadozást okozhat a dugattyús szivattyú szívó- és nyomócsövében változó sebességgel áramló folyadék gyorsulása is.

Ezek figyelmen kívül hagyásával a p_1 nyomás a szívólöket egész időtartama alatt állandó marad, vagyis az indikátordiagram első szakaszát p_1 magasságú vízszintes ábrázolja $h_1 \rho g$ mélységben, a légköri nyomás vonala alatt (3.83. ábra).

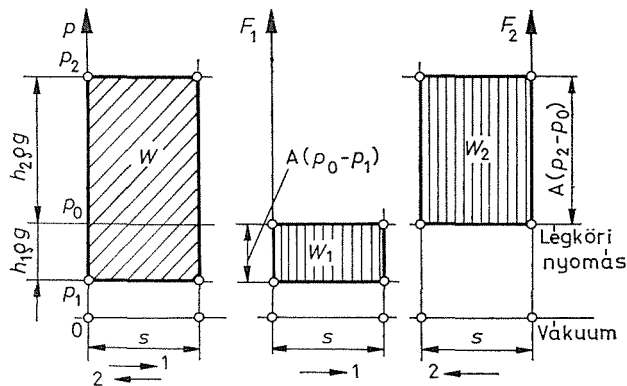
A h_1 szívómagasság megnövelésével a p_1 nyomás csökken. Alsó határértéke $p_1 = 0$. Ekkor a hengerben légüres tér (a valóságban a folyadék hőmérsékletéhez tartozó telített gőz) keletkezik, amely a folyadékoszlop elszakadásához vezet. Ahol a nyomás megszűnik, ott űr képződik, a folyadék elszakad.

A szívómagasság megengedhető legnagyobb értéke eszerint mindig kisebb a légköri nyomómagasságnál ($h_1 < p_0 / \rho g = h_0$). A gyakorlatban $h_1 = 5 \dots 7$ m értékkel szokásos számolni (víz esetében).

A nyomólöket alatt a hengerben p_2 nyomás tartja egyensúlyban a h_2 magasságú folyadékoszlopot, azaz

$$p_2 = p_0 + h_2 \rho g \quad \text{Pa.}$$

Ha a szelep nyitvatartásához és a nyomócső áramlási veszteségeinek legyőzéséhez szükséges nyomástöbbletet is figyelmen kívül hagyjuk, akkor az indikátordiagram nyomólöket alatti második szakasza is vízszintes egyenes $h_2 \rho g$ magasságban a légkör vonala felett (3.83. ábra).



3.83. ábra. A dugattyús szivattyú indikátordiagramja

Az indikátordiagram területéből a löketenkénti munka kiszámítható. A dugattyúerők a dugattyú felületére ható nyomáskülönbséggel arányosak. Egyszeresen működő dugattyús szivattyú dugattyújának egyik oldalát a légköri nyomás terheli. Így tehát a szívási periódus alatt $F_1 = (p_0 - p_1)A$ nagyságú erő terheli, a nyomólöket időtartama

alatt viszont $F_2 = (p_2 - p_0)A$. Az erők és a munkaterületek szemléletesebb ábrázolására az indikátordiagramot a 3.83. ábrán löketenként elkülönítve is felrajzoltuk.

3.35. példa. A 3.34. példában tárgyalt dugattyús szivattyú $H = 22$ m-es szállítómagassága két részből tevődik össze. A 3.83. ábra jelölésével a (szivattyú középsíkjától számított) szívómagasság $h_1 = 6$ m, a nyomómagasság pedig $h_2 = 16$ m.

A szívólöket alatt az $A = 3,14 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ felületű dugattyút terhelő erő

$$F_1 = A(p_0 - p_1) = Ah_1 \rho g = 3,14 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \cdot 6 \text{ m} \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 1848 \text{ N}.$$

A munka tehát $s = 0,3$ m-es löket mentén

$$W_1 = F_1 s = 1848 \text{ N} \cdot 0,3 \text{ m} = 554,4 \text{ J}.$$

A nyomólöket alatti dugattyúerő

$$F_2 = A(p_2 - p_1) = Ah_2 \rho g = 3,14 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \cdot 16 \text{ m} \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 4928,5 \text{ N}.$$

A munka pedig

$$W_2 = F_2 s = 4928,5 \text{ N} \cdot 0,3 \text{ m} = 1478,55 \text{ J}.$$

Az $n = 2 \text{ s}^{-1}$ fordulatszámmal járó szivattyú *indikált teljesítménye* tehát

$$P_i = (W_1 + W_2) n = (554,4 \text{ J} + 1478,55 \text{ J}) 2 \text{ s}^{-1} = 4065,8 \text{ W} \approx 4,1 \text{ kW}.$$

3.2.25. A folyadékszállítás egyenlőtlensége. A vízoszlop gyorsulása

A dugattyús szivattyú folyadékszállítását a dugattyú mozgástörvényei írják elő. Akár a szívócsövön át felszívott, akár pedig a nyomólöket alatt a nyomócsőbe adagolt vízmennyiségnek időbeli változását vizsgáljuk, a másodpercenkénti q_{Vx} folyadék-szállítást a dugattyúfelület és a dugattyúsebesség szorzata adja, azaz

$$q_{Vx} = Av_x \text{ m}^3/\text{s}, \quad (3.138)$$

ahol a dugattyúsebesség végtelen hajtórudas hajtómű esetében

$$v_x = r\omega \sin \omega t \text{ m/s}. \quad (3.139)$$

A térfogatáram ezek szerint szinuszosan változik az idő függvényében. A $\varphi = \omega t = 90^\circ$ -os forgattyúállásnál a folyadékszállítás legnagyobb értéke

$$q_{Vx, \text{max}} = A r \omega. \quad (3.140)$$

A térfogatáram meghatározásakor azonban a **szelepek egyenirányító hatását** is figyelembe kell venni. Ennek következtében csak minden második löket hatásos. A közbenső löket időtartama alatt a folyadékszállítás szünetel, mert a szelep zárva marad.

A folyadékmenyiség időbeli változását a folyadékszállítás függvényábrája szemlélteti (3.84. ábra), ami az egyszeres működésű szivattyúnál egy szinuszfélhullámmal ábrázolható.

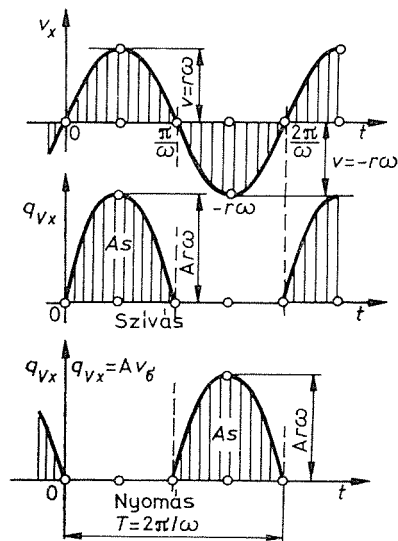
A 3.84. ábra felső görbéje a dugattyúsebesség időbeli változását ábrázolja, ennek (az ábra jelöléseivel) pozitív értékei a felszívott folyadékmenyiséget határozzák meg, negatív értékei pedig a nyomócsőbe adagolt mennyiséggel arányosak.

A görbe alatti terület az egy löket alatt szállított térfogatot határozza meg. Írható ($2r = s$ helyettesítéssel):

$$\int_0^{T/2} q_{Vx} dt = Ar\omega \int_0^{\pi/\omega} \sin \omega t dt = As.$$

Ez a térfogat a hasznos hengertérfogattal azonos, amelyet a dugattyús szivattyú egy löket alatt felszív, ill. felnyom.

A folyadékcszállítás görbéjéből a közepes térfogatáram területkiegyenlítéssel is meghatározható.



3.84. ábra. Az egyszeres működésű dugattyús szivattyú vízszállítási görbéje

Az egyszeres működésű szivattyúnál egy kettőslöket $T = 2\pi/\omega$ időtartamára eső folyadéktérfogat $As = 2Ar$, a területkiegyenlítéssel meghatározott közepes térfogatáram tehát

$$q_{V_k} = \frac{As}{T} = \frac{2Ar}{2\pi/\omega} = \frac{Ar\omega}{\pi} = \frac{1}{\pi} q_{V_{x\max}} \text{ m}^3/\text{s}.$$

A térfogatáram középértéke tehát a legnagyobb érték $1/\pi$ -szerese.

Meg kell jegyezni, hogy e vizsgálatnál az ún. volumetrikus veszteséget elhanyagolhatjuk, könnyen bebizonyítható, hogy a térfogatáramnak előbb meghatározott középértéke (a volumetrikus hatásfok híján) azonos a (3.137) egyenlettel.

A kettős működésű szivattyú térfogatáram-görbéje szintén szinuszcörbe. Ennél a szivattyúnál mindkét löket hatásos, tehát egy fordulat alatt két szinuszfélhullámot kapunk, és ennél fogva a közepes térfogatáram is kétszer akkora (vö. a 3.82. ábrával).

A 3.82. ábra a kettős működésű szivattyú térfogatáram-görbéjét mutatja, amelynek területkiegyenlítéssel meghatározott középértéke

$$q_{V_k} = \frac{2As}{T} = \frac{4Ar}{2\pi/\omega} = \frac{2}{\pi} q_{V_{x\max}} \text{ m}^3/\text{s}.$$

Hasonló elven szerkeszthető meg a kéthengeres ún. ikerszivattyúnak és a háromhengeres (triplex) szivattyúnak a térfogatáram-görbéje is. A többhengeres gép a folyadékcszállítást egyenletesebbé teszi, különösen akkor, ha a forgattyúkat egymás-

hoz képest elékeljük (az ikerelrendezésnél 90° -kal, a háromhengeres szivattyúnál pedig 120° – 120° -kal).

A dugattyús szivattyú változó q_{Vx} folyadékszállítása a hengerhez közvetlenül csatlakozó szívó- és nyomócsőben áramló víz sebességét is egyértelműen meghatározza.

A 3.81. ábra jelölésével az áramlásfolytonosságot kifejező egyenlet szerint a szívócsőben a folyadék sebessége:

$$v_1 = \frac{q_{Vx}}{A_1} = \frac{A}{A_1} v_x \quad \text{m/s.} \quad (3.141)$$

A **folyadéksebesség** tehát a dugattyú sebességével arányos. Legnagyobb értéke $v_{x \max} = r\omega$ helyettesítéssel:

$$v_{1 \max} = \frac{A}{A_1} r\omega \quad \text{m/s.} \quad (3.142)$$

Hasonló mozgástörvényt követ a nyomócsőben áramló folyadékoszlop is, azzal a különbséggel, hogy az áttélt a nyomócső A_2 keresztmetszetéből kell kiszámítani.

A 3.82. ábrán felrajzolt folyadékszállítási görbék eszerint – más méretarányban – a v_1 , ill. a v_2 sebesség időbeli változását is szemléltetik. A folyadékszállítás időszakosságából és egyenlőtleniségéből eredő *zavarok* közül első helyen kell kiemelni az áramlás egyenlőtleniségéből származó **nyomásingadozást**.

Előírt gyorsulás előidézéséhez szükséges ún. gyorsító nyomómagasság

$$h_a = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{l}{g} a \quad \text{m.} \quad (3.143)$$

A dugattyús szivattyú **szívócsővében** áramló folyadék gyorsulása a dugattyú gyorsulásából számítható ki. Végtelen hajtórudas forgattyús hajtómű esetén

$$a_x = r\omega^2 \cos \omega t \quad \text{m/s}^2. \quad (3.144)$$

Ezzel a felszívott folyadékoszlop gyorsulása

$$a_1 = \frac{A}{A_1} a_x = \frac{A}{A_1} r\omega^2 \cos \omega t \quad \text{m/s}^2. \quad (3.145)$$

A gyorsulás a szívóölöket kezdetén a legnagyobb. Holtponti értéke adja a legnagyobb nyomásesést, amely gyorsan járó gép esetén a hengertérben **űrképződéssel** járhat együtt.

A **nyomócsőben** áramló folyadék gyorsulása az A/A_2 keresztmetszetaránytól, a gyorsulás okozta nyomáskülönbség pedig az l_2 csőhossztól függ. A nyomócsőben is beállhat az űrképződés, csakhogy itt a **lassuló** folyadékoszlop szakadhat el a nyomóölöket vége felé.

A **szívócső** és a **nyomócső** helyes méretezésével és kis fordulatszám-választásával az üzemet veszélyeztető űrképződést el lehet kerülni, de még akkor is számolni kell a nyomás ütemes ingadozásával, amely – a folyadékszállítás egyenlőtleniségével párosulva – a dugattyús szivattyút ebben az alakjában kényesebb üzemi igények kielégítésére alkalmatlanná teszi. A folyadékszállítás egyenlőtleniségének biztosítására a dugattyús szivattyút **légiüsttel** szokás felszerelni, ennek szerepét a következő pontban ismertetjük.

Egyes részletek

3.36. példa. A 3.34. példában tárgyalt egyszeres működésű $n = 2 \text{ s}^{-1}$ fordulatszámmal járó dugattyús szivattyú folyadék szállításának legnagyobb értéke $A = 0,0314 \text{ m}^2$ dugattyúfelület, $r = s/2 = 0,15 \text{ m}$ forgattyúsugar és $\omega = 2\pi n = 12,6 \text{ s}^{-1}$ szögsebesség helyettesítésével

$$q_{Vz \max} = A r \omega = 0,0314 \text{ m}^2 \cdot 0,15 \text{ m} \cdot 12,6 \text{ s}^{-1} = 0,0595 \text{ m}^3/\text{s}.$$

A $d_1 = 150 \text{ mm}$ átmérőjű és $A_1 = \pi d_1^2/4 = 0,0177 \text{ m}^2$ keresztmetszetű szívócsőben a legnagyobb sebesség

$$v_1 = q_{Vz \max}/A_1 = \frac{0,0595 \text{ m}^3/\text{s}}{0,0177 \text{ m}^2} = 3,35 \text{ m/s}.$$

Ezzel szemben a tömítetlenségi veszteségek figyelmen kívül hagyásával kiszámított közepes térfogatáram

$$q_{V_k} = \frac{q_{Vz \max}}{\pi} = \frac{0,0595 \text{ m}^3/\text{s}}{3,14} = 0,0189 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Ezzel a szívócsőben áramló folyadék közepes sebessége

$$v_k = \frac{q_{V_k}}{A_1} = \frac{0,0189 \text{ m}^3/\text{s}}{0,0177 \text{ m}^2} = 1,07 \text{ m/s}.$$

Az $l_1 = 6 \text{ m}$ hosszú szívócsőben a víz legnagyobb (holtponti) gyorsulása $A/A_1 = 314 \text{ cm}^2/177 \text{ cm}^2 = 1,77$ aránnyal és $\omega^2 = 158 \text{ s}^{-2}$ értékek helyettesítésével

$$a_{1 \max} = \frac{A}{A_1} r \omega^2 = 1,77 \cdot 0,15 \text{ m} \cdot 158 \text{ s}^{-2} = 42 \text{ m/s}^2.$$

A legnagyobb gyorsító nyomómagasság tehát

$$h_a = \frac{l_1 a_{1 \max}}{g} = \frac{6 \text{ m} \cdot 42 \text{ m/s}^2}{9,81 \text{ m/s}^2} = 25,7 \text{ m}.$$

Nyilvánvaló, hogy mindössze $h_0 = 10 \text{ m}$ -es légköri nyomómagasság az előírt gyorsulást létrehozni nem tudja, még akkor sem, ha a szivattyút az alsó víztükörig lesüllyesztjük ($h_1 = 0$).

Légüst nélkül tehát ez a szivattyú, az előírt fordulatszámmal *nem tartható üzemben*.

Ha ugyanezt a szivattyút $n = 1/3 \text{ s}^{-1}$ fordulatszámmal járátjuk, akkor az előzőleg kiszámított sebességek a fordulatszámok arányában ($n'/n = 1/3$) csökkennek, a gyorsulások pedig négyzetes arányban csökkennek. $\omega' = 2\pi n' = 4,2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ értékkel a holtponti gyorsulás a szívócsőben

$$a_{1 \max} = \frac{A}{A_1} r \omega'^2 = 1,77 \cdot 0,15 \text{ m} \cdot 17,6 \text{ s}^{-2} = 4,67 \text{ m/s}^2;$$

a legnagyobb gyorsító nyomómagasság pedig

$$h'_a = \frac{l_1 a_{1 \max}}{g} = \frac{6 \text{ m} \cdot 4,67 \text{ m/s}^2}{9,81 \text{ m/s}^2} = 2,85 \text{ m}.$$

Meg kell jegyezni, hogy a forgattyús hajtómű véges rúdaránya miatt a gyorsulás holtponti értéke $(1+r/l)$, tehát pl. $l = 5r$ arányú hajtórúd esetében 20%-kal nagyobb.

E nyomásesés figyelembevételével a henger belsejében a nyomás a szívólöket kezdetén az úrképződés határáig csökken. A szivattyú üzembiztos működése érdekében tehát a geodetikus szívómagasságot kell kisebbre választani, annál is inkább, mert a légköri nyomás is ingadozik, és a szelep nyitása is nyomásesést okoz.

3.2.26. A légüst

A dugattyús szivattyú folyadék szállítása egyenletesebbé tehető egy, a folyadék tárolására alkalmas zárt edény, az ún. **légüst** közbeiktatásával. A nyomócsonk elé kapcsolt légüstben a *folyadékszint* egy alsó és egy felső határhelyzet között *ingadozik*.

A folyadékszintnek ugyanis mindaddig emelkednie kell, amíg a hengerből a légüstbe adagolt q_{Vx} térfogatáram nagyobb mint az abból a nyomócsőbe egyenletesen elfolyó q_{Vk} térfogatáram.

A 3.82. ábrán felrajzolt folyadékszallítási görbéből szemléletesen kitűnik, hogy a *légüst töltésének időtartamát* az *a* és *b* metszéspontok jelölik ki.

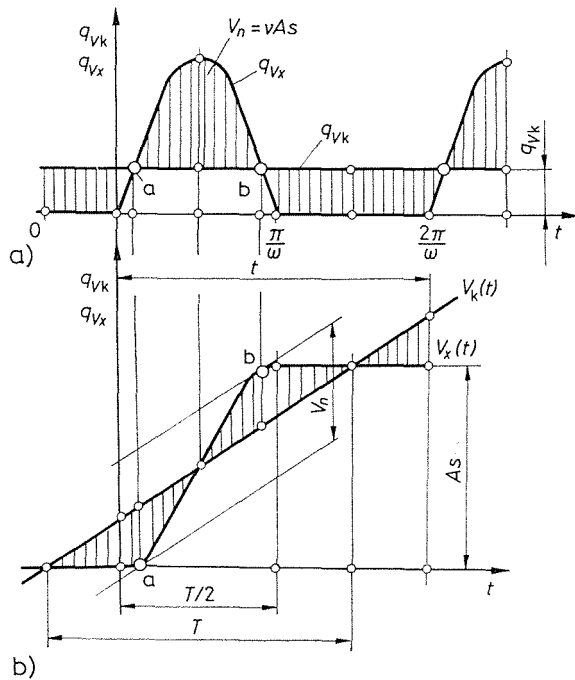
Az egyszerűen működő szivattyúnál az egyenletesen elfolyó q_{Vk} közepes folyadékmennyiség szinuszfélhullámmal ábrázolható q_{Vx} folyadékszallítás csúcértékének $1/\pi$ -szerese, így tehát a $q_{Vx} - q_{Vk}$ ordinátametszésekkel vonalkázott terület analitikai úton is szabatosan számítható. A nyomócsőket időtartama alatt tárolt térfogat

$$V_n = \int_a^b (q_{Vx} - q_{Vk}) dt = vAs \quad \text{m}^3, \quad (3.146)$$

ahol $v = V_n/As$ viszonyszám az ábrából területméréssel is meghatározható, mert a szinuszfélhullámból lementzett terület és az egész félhullám területe között található arányt fejezi ki.

Egyszeres működésű szivattyúnál a két terület viszonyszáma 0,55; kettős működésű szivattyúnál pedig 0,21. Minthogy pedig a szinuszfélhullám területe a hasznos hengertérfogattal arányos, tehát a tényező minden szivattyúfajtára egyértelműen meghatározza a légüstbe adagolt folyadéktérfogat nagyságát.

Meg kell jegyezni, hogy a tárolt folyadéktérfogat – a 3.85. ábra szerint – a szállított és a fogyasztott folyadéktérfogatot jellemző V_x és V_k integrálgörbék metszékeiből is meghatározható.



3.85. ábra. Az egyszerű működésű dugattyús szivattyú kiegyenlített vízszállítása

A légüstbe adagolt folyadéktérfogat a légüstben levő folyadékfelszín emelkedésével is arányos. A 3.85. ábrából tehát (más méretarányban) a folyadékfelszín-állások és leolvashatók, és az is megállapítható, hogy a folyadékfőkör lengő mozgást végez. Lengésszáma az egyszerű működésű szivattyúnál megegyezik a szivattyú fordulatszámával, kettős működésű szivattyúnál pedig kétszer akkora, mert a 3.82. ábra szerint a folyadékszint egy fordulat alatt kétszer éri el legmagasabb állását.

Hasonló elven határozható meg a szívólégüst folyadékszintjének a mozgástörvénye is, csak hogy itt az adagolás egyenletes, az elszívott folyadékmennyiség változó, és ezért a folyadékszint akkor süllyed, amikor a nyomólégüstben emelkedik.

A légüst V légtérfogata a folyadéktükör ingadozása következtében ütemesen változik. A légüstbe adagolt V_n folyadéktérfogat a levegőt (gázt) legnagyobb V_a értékéről a legkisebb V_b értékre sűríti. Adagolás közben tehát a nyomásnak a légüstben növekednie kell, viszont a folyadékszint süllyedése következtében az összenyomott levegő ismét kiterjeszkedik, és a nyomás csökken. A légüst tehát a folyadékszállítást **egyenletessé** teszi, de feladatának elvégzése csak nyomásingadozás árán lehetséges. A nyomás egyenlőtlenségi foka annál nagyobb, mennél nagyobb a légtérfogat ingadozása a közepes légtérfogathoz képest, vagyis mennél nagyobb a térfogat **egyenlőtlenségi** foka.

A légüstbe zárt légtérfogat állapotváltozásának kitevője legyen n , ekkor a $pV^n = \text{konst.}$ kifejezést differenciális alakban felírva

$$d(pV^n) = 0$$

azaz

$$dpV^n + nV^{n-1}dV = 0$$

kifejezést kapjuk. Ez utóbbi a következő alakban is felírható:

$$-\frac{dp}{p} = n \frac{dV}{V}.$$

Ha az állapotváltozás izotermikus, akkor $n = 1$ és így

$$-\frac{dp}{p} = \frac{dV}{V}.$$

(A negatív előjel csak azt fejezi ki, hogy a nyomást a csökkenő térfogat növeli.)

Ez az összefüggés jó közelítéssel véges állapotváltozásokra is kiterjeszhető, és úgy is olvasható, hogy a nyomás egyenlőtlenségi foka gyakorlatilag ugyanakkora, mint a térfogat egyenlőtlenségi foka, azaz $\delta_p \approx \delta_V$.

A térfogat egyenlőtlenségi foka a légüstbe adagolt folyadéktérfogatból számítható, mert $V_a - V_b = V_n$. Írható:

$$\delta_V = \frac{\Delta V}{V} = \frac{V_a - V_b}{V} = \frac{V_n}{V}. \quad (3.147)$$

A légtérfogat növelésével a légüst üzeme *egyenletesebbé* tehető. Ha tehát a nyomásingadozás megengedhető korlátait előre megszabjuk, vagyis a nyomás *egyenlőtlenségi fokát előírjuk*, akkor ebből a feltételből a közepes légtérfogat is kiszámítható:

$$\delta_V = \delta_p \quad \text{és} \quad V_n = \nu A s$$

helyettesítéssel rendezés után írható:

$$V = \frac{\nu}{\delta_p} A s \quad \text{m}^3. \quad (3.148)$$

Szokásos δ_p értékek:

szívó légüstben $\delta_p = 0,05 \dots 0,1$;
nyomó légüstben $\delta_p = 0,02 \dots 0,05$.

Meg kell jegyezni, hogy a vízkiszorításból kiszámított *nyomásingadozás* lényegesen megnő, ha a rugalmas légtöltéssel együtt lengő rendszert alkotó folyadékoszlop önlenegése *rezonanciába* kerül a folyadékszintre kényszerített lengésszámmal. A rezonancia közelében ugyanis a folyadékszint kilengései nagyon megnőnek, és ugyanabban az arányban a nyomás egyenlőtlensége is nő. Ennek az üzemet zavaró jelenségnek az elhárítása érdekében a légüst térfogatát kell megnövelnünk, vagy esetleg a szivattyú fordulatszámát kell megváltoztatnunk, hogy a „*széthangelással*” a rezonancia káros hatását megszüntessük [3.9].

3.37. példa. A 3.36. példában közölt számításból kiderült, hogy a vizsgált $A = 0,0314 \text{ m}^2$ dugatúfelületű és $s = 0,3 \text{ m}$ löketű, egyszeres működésű dugattyús szivattyú az előírt $n = 2 \text{ s}^{-1}$ fordulatszámnál légüst nélkül üzemben nem tartható.

Ha a *szívó légüstben* $\delta_p = 0,1$, azaz a nyomás egyenlőtlenségi fokát 10%-ra korlátozzuk, akkor az egyszeres működésű szivattyúra talált $\nu = 0,55$ térfogatarány és $As = 9,42 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ hengertérfogat helyettesítésével, a (3.148) egyenletből adódó szívólégüst térfogata

$$V_1 = \frac{\nu}{\delta_p} As = \frac{0,55}{0,1} 9,42 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 0,052 \text{ m}^3.$$

A *nyomó légüstben* a nyomásingadozást 5%-ra korlátozzuk, azaz $\delta_p = 0,05$. Ezzel $\nu/\delta_p = 0,55/0,05 = 11$, vagyis a légüst térfogata a hasznos hengertérfogatnak tizenegyszerese legyen. Írható:

$$V_2 = \frac{\nu}{\delta_p} As = 11 \cdot 9,42 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 0,104 \text{ m}^3.$$

A 3.82. ábrán vázolt *kettős működésű* szivattyú – ugyanakkora hasznos hengertérfogattal és az előbb kiszámított légüstitérfogattal – egyenletesebb üzemet biztosít, mert a folyadékiszorítás térfogataránya kisebb, $\nu = 0,21$ értékkel és $As = 9,4 \text{ l} = 9,4 \text{ dm}^3$ hengertérfogattal a $V_1 = 52 \text{ l}$ -es közös szívólégüstben a nyomás egyenlőtlenségi foka

$$\delta_p = \frac{\nu As}{V} = \frac{0,21 \cdot 9,4 \text{ dm}^3}{52 \text{ dm}^3} = 0,038, \quad \text{azaz} \quad 3,8\%.$$

Ha azonban a kettős működésű szivattyú mindkét oldalán *külön* légüstit szerelünk, akkor a légüstitöket úgy kell méretezni, mintha két egyszeres működésű szivattyúhoz volnának kapcsolva, hacsak a vízterület és a légtérület nagy szelvényű összekötő csövekkel egybe nem kapcsoljuk.

3.2.27. A Pelton-turbina

A **Pelton-turbina** kis jellemző fordulatszámú, nagy esésű erőgép. A turbina két lényeges része a nyomócső és a járókerék. A *Pelton-turbina* nyomócsövének és vezetősatornájának elvi felépítését a 3.86. ábra szemlélteti.

A nyomócsövön át érkező H_0 esésű és q_V térfogatáramú víz egy jól legömbölyített kifolyónyíláson tömör sugárban légköri nyomáson hagyja el a fúvókát. A vezetősatornából kilépő sugár tehát **szabad sugár**. A turbináknak e fajtáját ezert szokták **szabadsugár-turbinának** is nevezni.

A szabadsugár-turbinák csoportjába tartozik — bizonyos szerkesztési feltételek mellett — a 3.88. ábrán vázolt **Bánki-turbina** is, amelynek kifolyónyílása azonban nem körszelvény, hanem derékszögű négyszög alakú (vö. a 2.2.28. ponttal).

A nyomócső áramlási veszteségei miatt a turbina **hasznosítható** esése az ún. **diszponibilis** esés.

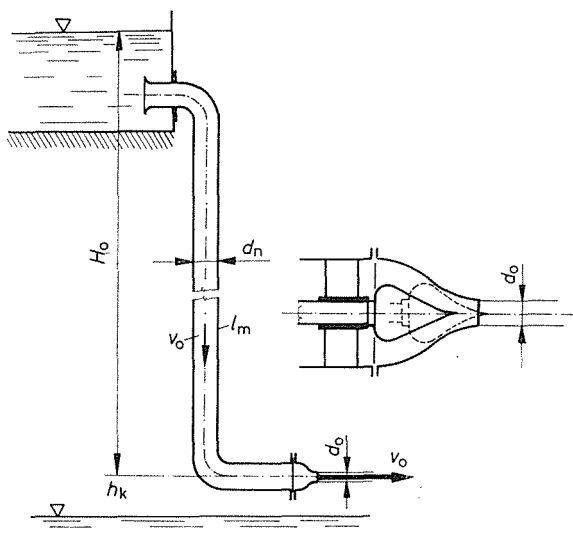
$$H = H_0 - h_K - h_v \quad \text{m.} \quad (3.148)$$

A turbina P hasznos teljesítményét a turbinához az időegység alatt érkező m tömegű közeg összentálpájának megváltozásából számíthatjuk. A (3.66) összefüggésnek megfelelően, ha a turbina összhathatásfokát η -val jelöljük, akkor a *hasznos teljesítmény*

$$P = q_V \rho g H \eta \quad \text{W.} \quad (3.149)$$

A turbina hatásfoka (teljes terhelésnél) átlagosan $\eta = 80 \dots 90\%$ -ra becsülhető, de nagyobb gépeknél meghaladja a 90% -ot is.

A *Pelton*-turbina teljesítményét a térfogatárammal szabályozzuk. Az esés ugyanis gyakorlatilag állandó, és ennél fogva a teljesítmény a vízmennyiséggel arányos. Üresjárás és teljes terhelés között a vezetősatorna kifolyónyílását a teljes zárástól a teljes nyitásig kell változtatni. A *Pelton*-turbina kifolyónyílását a 3.86. ábrán vázolt körte



3.86. ábra. A *Pelton*-turbina nyomócsöve és vezetősatornája

alakú „tűvel” zárjuk, amelynek elállítását a közvetett sebességszabályozó végzi. Kisebb turbináknál kézi szabályozás is lehetséges.

A turbina nyomócsövét úgy méretezzük, hogy az esés százalékában előre megszabjuk a megengedhető veszteségmagasságot, amelyből a csőátmérő is kiadódik (l. a 3.1.13. pontban). A számítás menetét a következő példában ismertetjük.

3.38. példa. Egy $H_0 = 120$ m esésű vízierőmű *Pelton*-turbinájának térfogatárama (víznyelése) (teljes nyitásnál) $q_V = 0,16$ m³/s. A nyomócsőben $\nu_n = 3\%$ -os¹ veszteséget engedünk meg, azaz a veszteségmagasság

$$h'_n = \nu_n H_0 = 0,03 \cdot 120 \text{ m} = 3,6 \text{ m.}$$

A nyomócső (egyenértékű) hosszúsága $l_n = 130$ m, az átmérő tehát (a 3.1.13. alatti egyenletből)

$$d = \sqrt[5]{\frac{K l_n q_V^2}{h'_n}} = \sqrt[5]{\frac{0,0025 \text{ s}^2/\text{m} \cdot 130 \text{ m} \cdot (0,16 \text{ m}^3/\text{s})^2}{3,6 \text{ m}}} = 0,297 \text{ m},$$

azaz kereken 300 mm.

A hasznosítható esés $h_k = 0,5$ m értékkel számolva

$$H = H_0 - h_k - h'_n = 120 \text{ m} - 0,5 \text{ m} - 3,6 \text{ m} = 115,9 \text{ m}.$$

A turbina hasznos teljesítménye pedig $\eta = 0,8$ turbinahatásfokkal:

$$P = q_V \rho g H \eta = 0,16 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3 \cdot 9,81 \text{ m}/\text{s}^2 \cdot 115,9 \text{ m} \cdot 0,8 = 145\,500 \text{ W} = 145,5 \text{ kW}.$$

A szabad sugár sebessége $\varphi = 0,98$ sebességtényezővel:

$$v_0 = \varphi \sqrt{2gH} = 0,98 \sqrt{19,62 \text{ m}/\text{s}^2 \cdot 115,9 \text{ m}} = 46,73 \text{ m/s.}]$$

A vízszög keresztmetszete tehát

$$A_0 = \frac{q_V}{v_0} = \frac{0,16 \text{ m}^3/\text{s}}{46,73 \text{ m/s}} = 3,42 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2,$$

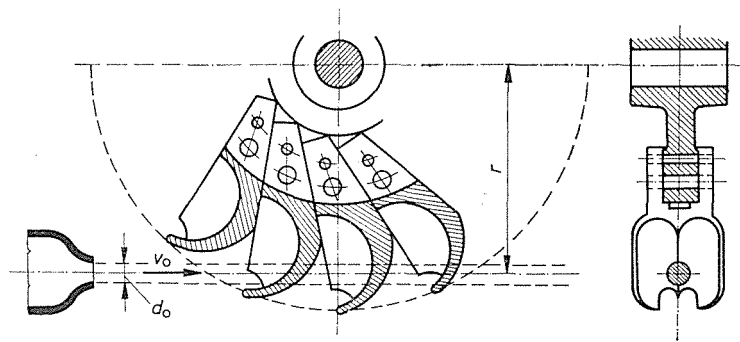
azaz $d_0 = 66$ mm.

A vízszög mérsékelt összehúzódása miatt $d = 70$ mm-es kifolyónyílást készítünk, vagy pedig a q_V vízmennyiséget két vékonyabb sugárban vezetjük a járókerekre.

Ez utóbbi esetben $\alpha = 0,9$ összehúzódási tényezővel a fél vízmennyiségre méretezett kifolyónyílás keresztmetszete

$$A_1 = \frac{1}{\alpha} \frac{q_V}{2v_0} = \frac{0,16 \text{ m}^3/\text{s}}{0,9 \cdot 2 \cdot 46,73 \text{ m/s}} = 0,0019 \text{ m}^2;$$

$$d_1 = 49,2 \text{ mm}.$$



3.87. ábra. A Pelton-turbina járókereke

A Pelton-turbina járókerekének elrendezését a 3.87. ábra szemlélteti. A kerék kerületére rögzített Pelton-kanalak méretei a 3.86. ábrán vázolt vezetősatornából kilépő szabad sugár átmérőjéhez igazodnak. Nagyobb vízmennyiség esetében két (ritkábban négy) vékonyabb sugárral dolgozik oly módon, hogy a nyomócsőből egynél több vezetősatorna ágazik ki. Az r sugarú kerékre vezetett szabad sugarak ilyenkor egymással kb. 90° -os szöget zárnak be.

3.39. példa. A 3.38. példában tárgyalt, $H_0 = 120$ m esésű erőmű *Pelton*-turbina lapátját egy $d_0 = 66$ mm átmérőjű és $v_0 = 46,73$ m/s sebességű vízszugár éri. A szabad sugárban kiömlő víz térfogatárama teljes nyitás esetén $q_V = 0,16$ m³/s.

Az üzemi kerületi sebesség

$$u_1 = \frac{v_0}{2} = \frac{46,73 \text{ m/s}}{2} = 23,36 \text{ m/s.}$$

Ha az előírt fordulatszám $n_1 = 8,3$ s⁻¹, akkor a járókerék sugara

$$r = \frac{u_1}{2\pi n} = \frac{23,36 \text{ m/s}}{2 \cdot 3,14 \cdot 8,33 \text{ s}^{-1}} = 0,446 \text{ m.}$$

Az üzemi lapáterő a (3.48) egyenlet szerint $\psi \cos \beta_2 = 0,94$ értékkel:

$$F = q_V \rho (1 + \psi_2 \cos \beta_2) u_1 = 0,16 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 1,94 \cdot 23,36 \text{ m/s} = 7251 \text{ N.}$$

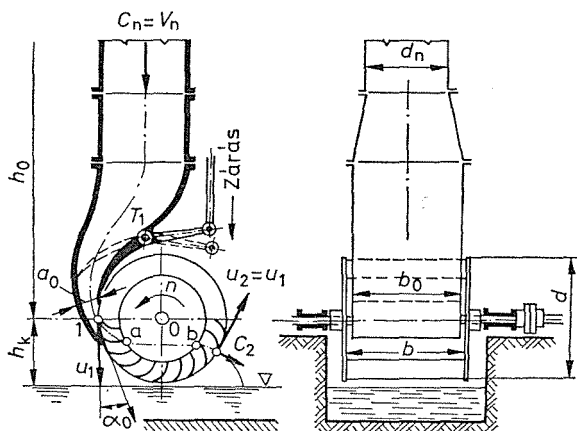
(A nyugalomban levő kereket kétszer akkora, azaz $F_0 = 14\,502$ N lapáterő terheli.)

A turbina mechanikai hatásfokát $\eta_m = 0,9$ -re becsülve a teljes nyitással hasznosítható teljesítmény

$$P = F u_1 \eta_m = 7251 \text{ N} \cdot 23,36 \text{ m/s} \cdot 0,9 = 152\,440 \text{ W} = 152,44 \text{ kW.}$$

3.2.28. A Bánki-turbina

Az előző pontban megismertedtünk a turbinák egyik fajtájával, a *Pelton*-turbina működésével. Ezt a turbinafajtát *szabadsugár-turbinának* nevezzük, mert a vezetőcsatornából kilépő vízszugár munkaképességét teljes egészében sebességi energia alakjában viszi a járókerékre. A szabad sugár kialakulásának feltétele, hogy a járókerék csatornáiban túlnyomás ne keletkezzen. Ez csak akkor lehetséges, ha a vízszugár nem tölti ki a járókerék csatornáit, és ennél fogva a vezetőcsatorna szájnyílása is légköri nyomású környezetbe torkollik.

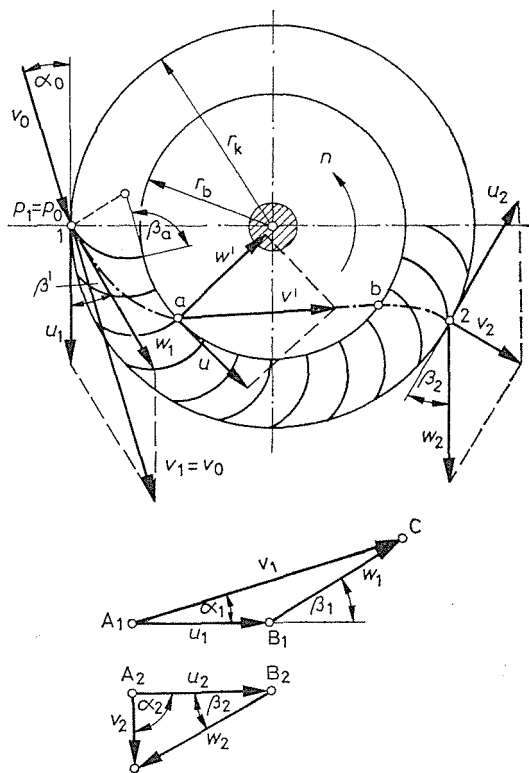


3.88. ábra. A Bánki-turbina

Működés tekintetében a szabadsugár-turbinák csoportjába tartozik a **Bánki-turbina** is (3.88. és 3.89. ábra), amelynek a lapátozása olyan, hogy a vízszugár a járókerék csatornáit éppen kitölti (réstúlnyomás nélkül). A *Bánki*-turbina tehát a határesetet jellemzi, ezért *határturbinának* is nevezik.

A *Bánki*-turbina elvi felépítését a 3.88. ábra szemlélteti. A körszelvényű nyomócsőhöz csatlakozó vezetőcsatorna keresztmetszete derékszögű négyszög, amelynek állandó b_0 szélessége a járókerék b szélességénél valamivel kisebb, hogy a víz $A_0 = a_0 b_0$ szelvényű lapos sugár alakjában akadálytalanul juthasson a kerékbe. A vezetőcsatorna hengeres oldalfalai logaritmikus spirálalakban görbülnek oly módon, hogy az a_0 vastagságú szabad sugár α_0 kilépési szöge mindenütt ugyanakkora maradhasson. A folyadékmennyiség a T tengely körül elforgatható (sarkantyú szelvényű) oldallap állításával szabályozható, amely a vezetőcsatornából kilépő vízszög vastagságát csökkenti, sőt a kiömlőnyílást teljesen el is zárhatja.

A *Bánki*-turbina sebességi háromszögeit a 3.89. ábra szemlélteti. A lapátok megfelelő átmérőjű kivágott *körhengerfelületek*, amelyek két végükön a tengelyre ékelt tárcsákba vannak beöntve. A vízszög — mint azt az ábra is mutatja — kétszer



3.89. ábra. A *Bánki*-turbina járókereke és sebességháromszögei

ömlik át a járókeréken. Az első és a második átlépés között a víz ismét szabad sugár alakjában hidalja át a kerék belsejét. Az ábrákba berajzolt eredményvonal a vízszög abszolút pályáját jelöli ki, amelynek alakja a relatív vízutat kijelölő lapátgörbétől azért tér el, mert átömlés közben a kerék is elfordul.

A *Bánki*-turbina járókerékének szélessége szilárdsági okokból nem lehet nagyobb a külső átmérő kétszeresénél. Az ábra jelölésével a kerék szélessége $b = (0,5 \dots 2) d_k$, ahol a d_k kerék külső átmérője, amely a belső palástátmérő másfélszerese ($d_b/d_k = 2/3$).

Nagyobb víznyelés biztosítása érdekében a vezetőcsatorna kifolyónyílása *Bánki* eredeti elgondolásától eltérően ($a_0 = 0,1 d_k$) a külső átmérő 30%-ára bővíthető, vagyis a belépősugár vastag-

sága $a_0 = 0,1 \dots 0,3d_k$. Szokásos az ikerelrendezés is két (vagy több) közös tengelyre ékelt járókerékkel [3.8].

3.40. példa. $H_0 = 12,5$ m esésre és $q_V = 0,09$ m³/s víznyelésre szerkesztett *Bánki*-turbina $d_n = 255$ mm átmérőjű nyomócsövében az áramlási veszteség $h'_n = 0,5$ m-re becsülhető. A hasznosítható esés tehát $H = H_0 - h'_n = 12,5$ m - 0,5 m = 12 m.

A *vezetőcsatornából kilépő* szabad sugár sebessége $\varphi = 0,95$ sebességi tényezővel

$$v_0 = \varphi \sqrt{2gH} = 0,95 \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 12 \text{ m}} = 14,6 \text{ m/s}.$$

Iránytörés nélkül a járókerékbe belépő vízszög abszolút sebessége $v_1 = v_0 = 14,6$ m/s, belépőszöge pedig $\alpha_1 = \alpha_0 = 16^\circ$.

A 3.88. ábra szerint ezekkel az adatokkal megszerkesztett belépősebesség-háromszögből lemérhető a *relatív sebesség* és a *kerületi sebesség* is. Az adott esetben

$$w_1 = 8,1 \text{ m/s} \quad \text{és} \quad u_1 = 7 \text{ m/s}.$$

A *kilépősebesség-háromszög* ($u_2 = u_1$, $w_2 \approx w_1$, $\beta_2 = 30^\circ$ adatokkal) a *kilépősebesség* megszerkesztésére vezet, amelynek lement értéke

$$v_2 = 4,0 \text{ m/s}.$$

A *kerékhatásfok* ezzel a járókerékbe belépő és a kereket elhagyó folyadék munkavégző képességének különbségeként értelmezett hasznos és a bevezetett (a kerékre érkező) folyadék munkavégző képességének hányadosaként számítható, azaz

$$\eta_k = \frac{v_1^2 - v_2^2}{v_1^2} = 1 - \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = 1 - \left(\frac{4}{14,6}\right)^2 = 0,925, \quad \text{azaz} \quad 92,5 \ \%.$$

A *Bánki*-turbina *fő méretei* $b = d_k$, $b_0 = 0,9b$ és $a_0 = 0,2d_k$ méretarányok megválasztásával abból a q_V térfogatáramból számíthatók, amelynek a vezetőcsatorna kifolyónyílásán át kell férnie. Írható:

$$A_0 = \frac{q_V}{v_0} = \frac{0,09 \text{ m}^3/\text{s}}{14,6 \text{ m/s}} = 0,0062 \text{ m}^2 = 62 \text{ cm}^2.$$

E méretarányokkal felírt $A_0 = a_0 b_0 = 0,2 \cdot 0,9 \cdot d_k^2$ összefüggésből a *kerékátmérő*

$$d_k = \sqrt{\frac{A_0}{0,18}} = \sqrt{\frac{0,0062 \text{ m}^2}{0,18}} = 0,185 \text{ m}.$$

A kerék szélessége $b = d_k = 185$ mm; a kifolyónyílás méretei pedig $b_0 = 0,9d_k = 167$ mm és $a_0 = 0,2d_k = 37$ mm.

A *kerék fordulatszáma*

$$n = \frac{u_1}{d_k \pi} = \frac{7 \text{ m/s}}{0,185 \text{ m} \cdot 3,14} = 12,1 \text{ s}^{-1}.$$

Ha a turbina hatásfokát (a nyomócső veszteségeinek beszámításával) $\eta = 75 \%$ -ra becsüljük, akkor a *teljesítmény*

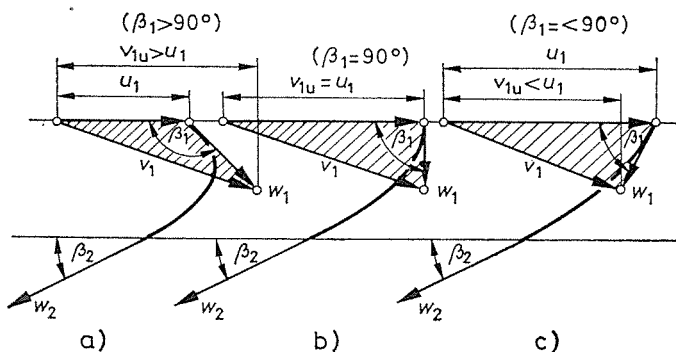
$$\begin{aligned} P &= q_V \rho g H \eta = 0,09 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 12,5 \text{ m} \cdot 0,75 = \\ &= 8277 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} = 8277 \text{ W} = 8,28 \text{ kW}. \end{aligned}$$

3.2.29. A Francis-turbina

A turbina két lényeges részéhez, a centripetális átömlésű *vezetőkerék*hez és a *járókerék*hez mint harmadikat, a *szívócsövet* is az örvénygép szerves tartozékai közé soroljuk, mert ennél a turbinafajtánál az energiaátalakulás a járókerékből kilépő folyadékban még nem fejeződött be.

A **Francis-turbinában** végbemenő energiaátalakulás három lépése a következő módon fogalmazható meg:

1. Az aknából vagy a nyomócsőből a vezetőkeréken átömlő folyadék esésének egy része *lendületté* alakul át, éspedig oly módon, hogy a vezetőlapátokat elhagyó folyadék *perdületet* nyer.
2. Ez a perdület a járókerék lapátsatornáiban lecsökken, miközben a járókerék tengelyén *mechanikai munkát* nyerünk.
3. A járókeréket perdületmentesen elhagyó folyadékoszlop a kilépősebessé négyzetével arányos részt visz magával, amelynek egy részét a diffúzor alakú *szívócsőben visszanyerjük*, és ezzel a kilépési veszteséget csökkentjük.



3.90. ábra. A Francis-turbina járókerékének lapátszögei

a) lassú járású kerék; b) normál járású kerék; c) gyors járású kerék

A réstúlnyomásos vagy más néven reakciós örvénygép működésének szemléletes fogalmazása a járókerék kiegyenesített korszorúját mutató 3.90. ábra kapcsán a következő hármass csoportosításhoz vezet:

1. **Lassú járású** járókeréknek minősíthető a kerék akkor, ha belépőpalástjának kerületi sebessége kisebb, mint az abszolút sebességnek a kerületi sebesség irányába eső összetevője, azaz $v_{1u} > u_1$.
A 3.98. ábra szerint a belépő lapátszög *tompaszög*: $\beta_1 > 90^\circ$, a lassú járású járókerék jellemzője tehát a *visszagörbített lapátózás*.
2. **Normál járású** járókerék esetében $\beta_1 = 90^\circ$, és ekkor a kerék kerületi sebessége megegyezik az abszolút sebességnek a kerületi sebesség irányába eső vetületével, azaz $u_1 = v_{1u}$.
3. **Gyors járású** járókeréknél $\beta_1 < 90^\circ$, és ekkor a kerületi sebesség nagyobb mint az abszolút sebesség kerületi sebesség irányába eső vetülete, azaz $u_1 > v_{1u}$.

A gyors járás mértékének kifejezésére a turbináknál a gyakorlatban a 3.2.9. pontban ismertetett n_s jellemző fordulatszámot használják. Ezek szerint a *Francis*-turbina

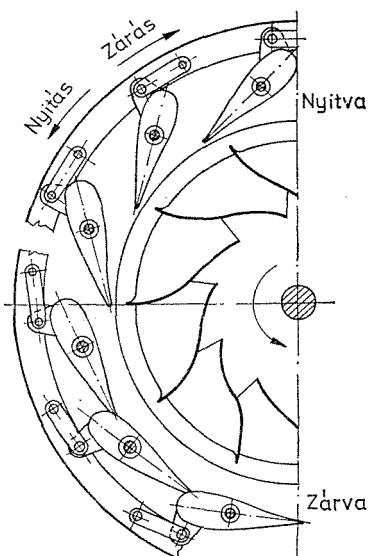
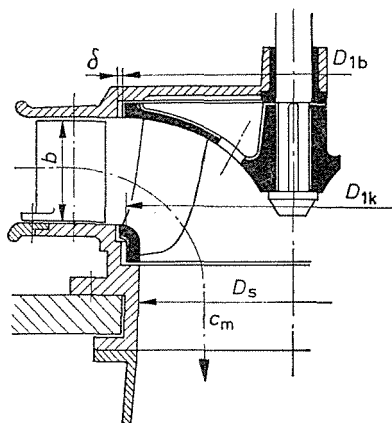
lassú járású, ha $n_s = 50 \dots 100$;

normál járású, ha $n_s = 100 \dots 200$;

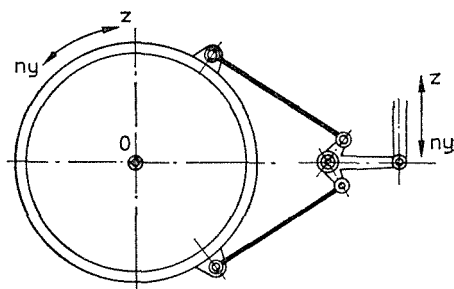
gyors járású, ha $n_s = 200 \dots 300$.

A **vezetőkerék** szárnyprofilhoz hasonló lapátjait a mindenkori üzemállapothoz igazodóan állíthatóra készítik. A 3.91. ábrán a *Fink*-féle vezetőlapát-koszorú látható.

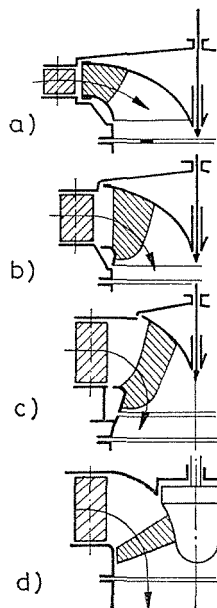
Az ábra szerint a vezetőkoszorú lapátjai saját tengelyük körül oly módon fordíthatók el, hogy teljes nyitás és teljes zárás között minden közbenső helyzetben is rögzíthetők. Zárt helyzetben a lapátvégek a szomszédos lapát vállához simulnak, ami



3.91. ábra. A *Francis*-turbina *Fink*-féle vezetőlapát-koszorúja és járókereke



3.92. ábra. A *Fink*-féle gyűrű a vezetőlapátok elállítására



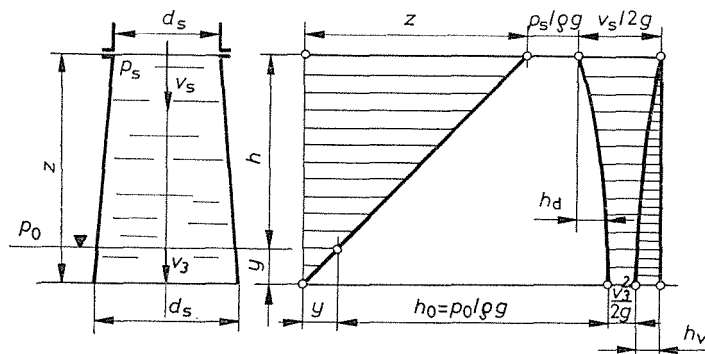
3.93. ábra. A *Francis*-turbina változatai

a víznyelést ugyan teljesen nem szünteti meg, hanem csak annyira csökkenti, hogy a járókerék el ne indulhasson. A tökéletes zárást biztosító tolózárat ez a szerkezet nem teszi feleslegessé.

A lapátok a 3.92. ábrán vázolt *Fink*-gyűrű elforgatásával az egész koszorú mentén egyszerre állíthatók, éspedig vagy kézi erővel, vagy a turbina szabályozójának segédmotorjával.

A járókerék. A szokásos elrendezéseket a 3.93. ábra szemlélteti, amelynek gyors járású változatai (3.93. ábra) már átmenetet alkotnak az ún. propellerturbinákhoz. A járókerék lapátszáma ezeknél már oly kicsiny ($z = 3-6$), hogy a sűrűn lapatozott fajták méretezési elve (az áramvonalak megrajzolására alapított módszer) már nem alkalmazható, hanem az aerodinamikai szárnyelmélet alapján kell a lapatozást megszerkeszteni.

A szívócső legegyszerűbb alakját a 3.94. ábra szemlélteti.



3.94. ábra. Energiaátalakulások a *Francis*-turbina szívócsövében

A bővülő csőtoldat (diffúzor) belsejében végbemenő energiaátalakulással már a 3.1.11. pontban foglalkoztunk. A veszteségek csökkentése érdekében a cső kúposága ne legyen nagyobb, mint $\delta = 10^\circ$. Ez a feltétel megszabja a szívócső hosszúságát is, ha a keresztmetszet bővülését előírjuk.

Függőleges elrendezésű szívócső hosszúságát az *ürképződés* (kavitáció) veszélye is korlátozza. A 3.94. ábra jelöléseivel a h_s szívómagasság megengedett felső határát az szabja meg, hogy a járókerék kilépőélén a p_s nyomás pozitív maradjon.

E p_s nyomás kiszámításakor a h_s statikus szívómagasságon felül az ún. dinamikus szívómagasságot is figyelembe kell venni, amely a diffúzor szívó hatásának a jellemzője.

A diffúzor ugyanis a v_s sebességet v_3 -ra csökkenti, és eközben a nyomás — a h_s diffúzorvesztés híján — megnő. Az energiaátalakulást szemléletesen mutatja a 3.94. ábra, amelynek jelöléseivel a h_d dinamikus szívómagasság (vagyis a hasznosítható nyomómagasság-különbség) így számítható:

$$h_d = \frac{v_s^2}{2g} - \frac{v_3^2}{2g} - h_v = \eta_s \frac{v_s^2}{2g} \text{ m,}$$

ahol η_s a szívócső hatásfoka. (A szívócsövet elhagyó víz mozgási energiáját a turbina szempontjából a veszteségek közé kell számítani, ezért a szívócső hatásfoka mindig kisebb a diffúzor hatásfokánál. Perdületmentes kilépés esetén a felső határérték $\eta_s = 75 \dots 80 \%$.)

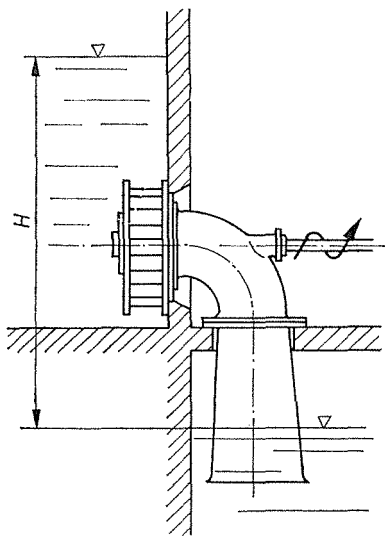
Vízszintes tengelyű *Francis*-turbina szívócsöve ívdarabbal csatlakozik a forgástérhez (3.95. ábra). Kis esésű (gyors járású) örvénygép szívócsövét *Kaplan* javaslatára

könyök alakúra készítik. A könyök vízszintes szakasza bővülő lapos szelvényvel a víztükör alatt torkollik az alsó csatornába.

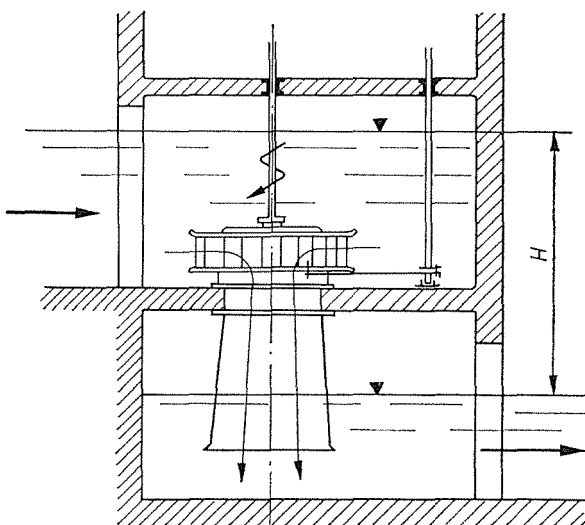
A *Francis-turbina* elrendezése kisebb eséseknél *nyitott*.

Az aknába helyezett nyitott *Francis-turbina* rendszerint *függőleges* tengelyű (3.96. ábra), de szokásos a *vízszintes* tengelyű elrendezés is (3.95. ábra). Ez utóbbi esetben két turbina közös tengelyre ékelt járókerekekkel *ikerelrendezésben* is készülhet.

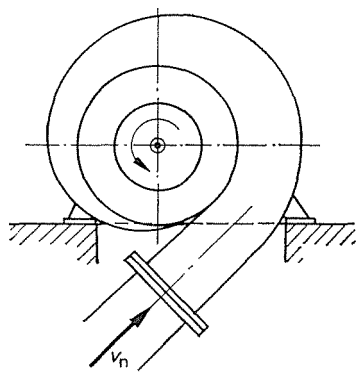
Nagyobb eséseknél a csigaház alakú nyomóteret használják (3.97. ábra).



3.95. ábra. Vízszintes tengelyű, aknás *Francis-turbina*



3.96. ábra. Aknás (kis esésű) *Francis-turbina*



3.97. ábra. Csigaház (nagy esésű) *Francis-turbina*

3.41. példa. Egy $H = 30$ m esésű *Francis-turbina* víznyelése $q_V = 1$ m³/s. A szívócső D_s átmérőjét abból a feltételből számíthatjuk ki, hogy a járókerék kilépési vesztesége ne legyen nagyobb az esés $v_s = 10$ %-nál.

A szívócső belépőszelvényében megengedhető v_s sebesség

$$v_s = \sqrt{2g v_s H} = \sqrt{19,62 \cdot \text{m/s}^2 \cdot 0,1 \cdot 30 \text{ m}} = 7,67 \text{ m/s.}$$

A szívócső belépőszelvénye tehát

$$A_s = \frac{q_V}{v_s} = \frac{1 \text{ m}^3/\text{s}}{7,67 \text{ m/s}} = 0,13 \text{ m}^2, \quad \text{azaz} \quad D_s = 0,41 \text{ m}.$$

A kilépőszelvényt annyira bővítjük, hogy a víz $v_3 = 2 \text{ m/s}$ sebességgel hagyja el a szívócsövet. Írható:

$$A_3 = \frac{q_V}{v_3} = \frac{1 \text{ m}^3/\text{s}}{2 \text{ m/s}} = 0,5 \text{ m}^2, \quad \text{azaz} \quad D_3 \approx 0,8 \text{ m}.$$

A $\delta = 8^\circ = 0,14 \text{ rad}$ kúposágú szívócső hosszát – $\delta = 2 \operatorname{tg}\beta/2$ közelítéssel – a következő összefüggés adja:

$$l \approx \frac{D_3 - D_s}{\delta} = \frac{0,8 \text{ m} - 0,41 \text{ m}}{0,14} = 2,78 \text{ m}.$$

Ha feltételezzük, hogy a járókerék kilépőpalástja körülbelül ugyanakkora magasságban van az alsó vízszint fölött, mint a vízszint alá merített függőleges szívócső hosszúsága, akkor a statikus szívómagasság

$$h_s = l \approx 2,8 \text{ m}.$$

A h_d dinamikus szívómagasság pedig $\zeta_{ds} = 0,15$ veszteségtényezővel

$$h_d = (1 - \zeta_{ds}) \frac{v_s^2}{2g} - \frac{v_3^2}{2g} = \frac{0,85 (7,67 \text{ m/s})^2 - (2 \text{ m/s})^2}{19,62 \text{ m/s}^2} = 2,34 \text{ m}.$$

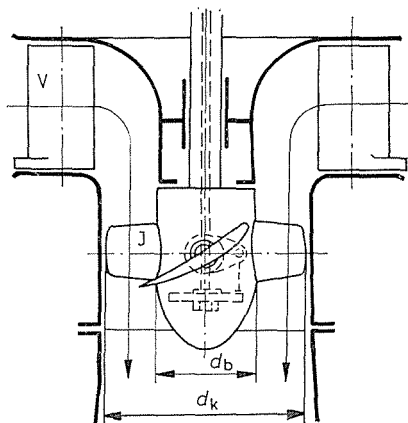
A járókerék kilépőélein a nyomómagasság ($h_0 = 10 \text{ m}$ légköri nyomómagasság figyelembevételével)

$$\frac{P_s}{\rho g} = h_0 - h_s - h_d = 10 \text{ m} - 2,8 \text{ m} - 2,34 \text{ m} = 4,86 \text{ m}.$$

Meg kell jegyezni, hogy a lapátherelés a lapát szívott oldalán jelentős nyomásesést okoz, ezt az úrképződés szempontjából szintén számításba kell venni.

3.2.30. A Kaplan-turbina

A 3.98. ábra a *propellerturbinák* legtökéletesebb alakját, az *állítható szárnylapátú Kaplan-turbinát* szemlélteti. Az állítószervezetet a csőtengelyen keresztül a



3.98. ábra. *Kaplan-turbina* elállítható szárnylapátokkal

kerék agyába vezetett rúd mozgatja, amelynek tányérjához csuklósan illeszkedő rudak valamennyi szárnylapát *állásszögét egyszerre* állítják meredekebbre vagy laposabbra.

Az elállítás célja, hogy a víz minden terhelésnél **perdületmentesen** lépjen ki a járókerékből.

Változó vízmennyiségnél a kilépés perdületmentessége a lapátszög változtatásával biztosítható, amivel a kilépési veszteségek is csökkenthetők.

A *Kaplan*-turbina lapátállító szerkezete kapcsolatba hozható a vezetőkerék nyitását önműködően beállító szabályozóval.

A jól összehangolt kettősszabályozás eredménye az a kis terhelésnél is jó hatásfok, amely a *Kaplan*-turbinát — bonyolultabb szerkezete ellenére is — a gyors járású változatok élére helyezi.

3.3. A LEVEGŐ MINT ENERGIAHORDOZÓ

3.3.1. A szélérőgépek

A levegő munkaképességét hasznosítják a **szélérőgépek**. Mint természeti erő, a szél — időszakossága és változó ereje miatt — csak mint kiegészítő energiaforrás jött eddig számításba. Az utóbbi időben mutatkozó energiahány vezetett arra, hogy egyre nagyobb számban alkalmaznak — ma már nemcsak kísérleti célból épített — több száz kW-ra tehető teljesítményű szélturbinákat.

A **szélturbina** szokásos kiviteli alakja a szél irányába merőlegesen állított, axiális átömlésű turbinakerék, amelynek vízszintes tengelyét nagy magasságban toronyszerkezet csúcsán csapágyazzák. A csapágyazott turbinakerék függőleges tengely körül elfordulni képes azért, hogy a mindenkori uralkodó szélirányra a turbinakerék merőlegesen tudjon beállni automatikusan, vagy kézi erővel lehessen beállítani.

Az üzem gazdaságosságát nagyon lerontják a nagy beruházási költségek. A szerkezetet ugyanis a legnagyobb szélere kell méretezni, ezzel szemben a turbina teljesítménye nagy méretei ellenére is viszonylag kicsiny, az évi üzemórák száma pedig a széljárás szeszélyessége miatt nagyon korlátozott.

Az utóbbi időben kibontakozott aerodinamikai kutatások eredményei új utakat jelölnek ki e turbinák fejlődésének.

A szélturbina **teljesítményét közelítőleg** egy olyan névleges levegőmennyiségből számoljuk ki, amelyet a *kerék átmérőjéhez tartozó átáramlási keresztmetszet* és a *szélsebesség* határoz meg. Az axiális átömlésű kerék teljesítménye a levegőmennyiség mozgási energiájával arányos. A keréken átömlő levegőmennyiség kiszámításában elkövetett hibát a hatásfok számértékében igazítjuk.

A d átmérőjű kerékhez tartozó átáramlási keresztmetszet $A = \pi d^2/4$. A keréken v sebességgel átömlő levegő *térfogatárama* tehát

$$q_v = Av \text{ m}^3/\text{s}.$$

A kerékre érkező levegő *teljesítménye* ezek után

$$P = q_m \frac{v^2}{2} = q_v \rho_1 \frac{v^2}{2} = A \rho_1 \frac{v^3}{2} \text{ W}.$$

A turbina hasznos teljesítménye eszerint a levegősebesség harmadik hatványával arányos.

3.42. példa. Egy $d = 8$ m átmérőjű szélturbina felülete $A = 50,26$ m², $\eta = 70\%$ -os hatásfok, valamint $\rho_1 = 1,2$ kg/m³ levegősűrűség alapulvételével $v = 8$ m/s szélsősebesség esetén a turbina

$$P = A \rho_1 \frac{v^3}{2} \eta = 50,26 \text{ m}^2 \cdot 1,2 \text{ kg/m}^3 \cdot \frac{(8 \text{ m/s})^3}{2} \cdot 0,7 = 10\,808 \text{ W} = 10,8 \text{ kW}$$

teljesítmény leadására képes.

3.3.2. A gázt szállító gépek csoportosítása

E gépek levegőt vagy más légnemű közegget (gázt) kisebb nyomású térből nagyobb nyomású térbe szállítanak a gép hajtásához szükséges mechanikai munka árán.

A gázt szállító gépek csoportosíthatók a szívócsonkbeli p_{sz} , valamint a nyomócsonkbeli p_v végnyomás hányadosainak alapján. A p_v/p_{sz} nyomásviszony nagysága szerint

- ha $\varepsilon = p_v/p_{sz} = 1 \dots 1,1$, ventillátorról (szellőzőről),
- ha $\varepsilon = p_v/p_{sz} = 1,1 \dots 3$, fűvóról,
- ha $\varepsilon = p_v/p_{sz} > 3$, kompresszorról (légsűrítőről)

beszélünk.

A **ventillátor** ezek szerint a szállított közeg csak elhanyagolható mértékben nyomja össze. Ez azt jelenti, hogy ha $p_{sz} = 1$ bar = 100 kPa nyomás uralkodik a szívócsonkban, akkor a közeg maximálisan $p = p_v - p_{sz} = 10$ kPa össznyomásnövekedést kap. E határig a *térfogatváltozást* a ventillátor méretezésekor *nem veszik figyelembe*, eltekintenek továbbá a gáz felmelegedésétől is.

A **fűvó** esetében a nyomásnövekedés már olyan számottevő, hogy a fűvót az *állapotváltozás figyelembevételével* kell méretezni. Ezeknél – legtöbb esetben – a keletkezett hőmennyiség nagy részét el lehet vezetni a kellő felületű hűtőbordázattal, ezeknél a legtöbb esetben tehát nincs külön hűtő.

A **kompresszor** esetében a gépet az *állapotváltozás figyelembevételével* méretezik, továbbá a keletkezett hőmennyiséget külön hűtőben vezetik el.

3.3.3. A ventillátor

Mint mondtuk, a **ventillátor** által előállított nyomásnövekedés olyan kicsiny, hogy a ventillátort úgy méretezik, mintha a közeg összenyomhatatlan lenne. Ezért a 3.2. alfejezetben elmondottak a ventillátor esetében is változtatás nélkül használhatók.

Itt csak arra a különbségre hívjuk fel a figyelmet, hogy a ventillátoroknál a szállítómagasság helyett nyomásnövekedéssel – azaz térfogategységre jutó entalpia-növekedéssel – szoktak számolni. Ezek szerint az **össznyomás-növekedés**

$$\Delta p_0 = \rho g H = \left(\frac{\rho}{2} v_2^2 + p_2 \right) - \left(\frac{\rho}{2} v_1^2 + p_1 \right) = p_{20} - p_{10} \quad \text{J/m}^3 = \text{Pa}. \quad (3.149)$$

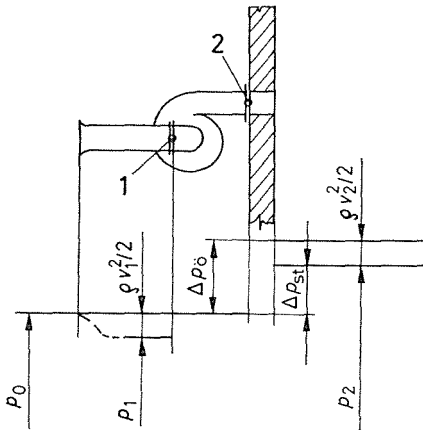
A (3.149) összefüggésben nem szerepel a közeg *helyzeti energiájának megváltozása*, mert gázokról (légnemű közegekről) lévén szó, elhanyagolható.

Az össznyomás-növekedés mellett fontos jellemző mennyiség a **statikus nyomás-növekedés**. A ventillátor nyomócsonkján kilépő levegő mozgási energiája legtöbb

esetben hasznosítás nélkül elvész. A statikus nyomásnövekedést úgy kapjuk, hogy az össznyomás-növekedésből a veszendőbe menő részt levonjuk. Tehát

$$\Delta p_{st} = \Delta p_{\delta} - \frac{\rho}{2} v_2^2 = p_2 - \left(\frac{\rho}{2} v_1^2 + p_1 \right) \text{ Pa.} \quad (3.150)$$

Ezt a nyomáskülönbséget tartja fenn a ventilátor két helyiség között, ha az egyikből szívott levegőt a másikba v_2 sebességgel fújja be, és a levegő sebessége mindkét helyiségben v_1 és v_2 -höz képest elhanyagolható. Szemléletessé teszi a viszonyokat a 3.99. ábra.



3.99. ábra. Az össz- és statikus nyomásnövekedés

A ventilátor hasznos teljesítménye

$$P_h = q_v \Delta p_{\delta} \text{ W.} \quad (3.151)$$

A ventilátor hajtásához szükséges teljesítmény a ventilátor η összhatásfokának figyelembevételével

$$P = \frac{P_h}{\eta} = \frac{q_v \Delta p_{\delta}}{\eta} \text{ W.} \quad (3.152)$$

3.3.4. A Roots-fűvő

A **Roots-fűvő**nak, mint az a 3.100. ábrán is látható, két „piskóta” alakú ún. forgódugattyúja van.

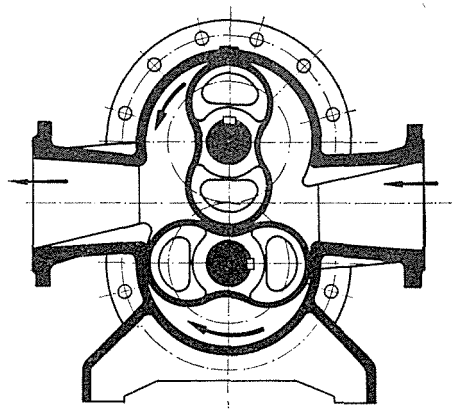
Ezek a forgódugattyúk egymással és az álló házzal nem érintkeznek, köztük a szerkezettől függő nagyságú rés van. A két forgódugattyú együtt forgásáról fogaskerékpár gondoskodik. A ház a forgódugattyúk tengelyére merőleges síkfalakkal határolt.

A forgódugattyú profilképzése sokféle lehet. Gyakori az evolvens- és a körív-darabokból összetett görbe.

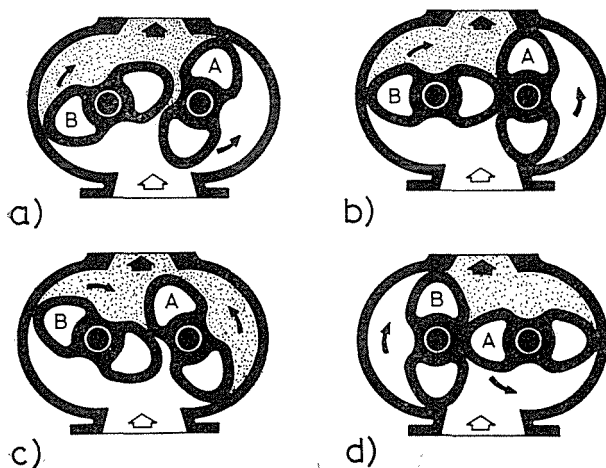
A **Roots-fűvő** működése nyomon követhető a 3.101. ábrán. A **Roots-fűvő** működésének sajátossága, hogy **a munkatérben nincs térfogatváltozás**. A beszívott gáz

a fúvó kompresszió nélkül szállítja át a szívócsonttól a nyomócsontig. A gázt a nyomócsontból visszaáramló összesűrített ΔV térfogatú gáz sűríti.

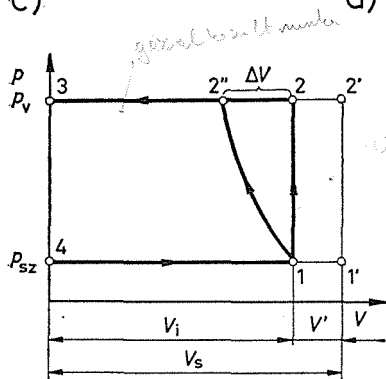
A 3.102. ábrán látható indikátordiagramot nyomon követve a fúvó V_s térfogatú, p_{sz} nyomású gázt szív be a munkatérbe. Ebből V' térfogatú gáz a réseken állandóan visszaáramlik. Amikor a munkatér a nyomócsonttal kerül összeköttetésbe, a nyomó-



3.100. ábra. A Roots-fúvó



3.101. ábra. Vázlat a Roots-fúvó működéséhez



3.102. ábra. A Roots-fúvó indikátordiagramja

vezetékéből visszaáramlás indul el. A visszaáramlott ΔV térfogatú közeg a munkatérben levő gázt p_v nyomásra sűríti össze. Ily módon a munkatérben a nyomás állandó V_i térfogat mellett p_{sz} -ről p_v -re nő (1–2 vonalszakasz). A 2–3 vonalszakasz mentén a fúvó állandó nyomáson kitolja a közeget. Az 1–2'' vonalszakasz az V_i térfogatú gáz sűrítési vonala. Az a munka, amelyet a forgódugattyúk közölnek, a V_i térfogatú munkatérben levő – a visszaáramlott ΔV térfogat sűrítése következtében p_v -re nőtt nyomású – gázzal, az 1–2–3–4–1 területtel arányos, minthogy a dugattyúnak nemcsak a V_i térfogatú levegőt kell a munkatérből kitolnia, hanem azt a ΔV térfogatút is, amely a nyomócsőből visszaáramlott.

Az összesűrített p_v nyomású gázból a rések miatt V' térfogatú gáz állandóan visszaáramlik a szívóoldalra, így az emiatt keletkezett veszteség az 1–1'–2'–2–1 területtel arányos.

Ha a forgódugattyúk átmérője D , szélességük b , keresztmetszetük A , fordulatszámuk n , akkor a szállított térfogatáram

$$q_{vi} = 2 \left(\frac{\pi D^2}{4} - A \right) bn \text{ m}^3/\text{s}. \quad (3.153)$$

A ψ tényező bevezetésével

$$\psi \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi D^2}{4} - A$$

az összefüggés a következő módon írható:

$$q_{vi} = 2\psi \frac{\pi D^2}{4} bn \text{ m}^3/\text{s}. \quad (3.154)$$

A forgódugattyúk kiképzésétől függően $\psi = 0,48 \dots 0,52$. A λ szállítási fok bevezetésével az effektív gázszállítás

$$q_{ve} = \lambda q_{vi} = \lambda 2\psi \frac{\pi D^2}{4} bn \text{ m}^3/\text{s}. \quad (3.155)$$

A szállítási fok (l. a 3.3.5. pontban is) a következő módon írható:

$$\lambda = \lambda_v \lambda_T \eta_v, \quad (3.156)$$

ahol λ_v a mennyiségi fok; λ_T a melegedési tényező; η_v a fúvó volumetrikus hatásfoka. Tájékoztató érték: $\lambda = 0,5 \dots 0,75$.

A **hasznos teljesítmény** adiabatikus kompressziót alapul véve (eltekintve a *Roots*-fúvóka belépő és onnan távozó közeg mozgási, valamint helyzeti energiájának megváltoztatásától):

$$P_h = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_{sz} q_{ve} \left[\left(\frac{p_v}{p_{sz}} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right] W. \quad (3.157)$$

Az indikátordiagram alapján az *indikált* (belső) *teljesítmény*

$$P_i = (p_v - p_{sz}) q_{vi} W. \quad (3.158)$$

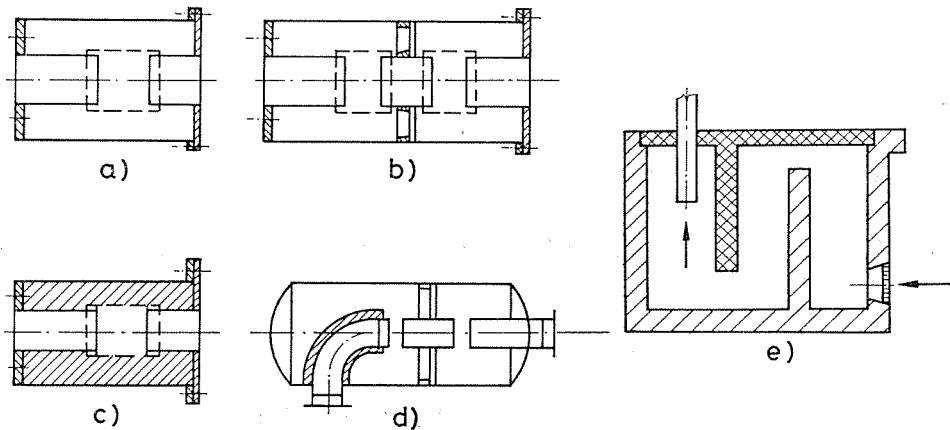
A *Roots*-fűvő mechanikai hatásfokának η_m -nek figyelembevételével a bevezetett teljesítmény

$$P = \frac{P_i}{\eta_m} \quad \text{W,}$$

ahol $\eta_m = 0,8 \dots 0,95$ a *Roots*-fűvő nagyságától függően.

A *Roots*-fűvő működéséből következően a munkatérben levő gázt a nyomócsonkból visszaáramló gáz sűríti. A visszaáramlás nagyon zajos, továbbá a hirtelen nyomásnövekedés következményeként *nyomáshullám* keletkezik, amely a gázban mind a nyomó-, mind a szívócsonk irányában továbbhalad. A forgórész minden körülfordulása során a munkatérben négyszer lép fel nyomás növekedés. A **zaj** csúcsértékét túlnyomórészt a gázban tovahaladó nyomáshullám okozza, emellett azonban a nyomásváltozásnak megfelelően *rezgésbe jött* ház, csővezetékek, tartályok és egyéb szerelvények is zajt keltenek. A csapágy és fogaskerekek zaja ezek mellett elhanyagolható.

A zaj csökkentése érdekében sokszor elegendő a nyomó- és szívóvezetékben tovahaladó nyomáshullámot csillapítani. A 3.103. ábrán különböző kiképzésű, expanziós elven működő **hangtompító** dobozok láthatók.



3.103. ábra. Hangtompító doboz

a) egykamrás; b) többkamrás; c) egykamrás hangelnyelővel; d) kétkamrás hangelnyelővel; e) szívás-zajcsökkentő kamra

3.3.5. A dugattyús kompresszor

A különféle elveken működő kompresszorok közül az igen gyakori dugattyús kompresszort ismertetjük. Vonalas vázlata a 3.104. ábrán látható.

A kompresszor *működése áramlástani* (3.1. alfejezet) és *hőtani* (4.1. alfejezet) ismeretek alapján megérthető.

A **w fajlagos kompresszormunka** vagy más néven *technikai munka* megegyezik a kompresszoron, azaz a nyitott rendszeren folyamatosan áthaladó közeg sűrítéséhez szükséges munkával. A kompresszor szívócsonkján a nyitott rendszerbe érkező gáz jellemzőit „sz” indexszel, a nyomócsonkban a nyitott rendszerből távozó gáz jellem-

zöit pedig „v” indexszel jelölve, továbbá q -val az állapotváltozás során a rendszer által a környezetnek átadott fajlagos hőt, az *egységnyi tömegű* közeg áthaladásakor stacioner esetben a folyamat energiamérlege

$$w = q + (u + pv)_v - (u + pv)_{sz} \quad \text{J/kg}, \quad (3.159)$$

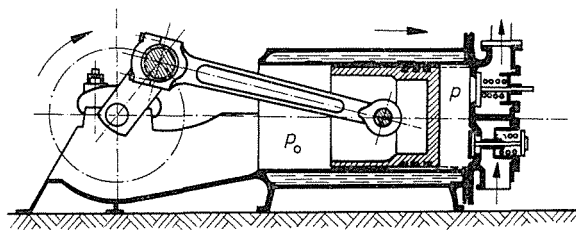
ahol w a nyitott rendszerbe befektetendő fajlagos kompresszormunka; u a gáz fajlagos belső energiája; $v = 1/\rho$ a fajlagos térfogat.

Az

$$i = u + pv \quad \text{J/kg} \quad (3.160)$$

entalpia bevezetésével a fajlagos munka

$$w = q + i_v - i_{sz} \quad \text{J/kg}. \quad (3.161)$$



3.104. ábra. Egyfokozatú dugattyús kompresszor

Az energiamérleg felírásakor hallgatólagosan feltételezzük, hogy a rendszerbe belépő és az onnan kilépő közeg *kinetikai energiája ugyanaz*, továbbá eltekintünk a be- és a kilépő közeg helyzeti energiájának megváltozásától.

A (3.161) egyenlet differenciális alakban felírva:

$$dw = dq + di. \quad (3.162)$$

Izotermikus állapotváltozás esetében $T = \text{konst.}$, azaz $di = 0$, és így

$$dw = dq, \quad (3.163)$$

azaz a fajlagos munka egyenlő a hűtés során elvezetendő hőmennyiséggel.

Izotermikus állapotváltozása során $(pv)_{sz} = (pv)_v$ egyenlőség felhasználásával az ideális gáz sűrítési munkája

$$w_{iz} = \int v dp = p_{sz} v_{sz} \ln p_v / p_{sz} \quad \text{J/kg}. \quad (3.164)$$

Izentropikus (adiabatikus és reverzibilis) állapotváltozáskor $dq = 0$, amikor sem hőbevezetés, sem pedig hőelvonás nincs. A $\kappa = c_p / c_v$ fajhőviszony, továbbá $v_{sz} / v_v = (p_v / p_{sz})^{1/\kappa}$ felhasználásával

$$w_{ad} = \int v dp = p_{sz}^{1/\kappa} v_{sz} \int \frac{dp}{p^{1/\kappa}};$$

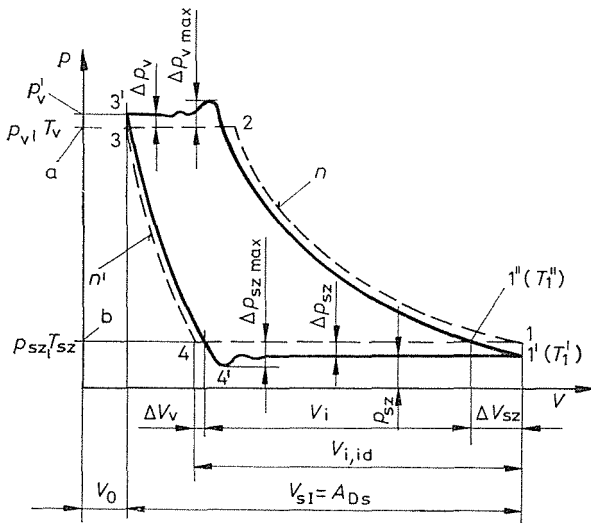
$$w_{ad} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_{sz} v_{sz} \left[\left(\frac{p_v}{p_{sz}} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right] \quad \text{J/kg}. \quad (3.165)$$

Politropikus állapotváltozás esetén n kitevővel

$$w_{\text{pol}} = \frac{n}{n-1} p_{\text{sz}} v_{\text{sz}} \left[\left(\frac{p_v}{p_{\text{sz}}} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \text{ J/kg.} \quad (3.166)$$

A 3.105. ábrába szaggatott vonallal bejelöltük a káros terű, **vesztégmentes** dugattyús kompresszor hengerében végbemenő nyomás- és térfogatváltozást.

A vesztégmentes kompresszornál eltekintünk a szívó- és nyomószelep, ill. a vezetékek áramlási ellenállásaitól, továbbá a szívó- és nyomóvezetékbe zárt gázoszlop gyorsításához szükséges nyomáskülönbségtől.



3.105. ábra. A dugattyús kompresszor ideális és tényleges indikátordiagramja

Az egyes szakaszok a következők: 4–1' szívás, 1'–2 kompresszió, 2–3 kitolás, 3–4' expanzió.

A tényleges munkafolyamat – ezt folytonos vonal jelöli a 3.105. ábrán – eltér az eszményitől. A 4' pontban a nyomás kisebb mint a szívócsőnban uralkodó p_{sz} nyomásérték. A 4–4' közötti $\Delta p_{\text{sz max}}$ nyomáskülönbség szükséges a szeleptányér tömegének felgyorsításához, továbbá a szívócső ellenállásának legyőzéséhez és a szívóvezetékbe zárt gázoszlop tömegének felgyorsításához. A 4'–1' szívási vonal a kezdeti csúcs után lassú járású kompresszornál az eszményivel közel párhuzamosan halad.

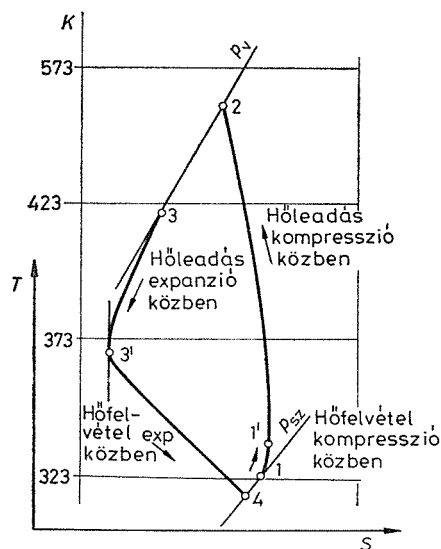
A nyomószelep nyitása után a nyomás $\Delta p_{v \text{ max}}$, ill. Δp_v értékkel nagyobb, mint az eszményi p_v nyomás. Ez a nyomástöbblet a nyomószeleppel és a nyomóvezetékkel kapcsolatos gyorsítási és egyéb veszteségeket fedezi.

A 3.105. ábrán az indikátordiagramból a munkafolyamat alatti hőközlés nem tűnik ki. A 3.106. ábrán bemutatott T – S diagramban ábrázolt munkafolyamatból viszont jól látható, hogy az 4–1' szívási periódus alatt a gáz felmelegszik azért, mert a meleg hengerfal hőt közöl a beáramló gázzal, továbbá azért, mert a beáramló gáz elkeveredik a kompresszióütem alatt felmelegedett, a káros térben maradt gázzal. Az 1'–2 kompresszió kezdeti szakaszán a felmelegedés tovább tart. Az 1'–2 kom-

resszió további szakaszán a kompresszió miatt felmelegedett gáz fűti a henger falát, azaz a gáz hőt ad le.

A hőleadás a 2–3 kitolási ütem alatt és után a 3–3' expanszióig tovább tart. Az expanszió 3'–4 szakaszában a felmelegedett hengerfal fűti a gázt, azaz a gáz hőt vesz fel a hengerfaltól.

A kompresszor q_{ve} **effektív gázszállításán** értjük a kompresszor nyomócsonkjában mért, az időegység alatt a nyomóvezetékbe ténylegesen bejutott gáz térfogatáramát, átszámítva az I. fokozat szívócsonkjában uralkodó nyomásra és hőmérsékletre.



3.106. ábra. A kompresszor munkafolyamata $T-S$ diagramon

Ha a nyomócsonkon a p_v , T_v állapotú gáz q_m tömegáramát *méréssel meghatároztuk*, akkor a q_{ve} effektív gázszállítás a következő módon határozható meg:

$$q_{ve} = \frac{q_m}{\rho_{sz}} \quad \text{m}^3/\text{s}.$$

A szívócsonkban a gáz sűrűsége (p_{sz} , T_{sz} , $p_0 = 1 \text{ bar} = 100 \text{ kPa}$, $T_0 = 273 \text{ K}$, valamint levegőre vonatkozóan $\rho_0 = 1,276 \text{ kg/m}^3$ adatokkal)

$$\rho_{sz} = \rho_0 \frac{p_{sz}}{p_0} \frac{T_0}{T_{sz}} \quad \text{kg/m}^3. \quad (3.167)$$

A *kompresszor méreteit* az effektív gázszállítás szabja meg.

Az effektív gázszállítás kisebb az eszményi $q_{vid} = V_{s1}n$ gázszállításnál, amely az I. fokozatú hengerek lökettérfogatából ($V_{s1} = A_{D1}S$) és az n fordulatszámából számítható. A kettő viszonya a **szállítási fok**

$$\lambda = \frac{q_{ve}}{q_{vid}} = \frac{q_{ve}}{V_{s1}n}. \quad (3.168)$$

A szállítási fok három tényező szorzatának tekinthető, éspedig

$$\lambda = \lambda_v \lambda_T \eta_v, \quad (3.156)$$

ahol λ_v az első fokozat mennyiségi foka; λ_T az első fokozat melegedési tényezője; $\eta_v = \eta_{vI}\eta_{vII}\eta_{vIII}\dots\eta_{vz}$ a (a többfokozatú) kompresszor volumetrikus hatásfoka.

A **mennyiségi fok** az első fokozat indikátordiagramjából lemérhető (l. a 3.105. ábrát) V_i *indikált térfogatnak* és a lökettérfogatnak a viszonya

$$\lambda_v = \frac{V_i}{V_{sI}} = \frac{V_{i,id} - \Delta V_v}{V_{sI}} - \frac{\Delta V_{sz}}{V_{sI}}. \quad (3.169)$$

A jobb oldal első tagja a káros térben levő gáz n kitevőjű politróp expanziójából, a második tag pedig az $I' - I''$ izotermikusnak feltételezett állapotváltozás figyelembevételével számolható.

$$\lambda_v = \frac{p'_{sz}}{p_{sz}} = \frac{V_0}{V_{sI}} \left[\left(\frac{p_v}{p_{sz}} \right)^{1/n} - \frac{p'_{sz}}{p_{sz}} \right]. \quad (3.170)$$

A **melegedési tényező** a szívási periódus során az I. fokozatban a felmelegedés miatt bekövetkező gáztömegcsökkenést veszi figyelembe. A tömegcsökkenés arányos az abszolút hőmérsékletek viszonyával. A melegedési tényező tehát

$$\lambda_T = \frac{T_{sz}}{T_1''}. \quad (3.171)$$

A **volumetrikus hatásfok** a résvesztéseket veszi figyelembe. Ha az összes veszteséget $\Sigma q'_{ve}$ -vel jelöljük, akkor

$$\eta_v = \frac{q_{ve}}{q_{ve} + \Sigma q'_{ve}}. \quad (3.172)$$

A 3.105. ábrán bejelölt V_i indikált szívótérfogathoz a (3.168) összefüggés a következő módon csatolható:

$$q_{ve} + \Sigma q'_{ve} = V_i n \frac{T_{sz}}{T_1''}. \quad (3.173)$$

A szállítási fok tehát [(3.156) összefüggés] a következő módon írható:

$$\lambda = \frac{q_{ve}}{V_{sI} n} = \frac{(q_{ve} + \Sigma q'_{ve}) \eta_v}{V_{sI} n} = \frac{V_i n T_{sz} / T_1''}{V_{sI} n} \eta_v = \frac{V_i}{V_{sI}} \frac{T_{sz}}{T_1''} \eta_v = \lambda_v \lambda_T \eta_v. \quad (3.174)$$

A kompresszor **hajtásához szükséges teljesítmény** az elméleti *belső teljesítményből* a 3.105. ábrán bemutatott veszteségmentes kompresszor indikátordiagramja alapján számítható.

A kompresszormunka az $1-2-3-4-1$ területtel arányos, amely az $1-2-a-b-1$ területtel arányos kompressziómunka és a $3-a-b-4-3$ területtel arányos *expanziómunka* különbségeként írható fel.

Az n kitevőjű *kompresszormunka*

$$W_k = p_{sz}(V_0 + V_{sI}) \frac{n}{n-1} \left[\left(\frac{p_v}{p_{sz}} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \text{ J.} \quad (3.175)$$

Az n' kitevőjű *expanziómunka*

$$W_e = p_{sz} V_4 \frac{n'}{n-1} \left[\left(\frac{p_v}{p_{sz}} \right)^{\frac{n'-1}{n'}} - 1 \right] \text{ J}; \quad (3.176)$$

$$V_4 = V_0 \left(\frac{p_v}{p_{sz}} \right)^{1/n'}$$

Ezek után az **elméleti belső teljesítmény** (a kompresszor fordulatszámát az összefüggésben kivételesen n_f -fel jelölve)

$$P_{eb} = (W_k - W_e) n_f j \text{ W.} \quad (3.177)$$

Kettős működésű kompresszornál (feltételezve, hogy a kétoldali dugattyúfelület azonos) $j = 2$.

A kettős működésű kompresszor **indikált teljesítménye** a p_i indikált középnyomás, valamint a dugattyú A homlokfelülete és az s löket figyelembevételével számolható, azaz

$$P_i = (A_1 p_{i1} + A_2 p_{i2}) s n \text{ W} \quad (3.178)$$

(az összefüggésben az 1 index a forgattyú, a 2 index pedig a fedéloldali értékeket jelöli).

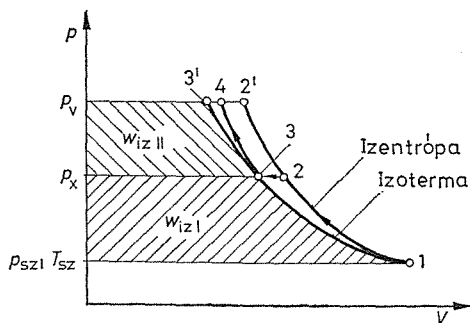
A kompresszor hajtásához szükséges **bevezetett teljesítmény** a mechanikai hatásfok η_m figyelembevételével a következő módon számolható:

$$P = \frac{P_i}{\eta_m} \text{ W.} \quad (3.179)$$

A **hajtómotor teljesítményét** ennél 10...15%-kal nagyobbra választjuk, azaz

$$P_{mot} = (1,1 \dots 1,15) P. \quad (3.180)$$

Ha a sűrítendő gázt *egy hengerben* sűrítjük össze nagy végnyomásnak megfelelő értékre, a gáz hőmérséklete — a hűtés ellenére is — olyan nagy lehet, ami a dugattyú kenését megnehezíti, továbbá a sűrítési munkatöbblet — amely legkisebb az izotermikus állapotváltozás esetében — szintén jelentékenyen megnő, romlik továbbá a mennyiségi fok, mivel a káróstérben rekedt nagyobb nyomású gáz expanzióvonala laposabb lesz. A 3.107. ábrán kétfokozatú, káróstér nélküli közbenső hűtővel ellátott kompresszor elméleti indikátordiagramját láthatjuk.



3.107. ábra. Kétfokozatú, káróstér nélküli veszteségmentes kompresszor indikátordiagramja

Egy fokozatban történő sűrítés esetén a kompresszióvonal $1-2-2'$. **Kétfokozatú** sűrítés esetén p_x közbenső nyomásnál a kompressziót megszakítjuk és állandó nyomáson a gázt a kezdeti T_{sz} hőmérsékletre *hűtjük* vissza. A visszahűtés V_2-V_3 térfogatcsökkenéssel jár együtt, a hűtés mértéke pedig abból tűnik ki, hogy a 3 pont az 1 -ből induló $1-3'$ izotermán ($13'$) fekszik. Ezután a gázt a következő hengerbe vezetve, a $3-4$ vonal mentén tovább sűrítve a kívánt p_v nyomásnak megfelelő értékűre sűrítjük össze.

A kétfokozatú sűrítés és közbenső visszahűtés esetén **megetakarított munka** a $2-3-4-2'-2$ területtel arányos.

Ha a sűrítést közbenső — ismeretlen nagyságú — p_x nyomásnál megszakítjuk, és a gázt az eredeti hőmérsékletre visszahűtjük, akkor n kitevőjű politróp állapotváltozás esetén a kompressziómunka a két henger munkájának *összegeként* írható fel, azaz

$$W_k = W_{kI} + W_{kII} = RT_{sz} \frac{n}{n-1} \left[\left(\frac{p_x}{p_{sz}} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] + RT_{sz} \frac{n}{n-1} \left[\left(\frac{p_v}{p_x} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \text{ J.} \quad (3.181)$$

Az ismeretlen p_x közbenső nyomás a

$$\frac{dW_k}{dp_x} = 0$$

feltételből határozható meg. Elvégezve a kijelölt műveletet kapjuk, hogy

$$\frac{p_x}{p_{sz}} = \frac{p_v}{p_x}. \quad (3.182)$$

Ez azt jelenti, hogy *a kompressziómunka akkor a legkisebb*, ha az egyes fokozatokban *a nyomásviszony azonos*, vagy ami ugyanazt jelenti, a közbenső nyomás a két határnyomás mértani középarányosa; azaz

$$p_x = \sqrt{p_v p_{sz}}.$$

3.4. HIDROSZTATIKUS ÉS HIDRODINAMIKUS HAJTÁSOK

A hidraulikus energiaátvitel a technika fejlődése során két területre vált szét: a *hidrodinamikus* és a *hidrosztatikus* átvitelre.

Hidrodinamikus energiaátviteli elven működőnek tekintünk minden olyan szerkezetet, amely a mechanikai munkát szolgáltató erőgép és a mechanikai munkát igénylő munkagép kapcsolatát *kétszeres folyadékenergia-átalakítással* hozza létre úgy, hogy a *közbenső energiaforma* túlnyomórészt az áramló munkaközeg *mozgási energiája*. Az e szerkezetek meghatározó gépegységét alkotó hidrodinamikus nyomaték-váltók és tengelykapcsolók tehát az áramlástechnikai gépek különleges esetének tekinthetők. A működésükkel kapcsolatos fizikai folyamatok leírására ezért első-sorban az áramlástechnikai gépek általános elméletével azonos, ill. abból származtatott módszerek használhatók. Hidrodinamikus elemet is tartalmazó komplex erőátviteli berendezésekben nem nélkülözhető a gépszerkezettan eredményeinek hasznosítása. A hidrodinamikus hajtások elméletével — a hajtás különleges jellege miatt — rendszerint szorosan összefonódik a hajtott munkagépre gyakorolt olyan hatások vizsgálata is, amelyek már más tudományterülethez (pl. gépjárműtechnika) tartoznak.

A hidrodinamikus energiaátvitel **elmélete** tehát több, a saját érvényességi tartományán belül önálló tudományágazatra épülve alakult ki, és azokkal szerves kapcsolatot tartva fejlődik jelenleg is. Problémái és feladatai részint az ezekben már megoldott kérdéseknek a hidrodinamikus erőátvitel speciális esetére való alkalmazásával függenek össze, részint a még azokban is megoldatlan feladatokkal azonosak.

A **hidrosztatikus energiaátviteli** rendszerekben is kétszeres folyadékenergia-átalakítás történik, de a *közbenső energiaforma a statikus nyomás munkavégző képessége*, amelyet a munkaközeg a szivattyútól (energiaátalakítótól) vesz át. A *Bernoulli-entalpiából* tehát hidrodinamikus rendszerekben a túlnyomás alatt áramló folyadék (*mozgási energiájának*), hidrosztatikus rendszerekben pedig az ún. **áttolási munkának** van meghatározó szerepe.

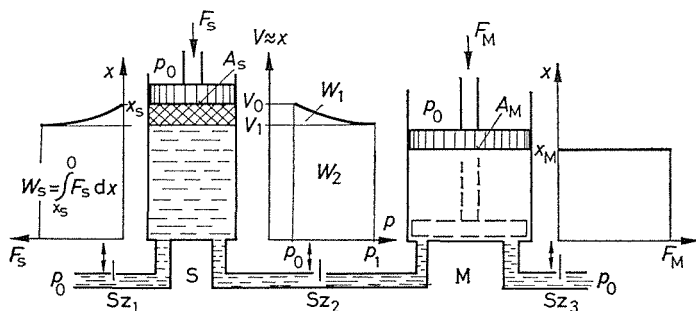
E kétféle közbenső energiaforma határozza meg lényegében a két rendszer műszaki-gazdasági szempontból optimális alkalmazási területeit és határait, valamint e két rendszer műszaki jellegzetességeit.

3.4.1. Hidrosztatikus teljesítményátvitel

Az olyan rendszereket, amelyek folyadék közvetítésével visznek át teljesítményt és az energiaátalakítást **térfogatkiszorítás** elvén működő gépekkel hajtják végre, **hidrosztatikus hajtóműveknek** (hidrosztatikus teljesítményátvitel) nevezzük. Az ilyen

berendezésekben végbemenő energiaátalakítás folyamatát vizsgáljuk meg a 3.108. ábra segítségével.

Az ábrán látható S és M henger egy csővel össze van kötve. Az összekötő vezeték Sz_2 szeleppel lezárható. Mindkét henger egy szeleppel lezárható csővel p_0 atmoszferikus nyomású térrel van összekötve. Az M henger dugattyúját F_M erő terheli. Ha a folyadékra és a dugattyúra ható súlyerőtől eltekintünk, továbbá veszteségmentesnek tekintjük a folyamatokat, az Sz_1 szelep nyitása és az Sz_2 zárása után az S henger dugattyúja munkavégzés nélkül felemelhető, miközben V_0 térfogatú folyadék áramlik az S hengerbe.



3.108. ábra. A hidrosztatikus teljesítményátvitel működése

F_M terhelőerő következtében a két henger összekötő vezetékben az Sz_2 mögött és az M hengerben

$$p_1 = \frac{F_M}{A_M} \text{ Pa}$$

nyomás uralkodik. Ahhoz, hogy a folyadékot az S hengerből az M hengerbe nyomjuk át, W munka szükséges, amelynek egyik része (W_1) a folyadék összenyomására, másik része (W_2) pedig a folyadék áttolására fordított munka

$$W = W_1 + W_2 \text{ J.}$$

Az S hengerben V_0 térfogatú, p_0 nyomású folyadék van. Ha az Sz_1 szelep zárása után a dugattyút elkezdjük lefelé mozgatni, a térfogat V_0 -ról V_1 -re csökken, miközben a nyomás p_0 -ról p_1 -re növekszik. Az összenyomás munkája

$$W_1 = - \int_{x_0}^{x_1} (p - p_0) A_s dx = - \int_{V_0}^{V_1} (p - p_0) dV. \quad (3.183)$$

Ekkor nyitjuk az Sz_2 szelepet, és a folyadékot áttoljuk az összekötő vezetéken keresztül az M hengerbe. Az ekközben végzett munka

$$W_2 = - \int_{x_1}^0 (p_1 - p_0) A_s dx = - \int_{V_1}^0 (p_1 - p_0) dV = (p_1 - p_0) V_1. \quad (3.184)$$

Ha a veszteségektől eltekintünk, a W munka megegyezik a dugattyú mozgásakor végzett mechanikai munkával:

$$W_s = - \int_{x_s}^0 F_s dx = W. \quad (3.185)$$

A gyakorlatban használt munkafolyadékánál az összenyomás munkája kis hányada a teljes munkának, jó közelítéssel tehát igaz

$$W_s \approx W_2 = (p_1 - p_0) V_1 \quad \text{J.} \quad (3.186)$$

A folyamat idejével elosztva

$$P = \frac{W_s}{t} = (p_1 - p_0) \frac{V_1}{t} = (p_1 - p_0) q_V \quad \text{W,} \quad (3.187)$$

ahol q_V a munkafolyadék térfogatárama.

A W_s/t mechanikai teljesítmény tehát $(p_1 - p_0) q_V = P$ hidraulikai teljesítményt hozott létre.

A munkafolyadék M hengerbe beáramolva a dugattyút elmozdítja F_M terhelőerő ellenében, miközben az

$$W_M = F_M x_M \quad \text{J}$$

mechanikai munkát végez.

Az Sz_2 szelepet lezárva, az Sz_3 szelepet nyitva, a folyadék M hengerből kiürül, és az előbb leírt folyamat ciklikusan ismétlődik.

Az előzőkből látható, hogy a vázolt energiaátalakítók a W/t mechanikai teljesítményt $(p_1 - p_0) q_V$ hidraulikai teljesítménnyé, majd azt ismét mechanikai teljesítménnyé alakították.

Megjegyezzük, hogy a folyamatban a *súrlódási* és a *volumetrikus veszteségek* elhagyása után sem egyenlő a befektetett és a rendszerből kivehető mechanikai munka, mivel egy ciklusban az M hengerbe csak V_1 térfogatú folyadékot tolunk át, amelynek munkavégző képessége W_2 , míg a befektetett mechanikai munka $W_1 + W_2$. Ennek oka, hogy a folyadékot áttolás előtt a terheléssel meghatározott nyomásra kell összenyomni. Az előzők alapján felírható egy ciklusban végzett hasznos munkára

$$W_2 = W - W_1 = W \left(1 - \frac{W_1}{W} \right) \quad \text{J.}$$

Nevezük W_1/W hányadost ν_k kompressziós veszteségtényezőnek, akkor

$$W_2 = W(1 - \nu_k) \quad \text{J.} \quad (3.188)$$

A továbbiakban legyen $q \approx \text{konst.}$, vagyis gyakorlatilag összenyomhatatlan munkafolyadékot tételezünk fel. Ekkor $W_1 = 0$, tehát $\nu_k = 0$.

Visszatérve a 3.108. ábrán vázolt berendezésre, annak működéséhez szükség van az S elemre, amely a (3.187) egyenlet szerint

$$P = (p_1 - p_0) q_V = \Delta p q_V \quad \text{W} \quad (3.189)$$

hidraulikai teljesítményt hoz létre, és az M elemre, amely azt mechanikai teljesítménnyé alakítja.

Működési elvük a 3.108. ábrából kiolvasható. Egy zárt tér (jelen esetben a hengerfalak és a dugattyú által körülzárt) térfogatát változtatjuk (növeljük, ill. csökkentjük), miközben a teret változtatva a szívó- és a nyomóterrel kötjük össze. Ez az elv a **térfogat-kiszorítás elve**, az ennek alapján működő gépek az ún. *volumetrikus* vagy *térfogat-kiszorítás elvén működő energiaátalakítók*. Ha az energiaátalakító hidraulikai teljesítményt hoz létre (mint az S elem), **szivattyúnak**, ha hidraulikai telje-

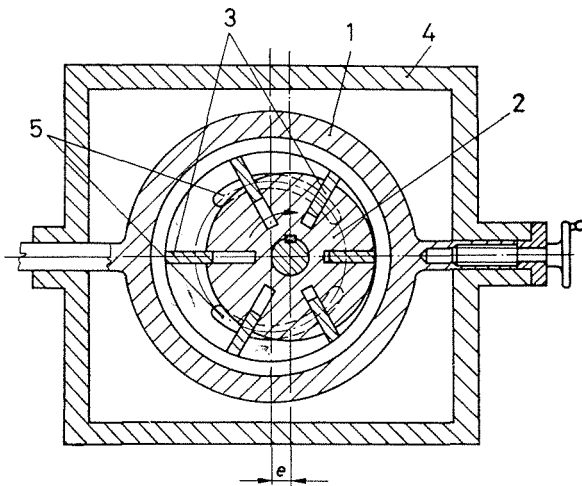
sítményt alakít át mechanikai teljesítménnyé (mint az M elem), **hidromotornak** nevezzük.

A volumetrikus elv igen sokféle szerkezeti megoldással megvalósítható. A következőkben ismertetünk néhány olyan megoldást, amelyet a hidrosztatikus teljesítményátvitelben gyakran használunk.

3.4.2. A térfogat-kiszorítás elvén működő energiaátalakítók

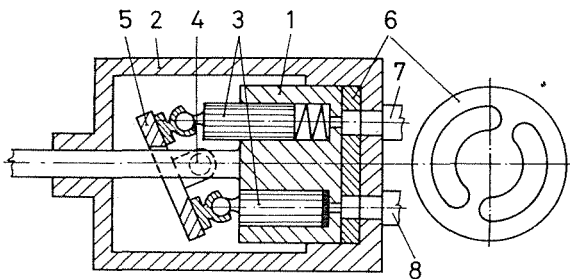
a) **Csúszólappátos energiaátalakítók.** A 3.109. ábrán vázlatosan ábrázolt gép működése a következő:

Az 1 házhoz képest excentrikusan elhelyezett 2 forgó belső tárcsa hornyaiban téglalap alakú 3 lapátok vannak elhelyezve, amelyek sugárirányban el tudnak moz-



3.109. ábra. Csúszólappátos energiaátalakító

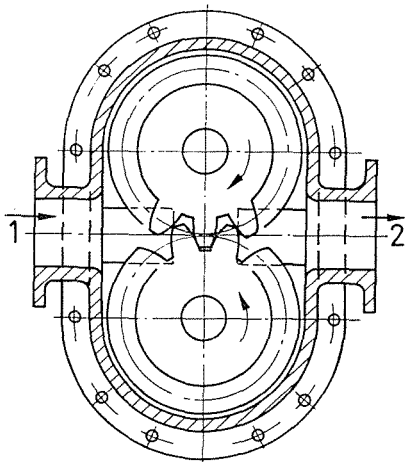
dulni. A lapátok a centrifugális erő következtében az excentrikusan elhelyezett ház falához szorulnak. Két szomszédos lapát, a ház és a tárcsa palástjai, valamint a rajz síkjába eső hát- és homloklapok egy olyan teret (*munkatér*) zárnak körül, amely a belső tárcsa körülfordulása közben térfogatát egy maximum és egy minimum között változtatja. Ha a hátlapon az ábra szerinti 5 kivágásokat készítünk, és azokon keresztül oda-, ill. elvezetjük a folyadékot, a gépben megvalósul a térfogat-kiszorítás elve. A tengelyen mechanikai energia bevezetésekor folyadékot szállít, ill. munkaképes folyadék bevezetése esetén motorként működik.



3.110. ábra. Ferdetárcsás axiáldugattyús energiaátalakító

b) **Axiáldugattyús energiaátalakítók.** A 3.110. ábrán vázlatosan ábrázoltunk egy axiáldugattyús energiaátalakítót. Az álló, hornyolt 6 tárcsa felett tengelye körül forog az I henger, amelynek axiális furataiban d átmérőjű 3 dugattyúk vannak. A dugattyúk a ferdén elhelyezett 5 tárcsán támaszkodnak, és így a henger körülfordulása közben egyszer lesüllyednek, majd kiemelkednek. A munkaterek az axiális furatok dugattyúk alatti terei, amelyeknek kivezetései a munkatér növekedésekor az álló 6 tárcsa egyik, a munkatér csökkenésekor a másik hornyával, ill. az ahhoz kapcsolt 7 szívó- vagy a 8 nyomócsővel kapcsolódnak. A 2 házba benyúló 4 csap segítségével az 5 ferde tárcsa tengellyel bezárt szöge állítható. Ezzel változik az axiáldugattyúk lökete, ill. a térfogatáram.

c) **Fogaskerekes energiaátalakítók.** A fogaskerekes energiaátalakító működési vázлата a 3.111. ábra. A két egymással kapcsolódó fogaskerék forgása közben az



3.111. ábra. Fogaskerekes energiaátalakító

egyik fogaskerék foga a másik fogárába süllyed és az ott levő folyadékot kiszorítja, míg a másik oldalán egy fog kiemelkedik a másik kerék fogárából és helyére folyadék áramlik. Így a munkatér minden egyes fog kapcsolódásakor a fog térfogatával növekszik, ill. csökken. A leírt működés következtében az I tér szívó-, a 2 nyomótérként működik. Ha a nyomótérbe nagynyomású folyadékot vezetünk, a berendezés *hidromotor*ként működik.

d) **Egyenes vonalú mozgást létesítő energiaátalakító** (hidraulikus hengerek). Berendezéseinknek sok esetben szakaszos, egyenes vonalú mozgást kell létrehozniuk. A dugattyús szivattyú működéséhez (3.2.24. pont) hasonlóan ilyen hidromotor is egyszerűen megvalósítható egy megfelelő vezérlésű hengerrel, amelyben dugattyú mozog. A nagynyomású munkafolyadékot egyszer a dugattyú egyik, majd a másik oldalára vezetjük. Az ellenkező oldalról a folyadékot elvezetjük.

3.4.3. A térfogat-kiszorítás elvén működő energiaátalakítók térfogatárama

Összenyomhatatlan közeget szállító gép kiképzéséből és geometriai méreteiből mindig meghatározható az a V térfogat, amelyet a gép tökéletesen *zárható munkatér* esetén a hajtótengely *egy teljes fordulata* alatt enged át. Ebből számítjuk az ún.

geometriai térfogatáramot:

$$q_{Vg} = \frac{V}{T} \text{ m}^3/\text{s},$$

ahol T egy ciklus ideje,

ami forgó gépeknél felírható a fordulatszámmal $n = 1/T$, tehát

$$q_{Vg} = Vn \text{ m}^3/\text{s},$$

ahol q_{Vg} a közepes geometriai térfogatáram, amihez képest a pillanatnyi térfogatáram ingadozik.

A valóságban a gép *munkatere nem tökéletesen zárt*, hiszen az egymáson elmozduló alkatrészek között mindig kell réseket hagyni, és ezeken keresztül a munkafolyadék egy része átáramlik a nagynyomású oldalról a kisnyomásúra. Ennek következtében a gép **valódi közepes térfogatárama** (szivattyúnál ez a *folyadékcszállítás*, hidromotornál ez a *folyadéknyelés*)

$$q_{Vsk} < q_{Vg}, \quad \text{ill.} \quad q_{Vmk} > q_{Vg}.$$

E térfogatáramokkal meghatározhatjuk a gép ún. **volumetrikus hatásfokát**:

$$\text{szivattyúé} \quad \eta_v = \frac{q_{Vsk}}{q_{Vg}}; \quad (3.190)$$

$$\text{hidromotoré} \quad \eta_v = \frac{q_{Vg}}{q_{Vmk}}. \quad (3.190a)$$

3.4.4. A térfogat-kiszorítás elvén működő energiaátalakító hatásfoka

Az energiaátalakítók hidraulikai teljesítménye a (3.189) egyenlet alapján

$$P = \Delta p q_{Vk} \text{ W.}$$

Ez szivattyú esetében a hasznos, míg motor esetében a bevezetett teljesítmény. Az előző pontban bevezetett volumetrikus hatásfokot felhasználva, *szivattyúnál*

$$q_{Vk} = \eta_v q_{Vg} = \eta_v Vn,$$

tehát

$$P = \eta_v Vn \Delta p \text{ W.} \quad (3.191)$$

Hasonlóan hidromotornál

$$P = \frac{Vn \Delta p}{\eta_v} \text{ W.} \quad (3.192)$$

Az energiaátalakítón fellépő nyomásváltozást jelöljük Δp_e -vel. A gépből távozó munkafolyadék Δp nyomásváltozása ettől eltér, mert a *folyadék belső- és falsúrlódása*

nyomásesést hoz létre. Ezzel értelmezzük a gép **hidraulikai hatásfokát szivattyúnál**

$$\eta_h = \frac{\Delta p}{\Delta p_e}, \quad (3.193)$$

és hidromotornál

$$\eta_h = \frac{\Delta p_e}{\Delta p}. \quad (3.194)$$

Ezek szerint szivattyúnál és hidromotornál is az energiaátalakítóra közvetlenül ható teljesítmény

$$P_e = Vn \Delta p_e. \quad (3.195)$$

Az energiaátalakítót mechanikus szerkezeti elemek segítségével mozgatjuk. E szerkezeti elemek **mechanikai veszteségeit** is fedezni kell. Ezért a gép tengelyteljesítménye szivattyúnál nagyobb, hidromotornál kisebb, mint a P_e teljesítmény. A tengelyteljesítmény a szivattyú P_δ bevezetett, míg a hidromotor P_h hasznos teljesítménye. Ezekkel értelmezhetjük a gép **mechanikai hatásfokát szivattyúnál**

$$\eta_m = \frac{P_e}{P_\delta}; \quad (3.196)$$

hidromotornál

$$\eta_m = \frac{P_h}{P_e}. \quad (3.197)$$

Következésképpen szivattyúra a (3.191) és a (3.193) szerint a **hasznos teljesítmény**

$$P_h = P = \eta_v \eta_h Vn \Delta p_e; \quad (3.198)$$

a (3.195) és a (3.196) felhasználásával

$$P = \eta_v \eta_m \eta_h P_\delta. \quad (3.199)$$

Hidromotorra a (3.191), a (3.193), valamint a (3.195) és a (3.197) egyenletekből

$$P_\delta = P = \frac{1}{\eta_v \eta_h} Vn \Delta p_e = \frac{1}{\eta_v \eta_m \eta_h} P_h. \quad (3.200)$$

Mindkét gép hatásfokára írható:

$$\eta = \eta_v \eta_m \eta_h. \quad (3.201)$$

3.4.5. A térfogat-kiszorítás elvén működő gépek tengelynyomatéka

A tengelynyomaték forgó gépeknél az n fordulatszámából és a P_t teljesítményből

$$M = \frac{P_t}{2\pi n} \quad \text{m} \cdot \text{N}. \quad (3.202)$$

Szivattyúra a tengelyteljesítmény a bevezetett teljesítménnyel egyenlő: $P_t = P_{\delta}$. Ezt, valamint a (3.191) és a (3.198) egyenletet felhasználva,

$$P = \eta_v V n \Delta p = \eta_v \eta_m \eta_h P_{\delta},$$

ahonnan

$$P_{\delta} = \frac{V n \Delta p}{\eta_m \eta_h} \text{ W}, \quad (3.203)$$

és a tengely hajtásához szükséges nyomaték

$$M = \frac{1}{2\pi \eta_m \eta_h} V \Delta p \text{ N} \cdot \text{m}. \quad (3.204)$$

Hidromotorra a tengelyteljesítmény a hasznos teljesítményt jelenti, $P_t = P_h$. A (3.192) és a (3.200) egyenlet felhasználásával

$$P = \frac{V n \Delta p}{\eta_v} = \frac{1}{\eta_v \eta_m \eta_h} P_h \text{ W},$$

és ebből

$$P_n = \eta_m \eta_h V n \Delta p \text{ W}. \quad (3.205)$$

A hidromotor tehát

$$M = \frac{\eta_m \eta_h}{2\pi} V \Delta p \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3.206)$$

nyomatékot ad le, vagyis hidromotornál is arányos a tengelynyomaték a fordulattérfogat és a nyomáskülönbség szorzatával, tehát mindkét esetre

$$M \approx V \Delta p \text{ N} \cdot \text{m}. \quad (3.207)$$

3.4.6. A térfogat-kiszorítás elvén működő energiaátalakítók jelleggörbéi és fajlagos jellemzői

Az energiaátalakítók **jelleggörbéi** a nyomás mint a térfogatáram függvénye $p = f(p_v)$ és a nyomás mint a nyomaték függvénye $p = f(M)$.

Ha a gépben nem lennének volumetrikus veszteségek, és a munkafolyadék nem lenne összenyomhatatlan, a térfogatáram a nyomás értékétől független, hiszen

$$q_{Vg} = V n \text{ m}^3/\text{s},$$

mint azt a 3.4.3. pontban láttuk. A valóságban azonban q_{Vr} térfogatáram visszaáramlik a réseken, és adott résméreteket feltételezve ez már függvénye a nyomáskülönbségnek.

Szivattyúra a valódi térfogatáram

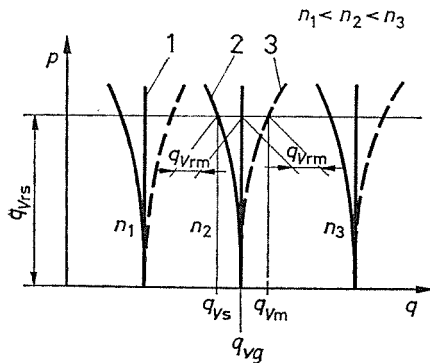
$$q_{Vs} = q_{Vg} - q_{Vrs} \text{ m}^3/\text{s}. \quad (3.208)$$

Hidromotornál ahhoz, hogy a veszteségmentes esettel azonos fordulatszámot érhesünk el, több folyadékot kell a motorba vezetni.

A hidromotorba bevezetendő térfogatáram tehát

$$q_{vm} = q_{vg} + q_{vrm} \quad \text{m}^3/\text{s}. \quad (3.209)$$

Az energiaátalakítók jelleggörbéit a (3.208) és a (3.209) egyenlet alapján a 3.112. ábrán láthatjuk három különböző fordulatszám esetén. A jelleggörbéket mérésrel kell meghatározni, amikor a közepes térfogatáramot, és a gép szívó- és nyomócsonkjá között fellépő nyomáskülönbséget mérjük.



3.112. ábra. Hidrosztatikus energiaátalakítók $p = f(q)$ jelleggörbéi

1 ideális; 2 szivattyú; 3 motor

A jelleggörbék fordulatszámtól való függését a K_ω szögsebesség-állandó mutatja. Felhasználva, hogy

$$\omega = 2\pi n \quad \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}, \quad (3.210)$$

és $n = q_{vg}/V$, tehát

$$\omega = 2\pi \frac{q_{vg}}{V} = K_\omega q_{vg} \quad \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}, \quad (3.211)$$

vagyis a szögsebesség-állandó

$$K_\omega = \frac{2\pi}{V} \quad \text{m}^{-3}. \quad (3.212)$$

Az energiaátalakítók nyomaték-jelleggörbéje a szivattyúra levezetett (3.204) és a motorra meghatározott (3.206) egyenlet alapján veszteségmentes esetre ($\eta_m = \eta_h = 1$)

$$M_m = M_s = \frac{1}{2\pi} V \Delta p \quad \text{N} \cdot \text{m}, \quad (3.213)$$

míserint a veszteségmentes jelleggörbe mindkét gépnél egy egyenes. Ennek meredekségére jellemző a gép nyomatéktényezője

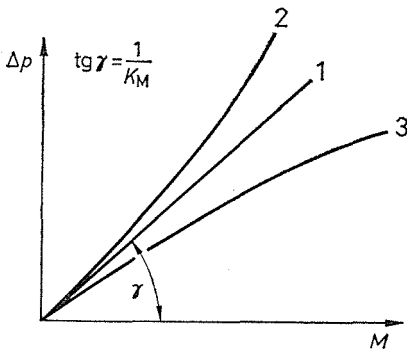
$$K_M = \frac{V}{2\pi} \quad \text{m}^3. \quad (3.214)$$

Az energiaátalakítók elméleti $\Delta p = f(M)$ jelleggörbéje tehát

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{1}{K_M} \text{ m}^{-3} \quad (3.215)$$

iránytangensű egyenes.

Az ideális jelleggörbét a 3.113. ábra 1 görbéje szemlélteti. A veszteségek figyelembevételével a (3.204) és a (3.206) egyenlet alapján kapjuk a mérésel meghatározható 2 és 3 valóságos nyomaték-jelleggörbéket.

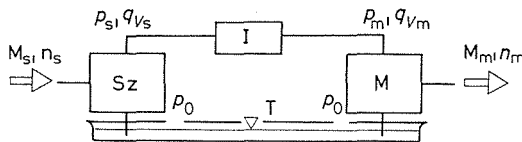


3.113. ábra. Hidrosztatikus energiaátalakítók $\Delta p = f(M)$ jelleggörbéi

1 ideális energiaátalakító; 2 valóságos szivattyú; 3 valóságos motor

3.4.7. A hidrosztatikus körfolyam

A 3.108. ábra alapján bemutatott energiaátalakítási ciklus folyamatos működéséhez célszerű a motorból kiáramló munkafolyadékot a szivattyúba visszavezetni. Így kialakul a **hidrosztatikus körfolyam**, amelynek fő részei a 3.114. ábrán láthatók,



3.114. ábra. A hidrosztatikus teljesítményátvitel elemei

úgy mint az *Sz térfogat-kiszorítású szivattyú*, az *M hidromotor*, a *T tartály* és az *I ún. irányítóelemek*. Az irányítóelemek szolgálnak a munkafolyadék

- térfogatáramának,
- nyomásának és
- útjának

irányítására a körfolyam jellegének megfelelően. Az irányítóelemekről és szerepükről a körfolyam részletesebb tárgyalásakor még szólunk. Fontos része a körfolyamnak az egyes elemek összekötő *csővezeték-rendszer* is.

A hidrosztatikus körfolyamatokat felépítésük és rendeltetésük figyelembevételével több szempont szerint szokás osztályozni.

Felépítésük szerint **nyitott körfolyamról** beszélünk, ha van a körfolyamnak olyan helye – mint pl. a 3.114. ábrán a tartály – amely *szabad felszínű*, és légköri nyomáson van. **Zárt körfolyamról** beszélünk, ha *nincs a rendszerben szabad felszín*, tehát az elemek

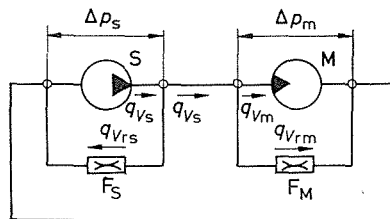
közvetlenül csővezetékekkel vannak összekötve. Ilyenkor a rendszer alapnyomásának fenntartásáról külön segédrendszerrel kell gondoskodni.

Rendeltetése szerint lehet a körfolyam **nyomatékváltó**, ha $M_s \neq M_m$, vagy **tengelykapcsoló**, ha $M_s = M_m$. Az alkalmazott hidromotor szerint létrehozhat *szakaszos folyamatos, egyenes vonalú* vagy *forgómozgást*. Az előbb említett körfolyamok mindegyikének szerkezeti kialakítását alapvetően meghatározza, hogy a létrehozott mozgási frekvencia változtatható-e, és ha igen, milyen módon.

A mozgási frekvencia változtathatósága szerint lehet *állandó* vagy *változtatható frekvenciájú* a rendszer. A frekvencia változtatása vagy az energiaátalakítók fajlagos jellemzőinek változtatásával, vagy a rendszer hidraulikus ellenállásának változtatásával érhető el. A változtatható frekvenciájú rendszerek közül csak az utóbbival fogunk foglalkozni, mivel olcsósága miatt lényegesen elterjedtebb, mint a változtatható fajlagos jellemzőjű energiaátalakítók alkalmazása. A mozgási frekvencia forgó mozgású gépeknél a fordulatszámot jelenti. A továbbiakban *forgó mozgású energiaátalakítók*-ból felépített körfolyamokról fogunk beszélni, de a fordulatszámmal kapcsolatban tett megállapításaink értelemszerűen érvényesek a szakaszos mozgású rendszerek mozgási frekvenciájára, ill. az egyenes vonalú mozgást létrehozó rendszerek mozgási sebességére is.

3.4.8. Állandó fordulatszámú hidrosztatikus rendszerek

Kapcsoljunk a 3.115. ábra szerint egy szivattyút és egy hidromotort. Az ábrán az S_z egy volumetrikus veszteségektől mentes szivattyú, amelynek volumetrikus veszteségét az F_s párhuzamosan kapcsolt fojtással érjük el. Hasonlóan az M motor volu-



3.115. ábra. Zárt körű, állandó fordulatszámú hidrosztatikus teljesítményátviteli rendszer

metrikus vesztesége az F_m fojtáson áramlik. (Az ábrán alkalmazott jelölések az egyes elemek szokásos rajzjelei.) Ha a hidromotor tengelyét M_m nyomatékkal terheljük, a (3.206) egyenlet alapján

$$\Delta p_m = \frac{2\pi M_m}{\eta_{mm}\eta_{hm}V_m} \quad (3.216)$$

nyomáskülönbséget kell létesíteni a motor csonkjai között. Hanyagoljuk el a rendszer többi nyomásesését (vesztégmentes csővezetékek), akkor ennek meg kell egyeznie a szivattyú Δp_s nyomáskülönbségével. Ehhez a (3.216)-ot a (3.204) egyenletbe helyettesítve a *rendszer nyomatékmódosítása*

$$k = \frac{M_s}{M_m} = \frac{1}{\eta_{ms}\eta_{mm}\eta_{hs}\eta_{hm}} \frac{V_s}{V_m} \quad (3.217)$$

Ha a szivattyút n_s fordulatszámmal forgatjuk, a motorba átáramló térfogatáram

$$q_{Vs} = \eta_{Vs} V_s n_s \quad \text{m}^3/\text{s}. \quad (3.218)$$

Ahhoz, hogy a motor n_m fordulatszámmal forogjon,

$$q_{Vm} + q_{Vrm} = \frac{V_m n_m}{\eta_{vm}} \quad (3.219)$$

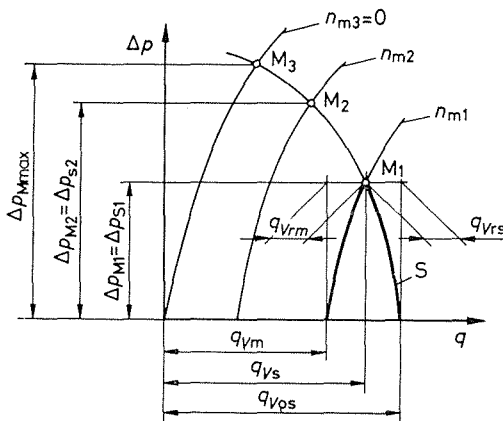
térfogatárammal kell táplálni.

Következésképpen a rendszer fordulatszám-módosítása

$$i = \frac{n_s}{n_m} = \frac{1}{\eta_{vs} \eta_{vm}} \frac{V_m}{V_s}. \quad (3.220)$$

Megállapíthatjuk, hogy állandó fordulatszámú hidrosztatikus rendszerekben a **nyomatékmódosítás** a mechanikai és a hidraulikai hatások és az energiaátalakítók geometriai jellemzőinek függvénye, míg a **fordulatszám-módosítás** a geometriai jellemzők és a volumetrikus hatások függvénye. Ha a fajlagos jellemzők nem változtathatók, a módosítások a hatásoktól és ezen keresztül az üzemiállapottól, a terhelési viszonyoktól függenek.

A rendszer működése jól követhető a 3.116. ábra jelleggörbéi segítségével. Az s szivattyú-jelleggörbén az l terhelési állapotban Δp_{M1} nyomáskülönbséggel előírt M_1 munkapontnak kell előállni.



3.116. ábra. Zárt körű hidrosztatikus rendszer belső munkapontja

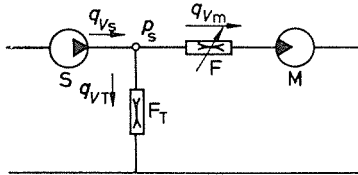
(A rendszer munkapontjának a szivattyú és a hidromotor jelleggörbéinek metszéspontját nevezzük, amikor az együtt működő gépek nyomásesései egyensúlyban vannak.) A munkaponton átmenő hidromotor-jelleggörbe n_{m1} fordulatszámhoz tartozik, amelyre igaz, hogy

$$n_m = \frac{q_m}{V_m} \quad \text{s}^{-1}. \quad (3.221)$$

A hidromotor terhelésének növelésével előállítható pl. Δp_{M2} nyomáskülönbség, amihez M_2 munkapont és n_{m2} motorfordulatszám tartozik. Az M_3 munkapont azt az üzemiállapotot határozza meg, amikor a motor fordulatszáma $n_m = 0$, és a szivattyú teljes folyadék szállítása a réseken áramlik át. Ekkor áll elő a $\Delta p_{M \max}$ nyomás. A valódi jelleggörbék meredeksége miatt ez a nyomás általában olyan nagy, ami a rendszerben szilárdsági okok miatt már nem engedhető meg, ezért a nyomásnövekedést ennél lényegesen kisebb nyomásnál biztonsági szeleppel határoljuk.

3.4.9. Változtatható fordulatszámú hidraulikus rendszerek

a) **Fordulatszám-változtatás a rendszer hidraulikus ellenállásának változtatásával** (fojtásos körfolyam). Ha a hidromotor fordulatszámát változtatni akarjuk anélkül, hogy a szivattyú-fordulatszámot megváltoztatnánk, a q_{Vs} és a q_{Vm} térfogatáram közötti különbség elvezetésére egy mellékágot kell beépíteni. Ilyen körfolyamot ábrázoltunk a 3.117. ábrán. A hidromotorral párhuzamosan kapcsolt F_T fojtás olyan speciális elem, amely bizonyos határok között a rajta átáramló q_{VT} térfogatáramtól függetlenül állandó p_s nyomást biztosít a szivattyú nyomócsonkján. Ezt az elemet **nyomáshatárolónak** nevezzük, és működésére később kitérünk. Ha a szivattyú nyomó-



3.117. ábra. Fojtásos hidrosztatikus teljesítményátviteli rendszer vázlata

csonkján állandó p_s nyomást tételezhetünk fel, a hidromotorral sorba kapcsolt F változtatható fojtás segítségével a hidromotoron átáramló térfogatáram

$$0 \cong q_{Vm} \cong q_{Vs}$$

határok között beállítható, és így a motor fordulatszáma is 0 és n_{max} között változtatható.

b) **Fojtószelep.** A fojtószelep olyan elem, amely az áramlási keresztmetszet csökkentésével egy változtatható helyi hidraulikus ellenállást hoz létre. A fojtáson

$$\Delta p = \xi \frac{\rho}{2} v^2 \text{ Pa,} \quad (3.222)$$

ahol ξ a beállítható ellenállás-tényező;

v pedig a változtatható A_F keresztmetszetben kialakuló sebesség.

Ezzel a fojtáson átáramló térfogatáram Δp nyomáskülönbség hatására

$$q_{VF} = A_F v = A_F \frac{1}{\sqrt{\xi}} \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p} = A_F \mu \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p} \text{ m}^3/\text{s} \quad (3.223)$$

ahol μ a kontrakciós tényező.

Az összefüggésben

$$A_F \mu \sqrt{\frac{2}{\rho}} = G_F \quad (3.224)$$

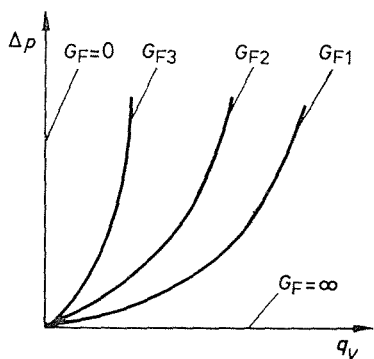
mennyiséget **hidraulikus vezetőképességnek** is nevezzük. A fojtás jelleggörbéi a 3.118. ábrán láthatók különböző hidraulikus vezetőképességek mellett.

c) **A nyomáshatároló.** Térjünk vissza a 3.117. ábra F_T elemére. Mivel a motor fordulatszámának változtathatónak kell lenni, miközben a szivattyú térfogatárama állandó, a párhuzamos ág térfogatárama

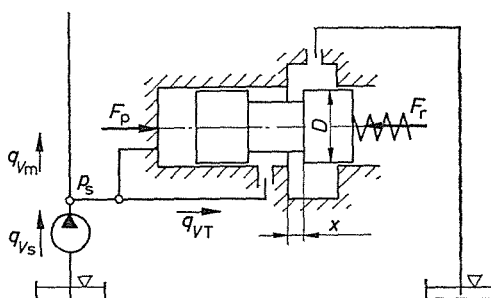
$$q_{VT} = q_{Vs} - n_m V_m \text{ m}^3/\text{s.} \quad (3.225)$$

A hidraulikus rendszerrel szemben támasztott mechanikai követelmények rendszerint előírják, hogy a hidromotor nyomatéka független legyen a fordulatszámától. Ez csak úgy valósítható meg, ha az F_T elemen eső nyomás független a rajta átáramló térfogatáramtól. Ezt a feladatot valósítja meg megközelítőleg a 3.119. ábrán vázlatosan bemutatott elem.

q_{VT} térfogatáram a $\pi D x$ keresztmetszeten átáramlik, amelynek nagysága x -nek és így a dugattyú helyzetének is függvénye. A dugattyú helyzetét az F_p és az F_r erő



3.118. ábra. A változtatható fojtás jelleggörbéi

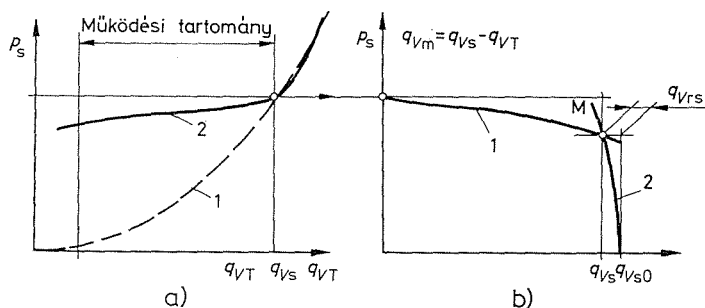


3.119. ábra. Nyomáshatároló működési vázlata

határozza meg. Mivel F_r a rugóerő, különböző p_s nyomásokhoz meghatározott dugattyúhelyzet tartozik. Vizsgáljuk meg az elem működését. Tételezzük fel, hogy $q_{VM} = 0$ esetben, amikor $q_{Vs} = q_{VT}$ a kialakuló p_s hatására a dugattyú úgy mozdul el, hogy $x = x_0$. Ha q_{Vm} ehhez az állapothoz képest növekszik, q_{VT} csökken.

Ekkor azonban az x_0 résen ébredő nyomásesés is csökken, aminek következménye p_s csökkenése. Ennek következtében a dugattyú balra mozdul el, csökkentve x részt, amitől p_s növekszik. Eszerint változó q_{VT} hatására a dugattyúelmozdulás olyan x részt biztosít, amelynél az elem nyomásesése közel állandó.

Részletesebb vizsgálat és mérések alapján belátható, hogy a nyomáshatároló q_{VT} térfogatárama és p_s nyomás között a 3.120a ábra 2 görbéje szerinti összefüggés



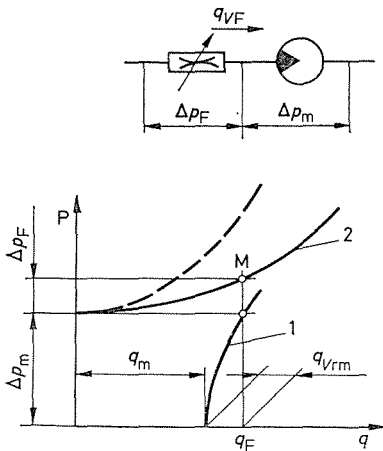
3.120. ábra. Nyomáshatároló és szivattyú együttműködése

a) 1 $x = x_0$ állandó réshez tartozó fojtási görbe; 2 A nyomáshatároló karakterisztikája
b) $p_s = f(q_m)$ görbe; 2 szivattyú-jelleggörbe; M a szivattyú és a nyomáshatároló munkapontja

van. Megfelelő méretezés esetén a nyomásváltozás a működési tartományban mindössze 2...3%.

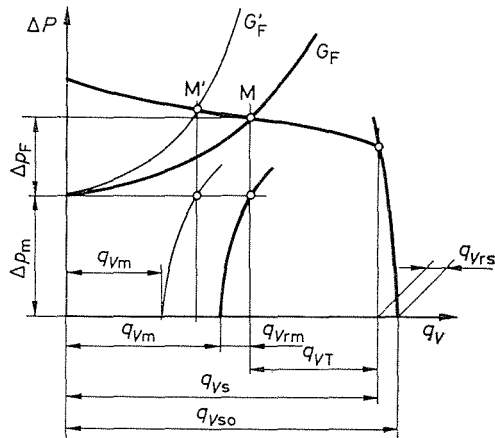
d) **A fojtásos körfolyam vizsgálata a jelleggörbék alapján.** Ameddig $q_{Vs} = \text{konst.}$, addig q_{Vm} függvényében a 3.120b ábra 1 görbéje szerint változik a p_s nyomás. Az 1 és a 2 görbéből alakul ki a 3.117. ábrán az S szivattyú és az F_T nyomáshatárolóból alkotott rendszer jelleggörbéje. A 3.121. ábra 2 görbéje egy hidromotorból és egy fojtásból álló rendszer jelleggörbéjét mutatja. Ha a rendszeren $\Delta p_m + \Delta p_F$ nyomásesést hozunk létre, az M munkapont alakul ki, és a hidromotor 1 jelleggörbéjének segítségével megállapítható annak

$$n_m = \frac{q_{Vm}}{V_m} \text{ s}^{-1}$$



3.121. ábra. Fojtás és hidromotor soros együttműködése

1 a hidromotor jelleggörbéje; 2 fojtás és hidromotor eredő jelleggörbéje



3.122. ábra. Soros felépítésű fojtásos körfolyam jelleggörbéi

fordulatszáma. A 3.120. és 3.121. ábra kapcsán mondottak alapján most már felrajzolhatjuk a fojtásos hidraulikus körfolyam vizsgálatára alkalmas jelleggörbéket. Ez látható a 3.122. ábrán.

Az ábrából megállapíthatjuk, hogy ha a fojtás vezetőképessége G_F , a rendszeren M munkapont alakul ki, amikor is a hidromotor terhelőnyomatéka a (3.206) egyenlet és a 3.122. ábra felhasználásával

$$M_m = \frac{\eta_{mn}\eta_{hm}}{2\pi} V_m \Delta p_m \cdot \text{N} \cdot \text{m}, \quad (3.226)$$

és a hidromotor fordulatszáma

$$n_m = \frac{q_{Vm}}{V_m} \text{ s}^{-1}. \quad (3.227)$$

A rendszer vezetőképességét a fojtás segítségével G'_F -re csökkentve a munkapont M' -re tolódik el. Látható a 3.122. ábrán, hogy a motornyomaték, amely Δp_m nyomáskülönbséggel arányos, nem változik lényegesen, a motor fordulatszáma azonban q_{V_m} -nek q'_{V_m} -re változása következtében

$$n'_m = \frac{q_{V_m}}{V_m} \text{ s}^{-1} \quad (3.228)$$

szerint változik.

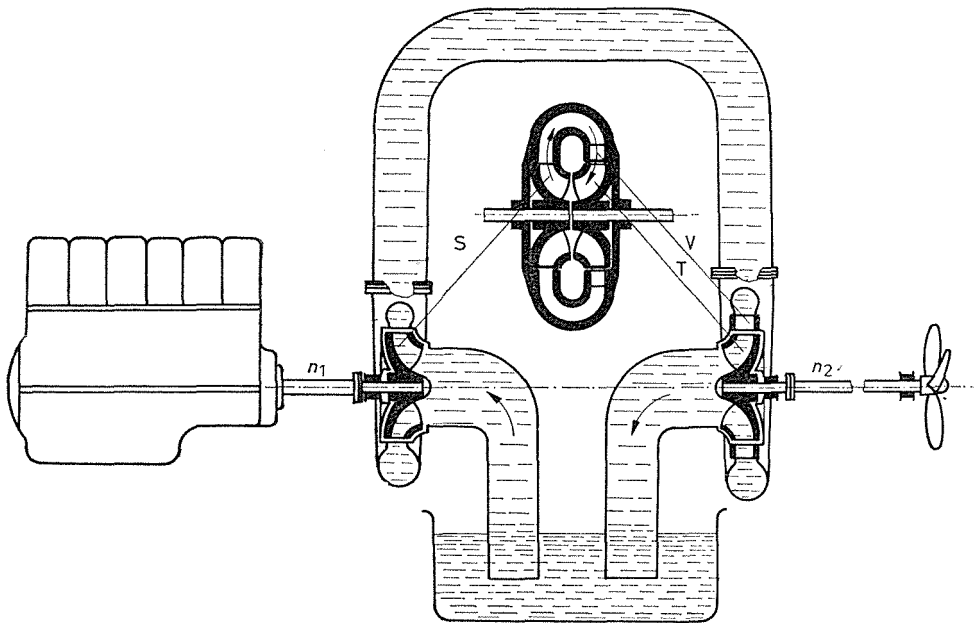
Belátható, hogy a motoron átáramló térfogatáram nulla és q_{V_s} határok között közel állandó motornyomaték mellett változtatható.

Az ismertetett szabályozási mód hátránya, hogy a szivattyú a teljes szabályozási tartományban $q_{V_{s0}}$ térfogatáramot szállít, amelyből $q_{V_{rs}}$, $q_{V_{rm}}$ és q_{V_T} veszteségnek tekintendő, csupán q_{V_H} térfogatáram végez hasznos munkát. Emiatt a fojtásos körfolyam hatásfoka kis fordulatszámoknál nagyon rossz, arra kell törekedni, hogy az üzemidő nagy részében a munkapont (a nyomáshatároló és szivattyú-jelleggörbe metszéspontjának) közelébe essék.

3.4.10. Hidrodinamikusan erőátvitel

A vízgépek különleges fajtáját képezik a **hidrodinamikusan hajtóművek**. Működési elvüket a 3.123. ábra szemlélteti.

Az erőgép egy, a fordulatszámának és teljesítményének megfelelően méretezett S szivattyút hajt. Így az erőgép a szivattyún átfolyó cseppfolyós közeg – esetünkben általában kis viszkozitású olaj, ritkábban víz – energiatartalmát növeli. A megnövelt energiatartalmú folyadék a T turbinát hajtja, amely alkalmas módon a munkagéphez van kapcsolva. Ily módon – a villamos erőátvitelhez hasonlóan – mechanikai



3.123. ábra. A hidrodinamikusan hajtás elve

kapcsolat nélküli erőátvitelt hozunk létre. Az ábra felső középrészén látható ezen elvi megoldásnak a gyakorlat számára igen előnyösen kialakított tényleges szerkezetének vázlata. A két lapátkoszorú, az *S* szivattyú és a *T* turbina közös házban helyezkedik el. Az elrendezés előnye, hogy elmarad a csővezeték, így nincs csővezeték-veszteség, a szivattyúból kilépő folyadék közvetlenül a turbinarészre vezethető, így a sebességi energiának potenciális energiává alakításával és visszaalakításával járó veszteségek elmaradnak. Nincs kilépési veszteség, mert a turbinából kilépő folyadékot közvetlenül a szivattyúkerékhez vezetjük vissza. Ezek az előnyök eredményezik, hogy egy ilyen, szivattyúból, turbinából és vezetőkerékből álló gépcsoport hatásfoka a 85...90%-os csúcstértéket is eléri, sőt hidrodinamikusan tengelykapcsoló esetében a 98...99%-ot is.

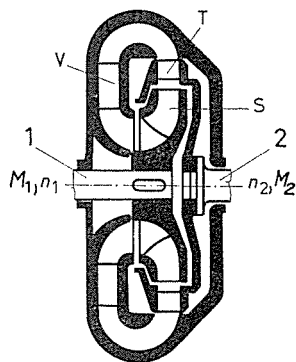
Az előbbieken vázolt hidrodinamikusan erőátvitelnek két fő szerkezeti megoldása van; ezek a *Föttinger* stettini hajógyári gépészmérnök (később berlini műegyetemi tanár) által 1905 és 1909 között feltalált, ill. kifejlesztett **hidrodinamikusan nyomatékváltó** és **hidrodinamikusan tengelykapcsoló**.

Ezekből, ill. ezeknek fogaskerekes hajtóművekkel való legkülönbözőbb kombinációiból épülnek fel a különböző hidrodinamikusan hajtóművek.

3.4.11. Hidrodinamikusan nyomatékváltó

Szerkezetének elvi vázlata a 3.124. ábrán látható.

Az erőgép az 1 szivattyútengelyen keresztül n_1 fordulatszámmal hajtja az *S* szivattyúkeréket, amely a nyomatékváltó *töltőfolyadékát* a *T* turbinakeréken áthajtva



3.124. ábra. A hidrodinamikusan nyomatékváltó szerkezeti felépítése

azt n_2 fordulatszámmal forgatja. A folyadék a *V* vezetőkoszorún keresztül jut vissza a szivattyúhoz.

A nyomatékváltó hasznos teljesítménye $P_2 = M_2\omega_2$, míg a motoroldalról bevezetett teljesítmény $P_1 = M_1\omega_1$, ahol M_1 és M_2 a szivattyúoldali, ill. a turbinaoldali tengelyen mérhető nyomaték.

Ezekből következően a nyomatékváltó hatásfoka

$$\eta = \frac{M_2\omega_2}{M_1\omega_1} \quad (3.229)$$

Az

$$\frac{M_2}{M_1} = k \quad (3.230)$$

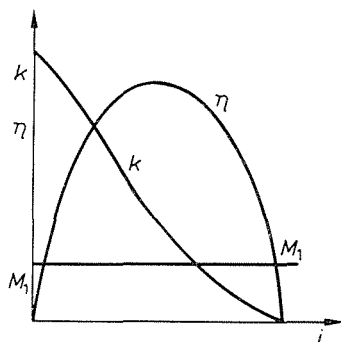
nyomatékáttétel (nyomatékmódosítási tényező) és az

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1} = i \quad (3.231)$$

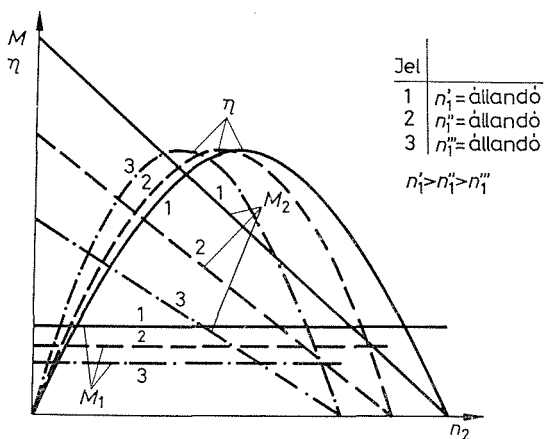
kinematikai áttétel (fordulatszám-módosítási tényező) bevezetésével

$$\eta = ki. \quad (3.232)$$

A nyomatékváltónak az erőgép és a munkagép közé való beiktatása révén előálló üzemi viszonyokat a nyomatékváltó jelleggörbéinek ismeretében, ill. a jelleggörbéknek a munkagép és a hajtómotor jelleggörbéivel történő egybevetése révén lehet meghatározni. A nyomatékváltó jelleggörbéit a fordulatszám-módosítási tényező függvényében a 3.125. ábra szemlélteti. Az ábrán M_1 a nyomatékváltó bemenő (szivattyú-) tengelyének nyomatéka.



3.125. ábra. A nyomatékváltó jelleggörbéi az i kinematikai áttétel függvényében



3.126. ábra. A hidrodinamikus nyomatékváltó M nyomaték- és η hatásfokgörbéi különböző n_1 szivattyútengely-fordulatszámon az n_2 turbinatengely-fordulatszám függvényében

Az ábrából láthatóan a motoroldal gyakorlatilag — általában — nem érzékeli a terhelés változását. A hatásfokoptimum egy, a méretezéstől függő, meghatározott fordulattételi értéknél van.

A 3.126. ábra a nyomatékváltó kimeneti fordulatszáma, n_2 függvényében mutatja be a legfontosabb három jellemző (M_1 , M_2 , η) változását három különböző n_1 bemeneti fordulatszámon.

A 3.126. ábra az M_1 és az M_2 görbéket az áttekinthetőség érdekében egyszerűsítve és idealizáltan tartalmazza. A különféle szerkezeti megoldású nyomatékváltóknál kisebb-nagyobb eltérések fordulnak elő [3.26].

Az M_1 görbe alakja lehet emelkedő vagy süllyedő jellegű. Az M_2 görbe tekintetében is csak annak jellege a mértékadó, alakja változó meredekségű lehet.

A 3.125. és 3.126. ábrából látható, hogy a mindenkorli üzemállapottól függően M_2 értéke csak egyetlen fordulattételnél egyezik meg M_1 -gyel.

A nyomatékmódosításhoz szükséges reakciónyomatékot a 3.124. ábrán V -vel jelölt vezetőkerék-koszorú veszi fel. Ez az M_3 nyomaték az áramló munkafolyadék-nak a vezetőkoszorúrán történő irányeltereléséről származik, *nagysága és értelme* az

$$M_1 + M_2 + M_3 = 0 \quad (3.233)$$

egyenletből meghatározható.

Látható, hogy az M_3 nyomaték az üzemi tartományban előjelet vált.

Az $n_2 = 0$ értékhez tartozó M_2 nyomatékot M_{20} *indítónyomatéknak* is szokták nevezni, az

$$\frac{M_{20}}{M_{10}} = k_0 \quad (3.234)$$

hányadost pedig *indítónyomaték-módosításnak* nevezik. (k_0 értéke a 10-et is elérheti.)

Számos nyomatékváltó szerkezet ismert. Az osztályozás alapja a nyomatékváltó-ban levő lapátkoszorúk száma, elrendezése és egyéb működési jellemzőik.

A nyomatékváltó esetében is érvényesek a következő összefüggések:

$$M_1 = C_M n_1^2 D^5; \quad (3.235)$$

$$P_1 = C_P n_1^3 D^5, \quad (3.236)$$

ahol C_M és C_P a szerkezeti kialakítástól és a töltőfolyadék jellemzőitől függő mérték-egységes tényező; D a nyomatékváltó jellemző átmérője.

A (3.235) és a (3.236) összefüggés módot ad valamely ismert és megfelelő jellemzőjű nyomaték-váltónak mint kismintának a felhasználására, és így azonos jellegű, de más motorfordulatszám-, ill. teljesítményértéknek megfelelő nyomatékváltó főméreteinek átszámítás útján való meghatá-rozására, azzal a megjegyzéssel, hogy a *kisminta* és a *nagy gép* csak azonos fordulatszám-áttételnél hasonlítható össze.

Minden egyes alkalmazás esetén gondoskodni kell, hogy az üzemvitel és a nyomatékváltó hatásfoka által meghatározott hőmennyiséget megfelelő hűtő segítségével üzembiztosan elvezet-hessük a töltőfolyadékából.

3.4.12. Hidrodinamikusan tengelykapcsoló

A hidrodinamikusan tengelykapcsoló a hidrodinamikusan *nyomatékváltó speciális változata*, abból a vezetőkerék elhagyásával származtatható.

Szerkezetének és működésének elvét a 3.127. ábra mutatja be.

Az S szivattyúkerék radiális, általában sík lapátos, a motortengellyel köz-vetlen kapcsolatban van. (A szivattyúkerék egyben a tengelykapcsoló egyik házfelét is képezheti.) Vele szemben van a T turbinakerék elhelyezve, amelynek lapátosága hasonló a szivattyúéhoz. Az A vezetőmagot egyes tengelykapcsoló-szerkezetnél el is hagyják.

A hidrodinamikusan tengelykapcsolóban a nyomatékegyenlet tehát a (3.233) szerint

$$M_1 + M_2 = 0. \quad (3.237)$$

A hidrodinamikusan tengelykapcsoló *hatásfoka*

$$\eta = \frac{M_2 \omega_2}{M_1 \omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1} = i \quad (3.238)$$

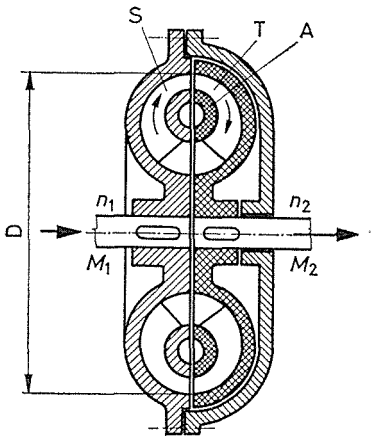
összefüggéssel fejezhető ki. A hidrodinamikus tengelykapcsoló hatásfoka tehát a ki- és bemeneti fordulatszámok arányával, az i fordulatszám-módosítási tényezővel fejezhető ki.

Tengelykapcsolóknál az

$$i = \frac{n_2}{n_1}$$

fordulatszám-módosítás helyett gyakran az

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = 1 - i \quad (3.239)$$



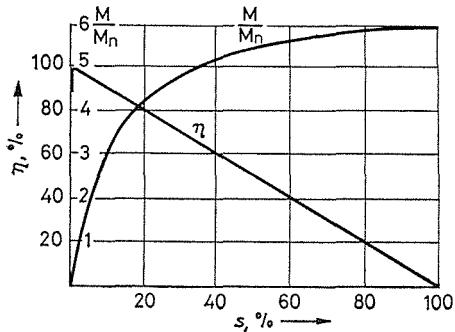
3.127. ábra. A hidrodinamikus tengelykapcsoló szerkezeti felépítése (vázlat)

kifejezéssel definiált **csúszás (szlip)** értéket használják az üzemállapotok meghatározására.

A (3.238) és a (3.239) összevetéséből következik, hogy

$$\eta = 1 - s. \quad (3.240)$$

A nyomatékváltóhoz hasonlóan minden alkalmazási esetben meg kell vizsgálni az üzemi feladatok ismeretében a tengelykapcsoló melegedési viszonyait is, és szükség esetén megfelelő hűtőről is gondoskodni kell.



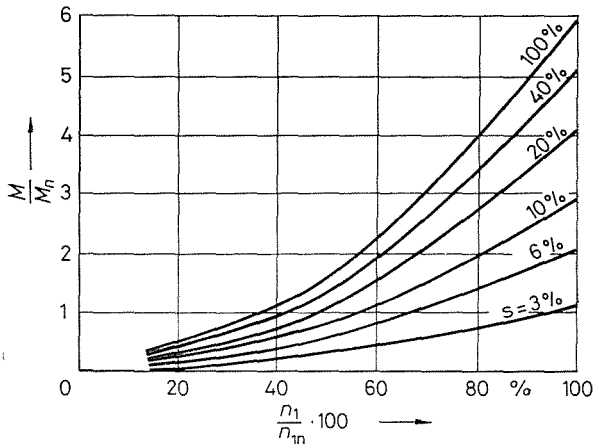
3.128. ábra. A hidrodinamikus tengelykapcsoló jelleggörbéi a csúszás függvényében

A hidrodinamikus tengelykapcsoló legfontosabb üzemi tulajdonságai a jelleggörbékéből olvashatók ki.

A 3.128. ábra a csúszás függvényében ábrázolja az M/M_n nyomatékviszony és az η hatásfok változását állandó n_1 motoroldali fordulatszám esetében.

Az ábrából látható, hogy ha M_n értékűre vesszük fel az üzemi (névleges) nyomaték értékét (amire a tengelykapcsolót méretezzük, hogy azt tartós üzemben, általában 2...3% csúszás mellett át tudja vinni), akkor a 100%-os csúszáshoz tartozó nyomaték az üzemi nyomaték hatszoros (esetleg nyolcszoros) értékét is elérheti a szerkezeti kialakítástól függően.

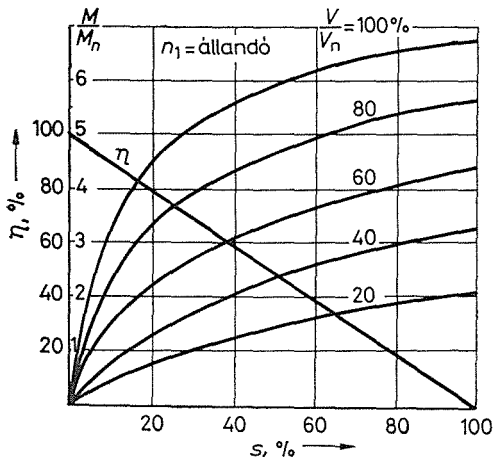
Sokszor szükség lehet arra is, hogy különböző motorfordulatszámokon vizsgáljuk meg az egyébként ismert jellemzőjű hidrodinamikus tengelykapcsoló üzemi viszo-



3.129. ábra. A hidrodinamikus tengelykapcsoló által, különböző csúszások mellett átvihető nyomaték az n_1 fordulatszám függvényében

nyait. Ez esetben célszerű a 3.129. ábra szerint felépített jelleggörbe használata. A bemutatott jelleggörbéjű tengelykapcsolót n_{1n} névleges fordulatszámmal hajtva $s \cong 2,8\%$ -os csúszás esetében szolgáltatja a névleges M_n nyomatékot.

A hidrodinamikus tengelykapcsoló **töltésmennyiségének változtatása révén** változtatható az **átvihető nyomaték** értéke, amint az a 3.130. ábrán látható.



3.130. ábra. A hidrodinamikus tengelykapcsoló jelleggörbéi változó mennyiségű töltőfolyadékkal (V/V_n a névleges töltéshez viszonyított töltésmennyiség)

A közölt jelleggörbékéből a következő legfontosabb üzemi tulajdonságok állapíthatók meg:

a) A hidrodinamikus tengelykapcsoló csak 0-tól különböző csúszások mellett tud nyomatékot továbbítani.

b) Ugyanakkora n_1 és s értéken az átvihető M nyomaték függ a tengelykapcsolóban levő munkafolyadék mennyiségétől.

c) Adott berendezésben a tengelykapcsoló hatásfoka és a terhelés között egyértelmű kapcsolat áll fenn.

Jelenleg sokféle szerkezeti változat ismert, amelyek a munkatérben kialakuló áramlást befolyásoló szerkezeti feltételekben különböznek egymástól (meridiánmetset, lapátozás, töltöttség, szabályozhatóság.)

IRODALOM a 3. fejezethez

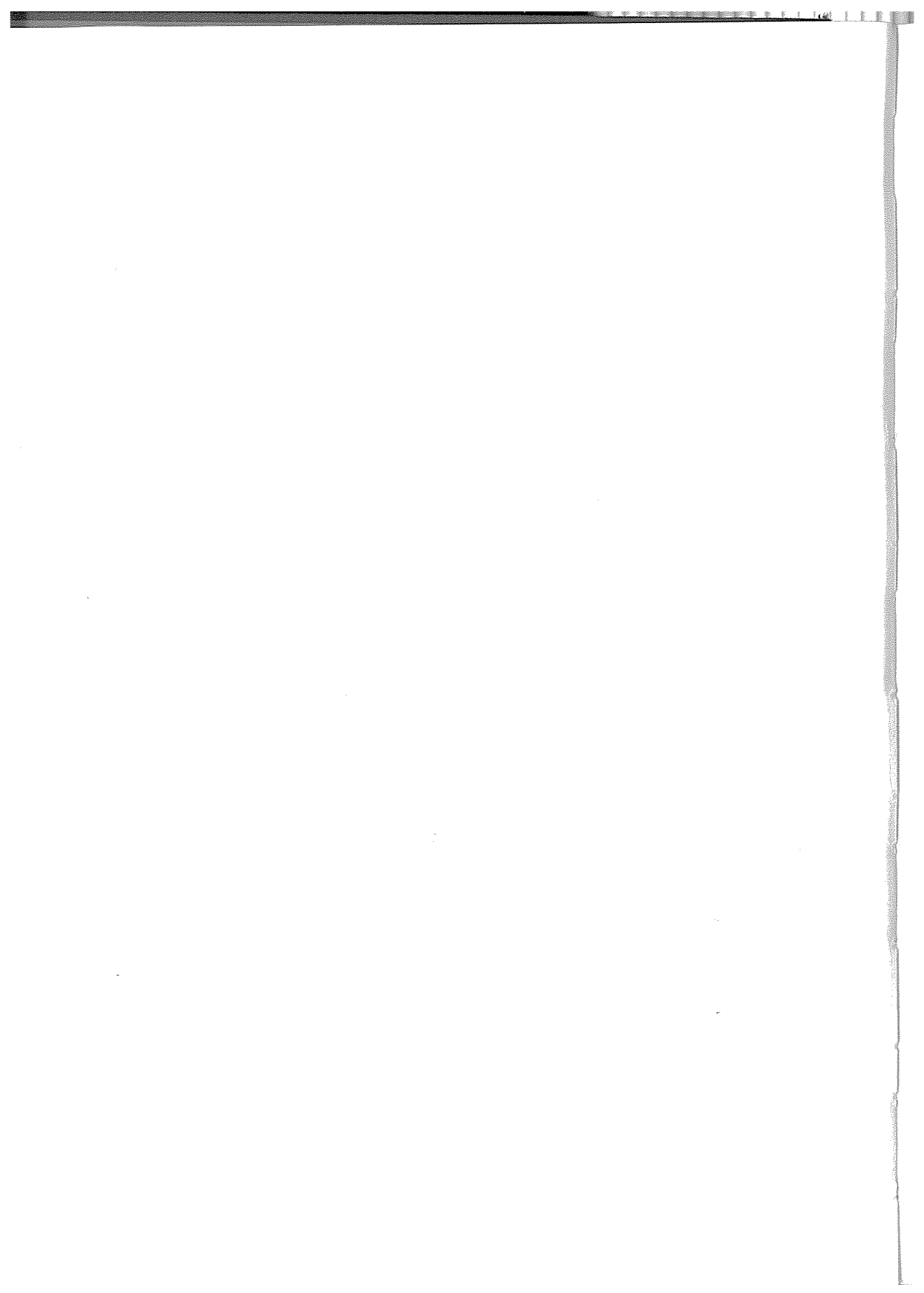
- [3.1] Gruber J.—Blahó M.: Folyadékok mechanikája. Budapest, Tankönyvkiadó, 1956.
- [3.2] Pattantyús Á.-G.: Gyakorlati áramlástan. Budapest, Tankönyvkiadó, 1959.
- [3.3] Gruber J.: Ventilátorok. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1966.
- [3.4] Chlumsky, V.: Dugattyús kompresszorok. Budapest, Tankönyvkiadó, 1967.
- [3.5] Varga J.: Hidraulikus és pneumatikus gépek. Kézikönyv. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1974.
- [3.6] Füzy O.: Áramlástechnikai gépek. Budapest, Tankönyvkiadó, 1978.
- [3.7] Fáy—Troskolanski—Varga: Szivattyúüzemi kézikönyv. 2. kiadás. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1978.
- [3.8] Bánki Donát: Új vízturbina. A Technikus. A Magyar Technikusok Lapja. 1919.
- [3.9] Pattantyús Á. G.: A légüst szerepe a dugattyú szivattyúüzemében. Bányászati és Kohászati lapok. (1936) 6.121/127; 7.148, 154, 8.169/179.
- [3.10] Csanady, G. T.: Theory of turbomachines. New York, McGraw Hill. 1964.
- [3.11] Addison, H.: Centrifugal and other Rotodynamic Pumps. London, Chapman Hall, 1966.
- [3.12] Neumaier, R.: Handbuch neuzeitlicher Pumpenanlagen. 2. Anlage, Lehr/Schwarzwald, Alfred Schütz, 1966.
- [3.13] Bouché—Winterlin: Kolbenverdichter. Berlin, Springer Verlag, 1968.
- [3.14] Frenkel, M. I.: Kolbenverdichter. Berlin, VEB Verlagstechnik, 1969.
- [3.15] Pohlentz, W.: Pumpen für Gase. Berlin, VEB Verlagstechnik, 1974.
- [3.16] Röper, R.: Die Darstellung des Arbeitsverhaltens von Hydrokreislaufen in Kennlinien. Ölhydraulik und Pneumatik, 10., 1966.
- [3.17] Lugosi L.: Hidraulikus irányítástechnika. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1968.
- [3.18] Csáki—Bazs: Automatika. Budapest, Tankönyvkiadó, 1969.
- [3.19] Arányi—Jávör—Juhász: Hidraulikus elemek és rendszerek kézikönyve. 2. kiadás. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1972.
- [3.20] Tarján—Lajtai: Szerszámgépek hidraulikus vezérlései. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1974.
- [3.21] Kröll—Dulay: Hidraulikus rendszerek. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1977.
- [3.22] Kisbocskói L.: Hidrodinamikus tengelykapcsolók és nyomatékváltók. Budapest, MTI, 1955.
- [3.23] Wolf, M.: Strömungskupplungen und Strömungswandler. Heidelberg, Springer V., 1962.
- [3.24] Kickbusch, E.: Föttinger-Kupplungen und Föttinger-Getriebe. Heidelberg, Springer V., 1963.
- [3.25] Gavrilenko, B. A., Szemecasztnov, I. F.: Gidrodinamiceszkije muftü i transzformatorü. Moszkva, Masinosztroenie, 1969.
- [3.26] Szüle D.: Hidrodinamikus erőátvitel. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1971.

4. Hőtechnikai (kalorikus) gépek

Az energiaátalakításokban, a villamosenergia-termelésben és a gépjárművek hajtásában igen jelentősek, mondhatjuk meghatározók azok a gépek, amelyek a kémiaiilag kötött energiát felszabadítva nagy hőmérsékletű munkaközegeket állítanak elő, és ezek energiáját alakítják át mechanikai munkává. Az utóbbi évtizedekben a maghasadás energiáját is bevonták e gépek energiaforrásai közé. A legutóbbi időkben pedig a Nap sugárzása jött szóba mint a termikus energiaátalakító gépek energiaforrása.

Az energiát szolgáltató **hőerőgépek** mellett fontos szerep jut a modern technikában a szintén termodinamikai folyamatot megvalósító **kompresszoroknak, hűtőgépeknek és hőszivattyúknak** is.

Ezeket az összefoglaló néven **hőtechnikai (kalorikus) gépeknek** nevezett gépeket tárgyalja ez a fejezet, amely először a mérnöki színvonalú tárgyaláshoz elengedhetetlenül szükséges *elemi műszaki termodinamikai fogalmakat* ismerteti, majd rátér *a legfontosabb hőtechnikai gépek alapvető üzemi folyamatainak* tárgyalására.



4.1. TERMODINAMIKAI ALAPISMERETEK

4.1.1. Alapfogalmak

A termodinamikában a vizsgálat tárgyát **rendszernek** nevezik.

Vizsgálható *egy adott tömeg*, amelyet anyag számára áthatolhatatlan felület vesz körül. A felület által körülzárt — a vizsgált tömeg számára rendelkezésre álló — térfogat változhat. Ebben az esetben **zárt rendszerről** beszélünk.

Vizsgálható *egy térrész*, amelynek helyzete, térfogata és alakja egyaránt rögzített. Az így definiált térrész határoló felületein anyag léphet be és ki. Ebben az esetben **nyitott rendszerről, átáramlott rendszerről** beszélünk.

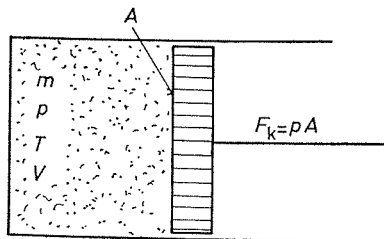
A rendszer tömege vagy térfogata véges, de ugyanakkor elegendően nagy ahhoz, hogy benne a molekulák nagy számából adódóan a statisztikus törvények érvényesüljenek. A **termodinamika** tehát makroszkopikus rendszerekkel foglalkozik.

Az anyagi világ további — a rendszeren kívül eső — része, amellyel a vizsgált rendszer energiát cserélhet, a **rendszer környezete**.

Az **energiacserének** (leadásnak vagy felvételnek) két alapvető módja lehetséges: a *munka* és a *hőhatás*, röviden *hő*.

A munka általában mechanikai munka, tehát erő—elmozdulás vagy nyomaték—szögelfordulás alakban nyilvánul meg, de villamos vagy mágneses stb. munka is lehetséges, és figyelembe vehető. A munkán mindig a rendszer által a külső erőkkel szemben vagy külső erők által a rendszeren végzett munka értendő. Az, hogy egy adott erő külső vagy belső erő, a rendszer megválasztásától (körülhatárolásától) függ.

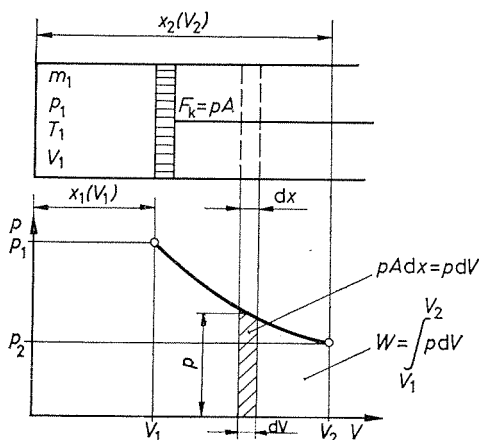
A zárt rendszerre egyszerű példa (4.1. ábra) egy dugattyúval elzárt hengerben levő, gázhalmazállapotú közeg. A tömeg adott, a hengerfal és a dugattyú homlokfelülete alkotja az anyag számára áthatolhatatlan határoló felületet. A dugattyú elmozdulása lehetővé teszi a rendszer térfogatának változtatását. A dugattyúrúd közvetíti a külső erőt. A határoló felületnek a külső erő irányába eső elmozdulása eredményezi a rendszer és környezete közötti — munka formájában történő — energia-



4.1. ábra. Hengerbe dugattyúval bezárt gáz (példa a zárt termodinamikai rendszerre)

átvitelt. Ha a rendszer által a határoló felületre kifejtett erő és az elmozdulás értelme azonos, a rendszer végez munkát a környezeten, ellenkező esetben a környezet a rendszeren. Megállapodásszerűen pozitív a munka, ha a rendszer energiája csökken és a környezete nő, tehát ha a rendszer végez munkát. Ellenkező esetben, tehát ha a határoló felület elmozdulásának értelme ellentétes a rendszerből a felületre ható erővel, a munkát negatívnak tekintjük. Azt mondjuk: a környezet végzett munkát a rendszeren.

A 4.1. ábrán látható zárt rendszerben végbemenő folyamatokat és az azok során végzett munkát kitűnően követhetjük a $p-V$ koordináta-rendszerben (4.2. ábra).



4.2. ábra. Az expanzió és az expanziómunka ábrázolása $p-V$ diagramban

A kezdeti helyzetben a rendszer térfogata V_1 , a benne levő gáz nyomása p_1 . Ez a két koordináta egy pontot (1) jelöl ki a $p-V$ diagramon. A dugattyú homlokfelületét A m²-nek véve a gáz

$$F = pA \quad \text{N} \quad (4.1)$$

erőt fejt ki a dugattyúra. Ha a dugattyúrúdon ellentétes értelemben ható külső erő ezzel egyenlő, a rendszer nyugalomban marad. A külső erőt egy differenciális értékkel csökkentve, a dugattyú elmozdul, a zárt rendszer munkát végez, amelynek értéke

$$W = \int_{V_1}^{V_2} pA \, dx \quad \text{J}, \quad (4.2)$$

ahol x a dugattyú elmozdulása. Az $A \, dx$ szorzat azonban nem más, mint a rendszer térfogatának megváltozása, vagyis dV . Ezzel

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV \quad \text{J}. \quad (4.3)$$

A munka tehát az összetartozó p és V érték ismeretében kiszámítható. Az expanziós (vagy kompressziós) folyamat $p-V$ görbéje a motorok kísérleti vizsgálatára használt műszerrel (indikátorral) megrajzolható, de mint látni fogjuk, a görbe pontjai ki is számíthatók.

A 4.2. ábrán látható expanzió során a termodinamikai rendszert alkotó gáz a (4.3) egyenlettel kiszámítható, ill. a 4.2. ábra $p-V$ diagramjából lemérhető munkát

végzett az $F_k = pA$ külső erővel szemben. Eddig hallgatólagosan feltételeztük — de most ki is mondjuk —, hogy a munkavégzés során a rendszer egyetlen kölcsönhatásban volt a környezettel, nevezetesen az előbb tárgyalt, munka formájában történő energiaátadásban. Más módon energiát nem adott le, de nem is kapott az expandáló gáz. Potenciális energiája nem változott, kinetikai energiát eleve nem is feltételeztünk, nem zajlott le benne exoterm vagy endoterm kémiai reakció stb. Továbbá a rendszer nem volt érintkezésben nála melegebb vagy hidegebb más rendszerekkel, ill. megfelelő szigeteléssel ki volt zárva, hogy a rendszer és a környezet közötti hőmérsékletkülönbségek hatására energiát vegyen fel vagy adjon le. Ez utóbbi esetben nevezzük egyébként **adiabatikusnak** a rendszert.

Ebben az esetben a végzett munka forrása viszont csak a rendszert alkotó közeg lehet. A közeg (gáz), amelynek **nyomása, térfogata és hőmérséklete** változott meg a munkavégzés során.

Ezek után ha nem akarjuk tagadni az **energiamegmaradás** (minden területen érvényesnek mutatkozó) **tételét**, meg kell állapítanunk, hogy van a közegeknek az eddig tárgyaltakon kívül egy további energiája, amelynek értéke csak a termikus jellemzőktől (a hőmérséklettől, a nyomástól, a térfogattól) függ. Az adiabaticus rendszer munkavégzése során leadott energiát ez a **belső** vagy más néven **termikus energia** fedezi.

A belső (termikus) energia dU megváltozása az adiabaticus rendszer munkájával definiálható

$$-dU = dW_{ad}, \quad (4.4)$$

ill.

$$U_1 - U_2 = W_{1-2 ad} \quad (4.5)$$

szerint.

A (4.4) és (4.5) egyenlet jelenti az energiamegmaradás tételének kiterjesztését a termodinamikai jelenségekre. A belső energia állapotjelző, tehát potenciál jellegű mennyiség, megváltozása csak a kezdeti és a végállapottól függ, az úttól pedig független.

Az U *belső (termikus) energia* a molekulák rendezetlen *termikus mikromozgásának kinetikai energiája*, valamint az egymás erőterében elfoglalt (folyton változó) helyzetükből adódó *mikropotenciális energiája* által képviselt energia. Ebből következően elsősorban a *hőmérséklet*, továbbá a *sűrűség* függvénye. A sűrűség helyett a nyomás vagy a fajtérfogat (fajlagos térfogat, azaz az egységnyi tömegű közeg térfogata) is szerepel gyakran jellemzőként.

A belső energia arányos a tömeggel, ezért kényelmes az egységnyi tömegű közeg belső energiájával, az

$$u = \frac{U}{m} \quad \text{J/kg} \quad (4.6)$$

fajlagos belső energiával számolni.

A belső energia értéke egy összetevő és egy fázis esetén két másik állapotjelző, pl. a T hőmérséklet és a p nyomás vagy a T hőmérséklet és a v fajtérfogat, avagy a p nyomás és a v fajtérfogat segítségével kifejezhető:

$$u = f_1(T, p), \quad (4.7)$$

vagy

$$u = f_2(T, v), \quad (4.8)$$

$$u = f_3(p, v) \quad (4.9)$$

szerint. A függvények felépítését később még ismertetjük.

Ha a 4.2. ábrán látható állapotváltozás *nem adiabatikus*, az adott 1 és 2 állapot között kapott munka értéke eltér a (4.5) egyenlet szerinti értéktől:

$$W_{1-2} \leq W_{1-2\text{ ad}}, \quad (4.10)$$

amit a (4.5) egyenlet figyelembevételével

$$W_{1-2} \geq U_1 - U_2 \quad (4.11)$$

alakban is felírhatunk.

Az adott 1 és 2 állapot között egy **nem adiabatikus** állapotváltozás során kapott W_{1-2} és az ugyanezen 1 és 2 állapot közötti adiabatikus állapotváltozásból kapott $W_{1-2\text{ ad}}$ munka különbsége — ismét az energiamegmaradás törvényéből következően — csak annak következménye lehet, hogy a nem adiabatikus rendszer a közte és a környezet között levő hőmérséklet-különbség hatására energiát vesz fel vagy ad le.

A pusztán a hőmérséklet-különbségek hatására létrejövő kölcsönhatást **termikus kölcsönhatásnak**, a létrejövő energiaáramot **hőáramnak**, ennek idő szerinti integrálját pedig **hőmennyiségnek** nevezzük.

A (4.11) összefüggés az előzők figyelembevételével ismét egyenlőséggé alakítható, nevezetesen

$$W_{1-2} = U_1 - U_2 + Q_{1-2} \quad \text{J}, \quad (4.12)$$

ahol Q_{1-2} az 1 és 2 közötti nem adiabatikus állapotváltozás során a környezettel forgalmazott hőáramok energianyeresége vagy -vesztése. Egy zárt termodinamikai rendszer munkája tehát a belső energia megváltozásából és a folyamat során a környezettel forgalmazott hőmennyiségből adódik.

A (4.12) egyenlet a **termodinamika első főtételének** matematikai megfogalmazása. Differenciális alakja

$$dW = -dU + dQ \quad \text{J}. \quad (4.13)$$

A (4.12) és a (4.13) egyenlet előjel-megállapodást is tartalmaz. Nevezetesen a W munka értékét *pozitívnak* vesszük, ha a rendszer végez munkát a külső erőkkel szemben (expanzió), és *negatívnak*, ha a külső erők végeznek munkát a rendszeren (kompresszió). Továbbá pozitív a rendszer felé irányuló és negatív a rendszerből a környezet felé irányuló hőáram.

A (4.12) és a (4.13) egyenletet átrendezve

$$U_2 - U_1 = Q_{1-2} - W_{1-2} \quad \text{J}, \quad (4.14)$$

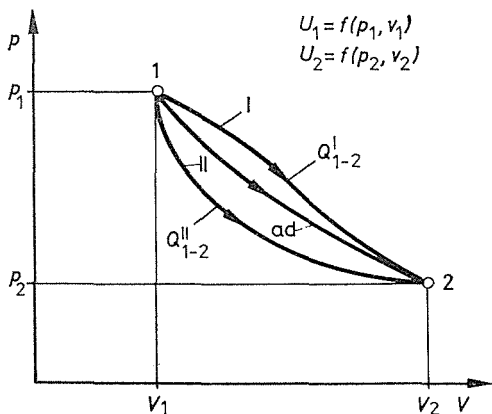
ill.

$$dU = dQ - dW \quad \text{J} \quad (4.15)$$

szerint szemléletesen mutatkozik az előjel-megállapodás.

A felvett hőmennyiség *növeli*, a végzett munka *csökkenti* a belső energiát.

A (4.12)–(4.15) egyenlet kapcsán rá kell mutatni arra, hogy U megváltozása csak a kezdeti és a végállapottól függ, mert U állapotjelző [l. a (4.7)–(4.9) egyenletet]. W_{1-2} és Q_{1-2} viszont adott kezdeti p_1, V_1 és végállapot p_2, V_2 esetén is más és más lehet, attól függően, hogy milyen úton (milyen közbenső állapotok sorozatán keresztül) jut a rendszer az 1 kezdeti állapotból a 2 végállapotba. Ezt szemlélteti a 4.3. ábra p – V diagramja. Az 1 és 2 állapotot összekötő „ad” görbe az adiabatikus állapotváltozás útját jelzi. A rendszer munkája a (4.3) egyenlettel számítható. Értéke összhangban a (4.5) egyenlettel $U_1 - U_2$. Az ábrán látható I úton szintén 1-ből 2-be jut a rendszer, de úgy, hogy kezdetben a hőáram a rendszer felé irányul, majd a rendszerből a környezet felé. A végzett W_{1-2}^I munka (a görbe alatti terület) nagyobb, mint a W_{1-2}^{ad} munka.



4.3. ábra. A munka függvénye az útnak ($W_I > W_{ad} > W_{II}$)

A (4.12) egyenletből adódóan ez csak úgy lehetséges, ha az I úton felvett és leadott hőáramok eredője Q_{1-2}^I pozitív. A II út során adódó W_{1-2}^{II} munka — figyelembe véve a görbe menetét és a (4.13) egyenletet — kisebb az adiabatikus munkánál. Ebben az esetben nyilvánvaló, hogy a hőáramok útján nyert és veszített energia eredője Q_{1-2}^{II} , negatív. A W munka és a Q hőmennyiség tehát valóban nem állapotjelzők, mert függvényei az útnak. Értékük pusztán a kezdeti és végállapot ismeretében nem határozható meg.

A (4.13) és a (4.15) egyenletben tehát dU a (4.7)–(4.9) szerinti belsőenergia-függvény megváltozása (teljes differenciálja), míg dW és dQ differenciális mennyiségek, de nem egy függvény teljes differenciáljai. A (4.7)–(4.9) egyenlethez hasonló W és Q függvények nem definiálhatók, mert nem léteznek.

Az eddigiekben adott közegettségre írtuk fel az energiamegmaradás törvényét, a vizsgált rendszer — a korábbi definíciónak megfelelő — zárt rendszer volt.

A gépekben azonban az esetek legnagyobb részében cserélődik (a gépbe belép, majd kilép) a közeg. Ebben az esetben célszerű a gép belső felületei által határolt teret nyitott rendszernek tekinteni, az így definiált rendszerre felírni az energiamegmaradás tételét.

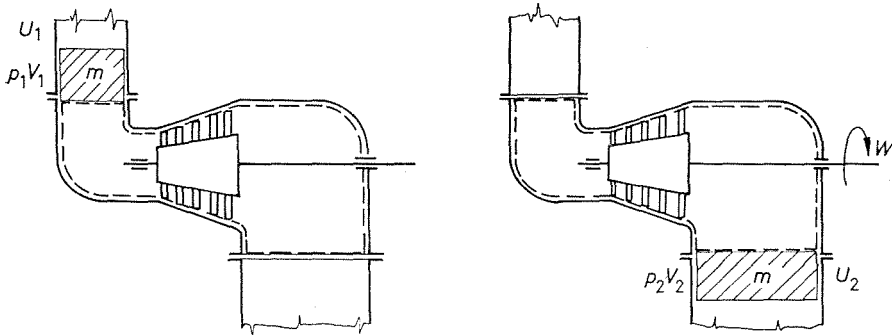
A 4.4. ábra egy átáramlott gép (gőzturbina) hosszmetsetét szemlélteti vázlatosan. A nyitott rendszerként definiált térrészt szaggatott vonal határolja. Az ábra kapcsán m tömegű közeg áthaladásának esetére írjuk fel az energiamegmaradás tételét. A nyitott rendszerbe belépő m tömegű közeg $U_1 = mu_1$ belső energiát hordoz. A belépési keresztmetsetben uralkodó p_1 nyomással szemben, a $V_1 = mv_1$ térfogatú közeg belépése során a környezet (jelen esetben a vizsgált m tömeg mögött levő gáz-

oszlop) p_1V_1 belépési munkát végez. Ezzel a vizsgált rendszer energianyeresége $U_1+p_1V_1$. Állandósult (stacioner) üzemben a belépéssel egyidejűleg ugyancsak m tömegű közeg ki is lép a vizsgált rendszerből. Ennek során a rendszer energiavesztesége $U_2+p_2V_2$, mert a kilépő közeg U_2 belső energiát hordoz és kilépéskor p_2V_2 munkát végez a környezetben.

Az energiamérleg

$$(U_1+p_1V_1)-(U_2+p_2V_2) = W_{1-2,ad} \quad \text{J}, \quad (4.16)$$

ahol W a gépből a tengelyen elvezethető munka. Mindez arra az esetre igaz, ha egyéb kölcsönhatás nincs, tehát a gép (a rendszer) határoló felületein hőmérsékletkülönbség hatására nem lépett be vagy ki energia, nem voltak hőáramok.



4.4. ábra. A gőzturbina hosszmeteszétének vázlatja (példa a nyitott termodinamikai rendszerre)

Amennyiben vannak hőáramok – a zárt rendszerről elmondottak analógiájára –, eredőjükét, a Q hőmennyiséget is figyelembe kell venni az energiamérlegben:

$$W_{1-2} = (U_1+p_1V_1-U_2+p_2V_2)+Q_{1-2} \quad \text{J}. \quad (4.17)$$

A (4.16) és a (4.17) egyenletben szereplő $U+pV$ csoport nyitott (átáramlott) rendszerek energiamérlegében állandóan szerepel. Ezért célszerű egyszerűsítésként bevezetni egy új állapotjelzőt az

$$I = U+pV \quad \text{J} \quad (4.18)$$

szerint definiálva. I állapotjelző, mert állapotjelzőkből épül fel, U , p és V ismeretében bármikor kiszámítható. A neve **entalpia**.

A **fajlagos entalpia** az egységnyi tömeg entalpiája

$$i = u+pv \quad \text{J/kg}. \quad (4.19)$$

A (4.18) definíció szerint helyettesítve a (4.17) egyszerűbb alakja

$$W_{1-2} = I_1-I_2+Q_{1,2} \quad \text{J}. \quad (4.20)$$

Differenciális alakban

$$dW = -dI+dQ \quad \text{J}. \quad (4.21)$$

A (4.20) és a (4.21) egyenlet az **energiamegmaradás törvénye**, tehát a **termodinamika első főtétele, nyitott rendszerre** alkalmazott alakban.

4.1. példa. Egy gőzturbina belépőcsőknél a gőz nyomása $p_1 = 2 \text{ MPa} = 20 \text{ bar}$, hőmérséklete $t_1 = 320 \text{ °C}$, entalpiája $i_1 = 3080 \text{ kJ/kg}$. A kilépőcsőknél a nyomás $p_2 = 0,01 \text{ MPa} = 0,1 \text{ bar}$, a hőmérséklet $t_2 = 45,8 \text{ °C}$, a gőz entalpiája $i_2 = 2300 \text{ kJ/kg} = 2,3 \text{ MJ}$.

A rendszer nyitott (átáramlott), tehát a szolgáltatott munka 1 kg közeg áthaladása esetén a (4.20) szerint

$$w_{1-2} = i_1 - i_2 + q_{1-2} \text{ J/kg.}$$

Feltételezve, hogy a gőzturbina hőszigetelése jó, és ez gyakorlatilag kizárja a hőforgalmat a környezettel, tehát $q_{1-2} = 0$ (a rendszer adiabatikus) az 1 kg közeg áthaladása során kapott munka

$$w_{1-2} = i_1 - i_2 = \Delta i = (3080 - 2300) \text{ kJ/kg} = 780 \text{ kJ/kg.}$$

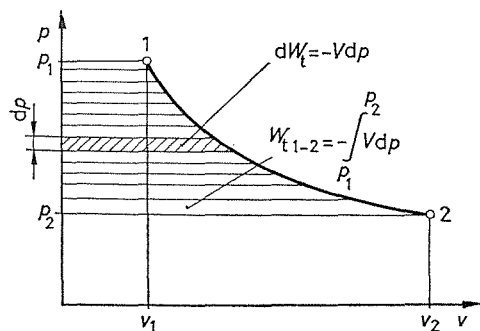
(Az $i_1 - i_2 = \Delta i$ entalpiakülönbséget a gőzturbina-irodalomban „hőesés”-nek nevezik.)

Amennyiben a turbinán $q_m = 36 \text{ t/h} = 10 \text{ kg/s}$ tömegáramú gőz halad át, a veszteségmentes gép teljesítménye

$$P = q_m(i_1 - i_2) = 10 \text{ kg/s} \cdot 780 \text{ kJ/kg} = 7800 \text{ kJ/s} = 7,8 \text{ MW.}$$

Ha a (4.17) vagy a (4.20) egyenlet szerinti munkát a $p-V$ diagramon kívánjuk bemutatni, a (4.17) és a (4.12) egyenlet összevetésével könnyen célhoz jutunk. A (4.17) egyenletben (4.12)-höz képest szerepel $+p_1V_1$ és $-p_2V_2$.

Figyelembe véve, hogy a zárt rendszer munkáját a (4.3) szerint az állapotváltozási görbe alatti terület adja, ahhoz a p_1V_1 téglalap területét hozzáadva és a p_2V_2 téglalap területét levonva, a görbétől balra az ordinátatengelyig tartó területet kapjuk mint a nyitott (átáramlott) rendszer munkaterületét (4.5. ábra).



4.5. ábra. A technikai munka ábrázolása $p-V$ diagramban

Ennek figyelembevételével a nyitott rendszerre

$$W_{1-2} = - \int_{p_1}^{p_2} V dp \quad \text{J.} \quad (4.22)$$

A nyitott (átáramlott) rendszer munkája a (4.22) egyenletből következően a 4.5. ábrán az állapotváltozási görbétől balra, az ordinátatengelyig terjedő területtel arányos.

A (4.22) egyenlet, ill. a 4.5. ábra szerint számított munkát **technikai munkának** szokták nevezni. Az elnevezést indokolja, hogy a gyakorlatban a legtöbb gép átáramlott rendszerként értelmezhető, a bennük végbemenő energiaátalakulások energia-

mérlegének kiszámításához figyelembe kell venni a közeg be- és kilépésénél fellépő energiaforgalmat is. Ez történt a (4.17) egyenlet felírásakor. A (4.22) egyenlet és az azt szemléltető 4.5. ábra $p-V$ koordinátákban fejezi ki ugyanezt.

A (4.3) és a (4.22) egyenlethez, valamint a 4.2 és 4.5 ábrához még egy fontos kiegészítést kell fűzni. Nevezetesen ez a két egyenlet csak súrlódásmentes (ún. megfordítható, reverzibilis) esetekre érvényes. A valóságos (tehát súrlódásos) állapotváltozásokra a

$$W_{\text{valóságos}} = - \int_{p_1}^{p_2} V dp - |W_s| \quad \text{J} \quad (4.23)$$

szerint módosul a (4.22) egyenlet. W_s mindig – definíciószerűen – negatív mennyiség, mert súrlódás útján csak növekedhet egy rendszer belső energiája, de csökkenni sohasem csökkenhet, tehát

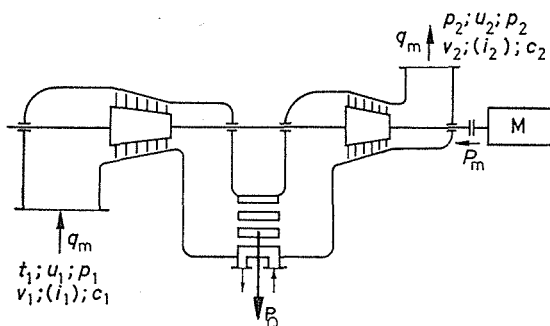
$$W_s < 0. \quad (4.24)$$

Ez a gyakorlat számára azt jelenti, hogy expanziónál, amikor a (4.23) egyenletben szereplő integrál pozitív, a valóságos munka kisebb, mint a $p-V$ diagramról leolvasható (4.22) szerinti terület. Kompressziónál viszont, ahol az integrál negatív és (a befektetett munkára tett előjel-megállapodás szerint) a W munka is negatív, a (4.23) egyenlet alapján a súrlódási munka negatív értékét az integrálhoz adva, nagyobb negatív értéket kapunk a valóságos munkára, mint ami a $p-V$ diagramból adódik. A részletekre még visszatérünk a 4.1.9. pontban.

Amennyiben nem tetszőleges mennyiségű, hanem 1 kg közegről van szó, az előbbi egyenletekben és ábrákon $V \text{ m}^3$ helyébe a fajlagos térfogat $v \text{ m}^3/\text{kg}$, ill. a fajlagos munka $w \text{ J/kg}$ lép. Az egységnyi tömeggel számoló összefüggésekbe a belső energia és entalpia is fajlagos ($u \text{ J/kg}$, ill. $i \text{ J/kg}$) értékekkel helyettesítendő.

4.1.2. Energiaegyenlet

Mivel az energiamegmaradás tételét az előbbieken a hőjelenségekkel járó energiaátalakulásokra is kiterjesztettük, a következő összefoglalást adhatjuk: mindazokban az esetekben, amelyekben a gépeken áthaladó vagy azokban elhelyezkedő közegek hőmérséklete (vagy általánosabban fogalmazva: termodinamikai állapota) is változik, a gépre vagy annak részfolyamatára felírt energiameérlegekben számításba kell venni a közeg belső (termikus) energiájának megváltozását, valamint az esetleges hőhatásokat (hőközlést vagy elvonást) is.



4.6. ábra. Vázlat egy visszahűtéses axiális tartókompresszor energiameérlegéhez

Vegyünk például egy kompresszort, amely levegőt komprimál 0,1 MPa = 1 bar nyomásról 1,6 MPa = 16 bar nyomásra. Legyen a kompresszor két háza között egy vízzel hűtött visszahűtő. A visszahűtéssel csökkenthető ugyanis a kompresszió végső hőmérséklete és így a kompressziómunka is. Az elrendezés a 4.6. ábrán látható. A kompresszor nyitott, átáramlott rendszernek tekinthető, amelyet a kompresszor valóságos belső felülete és a belépő- és kilépőcsonkok síkjában levő képzeletbeli sík felületek határolnak.

A rendszerbe belépő energiaáramok (vagyis a teljesítmények)

$$q_m \left[u_1 + p_1 v_1 + \frac{c_1^2}{2} + gh_1 \right] + P_m,$$

ahol u_1 a belépő közeg (fajlagos) belső energiája;

$p_1 v_1$ a környezet által végzett (fajlagos) belépési munka; $c_1^2/2$ a belépő közeg (fajlagos) kinetikai energiája;

gh_1 a belépő közeg (fajlagos) helyzeti energiája;

P_m pedig a kompresszort hajtó motor teljesítménye.

A rendszerből kilépő energiaáramok (vagyis a teljesítmények) pedig a következők szerint adódnak:

$$q_m \left[u_2 + p_2 v_2 + \frac{c_2^2}{2} + gh_2 \right] + P_Q,$$

ahol $p_2 v_2$ a rendszer által a környezettel szemben végzett kilépési munka; P_Q pedig a hűtőn keresztül kilépő energiaáram (hőáram).

Állandósult (stacioner) állapotban a belépő és a kilépő energiaáramok nagysága azonos, tehát

$$q_m \left[u_1 + p_1 v_1 + \frac{c_1^2}{2} + gh_1 \right] + P_m = q_m \left[u_2 + p_2 v_2 + \frac{c_2^2}{2} + gh_2 \right] + P_Q, \quad (4.25)$$

avagy a (4.19) egyenlet szerinti i (fajlagos) entalpiaértéket használva

$$q_m \left[i_1 + \frac{c_1^2}{2} + gh_1 \right] + P_m = q_m \left[i_2 + \frac{c_2^2}{2} + gh_2 \right] + P_Q. \quad (4.26)$$

Végül elhagyva a hőerőgépeknél jelentéktelen gh tagokat, a kompresszor hajtóteljesítmény-szükséglete

$$P_m = q_m \left[i_2 + \frac{c_2^2}{2} \right] - q_m \left[i_1 + \frac{c_1^2}{2} \right] + P_Q \quad (4.27)$$

adódik.

Amint látható, a kompresszor energiamérlege ismert i entalpia-, c sebesség- és P_Q hőáramérték esetén igen egyszerűen számítható. Az, hogy egy előírt nyomásnövekedéshez milyen $i_1 - i_2$ értékváltozás tartozik, a folyamatok részletesebb vizsgálata alapján számítható ki, amit a továbbiakban tárgyalunk.

Az előzőekben alkalmaztuk az energiamegmaradás tételét a hőerőgépekben végbe-menő folyamatokra. Energiamérlegeket írtunk fel, figyelembe véve a belső (termikus) energiát, ill. változásait is. **A belső energia létét is számításba vevő energiamegmaradási tételt nevezik a termodinamika I. főtételenek.**

Az eddigi energiamérlegekből azonban nem tűnik ki, hogy pl. egy bizonyos nyomásnövelés mekkora hőmérséklet-növekedést és térfogatcsökkenést hoz létre. Az eddigi egyenletek csak azt mondják meg, hogy pl. egy adiabatikusan komprimált közeg *belső energiája* (vagy átáramlott, nyitott rendszerben *entalpiája*) annyival nő, amennyi a kompresszióhoz befektetett munka. Pusztán az eddig tárgyalt összefüggések azonban nem adják meg, hogy pl. 1 kg tömegű, 0,1 MPa nyomású és 20 °C hőmérsékletű levegő 1,2 MPa nyomásra való komprimálásához mennyi munka kell, mekkora lesz a hőmérséklet a kompresszió végén és mennyit csökken a levegő fajtérfogata a művelet során? E kérdések megválaszolásához ismernünk kell az energiamegmaradás tételén kívül a közegek *állapotegyenleteit*: azt, hogy pl. a fajtérfogat hogyan függ a hőmérséklettől és a nyomástól, a belső energia vagy az entalpia mely jellemzők függvénye, és milyen függvénye azoknak?

4.1.3. Állapotegyenletek

a) **Termikus állapotegyenlet.** A közegek nyomása, térfogata és hőmérséklete közötti összefüggést nevezzük termikus állapotegyenletnek, de gyakran beszélünk egyszerűen $p-v-T$ összefüggésről is.

A tapasztalat szerint az, hogy egy adott V m³ térfogatú edényben elhelyezkedő m kg tömegű és t °C hőmérsékletű gáz mekkora p Pa nyomást fejt ki az edény falára, függ a gáz anyagi minőségétől (kémiai összetételétől) és sűrűségétől. A kapcsolat általában igen bonyolult, de bizonyos — és szerencsére a mindennapi gyakorlatban igen gyakran előforduló — esetekben igen egyszerű felépítésű a $p-v-T$ összefüggés. Nevezetesen, ha a gáz $\rho = m/V$ kg/m³ sűrűsége kicsi, mol mennyiségnyi anyagot vizsgálva a jellemzők között a gáz anyagi minőségétől függetlenül a

$$\frac{pV_m}{T} = R_m = 8315 \frac{N \cdot m}{\text{mol} \cdot K} = 8315 \frac{J}{\text{mol} \cdot K}$$

összefüggés áll fenn,

ahol p a gáz nyomása, Pa; V_m a gáz moláris térfogata, m³/mol;

T pedig a gáz abszolút hőmérséklete, K:

$$T \text{ K} = t \text{ °C} + 273,15.$$

Mint említettük, R_m 1 mol anyagra vonatkozik és az anyagi minőségtől független. Ezért **moláris vagy univerzális gázállandónak** nevezik.

Az előzők alapján bármely kis sűrűségű (és környezeti hőmérsékleten egyben kisnyomású) gáz egy moljára a termikus állapotegyenlet ($p-v-T$ összefüggés) a következő egyszerű alakban írható fel

$$pV_m = R_m T. \tag{4.28}$$

A (4.28) egyenletet az **ideális gáz állapotegyenletének** nevezzük. Itt hangsúlyozni kell, hogy a természetben ideális gáz mint olyan, nem létezik. Minden gáz reális gáz. Az ideális jelző csak arra utal, hogy a termodinamikai jellemzők (nyomás, sűrűség) bizonyos tartományában a rendkívül egyszerű (4.28) egyenlet alkalmazható. Helyesebb azt mondani, hogy bizonyos körülmények között a gázok *ideális viselkedést mutatnak*, nevezetesen $p-v-T$ jellemzőik között igen egyszerűen számítható kap-

csolat van. Megfelelően *kis nyomáson* (*kis sűrűség* mellett) bármely anyag gázhalmaz-
állapotú fázisa ideális gázként viselkedik, érvényes rá a (4.28) egyenlet.

A gépészeti gyakorlatban azonban kilogrammban és nem kilomolban szokás
mérni a tömeget. Ezért a gépészeti gyakorlatban leginkább a (4.28) egyenlet 1 kg
közégre felírt alakjával találkozunk:

$$pv = RT, \quad (4.29)$$

ahol v a közeg fajtérfogata, m^3/kg ;

R a közeg ún. **specifikus (vagy egyedi) gázállandója**, amely a moláris (univerzá-
lis) gázállandóból a közeg M_m **moláris tömegével** való osztással számítható,
 $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$:

$$R = \frac{R_m}{M_m} = \frac{J}{\text{kg} \cdot \text{K}}. \quad (4.30)$$

Az R specifikus gázállandó értéke a különböző moláris tömegű gázokra más és
más, amint ez a (4.30) egyenletből következik. Az anyagoknak a specifikus gázál-
landó ugyanúgy alapvető (és a termodinamikai állapottól független!) jellemzőjük,
mint a moláris tömeg.

Végül m kg tömegű gázra a következő alakot veszi fel az ideális gázok állapot-
egyenlete:

$$pV = mRT, \quad (4.31)$$

ahol V m^3 az m kg tömegű gáz által p Pa nyomáson és T K hőmérsékleten betöltött
térfogat.

Vegyük mindig figyelembe, hogy milyen tömegű gázra] írjuk fel az állapot-
egyenletet, mert ennek elmulasztása jelentős hibákhoz vezet.

Az előzőkből következően úgy is fogalmazhatunk, hogy egy gáz ideális viselkedésének (ideá-
lis gáznak) tekinthető, ha mért nyomását, hőmérsékletét és térfogatát a pv/RT képletbe helyette-
sítve, a kiszámított érték 1-et vagy közel 1-et ad. A pv/RT tört értékének az egységtől való eltérése
mértéke annak, hogy a gáz viselkedése az adott állapotban mennyire tér el az ideálistól. Tehát így
fogalmazhatunk:

$$\text{ha } \frac{pv}{RT} = 1 \pm 0,05, \quad \text{ideális gáz}, \quad (4.32)$$

$$\text{ha } \frac{pv}{RT} = z(p, T) \neq 1 \pm 0,05, \quad \text{reális gáz}, \quad (4.33)$$

ahol a (4.33) egyenletben szereplő z függvényt **reálgázfaktornak** (néha kompresszibilitásnak) szokás
nevezni. Mint látjuk, z a nyomás és a hőmérséklet (ami persze közvetve a sűrűséget is jelenti)
függvénye.

Tájékoztatásul a 4.7. ábrán megadjuk a nitrogén $z(p, T)$ reálgázfaktor diagramját. Ebből
egyébként kiténik, hogy a mindennapi gyakorlatban előforduló állapotok meglehetősen széles
tartományában tekinthető ideális gáznak a nitrogén.

Általános esetre ezeketán a $p-v-T$ összefüggés

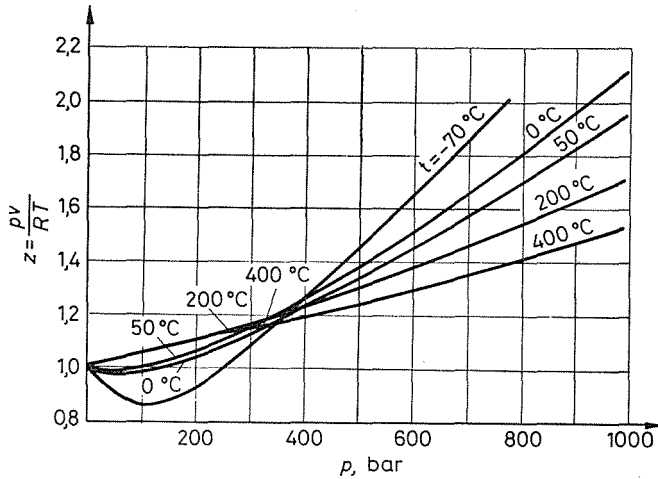
$$pv = z(p, T) RT \quad \text{J/kg} \quad (4.34)$$

alakot vesz fel. A $z(p, T)$ reálgázfaktor értékeit illetően utalunk a kézikönyvekben található ada-
tokra. A számítógépes munkára különösen alkalmas a

$$z = 1 + \frac{A(T)}{p} + \frac{B(T)}{p^2} + \frac{C(T)}{p^3} + \dots \quad (4.35)$$

ún. viriál-együtthatós alak.

Megemlítendő, hogy a (4.35) egyenlet szerinti alakot és általában a legtöbb $p-v-T$ állapotegyenletet úgy szokás megadni, hogy az csak a gázhalmazállapotra érvényes. A gáz- és folyadékhalmazállapot $p-v-T$ viszonyait egyaránt leíró állapotegyenletek igen bonyolultak, ezért az állapotegyenleteket – ott ahol egyáltalán szükséges mindkét fázis viselkedésének leírása – külön szokták megadni a gáz- és külön a folyadéktartományra. Ezekben a bonyolultabb esetekben elterjedten alkalmazzák az összefüggések grafikus megadását: a termodinamikában kiterjedten és eredményesen alkalmazott állapotdiagramokat.



4.7. ábra. A nitrogén z reálgázfaktor diagramja

b) **Kalorikus állapotegyenletek.** Az előző pontban a $p-v-T$ jellemzők közötti kapcsolatot tárgyalásánál láttuk, hogy *egyösszetevőjű* és *egyfázisú* közegnél két állapotjelző rögzítése meghatározza a harmadik állapotjelző értékét. Ez úgy általánosítható, hogy a két megadott állapotjelző meghatározza a közeg termodinamikai állapotát, és ezzel nemcsak a harmadik, hanem az összes többi állapotjelző értékét is. Így pl. a hőmérséklet és a fajtérfogat megadása nemcsak a p nyomás értékét határozza meg, hanem az u fajlagos belső energia és az i fajlagos entalpia értékét is. Mivel az $u(T, v)$, ill. az $i(T, p)$ függvények meghatározásához szükség van a kalorimetralás útján meghatározandó fajlagos hőkapacitásra (röviden fajhőre) is, ezeket az állapotfüggvényeket gyakran nevezik *kalorikus állapotegyenleteknek* is.

c) **A belsőenergia-függvény.** A belső energiát a (4.4), ill. a (4.5) egyenletben definiáltuk, és megállapítottuk róla, hogy állapotjelző. Mint ilyen, meghatározható két másik állapotjelző függvényeként. Azt, hogy melyik két állapotjelző függvényeként állítjuk elő, célszerűségi szempontok döntenek el. Mivel a belső energia értékét alapvetően a hőmérséklet befolyásolja, és ugyanakkor a belső energiát az energetikai számításokban a zárt rendszereknél alkalmazzuk, ezek állapotának definiálásához viszont a hőmérséklet mellett a térfogatot kézenfekvő alkalmazni, célszerű az u belső energiát

$$u = u(T, v)$$

alakban előállítani.

Termodinamikai megfontolásokból – amelyeknek menetét itt nem volna helyes részletezni – az adódik, hogy az u belső energia a

$$du = c_v(T, v) dT + \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p \right] dv, \quad (4.36)$$

ill.

$$u_1 - u_0 = \int_{T_0}^{T_1} c_v(T, v_0) dT + \int_{v_0}^{v_1} \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p \right]_{T_1} dv \quad (4.37)$$

egyenletből számítható.

A (4.36) és a (4.37) egyenletben $c_v(T, v)$ nem más, mint az állandó térfogaton mért fajlagos hőkapacitás (fajhő), amely alapvető anyagjellemző, és általános esetben a hőmérséklet és a fajtérfogat függvénye.

Ideális gázállapotban azonban c_v csak a hőmérsékletnek függvénye:

$$c_v = c_v(T) \quad \text{J/(kg}\cdot\text{K)}. \quad (4.38)$$

A különböző gázok ideális gázállapotára érvényes, a (4.38) szerinti fajhő táblázatait a legtöbb gépészeti kézikönyv tartalmazza.

A (4.36) és (4.37) egyenlet jobb oldalán levő második tag zárójeles kifejezése u térfogatfüggését fejezi ki.

Amint látható, a zárójelben levő kifejezés a közeg $p-v-T$ állapotegyenletéből határozható meg. Ha ismerjük a közeg $p-v-T$ állapotegyenletét [pl. (4.34) szerint], a kifejezés és ezzel u térfogatfüggése számítható. Ugyanakkor egy rövid számítással bárki meggyőződhet arról, hogy a zárójeles kifejezés értéke ideális gázállapot esetén – tehát amikor a (4.29) egyenlet írja le a közeg viselkedését – nulla. Ez azt jelenti, hogy ideális gázállapotban a belső energia nem függ a térfogattól, csak a hőmérsékletnek függvénye, $u = u(T)$. Ezzel a (4.37) egyenlet ideális gázállapotra a

$$u_1 - u_0 = \int_{T_0}^{T_1} c_v(T) dT \quad (4.39)$$

szerint egyszerűsödik. Mint már említettük, a technikai gázok a gyakorlatban előforduló igen sok esetben ideális gázként kezelhetők. Belső energiájuk így az egyszerű (4.39) egyenlettel számítható ki.

d) Az entalpiafüggvény. Az átáramlott (nyitott) rendszerek energiamérlegében szerepet játszó, a (4.18) és (4.19) egyenlet szerint definiált entalpia szintén *állapotjelző*. Így tehát másik két állapotjelző függvényeként előállítható. A nyitott rendszerek energiamérlegeinek számításakor alkalmazott entalpiánál célszerű a hőmérséklet mellett a p nyomást választani második független változónak, tehát az i függvényt

$$i = i(T, p)$$

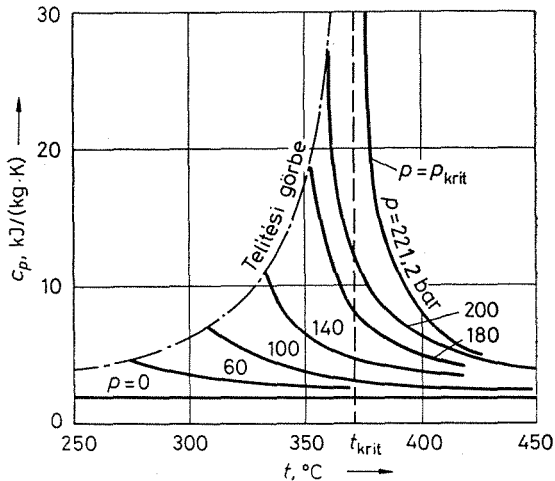
alakban előállítani. A termodinamikai megfontolásokat – itt ugyanúgy, mint ahogy azt a belső energianál – nem részletezve, az entalpia számítására a következő összefüggést írhatjuk fel:

$$di = c_p(T, p) dT + \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right] dp, \quad (4.40)$$

ill.

$$i_1 - i_0 = \int_{T_0}^{T_1} c_p(T, p_0) dT + \int_{p_0}^{p_1} \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right]_{T_1} dp. \quad (4.41)$$

A (4.40) és a (4.41) egyenletben $c_p(T, p)$ az állandó nyomáson mért fajlagos hőkapacitás (fajhő). A c_p fajhő általános esetben a hőmérsékleten kívül függvénye a nyomásnak is. A $c_p(T, p)$ függvény általában mérésekből áll rendelkezésre, és az anyagok termofizikai jellemzőit tartalmazó kiterjedt irodalomban könnyen hozzáférhető. Példaként a 4.8. ábra a vízgőz c_p fajhőjét szemlélteti a hőmérséklet függvényében és a nyomás paraméterében.



4.8. ábra. A vízgőz c_p fajhője a hőmérséklet és a nyomás függvényében

Ideális gázállapotra – hasonlóan mint a c_v – a c_p állandó nyomáson mért fajhő is csak a hőmérséklet függvénye:

$$c_p = c_p(T) \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}. \quad (4.42)$$

A különböző gázok ideális gázállapotára érvényes c_p fajhőit a legtöbb gépészeti kézikönyv tartalmazza.

A (4.40) és a (4.41) egyenlet jobb oldalán a második tagban szereplő zárójeles kifejezés a közeg $p-v-T$ állapotegyenletének ismeretében egyszerűen meghatározható. Az említett második tag adja meg az i entalpia nyomásfüggését. A nyomásfüggés nagyobb nyomásokon jelentősebb, a nyomás csökkenésével pedig elenyészik. Kis nyomásokon (ideális gázállapot) az entalpia nem függvénye a nyomásnak, csak a hőmérsékletfüggés marad meg. Ez kiadódik a (4.40), ill. a (4.41) egyenlet jobb oldalán levő zárójeles kifejezésből is. Annak értékét a $pv = RT$ ideális gáztörvény helyettesítésével kiszámítva ugyanis nullát kapunk.

Ideális gázállapotra tehát

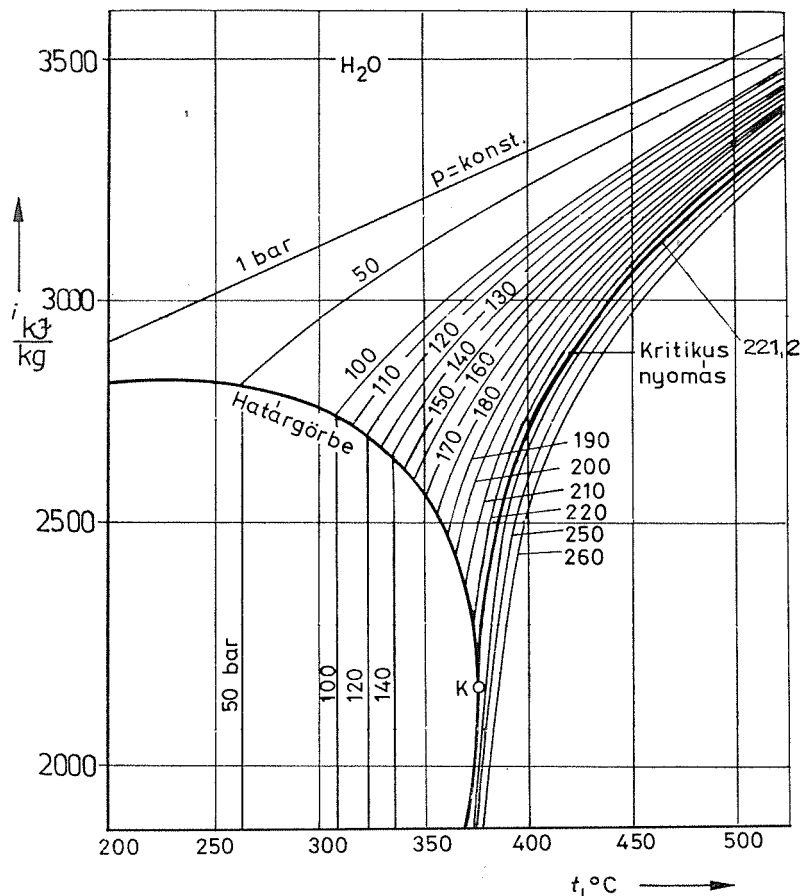
$$i = i(T)$$

mégpedig

$$i_1 - i_0 = \int_{T_0}^{T_1} c_p(T) dT. \quad (4.43)$$

Az ideális gázállapotból adódó egyszerűsödés ismét nagy könnyebbséget jelent a gyakorlatban, mert a technikai gázok igen sok esetben kezelhetők ideális gázként.

Szemléltetésül a 4.9. ábrán bemutatjuk a víz—vízgőz $i-t$ diagramját, p paramétervonalakkal, ami nem egyéb, mint a reális gázviselkedésű víz—vízgőz $i(T, p)$ entalpiafüggvényének grafikus alakja.



4.9. ábra. A vízgőz $i-t$ diagramja

Az ideális gázállapotban levő közegek $i-t$ diagramja egyetlen vonalból áll, mert ideális gázállapot esetén $i(T)$. Ez az összefüggés érvényes mindazokra a nyomásokra, amelyeken a gáz ideális viselkedésűnek tekinthető.

4.1.4. A belső energia és az entalpia fontosabb alkalmazási esetei

A belső energia és az entalpia fogalmának bevezetésével, ezen állapotjelzők definiálásával lehetővé vált, hogy a belső (termikus) energia változásával járó jelenségekre is kiterjesszük az energiamegmaradás tételét. Nézzük most azokat a technikai alapfeladatokat, amelyek követeléséhez ezt a két állapotjelzőt alkalmazzuk.

a) **Adiabatikus munka.** *Adiabatikus az a folyamat, amelynek során nem jön létre hőáram a rendszer és környezete között.* Ezt a helyzetet a gyakorlatban hőszigeteléssel vagy a folyamat olyan gyors lejátszatásával érhetjük el, hogy (ha volna is hőáram) a rendszer energianyeresége vagy -vesztése elhanyagolható legyen az egyéb (pl. munka) energiaforgalomhoz képest, tehát **adiabatikus a folyamat**, ha $dQ = 0$.

Ezek után egy zárt rendszer esetében, amit pl. a 4.1. ábra szemléltet, adiabatikus esetben

$$w = u_1 - u_2 \quad \text{J/kg}, \quad (4.44)$$

amint az a (4.14) egyenletből is következik. Expanzió esetén $u_1 - u_2$ pozitív, kompresszió esetén negatív értéket ad, összhangban a munkára a technikai termodinamikában elfogadott előjel-megállapodással. A (4.44) egyenlet minden további korlátozás nélkül érvényes, tehát veszteségmentes (reverzibilis) és reális (irreverzibilis) esetben egyaránt igaz.

Ha az adiabatikusan munkát végző közeg ideális gáznak tekinthető, és így belső energiája csak a hőmérséklet függvénye:

$$w = u_1 - u_2 = \bar{c}_v(T_1 - T_2) \quad \text{J/kg}, \quad (4.45)$$

ahol \bar{c}_v a $T_1 - T_2$ tartományra meghatározott közepes, állandó térfogaton mért fajhő.

Átáramlott (nyitott) rendszer esetén (4.4. ábra) az adiabatikus folyamat munkája (az ún. technikai munka) a (4.20) egyenletből következően

$$w_t = i_1 - i_2 \quad \text{J/kg}. \quad (4.46)$$

Ez az összefüggés is érvényes a veszteségmentes (reverzibilis) és a reális, veszteséges (irreverzibilis) folyamatokra egyaránt. Ha a szóban forgó közeg ideális gáznak tekinthető, az entalpiakülönbség, mivel $i(T)$, a következő alakban is számítható:

$$w = i_1 - i_2 = \bar{c}_p(T_1 - T_2) \quad \text{J/kg}, \quad (4.47)$$

ahol \bar{c}_p a $T_1 - T_2$ hőmérséklet-tartományban érvényes közepes, állandó nyomáson mért fajhő. A munka előjelére vonatkozóan ugyanaz igaz, ami az u belső energia kapcsán már szerepelt.

b) **Hőközlés, hőelvonás.** *Állandó térfogaton lejátszódó hőközlésnél*, amint az pl. a (4.3) egyenletből is következik, nincs térfogatváltozási munka. Ebből viszont a (4.12) energiamegmaradási tétel alapján adódik, hogy az állandó térfogatú rendszerrel közölt hőmennyiség kizárólag a rendszer belső energiáját növelheti, tehát

$$v = \text{konst.}; \quad q = u_2 - u_1 \quad \text{J/kg}. \quad (4.48)$$

Amint az a belsőenergia-függvényről írottaknál a (4.36) egyenletből is következik, u megváltozása $v = \text{konst.}$ $dv = 0$ esetén csakis a belsőenergia-függvény hőmérsékletfüggő tagjából adódhat. Az *állandó térfogaton* közölt vagy elvont fajlagos hőmennyiség

$$q = \frac{Q_v}{m} = u_2 - u_1 = \bar{c}_v(T_2 - T_1) \quad \text{J/kg} \quad (4.49)$$

szerint is számítható, ahol \bar{c}_v az adott hőmérséklet-tartományban érvényes közepes fajhő.

A q hőmennyiség előjele *pozitív*, ha közölt hőről van szó, amely növeli a közeg belső energiáját, és *negatív*, ha csökkenti.

Az **állandó nyomáson végbemenő hőközlés** (vagy hőelvonás) térfogatváltozással jár. Ilyen esetben tehát a közeg hőmérsékletének (és ezzel belső energiájának) változásán kívül a térfogatváltozással járó munkát is számításba kell venni a kívánt hőmérséklet-változás (belsőenergia-változás) eléréséhez szükséges hőmennyiség megállapításakor. *Állandó nyomású* (izobár) folyamatnál a *térfogatváltozási munka*

$$p(v_2 - v_1) = p_2 v_2 - p_1 v_1 \quad \text{J/kg}, \quad (4.50)$$

mivel $p = p_1 = p_2 = \text{konst.}$ Az, hogy az adott p nyomáson a kívánt $T_1 - T_2$ hőmérséklet-változás térfogatváltozással jár, a $p - v - T$ állapotegyenletből adódik.

A hőközléssel (vagy hőelvonással) járó belsőenergia-változást és a térfogatváltozási munkát összegezve

$$q = \frac{Q_p}{m} = u_2 - u_1 + p(v_2 - v_1)$$

eredményre jutunk, amit

$$q = \frac{Q_p}{m} = (u_2 + p_2 v_2) - (u_1 + p_1 v_1) = i_2 - i_1 \quad \text{J/kg} \quad (4.51)$$

alakban is átírhatunk. *A közeggel állandó nyomáson közlendő (vagy elvonandó) hőmennyiség tehát a végső és a kezdeti entalpiák különbségeként számítható.*

Átáramlott (nyitott) rendszerben az *állandó nyomáson történő* hőközlés esetén a (4.20) és a (4.22) egyenlet alapján célszerű számolni. A (4.22) egyenlet szerint $p = \text{konst.}$ $dp = 0$ esetén az átáramlott rendszer munkája (az ún. technikai munka) nulla. Ezt a (4.20) egyenletbe helyettesítve

$$p = \text{konst.}; \quad q = i_2 - i_1 \quad \text{J/kg}. \quad (4.52)$$

vagyis *izobár hőközlés esetén nyitott rendszerben is az entalpiák különbsége adja a hőforgalom értékét.*

Az előzőekben szereplő entalpiakülönbségeket a szóban forgó közegre érvényes entalpiatáblázatokból vagy -diagramokból vehetjük. Megemlítendő azonban, hogy – amint az a (4.40) és a (4.41) egyenletből is látható – az entalpia $i(T, p)$ függvénye a hőmérsékletnek és a nyomásnak. Állandó nyomáson végbemenő (izobár) folyamatoknál ebből adódóan i csak a hőmérséklet függvénye, és így az entalpiakülönbségek, amint az a (4.41) egyenletből is következik

$$p = \text{konst.}; \quad i_2 - i_1 = \bar{c}_p(T_2 - T_1) \quad \text{J/kg} \quad (4.53)$$

alapon is számíthatók. A (4.53) egyenletben \bar{c}_p a szóban forgó nyomáson és az adott $T_1 - T_2$ hőmérséklet-tartományban érvényes közepes, állandó nyomáson mért fajhő. Ideális gázállapotban a c_p nem nyomásfüggő, így \bar{c}_p csak a hőmérséklet-tartomány függvénye.

4.2. példa. A $q_m = 25 \text{ kg/s}$ tömegáramú, $p = 0,4 \text{ MPa}$ nyomású levegőáramot $t_1 = 10 \text{ }^\circ\text{C}$ -ról $t_2 = 350 \text{ }^\circ\text{C}$ -ra kell melegíteni ($t_2 - t_1 = 340 \text{ K}$). Mekkora hőteljesítmény szükséges a feladat megoldásához?

Az 1 kg levegő felmelegítéséhez szükséges hőmennyiség a (4.53) egyenlet szerint

$$q = i_2 - i_1 = \bar{c}_p(t_2 - t_1) \quad \text{J/kg}.$$

A levegő 10 °C és 350 °C közötti közepes fajhője (0,4 MPa nyomáson, ami csak jelentéktelenül tér el a 0,1 MPa nyomáson érvényes értéktől) $c_p = 1020 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$. Ezzel

$$q = 1020 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \cdot 340 \text{ K} = 346\,800 \text{ J}/\text{kg} = 346,8 \text{ kJ}/\text{kg}$$

az 1 kg közeggel közlendő hőmennyiség.

A 25 kg/s tömegáram felmelegítéséhez szükséges hőteljesítmény

$$P_Q = \dot{q}_m(t_2 - t_1) = \dot{q}_m \bar{c}_p(t_2 - t_1) = 25 \text{ kg/s} \cdot 346,8 \text{ kJ}/\text{kg} = 8670 \text{ kW} = 8,67 \text{ MW}.$$

Ha egy $V = \text{konst.}$ térfogatú zárt edényben $m = 25 \text{ kg}$ levegő van, és ezt ugyancsak $t_1 = 10 \text{ °C}$ -ról $t_2 = 350 \text{ °C}$ -ra ($t_2 - t_1 = 340 \text{ K}$) kívánjuk melegíteni, állandó térfogaton történő hőközlésről van szó, amely a (4,49) egyenlet szerint számítandó:

$$q = u_2 - u_1 = \bar{c}_v(t_2 - t_1) \text{ J}/\text{kg},$$

ill.

$$Q = m \bar{c}_v(t_2 - t_1) \text{ J}$$

szerint.

A 10 °C és a 350 °C közötti közepes, állandó térfogaton mért fajhő értéke

$$\bar{c}_v = 728 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K}),$$

ezzel a közlendő hőmennyiség

$$Q = 25 \text{ kg} \cdot 728 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \cdot 340 \text{ K} = 6\,188\,000 \text{ J} = 6,188 \text{ MJ}.$$

Ha azt akarjuk, hogy az $m = 25 \text{ kg}$ közeg $\tau = 1 \text{ s}$ alatt melegedjen fel, a szükséges hőteljesítmény

$$P_Q = \frac{Q}{\tau} = \frac{6,188 \text{ MJ}}{1 \text{ s}} = 6,188 \text{ MW}.$$

A példából kitűnik, hogy az azonos hőmérsékletarárok közötti hőközlés szükséges hőteljesítménye függ a hőközlés útjától, jelen esetben attól, hogy állandó nyomáson vagy állandó térfogaton melegítjük-e a gázt.

4.1.5. A belső energia munkává alakításának korlátai. A termodinamika II. főtétele

A belső energia fogalmának bevezetésével, amint láttuk, az energiamegmaradás törvénye kiterjeszhető volt a hőjelenségekkel járó energiaátalakulásokra. Az eddig szerepelt összefüggések megadják számos folyamat energiamérlegét, mindenkor számításba véve a belső energia megváltozásait és az energiamegmaradás tételét.

Ami azonban a belső energia megváltozásainak az eddig szerepelt egyenletekben lehetséges értékeit illeti, bizonyos korlátozások érvényesülnek. Az energiamegmaradást kifejező energiamérlegek természetesen változatlanul állnak, de ezekben a mérlegekben nem szerepelhetnek akármilyen belsőenergia-változások.

A tapasztalat ugyanis azt mutatja, hogy amíg a munka korlátlanul átalakítható belső energiává, addig **a belső energiáknak csak egy része alakítható munkává.**

Vannak tehát olyan energiaátalakulások, amelyek az energiamegmaradás törvényének érvényén belül elképzelhetők volnának, de fizikai valóságban nem jönnek létre. Mindenki számára természetes, hogy egy villamos motorral hajtott keverőlapátos szerkezettel a villamos motor munkáját a lapátok és az edényben levő folyadék közötti súrlódás révén a folyadék felmelegítésére (tehát belső energiájának növelésére) fordíthatjuk.

A végzett munka maradéktalanul a folyadék belső energiáját növeli (ha az edényt megfelelően hőszigeteljük, és eltekintünk a folyadék hőtágulása folytán az atmoszférával szemben végzett térfogat-növekedési munkától). A folyadékot így akár fel is forralhatjuk.

Ugyanez a folyamat fordítva, nevezetesen az, hogy forró vizet öntünk a keverőlapátos edénybe, és arra várunk, hogy a folyadék lehülve forgásba hozza a lapátokat és a villamos motort, munkát szolgáltatson, elképzelhetetlen, pontosabban minden eddigi tapasztalattal ellentétben. Pedig az energiamegmaradás tétele önmagában nem zárja ki ezt a folyamatot. (Amennyiben a folyadék lehülése során, annak belső-energia-csökkenése ugyanannyi, mint a lapátszerkezetről a villamos motorra átvinni képzelt munka, a folyamat az energiamegmaradás tétele szerint lehetséges.)

Ugyancsak korlátozás áll fenn a hőáram formájában történő energiaátvitel irányát illetően. Az energiamegmaradás tétele csak azt mondja ki, hogy az egyik rendszer energiavesztése ugyanannyi kell legyen, mint a másik energianyeresége. Ettől azonban még lehetséges lenne az, hogy egy pohár $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérsékletű italban egyszer csak jégkockák képződjenek, miközben a jéggé nem változott folyadék hőmérséklete mondjuk $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ra emelkedik. Ezt azonban szintén sohasem tapasztalta senki.

Azokat a folyamatokat, amelyek az előző példához hasonlóan egyik irányban spontán létrejönnek, az ellenkező irányban azonban nem, **meg nem fordítható** (*irreverzibilis*) folyamatoknak nevezzük.

Az energiamegmaradás törvényén (a termodinamika I. főtétele) belül tapasztalható — az előző példákban ismertetett — korlátozásokat a *termodinamika II. főtétele*ben fogalmazták meg.

A számos megfogalmazásból mutatunk be néhányat a következőkben.

„A belső energia (termikus energia) csak korlátozottan alakítható munkává.”

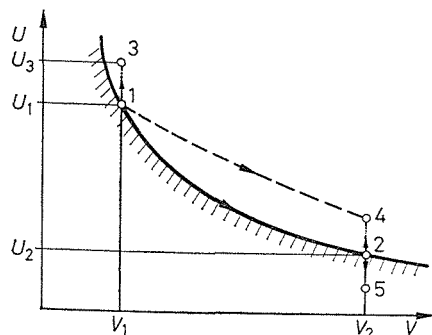
„Hőáram csak a nagyobb hőmérsékletű testekről a kisebb hőmérsékletű testek felé jön létre.”

„Minden valóságos folyamat irreverzibilis.”

Ezek a megfogalmazások, amelyeken kívül még sok, itt fel nem sorolt létezik, mind szöveges és *kvalitatív* megállapítások. Szükséges azonban a termodinamika második főtételenek matematikai megfogalmazása is. Ehhez egy további, kifejezetten erre a feladatra megalkotott állapotjelzőre van szükség.

Ennek az állapotjelzőnek a megalkotásához egy zárt adiabatikus rendszer *lehetséges és nem lehetséges* állapotváltozásainak vizsgálata vezet el.

A 4.10. ábra egy **zárt adiabatikus rendszer** kezdeti állapotát (I pont) és veszteségmentes (reverzibilis) expanzióját ($I-2$ görbe) mutatja $U-V$ diagramban.



4.10. ábra. Állapotváltozások az $U-V$ diagramban (Az $I-2$ vonal alatti állapotok nem érhetők el az I állapotból)

Adiabatikus, reverzibilis esetben zárt rendszerre a (4.3) és a (4.4) egyenletből

$$-dU = p dV \quad (4.54)$$

írható. Ebből a 4.10. ábrán szereplő $I-2$ görbe menetére

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{\text{ad, rev}} = -p \quad (4.55)$$

adódik, amely összefüggéssel adott esetben a különböző térfogatváltozásokhoz tartozó belsőenergia-változások kiszámíthatók.

Az $I-2$ görbe, mint említettük, a veszteségmentes (súrlódásmentes, reverzibilis) esetben adja az $U-V$ kapcsolatot. E görbe mentén tehát az adott térfogathatárok között kapható maximális munkát olvashatjuk le a kezdeti U_1 és a végállapothoz tartozó U_2 különbségként.

Ha a rendszeren — egy, a már említett keverőgéphez hasonló szerkezet — súrlódási munkát végez, de a rendszer térfogata nem változik, az állapotváltozást az $I-3$ pontozott vonal jelzi. (Azt, hogy ez a változás nem reverzibilis, az is jelzi, hogy az $I-3$ görbe iránytangense nem $-p$, amint az a veszteségmentes esetre vonatkozó (4.55) egyenletből adódik.)

A 4.10. ábra $I-4$ szaggatott vonal egy súrlódásos expanziót ábrázol, amely lényegében az $I-2$ és az $I-3$ típusú állapotváltozások kombinációja. Az $I-4$ állapotváltozást úgy is elképzelhetjük, hogy a rendszer először az $I-2$ úton végez munkát, majd a munka egy része az állapotváltozás végén, a V_2 konstans térfogaton — mintegy koncentrált veszteségként — alakul át súrlódási munkává, és hozza létre az $I-3$ változáshoz hasonló $2-4$ állapotváltozást. Az $I-4$ állapotváltozás azt jelenti, hogy a közeg expanziója során végzett munka egy része (mondjuk a közeg és a hengerfal közötti súrlódás folytán) súrlódási munkává alakul. Ez egyébként a gépekben valóban végbemenő folyamatok esete. Az U_1-U_4 különbség adja az ebben az adiabatikus, de nem veszteségmentes (nem reverzibilis = irreverzibilis) esetben a rendszer munkáját. U_1-U_4 kisebb, mint az azonos V_1-V_2 térfogathatárok közötti reverzibilis expanzióból kinyerhető munka.

Végül képzeljünk el egy, az I állapotból az 5 állapotba vezető állapotváltozást. Az 5 állapot a V_2 térfogaton van, de U_5 belső energiája kisebb, mint U_2 . Az ebből az elképzelt folyamatból kinyerhető munka U_1-U_5 tehát nagyobb lenne, mint a V_1-V_2 térfogathatárok közötti veszteségmentes $I-2$ folyamat U_1-U_2 munkája. Ez azt jelentené, hogy a rendszer először például az $I-2$ veszteségmentes expanzióval U_1-U_2 munkát szolgáltat, majd a V_2 állandó térfogaton expanzió nélkül lehűl és munkát végez, tehát fordított $I-3$ típusú változást végez. Ez azonban ellentmond minden eddigi tapasztalatnak.

Végső következtetésként ezek után azt rögzíthetjük, hogy *egy zárt adiabatikus rendszerből nyerhető maximális munka egyenlő az adott térfogathatárok között reverzibilis úton végrehajtott expanzió munkájával*. Ennél nagyobb munka nyérése nem lehetséges. A belső energia nem csökkenhet jobban, mint az előbbi megfogalmazásból adódó U_1-U_2 , avagy U_2 -nél kisebb belső energiájú állapotok *nem érhetőek el* az U_1 , V_1 kezdeti állapotú, V_1-V_2 térfogathatárok között dolgozó adiabatikus rendszerrel.

Visszatérve a 4.10. ábrához, az előzőket ebben az ábrában értelmezve az I állapotú zárt adiabatikus rendszerrel csak olyan állapotok érhetőek el, amelyek az I ponton áthaladó adiabatikus reverzibilis állapotváltozást jellemző görbén vagy attól

jobbra és felfelé eső tartományban vannak. Az e görbétől balra és lefelé eső területen fekvő állapotok nem érhetők el az I állapotú adiabatikus rendszerrel.

A belső energia tehát még veszteségmentes folyamatok esetén is csak korlátozottan alakítható munkává, amint azt a termodinamika II. főtételeinek szöveges megfogalmazásai között már említettük.

4.1.6. Az entrópia

A 4.10. ábra és a (4.54) és (4.55) egyenlet alapján – mint látni fogjuk – már lehetséges a második főtétele matematikai megfogalmazása, mégpedig úgy, hogy a $dU + p dV$ kifejezés értékét kiszámítva szelektálni tudjuk a természetes gyakorlati, az elvben lehetséges, valamint a második főtétele (és főleg az igen egyértelmű tapasztalat) szerint lehetetlen folyamatokat.

Ezek szerint, egy **zárt adiabatikus rendszer** állapotváltozásnál, ha

$$dU + p dV > 0 \quad (4.56)$$

valóságos, és ebből következően vesztesége, *irreverzibilis* folyamatról van szó.

Ha

$$dU + p dV = 0 \quad (4.57)$$

a folyamat *reverzibilis*, tehát a valóságos folyamatok *idealizált határeseteként* elvben elképzelhető.

Amennyiben viszont a zárt adiabatikus rendszerből valami olyan állapotváltozást képzelünk el, amelyre

$$dU + p dV < 0 \quad (4.58)$$

adódik a számításból, biztosak lehetünk, hogy *a valóságban létre nem jövő*, nem realizálható, lehetetlen állapotváltozást feltételeztünk.

A (4.56)–(4.58) differenciális kifejezések alkalmasak ugyan az elemi folyamatok előzők szerinti szelektálására, de véges folyamatok esetén, integrálva az

$$\int_1^2 dU + p dV = U_2 - U_1 + \int_1^2 p dV \quad (4.59)$$

kifejezésre vezetnek, amely az utolsó tagból adódóan útfüggő. Eszerint bár a $dU + p dV$ kifejezés kedvező tulajdonságokat mutat, ebben a formában nem szolgáltathatja a termodinamika II. főtételeinek matematikai megfogalmazására alkalmas állapotjelzőt.

Az állapotjelzők értéke ugyanis definíciószerűen csak a pillanatnyi állapot függvénye, megváltozásuk pedig teljes differenciál.

A matematikából ugyanakkor ismert, hogy a nem teljes differenciálok egy-egy alkalmas multiplikátorfüggvénnyel való szorzás útján mindig teljes differenciálá alakíthatók. A tárgyalt esetben az $1/T$, tehát az abszolút hőmérséklet reciproka alkalmas multiplikátor. A T abszolút hőmérséklet mindig pozitív lévén, a T -vel való osztás nem változtatja meg a (4.56) – (4.58) kifejezések ismertett viselkedését, ugyanakkor pedig

$$\frac{dU + p dV}{T} = dS \quad \text{J/K} \quad (4.60)$$

már teljes differenciál. Itt dS a második főtétel matematikai megfogalmazásához konstruált állapotjelző, az S entrópiafüggvény differenciálja.

Az **entrópia** tehát olyan állapotjelző, amely adiabatikus rendszerek valóságos (irreverzibilis) folyamatai során nő,

$$dS > 0. \quad (4.61)$$

Az elvben lehetséges veszteségmentes (reverzibilis) változásoknál adiabatikus rendszerben

$$dS = 0. \quad (4.62)$$

Az *adiabatikus reverzibilis* és így a (4.62) egyenlet szerint állandó entrópia mellett végbemenő folyamatokat **izentropikusnak** nevezzük.

Végül olyan változás, amelynél

$$dS < 0,$$

adiabatikus rendszerben nem jöhet létre.

Az entrópiafüggvény. A (4.60) definiáló egyenletből következik, hogy az S entrópia mértékegysége: J/K. Ugyanúgy, ahogy képezhető az egységnyi tömegre vonatkozó fajlagos belső energia u és a fajlagos entalpia i , képezhető az egységnyi tömeg entrópiája

$$s = S/m \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}). \quad (4.63)$$

A (4.60) egyenlet egységnyi tömegre érvényes alakja

$$\frac{du + p dv}{T} = ds \quad \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}. \quad (4.64)$$

$s(T, v)$ állapotfüggvény a (4.60) definiáló egyenlet alapján a belsőenergia-függvény és a $p-v-T$ állapotegyenlet birtokában kiszámítható. Amint erről a (4.60) egyenlet a belső energia (4.39) egyenlet szerinti kifejezése, valamint az ideális gáz (4.29) állapotegyenlete felhasználásával bárki meggyőződhet, *ideális gázra*

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \quad \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K}), \quad (4.65)$$

ill.

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K}). \quad (4.66)$$

A (4.60) egyenlet a

$$dU + p dV = dQ = dI - V dp$$

összefüggés felhasználásával

$$dS = \frac{dI - V dp}{T} \quad \text{J}/\text{K} \quad (4.67)$$

alakban, ill.

$$ds = \frac{di - v dp}{T} \quad \text{J/(kg} \cdot \text{K)} \quad (4.68)$$

alakban is felírható. Ebből kiindulva ideális gázra

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}, \quad (4.69)$$

integrálás után pedig

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad \text{J/(kg} \cdot \text{K)}. \quad (4.70)$$

Amíg a (4.66) egyenlet az $s(T, v)$ függvényt, a most felírt (4.70) egyenlet pedig az $s(T, p)$ függvényt adja meg. Mindkettő ideális gázra vonatkozik.

Reális gázok esetén az entrópia kiszámításához a reális gázok belsőenergia- és entalpiafüggvényeit kell figyelembe venni (4.37) és (4.41) egyenlet szerint. Ezekkel az $s(T, v)$ függvény, tehát az entrópia mint a hőmérséklet és a fajtérfogat függvénye az

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v \frac{dT}{T} + \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dv \quad \text{J/(kg} \cdot \text{K)} \quad (4.71)$$

egyenletből számítható. Az entrópia mint a hőmérséklet és a nyomás függvénye, $s(T, p)$ pedig a következők szerint adódik a (4.68), valamint a (4.41) egyenlet alapján

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p \frac{dT}{T} - \int_{p_1}^{p_2} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dp \quad \text{J/(kg} \cdot \text{K)}. \quad (4.72)$$

A reális gázok a (4.71) vagy a (4.72) egyenlet szerinti entrópiafüggvényei a gáz $p-v-T$ egyenletétől függően igen bonyolultak lehetnek. Rendszerint diagramok (esetleg táblázatok vagy számítógépes programok) formájában állnak a napi mérnöki gyakorlat rendelkezésére.

A (4.72) egyenlet alapján készült például a vízgőz (mint reális gáz) entrópiadiagramja, amely a későbbiekben a 4.20. ábrán még szerepelni fog.

4.1.7. Entrópiaváltozás nem adiabatikus folyamatoknál

Az entrópia a 4.1.6. pontban leírtak szerint alkalmas arra, hogy segítségével adiabatikus rendszer munkája során lehetséges és — a termodinamika második fő-tétele szerint — lehetetlen állapotváltozások között matematikai módszerekkel különbséget tudjunk tenni.

A gyakorlatban azonban gyakran fordul elő a hőközlés vagy hőelvonás (tehát nem adiabatikus folyamatok). Ezekre szintén érvényes bizonyos — a második fő-tételben megfogalmazott — korlátozás. Nevezetesen az, hogy *hőáram csak a kisebb hőmérsékletek irányában jön létre* és fordítva nem.

Az entrópia — mint látni fogjuk — ebben az esetben is alkalmas a második fő-tétel matematikai kifejezésére.

Két egymástól eltérő hőmérsékletű ($T_1 > T_2$), egymással termikus érintkezésben levő rendszer között hőáram jön létre. Ha kizárjuk a további rendszerekkel való hőcserét, nyilvánvaló, hogy a T_1 hőmérsékletű rendszer által leadott és a T_2 hőmérsékletű rendszer által felvett hőmennyiség abszolút értéke az energiamegmaradás tételének megfelelően azonos, előjelük azonban — a termodinamika első főtételénél tett előjel-megállapodás szerint — ellentétes, tehát

$$-dQ_1 = dQ_2 \quad \text{J} \quad (4.73)$$

vagy

$$dQ_1 + dQ_2 = 0 \quad \text{J} \quad (4.74)$$

írható, ahol dQ_1 (mint az 1 rendszer által leadott hőmennyiség) negatív, míg dQ_2 (mint a 2 rendszer által felvett hőmennyiség) pozitív érték. A (4.74) egyenlet egyben azt is kifejezi, hogy a két rendszer együttese további rendszerekkel (a környezettel) szemben adiabatikus, hőáram csak kettőjük között van.

Ha ezek után dQ_1 értékét az 1 rendszer T_1 hőmérsékletével, dQ_2 értékét pedig a 2 rendszer T_2 hőmérsékletével osztjuk, a (4.74) egyenlet egyenlőtlenséggé alakul:

$$\frac{dQ_1}{T_1} + \frac{dQ_2}{T_2} > 0 \quad \text{J/K.} \quad (4.75)$$

A kifejezés értéke azért lesz nagyobb, mint nulla, mert a negatív dQ_1 értéket egy nagyobb T_1 , a pozitív dQ_2 értéket pedig egy kisebb T_2 értékkel osztottuk.

Figyelembe véve, hogy a (4.13) és a (4.3) egyenlet alapján súrlódásmentes esetre

$$dQ = dU + p dV \quad \text{J} \quad (4.76)$$

írható, a (4.75) egyenlet a

$$\frac{dU_1 + p_1 dV_1}{T_1} + \frac{dU_2 + p_2 dV_2}{T_2} > 0 \quad (4.77)$$

alakot veszi fel. Ebből pedig az tűnik ki, hogy — figyelemmel a (4.60) egyenletre — a (4.77) egyenlőtlenség bal oldalán az 1 rendszer dS_1 , és a 2 rendszer dS_2 entrópia-változása áll, mégpedig úgy, hogy a hőmennyiséget leadó 1 rendszer entrópiája csökken (dS_1 negatív), a hőmennyiséget felvevő 2 rendszer entrópiája pedig nő (dS_2 pozitív). A két rendszer entrópiájának összege — amint az a (4.77) egyenlőtlenségből is látszik — ugyancsak nő:

$$dS_1 + dS_2 = \Sigma dS > 0 \quad \text{J/K.} \quad (4.78)$$

Egy *nem adiabatikus, hőmennyiséget leadó rendszer entrópiája* tehát csökken, de a dolog természetéből adódóan nyilvánvaló, hogy ez a folyamat szükségképpen feltételez egy, a hőmennyiséget felvevő másik rendszert is. A hőmennyiség abszolút értékének azonosságából és a hőmérséklet különbözőségéből következik azonban, hogy a hőmennyiséget felvevő rendszer entrópiájának növekedés nagyobb, mint az azt leadó rendszer entrópiájának csökkenése.

Annak igazolására, hogy az entrópia alkalmas egy adiabatikus rendszeren belül, egymással hőcserére képes részrendszerek (amilyen az 1 és 2 rendszer) között lehet-

séges és nem lehetséges folyamatok szelektálására, alakítsuk át a (4.78) egyenlőtlen-ség bal oldalán álló kifejezést a (4.75) és (4.73) egyenlet alapján:

$$dS_1 + dS_2 = dQ_2 \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \quad \text{J/K.} \quad (4.79)$$

A (4.79) egyenlet pozitív dQ_2 és $T_1 > T_2$ esetében

$$\Sigma dS > 0 \quad \text{valóságos folyamat} \quad (4.80)$$

eredményhez vezet, jelezve, hogy a valóságban létrejövő folyamatról van szó.

A valóság határeseteként még elképzelhető a $T_1 = T_2$ eset, amivel

$$\Sigma dS = 0; \quad \text{ez reverzibilis folyamat.} \quad (4.81)$$

Végül pozitív dQ_2 és $T_1 < T_2$, tehát annak feltételezése, hogy a melegebb 2 rend-szerbe menjen hőáram a hidegebb 1 rendszerből, a

$$\Sigma dS < 0, \quad \text{lehetetlen (!)} \quad (4.82)$$

eredményre vezet. Az entrópia tehát egy adiabatikus rendszer diatermikus (nem adia-batikus) részrendszerei közötti folyamatok szelektálására is alkalmas, mégpedig a (4.80)–(4.82) egyenlet szerint.

Itt kell megemlíteni, hogy az entrópiát véges adiabatikus rendszerekben (amelyek tartalmazhatnak diatermikus részrendszereket) végzett vizsgálatok alapján vezették be. Következtetéseket tehát csak ilyen rendszerek esetén vonhatunk le az entrópiával végzett számításokból. Ez a korlát azonban nem szűkíti a technikai számítások lehe-tőségét.

4.1.8. T – s diagram

A (4.60) egyenlet az entrópia definiáló egyenlete. A (4.76) egyenlet alapján, sűr-
lódásmentes esetben, a számláló helyébe a dQ hőmennyiséget helyettesíthetjük. Ezzel

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad \text{J/K} \quad (4.83)$$

írható, ismét hangsúlyozva, hogy az összefüggés reverzibilis esetre igaz csak. Egység-nyi tömegre vonatkoztatott, fajlagos entrópia esetén

$$ds = \frac{dq}{T} \quad \text{J/(kg} \cdot \text{K)}. \quad (4.84)$$

A (4.83) és (4.84) egyenletből következik, hogy

$$T dS = dQ \quad \text{J,} \quad (4.85)$$

ill.

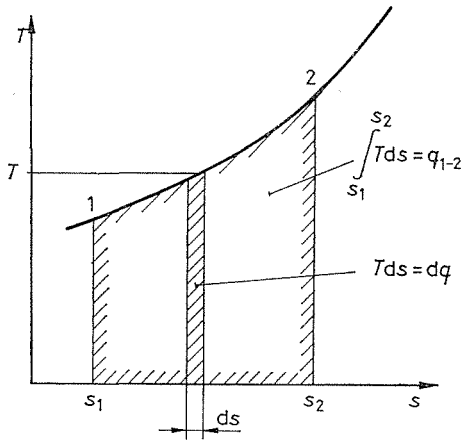
$$T ds = dq \quad \text{J/kg,} \quad (4.86)$$

vagyis az abszolút hőmérséklet és az entrópiamegváltozás szorzata a reverzibilis elemi állapotváltozás során közölt hőmennyiséget adja.

A (4.86) képletből az következik, hogy különböző (például $p = \text{konst.}$, $v = \text{konst.}$) állapotváltozásokat egy $T-s$ koordináta-rendszerben ábrázolva, a görbék alatti területek (4.11. ábra) az

$$\int_{s_1}^{s_2} T ds = q_{1-2} \quad \text{J/kg} \quad (4.87)$$

összefüggésnek megfelelően az állapotváltozások során közölt vagy elvont hőmennyiségeket jelentik, ha az állapotváltozás, amelyet a görbe ábrázol, súrlódásmentes.



4.11. ábra. $T-s$ diagram

Ha nem az s [J/(kg·K)] fajlagos entrópiával számolunk a (4.87) egyenletben, ill. a 4.11. diagramban, hanem a rendszer teljes tömegének S (J/K) entrópiájával, az egyenletből, ill. a diagramból a teljes tömeggel közlendő (elvonandó) hőmennyiség adódik. A szakirodalomban közzétett diagramok, ritka kivételtől eltekintve, 1 kg közrege vonatkoznak, és közegeként mások.

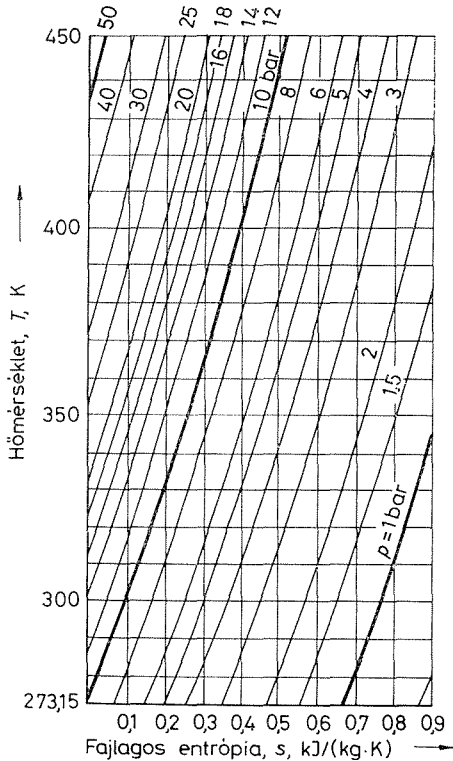
Egy-egy közeg $T-s$ diagramjának megrajzolása a diagramba berajzolandó $v = \text{konst.}$ és $p = \text{konst.}$ görbe (paramétervonalak) menetének kiszámítása, ideális gázok esetén a (4.65) és a (4.70) egyenlet alapján, reális gázok esetén pedig a (4.71) és (4.72) egyenletek alapján történik. Ezek az egyenletek adják meg az $s = s(T, v)$, ill. $s = s(T, p)$ függvényeket, és ezzel a $v = \text{konst.}$, ill. a $p = \text{konst.}$ paramétervonalak egyenletét a $T-s$ koordináta-rendszerben.

A 4.12. ábra a levegő $T-s$ diagramját szemlélteti a $p = \text{konst.}$ görbesereg berajzolásával.

A $v = \text{konst.}$ vonalak menete $T-s$ diagramban meredekebb, mint a $p = \text{konst.}$ vonalaké, mert a c_v állandó térfogaton mért fajhő mindig kisebb, mint a c_p állandó nyomáson mért fajhő. Ami ebből következik, hogy azonos $\Delta T = T_1 - T_2$ felmelegítéshez állandó nyomáson nagyobb hőmennyiség közlése szükséges, szemléletesen mutatkozik a $T-s$ diagramban is, amennyiben az adott $T_1 - T_2$ hőmérsékletközben a laposabb menetű $p = \text{konst.}$ vonal alatt nagyobb terület (4.87) egyenlet fekszik.

Amint azt a (4.39) és a (4.43) egyenlet kapcsán elmondtuk, ideális gázállapotban az u belső energia és az i entalpia csak a hőmérséklet függvénye. Ebből következik,

hogy ideálisan viselkedő gázok $T-s$ diagramjában a vízszintesen futó $T = \text{konst.}$ vonalak egyben $u = \text{konst.}$ és $i = \text{konst.}$ vonalak is. Az, hogy egy-egy hőmérséklet-hez milyen u vagy i érték tartozik, különböző (ideálisan viselkedő) közegeknél a (4.39) és a (4.43) egyenlet alapján számítható a c_v és c_p fajhő ismeretében.



4.12. ábra. A levegő $T-s$ diagramja

4.1.9. Egyszerű állapotváltozások és ábrázolásuk a $p-v$ és a $T-s$ diagramban

Az eddigiek ismeretében sorra vehetjük azokat az egyszerű állapotváltozásokat, amelyekből a hőerőgépek körfolyamatai felépülnek. Az állapotjelzők közötti összefüggéseket és az állapotváltozásokat ábrázoló görbéket tömör formában igyekszünk bemutatni a következőkben, ideális gázként viselkedő közegek reverzibilis állapotváltozása esetére. A reális gázok viselkedésére csak egy-egy mondattal utalunk.

a) **Izochor állapotváltozás, $v = \text{konst.}$** A közegek állapotváltozása izochor, ha zárt, merev falú térben melegítjük vagy hűtjük őket. A közölt vagy elvont hőmennyiség a (4.49) egyenlet alapján számítható, területben pedig a 4.13b ábrán látható a $v_1 = \text{konst.}$ görbe alatti $a-1-2-b-a$ területként, összhangban a (4.87) egyenlettel.

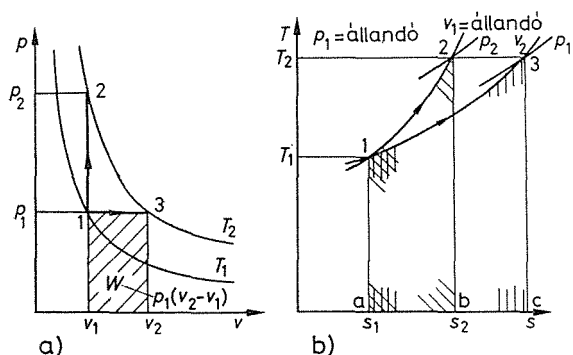
A nyomás és a hőmérséklet közötti kapcsolat

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (4.88)$$

Nem ideális viselkedésű gáz esetén ez a mindenkori $p-v-T$ állapotegyenletből, pl. a (4.34) és a (4.35) egyenletből számítandó. Munkavégzés ennél az állapotváltozásnál nincs.

b) Izobár állapotváltozás, $p = \text{konst.}$ Izobár állapotváltozást végez egy gáz, ha a tér, amelyben melegítik vagy hűtik, követi a gáz térfogatváltozását (pl. egy állandó súlyerővel terhelt dugattyú elmozdulásával). Állandó nyomásúnak tekinthető (jó közelítéssel) a csövekben, csatornáknban áramló közegek hűtése vagy fűtése, ha a be- és a kilépősebességek különbsége nem nagyon nagy. A közölt vagy elvont hőmennyiség a (4.53) képlet szerint számítandó, területben pedig a 4.13b ábrán látható, a $p_1 = \text{konst.}$ görbe alatti $a-1-3-c-a$ területként.

A térfogatváltozási munka a 4.13a ábrából olvasható le. A (4.22) egyenlettel számítható technikai munka értéke pedig nulla, mivel $p = \text{konst.}$, $dp = 0$.



4.13. ábra. Izobár ($p = \text{konst.}$) és izochor ($v = \text{konst.}$) állapotváltozások $p-v$ és $T-s$ diagramban

A fajtérfogat és a hőmérséklet közötti kapcsolat a (4.29) egyenletből következően

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad (4.89)$$

Nem ideális gázoknál ez az állapotegyenletből [pl. (4.34) és (4.35) egyenlet] számítandó.

c) Izotermikus állapotváltozás, $T = \text{konst.}$ Izotermikus állapotváltozás jön létre, ha egy gáz kompressziója során a kompressziómunkából adódó belsőenergia-, ill. entalpiánövekedést hűtéssel kompenzáljuk úgy, hogy a gáz hőmérséklete állandó maradjon. Expanzió esetén a gáz által végzett munkát fűtéssel (hőközléssel) kell kompenzálni. Ideális gáz esetén, amikor is az u belső energia és az i entalpia egyaránt csak a hőmérséklet függvénye [l. a (4.39) és a (4.43) egyenletet], az izotermikus állapotváltozás feltétele

$$q = w_T = \text{konst} \quad \text{J/kg}. \quad (4.90)$$

Reális gázoknál, ahol a $T = \text{konst.}$ nem jelent egyben $u = \text{konst.}$, ill. $i = \text{konst.}$ értéket, a (4.90) reláció némileg (általában csak szerény mértékben) torzul u , ill. i térfogat- vagy nyomásfüggésének megfelelően, amint ez a (4.37) és a (4.41) egyenletből is következik.

A munka és — amint az a (4.90)-ből következik — a hőmennyiség a (4.3) és a (4.29) egyenletből adódóan

$$w_{\text{izot } 1-2} = \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = RT \ln \frac{v_2}{v_1} = q \quad \text{J/kg,} \quad (4.91)$$

vagy

$$w_{\text{izot } 1-2} = q = RT \ln \frac{p_1}{p_2} \quad \text{J/kg,} \quad (4.92)$$

mivel ideális gáz izotermikus állapotváltozásánál

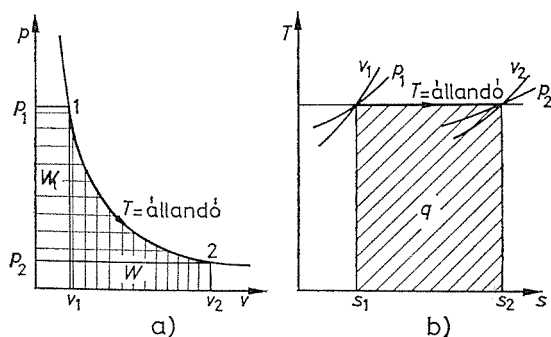
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1}{p_2} \quad (4.93)$$

adja a nyomás és a fajlagos térfogat összefüggését.

Ugyancsak az ideális gáz izotermájának $p_1 v_1 = p_2 v_2$ egyenletéből adódóan **a zárt rendszer munkája és az átáramlott (nyitott) rendszer technikai munkája azonos:**

$$w_{\text{izot}} = w_t \text{ izot,} \quad (4.94)$$

amint az a (4.16) egyenletből is kiadódik. Az izotermikus állapotváltozást a $p-v$ diagramban a 4.14a ábrán, a $T-s$ diagramban pedig a 4.14b ábrán szemléltetjük.



4.14. ábra. Izotermikus ($T = \text{konst.}$) állapotváltozás a $p-v$ és $T-s$ diagramban

A $p-v$ diagramban a w munka, a $T-s$ diagramban a (vele egyenlő) q hőmennyiség látható a $T = \text{konst.}$ görbe alatti területként. A $p-v$ diagramban az 1-2 görbétől balra a p tengelyig terjedő terület a w_t technikai munka, amely, mint azt a (4.94) egyenlet kapcsán elmondtuk, ugyanakkora, mint a függőlegesen vonalkázott w terület.

Reális gázoknál a $t = \text{konst.}$ vonal a $p-v$ diagramban nem egyenlő szárú hiperbola, így a (4.91) és a (4.92) egyenletek bonyolultabbá válnak, és a (4.94) egyenlet sem áll pontosan.

d) **Adiabatikus reverzibilis állapotváltozás.** Az adiabatikus folyamat feltételeit a 4.1.4.a) pontban már említettük. Ugyancsak tárgyaltuk az adiabatikus munka számításának összefüggéseit a (4.44)–(4.47) képletben.

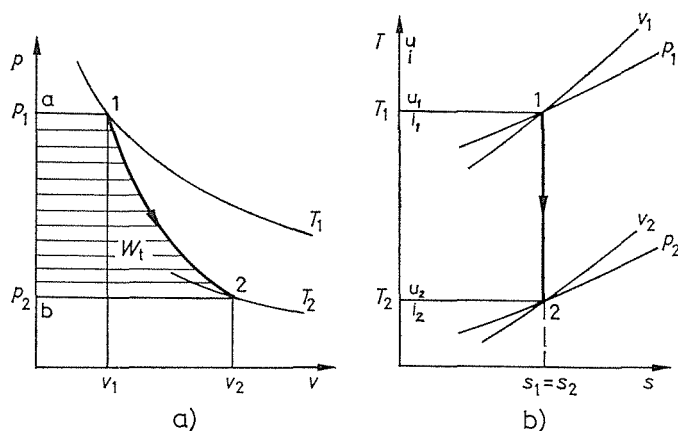
Az adiabatikus reverzibilis állapotváltozást $T-s$ diagramban függőleges egyenes ábrázolja, mert reverzibilis állapotváltozás esetén $dq = du + p dv$, ugyanakkor mivel adiabatikus változásnál dq definíciószerűen nulla, a (4.64) egyenletből

$$ds = 0|_{\text{ad, rev}} \quad (4.95)$$

adódik. Az adiabatikus reverzibilis változásnál tehát

$$s = \text{konst.}, \quad (4.96)$$

aminek a $T-s$ diagramban függőleges egyenes felel meg (4.15b ábra). Az 1-2 állapotváltozási vonal alatti terület a $T-s$ diagramban nulla.



4.15. ábra. Adiabatikus, reverzibilis (izentropikus) állapotváltozás $p-v$ és $T-s$ diagramban

Ideális gáz esetén, amikor is a $T-s$ diagram ordinátatengelye a (4.39) és a (4.41) egyenlet szerint u és i skálával is ellátható, a $T_1 - T_2$ hőmérsékletváltozáson kívül a zárt vagy az átáramlott rendszer munkája is leolvasható az így kiegészített diagramból.

A p , v és T értékek közötti kapcsolathoz például a (4.66) és a (4.70) egyenletből is eljuthatunk a (4.96) egyenletnek megfelelő $s_2 = s_1$, ill. $s_2 - s_1 = 0$ helyettesítéssel. Alkalmazva az ideálisan viselkedő gázra igaz

$$c_p - c_v = R \quad \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \quad (4.97)$$

összefüggést, valamint a

$$\frac{c_p}{c_v} = \kappa \quad (4.98)$$

jelölést, a

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}, \quad (4.99)$$

valamint a

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^\kappa \quad (4.100)$$

adódik a nyomás, a fajtérfogat és a hőmérséklet között ideális gáz adiabatikus reverzibilis állapotváltozása esetén.

A $p-v$ diagramban a 4.15a ábrán látható a

$$pv^\kappa = \text{konst.} \quad (4.101)$$

menetű reverzibilis adiabata görbéje. Ha figyelembe vesszük, hogy izoterma esetén a v fajtérfogat kitevőjében 1 áll, továbbá, hogy a c_p állandó nyomáson mért fajhő mindig nagyobb, mint a c_v állandó térfogaton mért fajhő, és ebből adódóan mindig $\kappa > 1$, az adódik, hogy az adiabatát ábrázoló görbe meredekebben fut a $p-v$ diagramban, mint az izoterma. Ez azt is jelzi, hogy az adiabatikus reverzibilis kompresszió vagy expanzió mindig hőmérséklet-változással jár.

A 4.15a ábrán a (4.22) egyenletnek megfelelően számítható munka, az **átáramlott (nyitott) rendszer** (ún. technikai) **munkája**, az $a-l-2-b-a$ területként olvasható le.

A (4.47) képletben a T_1-T_2 hőmérséklet-különbséget a (4.99) egyenlet szerint kifejezve, továbbá a c_p állandó nyomáson mért fajhőt a (4.97) és a (4.98) összefüggés alapján a κ kitevővel és az R specifikus (egyedi) gázállandóval felírva, egy átáramlott rendszer (technikai) munkájára a p_2-p_1 nyomáshatárok között

$$w_{l/1-2} = \frac{\kappa}{\kappa-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \quad \text{J/kg.} \quad (4.102)$$

Az összefüggés $p_2 < p_1$, tehát expanzió esetén pozitív értéket ad, jelezve, hogy nyert munkáról van szó, $p_2 > p_1$ tehát kompresszió esetén pedig negatív értéket ad a befektendő munkára tett előjel-megállapodásnak megfelelően.

Zárt rendszer esetén általában a kezdeti és a végtérfogat jellemzi az állapotváltozást. Ebben az esetben a (4.45) egyenletnek a (4.102) egyenlet kapcsán már említett átalakítása után

$$w_{1-2} = \frac{1}{\kappa-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa-1} \right] \quad \text{J/kg} \quad (4.103)$$

adja a rendszer munkáját. A (4.102) és a (4.103) egyenlet összevetéséből az is kiadódik, hogy az adott (1 és 2) kezdeti és végállapotok között lefolyó adiabatikus reverzibilis állapotváltozás esetén a **nyitott és a zárt rendszer munkájának aránya**

$$\frac{w_{l/1-2}}{w_{1-2}} = \kappa. \quad (4.104)$$

A (4.102) és a (4.103) egyenlet kapcsán külön kiemelendő, hogy a T_1/T_2 hőmérsékletviszony kiszámításához felhasznált κ kitevő és az entalpiakülönbségek számításához felhasznált c_p és c_v érték egymástól nem független, hanem a (4.97) és a (4.98) egyenletből adódó

$$c_p = \frac{\kappa-1}{\kappa} R \quad \text{J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad (4.105)$$

ill.

$$c_v = \frac{1}{\kappa - 1} R \quad \text{J/(kg} \cdot \text{K)} \quad (4.106)$$

összefüggés alapján helyettesítendő a megfelelő képletekbe.

Az előzőkből adódóan a (4.102) és a (4.103) egyenlet így is írható

$$w_{t1-2} = c_p T_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{R/c_p} \right] \quad \text{J/kg,} \quad (4.102a)$$

ill.

$$w_{1-2} = c_v T_1 \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{R/c_v} \right] \quad \text{J/kg.} \quad (4.103a)$$

A (4.102) és a (4.103) egyenletből azt a fontos következtetést is levonhatjuk, hogy az expanzió vagy a kompresszió munkája egyenesen arányos a T_1 kezdeti hőmérséklettel. Ezért törekednek a gyakorlatban arra, hogy a munkát szolgáltató gépekben lehetőleg nagy legyen a kezdeti hőmérséklet, a munkát felvevő kompresszoroknál pedig lehetőleg kicsi.

A (4.99)–(4.103) egyenlet mind annak feltételezésével íródott, hogy a számított állapotváltozás során az anyagjellemzők állandó értékűek. Ez azt jelenti, hogy ha az anyagjellemzők (pl. c_p vagy κ) az állapotváltozás hőmérséklet-tartományában jelentősebben változnak, alkalmasan választott középértékkel kell számolni. Ilyen esetben még fokozottabb jelentőségű a (4.105), ill. a (4.106) egyenlet szerinti helyettesítés. Nem lehet tehát egy kézikönyvből egy c_p értéket kivenni, máshonnan pedig egy κ értéket. Anyagjellemzők a (4.105), ill. a (4.106) egyenlet szerinti kölcsönös megfelelése az eredmények megbízhatóságához elengedhetetlen.

Az *adiabatikus és reverzibilis állapotváltozást* – amint az a (4.95)–(4.96) egyenletből is logikusan következik – **izentropikus** vagyis *állandó entrópiájú állapotváltozásnak is nevezzük*.

4.3. példa. Hasonlítsuk össze $m = 1$ kg, $t = 20$ °C ($T = 293$ K) hőmérsékletű levegő $p_2/p_1 = 5/1$ arányú *izotermikus* és *adiabatikus* sűrítésének technikai munkáját. Mindkét állapotváltozás veszteségmentes (reverzibilis). A levegő ideális gáznak tekinthető. Az izotermikus kompresszióra a (4.92), az adiabatikusra a (4.102a) egyenlet vonatkozik. A levegő fajhőjének értéke állandó nyomáson a szóban forgó hőmérséklet-tartományban $c_p = 1016$ J/(kg·K), gázállandója pedig $R_1 = 287$ J/(kg·K) értékű.

Ezekkel az adatokkal az izotermikus munka

$$w_{t\text{izot } 1-2} = R_1 T \ln(p_2/p_1) = 0,287 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)} \cdot 293 \text{ K} \cdot \ln 1/5 = -135,3 \text{ kJ/kg,}$$

az adiabatikus kompresszió munkája pedig

$$w_{t\text{ad } 1-2} = c_p T_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{R/c_p} \right] = 1,016 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)} \cdot 293 \text{ K} \cdot \left[1 - \left(\frac{5}{1} \right)^{\frac{287}{1016}} \right] = -171,3 \text{ kJ/kg.}$$

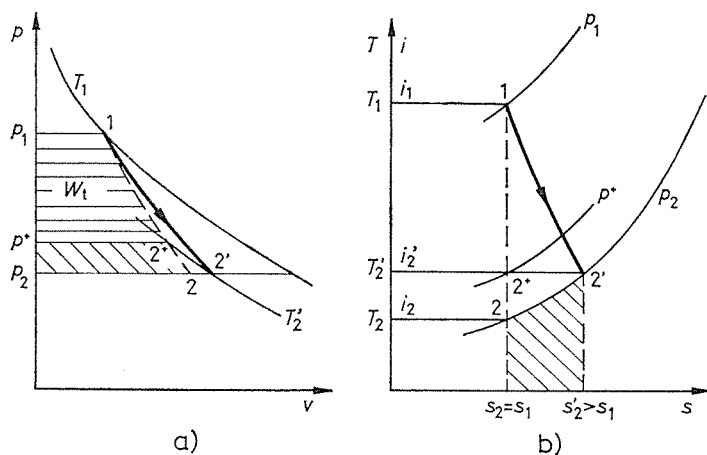
A $w_{t\text{izot}} < w_{t\text{ad}}$, ezért törekszünk megfelelő hűtéssel az izotermikus sűrítéshez közelíteni a kompresszorokban végbemenő folyamatot.

e) Adiabatikus irreverzibilis állapotváltozások. A valóságban súrlódás kíséri a folyamatokat, és ebből adódóan azok nem megfordíthatók, irreverzibilisek.

Amint az a 4.1.6. pontban elmondottakból és a (4.61) egyenletből következik, az irreverzibilis adiabatikus állapotváltozások entrópiánövekedéssel járnak.

A 4.16b ábrán látható, hogy az expanzió vonala az $I(p_1, T_1)$ állapotból indulva nem függőlegesen ($s = \text{konst.}$), hanem jobbra lefelé halad (csökkenő hőmérséklet és növekvő entrópia). Az expanzió végállapota — a súrlódásmentes, reverzibilis eset 2 végállapota helyett — a 2' állapot. A 2' állapotban a közeg hőmérséklete T_2' entalpiája $i_2' > i_2$. Mivel az adiabatikus folyamat technikai munkája a belépő és kilépő entalpiák különbsége [(4.46) egyenlet,] az ismertett irreverzibilis expanzió esetén

$$w_{t \text{ ad}} = i_1 - i_2' \quad \text{J/kg.} \quad (4.107)$$



4.16. ábra. Adiabatikus irreverzibilis expanzió $p-v$ és $T-s$ diagramban

A súrlódásmentes expanzióból nyerhető $i_1 - i_2$ entalpiakülönbséghez képest a veszteség $i_2' - i_2$. Ennyivel nagyobb a súrlódásos expanzió végén a közeg entalpiája, és ennyivel kisebb az expanziómunka. A veszteséget a $p_2 = \text{konst.}$ vonal $2-2'$ szakasza alatti területben is bemutathatjuk, mivel a $p = \text{konst.}$ görbék alatti terület állandó nyomáson bevezetett hőmennyiséget jelent a $T-s$ diagramban, az pedig egyben az entalpiakülönbséget.

Itt kell rámutatni arra a látszólagos ellentmondásra, hogy bár az $I-2'$ állapotváltozás adiabatikus, tehát $dq = 0$, az $I-2'$ vonal alatt planimetrálható egy terület.

Az ellentmondást a (4.86) és a (4.87) egyenlet kapcsán elmondottak oldják fel. Ott ugyanis hangsúlyoztuk, hogy a $dq = T ds$ összefüggés csak reverzibilis esetekben igaz. Az $I-2'$ expanzió a 4.16b ábrán viszont nem az.

Az $I-2'$ expanzió veszteségét úgy is bemutathatjuk, hogy a p_1 és a p_2 nyomás között végbemenő súrlódásos expanzió csak annyi munkát szolgáltat, mint a $p_1 - p_2$ nyomás (és az I és $2'$ állapot) között végbemenő reverzibilis expanzió. Mindkettőnek $i_1 - i_2'$ a munkája.

Az elmondottakat a $p-v$ diagramban a 4.16a ábra szemlélteti. Az $I(p_1, T_1)$ állapotból induló súrlódásos expanziót az $I-2'$ vonal ábrázolja. Az expanzióvonal és az expanzió $2'$ végállapota jobbra esik a reverzibilis expanzió $I-2$ vonalától. Itt utalnunk kell arra, hogy a $p-v$ diagramban a $p v^{\gamma} = \text{konst.}$ vonalak (reverzibilis adiaba-

ták) reprezentálják az $s = \text{konst.}$ vonalakat, a $T = \text{konst.}$ vonalak pedig az $i = \text{konst.}$ vonalakat is jelentik. Mindez természetesen ideálisan viselkedő gázoknál áll csak így.

Ami az $I-2'$ expanzió munkáját a $p-v$ diagramban illeti, itt közvetett megoldásokra kényszerülünk, mert a (4.22) egyenlet csak reverzibilis, súrlódásmentes esetekre igaz. A valóságos munka — amint azt már az (4.23) egyenlet kapcsán kifejtettük — kisebb mint az irreverzibilis állapotváltozást ábrázoló $I-2'$ vonaltól balra eső terület.

A valóságos munkának megfelelő területet a 4.16b ábrán már bemutatott módszerrel kaphatjuk meg. Nevezetesen (a 4.16a ábrán) megkeressük azt a p^+ nyomást, ameddig reverzibilisen expandálva ugyanazt az $i_1 - i_2'$ entalpiacsökkenést (és ennek megfelelő munkát) szolgáltatja a közeg, amit az $I-2'$ valóságos expanzió során. Ehhez a T_2' (és egyben i_2') görbe mentén haladva megkeressük az $I-2$ reverzibilis adiabatikus expanzió görbe azon pontját, amelyben a hőmérséklet T_2' és ezzel az entalpia i_2' . Ez a pont a 2^+ pont, ahol a nyomás p^+ . Ezzel az $I-2'$ irreverzibilis expanzió munkája a p_1 és p^+ nyomásvonal között az $I-2$ görbétől balra eső területként ábrázolható.

A bemutatott szerkesztéssel kiadódik a $p-v$ diagramban az $i_2' - i_2$ munkavesztéséget jelentő terület is, mint a p^+ és p_2 vonal, valamint a $2^+ - 2$ görbe szakasz és a p tengely által határolt terület.

A 4.16a ábra egyben igazolja a (4.23) kifejezést, amely szerint a valóságos expanziómunka kisebb, mint a valóságos állapotváltozási vonal mentén képzett $-v dp$ integrál. A w_s súrlódási munka a (4.23) egyenlet figyelembevételével leolvasható a 4.16 ábra $p-v$ diagramjából. Első pillanatban meglepőnek tűnhet, hogy a súrlódási munka nagyobb mint az $i_2' - i_2$ veszteség. A magyarázat erre az, hogy a súrlódás következtében az expanzió vonala a nagyobb hőmérsékletek felé tolódik el. Azt viszont a (4.101)–(4.106) egyenlet kapcsán elmondtuk, hogy növekvő hőmérsékletek esetén növekszik az adott nyomásviszony mellett nyerhető munka. Ezt a jelenséget „hővisszanyerés”-ként említik a gyakorlatban. (Helyesebb lenne súrlódási munkavisszanyerésnek nevezni.)

Az irreverzibilis adiabatikus expanzióból kapható valóságos munka és a reverzibilis (izentropikus) expanzióból elvben kapható munka arányát az expanziós gép belső (újabban izentropikus) hatásfokának nevezik. Az entalpiákkal felírva

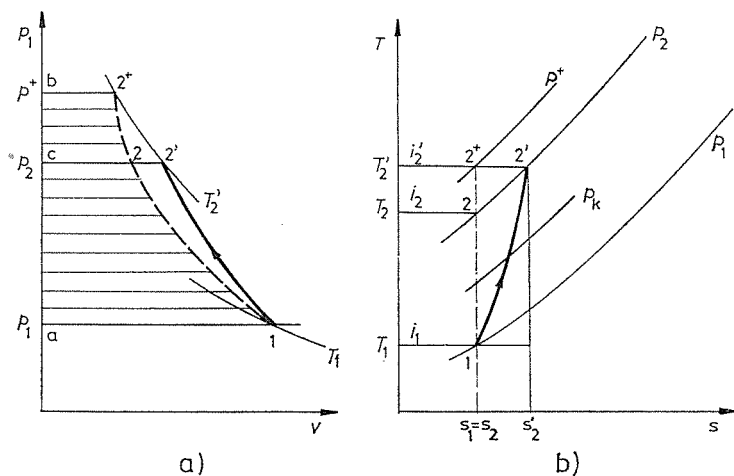
$$\eta_{i \text{ exp}} = \frac{w_{\text{valós}}}{w_{\text{izentrop}}} = \frac{i_1 - i_2'}{i_1 - i_2} \quad (4.108)$$

Adiabatikus irreverzibilis (súrlódásos) kompressziónál (4.17. ábra) a közeg hőmérséklete és entalpiája jobban megnő, mint azonos nyomásviszony mellett végrehajtott súrlódásmentes kompressziónál. A folyamat adiabatikus és irreverzibilis lévén, az entrópia a (4.61) egyenlet szerint nő, a kompresszió végállapotában $s_2 > s_1$, a hőmérséklet reverzibilis állapotváltozásnál adódó T_2 helyett $T_2' > T_2$, az entalpia pedig $i_2' > i_2$. A többletmunka $i_2' - i_2$. Ennyivel több munkát kell befektetni ahhoz, hogy p_1 -től p_2 -re komprimáljuk a közeget.

A $p-v$ diagramban (4.17a ábra) ismét csak úgy tudjuk területben bemutatni a veszteséges folyamat munkáját, ha visszavezetjük azt egy azonos entalpiák (vagy ami ideális gázoknál ennek megfelelő, azonos hőmérsékletek) között végbemenő reverzibilis állapotváltozásra. Ennek érdekében az I állapotból induló reverzibilis adiabata ($p v^\kappa = \text{konst.}$) vonalát metszésbe hozzuk a kompresszió valóságos végpontján a $2'$ ponton áthaladó T_2' izotermával (amely egyben az $i_2' = \text{konst.}$ entalpiavonal is). Az így kapott 2^+ állapot az az állapot, amelybe a közeg az I állapotból indulva az

$i_1 - i'_2$ kompressziómunka befektetése után egy reverzibilis állapotváltozás során eljutott volna. Minthogy a (4.22) egyenlet reverzibilis esetben alkalmazható, a 4.17a ábrán vonalkázott terület adja a valóságos — a közeget i_1 entalpiáról i'_2 entalpiára juttató — kompresszió munkáját. A 4.17a ábrából is látható, hogy ezt a munkát egy reverzibilisen dolgozó gépben felhasználva, a közeg nyomása p^+ értékűre növekedett volna.

Ismét utalva a (4.23) egyenletre, a 4.17a ábrából látható, hogy a valóságos munka több mint a valóságos kompresszióvonal mentén integrált $-v dp$. A 4.17a ábrán az $1-2^+-b-a-1$ terület nagyobb, mint az $1-2'-c-a-1$ terület. Emlékeztetünk itt arra, hogy kompresszió esetén az integrál, a valóságos munka és a w_s súrlódási munka egyaránt negatív értékek.



4.17. ábra. Adiabaticus irreverzibilis kompresszió $p-v$ és $T-s$ diagramban

Az is figyelmet érdemel, hogy az $i_2 - i'_2$ többletmunka nagyobb, mint a súrlódási munka. A magyarázat erre, hogy a súrlódási munka, melegítve a közeget, a kompresszió kezdeti szakaszában bekövetkezett — a reverzibilis esetnél nagyobb mértékű — felmelegedés a további kompresszióhoz nagyobb induló hőmérsékletet produkál, és ezzel — most már a (4.102)–(4.103) egyenletből következően — nagyobb kompressziómunkát igényel, mint a végig kisebb hőmérséklet-tartományban folyó reverzibilis kompresszió.

A hatásfokot kompresszoroknál is az ideális és a valóságos munkák aránya adja.

$$\eta_{i \text{ komp}} = \frac{w_{\text{izentrop}}}{w_{\text{valós}}} = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i'_2} \quad (4.109)$$

szerint.

A (4.108) és (4.110) egyenletben definiált hatásfokok értéke a gépek felépítésétől, nagyságától, áramlástechnikai kialakításától és gyártási minőségétől függenek, pontos értékük csak a kivételezett gépeken végzett mérések alapján határozható meg. Ha a gépek hatásfokát ismertnek feltételezzük, a reverzibilis munkából kiindulva az expanziós gép teljesítményét a

$$P_{\text{exp}} = q_m \eta_{i \text{ exp}} (i_1 - i_2) \text{ kW}, \quad (4.110)$$

a kompresszor teljesítményfelvételét a

$$P_{\text{komp}} = q_m \frac{i_1 - i_2}{\eta_{i\text{ komp}}} \text{ kW} \quad (4.111)$$

összefüggésből számíthatjuk. Itt az $i_1 - i_2$ kJ/kg különbségek az izentrop állapotváltozások fajlagos munkáját jelentik, értékük a $T-s$ vagy az $i-s$ diagramból leolvastva (l. a 4.15b, ill. 4.17b ábrát) illetve a (4.102) képletből határozható meg a kezdeti állapot (p_1, T_1) és a nyomásviszony ismeretében.

f) **Fojtás.** Az egyszerű állapotváltozások között kell még említeni a fojtást, amely kisebb vagy nagyobb mértékben minden valóságos gépben és berendezésben fellép.

A fojtás az átáramlott rendszerekben létrejövő olyan adiabatikus állapotváltozás, amelynél nyomásesés van, de technikai munka nincs. Fojtás jön létre szelepeken és egyéb keresztmetszet-szűkítést okozó csővezeték-elemeken. Fojtásnak tekinthető a csővezetékben (csatornában) a csősúrlódás és az alaki ellenállások következtében létrejövő nyomásesés.

A (4.20) vagy a (4.21) egyenletből az előbb elmondottakból következik, hogy fojtásnál

$$di = 0; \quad i = \text{konst.} \quad (4.112)$$

Ideális gázoknál — mivel az entalpia csak a hőmérséklet függvénye — az entalpia állandó értéke egyben a hőmérséklet állandóságát is jelenti, így a $p-v$ vagy $T-s$ diagramban a fojtást $T = \text{konst.}$ vonalak ábrázolják. Hangsúlyozni kell azonban, hogy a fojtás irreverzibilis folyamat lévén, a fojtást ábrázoló vonalak alatti terület nem jelent hőmennyiséget a $T-s$ diagramban, és a görbe melletti terület nem jelent technikai munkát a $p-v$ diagramban. A $T = \text{konst.}$ ill. $i = \text{konst.}$ vonal szerepe csak az, hogy velük az adott kezdeti állapotból kiinduló fojtás végállapotát a végnyomás ismeretében meghatározzuk.

4.1.10. Körfolyamatok

A (4.102) egyenlet például alkalmas arra, hogy kiszámítsuk, mennyi munkát kaphatunk egy $p_1 = 2,5$ MPa nyomású, $T_1 = 873$ K hőmérsékletű gőzből, ha azt $p_2 = 0,1$ MPa végnyomásra expandáltatjuk. Természeti adottságként azonban — ritka kivételektől eltekintve — nem áll rendelkezésre munkavégzéshez alkalmas állapotban levő közeg. Ami gyakorlatilag korlátlanul rendelkezésre áll, az környezeti állapotú levegő vagy víz, továbbá — ha nem is korlátlanul, de ésszerű igényeink szerint — tüzelőanyag.

Ezek után a **hőerőgépek feladata** a következők szerint fogalmazható: a gépnek (berendezésnek) először *munkavégzésre (expanzióra) alkalmas állapotba kell hoznia a közeget*, majd hasznosítani kell ezt a munkavégző képességet, mégpedig lehetőleg jó hatásfokkal.

Amint azt a kompresszió- és az expansziómunkára felírt összefüggéseknél a 4.1.9. pontban láttuk, a munka arányos a kezdeti hőmérséklettel. Ebből az következik, hogy a kompressziót kis hőmérsékletről kell indítani, az expansziót pedig minél nagyobb-ról. Az alsó hőmérsékletnek a környezet hőmérséklete, a felsőnek a gépszerkezetek hőmérsékletbírása szab határt.

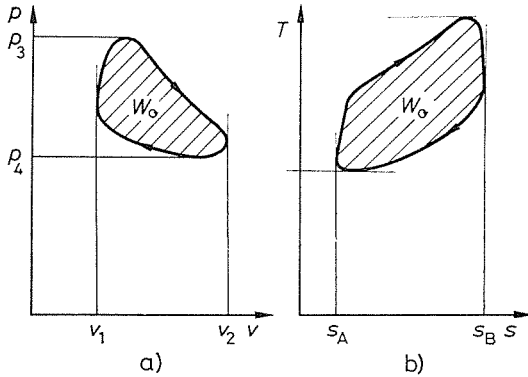
A kompresszió végállapotából hőközléssel visszük a közeget az expanszió kezdeti hőmérsékletére, az expanszió végállapotából pedig hőelvonással a kompresszió kezdeti hőmérsékletére.

A munkabefektetés – hőközlés – munkakinyerés – hőelvonás állapotváltozás sorozat végül is **körfolyamatot** alkot, amelyre a termodinamika első főtételét felírva a

$$\oint dq = \oint du + \oint dw \quad \text{J/kg} \quad (4.113a)$$

vagy a

$$\oint dq = \oint di + \oint dw_t \quad \text{J/kg} \quad (4.113b)$$



4.18. ábra. Körfolyamat ábrázolása $p-v$ és $T-s$ diagramban

egyenlethez jutunk. Az u belső energia és az i entalpia egyaránt állapotjelző lévén, zárt görbe menti (zárt körfolyamat mentén számított) integráljuk nulla. Ezzel a

$$\oint dq = \oint dw \quad \text{J/kg} \quad (4.114)$$

összefüggés adódik a körfolyamat során be- és elvezetett hőmennyiségek és munkák között. (Mint a $p-v$ diagramból látni fogjuk, zárt körfolyamat esetén nincs értelme a w munka és a w_t technikai munka között különbséget tenni. Mindegy ugyanis, hogy a $p dv$ vagy a $-v dp$ kifejezést integráljuk a zárt görbe mentén.) Egyszerű fogalmazásban a (4.114) egyenlet azt jelenti, hogy egy körfolyamat munkája a bevezetett és elvezetett hőmennyiségek eredője, ha a bevezetett hőmennyiséget pozitív, az elvezetett pedig negatív értékkel vesszük figyelembe, úgy ahogy azt az első főtételnél tett előjel-megállapodások egyébként is előírják.

E megállapítások nem jelentenek többet, mint az energiamegmaradás tételének egy újabb megfogalmazását. Egy zárt körfolyamatból munkaként nyerhető energia nem lehet se több, se kevesebb, mint hőáramok útján bevezetett és elvezetett energiák különbsége.

Reverzibilis állapotváltozásokat feltételezve, a (4.114) egyenletben dq és dw helyettesíthető a $T ds$, ill. a $p dv$ kifejezéssel, tehát

$$\oint T ds = \oint p dv = w_0 \quad (4.115)$$

írható. Ezek a kifejezések már mint területek értelmezhetők a $T-s$ és $p-v$ diagramban, amint az a 4.18. ábrán látható. Az ábrából és a (4.115) egyenletből egyaránt az tűnik ki, hogy reverzibilis állapotváltozásokból álló körfolyamat esetén az állapotvál-

tozási vonalak által körülzárt terület a $p-v$ és a $T-s$ diagramban egyaránt a körfolyamat w_0 munkáját adja. A $p-v$ diagramban a kapott és a befektetett munka eredőjét, a $T-s$ diagramban a bevezetett és az elvezetett hőmennyiség eredőjét látjuk, amelyek ugyanazon körfolyamat két ábrázolásánál azonos nagyságúak.

Amint azt a bevezetőben kifejtettük, a körfolyamatok célja, hogy segítségével az (éghető vagy nukleáris) tüzelőanyagok energiáját mechanikai munkává alakítsuk. A megvalósíthatóság kérdése után – amit az előzőkben megválaszoltunk – a hatásfok kérdése az, ami bennünket érdekel.

A körfolyamatok hatásfoka mint a kapott munka és a körfolyamatba bevezetett energia hányadosa értelmezhető:

$$\eta_0 = \frac{w_0}{q_{be}} = \frac{q_{be} - q_{el}}{q_{be}} \quad (4.116)$$

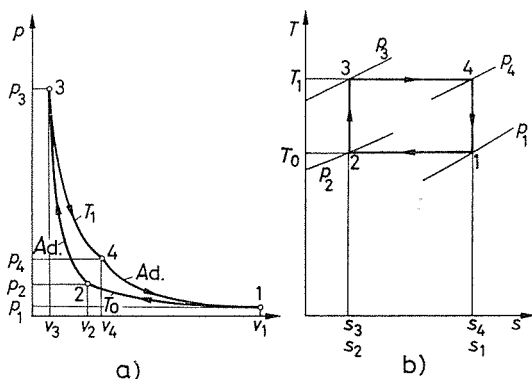
Reverzibilis körfolyamat esetén a 4.18b ábra jelöléseivel ez

$$\eta_0 = \frac{\oint T ds}{\int_{s_A}^{s_B} T ds} \quad (4.117)$$

alakban is felírható.

A $T-s$ diagramra vetett egyetlen pillantás is meggyőző bárkit arról, hogy *akkor várhatunk jó hatásfokot egy körfolyamattól, ha a hőbevezetés nagy, a hőelvezetés pedig kis hőmérsékleten történik*. Ennek megvalósítására törekednek a hőerőgépek tervezői.

Figyelembe véve, hogy – amint már említettük – felfelé és lefelé egyaránt korlátozottak azok a hőmérsékletek, amelyeket egy körfolyamatban megvalósít-



4.19. ábra. Carnot-körfolyamat $p-v$ és $T-s$ diagramban

hatunk, kiemelt jelentősége van annak a körfolyamatnak, amely az adott hőmérséklet-határok között a legnagyobb hatásfokot adja. Ez a körfolyamat a *két reverzibilis izoterma és két reverzibilis adiabata által határolt Carnot-körfolyamat* (4.19. ábra).

A 4.19b ábrán látható $T-s$ diagramból egyszerűen határozhatjuk meg a Carnot-körfolyamat hatásfokát. Hőbevezetés csak a T_1 izoterma mentén történik, hőelvezetés pedig csak a T_0 izoterma mentén. A bevezetett hőmennyiség $T_1(s_1 - s_2)$, az elvezetett

$T_0(s_1 - s_2)$, a körfolyamat munkája $(T_1 - T_0)(s_1 - s_2)$. Ezzel a *Carnot*-körfolyamat hatásfoka

$$\eta_C = \frac{T_1 - T_0}{T_1} = 1 - \frac{T_0}{T_1}. \quad (4.118)$$

A hatásfok tehát csak a hőmérsékletelőjáróktól függ, és egyben az *adott hőmérsékletelőjárók mellett lehetséges legnagyobb hatásfok*. Ennek megfelelően a *Carnot*-körfolyamat a termodinamikában központi szerepet játszik mint összehasonlító körfolyamat. A $T-s$ diagramban közvetlenül leolvasható hőmérsékletelőjárók szemléltetése indokolja, hogy a nem *Carnot*-körfolyamatok hatásfokára végzett becsléseknél vagy számításoknál a tetszés szerinti körfolyamatokat egyenértékű *Carnot*-körfolyamattá alakítják az ún. közepes hőbevezetési és közepes hőelvezetési hőmérséklet bevezetésével. Ezek a

$$T_{\text{köz}} = \frac{\int_{s_1}^{s_2} T ds}{s_1 - s_2} \quad (4.119)$$

képlet alapján számíthatók, ahol a számlálóban szereplő hőmennyiség egyszerűbben is számítható, például izobár hőközlés esetén az $i_2 - i_1$ különbségként.

Ezzel a módszerrel *csak reverzibilis körfolyamatok hasonlíthatók össze*.

4.4. példa. Egy víz-gőz körfolyamat jellemzői a következők: A kazánba táplált víz hőmérséklete $t_1 = 40^\circ\text{C}$, nyomása $p_1 = 10,0 \text{ MPa} = 100 \text{ bar}$, entalpiája $i_1 = 167,4 \text{ kJ/kg}$, entrópiája $s_1 = 0,5721 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$. A kazánból kilépő gőz nyomása $p_2 = 10,0 \text{ MPa} = 100 \text{ bar}$, hőmérséklete $t_2 = 500^\circ\text{C}$, entalpiája $i_2 = 3374,6 \text{ kJ/kg}$, entrópiája $s_2 = 6,5994 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$. A kondenzátorba belépő gőz nyomása $p_3 = 7,3 \text{ kPa} = 0,073 \text{ bar}$, hőmérséklete $t_3 = 40^\circ\text{C}$, entalpiája $i_3 = 2050,9 \text{ kJ/kg}$, entrópiája $s_3 = 6,5994 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$.

Mekkora a körfolyamat termikus hatásfoka?

Alkalmazható-e a hatásfok számításához a *Carnot*-körfolyamat hatásfokképlete?

A (4.116) képlettel számolva

$$\eta_0 = \frac{q_{\text{be}} - q_{\text{el}}}{q_{\text{be}}}.$$

A kazánban a hőközlés izobár, ezért $q_{\text{be}} = i_2 - i_1 = (3374,6 - 167,4) \text{ kJ/kg} = 3207,2 \text{ kJ/kg} \approx 3,21 \text{ MJ/kg}$.

A kondenzátorban a hőelvonás szintén izobár, ezért

$$q_{\text{el}} = i_3 - i_1 = (2050,9 - 167,4) \text{ kJ/kg} = 1883,5 \text{ kJ/kg} = 1,88 \text{ MJ/kg}.$$

(A kondenzátum és a kazánnyomáson levő tápvíz entalpiája közel azonos.)

Ezzel a termikus hatásfok

$$\eta_0 = \frac{(3207,2 - 1883,5) \text{ kJ/kg}}{3207,2 \text{ kJ/kg}} = 0,413,$$

$$\eta_0 = 41,3\%.$$

A hőbevezetés közepes hőmérséklete (4.119) szerint számolva

$$T_{\text{be, köz}} = \frac{i_2 - i_1}{s_2 - s_1} = \frac{3207,2 \text{ kJ/kg}}{(6,5994 - 0,5721) \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})} = 532,1 \text{ K},$$

A hőelvonás állandó $t_3 = 40^\circ\text{C}$, azaz $T_3 = 313,1\text{ K}$ hőmérsékleten történik. Ezt, valamint az előbb kiszámított $T_{\text{köz}}$ értéket a (4.118) egyenletbe helyettesítve

$$\eta_0 = 1 - \frac{T_3}{T_{\text{be, köz}}} = 1 - \frac{313,1\text{ K}}{532,1\text{ K}} = 0,413,$$

$$\eta_0 = 41,3\%.$$

Ez a számítás igazolja, hogy a Carnot-körfolyamat hatásfokképlete alkalmazható reverzibilis nem Carnot-körfolyamatra is, ha abba a hőbevezetés és hőelvonás (4.119) szerint számított közepes hőmérsékletet helyettesítjük.

Végül megemlítendő, hogy ha egy körfolyamat az óramutató járásával ellenkező irányban megy végbe — amint az 4.18. vagy a 4.19. ábrából is kitűnik —, a kisebb hőmérsékleteken van a hőbevezetés, a nagyobbakon a hőelvezetés, a munka pedig bevezetendő munka.

Ez a hűtőgépek esete. A hűtőgép működtetéséhez szükséges munka az áthidalandó hőmérséklet-különbség növekedésével nő.

4.1.11. A vízgőz T — s diagramja

Az ideális gáznak nem tekinthető közegek közül a **víznek**, ill. a **vízgőznek** van a legnagyobb szerepe a gyakorlatban. A diagramnak ki kell terjednie a *folyadék-* és *gőzállapotra* egyaránt, valamint a *kétfázisú tartományra*, ahol a víz egy része még folyadékállapotban van, másik része viszont már gőzállapotú. Mindezek az állapotok előfordulnak ugyanis a hőerőművek gőzkörfolyamataiban.

Az elpárolgás a t_s telítési hőmérsékleten játszódik le. Nagyobb nyomáson csak nagyobb hőmérsékleten megy végbe az elpárolgás. Az elpárolgási hő r — ami izobár állapotváltozásról lévén szó — a száraz, telített gőz és a telített folyadék entalpiájának különbsége:

$$r = i'' - i' \text{ J/kg} \quad (4.120)$$

szintén függvénye az elpárolgás nyomásának, mégpedig növekvő nyomással csökken.

A telítési hőmérséklet és az elpárolgási hő néhány nyomáshoz tartozó értékét a 4.1. táblázat tartalmazza.

4.1. táblázat

A vízgőz telítési hőmérséklete és párolgási hője

p	Mpa	0,001	0,010	0,100	1	10	20	22,12
	bar	0,01	0,1	1,0	10	100	200	221,2
$t_s,$	$^\circ\text{C}$	6,98	45,83	99,63	179,9	310,9	365,7	374,1
$r,$	kJ/kg	2485	2393	2258	2014	1320	592	0

A 4.1. táblázat utolsó oszlopában a víz kritikus nyomása és kritikus hőmérséklete szerepel. Ezen a nyomáson és hőmérsékleten felül már nem jön létre elgőzölgés vagy kondenzáció (más szóval gőz—folyadék fázisátalakulás). Erre utal az r elpárolgási hő nulla értéke is a kritikus pontban.

A vízgőz T — s diagramjában (4.20. ábra) — megállapodás szerint — a $t = +0,01^\circ\text{C}$ hőmérsékletű és $p = 6,11\text{ mbar} = 611\text{ Pa}$ nyomású vízállapothoz $s_0 = 0$ entrópia-

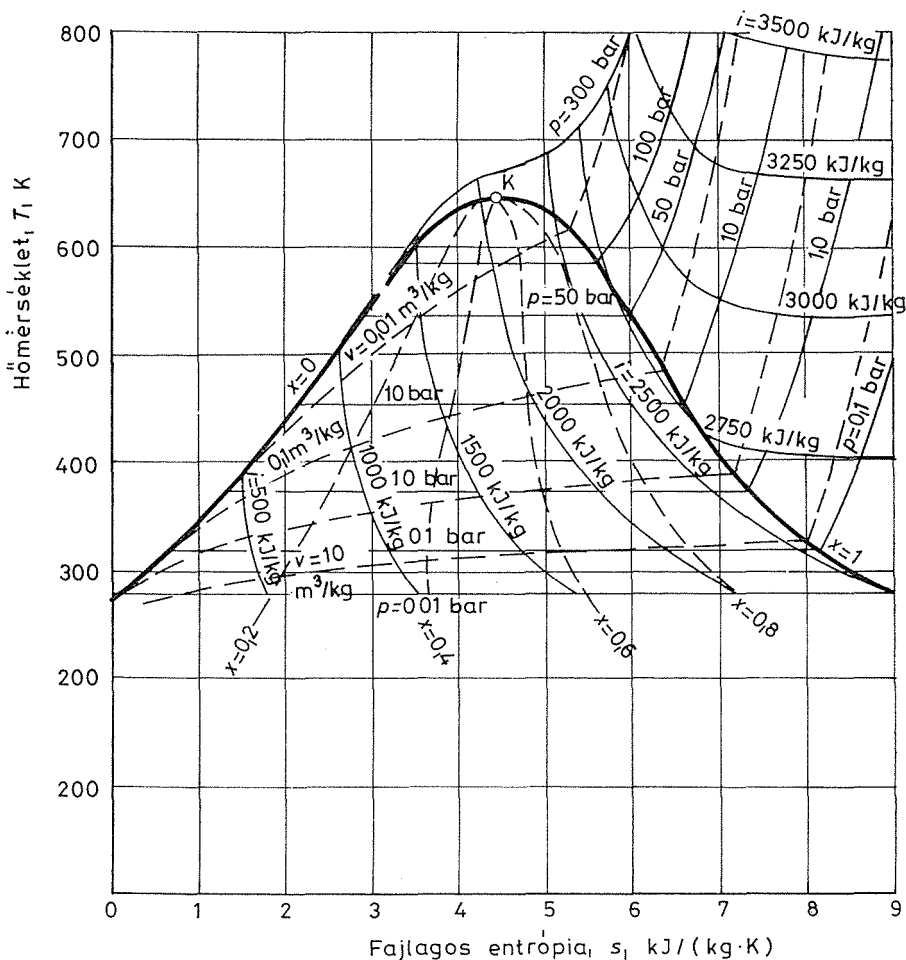
ill. $i_0 = 0$ entalpiaértéket rendelnek a legújabbban elfogadott nemzetközi gőztáblázatok.

A nyomásvonalak pontjainak megfelelő értékpárok kiszámítása a (4.72) egyenlettel történik, úgy hogy a folyadéktartományban a víz $c_{pv}(T, p)$ fajhőjét, a gőztartományban a vízgőz $c_{pg}(T, p)$ fajhőjét helyettesítik. Az egyenlet jobb oldalának második tagjában levő deriváltat pedig a folyadék-, ill. a gőztartományra érvényes $p-v-T$ állapotegyenletből számítják.

Az elpárolgás (izoterm–izobár) folyamata során fellépő entrópiaváltozás az

$$s'' - s' = \frac{i'' - i'}{T_s} \quad \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad (4.121)$$

összefüggésből számítható. A $v = \text{konst.}$ és $i = \text{konst.}$ vonalak koordinátáinak meghatározása a (4.72) és a (4.41) egyenlet alapján történhet. A görbék alakját a 4.20. ábra szemlélteti.



4.20. ábra. A vízgőz $T-s$ diagramja

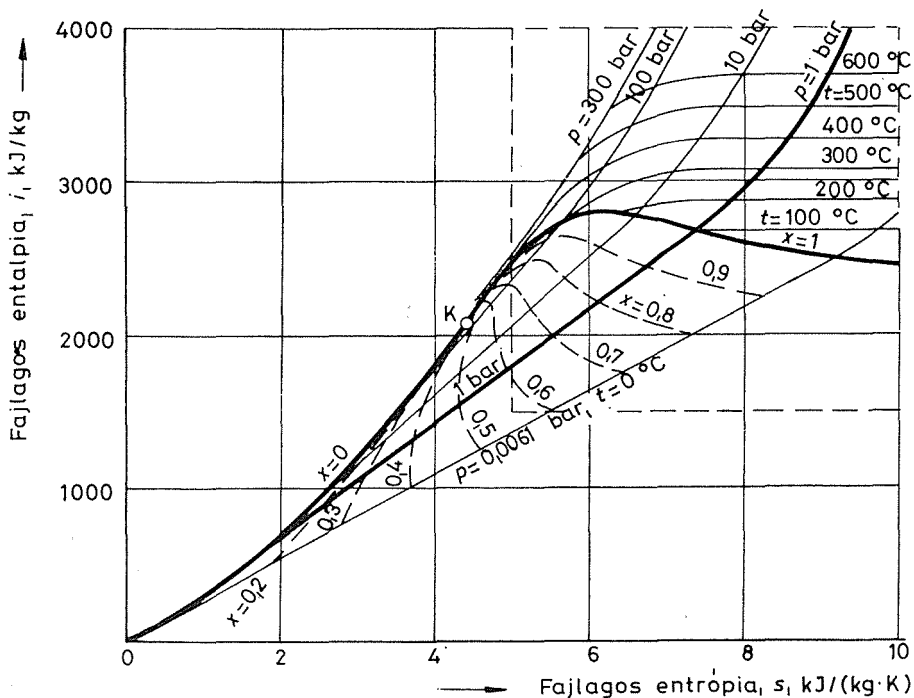
Az elgőzölgés kezdetét (telített folyadékállapot) és végét (száraz telített gőz-állapot) törések jelzik a $p = \text{konst.}$ vonalakon. Ezeken a pontokon csatlakozik az elpárolgás vízszintes vonala a folyadék- és gőztartományban exponenciális jelleggel emelkedő $p = \text{konst.}$ vonalszakaszokhoz. Ezeknek a töréspontoknak az összekötő vonalai az ún. **határgörbék** a gőzök $T-s$ diagramjaiban; *alsó határgörbének a telített folyadékállapotokat összekötő, felső határgörbének a száraz telített gőz állapotokat összekötő görbe ágakat nevezik.* A két határgörbeág a K kritikus pontban találkozik.

A két határgörbe között a vízszintesen futó izobárokat egyenlő szakaszokra osztva és az egymásnak megfelelő pontokat összekötve adódnak az $x = \text{konst.}$ vonalak, x kg/kg jelenti az elpárolgás során a folyadéknak azt a részét, ami már gőzhalmazállapotba jutott. Az alsó határgörbén $x = 0$, a felső határgörbén $x = 1$. Az $i = \text{konst.}$ vonalak ebben a diagramban már nem futnak vízszintesen, mert a vízgőz távolról sem tekinthető ideális gáznak. A 4.20. ábrából látható, hogy a diagramon szereplő nyomás- és hőmérséklet-tartományban a víz vagy vízgőz fojtása ($i = \text{konst.}$) hőmérséklet-csökkenéssel jár. Az alsó határgörbéről induló fojtás részleges elpárolgást eredményez.

A hőközlések, hőelvonások, adiabatikus reverzibilis és adiabatikus irreverzibilis állapotváltozások kezelését illetően az ideális gázok $T-s$ diagramjánál elmondottak alkalmazhatók értelemszerűen.

4.1.12. A vízgőz $i-s$ diagramja

Az irreverzibilis állapotváltozások követésére és mindenekelőtt a gőzturbinákban végbemenő folyamatok számítására a $T-s$ diagram nehézkesnek bizonyul. Ezért a



4.21. ábra. A vízgőz $i-s$ diagramja

vízgőz termodinamikai jellemzőit $i-s$ koordináta-rendszerben megadva megalkották a vízgőz $i-s$ diagramját, amely igen hasznos segédeszköze a kalorikus mérnöknek. A diagramot a 4.21. ábra szemlélteti. A diagramban a határgörbéken kívül $p = \text{konst.}$, $t = \text{konst.}$, $x = \text{konst.}$ vonalak szerepelnek. A két határgörbe között a $t = \text{konst.}$ vonalak egybeesnek a telítési állapotnak megfelelő nyomásvonalakkal.

Nagy léptékű diagramokon szerepeltetik a $v = \text{konst.}$ vonalakat is. Ezeknek a gőzturbina méretezésénél van fokozott jelentőségük.

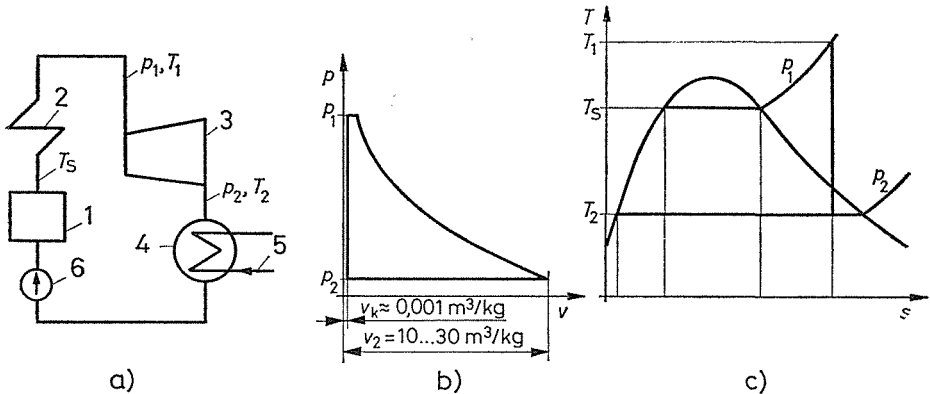
A 4.21. ábrán szaggatott vonallal határolt tartomány az, amit a nagy léptékű diagramokon szerepeltetni szoktak. A folyadéktartomány termodinamikai jellemzőit ugyanakkor a gőztáblázatokból szokás venni.

4.2. A VÍZGŐZ-KÖRFOLYAMAT HŐESÉSÉNEK FELDOLGOZÁSA

4.2.1. A vízgőz és erőgépei

a) A **vízgőz mint körfolyamati közeg**. A hőtani körfolyamatokat könyvünk 4.1.10. pontja ismerteti. A körfolyamatok közül a műszaki életben egyik legfontosabb a vízgőz-körfolyamat, amelynek legfőbb jellegzetessége a gázkörfolyamattal szemben az, hogy közege a körfolyamat közben *halmazállapotát változtatja*. Ezért e körfolyamat tárgyalásakor a hol víz, hol vízgőz formájában megjelenő H_2O közeget gyakran víz/gőz jelöléssel nevezik meg.

A vízgőz-körfolyamat vázlatát a 4.22a ábra szemlélteti. Az **1 kazánba** juttatott tápvíz a hőközlés hatására elgőzölög és p_1 nyomású telített gőzként kerül a **2 túlhevítőbe**, ahol (elvből változatlan nyomású) t_1 hőmérsékletű túlhevített gőzzé válik. Ebben az állapotban jut a körfolyamatbeli expanziót megvalósító **3 erőgépbe** – dugattyús gőzgépbe vagy gőzturbinába –, ahol p_2 nyomásra expandál, és entalpiája rovasára munkát végez. Ezt a **munkavégzéssel járó entalpiacsökkenést nevezük hőesésnek**; ezt bocsátja a körfolyamat az erőgép rendelkezésére mechanikai munkává feldolgozás végett. Innen áramlik a **4 kondenzátorba**, amelyben a környezetből vett **5 hűtővíz** hőelvonó hatására vízzé kondenzálódik. A kondenzátorból a **6 szivattyú** szállítja a kondenzátumot – amelyet a megnövelt nyomáson már *kazántápvíznek* nevezünk – a kazánba, és így a körfolyamat zárul.



4.22. ábra. Vízgőz-körfolyamat

a) kapcsolási vázlata; 1 kazán; 2 túlhevítő; 3 erőgép; 4 kondenzátor; 5 hűtővíz; 6 szivattyú; b) $p-v$ diagramban; c) $T-s$ diagramban

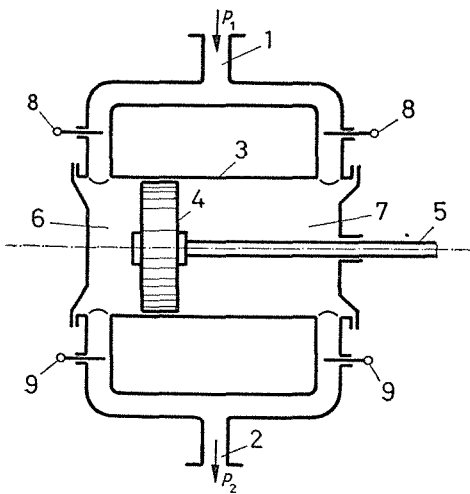
A vízgőz-körfolyamat a halmazállapot változása miatt *több berendezést (készüléket) igényel*, ezért bonyolultabbnak, nehezebben megvalósíthatónak látszik a halmazállapot-változással nem járó gázkörfolyamatnál. Vannak azonban előnyei, amelyek folytán az első, széles körben alkalmazható erőgépek (a XVIII. század végén) a **dugattyús gőzgépek**, a (XIX. század végén megjelent) villamos generátorokat hajtó gépek pedig a **gőzturbinák** voltak. Napjainkban a világ összes energiatermelésének több mint 80%-át gőzturbinák szolgáltatják.

A halmazállapot-változás egyrészt azért kedvező, mert a *körfolyamati kompresszió igen kis fajtérfogaton (fajlagos térfogaton) megy végbe*, ezért munkaigénye $w = \int v dp$ (l. az állapotváltozási diagramot a 4.22b ábrán) igen kicsi, és így az esetleges rossz hatásfoka nem döntő szempont. Másrészt igen kedvező, hogy a *hőelvonás állandó és kis hőmérsékleten történik* (l. a $T-s$ diagramot, 4.22c ábrán). Ezért elég jó hatásfokot kapunk akkor is, ha a hőt csak viszonylag kis hőmérsékleten közöljük.

Ezek és hasonló előnyök a könnyen belátható hátrányokkal együtt arra vezetnek, hogy a vízgőz-körfolyamatoknak helyhez kötött nagy teljesítőképességű, a gázkörfolyamatoknak főleg mozgó és kis teljesítőképességű energiaszolgáltatásban van alkalmazási terület.

A vízgőz-körfolyamat vázlatából (4.22a ábra) kivehető, hogy a *gőzerőgép* a körfolyamatnak csak az *expanziót hasznosító* eleme. Mellette a körfolyamathoz *hőt közlő* elemre (*kazánra*), *hőelvonó* elemre (*kondenzátorra*) és a *kompressziót végrehajtó* elemre (*tápszivattyúra*) is szükség van. Ezzel szemben a gázerőgépek az egész körfolyamatot egy egységben megvalósíthatják, minthogy a közeget az atmoszférából vehetik, és a hőt magában a közegben tüzeléssel közölhetik.

b) Volumetrikus (dugattyús) és áramlástechnikai (turbinás) működés. A körfolyamati expanziót végrehajtó gőzerőgépek működési elvük szerint *dugattyús gőzgépek* vagy *gőzturbinák* lehetnek.



4.23. ábra. Dugattyús gőzgép vázlata

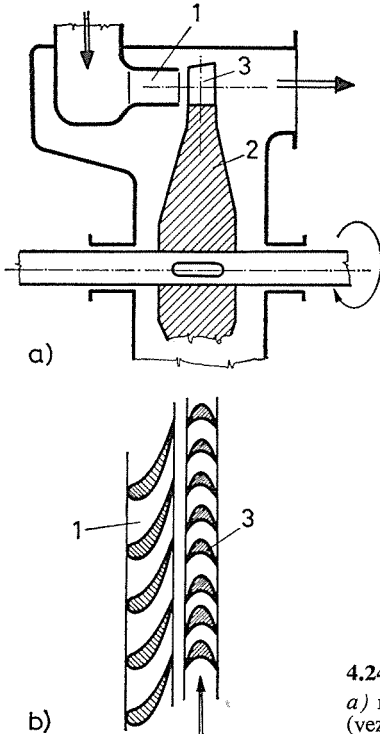
1 beömlőnyílás; 2 kiömlőnyílás; 3 henger;
4 dugattyú; 5 dugattyúrúd; 6 fedéloldal;
7 forgattyúoldal; 8 beömlésvezérlő;
9 kiömlésvezérlő

A **dugattyús gőzgép** (4.23. ábra) a vízgőz hőesését úgy hasznosítja, hogy a rendelkezésre álló p_1 nyomású friss gőzből egy bizonyos mennyiséget *hengerbe* vezetünk; a hengerben mozgó dugattyúra ható gőznyomás a gőz beömlése, majd expánziója közben a *dugattyút* a terhelések ellenében *elmozdítja*, és így munkát végez. A munkát végzett gőzt a dugattyú — a hengerben visszafelé mozogva — a p_2 nyomású térbe

tolja ki. A gőz be- és kiáramlását a vezérlőmű irányítja. A dugattyú mozgását és munkáját *forgattyús hajtómű* közvetíti a forgó mozgású főtengelyre.

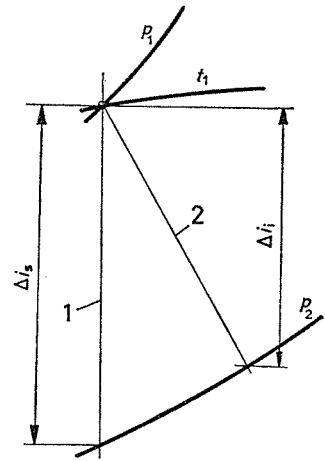
A **gőzturbína** (4.24. ábra) úgy működik, hogy benne a gőz — entalpiájának rovására — felgyorsul és a forgórész kerületén elhelyezett *lapátokra áramlik*. Ezeken sebességének irányát — és esetleg további expanzióval nagyságát is — változtatva erőhatást fejt ki, *azokat elmozdítja*, így a forgórészt terhelő nyomaték ellenében munkát végez.

c) **Teljesítmény, hatások, fajlagos gőzfogyasztás.** Mindkét gépfajta működésének közös vonása, hogy előtte p_1 nyomású és t_1 hőmérsékletű gőz, mögötte p_2 nyo-



4.24. ábra. A gőzturbína vázlatja

a) metszete; b) lapátrács kiterítve; 1 fűvóka (vezetőlapátozat); 2 járókerék; 3 futólapátozat



4.25. ábra. Expanzióvonalak az $i-s$ diagramban

1 izentropikus; 2 veszteséges

mású tér van. A gőz tehát p_1, t_1 állapotról p_2 nyomásra *expandál*. Az egységnyi gőzmennyiség által végezhető munka ($\int v dp$) a gőz entalpiáját az entrópia függvényében ábrázoló $i-s$ diagramból (4.21. ábra) könnyen kiolvasható. Esményi gépben ugyanis az expanzió hőcserektől és súrlódási (áramlási) veszteségektől mentes *izentropikus* expanzió, amelynek vonala az $i-s$ diagramban függőlegesen egyenes (4.25. ábra). Az egységnyi gőzmennyiségből így nyerhető munka az **izentropikus hőesés**

$$\Delta i_s = i_1 - i_{2s},$$

a p_1, t_1 frissgőzállapothoz tartozó i_1 és az innen húzott függőlegesnek (izentropának) a p_2 nyomás vonalával való metszéspontjához tartozó i_{2s} entalpia különbsége. Ha a gépen q_m tömegáramú gőz áramlik át, akkor az **izentropikus teljesítmény**

$$P_s = q_m \Delta i_s \quad \text{W.} \quad (4.122)$$

Ennek a teljesítménynek kifejtését teszi lehetővé a körfolyamat a gépnek; mintegy rendelkezésére bocsátja megvalósítás végett.

A gép gőzzel érintkező részeinek tökéletlenségei miatt azonban az expanzió *nem izentropikus*; az entrópia nő és a gépben a gőz entalpiája csak i_2 értékig csökken. Ezért a gépben csak $\Delta i_i = i_1 - i_2$ **belső hőésés** valósul meg, és így a gép **belső hatásfoka**

$$\eta_i = \frac{\Delta i_i}{\Delta i_s}. \quad (4.123)$$

A Δi_i belső hőésés által q_m tömegáramú gőzzel létrehozott **belső teljesítmény**

$$P_i = q_m \Delta i_i = P_s \eta_i \quad W. \quad (4.124)$$

A gép mechanikai részeinek (csapágyak stb.) tökéletlenségei miatt azok a gőz által szolgáltatott P_i teljesítménynek egy részét P_m mechanikai veszteség formájában felveszik. Ezért a gép tengelyéről csak $P_e = P_i - P_m$ **effektív teljesítményt** lehet levenni.

A gép **mechanikai hatásfoka**

$$\eta_m = \frac{P_e}{P_i}, \quad (4.125)$$

vagyis a mechanikai részecről levezethető P_e effektív és a gőz által azokra rátáplált P_i belső teljesítmény viszonya.

A gép **effektív hatásfoka**

$$\eta_e = \frac{P_e}{P_s} = \eta_i \eta_m, \quad (4.126)$$

vagyis a P_e effektív teljesítménynek és a körfolyamat által lehetővé tett P_s izentropikus teljesítménynek a viszonya.

4.5 példa. Egy gőzerőgép (dugattyús gőzgép vagy turbina) $p_1 = 20$ bar nyomású és $t_1 = 350$ °C hőmérsékletű, 20 kg/s tömegáramú gőzt 3 bar nyomásig expandáltat. Belső hatásfoka $\eta_i = 79\%$, mechanikai hatásfoka $\eta_m = 95\%$.

Az $i-s$ diagramból leolvasható, hogy

$$\Delta i_s = i_1 - i_{2s} = 3135 \text{ kJ/kg} - 2710 \text{ kJ/kg} = 425 \text{ kJ/kg.}$$

Izentropikus teljesítménye

$$P_s = q_m \Delta i_s = 20 \text{ kg/s} \cdot 425 \text{ kJ/kg} = 8500 \text{ kW} = 8,5 \text{ MW.}$$

Belső teljesítménye

$$P_i = P_s \eta_i = 8,5 \text{ MW} \cdot 0,79 \approx 6,72 \text{ MW.}$$

Effektív teljesítménye

$$P_e = P_i \eta_m = 6,72 \text{ MW} \cdot 0,95 \approx 6,38 \text{ MW.}$$

Belső hőésése

$$\Delta i_i = \Delta i_s \eta_i = 425 \text{ kJ/kg} \cdot 0,79 = 336 \text{ kJ/kg.}$$

A kiömlő gőz entalpiája

$$i_2 = i_1 - \Delta i_1 = (3135 - 336) \text{ kJ/kg} = 2799 \text{ kJ/kg} \approx 2,8 \text{ MJ/kg.}$$

A kiömlő gőz hőmérséklete (a diagramból leolvastva)

$$t_2 = 169^\circ\text{C.}$$

A gőzerőgép g fajlagos gőzfogyasztása a fogyasztott q_m gőztömegáramnak és a P teljesítménynek a viszonya. Aszerint, hogy a fogyasztott gőzárámot mely teljesítményhez viszonyítjuk, g_s izentropikus, g_i belső és g_e effektív fajlagos gőzfogyasztást különböztetünk meg:

$$g_s = \frac{q_m}{q_m \Delta i_s} = \frac{1}{\Delta i_s} \text{ kg/J;}$$

$$g_i = \frac{q_m}{P_i} = \frac{1}{\Delta i_i} \text{ kg/J;}$$

$$g_e = \frac{q_m}{P_e} \text{ kg/J.}$$

Leginkább érdekel bennünket az *effektív fajlagos fogyasztás*, amely az adottságokból így volna számítható:

$$g_e = \frac{q_m}{P_s \eta_i \eta_m} = \frac{q_m}{q_m \Delta i_s \eta_i \eta_m} = \frac{1}{\Delta i_s \eta_i \eta_m} \frac{\text{kg}}{\text{J}}.$$

Mínt hogy a munka SI egysége a J a gyakorlat számára igen kicsi érték, ezért a J-ra vonatkoztatott gőzfogyasztás nem jól érzékelhető értékeket ad. Ezért a fajlagos gőzfogyasztást kg/kJ-ban vagy még inkább kg/(kW·h)-ban szokás megadni és számolni. Az átszámításhoz

$$1 \text{ kg/J} = 1000 \text{ kg/kJ} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ kg/(kW}\cdot\text{h)}.$$

4.6. példa. Az előző példa szerinti gőzerőgép effektív fajlagos gőzfogyasztása

$$g_e = \frac{1}{\Delta i_s \eta_i \eta_m} = \frac{1}{425 \text{ kJ/kg} \cdot 0,79 \cdot 0,95} = 0,00314 \text{ kg/kJ} = 11,3 \text{ kg/(kW}\cdot\text{h)},$$

vagy közvetlenül a $P_e = 6,38 \text{ MW}$ effektív teljesítményből és a $q_m = 20 \text{ kg/s} = 72\,000 \text{ kg/h} = 72 \text{ t/h}$ gőztömegáramból

$$g_e = \frac{q_m}{P_e} = \frac{20 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}}{6,38 \cdot 10^6 \text{ W}} = 3,13 \cdot 10^{-6} \text{ kg/(W}\cdot\text{s)} = 3,13 \cdot 10^{-3} \text{ kg/kJ} = 3,13 \text{ g/kJ}$$

vagy

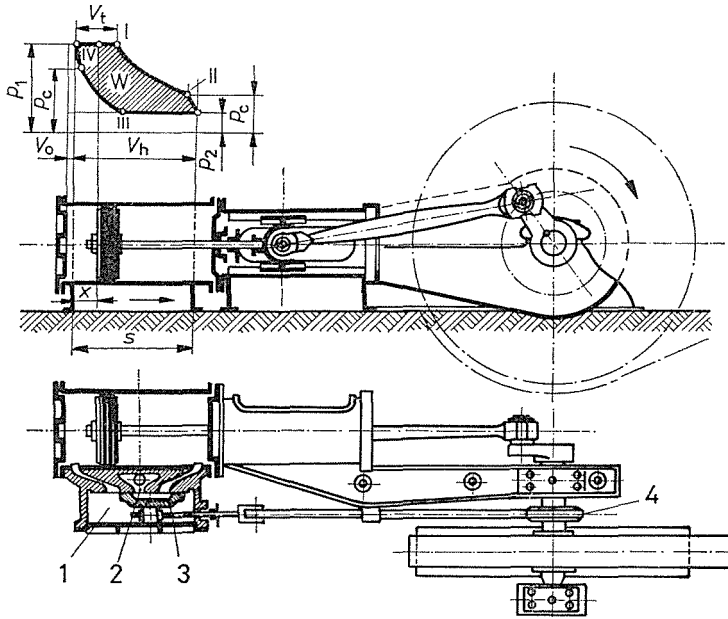
$$g_e = \frac{q_m}{P_e} = \frac{72 \text{ t/h}}{6,38 \text{ MW}} = 11,3 \text{ kg/(kW}\cdot\text{h)}.$$

4.2.2. Dugattyús gőzgépek

a) **Működésmódjuk.** Dugattyús gőzgépben hőből munkát úgy nyerünk, hogy a friss gőzt a dugattyúnak meghatározott elmozdulása alatt a *hengerbe bevezetjük* (töltés), majd a beömlést elzárva *expandálni hagyjuk* (expanzió). Eközben a gőz a du-

gattyút maga előtt tolva munkát végez. A munkát végzett gőzt a dugattyú visszafelé mozogva a kinyíló kiömlőszerven át *kitolja* a hengerből, vagy a légkörnél kisebb nyomásterű kondenzátorba (*kondenzációs gőzgép*), vagy az atmoszférába (*kipufogós gőzgép*), vagy a légkörnél nagyobb nyomású gőzfogyasztó-rendszerbe (*ellennyomású gőzgép*). Ezután a kiömlés zárul, a beömlés nyílik, és a folyamat megismétlődik.

A dugattyú két szélső állása: a *fedéloldali*, ill. a *forgattyúoldali* holtpont. A két holtpont közti út: a *lökét* (s). A dugattyú által egy löket alatt befutott térfogat a **lökettérfogat**: $V_h = As$, ahol A a dugattyú hasznos keresztmetszete. Azok a gépek, amelyek hengerébe csak a dugattyúnak egyik oldalára vezetünk gőzt, *egyszeres*, amelyekben mindkét oldalára vezetünk, *kettős működésűek*. Egyhengeres, kettős működésű gép látható a 4.26. ábrán.



4.26. ábra. Egyhengeres, kettős működésű dugattyús gőzgép
1 a beömlés tere; 2 a kiömlés tere; 3 kagylóslattayú

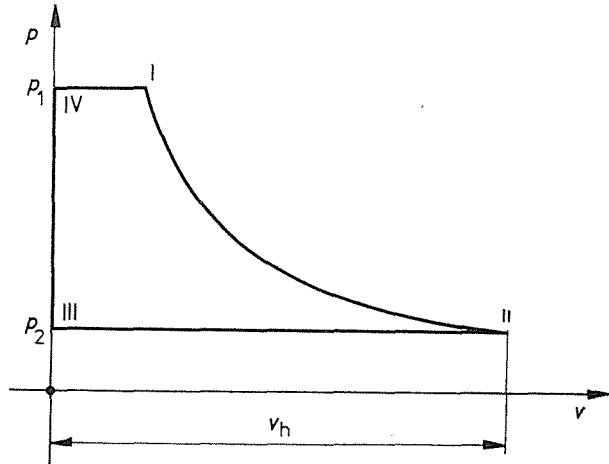
b) Az **indikátordiagram**. A gőznek a hengerben végzett munkáját az indikátordiagram jellemzi. Ez a hengerben levő gőz nyomását az *elfoglalt térfogat függvényében mutatja*. E nevet az indikátor nevű szerkezettől kapta, amely a diagramot felveszi.

Az indikátordiagram alakja hasonló az *állapotváltozási diagramhoz*, de attól alapelvben különbözik: az állapotváltozási diagram abszcisszáján a körfolyamatban részt vevő közeg egységnyi tömegének térfogata (a fajlagos térfogat) szerepel, a *körfolyamati hely* szerint változva.

Eszményi gőzgépnek (ha ilyet meg lehetne valósítani) nem volna *károsítere*, vagyis a dugattyú holtponthelyzetében nem volna üres tér a dugattyú felülete és a henger homlokfala között; a gőz és a hengerfal között nem lenne *hőcsere*; a gőz a hengerben a *kiömlőnyomásig* expandálna. Az ilyen gép indikátordiagramja a 4.27. ábra szerinti volna. Ennek $IV-I$ pontja közötti szakasz jelenti a *töltést* állandó p_1 nyomáson, minthogy beömlésnél fojtás nincs (beömlés nyitva, kiömlés zárva). Az $I-II$ pont közötti görbe jelenti az *expanziót* (mindkét nyílás zárva). Ez a vonal a $pV^n = \text{konst.}$ görbével jellemezhető *adiabata*, és a p_2 ellennyomásig tart. A II pontban a kiömlés nyílik és a gőz a dugattyú balra mozgása közben a III pontig p_2 nyomáson távozik a hengerből. A dugattyú bal oldali holtponthelyzetében zárul a kiömlő-

nyílás és nyílik a beömlőnyílás (III és IV pont); ezzel az új töltés kezdődik az I pontig. Ez a henger fedéloldalához (az ábrán a bal oldal) tartozó indikátordiagram; hasonló lehet a forgattyúoldalra (az ábrán a jobb oldal) felrajzolni.

Az indikátordiagram területe a vizsgált hengeroldalon az egy munkajáték alatt végzett munkával arányos.



4.27. ábra. Eszményi gőzgép indikátordiagramja

A valóságos gőzgépben az eszményivel szemben

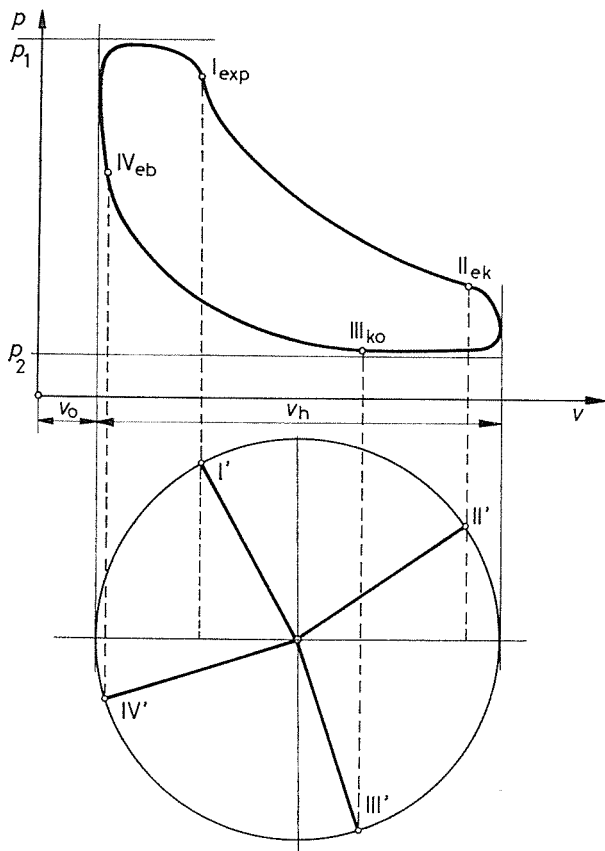
- a dugattyú homlokfelülete és a henger homlokfala közt holtponthelyzetben is van szabad térfogat (ún. *károster*);
- a beömléskor *fojtás van*, ezért a töltéskor a nyomás kisebb a p_1 frissgőznyomásnál, és nem állandó;
- a hengerfal és a gőz közti *hőcsere* miatt (lecsapódás, utánpárolgás is lehet!) az expanzióvonal nem adiabata;
- az expanzió nem folytatható a kiömlési nyomásig, mert a lökettérfogatnak kis nyomáskülönbségekre való kiterjesztése nem lenne gazdaságos;
- a kiömlőnyílást a *holtpont előtt* kell nyitni, hogy a kiömlés kezdetére a nyomás kellően lecsökkenjen;
- a kiömlés alatt a *hengerben a nyomás nagyobb* a p_2 kiömlési nyomásnál és nem teljesen állandó;
- a kiömlőnyílást jóval a *holtpont előtt* kell zárni, hogy a károsteret komprimált fűadtgőzzel feltöltve azt ne kelljen munkavégzés nélkül friss gőzzel tölteni;
- a beömlést valamivel a *holtpont előtt* kell nyitni, hogy a töltés kezdetére a hengerben már kellő nyomás legyen.

Míndezek folytán a **valóságos gőzgép indikátordiagramja** a 4.28. ábra szerinti. A beömlőszerv a IV (*előbeömlési*) pontban nyílik és az I (*expanziós*) pontban zárul; a kiömlőszerv a II (*előkiömlés*) pontban nyílik és a III (*kompressziós*) pontban zárul.

Ha az indikátordiagram vezérlési pontjait az indikátordiagram a lökettérfogatot képviselő hosszal azonos átmérőjű körre vetítjük, megkapjuk azokat a *forgattyúhelyzeteket*, amelyekben a vezérlőszerveknek a beömlést, ill. a *kiömlést nyitni*, ill. *zárni* kell. Ezeket a 4.28. ábra alsó része mutatja. (Ez az egyszerű szerkesztés a hajtórudat végtelen hosszúnak tekinti.)

c) **Vezérlés, szabályozás.** A **vezérlőmű** a be- és a kiömlőnyílásoknak az előírt forgattyúhelyzetekben való nyitását, ill. zárását önműködően végzi.

A **belső vezérlőműhöz** a zárást közvetlenül végző szerveket (tolattyút, szelepet vagy csapot) soroljuk. A legegyszerűbb ilyen szerkezet a **kagylós tolattyú**, amelyet a 4.26. ábrán is látunk. Ez mindkét hengeroldalt együtt vezérli azáltal, hogy a 4 excenter által mozgatva a hengeroldalakat szükség szerint az 1 frissgőztérrel vagy a 2 kiömlőtérrel köti össze, vagy mindkettőt elzárva tartja. A kagylós tolattyú egyik változata a **hengeres tolattyú**, amely a 4.26. ábrán látható 3 síktolattyú forgástartójaként képződik. Ilyen pl. a *gőzmozdonyok* vezérlőműve.



4.28. ábra. Valóságos gőzgép indikátordiagramja; nyitási és zárási pontok forgattyúhelyzetei

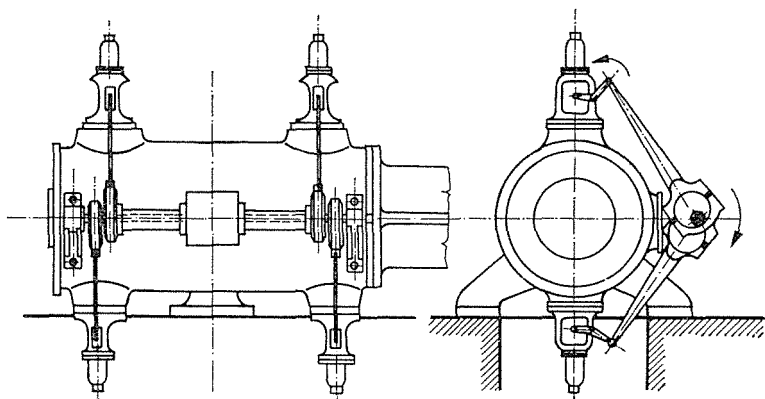
Nagyobb gőzgépekhez *szelepes* vezérlőművet alkalmaznak; ilyet szemléltet a 4.29. ábra. Vannak csapos vezérlőművek is.

A **külső vezérlőmű** a belsőt mozgatja a gép fő tengelye vagy vezértengelye által hajtva. A tolattyús vezérlőmű külső része mindig a fő tengelyre felékelt *excenter* (4.26. ábra). A szelepes vezérlőművet vagy **excenter** (4.29. ábra) vagy **bütykös tárcsa** mozgatja.

A **gőzgép szabályozása** által a teljesítményt úgy befolyásoljuk, hogy a *töltést változtatjuk*. Ehhez indikátordiagramnak az I_{exp} pontját (4.28. ábra) kell előbbre vagy későbbre helyezni. Ha a külső vezérlőmű extenter, akkor a töltés változtatásához az *excentricizást* és a *szögállást* (elősietési szög) kell változtatni. Ezt a **fordulatszám-szabályozó** önműködően hajtja végre az érzékelt fordulatszám-eltérés függvényében.

Igényesebb és nagyobb gőzgépeknek lényegesen bonyolultabb fordulatszám-szabályozásuk van.

d) **Méretezés.** Dugattyús gőzgépek méretezéséhez a kívánt *teljesítőképesség*, a *frissgőz nyomása és hőmérséklete*, a *kiömlési nyomás* és a *fordulatszám* adott. A méretezés a henger **lökettérfogatának** meghatározásából áll. Méretezéskor tényleges nyomásértékekkel és tetszés szerinti térfogatléptékekkel megrajzoljuk az indikátordiagramot a valóságos gőzgép diagramjához az előbb elmondottak szellemében. Az eszményi diagramtól való eltéréseket (pl. a káros tér viszonylagos nagysága, a nyomásesések mértéke) tapasztalatok alapján kell felvenni. A diagramot **gazdaságos töltésre**, vagyis úgy kell megrajzolni, hogy az előkiömlés nyomása elég nagy legyen ahhoz, hogy az expanzió végén a nyomás a súrlódások ellenében még biztosan mun-



4.29. ábra. Szelepes gőzgép

kát szolgáltatson, de ne legyen olyan nagy, hogy kihasználatlanul hagyja a további expanzió lehetőségét. Az *indikátordiagram területe* a W_i *indikált munka*, amelyet a dugattyú egy munkaciklus alatt végez.

A méretezéshez vezessük be a p_i **indikált középnyomás** fogalmát. Ez az a fiktív nyomás, amely a V_h teljes lökettérfogaton hatva a W_i indikált munkát szolgáltatná:

$$p_i V_h = W_i; p_i = \frac{W_i}{V_h} \text{ J.} \quad (4.127)$$

E szerkesztés közben a nyomás mértékegységét, a Pa-t használhatjuk; akkor az indikált munkát W-ban kapjuk. Ez azonban a gyakorlat számára kényelmetlenül nagy számértékeket adna, miért is a legcélszerűbb kPa, ill. kW prefixumos mértékegységekkel számolnunk. A W_i kiszámításához tehát lemérjük a diagram A_{w_1} területét. Ha ezt a V_s lökettérfogatnak megfelelő L_{v_s} hosszúsággal osztjuk, a p_i indikált középnyomással L_{p_i} arányos hosszúságot kapjuk, amiből a nyomáslépték segítségével annak tényleges nyomásértéke adódik.

Az egyik hengeroldal indikált munkája $W_i = V_s p_i \text{ J.}$

Ha a gép kettős működésű, az egy fordulat alatt végzett indikált munka

$$2W_i = 2V_s p_i \text{ J.}$$

Ha a fordulatszám $n \text{ s}^{-1}$, akkor az indikált teljesítmény

$$P_i = 2W_i n \text{ W,}$$

azaz

$$P_i = 2V_s p_i n \text{ W}, \quad (4.128)$$

ebből a szükséges lökettérfogat

$$V_s = \frac{P_i}{2np_i} \text{ m}^3. \quad (4.129)$$

Az indikált teljesítmény a gőzgép *belső teljesítménye*, hiszen ezt adja át a gőz a gép mechanikai részeire. A P_e effektív teljesítményt P_i -nek az η_m mechanikai hatásfokkal való szorzása útján kapjuk (pl. $\eta_m = 0,9$). Ekkor, ha a méretezéshez P_e adott;

$$V_s = \frac{P_e}{2np_i\eta_m} \text{ m}^3, \quad (4.129a)$$

ahol P_e W-ban, p_i Pa-ban, n pedig s^{-1} -ben értendő.

4.7. példa. Egyhengeres, kettős működésű gőzgép méretezése.

A frissgőz nyomása $p_1 = 16$ bar; hőmérséklete $t_1 = 220$ °C; az ellennyomás $p_2 = 2,0$ bar; a kívánt effektív teljesítmény $P_e = 500$ kW; a fordulatszám $n = 750 \text{ min}^{-1} = 12,5 \text{ s}^{-1}$. A mechanikai hatásfokot $\eta_m = 0,90$ -re becsljük.

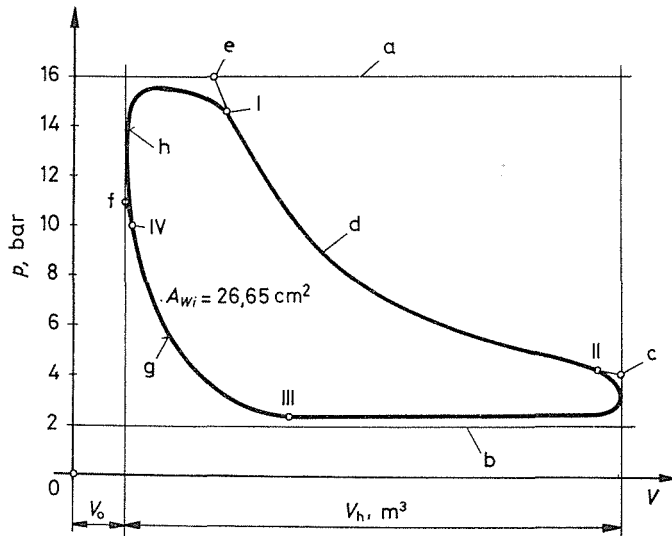
A szükséges *indikált (belső) teljesítmény*

$$P_i = \frac{P_e}{\eta_m} = \frac{500 \text{ kW}}{0,9} = 555,6 \text{ kW}.$$

Egy ciklusban megvalósítandó *indikált munka*

$$W_i = \frac{P_i}{2n} = \frac{555,6 \text{ kW}}{2 \cdot 12,5 \text{ s}^{-1}} = 22,22 \text{ kJ}.$$

Az *indikátordiagram szerkesztése* (4.30. ábra). A koordinátatengelyeket úgy osztjuk be, hogy 1 bar $\cong 0,5$ cm és $L_{V_s} \cong 10$ cm. Feltételezzük, hogy a V_0 káróstér a lökettérfogat 10%-a; ennek metszéke tehát $L_{V_0} = 1$ cm.



4.30. ábra. Indikátordiagram szerkesztése

A beömlési és kiömlési fojtást megbecsülve berajzoljuk a hengerben beömléskor uralkodó nyomás a vonalát és a kiömlésinek b vonalát. Az expanzió végnyomását 4 bar-ra választjuk (c pont). Ebből kiindulva felfelé megrajzoljuk az expanzióvonal d hiperboláját a frissgőznyomás-vonalig (e pont). Megválasztjuk a *kompreszió elvi végnyomását* 11 bar-ra (f pont); ebből kiindulva visszafelé megrajzoljuk a kompresszióvonal hiperboláját g a kiömlési nyomás b vonaláig. Itt a *III* kompressziós pontot kapjuk, amelyben a kiömlőnyílás zárul.

A kompresszióvonalon megválasztjuk az *előbeömlés IV* pontját, amelyben a beömlés megkezdődik. Innen kiindulva becslésszerűen berajzoljuk a beömlés h vonalát úgy, hogy az a V_0 és az a vonalat érintve a d expanzióvonalba csatlakozzék. Itt kapjuk a *beömlés zárásához* tartozó *I* pontot. Felvesszük az expanzióvonalon a *II* pontot, amelyben a kiömlőnyílás nyílik (kb. 5%-kal a holtpont előtt) és a d , V_s és b vonalakat érintő, ill. azokhoz csatlakozó vonallal fejezzük be az indikátordiagramot.

Lemérjük annak területét, az eredmény $A_{W_1} = 26,65 \text{ cm}^2$.

Ezt a lökettérfogat metszékével osztva, az *indikált középnyomás metszékét* kapjuk:

$$L_{p_1} = \frac{A_{W_1}}{S_{V_s}} = \frac{26,65 \text{ cm}^2}{10 \text{ cm}} = 2,665 \text{ cm, amiből}$$

(mivel a lépték $1 \text{ cm} \cong 2 \text{ bar}$)

$$p_1 = 5,33 \text{ bar} = 533 \text{ kPa.}$$

Az indikált munka a (4.127) szerint $W_1 = p_1 V_s$ lévén, a henger *lökettérfogata*

$$V_s = \frac{W_1}{p_1} = \frac{22,22 \text{ kJ}}{533 \text{ kPa}} = 4,169 \cdot 10^{-2} \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{N/m}^2} = 0,04169 \text{ m}^3 = 41,69 \text{ dm}^3.$$

A bevezetett (4.129) összefüggést közvetlenül alkalmazva szintén adódik:

$$V_s = \frac{P_e}{2np_1\eta_m} = \frac{500 \text{ kW}}{2 \cdot 12,5 \text{ s}^{-1} \cdot 533 \text{ kPa} \cdot 0,9} = 4,169 \cdot 10^{-2} \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{N/m}^2} = 0,04169 \text{ m}^3 = 41,69 \text{ dm}^3.$$

A *henger lökettérfogata* a geometriai jellemzőkkel

$$V_s = \frac{D^2 \pi s}{4},$$

ahol D a henger átmérője, $s = 2r$ a lökethossz. Az s/D viszonyt megválasztva a hengerátmérőt és a lökethosszát megkapjuk. Mérsékelt fordulatszámú álló gépnél $s/D = 1$ szokásos érték; gyorsforgású gépek s/D értéke 1-nél kisebb, fekvő gépeké 1-nél nagyobb.

Megtervezett vagy adott gép **gőzfogyasztásának** meghatározásakor abból indulunk ki, hogy az indikátordiagram (4.28. ábra) kompresszióvonal és expanzióvonal közötti *vízszintes metszék* (bármely nyomáson) az *egy munkaciklus alatt fogyasztott gőztérfogatot adja*. Ha tehát e vonalakat a frissgőznyomás vonaláig meghosszabbítjuk: a $V_1 \text{ m}^3$ frissgőz-térfogatot, ezt pedig a frissgőz $v_1 \text{ m}^3/\text{kg}$ fajlagos térfogatával osztva az egy munkaciklus alatti $m_1 \text{ kg}$ gőzmennyiséget (tömeget) kapjuk. A fogyasztott gőzárám tehát [kettős működésű gép ($n \text{ s}^{-1}$ fordulatszám) esetén]

$$q_m = \frac{V_1}{v_1} 2n \text{ kg/s.} \quad (4.130)$$

e) A dugattyús gőzgépek változatai. A hengerek helyzetének, számának, elrendezésének, kapcsolásának és a munkát végzett gőz hovatfordításának különböző lehetőségeiből adódnak.

Kipufogós gőzgép gőze a szabadba áramlik (pl. a mozdonyé).

Kondenzációs a gőzgép, ha a munkát végzett gőze a kondenzátorba ömlik. A kondenzátor vízzel hűtött edény, amelyben a gőz lecsapódik. Gőzterében kisebb hőmérsékletet és így — a levegőt szivattyúval eltávolítva — az atmoszferikusnál kisebb nyomást lehet tartani. Kondenzációs gőzgép *hőesése nagyobb*, tehát *fajlagos gőzfogyasztása kisebb* a kipufogósénál.

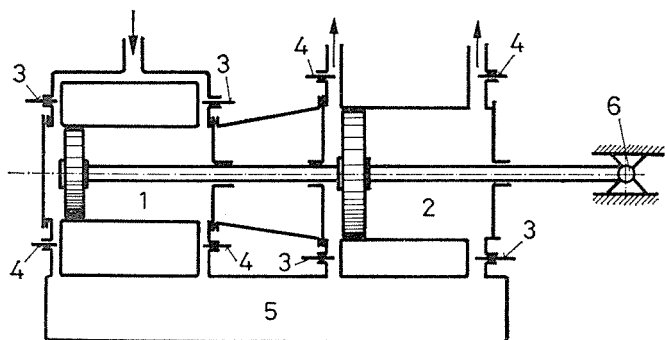
Elennyomású gőzgép kiömlő gőze az atmoszferikusnál nagyobb nyomású, ezért hőszolgáltatásra használható.

A **hengerek helyzete** szerint vannak *fekvő, álló* vagy *ferde hengerelrendezésű* gőzgépek.

A **többhengeres** gőzgépek közül *ikergőzgépnek* azt nevezzük, amelyben a hengerek szerepe azonos: a gőzáramban egymással párhuzamosan vannak kapcsolva. A mozdonyok gőzgépe túlnyomórészt ikergőzgép.

A **nagy hőesésű** (nagy expanzióviszonyú) gőzgépek többnyire *megosztott expanzióval* készülnek: a hengerek a gőzáramban egymással sorba vannak kötve. A hengerek között gyakran gőztároló tartály (ún. *resziver*) van. Ez a nagy nyomású hengerből kiömlő gőzt tárolja a kisnyomású henger töltésütemének bekövetkeztéig.

A **tandem gőzgép** olyan kéthengeres gép, amelynek hengereihez tartozó dugattyúk azonos dugattyúrúdon vannak (4.31. ábra). Ebben a nagy nyomású henger fedéloldala a kisnyomású henger forgattyú felőli oldalával működik együtt úgy, hogy amikor a nagy nyomású henger fedéloldalán kiömlés



4.31. ábra. Tandem gőzgép vázlatja

1 nagy nyomású henger; 2 kisnyomású henger; 3 beömlést vezérlő szervek; 4 kiömlést vezérlő szervek; 5 kiegyenlítőtartály (resziver); 6 a forgattyús hajtómű keresztfeje

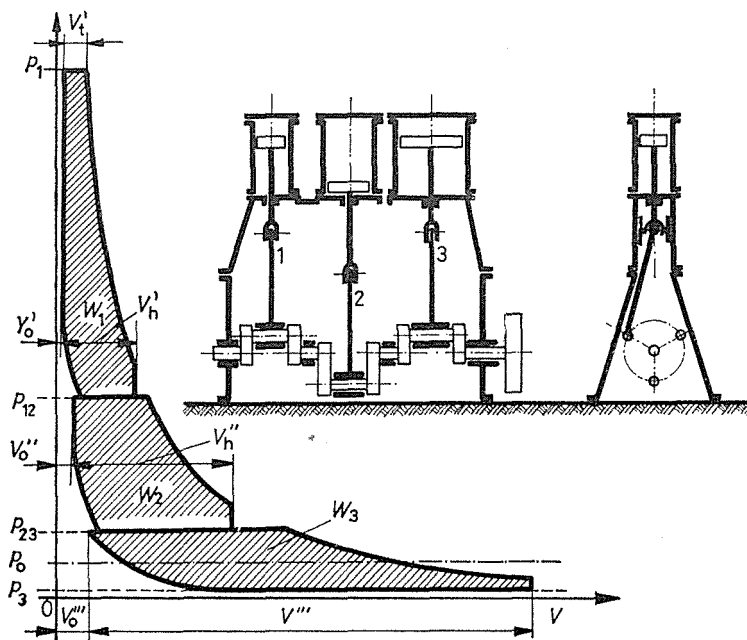
van, akkor van a kisnyomású henger forgattyúoldalán a töltés. Minthogy a töltés rövidített, a kiömlésnél a két henger között tárolót (reszivert) kell alkalmazni, amely a nagy nyomású henger kiömlő gőzét befogadja és tárolja, amikor a kisnyomású henger kiömlése zárva van.

A **kompaund gőzgép** két hengeréhez tartozó forgattyúk egymástól 90°-ra vannak a főtengelyen. Ebben a nagy nyomású henger kiömlése előbb a resziverbe komprimál, és csak kitolási löketének felétől van lehetőség a kisnyomású henger töltésére.

A **háromhengeres (triplex)** gőzgépben (4.32. ábra) az expanzió három hengerre oszlik meg, ennek hengereihez tartozó forgattyúk a főtengelyen 120°-ra állnak egymástól.

Míndezek a nagy, bonyolult gépek a maguk idején vezető szerepet játszottak koruk műszaki fejlődésében. Az akkori technikai színvonalat remekül képviselik tervezési eljárásaiknak és konstrukciójuknak szellemessége, valamint az elkészítésükhöz szükséges emberi teljesítmény nagyszerűsége tekintetében egyaránt.

f) **A dugattyús gőzgépek fejlődéstörténete és szerepe.** A dugattyús gőzgépek a XVIII. század elején kezdtek kifejlődni, a század második felétől az akkori **ipari forradalomban** jelentős szerepük volt, sőt annak előfeltételét képezték. A vízgőz kedvező tu-



4.32. ábra. Háromhengeres gőzgép és indikátordiagramja

lajdonságainál fogva velük *igen kezdetleges eszközökkel is sikerült működőképes hőtani körfolyamatot* megvalósítani és a munkagépek (eleinte a csak alternáló mozgást igénylő dugattyús bányavízszivattyúk) számára *tetszőleges* helyen mechanikai energiát előállítani (vízerőgépek vízfolyáshoz vannak kötve). Egyes múzeumokban látható, fadonagákból és fagerendákból barkácsolt, az 1710–1770-es évekből származó, ősi gőzgépek ennek a fejlődésnek megindítóan szép emlékei.

Ezek adtak indítékot a **hőtechnikai kutatásnak** (gőztáblázatok), valamint a szerkezzetani és a gyártástechnológiai fejlődésnek is. A ma is használt szerkezeti és működési elv az 1770-es évekből származik (*Watt*-tól). A **forgattyús hajtómű** megvalósítása megnyitotta az utat a hajózásban (1812) és a vasúton (1827) való alkalmazás, továbbá a tetszés szerinti fajtájú és számú munkagép hajtása felé is. A XIX. század első harmadától csaknem száz éven át a műhelyek egyik jellegzetessége volt az annak hosszában végigmenő **transzmissziós tengely**, amelyről az egyes munkagépek szíjhajtással kapták hajtásukat. Ezt a tengelyt a műhelyen kívül elhelyezett gőzgép hajtotta.

A dugattyús gőzgépeknek ebben a fénykorában kezdték használni a **túlhevített gőzt**, hogy a gőz hengerfalra kicsapódásával és onnan visszapárolgásával kapcsolatos jelentős veszteségeket elkerüljék; nőttek a frissgőznyomások és a fajlagos teljesítmények is.

A XIX. század végétől azonban a **villamosenergia-átvitel** elterjedésével a tömeges energiatermelésben a **gőzturbinák** vették át a dugattyús gőzgépek szerepét. A *dugattyús gép* ugyanis *nagy térfogatáramok feldolgozására nem alkalmas*; több száz m³/s térfogatáramú gőznek hengerben forgalmazása elképzelhetetlen; ezért a megvalósítható teljesítőképesség mérsékelte. Nagyobb dugattyús gőzgépek *fordulatszáma* is csak kor-

látózott lehet, ezért közvetlenül csak sok pólusú és így nehézkes villamos generátort hajthatnak. A dugattyú a hengerben *kenést* igényel, ezért az alkalmazható frissgőz hőmérséklete korlátozott; a kiömlő gőz csapadéka – olajos lévén – nagynyomású kazánok táplálására nem alkalmas.

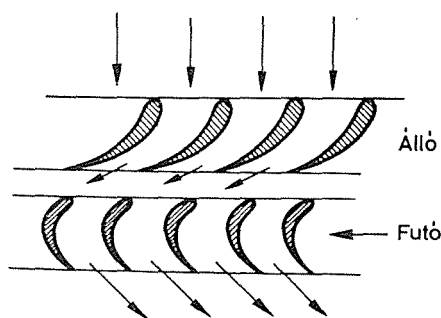
A *közlekedésből a gáz közegű hőerőgépek* szorították ki a dugattyús gőzgépeket. Kifejlődésük nagyobb műszaki fejlettséget igényelt, ezért később következett be; körfolyamati közegek azonban jobban kedvez a kisebb fajlagos tömegű és helyigényű erőgépek megvalósításának.

Továbbra is megmaradt **alkalmazási területek** a dugattyús gőzgép részére a következők:

- *Kis térfogatáramú* gőz feldolgozása; ezen a területen hatásfoka a gőzturbináknénál sokkal jobb. Ilyen célokra a belsőégésű motorokéhoz hasonló felépítésű, gyorsforgású, álló elrendezésű, többhengeres **gőzmotorok** ma is versenyképesek; főleg a kiömlő gőz hőjét hasznosító ellennyomású kivitelben.
- *Kis és változó fordulatszámra*, a forgásirány változtatására alkalmas lévén, ilyen hajtást igénylő gépekhez előnyös lehet. Ezért a közelmúltban is készítették 10 MW körüli teljesítményű dugattyús gőzgépet *kohászati hengersor* hajtására.

4.2.3. Gőzturbinák. Működési elvük, alkalmazási területük

A gőzturbinák a körfolyamat adta hőesést **áramlástan** elven dolgozzák fel. Vezető-(álló-) lapátzatuk által képezett *gyorsító lapátrácson* a gőz felgyorsul; *a forgórészen elhelyezett lapátrácson* pedig sebességének irányát és nagyságát változtatva arra erőhatást gyakorol és munkát végez (4.33. ábra). A teljes gőzturbinát egy vagy egymás után kapcsolt több, ún. fokozat (álló- és futólapátrácspól álló együttes) képezi.



4.33. ábra. Gőzturбина-lapátrácspok és az általuk képezett fokozat

Ez a működési elv lehetővé teszi, hogy a gőzturbiná *igen nagy gőztérfogatáramot*, ezzel nagy gőztömegáramot dolgozzon fel, és így *egy egységben nagyon nagy teljesítményt* szolgáltatson (napjainkban 1500 MW-ig). A körfolyamati nyomást és hőmérsékletet csak a *szerkezeti anyagok* korlátozzák, ezért lehetővé válik a víz/gőz körfolyamat adta lehetőségek teljes kihasználása, tehát *jó hatásfokú körfolyamatba* kapcsolható. Belső hatásfoka kellően nagy térfogatáram esetén jó; mechanikai vesztesége elenyésző. Működési elve a *nagy fordulatszám*nak kedvez, ezért szokványos frekvenciájú, *kétpólusú villamos szinkrongenerátort* közvetlenül hajthat. Tulajdonságai főleg a **villamosenergia-termelésben** juttatják kimagasló szerephez, de kedvező lehet más

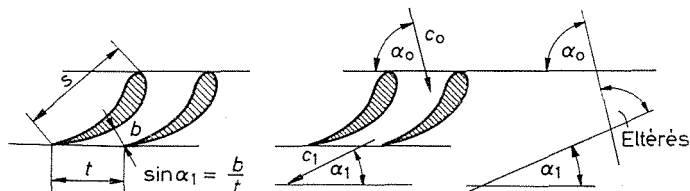
gyorsforgású gépek (nagy kompresszorok, szivattyúk), valamint nagy hajók hajtására is. Első megvalósításához a dugattyús gépekhez szükségesnél nagyobb hőtani és áramlástani ismeretekre volt szükség. A XIX. század utolsó éveiben ezek megvoltak; a villamosenergia-átvitel megteremtette a széles körű felhasználás lehetőségét is, amely azóta egyre fokozódik. Ma a világ energiafogyasztásának több mint 80%-át gőzturbinák termelik, és ez a részesedés az energiatermelés további koncentrációjával és a nukleáris erőművek elterjedésével tovább nő.

A gőzturbinák alkalmazási korlátai:

- kis térfogatáramok esetén a csatornák keresztmetszete kicsi, az áramlási veszteségek nagyok és a hatásfok rossz;
- ahhoz, hogy a hatásfok jó legyen, a futólapátozatnak – a gőzsebességgel arányban levő – meghatározott sebességgel kell rendelkeznie: a tervezésétől 5...10%-nál jobban eltérő fordulatszámokon hatásfoka romlik;
- a forgásirányt változtatni nem lehet.

4.2.4. A gyorsító lapátrács

a) **Energiaátalakulás lapátrácson.** A lapátrács (4.34. ábra) feladata, hogy a rendelkezésre álló nyomásesés és az ebből származó $\int v dp$ entalpiacsökkenés (hőesés) árán a gőz *sebességi energiáját* lehetőleg jó hatásfokkal *növelje*.



4.34. ábra. Gyorsító lapátrács geometriája

s húrhorossz; t osztás; b nyílásméret; c_0 belépési gőzsebesség; c_1 kilépési gőzsebesség; α_1 kilépő lapátszög; α_0 belépő szög

Mínthogy a lapátrács előtt és után a nyomás állandó, átáramlott rendszerről van szó, amelynek energiaszolgáltatását a technikai munka jellemzi [l. a 4.1.1. pontban a (4.22) összefüggést]. Tekintsük a túlhevített gőzt ideális gáznak, és tételizzük fel egyelőre, hogy az áramlás sűrűdástól mentes. Ekkor a lapátrács előtti T_0 hőmérsékletű és v_0 fajtérfogatú, a rács előtti p_0 nyomásról a lapátrács utáni p_1 nyomásig expandáló gőz által végzett technikai munka a (4.22) és (4.102) összefüggés szerint

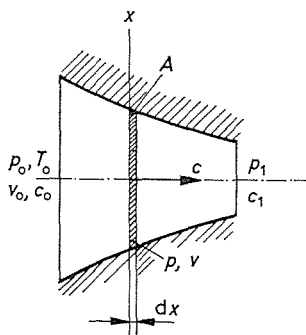
$$-\int_0^1 v dp = W_t = \frac{\kappa}{\kappa-1} RT_0 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right],$$

ill.

$$-\int_0^1 v dp = W_t = \frac{\kappa}{\kappa-1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]. \quad (4.131)$$

Másrészt az izentropikusan lefolyó nyomásesés hatására a közeg sebessége a következőképpen nő (4.35. ábra):

Valamely átömlőcsatorna előtt a gőz állapota p_0, T_0, v_0 , sebessége c_0 . A csatorna utáni nyomás $p_1 < p_0$; a nyomás az áramlás mentén folytonosan csökken. A csatorna x helyén levő, A keresztmetszetű, dx vastagságú, v fajlagos térfogatú gőz tömege $dm = A dx/v$; sebessége $c = dx/dt$, gyorsulása $a = dc/dt$. A nyomásesés a dx csatornazakazon dp , a dm gőztömeget gyorsító erő tehát $dF = -A dp$.



4.35. ábra. A sebesség kialakulása a csatornában

Mint hogy $dF = dma$,

$$-A dp = \frac{A dx}{v} \frac{dc}{dt} = A \frac{dx}{v} \frac{dc}{dx} \frac{dx}{dt} = A \frac{c}{v} dc.$$

Ebből

$-v dp = c dc$, ill. a két határ között integrálva:

$$-\int_0^1 v dp = \int_0^1 c dc = \frac{c_{1s}^2}{2} - \frac{c_0^2}{2}, \quad (4.132)$$

és ezt a (4.131)-gyel összevetve:

$$\frac{c_{1s}^2}{2} - \frac{c_0^2}{2} = \frac{\kappa}{\kappa-1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right], \quad (4.133)$$

ha pedig a belépés c_0 sebessége elhanyagolható,

$$c_{1s} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}. \quad (4.134)$$

Mint a 4.1.12. pontból tudjuk, vízgőz esetében a technikai munka e bonyolult kiszámítására – ami egyébként is csak ideális gázra adna helyes eredményt – nincs szükség. A technikai munka, az *izentropikus entalpiacsökkenés* (hőesés) ugyanis a vízgőz $i-s$ diagramjából a 4.36. ábra szerint leolvasható. Veszteségmentes áramlásban a $\Delta i_s = i_0 - i_{1s}$ J/kg *izentropikus hőesés* a lapátrács előtt c_0 sebességű gőz $c_0^2/2$

($\text{J/kg} = \text{m}^2/\text{s}^2$) fajlagos sebességi energiáját a Δi_s értékével növeli. A kilépési sebesség *veszteségmentes* esetben c_{1s} ; a sebességi energia

$$\frac{c_{1s}^2}{2} = \frac{c_0^2}{2} + \Delta i_s \quad \text{J/kg.} \quad (4.134a)$$

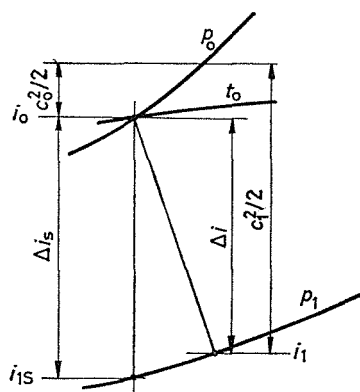
Ha a lapátrács *nem veszteségmentes*, és így az expanzió nem izentropikus, az energiaátalakulás egynél kisebb hatásfokú, és a kilépési sebesség $c_1 < c_{1s}$. A lapátrács hatásfokának fogalmi meghatározása szerint *hasznosított* energia a rácsból kilépő gőz $c_1^2/2$ sebességi energiája, *befektetett energia* pedig a belépő gőz $c_0^2/2$ sebességi energiájának és a Δi_s izentropikus hővesztésnek az *összege*. A hatásfok tehát

$$\eta = \frac{c_1^2/2}{c_0^2/2 + \Delta i_s}, \quad (4.135)$$

és ha η értékét a rács adataiból ismerjük, akkor

$$c_1 = \sqrt{2\eta \left(\frac{c_0^2}{2} + \Delta i_s \right)}. \quad (4.136)$$

Figyelem: Ha a c sebesség mértékegysége m/s, akkor a $c^2/2$ fajlagos sebességi energiáé $\text{m}^2/\text{s}^2 = \text{J/kg}$. A forgalomban levő $i-s$ diagramok viszont a fajlagos entalpiát kJ/kg egységgel tüntetik fel.



4.36. ábra. A gyorsító lapátrácson lefolyó expanzió képe $i-s$ diagramban

A folyamat $i-s$ képében (4.36. ábra) az entalpia *valóságos csökkenése*:

$$\Delta i = \frac{c_1^2}{2} - \frac{c_0^2}{2};$$

és a kiömlő gőz entalpiája

$$i_1 = i_0 - \Delta i.$$

4.8. példa. A gőz állapota a lapátrács előtt $p_0 = 10,0$ bar, $t_0 = 300$ °C, a nyomás a rács után $p_1 = 7,0$ bar, a gőz sebessége a lapátrács előtt $c_0 = 120$ m/s, a lapátrács hatásfoka $\eta = 94\%$. Mekkora a kilépési sebesség?

Az $i-s$ diagramból leolvasható entalpiák:

$$i_0 = 3048 \text{ kJ/kg};$$

$$i_{1s} = 2960 \text{ kJ/kg};$$

$$\Delta i_s = i_0 - i_{1s} = 88 \text{ kJ/kg}.$$

A belépő gőz fajlagos sebességi energiája

$$\frac{c_0^2}{2} = \frac{120^2}{2} \text{ m}^2/\text{s}^2 = 7200 \text{ J/kg} = 7,2 \text{ kJ/kg}.$$

A kilépési sebesség

$$c_1 = \sqrt{2\eta \left(\frac{c_0^2}{2} + \Delta i_s \right)} = \sqrt{2 \cdot 0,94 (7200 \text{ J/kg} + 88000 \text{ J/kg})} = \sqrt{179 \cdot 10^4 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 423 \text{ m/s}.$$

A valószínű hővesztés

$$\Delta i = \frac{c_1^2}{2} - \frac{c_0^2}{2} = 89488 \text{ J/kg} - 7200 \text{ J/kg} = 82288 \text{ J/kg} = 82,3 \text{ kJ/kg}.$$

A kilépő entalpia

$$i_1 = i_0 - \Delta i = 3048 \text{ kJ/kg} - 82,3 \text{ kJ/kg} = 2965,7 \text{ kJ/kg}.$$

A kilépési hőmérséklet ($i-s$ diagramból leolvasható):

$$t_1 = 265 \text{ }^\circ\text{C}.$$

A kilépő fajtérfogat

$$v_1 = 0,345 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

b) A lapátrács hatásfoka annak geometriai, felületi, beépítési és üzemi jellemzőitől függ. A lapátrács *geometriai jellemzői*: a profilok s húrhossza, α_0 belépő és α_1 kilépő szöge, a profil alakja és a t osztás (4.34. ábra). *Felületi jellemző* a lapátfelületnek a húrhosszhoz viszonyított érdessége és a kilépőél véges vastagsága; *beépítési jellemzők* a lapátok legyezős (sugárirányú) elhelyezkedése, a lapátok hossza, hirtelen átmenetek; *üzemi jellemző* a *Reynolds*-szám, a *Mach*-szám, a turbulencia. A hatásfokra *legnagyobb hatása* az eltérítés mértékének ($180^\circ - \alpha_0 - \alpha_1$) és az s húrhosszhoz viszonyított l lapáthossznak (csatornamagasságnak) van. *Minél nagyobb az eltérítés szöge és minél rövidebb a lapát, annál kisebb a hatásfok.*

Kutatási eredményekből származó *segédletek* a lapátrács $\zeta = 1 - \eta$ **vesztégtényezőjének** az adottságokból való meghatározásához adnak adatokat. Belőlük a ζ veszteségtényezőt különböző összetevők tényezőikkel szorzott értékének összegeként kapjuk. Segítségükkel a lapátrács hatásfoka több-kevesebb biztonsággal kalkulálható.

Régebben az irodalom és a géptervezési gyakorlat az energiaátalakulás e szakaszának veszteségeit úgy tárgyalta, hogy kiszámították a veszteségmentes esetben kialakuló

$$c_{1s} = \sqrt{2 \left(\frac{c_0^2}{2} + \Delta i_s \right)}$$

elméleti sebességet, és azt az egységnyi kisebb φ *sebességtényezővel* szorozták. Ez a tárgyalásmód nem teszi lehetővé a lapátrácsvesztés egyes összetevőinek azonos módon való és maradéktalan figyelembevételét, ezért ma már nem használatos.

A régi gőzturbina-technikában tekintélyes szerepet játszottak a kerület kis részét elfoglaló, és így a lapátzatot csak egyes helyeken megfűjő *fúvókacsövek*, gyakran a kritikuson túli nyomásesésre készülő, *bővülő Laval-csövek* formájában (l. a következő *c*) pontot). Alkalmazási körük gőzturbinákban ma már csekély.

c) A lapátrács gőzárama és méretezése. A lapátrács gőzáramán azt a q_m gőztömegáramot értjük, amely az A legszűkebb keresztmetszetű lapátrácson adott c_0 beömlési sebesség, a lapátrács előtti p_0 nyomás és a T_0 hőmérséklet, valamint a rács utáni p_1 nyomás esetén a rácson átáramlik.

Jelentős és tetszés szerinti nagyságú nyomásesés esetén a beömlési sebesség gőzáramra való hatását elhanyagolhatjuk. Ekkor a gőzáram meghatározására legkedvezőbb a következőkből kiindulni:

A gőz tömegárama

$$q_m = A \frac{c_{1s}}{v_{1s}}, \quad (4.137)$$

ahol c_{1s} a p_1 nyomásig *vesztégmentesen* expandált gőz sebessége, v_{1s} a fajtérfogata.

A beömlési c_0 sebességet elhanyagolva, a (4.134) és a (4.101) egyenletből következő

$$v_{1s} = v_0 \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{1/\kappa} \quad (4.138)$$

kifejezést helyettesítve

$$q_m = \frac{A \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}}{v_0 \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{1/\kappa}},$$

amiből

$$q_m = A \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \frac{p_0}{v_0} \left[\left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{2/\kappa} - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]}. \quad (4.139)$$

A túlhevített gőzt *ideális gáznak véve* írhatjuk, hogy

$$v_0 = \frac{RT_0}{p_0} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}},$$

és ezzel

$$q_m = Ap_0 \sqrt{\frac{1}{T_0}} \sqrt{\frac{2\kappa}{(\kappa-1)R} \left[\left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{2/\kappa} - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]}. \quad (4.140)$$

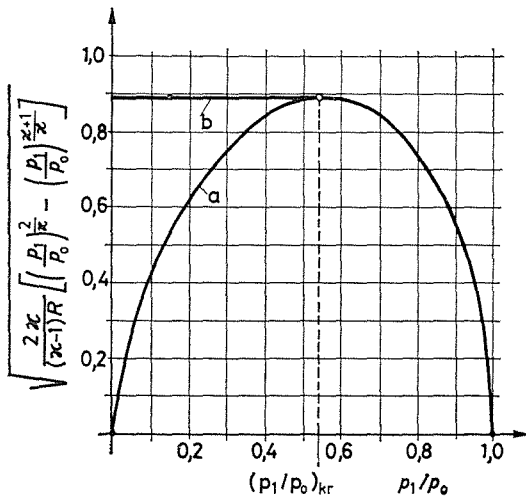
Ebből látható, hogy a gőztömegáram:

- arányos a legszűkebb átömlési keresztmetszettel;
- arányos a lapátrács előtti nyomással;
- fordítva arányos a lapátrács előtti abszolút hőmérséklet négyzetgyökével;
- a p_1/p_0 nyomásviszonytól a képlet végén szereplő négyzetgyökös kifejezés (a nyomásviszonyfüggvény) szerint függ.

Ez utóbbi alakját a p_1/p_0 nyomásviszony függvényében a 4.37. ábra szemlélteti.

Mint látjuk, a függvénygörbének szélső értéke és így a q_m gőztömegáramnak a p_1/p_0 függvényében maximuma van. Ennek helyét úgy számíthatjuk ki, hogy a (4.140) kifejezésből a szögletes zárójelben levő résznek p_1/p_0 szerinti deriváltját 0-val tesszük egyenlővé:

$$\frac{d}{d\left(\frac{p_1}{p_0}\right)} \left[\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{2/\kappa} - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right] = 0. \quad (4.141)$$



4.37. ábra. A nyomásviszony-függvény túlhevített vízgőzre

A differenciálást végrehajtva

$$\frac{2}{\kappa} \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{2-\kappa}{\kappa}} - \frac{\kappa+1}{\kappa} \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{1/\kappa} = 0, \quad (4.142)$$

amiből a maximumot adó **kritikus nyomásviszony**:

$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right)_{\text{krit}} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}. \quad (4.143)$$

E nyomásviszony mellett a legnagyobb gőztömegáram:

$$(q_m)_{\text{max}} = A \sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} \sqrt{\frac{p_0}{v_0}} = A p_0 \sqrt{\frac{1}{T_0} \frac{\kappa}{R} \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} \text{ kg/s.} \quad (4.144)$$

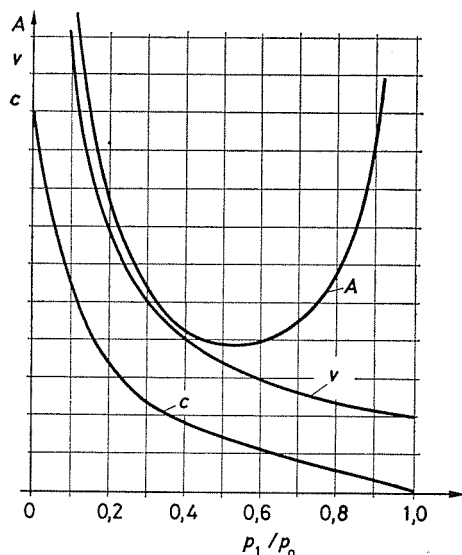
A (4.139) függvény azt a különös eredményt adja, hogy ha a p_1 nyomás a „kritikus” érték alá csökken, a gőztömegáram is csökken (a 4.37. ábra *a* vonala), ami pedig a tapasztalattal ellenkezik. Ennek oka az, hogy egyszerű, szűkülő lapátrácsban a nyomás csak a kritikusig csökkenhet; minden további expanzió a legszűkebb keresztmet-

szet *után*, rendezetlenül megy végbe. Ezért a lapátrács utáni nyomás csökkenésével a gőztömegáram már nem változik: a rácson a kritikus gőztömegáram halad át (a 4.37. ábra *b* vonala érvényes).

A csatorna keresztmetszete az áramlás mentén. Ha azt kívánjuk, hogy a csatornán vagy a több csatornából álló lapátrácson a kritikuson túli $(p_1/p_0) < (p_1/p_0)_{\text{krit}}$ nyomásesés is sebességet növelően folyjék le, akkor a csatornának az áramlás mentén előbb – a kritikus nyomásviszonyig – szűkülnie, majd bővülnie kell. Ez belátható a (4.139) összefüggésből, ugyanis az

$$A = \frac{q_m}{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \frac{p_0}{v_0} \left[\left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{2/\kappa} - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]} \quad \text{m}^2 \quad (4.145)$$

görbéje a p_1/p_0 nyomásviszony függvényében a 4.37. ábra szerintinek reciproka (a 4.38. ábra *A* görbéje).



4.38. ábra. A *c* sebesség, a *v* fajtérfogat és az *A* csatorna-keresztmetszet viszonylagos értékei a nyomásviszony függvényében

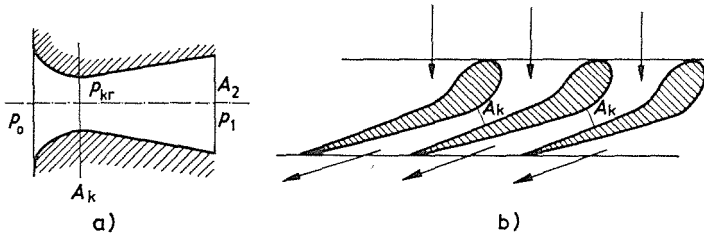
Fizikai valóságában jól érthető a jelenség, ha a tömegáram meghatározásának alapját képező (4.137) összefüggésből indulunk ki. A kiáramláskor bekövetkező expanzió mentén a $q_m = \text{konst.}$ gőztömegáram befogadásához szükséges keresztmetszet

$$A = q_m \frac{v_{1s}}{c_{1s}} \quad \text{m}^2. \quad (4.146)$$

Az expanzió folyamán a nyomás csökkenésével mind a v_{1s} fajtérfogat, mind a c_{1s} sebesség nő. Eközben azonban $p_1/p_0 = 1 \dots (p_1/p_0)_{\text{krit}}$ „kritikuson innen” nyomásviszonyokon a sebesség (a 4.38. ábra *c* görbéje) nő inkább, mint a v_{1s} fajtérfogat (a 4.38. ábra *v* görbéje), és ezért a keresztmetszetnek *csökkenie kell* az expanzió lefolytatására. A $p_1/p_0 = (p_1/p_0)_{\text{krit}} \dots 0$ „kritikuson túli” tartományban a fajtérfogat

nő inkább mint a sebesség, és így a keresztmetszetnek *nőnie* kell a gőzárám befogadására, mert különben az expanzió a csatornában nem megy végbe.

Az olyan — előbb szűkülő, majd bővülő keresztmetszetű — csatornát első alkalmazója után *Laval*-csőnek nevezzük. Ilyen látható — akár kör-, akár négyszögkeresztmetszettel — a 4.39a ábrán. Mint az előző *b*) alpont végén említettük, alkalmazásuk lapátrácsokban ritka; ekkor a lapátrács a 4.39b ábra szerinti alakú.



4.39. ábra. A *Laval*-cső és főméretei

A **gyorsító lapátrács méretezése** — ha az expanzió a kritikusan inneni — a *legsűkebb keresztmetszet* meghatározásából áll. Ekkor a q_m gőztömegáram, a p_0 , t_0 (rács előtti) gőzállapot és a p_1 (rács utáni) nyomás szokott adott lenni.

A keresztmetszetet a gőzárám egyenletéből (4.139) számíthatjuk ki úgy, hogy ismeretlenek az A keresztmetszetet, ismertnek a q_m tömegáramot tekintjük.

A kis nyomásesésű lapátrácsot azonban többnyire nem így, hanem a $q_m v = q_v = A c$ kontinuitásösszefüggés közvetlen alkalmazásával méretezik. Ez azért kedvező, mert a megszerkesztett $i-s$ képből a fajtérfogat, a sebességre szerkesztéséből pedig a sebesség úgyis rendelkezésre áll, tehát

$$A = q_m \frac{v}{c} \quad (4.147)$$

közvetlenül számítható.

4.9. példa. Legyen a gőztömegáram $q_m = 85$ kg/s. A 4.8. példából $v_1 = 0,345$ m³/kg, $c_1 = 423$ m/s, az átáramlás keresztmetszete

$$A_k = q_m \frac{v_1}{c_1} = 85 \text{ kg/s} \cdot \frac{0,345 \text{ m}^3/\text{kg}}{423 \text{ m/s}} = 0,06933 \text{ m}^2 = 693,3 \text{ cm}^2.$$

Ha a lapátszög $\alpha_1 = 15^\circ$, akkor a rács homlok- (meridián-) keresztmetszete

$$A_m = \frac{A}{\sin 15^\circ} = \frac{0,06933 \text{ m}^2}{\sin 15^\circ} = 0,2678 \text{ m}^2 = 2678 \text{ cm}^2.$$

Ez tehát a lapátozat körgyűrű keresztmetszete.

Ha a lapátozat középpátmérője $D = 1,3$ m, akkor a lapáthossz

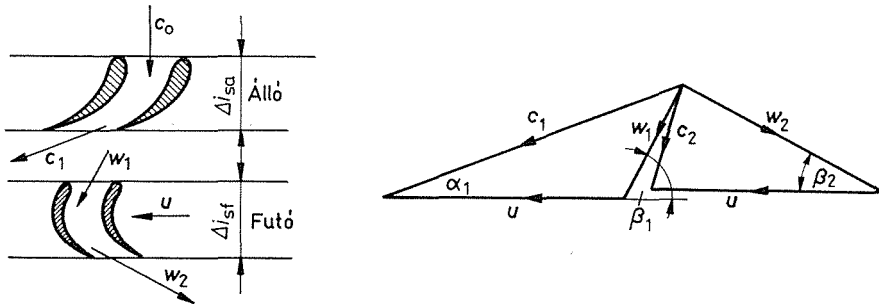
$$l = \frac{A_m}{\pi D} = \frac{0,2678 \text{ m}^2}{3,14 \cdot 1,3 \text{ m}} = 0,0656 \text{ m} = 65,6 \text{ mm}.$$

Laval-cső méretezése alkalmával egyrészt az A_k legsűkebb (4.39a ábra), másrészt a végső A_2 (3.39a ábra) keresztmetszetet kell meghatározni. Az előbbire a (4.144) összefüggés, az utóbbira a (4.147) összefüggés használható.

4.2.5. A gőzturbina-fokozat

a) **Működés módja.** Az állólapátrácsban c_1 sebességre felgyorsult gőz az u kerületi sebességű futólapátozatra jut, amelyre erőhatást fejt ki, és így munkát végez. A gőz áramlása gőzturbinákban általában tengelyirányú, és így a kerületi sebességet a futó lapátrács kiömlési és beömlési élén azonosnak vehetjük. A futólapátozat is gyorsító lapátrács, csupán a gyorsítás mértékében különbözik az állótól. A két lapátrács együtt képezi a fokozatot (4.40. ábra).

Az állólapátozattól c_1 abszolút sebességgel és α_1 szög alatt kilépő gőzáram a futólapátozaton w_1 relatív sebességgel és β_1 szög alatt éri. A w_1 sebesség és β_1 szöge — a relatív mozgások törvényszerűségei szerint — a c_1 abszolút és az u kerületi sebesség vektoriális különbségéként szerkeszthető.



4.40. ábra. A fokozat és sebességábrája

Ha a futólapátozaton a gőz nyomása csökken, és így Δi_{sf} hőesést szenved, a futólapátozat relatív kiáramlási sebessége

$$w_2 = \sqrt{2\eta_f \left(\frac{w_1^2}{2} + \Delta i_{sf} \right)},$$

ahol η_f a futólapátrács hatásfoka.

Mínt hogy — a 3.1.15. pontban is leírtak szerint — az impulzuserő a tömegáramnak és a sebességnek a szorzata, a belépési impulzuserő $q_m w_1$, a kilépési $-q_m w_2$. Vonatkoztassuk az erőt $q_m = 1$ kg/s (egységnyi) tömegáramra, és vegyük figyelembe, hogy munkavégzés szempontjából ezeknek az erőknek csak kerületi irányú összetevője érdekel bennünket. A be- és a kilépési impulzusokból származó, az egységnyi tömegáramra vonatkoztatott (fajlagos) kerületi erő tehát

$$F'_u = w_{1u} - w_{2u} \frac{\text{N}}{\text{kg/s}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m/s}^2}{\text{kg/s}} = \text{m/s}. \quad (4.148)$$

Mínt hogy w_{1u} többnyire az u -val azonos irányú, w_{2u} az u -val ellenkező irányú, ez így is írható:

$$F'_u = |w_{1u}| + |w_{2u}| = \Sigma w_u.$$

A futólapátozat ennek az erőnek hatására u sebességgel mozog, rajta tehát 1 kg/s gőztömegáram

$$W'_u = u \Sigma w_u \quad \text{W/kg/s}$$

(fajlagos) teljesítményt, ill. más fogalmazásban, a gőzmennyiség egységnyi tömegére vonatkoztatva

$$W'_u = u \Sigma w_u \quad \text{J/kg}$$

(fajlagos) kerületi munkát szolgáltat.

A kerületi munkának a befektetett energiához, vagyis a belépési sebességi energia és a hőésés összegéhez való viszonya az η_u kerületi hatásfok:

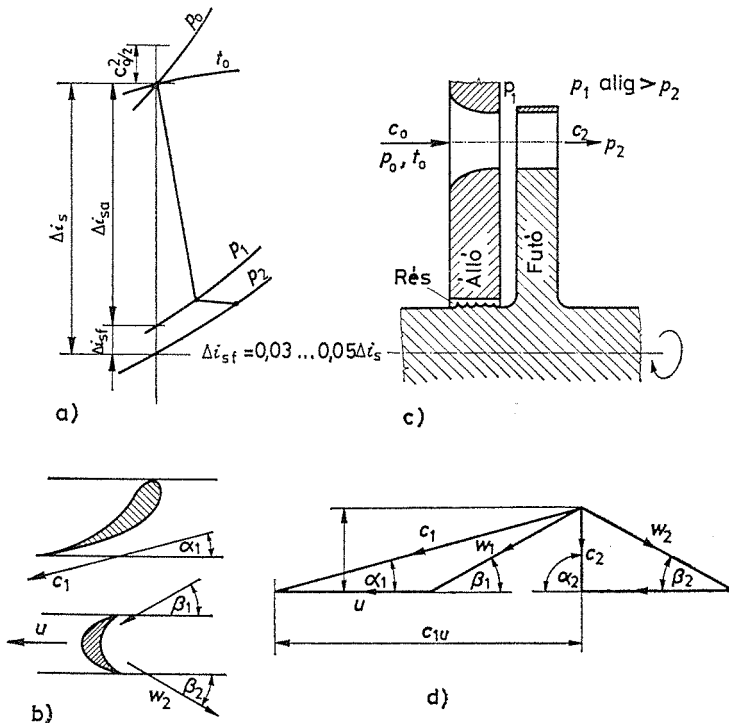
$$\eta_u = \frac{W'_u}{\frac{c_0^2}{2} + \Delta i_{sa} + \Delta i_{sf}} = \frac{W'_u}{\frac{c_0^2}{2} + \Delta i_s} \quad (4.150)$$

A W'_u J/kg fajlagos kerületi munkát az q_m kg/s gőztömeggárammal szorozva a P_u kerületi teljesítményt kapjuk:

$$P_u = W'_u q_m \quad \text{J/s} = W.$$

b) A reakciófok. A fokozat működését jelentősen befolyásolja az, hogy a rá jutó Δi_s hőésésnek mekkora Δi_{sa} hányada esik az álló- és mekkora Δi_{sf} a futólapátokra. A futólapátokra eső hányad az r reakciófok:

$$r = \frac{\Delta i_{sf}}{\Delta i_s}$$

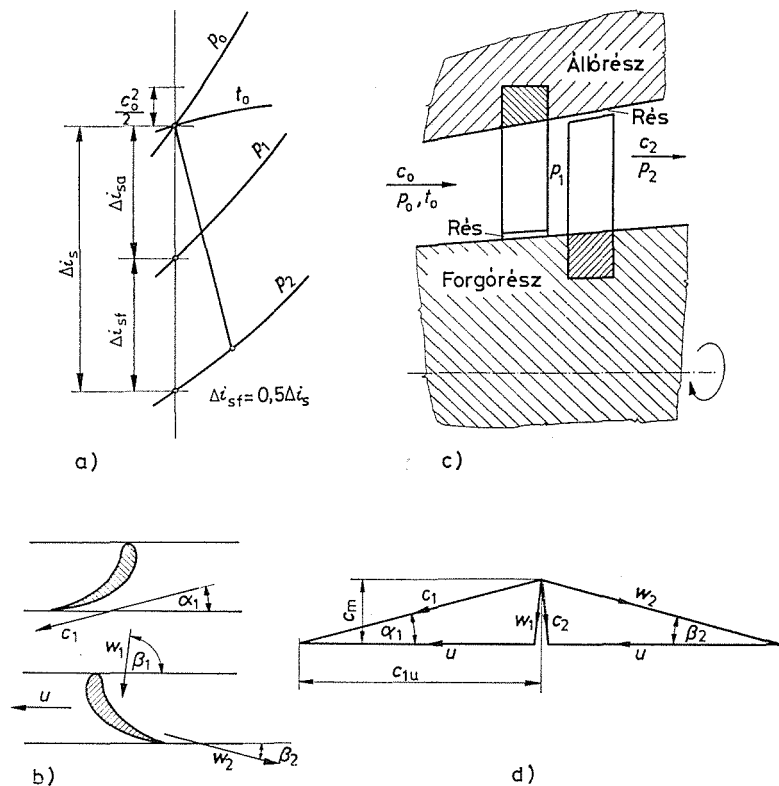


4.41. ábra. Akciós fokozat

a) képe $i-s$ diagramban; b) lapátrácsai; c) lapátzatának beépítése; d) sebességábrája

Ha a reakciófok nagyon kicsi, akkor a gőz a futólappátrácsban alig gyorsul, mert a kis hőés csak éppen sűrűlőds lassító hatását egyenlíti ki. Az ilyen fokozatot **akciós fokozatnak** nevezik. Ennek $i-s$ képét, sebességábráját, lapátrácsainak és a lapátokat beépítésének vázlatát a 4.41. ábra szemlélteti. Minthogy a gőz a futólappátrácsban alig gyorsul: $w_2 \approx w_1$. Ugyanezért a futórácson a be- és a kilépési keresztmetszetek körülbelül egyenlők, és így $\beta_2 \approx \beta_1$, vagyis a lapátok csaknem *szimmetrikusak* (attól csak az áramlástan helyesség érdekében térnek el). Jellegzetessége még az akciós fokozatnak, hogy a futólappátzon nincs jelentős nyomásesés — vagyis a futólappátrács rács utáni p_2 nyomás közel azonos a rács előtti p_1 nyomással — ezért az álló- és futólappátrács közötti hézagon nem kell érdemleges *gőzelszökéssel (résvesztéssel)* számolni; a futólappátzaton nem kell a p_1-p_2 nyomásesést jól bíró szerkezetnek hordoznia, és így *az vékony tárcsára is építhető*. A futórács β_1 és β_2 lapátszögei azonban kicsik, az eltérés mértéke nagy, a w_1 relatív belépési sebesség nagy, és így az *áramlási veszteségek nagyok*. Mivel az álló- és a futórács között nincs túlnyomás a fokozat kiömlési nyomásához képest, *részleges — a kerületnek csak egy részén történő — megfűvást* is lehet alkalmazni.

Ha a futólappátrácsra nagyobb nyomásesést és hőésést szánunk, és így ennek uralásáról szerkezetileg is gondoskodni kell, akkor $r = 0,5$ (50%-os) reakciófokot érdemes alkalmazni. Az ilyen fokozatot nevezik **reakciós fokozatnak**. $i-s$ képe, sebességábrája, lapátrácsainak és a lapátokat beépítésének vázlata a 4.42. ábrán



4.42. ábra. Reakciós fokozat

a) képe $i-s$ diagramban; b) lapátrácsai; c) lapátzatának beépítése; d) sebességábrája

látható. Minthogy a gőz mindkét lapátrácson kb. azonos mértékben gyorsul, a sebesség-ábra két oldala kb. egymás tükörképe; ezért $w_2 \approx c_1$ és $c_2 \approx w_1 \approx c_0$; az álló- és a futólapátprofilok is egymás tükörképei: $\beta_2 = \alpha_1$ és $\alpha_2 = \beta_1 = \alpha_0$. Az eltérítés mértéke a futólapátrácson kisebb, mint az akcióséban, a beömlési sebesség is kisebb, ezért *profilvesztései* kisebbek. A lapátozat és a másik fal között azonban *résvesztéssel* kell számolni. A réstülnyomás miatt az áramlásnak az egész kerületre ki kell terjednie.

c) **A sebességábra.** A fokozatok sebességábrájának tervezéséhez egyrészt az α_1 állólapátszöget, másrészt az u kerületi sebességnek a c_1 gőzsebesség c_{1u} kerületi irányú összetevőjéhez való viszonyát lehet megválasztani; a többi az $i-s$ diagram adataiból és a sebességábra szerkesztéséből kiadódik.

Az α_1 lapátszöget régi, egyenes végű profilokon a kilépőél iránya és vastagsága szabta meg. Korszerű, végig görbe profilokon $\alpha_1 = \arcsin b/r$ (l. a 4.34. ábrát). Az α_1 értékét kicsire célszerű választani, hogy a kerületi erőt és munkát adó sebesség-összetevők elég nagyok legyenek a gőzt csupán továbbító, de az áramlási veszteségek okozásában részt vevő c_m meridián (axiális) sebesség-összetevőkhöz képest. Ennek a törekvésnek határt szab az, hogy túl kis meridiánsebesség igen nagy keresztmetszeteket követelne meg az adott q_T térfogatáram átbocsátásához. A túl kis lapátszög túl nagy eltérítést is adna, ami a rács hatásfokát csökkentené. Ezért $\alpha_1 = 14^\circ \dots 20^\circ$ (nagy térfogatáramokra ennél nagyobb is) szokásos.

Az u kerületi sebesség és a c_{1u} sebesség-összetevő közötti u/c_{1u} arány tekintetében így gondolkozhatunk:

Ha a fokozat egyedül áll, akkor a c_2 kilépési sebességhez tartozó $c_2^2/2$ J/kg nagyságú fajlagos sebességi energia felhasználatlanul elvész. Ha e fokozat után még egy fokozat következik, akkor a c_2 sebesség a következő fokozatnak c_0 belépési sebességként felhasználódik ugyan, de ha a c_2 feleslegesen nagy, akkor feleslegesen okoz súrlódási veszteséget. Ez főleg akkor van így, ha az α_2 kiömlési szög (a következő fokozat beömlésének α_0 szöge) kicsi, mert ekkor a következő állólapátrácson az elterelés mértéke nagy.

A legkedvezőbb tehát, ha a c_2 sebesség meridiánirányú, vagyis $c_2 \approx c_{2m}$, tehát ha

akciós fokozaton

$$\frac{u}{c_{1u}} \approx 0,5,$$

reakciós fokozaton

$$\frac{u}{c_{1u}} \approx 1,0.$$

Ez a felismerés jó támpontot nyújt a méretezéshez azáltal, hogy *összefüggést ad a gépnek* (annak fokozati átmérőjétől és fordulatszámától függő) *adata az u és a gőznek* (az $i-s$ diagramból meghatározható hőeséstől függő) *adata a c_{1u} között.* Minthogy azonban a c_{1u} nem közvetlenül folyik a hőesésből, a korszerű méretezés-és tárgyalásmód e célra a ξ **hőesésviszony** fogalmát vezette be:

$$\xi = \frac{\Delta i_s}{u^2/2}. \quad (4.151)$$

Régebben ugyanezt a szerepet töltötte be a *Parsons-szám*: $Par = u^2/\Delta i_s$, amely az u -t m/s-ben, a Δi_s -t kcal/kg-ban vette figyelembe. Levezethető, hogy $\xi = 8373/Par$.

Levezethető továbbá, hogy

$$\xi = \frac{\Delta i_s}{u^2/2} = \frac{1}{[(1-r)(1-\xi) \cos^2 \alpha_1 (u/c_{1u})^2]}$$

és így akciós fokozatra $\xi_{\text{opt}} = 4,5 \dots 6,5$,
reakciós fokozatra $\xi_{\text{opt}} = 2,3 \dots 3,2$.

Az *akciós fokozat* tehát azonos kerületi sebességgel *kétszer akkora hőesést tud gazdaságosan feldolgozni*, mint a reakciós fokozat.

4.10. példa. $D = 1,2$ m átmérőjű, $n = 3000 \text{ min}^{-1} = 50 \text{ s}^{-1}$ fordulatszámú fokozat által gazdaságosan feldolgozható hőesés a következőképpen határozható meg:

A kerületi sebesség

$$u = D\pi n = 1,2 \text{ m} \cdot \pi \cdot 50 \text{ s}^{-1} = 188,5 \text{ m/s};$$

ebből

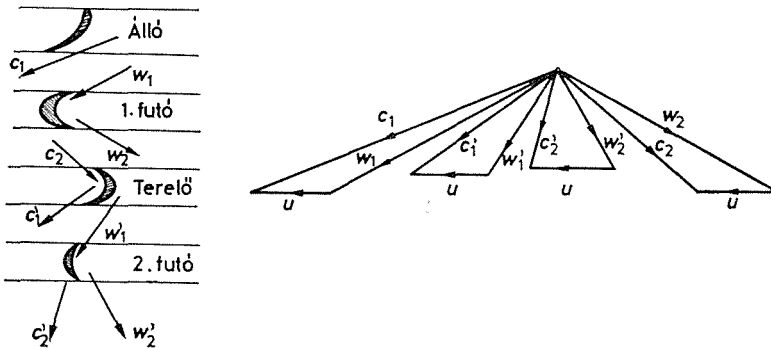
$$\frac{u^2}{2} = \frac{188,5^2 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{2} = 17\,765 \text{ J/kg} = 17,765 \text{ kJ/kg} = 18 \text{ kJ/kg}.$$

A hőesés

$$\begin{aligned} \text{akciós fokozatra } \Delta i_s &= \xi u^2/2 \approx (4,5 \dots 6,5) 18 \text{ kJ/kg} = 81 \dots 115 \text{ kJ/kg}; \\ \text{reakciós fokozatra } \Delta i_s &= \xi u^2/2 \approx (2,3 \dots 3,2) 18 \text{ kJ/kg} = 41 \dots 57 \text{ kJ/kg}. \end{aligned}$$

A turbinában feldolgozható hőesés ennél általában sokszorta nagyobb. Ez az egyszerű számítás jól tájékoztat arról, hogy adott hőesés feldolgozásához hány fokozatot kell egymás után kapcsolni.

Mérsékelt kerületi sebességű akciós fokozattal viszonylag *nagy hőesést* tűrhető határfokkal dolgoztathatunk fel úgy, hogy a még nagy u irányú sebesség-összetevővel rendelkező *kilépő gőzt* egy újabb állólapátrácson egy újabb *futólapátrácsra tereljük*.



4.43. ábra. Két sebességfokú Curtis-fokozat lapátrácsai és sebességábrája

Így jön létre a **Curtis-fokozat** (4.43. ábra). A második állólapátrácsot azért nevezzük *terelőnek*, mert rajta érdemleges expanzió nincs; ezért is nem képez külön fokozatot, csak újabb **sebességfokot**. Minthogy a két futósorra és a terelősorra hagyott hőesés éppen csak az áramlási veszteségeket fedezi, $w_2 \approx w_1$; $c'_1 \approx c_2$; $w'_1 \approx w'_2$. Ha itt is meridián kiömlésre, vagyis $c_2 \perp u$ sebességábra-alakra törekszünk, akkor $u/c_{1u} \approx 0,25$, és a hőesésviszony $\xi \approx 19 \dots 24$.

A Curtis-fokozat tehát azonos kerületi sebességgel *több mint négyszer akkora hőesést* tud gazdaságosan feldolgozni, mint az egy sebességfokú akciós fokozat. Belátható azonban, hogy már első futólapátrácsának a vesztesége is nagyobb, mint az egy sebességfokú fokozat egyetlen futólapátrácsáé (mert a lapátok görbültsége, az elterelés szöge nagyobb). *Hatásfoka* ezért sokkal *rosszabb* az egyszerű akciósénál, és így szerepe egyre csökken.

Mínthogy álló sora nagy hőesést dolgoz fel, gyakran kell rajta bővülő csatornájú (l. a 2.4.4c) pontot) lapátrácsot alkalmazni.

4.11. példa. Meglevő, 450 mm átmérőjű Curtis-típusú egyfokozatú turbinánkkal $\Delta i_s = 260$ kJ/kg hőesést kell feldolgozni. Kb. mekkora legyen a turbina fordulatszáma?

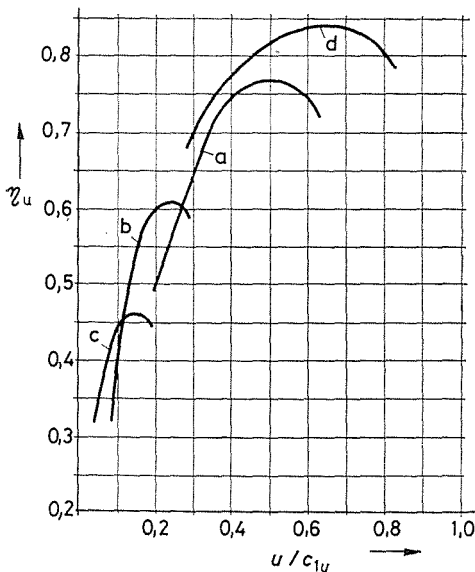
A hőesésviszonyt $\xi = 21$ -re véve

$$\frac{u^2}{2} = \frac{\Delta i_s}{\xi} = \frac{260\,000 \text{ J/kg}}{21} = 12\,381 \text{ J/kg}; \quad u^2 = \frac{\Delta i_s}{\xi} = 2 \cdot 12\,381 \text{ J/kg} = 24\,762 \text{ m}^2/\text{s}^2;$$

$$u = \sqrt{24\,762 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 157,36 \text{ m/s.}$$

$$n = \frac{u}{D\pi} = \frac{157,36 \text{ m/s}}{(0,45 \cdot 3,14) \text{ m}} = 111 \text{ s}^{-1} = 6650 \text{ min}^{-1}.$$

Ha a fokozatot nem a legkedvezőbb u/c_{1u} , ill. $2\Delta i_s/u^2$ viszonyra tervezzük, kerületi *hatásfoka* természetesen *kisebb* lesz. Különösen kisebb a hatásfok, ha a fokozat egyedül áll, és így a kilépő gőz sebességi energiája elvész. A hatásfokok alakulását u/c_{1u} függvényében a 4.44. ábra szemlélteti. Ha a fokozatot nem a *tervezési* u/c_{1u} , ill. $2\Delta i_s/u^2$ viszonyra használjuk, akkor a *hatásfok kisebb lesz* a tervezettnél.



4.44. ábra. Kerületi hatásfok az u/c_{1u} sebességviszony függvényében

- a) egy sebességfokú, egyedülálló akciós fokozat;
- b) két sebességfokú, egyedülálló akciós fokozat;
- c) három sebességfokú akciós fokozat;
- d) egy sebességfokú akciós fokozat csoportban

A 4.44. ábra szerinti hatásfokgörbék az optimumhoz képest gyorsabban esnek, mint az ábrán. Ilyenkor ui. a lapátrácsokat a gőz nem a lapát beömlési lapátszöge szerint éri, és így ütközési veszteségek keletkeznek.

d) **Veszteségek és belső hatásfok.** A fokozaton a gyorsító *lapátrács veszteségei* mellett további veszteségek is fellépnek:

A **részvesztesség** azáltal keletkezik, hogy a gőz az álló és a forgó részek közötti hézagon munkavégzés nélkül „szökik” át, vagy csak tökéletlen irányításban van része. Ez annál nagyobb, minél nagyobb a rés a lapátrácsok hasznos keresztmetszetéhez képest. Minthogy bizonyos rések hagyása elkerülhetetlen, a hasznos keresztmetszet pedig a feldolgozandó térfogatáramtól függ: a *részvesztesség tényezője* annál nagyobb, minél kisebb a térfogatáram.

Tárcsasúrlódási és ventilációs veszteséget okoz az, hogy a gőztérben forgó tárcsát és — részleges megfűvás esetén — a meg nem fűvott lapátokat a *gőz fékezi*.

A **gőz nedvességtartalma úgy okoz veszteséget**, hogy a vízcseppek a gőzhöz képest elmaradnak, a futólapátok hátának ütköznek.

Kilépési veszteség a fokozat c_2 kilépési sebességéhez tartozó $c_2^2/2$ J/kg energia, ha ez már nem hasznosul egy következő fokozatban.

Ezek a *vesztességek* a lapátrács veszteségeivel együtt a *gőzben maradnak*, a gőz entalpiáját növelik, ezért mindezeket a *belső veszteségek* közé soroljuk. A *kerületi teljesítményt* ezek értékével csökkentve a P_1 *belső teljesítményt*, ebből pedig a *belső hatásfokot* kapjuk (l. a 4.2.1.c) pontot).

e) **Egyfokozatú gőzturbinák.** Egyetlen fokozatból álló — egyfokozatú — turbinákat kis hőesésre, kis gőzárakra, tehát *kis teljesítményekre* és alárendelt feladatokra alkalmaznak. Egyetlen fokozatuk feltétlenül **akciós**, mert csak ezen lehet részleges megfűjást alkalmazni, így a gőzár (és vele a teljesítmény) nagyságát káros fojtás nélkül változtatni.

Az egyfokozatú turbináknak *egy sebességfokú* (l. a 4.24. ábrát) változtatást első készítője (1892) után **Laval-turbinának**, két (vagy több) sebességfokú (l. a 4.43. ábrát) változtatást **Curtis-turbinának** is nevezik. *Curtis-turbina* metszete látható a 4.45. ábrán.

A **gőzturbinák méretezésekor** a friss gőz p_0 , t_0 állapotjelzői és a p_2 ellennyomás, valamint/vagy a feldolgozandó q_m gőzár (vagy a szolgáltatandó P_e teljesítmény) adott. A méretezés egyrészt a *hőesés feldolgozására*, másrészt a *gőzár befogadására* való méretezésből áll.

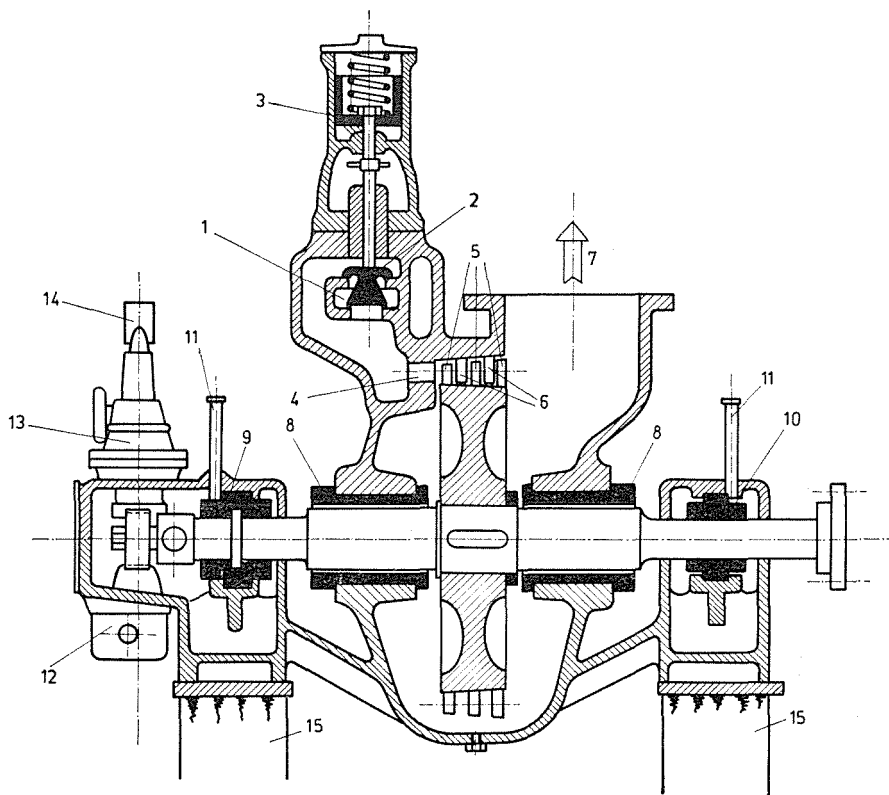
Egyfokozatú, egy sebességfokú gőzturbinának *hőesésre* méretezésekor a *kerületi sebességet* kell — a c) alpont szellemében meghatározni.

Ehhez felrajzoljuk az $i-s$ képet (l. a 4.41a ábrát), leolvassuk a Δi_s izentropikus hőesést; egy fokozat lévén, $c_0 = 0$, és akciós fokozat lévén $\Delta i_{st} = 0,05 \Delta i_s$. Kedvező $\xi = \frac{2\Delta i_s}{u^2}$ hőesésviszonyt választva (pl. $\xi = 4,7$) a szükséges u kerületi sebességet kapjuk. A tekintetbe jövő lapátprofilok lapátszögeiből és egyéb veszteségokozókból meghatározott ξ veszteségtényezők ismeretében megrajzoljuk a sebességábrát (l. a 4.42d ábrát), ebből a $W_u = u \Sigma w_u$ kerületi munkát és a hatásfokot kapjuk.

Ha a teljesítmény adott, abból a 4.2.1. pont szellemében, becsült hatásfokkal állapítjuk meg a q_m gőzár (vagy a szolgáltatandó P_e) hozzávetőleges értékét. Ennek a W'_u kerületi munkával való szorzata a P_u kerületi teljesítmény, amelyet a tárcsasúrlódási és ventilációs veszteséggel csökkentve a P_1 *belső teljesítményt*, azt a mechanikai veszteséggel csökkentve a P_e *effektív teljesítményt* kapjuk. A feladatban adott és a számításból kapott teljesítmények összevetése a végleges gőzárértékhez vezet.

A **gőzár befogadására való méretezés** a rács (csatorna-) **keresztmetszetek** meghatározásából áll. Az egyfokozatú gőzturbinák kis teljesítményre és így kis gőzárakra készülnek; ezért állólapátrácsuk csak a kerület egy részére terjed ki. Az így létrejövő kis számú csatornát **fúvókának** nevezik. A keresztmetszeteket a 4.2.4.c) pontban leírtak szerint lehet meghatározni.

A fúvókákat rendszerint csoportokra osztjuk, és minden csoportra *külön* szabályozószelepen bocsátjuk a gőzt. Ezt azért tesszük, hogy a teljesítményt ne csupán



4.45. ábra. Egyfokozatú, három sebességfokú Curtis-turbina

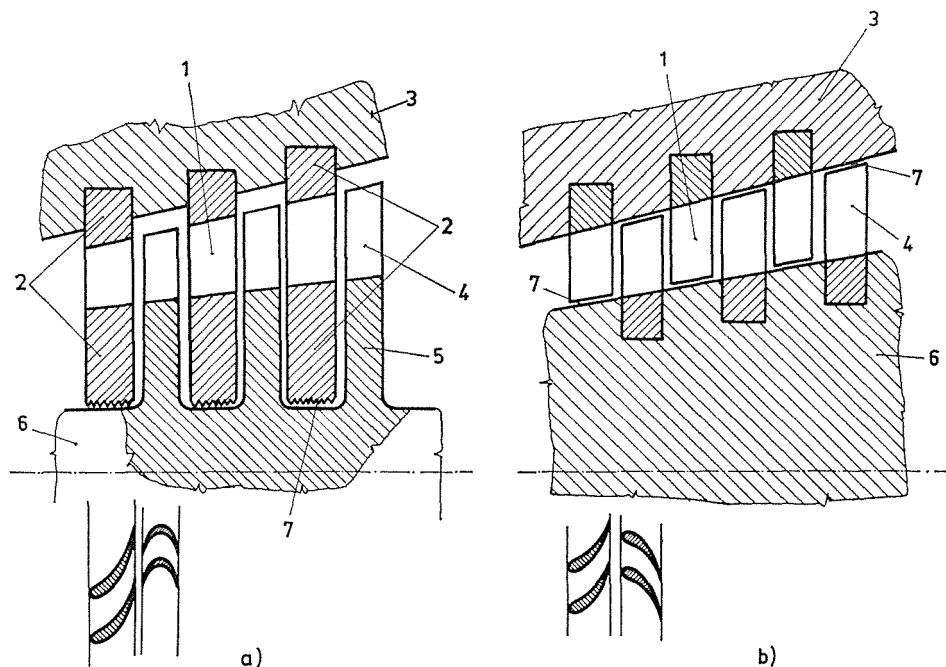
1 a frissgőz beömléstere; 2 szabályozószelep; 3 szabályozószelep(ek) olajműködtetésű szervomotorja; 4 fúvókák; 5 futólapátok; 6 terelőlapátok; 7 gőzkiömlés; 8 labirint tömszelencék; 9 axiális – radiális csapág; 10 radiális csapág; 11 csapághőmérők; 12 olajszivattyú; 13 fordulatszám-szabályozó; 14 fordulatszám-mérő (tachométer)

egyetlen szelep fojtásával – tehát veszteségesen – lehessen változtatni. Ha ugyanis bizonyos számú szelep (és így fúvókacsoport) teljesen nyitva, a többi pedig teljesen zárva van, akkor nincs fojtás. Ilyenképpen, hacsak szakaszosan is, a gőzármat a keresztmetszetek (nem pedig a gőznyomás) módosításával változtatjuk.

4.2.6. A gőzturbina-fokozatcsoport

a) **Fokozatcsoport-fajták.** Fokozatcsoportnak a gőzturbinafokozatok közvetlenül egymást követő és azonos gőzármat feldolgozó együttesét nevezük. Szerkezeti felépítésük az őket alkotó fokozatok természetétől (akciós vagy reakciós) függ.

Akciós fokozatcsoport (4.46a ábra) fokozatainak 1 állólapátotát a 2 vezetőkerék tartják és erősítik a turbina 3 házához. A 4 futólapátot a 6 forgórészből kiképzett vagy arra felhúzott 5 tárcsákra van erősítve. Mínt hogy a futólapátot a nyomásesés kicsi (l. a 4.41a ábrát), a forgórészre ható tengelyirányú erő jelentéktelen. A fokozatok nyomásesése a 2 vezetőkeréket terheli, résvesztés a vezetőkerék agya és a tengely közötti 7 részben keletkezik.



4.46. ábra. Fokozatcsoportok szerkezeti felépítése

a) akciós; b) reakciós; 1 állólapátózat; 2 vezetőkerekek; 3 turbinaház; 4 futólapátózat; 5 futótárcsák; 6 forgórész (tengely); 7 rések

Reakciós fokozatcsoport (4.46b ábra) 1 állólapátózata rendszerint közvetlenül a 3 házba, 4 futólapátózata a 6 forgórész dobjára van építve. Mínt hogy a fokozatok nyomásesésének mintegy fele jut az álló-, fele pedig a futólapátózatra; a forgórészre kb. akkora *tengelyirányú erő* hat, mint amekkora egy, a lapátózat középtármérfőjével azonos dugattyúra ugyanekkora nyomásesés következtében hatna.

b) **A hőésés és felosztása a fokozatokra.** A fokozatcsoport hőésése általában azon az alapon oszlik meg az egyes fokozatok között, hogy a sebességábrák hasonlóak, tehát az u/c_{1u} , ill. $\xi = \Delta i_s/u^2$ viszonyszámok azonosak. Ekkor az egyes fokozatokra jutó hőésések az átmérők négyzetével arányosak. A szükséges $D\pi l$ átáramló-keresztmetszetek a *fajtérfogattal* nőnek, ezért az egymást követő fokozatokban a lapátok l hossza és többnyire D átmérője is egyre nagyobb.

Mínt hogy az energia skaláris mennyiség, a hőésésviszony $\xi = \Delta i_s/u^2$ kifejezésben az egyes fokozatokra jutó hőésések és a fokozatok $u^2/2$ értékei összegezhethők.

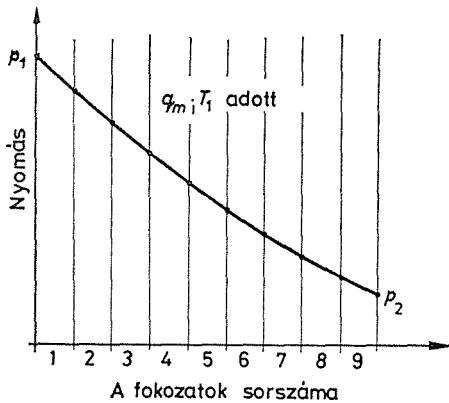
A fokozatcsoport hőésésviszonya

$$\xi = \frac{\sum \Delta i_s}{\sum u^2/2}.$$

A fokozatcsoport első fokozatán a *belépési sebesség* $c_0 = 0$; a következő fokozatokon azonos az előző fokozat *kilépési sebességével* $c_{0(n+1)} = c_{2(n)}$. Az utolsó fokozat kilépési sebességéhez tartozó sebességi energia a kilépési veszteség $h_k = c_2^2/2$ J/kg.

c) **Nyomáslefolyás és gőzárám.** A fokozatcsoport nyomáslefolyása az átáramló gőz nyomását adja meg a hely függvényében (vagyis az egyes fokozatok között), a nyomásnak a fokozatokon belüli alakulását elhanyagolva (4.47. ábra). A nyomáslefolyás a gőzárrammal és a fokozatcsoport utáni nyomással változik; a gőzárram viszont a fokozatcsoport előtti nyomástól és hőmérséklettől függ.

A fokozatcsoport q_m gőzárramának, a p_1 és p_2 nyomásoknak, valamint a T_1 hőmérsékletnek *összefüggő értékeit* — méretezési viszonyok mellett tervezéskor kapjuk, amikor is a *fokozatcsoport hőesését az egyes fokozatokra felosztjuk*. A fokozatcsoport ezekre van méretezve; *összetartozásuk a fokozatcsoport legfőbb jellemzője*. Ettől



4.47. ábra. Fokozatcsoport nyomáslefolyása

eltérő viszonyok (q'_m , p'_1 , T'_1 , p'_2) esetén adódó értékek összefüggését a következő függvény adja:

$$\left(\frac{q'_m}{q_m}\right)^2 = \frac{p_1'^2 - p_2'^2}{p_1^2 - p_2^2} \cdot \frac{T_1}{T_1'} \quad (4.152)$$

Szavakkal: *a fokozatcsoport gőzárramának négyzete a fokozatcsoport előtti és utáni nyomások négyzetének különbségével egyenesen, a csoport előtti hőmérséklet abszolút értékével fordítva arányos („Stodola-összefüggés”).*

Belátható, hogy ha $p_1 \gg p_2$, $p_1' \gg p_2'$ és $T_1' \approx T_1$, akkor $q'_m : q_m = p_1' : p_1$, a gőzárram a fokozatcsoport előtti nyomással arányos.

[4.12. példa. A fokozatcsoportot úgy tervezték, hogy $p_1 = 3,3 \text{ MPa} = 33 \text{ bar}$, $T_1 = 705 \text{ K}$ fokozatcsoport előtti gőzállapot és $p_2 = 0,5 \text{ MPa} = 5 \text{ bar}$ ellennyomás mellett $q_m = 24 \text{ kg/s}$ gőzárramot bocsát át.

a) Mekkora a gőzárram, ha a fokozatcsoport előtti gőzállapot $p_1' = 2,8 \text{ MPa} = 28 \text{ bar}$, $T_1' = 680 \text{ K}$ és az ellennyomás $p_2' = 0,6 \text{ MPa} = 6 \text{ bar}$?

$$\begin{aligned} q'_m &= q_m \sqrt{\frac{p_1'^2 - p_2'^2}{p_1^2 - p_2^2} \cdot \frac{T_1}{T_1'}} = 24 \text{ kg/s} \cdot \sqrt{\frac{(28 \text{ bar})^2 - (6 \text{ bar})^2}{(33 \text{ bar})^2 - (5 \text{ bar})^2} \cdot \frac{705 \text{ K}}{680 \text{ K}}} \\ &= 24 \text{ kg/s} \sqrt{\frac{748}{1064} \cdot 1,018} = 20,5 \text{ kg/s}. \end{aligned}$$

b) Ugyanezen fokozatcsoport előtt mekkora nyomást kell alkalmazni ahhoz, hogy $T_1' = 725 \text{ K}$ frissgőz-hőmérséklet és $p_2' = 4 \text{ bar}$ ellennyomás mellett $q_m' = 35 \text{ kg/s}$ gőzjáram haladjon rajta át?

$$p_1' = \sqrt{\left(\frac{q_m'}{q_m}\right)^2 (p_1^2 - p_2^2) \frac{T_1'}{T_1} + p_2'^2} = \sqrt{\left(\frac{35 \text{ kg/s}}{24 \text{ kg/s}}\right)^2 [(33 \text{ bar})^2 - (5 \text{ bar})^2] \frac{725 \text{ K}}{705 \text{ K}} + (4 \text{ bar})^2} =$$

$$= \sqrt{(2,1267 \cdot 1064 \cdot 1,0284) \text{ bar}^2 + (4 \text{ bar})^2} = \sqrt{(2327 + 16) \text{ bar}^2} = \sqrt{2343 \text{ bar}^2} = 48,4 \text{ bar}.$$

Ha úgy ítéltük volna meg, hogy $p_1 = 33 \gg 5 \text{ bar}$ és $T_1 = 725 \approx 705 \text{ K}$, akkor

$$p_1' = p_1 \frac{q_m'}{q_m} = 33 \text{ bar} \frac{35 \text{ kg/s}}{24 \text{ kg/s}} = 48,125 \text{ bar},$$

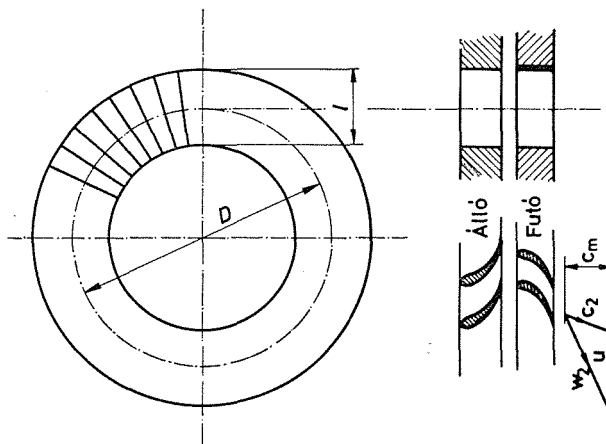
az előbbtől nem sokkal eltérő eredményt kaptunk volna.

d) **A fokozatcsoport főméretei** a fokozatok száma, átmérője, lapátszögei és a lapáthosszai. A méretezéshez adott a fokozatcsoport előtti p_1, t_1 , gőzállapot, a fokozatcsoport utáni p_2 nyomás, valamint a hozzájuk tartozó q_m gőztömegáram.

A fokozatcsoportot elvben — hasonlóan a fokozatokhoz — egyrészt a hőésés feldolgozására, másrészt a gőzjáram befogadására kell méretezni.

A hőésésre méretezés a fokozatok számát (a csoport hőésésének a fokozatokra való elosztását) és az egyes fokozatok kerületi sebességét (vagyis adott fordulatszám esetén középpátmérőjüket) adja meg.

A gőzjáram befogadására méretezés eredménye az egyes (álló-, ill. futó-) lapát-rácsok keresztmetszete, amit a 4.48. ábra szerinti körgyűrű alakú lapátrácson a D átmérőjük, az l lapáthosszuk és α_1 , ill. β_2 kilépési lapátszögük szab meg.



4.48. ábra. A fokozat főméretei és meghatározó adatai

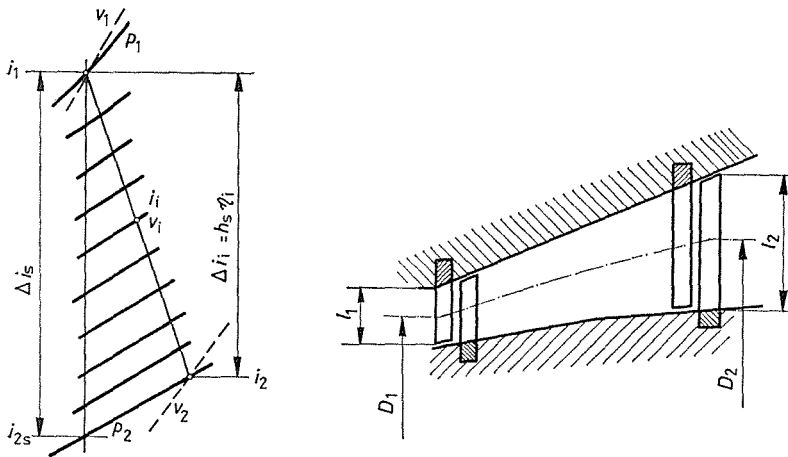
A hőésés feldolgozására és a gőzjáram befogadására való méretezést egymástól azért nem lehet teljesen függetleníteni, mert a D középpátmérő (az egyikben a fordulatszám, a másikban a lapáthossz tényezőjeként) mindkét méretezés eredménye. Ha tehát az átmérőt egyoldalúan, csupán a hőésésre való méretezésből határoznók meg, akkor a gőz befogadására (a térfogatáramra) való méretezésből kapott $A_m = \pi D l$ keresztmetszet és az átmérő aránytalan — az átmérőhöz képest túl hosszú vagy túl rövid — l lapáthosszat adna. Ezért — a kétféle szempont egyesítéseként — úgy járunk el, hogy mindenekelőtt az utolsó és az első fokozat átmérőjét határozzuk meg.

Méretezési adatokként ismerjük a q_m kg/s gőztömegáramot; a p_1, t_1 frissgőz-állapot ismeretében az $i-s$ diagramból a v_1 kezdeti fajtérfogatot, a p_2 ellennyomás ismeretében, becsült hatásfokkal a v_2 kiömlési fajtérfogatot (4.49. ábra). A kiömlési térfogatáram $q_{v2} = q_m v_2$ m³/s; a beömlési $q_{v1} = q_m v_1$ m³/s. Ha a gőz meridiánsebessége (l. a 4.41. és 4.42. ábrát) c_{2m} az utolsó, és c_{1m} az első fokozaton, akkor az $A_{2m} = D_2 \pi l_2$ és $A_{1m} = D_1 \pi l_1$ meridián-keresztmetszeteken a térfogatáram

$$q_{v2} = D_2 \pi l_2 c_{2m} = q_m v_2$$

és

$$q_{v1} = D_1 \pi l_1 c_{1m} = q_m v_1.$$



4.49. ábra. Vázlat a fokozatcsoport méretezéséhez
a) $i-s$ diagramban; b) szerkezeti vázlat

Ezekben az egyenlőségekben egyelőre három-három ismeretlen van: D , l és c_m . Közülük kettőt a következőképpen küszöbölünk ki:

A 4.41. és 4.42. ábrához fűzött megfontolásainkból – az alkalmazni szándékozott lapátszög ismeretében – tudjuk, hogy jó hatásfokot ígérő sebességábrában mekkora a c_m meridiánsebességnek és az u kerületi sebességnek $\varphi = c_m/u$ viszonya. Ezért c_m helyett írható, hogy $c_m = \varphi u = \varphi D \pi n$ (pl. $\varphi = 0,35$).

A gyakorlatból tudjuk, hogy a lapáthossznak és a középméretűnek milyen $\lambda = l/D$ viszonya ad arányos gépfelépítést és mérsékelt lapáthossz- és résvesztéseket (pl. válasszuk $\lambda = l/D = 1/5$ értéket). Ezért az l lapáthosszak helyett írható, hogy $l = \lambda D$.

Ezekkel a térfogatáram az utolsó fokozaton

$$q_{v2} = \pi D_2 \lambda D_2 \varphi \pi D_2 n = D_2^3 \lambda \varphi \pi^2 n,$$

amiből az átmérő:

$$D_2 = \sqrt[3]{\frac{q_{v2}}{\pi^2 n \lambda \varphi}} \quad \text{m.} \quad (4.153)$$

Hasonló összefüggést írhatunk fel az *első fokozat* D_1 átmérőjére is. A D_1 meghatározásához azonban gyakran célszerű feltételként nem a lapáthossz és az átmérő $l/D = \lambda$ viszonyát, hanem azt az l_1 lapáthosszat kitézni, amely még tűrhető veszteséget ad. Ekkor

$$q_{V1} = \pi D_1 l_1 \varphi \pi D_1 n = D_1^2 l_1 \varphi \pi^2 n \text{ m}^3/\text{s},$$

amiből az átmérő

$$D_1 = \sqrt[3]{\frac{q_{V1}}{\pi^2 n l_1 \varphi}} \text{ m.} \quad (4.154)$$

Ha a tervezendő fokozatcsoport egy újonnan tervezendő gőzturbinának egyetlen fokozatcsoportja, akkor az előbb leírt gondolatmenet szabadon érvényesíthető. Ha azonban turbináknak több, egymást követő fokozatcsoportja van (l. a 4.52. ábrát), akkor az átmérők megszabásában a szomszéd fokozatcsoportokhoz kell alkalmazkodni.

Az átmérő a feladatból ismert fordulatszámmal együtt meghatározza a kerületi sebességet, az pedig — 4.2.5.c) pont szerint — azt a Δi_{s2} , ill. Δi_{s1} hőesést, amelyet a szóban forgó (akciós, vagy reakciós) fokozat gazdaságosan fel tud dolgozni. Az első és az utolsó fokozat által feldolgozható hőesések számtani közepe a fokozatcsoport egyes fokozatai által átlagosan feldolgozható $\Delta i'_s$ hőesést adja. Ha az egész fokozatcsoportnak Δi_s hőesést kell feldolgoznia, a szükséges *fokozatok száma* $z = \Delta i_s / \Delta i'_s$. A közbenső fokozatok átmérőit interpolálással meghatározva, megszabhatjuk az általuk feldolgozandó hőeséseket, ezzel az egész hőesésnek a fokozatokra való felosztását és a tervezési nyomáslefolysást (l. a 4.49., ill. a 4.47. ábrát).

Ezek birtokában az egyes fokozatok lapátrácsait a 4.2.4.c) pont szellemében, az ott szereplő példában leírt módon lehet méretezni.

4.13. példa. Reakciós fokozatcsoport főméreteit kell meghatározni. A turbina fordulatszáma $n = 3000 \text{ min}^{-1}$ (50 s^{-2}), a fokozatcsoportra jutó gőzáram $q_m = 32 \text{ kg/s}$, a beömlő gőz állapota $p_1 = 20 \text{ bar}$, $t_1 = 360 \text{ }^\circ\text{C}$, a kiömlő gőz nyomása $p_2 = 8 \text{ bar}$.

A fokozatcsoportra jutó izentropikus hőesés az $i-s$ diagramból $i_1 = 3158 \text{ kJ/kg}$ és $i_{2s} = 2925 \text{ kJ/kg}$; ebből $\Delta i_s = 233 \text{ kJ/kg}$. A belső hatásfokot $\eta_i = 86\%$ -ra becsülve, a belső hőesés $\Delta i_i = \eta_i \Delta i_s = 0,86 \cdot 233 \text{ kJ/kg} = 200 \text{ kJ/kg}$ és $i_2 = 2958 \text{ kJ/kg}$. Az $i-s$ diagramból kiolvasható fajtérfogat a kiömlésen $v_2 = 0,295 \text{ m}^3/\text{kg}$;

a kiömlő térfogatáram

$$q_{V2} = q_m v_2 = 32 \text{ kg/s} \cdot 0,295 \text{ m}^3/\text{kg} = 9,44 \text{ m}^3/\text{s}.$$

A beömlésen $v_1 = 0,14 \text{ m}^3/\text{kg}$;

a beömlő térfogatáram

$$q_{V1} = q_m v_1 = 32 \text{ kg/s} \cdot 0,14 \text{ m}^3/\text{kg} = 4,48 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Válasszuk az utolsó fokozatra — lapátrács típusunknak megfelelően — $\varphi = 0,35$ értéket, továbbá $\lambda = 1/5 = 0,2$ értéket. Az *utolsó fokozat átmérője* a (4.153)-ból

$$D_2 = \sqrt[3]{\frac{9,44 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi^2 \cdot 50 \text{ s}^{-1} \cdot 0,35 \cdot 0,2}} = \sqrt[3]{0,2733 \text{ m}^3} = 0,649 \text{ m} = 650 \text{ mm}.$$

Az *első fokozatét* határozzuk meg úgy, hogy annak belépő lapáthossza kb. $l_1 = 70 \text{ mm}$ (= 0,070 m) legyen. A (4.154) egyenletből

$$D_1 = \sqrt[3]{\frac{4,48 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi^2 \cdot 50 \text{ s}^{-1} \cdot 0,070 \text{ m} \cdot 0,35}} = \sqrt[3]{0,3705 \text{ m}^3} = 0,609 \text{ m} = 609 \text{ mm}.$$

A kerületi sebességek

az utolsó fokozaton $u_2 = D_2 \pi n = 0,65 \text{ m} \cdot \pi \cdot 50 \text{ s}^{-1} = 102,1 \text{ m/s}$;

az első fokozaton $u_1 = D_1 \pi n = 0,609 \text{ m} \cdot \pi \cdot 50 \text{ s}^{-1} = 95,7 \text{ m/s}$.

A kerületi sebességeknek megfelelő *sebességi energia*

$$\frac{u_2^2}{2} = \frac{102,1^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2} = 5212 \text{ J/kg} = 5,21 \text{ kJ/kg};$$

$$\frac{u_1^2}{2} = \frac{95,7^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2} = 4576 \text{ J/kg} = 4,58 \text{ kJ/kg}.$$

Reakciós fokozatcsoportról lévén szó, legyen a hőesésviszony (l. a 4.2.5.c) pontot)

$$\xi = \frac{\Delta i_s}{u^2/2} = 2,6.$$

4.2. táblázat

A fokozatok jellemzői

Fokozat- szám, <i>i</i>	Átmérő, <i>D_m</i>	<i>u</i> , m/s	<i>u</i> ² /2, kJ/kg	$\Delta i'_s$, ³⁾ kJ/kg	<i>i_i</i> , ⁴⁾ kJ/kg	<i>v_i</i> , ⁴⁾ m ³ /kg	<i>q_v</i> , ⁵⁾ m ³ /s
1	609,0	95,6	4,571	12,1	3160	0,100	3,20
2	611,5	96,0	4,609	12,2	3150	0,112	3,58
3	613,0	96,2	4,631	12,3	3139	0,125	4,00
·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·
9	629	98,7	4,876	12,9	3076	0,200	6,40
·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·
16	645,0	101,3	5,127	13,6	2984	0,276	8,83
17	647,5	101,7	5,167	13,7	2972	0,288	9,22
18	650,0	102,1	5,207	13,8	2960	0,300	9,60
Σ	—	—	87,8 ¹⁾	233,0 ²⁾	200,0	—	—

1) Az egész fokozatcsoportra $\Sigma u^2/2$ az egyes fokozatok $u^2/2$ értékeinek összege. Ebből a végleges adatokra

$$\xi = \frac{\Sigma \Delta i'_s}{\Sigma u^2/2} = \frac{233,0}{87,8} = 2,65.$$

2) Ez az egész fokozatcsoport hőesése tervezési adottság.

3) Az egyes fokozatokra jutó hőesés a ξ hőesésviszony azonosságából

$$\Delta i'_s = \frac{u^2/2}{\Sigma u^2/2} \Sigma \Delta i'_s.$$

Az egyes fokozatokra jutó hőesések az *i* – *s* diagramba berajzolhatók, és ebből a fokozatok közti nyomások és a nyomáslefolyás is adott.

4) Az $\eta_i = 86\%$ hatásfokú expanzióvonalon a $\Delta i'_s$ érték arányában megállapított pontok entalpiája, ill. fajlagos térfogata (l. a 4.49. ábrát).

5) $q_v = q_m v_i = 32 v_i$.

Az így kapott adatokból az egyes fokozatok már egyenként méretezhetők.

Ezzel a kedvezően feldolgozható hőesés

$$\begin{aligned} \text{az utolsó fokozaton} \quad \Delta i_{s2} &= 2,6 \cdot 5,21 \text{ kJ/kg} = 13,5 \text{ kJ/kg;} \\ \text{az első fokozaton} \quad \Delta i_{s1} &= 2,6 \cdot 4,58 \text{ kJ/kg} = 11,9 \text{ kJ/kg.} \end{aligned}$$

A fokozatokon *átlagosan* feldolgozható hőesés

$$\Delta i'_g = \frac{\Delta i_{s2} + \Delta i_{s1}}{2} = \frac{13,5 + 11,9}{2} \text{ kJ/kg} = 12,7 \text{ kJ/kg.}$$

A fokozatok száma kedvezően

$$z = \frac{\Delta i_s}{\Delta i'_g} = \frac{233}{12,7} \frac{\text{kJ/kg}}{\text{kJ/kg}} = 18,3 \quad \text{fokozat,}$$

egész számú fokozatra kerekítve $z = 18$ fokozat.

Az egyes fokozatok átmérőit a 4.49b ábrához hasonló szerkesztéssel (rajztáblán) meghatározva a 4.2. táblázatban levő értékek adódnak.

Meg kell jegyezni, hogy a szakirodalomban a sokfokozatú turbinák főméreteinek kiszámítására és a fokozatok számának meghatározására számos módszert és képletet találunk. A szabatos számítás annyira bonyolult, hogy azt mindig csak több lépésben lehet elvégezni oly módon, hogy az *előzetes számítással kapott hozzávetőleges főméretek adnak alapot a részletes számítások és vázlatok elkészítéséhez.*

4.2.7. Többfokozatú gőzturbinák

a) **A többfokozatú gőzturbinák fogalomköre és felépítése.** Jelentősebb hőesés és gőzáram feldolgozására több fokozatból, sőt több fokozatcsoportból álló *többfokozatú* turbinákat készítenek. A kedvezően alkalmazandó fokozatcsoportok számát, felosztását stb. többnyire a *hőesés*, valamint az expanzió mentén alkalmazott, különböző számú *megcsapolások elhelyezése* szabja meg.

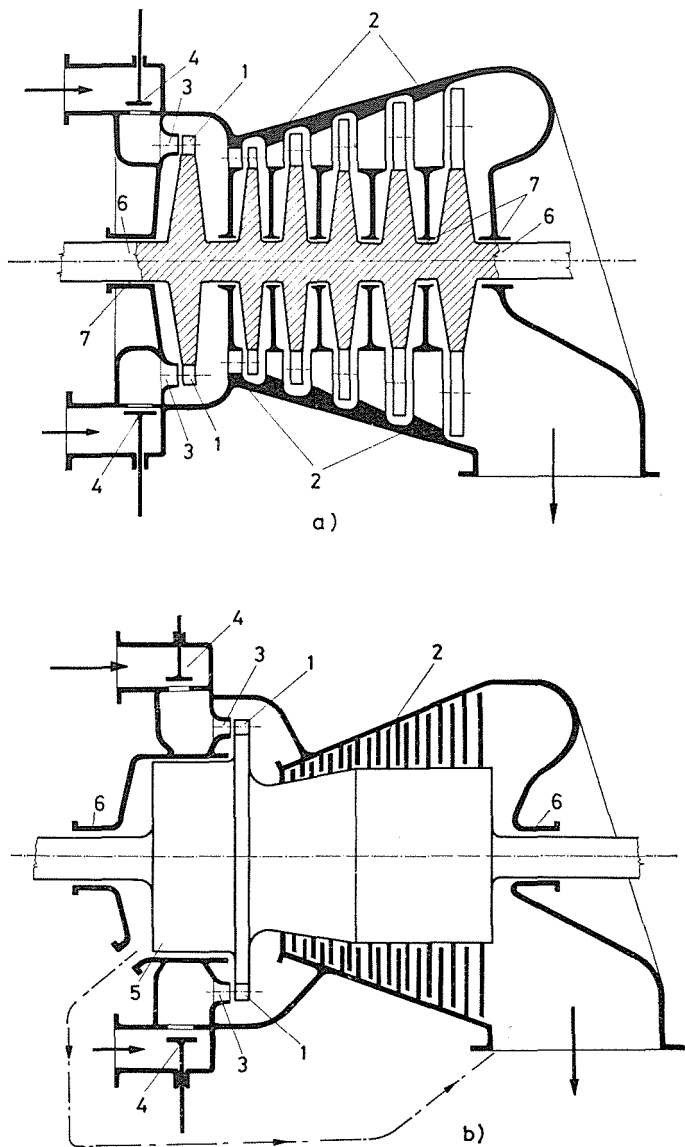
Legegyszerűbb esetben a többfokozatú turbina lapátozata egy *szabályozófokozatból* és egy *fokozatcsoportból* áll. Ilyen turbinák vázlatát mutatja a 4.50. ábra.

A **szabályozófokozat** a turbina első és egyetlen olyan fokozata, amelynek *keresztmetszetét* a turbina q_m gőztömegáramának befolyásolásához változtatni lehet. A keresztmetszet-változtatás úgy valósítható meg, hogy a szabályozófokozat 3 vezetőlapátozatát – amely többnyire *fúvókaszerűen* van kiképezve, vagyis tömör anyagból van marva (4.50. és 4.51. ábra) – csoportokra bontják és az egyes csoportokhoz a 4 *külön szabályozószelepeken* vezetik a gőzt. A szabályozófokozat csak *akciós fokozat* lehet (l. a 4.41. ábrát), mert csak az teszi lehetővé a részleges (a kerületnek csak egy részére kiterjedő) beömlést. Ha a szabályozófokozatra nagy hőesést szánnak, két sebességfokúra készítik (l. a 4.43. ábrát).

A többi fokozat akár *akciós* (l. a 4.46a ábrát), akár *reakciós* (l. a 4.46b ábrát) lehet.

Többfokozatú akciós turbinában (4.50a ábra) a szabályozófokozat szervesen csatlakozik a többi fokozathoz. Különálló szerepét többnyire csak az jelzi, hogy közte és a többi fokozat között hézag van, hogy a kerületnek esetleg csak egy részén beömlő gőz a többi, a teljes kerületen állólapátozattal rendelkező fokozatokra eloszolják.

Többfokozatú reakciós turbináknak (4.50b ábra) akciós szabályozófokozata a többi fokozattól jobban elkülönül, azoknál rendszerint nagyobb átmérőjű. Futólapátozata külön tárcsán (keréken) van, amely a ház kiöblösödésében (*kerékszekrényben*) forog.



4.50. ábra. Többfokozatú gőzturbinák vázlata

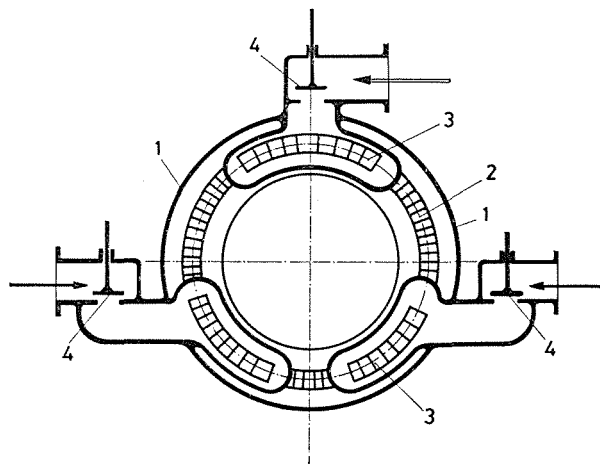
a) akciós turbina; b) reakciós turbina; 1 szabályozófokozat futólapátrácsa;
 2 a többi fokozat; 3 a szabályozófokozat vezetőlapátzata (fúvókái);
 4 szabályozószelepek; 5 kiegyenlítődob; 6 tömszelencék

A reakciós gőzturbinák egyik jellegzetes eleme a *kiegyenlítődob* (a 4.50b ábrán az 5 elem). Ez a forgórészen levő, a reakciós lapátokat középméretjével körülbelül egyenlő átmérőjű, labirintozott henger, amelyre ugyanaz a nyomáskülönbség hat (de ellenkező irányban), mint a reakciós lapátokra. Szerepe az, hogy a reakciós

fokozatcsoport(ok)ra ható *tengelyirányú erőt* — amelyet a 4.46b ábra kapcsán tárgyaltunk — kiegyenlítse.

Nagy hőesést feldolgozó, *nagyobb teljesítményű gőzturbinák* a szabályozófokozaton kívül több *fokozatcsoportból* állnak. Az egyes fokozatcsoportok közt többnyire megcsapolási helyek vannak (4.52. ábra).

b) A *gőzáram befolyásolása és a nyomáslefolrás*. Ha a turbinának kivételesen nincs szabályozófokozata, akkor a gőzáramot csak az első fokozatcsoport előtt alkalmazott fojtószeleppel, tehát a nyomásnak a turbina előtti csökkentésével lehet befolyásolni. Ez persze veszteséges eljárás.



4.51. ábra. Szabályozófokozat keresztmetszete

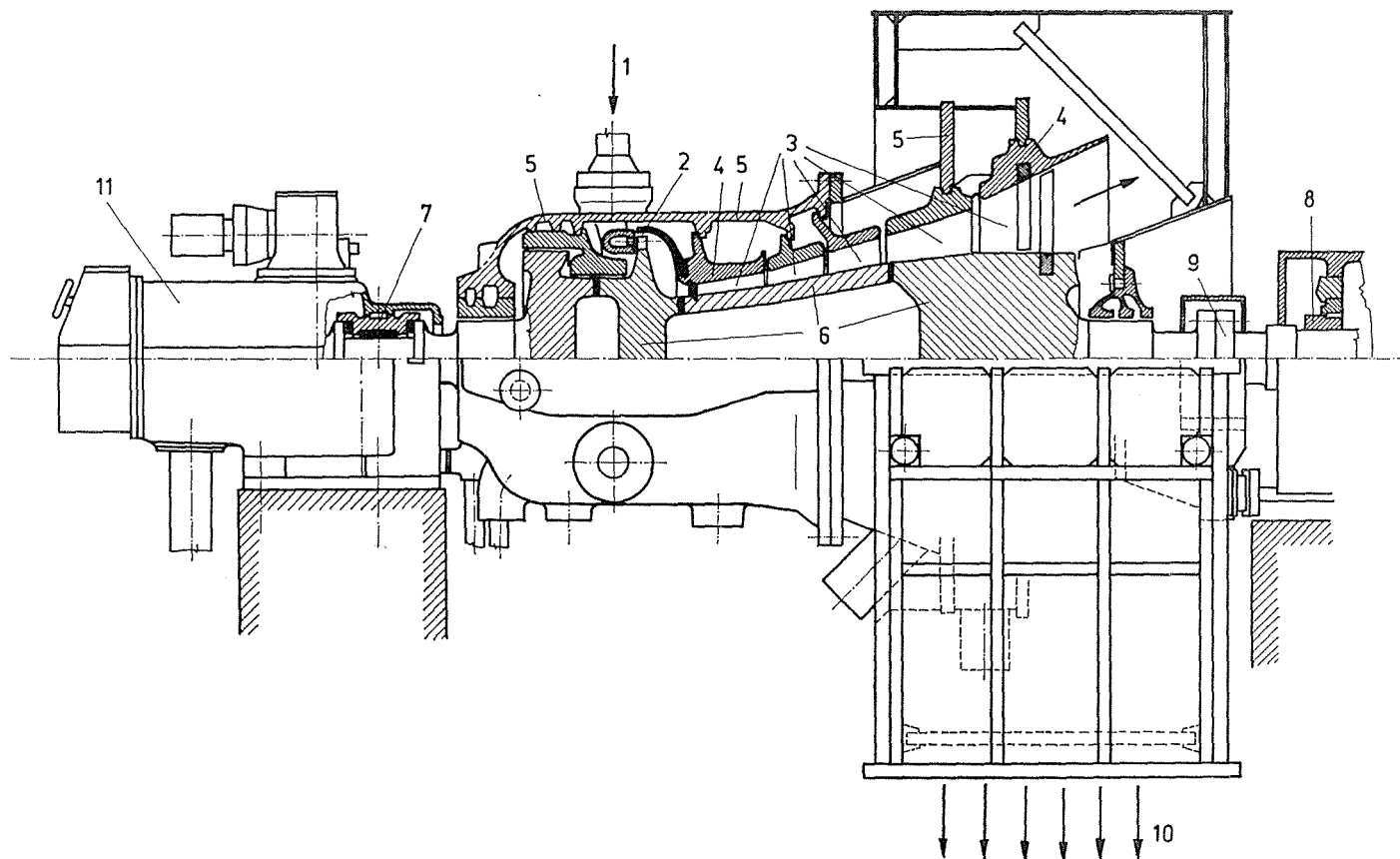
- 1 turbinaház; 2 futólapátokat;
- 3 fűvókacsoportok;
- 4 szabályozószelepek

Ha szabályozófokozat van, a gőzáramot úgy befolyásolhatjuk, hogy a *szabályozószelepeket egymás után nyitjuk*. Kis terheléshez tartozó kis gőzáramhoz csak az első szelep van — esetleg nem is teljesen — nyitva. A legnagyobb terhelés gőzáramának létrehozására az összes szelep (a 4.51. ábra szerinti változaton három) teljesen nyitva van. Azokban az üzemi állapotokban, amelyekben bizonyos számú szelep teljesen nyitva, a többi teljesen zárva van, nincs fojtás. Ezek az üzemi állapotok a *szeleppontok*. A szeleppontok közötti gőzáramok esetén egy-egy szelep többé-kevésbé fojt.

A szabályozófokozat alkalmazása tehát a gőzáram változtatásával járó fojtást csökkenti, és így a gazdaságosságot javítja.

Szabályozófokozattal is *bíró* turbina nyomáslefolrásában (4.53. ábra) a szabályozófokozatnak *külön szerepe* van. Ha — mint rendszeren — a turbina p_2 ellennyomása állandó, akkor az állandó keresztmetszetű „többi” fokozat nyomáslefolrása a 4.47. ábrához fűzött megfontolásaink szerint, a (4.152) összefüggéssel leírható módon a *gőzáramtól függ*.

Ha tehát a turbinának csak első szabályozószelepe van teljesen nyitva (és a többi zárva), akkor a gőzáram viszonylag kicsi és a szabályozófokozat utáni nyomás (4.53. ábra) p_1' ; két nyitott szelep esetén — tegyük fel, hogy esetünkben ez a *tervezési állapot* — ez a nyomás p_1'' ; ha mindhárom szelep nyitva van, akkor p_1''' . A 4.53. ábra a nyomáslefolrást a három szeleppontban mutatja azzal, hogy a turbina előtti p_0 nyomás — mint rendszerint — állandó. Az ábrából látható, hogy a szabályozófokozatnak a *terheléssel jelentősen változó* nyomásesést és így hőesést kell feldolgoznia; mennél kisebb a többfokozatú turbina terhelése (pillanatnyilag szolgáltatott

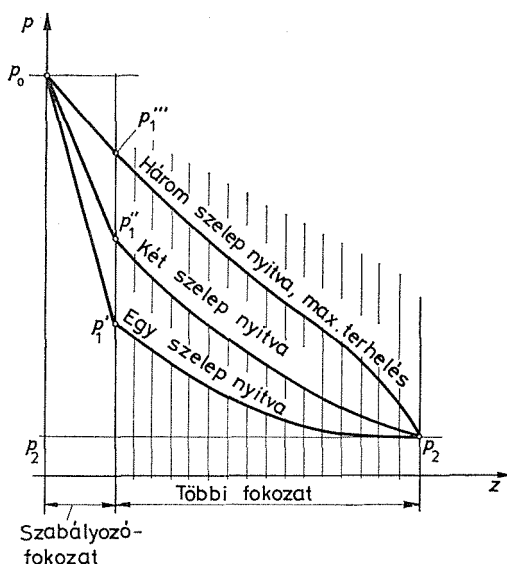


4.52. ábra. Nagy_kondenzációs gőzturbina

1 gőzbeáramlás a szabályozószelepektől; 2 szabályozófokozat; 3 reakciós fokozatok (ábránkon csak az első és az utolsó van bejelölve); 4 állólapátokat tartó betétek; 5 ház; 6 forgórész; 7 axiális–radiális csapágy; 8 generátorcsapágy; 9 merev tengelykapcsoló; 10 gőzkiáramlás a kondenzátorba; 11 olajszivattyúk és szabályozóberendezés szekrénye

teljesítménye), annál nagyobb a szabályozófokozatra jutó hőses és így lapátzatának igénybevétele is.

Könnyen belátható, hogy az *utolsó fokozaton* fordított a helyzet. Ha a q_m gőztömeggaram nagyobb a tervezettnél a $q_v = q_m v_2$ térfogatáram is nagyobb, mert az utolsó fokozat utáni p_2 nyomás és így a v_2 fajtérfogat állandó. Nagyobb térfogatáram viszont a fokozat állandó keresztmetszetén nagyobb sebességet ad, amihez nagyobb nyomásesés kell. A *nyomáslefolyás vonala* tehát az utolsó fokozaton a gőzáram növekedésével *meredekebbé válik*. Az utolsó fokozat tehát a turbina terhelésének növelésével *fokozottan terhelődik*.



4.53. ábra. Szabályozófokozatú gőzturbina nyomáslefolyása különböző terheléseken

A *közbenső fokozatokon* a viszonylagos $\Delta p/p$ nyomásesés a gőzárammal csak kevéssé változik. Itt ugyanis a q_m gőztömeggarammal a nyomás is nő; csökken tehát a v fajtérfogat, ezért a $q_v = q_m v$ térfogatáram és vele a sebesség, valamint a létrehozásához szükséges hőses

$$\Delta i_s = \int v dp \approx v \Delta p = RT \frac{\Delta p}{p}$$

csaknem állandó.

Némi túlzással azt mondhatjuk tehát, hogy nyomáslefolyás szempontjából a gőzturbina három részből áll: a *szabályozófokozat*, az *utolsó fokozat* és a „*többi*” fokozat.

4.2.8. Gőzturbinafajták

A gőzturbinák fejlődéstörténete során számos turbinafajta alakult ki. Ezeket különböző szempontból csoportosíthatjuk.

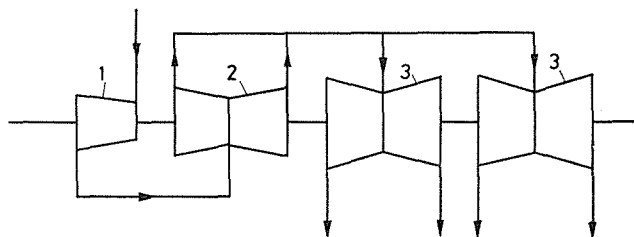
A **fokozatok száma szerinti** *egyfokozatú* (4.2.5c) pont) és *többfokozatú* (4.2.7. pont) turbinákról már tettünk említést.

A fokozatok rendszere szerint *akciós-* és *reakciós* turbinák vannak! (4.50. ábra).

a) A munkát végzett gőz hova fordítása és így nyomása a turbinák osztályozásának igen fontos szempontja. A gőzturbina legnagyobb méretű része ugyanis az a hely, ahol a térfogatáram a legnagyobb, ez pedig a legkisebb nyomású hely: a turbina utolsó fokozatainak helye. A gép felépítése tehát nagymértékben a kiömlési nyomástól függ.

A **kondenzációs gőzturbina** kiömlő gőze vákuum alatt álló ún. *kondenzátorba* áramlik, ahol a gőz hűtőközeggel (vízzel, ritkán levegővel) hűtve lehetőleg kis nyomáson *lecsapódik*. A kiömlési nyomás tehát a hűtőközeg hőmérsékletétől függően 0,035...0,10 bar, és így a fajtérfogat 35...13 m³/kg. Nagy kondenzációs turbinák ezért utolsó fokozataikon több ezer m³/s gőztérfogatáramot forgalmaznak. A nagymértékű expanzió nagy hőesést is ad, ezért a fokozatok *száma nagy*. A kondenzációs turbinák ezért *sokfokozatúak* és átáramló *keresztmetszeik nagymértékben bővülnek*. Ilyen turbinát mutat a 4.52. ábra.

Igen nagy kiömlési térfogatáram esetén a gőzáramot a turbina kisnyomású részén esetleg *több folyamra* osztják, és így a gép *több kiömlésű*. Ha a fokozatok száma nagy, *több egymás után kapcsolt házra* kell megosztani őket. A 4.54. ábra pl. négyházas, nagynyomású részén egy folyamú, a középnyomású két, a kisnyomású négy folyamú gőzturbina vázlatát mutatja.



4.54. ábra. Négyházas gőzturbina vázlata

1 nagynyomású rész; 2 kétfolyamú középnyomású rész; 3 két kétfolyamú (összesen négyfolyamú) kisnyomású rész

Az **ellennyomású gőzturbinák** kiömlő gőze a légkörnél nagyobb nyomású gőzfogyasztó rendszert táplál. A kiömlő gőz fajtérfogata és ezzel az utolsó fokozat *térfogatárama mérsékelt*; mérsékelt a hőesés is, ami majdnem mindig egyházas kivített indokol. Az *ellennyomás* persze a gőzfogyasztó igényétől függően igen különböző lehet, pl. a timföldfeltárásban 40 bar, a faiparban 10 bar, a cukoriparban 3 bar, a fűtési forróvíztermelésben 1...2 bar.

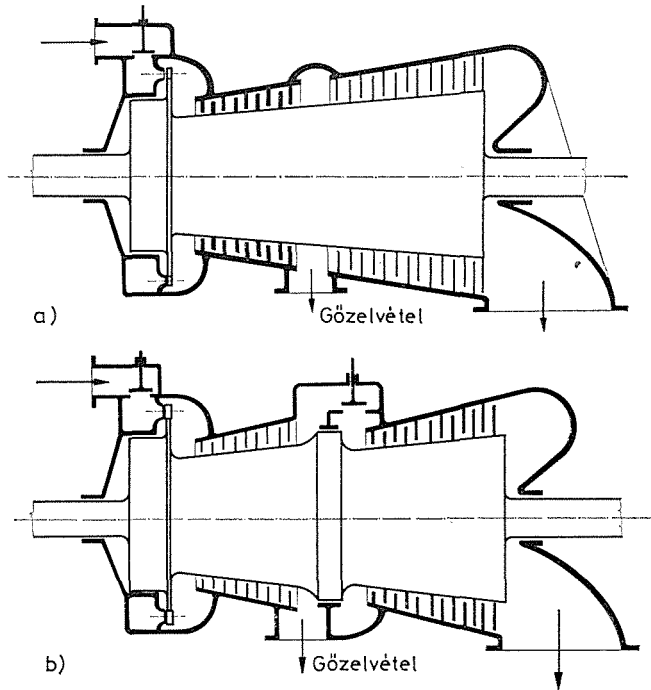
Ellennyomású gőzturbina-felépítéseket szemléltet a 4.50. ábra is.

Elvételes az a gőzturbina, amelyből az expanzióknak valamely közbenső pontján a gőz egy részét hőszolgáltatási célokra elveszük. Szabályozatlan elvételi — elterjedt néven *megcsapolásos* — az a gőzturbina, amelynek gőzelvétele egyszerűen a turbina házában valamely két fokozat közötti megnyitásával valósul meg (4.55a ábra). A megcsapolás nyomása ezért a továbbmenő *gőzáramtól függ* a (4.152) összefüggés szerint.

Ha az elvétel helye után a továbbáramló keresztmetszetet befolyásoló szervek vannak, a turbinát *szabályozott elvételinek* vagy röviden *elvételesnek* nevezzük (4.55b ábra). Ezekben az elvételi nyomást a továbbmenő *gőzáramtól függetlenül* állandó értéken lehet tartani.

b) A gőzturbinák fordulatszáma lehetőleg az általuk hajtott gépéhez igazodik, hogy közvetlen kapcsolat lehetséges legyen, és ezáltal költséges és a hatásfokot rontó fogaskerék-hajtóműre ne legyen szükség.

A gőzturbinák legnagyobb része kétpólusú villamos szinkrongenerátort közvetlenül hajt. Minthogy pedig a villamos hálózati frekvencia a legtöbb helyen 50 Hz (Amerikában és Japánban 60 Hz), normális fordulatszámnak az ehhez tartozó $n = 3000 \text{ min}^{-1} = 50 \text{ s}^{-1}$ (Amerikában, Japánban $3600 \text{ min}^{-1} = 60 \text{ s}^{-1}$) fordulatszámot tekintjük. A gőzturbinák túlnyomó része normális fordulatszámú.



4.55. ábra. Gőzturbinák gőzelvétellel
a) szabályozatlan elvételi (megcsapolásos); b) szabályozott elvételi

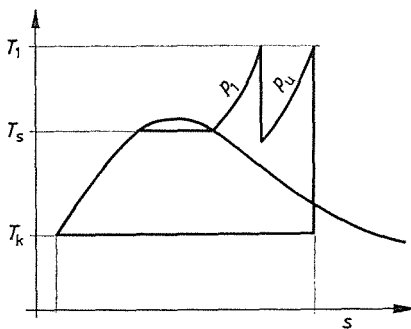
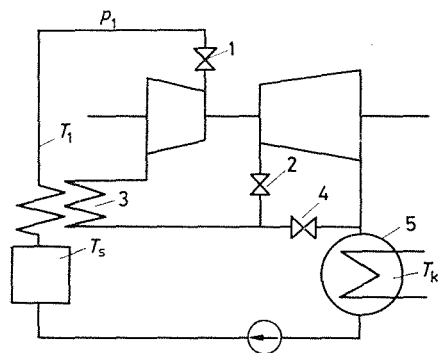
Lassú forgású (másképpen fél fordulátú) gőzturbinák négypólusú szinkrongenerátort hajtanak közvetlenül; fordulatszámuk ezért $1500 \text{ min}^{-1} = 25 \text{ s}^{-1}$ (ill. $1800 \text{ min}^{-1} = 30 \text{ s}^{-1}$). Ezt a megoldást akkor választják, ha a befogandó térfogatáram olyan nagyon nagy, hogy a szükséges futólápat-keresztmetszeteket a centrifugális igénybevétel miatt csak mérsékelt fordulatszámon lehet megvalósítani. Erre a megoldásra persze főleg az amerikai tervezők kényszerülnek, mert a szinkron fordulatszám ott a miénknek 1,2-szerese, az azonos méretekhez és hasonló alakokhoz tartozó centripetális erő pedig $1,2^2 = 1,44$ -szerese.

Gyorsforgású gőzturbinák a villamos szinkrongenerátort fogaskerék-hajtómű útján hajtják. Gyors forgás választása igen kis térfogatáramok feldolgozásához indokolt. Kis térfogatáramok ugyanis kis átáramló keresztmetszeteket, ezzel kis méreteket és kis átmérőket szabnak meg. Az adott hőesések gazdaságos feldolgozásához szükséges jelentős kerületi sebességeket pedig kis átmérők esetén csak nagy fordulatszámmal lehet megvalósítani. Igen sok, kis kerületi sebességű és így egyenkint

kis hőesést feldolgozó fokozatból álló („kolbászturbinának” csúfolt) turbinára irányuló próbálkozások a forgórész túlzott karcsúsága miatt sikertelenségre vezettek.

c) **Egyéb változatok.** Az erőművi technika fejlődése az előbb leírt csoportokon belül még számos további változatot alakított ki.

Hagyományos (szén-, olaj-, gáz-) tüzelésű, nagy kondenzációs erőművekben általánossá vált az **újrahevítés**, vagyis az az eljárás, hogy egy bizonyos mértékű expanzió után az eközben lehűlt gőzt a kazánba visszavezetve ismét felhevítik (4.56. ábra). Az **újrahevítéses** (egyben persze **kondenzációs**) **turbina** (4.56. ábra) jellem-



a)

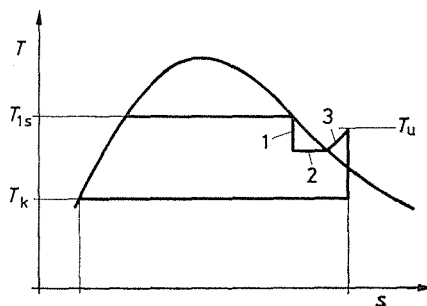
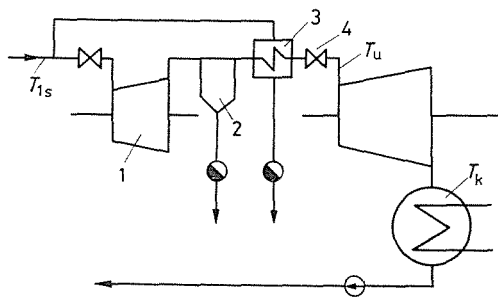
b)

4.56. ábra. Újrahevítéses gőzturbina vázlatja

a) kapcsolási vázlatja; b) folyamata $T-s$ diagramban; 1 szabályozószelepek; 2 felfogószelepek; 3 újrahevítő; 4 kisnyomású megkerülő; 5 kondenzátor

zetessége, hogy az 1 szabályozószelepeken kívül 2 felfogószelepei is vannak. Ezek megakadályozzák a 3 újrahevítőben tárolt és az 1 szabályozószelepek által már nem befolyásolható gőznek a turbinába áramlását, és ezzel a turbina megfutását, ha a terhelés megszűnt. Az ilyenkor az újrahevítőben rekedt gőzt a 4 megkerülő szelepek bocsátják az 5 kondenzátorba.

A **telítettségű turbínák** a telített gőzt adó nyomott vizes reaktorú atomerőművek jellegzetes turbinái (4.57. ábra). A telített frissgőz a kondenzátorig egy huzamban



a)

b)

4.57. ábra. Telítettségű turbina vázlatja

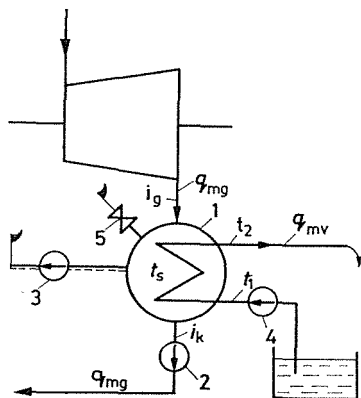
a) kapcsolási vázlatja; b) folyamata $T-s$ diagramban; 1 nagynyomású rész; 2 vízleválasztó; 3 újrahevítő; 4 felfogószelepek

expandálva a turbinák túlsó fokozataiban megengedhetetlenül nagy nedvességtartalmú lenne. Ezért bizonyos expanzió és így a turbina 1 nagynyomású része után a gőz a 2 vízleválasztóba, majd a — lecsapódó frissgőzzel fűtött — 3 újrahevítőbe kerül. A vízleválasztó és az újrahevítő jelentős tárolóképessége miatt itt is indokolt a 4 fel-fogószelep.

A kevésbé jelentős és kevésbé gyakori többi változat a *munkagépek* (turbókompresszorok, tápszivattyúk) tulajdonságaiból, a *frissgőz nyomásának* esetleg változó jellegéből, a *hőszolgáltatás* különlegességeiből eredően igen sokféle.

4.2.9. Kondenzációs berendezések gőzerőgépekhez

Ha a gőzerőgépben munkát végzett gőz entalpiáját már nem kívánjuk tovább hasznosítani, akkor igyekezünk a gőz entalpiáját *mennél kisebb hőmérsékleten elvonni*, hogy a körfolyamat hatásfoka jó legyen. Ezt a feladatot látja el a *kondenzációs berendezés*. Ez rendszerint vízűtésű, és a gőz hőjét felületen adja át a hűtővíznek; ilyen berendezést mutat a 4.58. ábra. A gépből kiömlő gőz olyan edénybe — az **1 kondenzátorba** — ömlik, amelyben a hűtővíz segítségével létrehozott kis hőmérséklet,



4.58. ábra. A gőzturbina kondenzációs berendezésének vázlatja

1 kondenzátor; 2 kondenzátszivattyú; 3 légszivattyú; 4 hűtővízszivattyú; 5 biztonsági kipufogószelep

és ennek megfelelően csekély telítési nyomás (vákuum) van. A gőz a kondenzátorban a hőelvonás folytán cseppfolyósodik (kondenzálódik). A keletkezett vizet (kondenzátumot) a 2 **kondenzátszivattyú** szívja ki a kondenzátorból, és szállítja a körfolyamat további részeibe. A kondenzátornak vákuum alatt álló gőzterébe beszivárgott levegőt a 3 **légszivattyú** távolítja el, és tartja így fenn a vákuumot. A hőelvonáshoz szükséges hűtővizet a 4 **hűtővízszivattyú** szállítja.

a) **Kondenzátorok.** A **felületi kondenzátor** hőmérlege a gőzzel bevitt és a hűtővízzel elvont hő egyenlőségéből írható fel. A 4.58. ábra jelöléseivel

$$q_{mg}(i_g - i_k) = q_{mv}c_h(t_2 - t_1), \quad (4.155)$$

ahol a hűtővíz fajhője $c_h = 4,19 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

Ha tehát a vízáram és a gőzáram, valamint a kiömlő gőz állapota ismert, a hűtővíz $\Delta t = \Delta T = t_2 - t_1$ melegedése és a friss víz hőmérsékletének ismeretében kilépő víz hőmérséklete meghatározható.

4.14. példa. A kondenzátorba ömlő gőz állapota $p = 0,04$ bar, $x = 0,92$, a gőztömegáram $q_{mg} = 18$ kg/s, a víztömegáram $q_{mv} = 1100$ kg/s; a hűtővíz-kilépési hőmérséklete $t_1 = 15$ °C. Mekkora a víz melegedése és a hűtővíz kilépési hőmérséklete?

Az $i-s$ diagramból kivehetően $i_g = 2356$ kJ/kg; a telítési görbétől (4.59. ábra) kivehetően $t_s = t_k = 30$ °C és így a kondenzátum entalpiája $i_k = c_h \Delta T_1 = c_h(t_k - 0) = c_h(T_k - 273) = 4,19 \cdot 10^3$ J/(kg·K) · (303 K - 273 K) = $1,257 \cdot 10^5$ J/kg ≈ 126 kJ/kg.

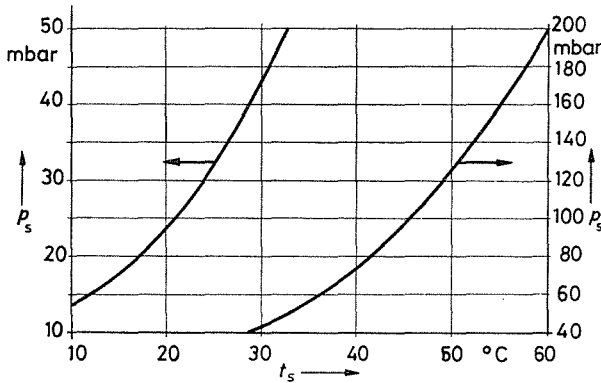
A gőz entalpiacsökkenése így $i_g - i_k = 2356$ kJ/kg - 126 kJ/kg = 2230 kJ/kg.

A víz melegedése

$$\Delta t = \Delta T = t_2 - t_1 = \frac{q_{mg}}{q_{mv}} \frac{(i_g - i_k)}{c_h} = \frac{18 \text{ kg/s} \cdot 2230 \text{ kJ/kg}}{1100 \text{ kg/s} \cdot 4,19 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}} = 8,71 \text{ K} = 8,71 \text{ } ^\circ\text{C},$$

és a kilépő víz hőmérséklete

$$t_2 = 15 \text{ } ^\circ\text{C} + 8,71 \text{ } ^\circ\text{C} = 23,71 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

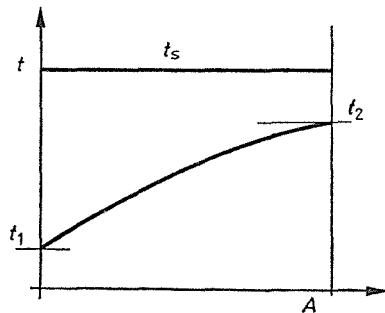


4.59. ábra. A vízgőz telítési görbéje a szokásos kondenzátor-hőmérsékletek tartományában

A kondenzátor gőztérben uralkodó nyomás elvben a vízgőz résznyomásából és a szennyezésként jelen levő levegő résznyomásából tevődik össze.

Jól légtelenített kondenzátorokban azonban a levegő jelenlétének hatása, így a levegő résznyomása elhanyagolható, és a kondenzátornyomás a gőztérben uralkodó hőmérséklethez tartozó telítési nyomással egyenlőnek tekinthető.

Ha a kondenzátor vízdala és gőzdala közötti *hőcsere* tökéletes volna, akkor a víz kilépő hőmérséklete és a gőztér nyomásához tartozó telítési hőmérséklet egyenlő lehetne. A valóságban azonban a gőzdala és a vízdala között hőmérsékletlépcső, -különbség van, és a *kondenzátor hőmérsékletábrája* — hőmérsékletek a felület mentén — a 4.60. ábra szerinti.



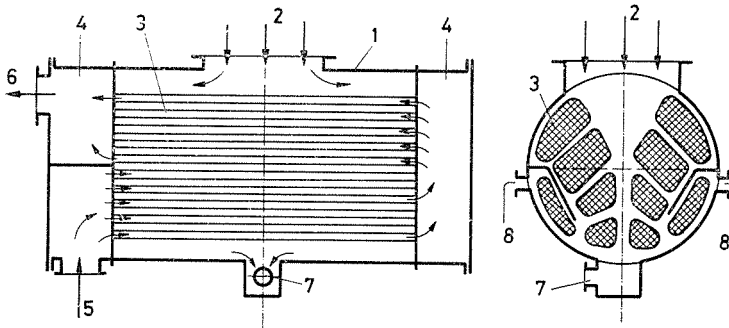
4.60. ábra. Felületi kondenzátor hőmérsékletábrája t_s a gőztér hőmérséklete; t_1 a hűtővíz belépő, t_2 a hűtővíz kilépő hőmérséklete

A kondenzátor hőátbocsátásának minőségét a

$$\psi = \frac{t_2 - t_1}{t_s - t_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_s - T_1} \quad (4.156)$$

viszonyzámmal, a kondenzátor **kihasználási tényezőjével** szokás jellemezni. Eszményi – végtelen felületű – kondenzátorban $\psi = 1$ volna ($t_s = t_2$). A szokásos méretezésű kondenzátorok kihasználási tényezője a legnagyobb terhelésen $\psi = 0,55 \dots 0,70$.

A szokványos **felületi kondenzátorok fekvő** elrendezésű edények, amelyekben a hűtővíz *vízszintes*, egyenes, többnyire sárgaréz csövekben áramlik (4.61. ábra). A hűtővizet a csövekre *vízkamrák* osztják el; ezek fedele – a csövek tisztítása végett – nyitható. A csövek elrendezése a *gőztérben* olyan, hogy a gőz minden hűtőcsőhöz jól eljusson, a szennyező levegő pedig a *leghidegebb vízzel átjárt csövek közeléből* legyen elszívható. E célszerűen kijelölt, „leghidegebb helyeken” ugyanis a gőz résznyomása kisebb, a levegőé nagyobb, és így a légszivattyú főleg levegőt szívhat.



4.61. ábra. Felületi kondenzátor vázlatja

1 kondenzátorköpeny; 2 gőzbeáramlás; 3 kondenzátorcsövek; 4 vízkamrák;
5 hűtővíz-beáramlás; 6 hűtővíz-kiáramlás; 7 kondenzátumelszívás; 8 levegőelszívás

4.15. példa. Felületi kondenzátorban gőz tömegárama $q_{mg} = 25 \text{ kg/s}$, a víz tömegárama $q_{mv} = 1500 \text{ kg/s}$. A hűtővíz hőmérséklete $t_1 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$, a kondenzátor kihasználási tényezője $\psi = 0,585$. A turbina előtti gőzállapot 50 bar, $460 \text{ }^\circ\text{C}$. Mekkora az elvárható kondenzátornyomás?

Mínt hogy a kondenzátorba ömlő gőz állapota nem adott – éppen azt keressük –, némi becslésre vagyunk utalva. Feltehetjük, hogy a turbina belső hatásfoka kb. 80%, és így az expanzióvonal a 0,05 bar vonalat az $x = 0,92$ nedvességtartalmon metszi, ahol is az entalpia $i_g = 2364 \text{ kJ/kg}$. A 0,05 bar nyomáshoz tartozó telítési hőmérséklet (a 4.59. ábrából) $t_s = 34 \text{ }^\circ\text{C}$, a víz entalpiája tehát itt $i_k = c_{p,i} \cdot t_{s,i} = 4,19 \cdot \text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \cdot 34 \text{ K} = 142,4 \text{ kJ/kg}$. A gőz entalpiacsökkenése lecsapódáskor $i_g - i_k = 2221 \text{ kJ/kg}$. A hűtővíz melegedése

$$\Delta t = \Delta T = t_2 - t_1 = \frac{q_{mg}(i_g - i_k)}{q_{mv}c_h} = \frac{25 \text{ kg/s} \cdot 2221 \text{ kJ/kg}}{1500 \text{ kg/s} \cdot 4,19 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})} = 8,84 \text{ K} = 8,84 \text{ }^\circ\text{C}$$

Ebből és a (4.156) összefüggésből

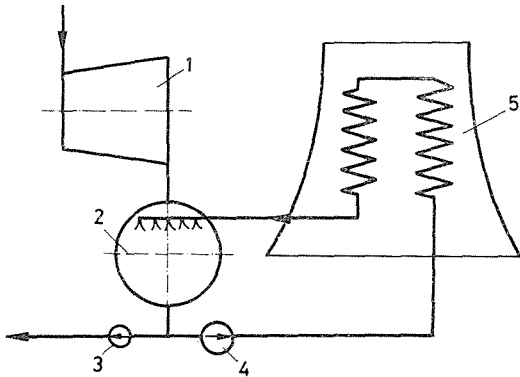
$$t_s - t_1 = \frac{t_2 - t_1}{\psi} = \frac{0,84 \text{ K}}{0,585} \cong 15,1 \text{ }^\circ\text{C} = 15,1 \text{ K},$$

és

$$t_s = (25 + 15,1) \text{ }^\circ\text{C} = 40,1 \text{ }^\circ\text{C},$$

amihez a 4.59. ábra szerint 0,072 bar telítési nyomás tartozik.

A **keverőkondenzátorban** a hűtővíz a lecsapandó gőzzel *közvetlenül* érintkezik; itt természetesen $p_3 = p_2$, az összefüggések egyébként a (4.155) szerintiék. Korábbi berendezések keverőkondenzátorának hűtővizéül a környezettel érintkező, tehát szennyezett víz nem alkalmas, mert így a kazán tápvize is szennyezetté válik. A **Heller–Forgó-féle kondenzációs rendszerben** a keverőkondenzátor hűtővizét *felületi hűtőtoronyban* visszahűtött tiszta kondenzátumot kap (4.62. ábra).



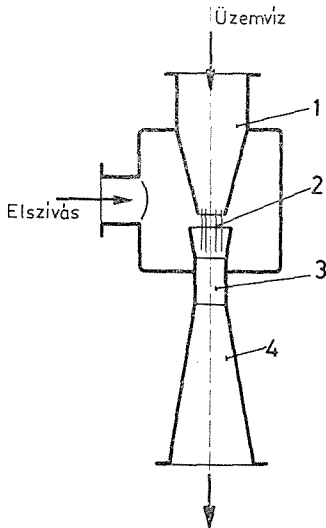
4.62. ábra. Keverőkondenzátor száraz hűtőtoronnyal (Heller–Forgó-rendszerű kondenzáció)

1 turbina; 2 keverőkondenzátor;
3 kondenzátszivattyú; 4 hűtővízszivattyú;
5 felületi (száraz) hűtőtorony

A léghűtésű kondenzátor alkalmazása ritka.

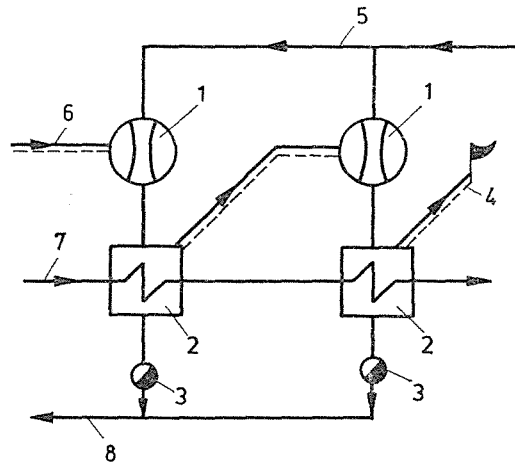
b) A kondenzációs berendezések légszivattyúi napjainkban túlnyomórészt *sugár-szivattyúk*.

A **víz-sugár-légszivattyú** (4.63. ábra) igen egyszerű és üzembiztos szerkezet. Az 1,5...4 bar túlnyomású *üzemvíz* az I fűvókából nagy sebességű víz-sugárként lép



4.63. ábra. Víz-sugár-légszivattyú vázlata

1 üzemvízfűvóka; 2 keverőtér;
3 felfogócső; 4 diffúzor



4.64. ábra. Gőz-sugár-légszivattyú vázlata

1 ejektorrész (üzemgőzfűvóka, keverőtér, felfogócső és diffúzor együttese); 2 keverékhűtő; 3 kondenzedény;
4 kidobás; 5 üzemgőz; 6 elszívás a kondenzátorból;
7 hűtővíz; 8 kondenzátorba

a 2 keverőtérbe, onnan a kondenzátorból elszívott gőz–levegő keveréket a 3 fel-fogócsőbe magával ragadva, azt a 4 diffúzoron át a szabadba komprimálja. Az *üzem-víz* a kondenzátortér hőmérsékleténél hidegebb, és így a víz az elszívott keverékből a gőz nagy részét vízzé kondenzálja, ezért főleg csak a levegőt kell komprimálnia.

A **gőzsugár-légszivattyú** (4.64. ábra) I injektorrésze a vízsugár-légszivattyúhoz hasonló. Üzemi közege gőz lévén, azt a diffúzor után a 2 hűtőbe kell vezetni, ahol a gőz–levegő keverékből a *gőz vízzé kondenzálódik*, és ezt a 3 kondenzedény a kondenzátorba vezeti. A levegőben feldúsult keveréket a II. fokozat szívja el, és komprimálja tovább hűtőjébe, ahonnan a levegő a szabadba távozik.

A légszivás akkor gazdaságos, ha az elszívott keverék nagyobb részt levegőt és lehetőleg kevés vízgőzt tartalmaz. Ezért célszerű az elszívott keverék aláhűtése a kondenzátor „*leghidegebb helyén*”, ill. külön *csőkötegek* útján. Az aláhűtés folytán a keverék hőmérséklete kisebb lesz, mint a nyomáshoz tartozó telítési hőmérséklet. A vízgőz résznyomása – amely a tényleges hőmérséklethez tartozó p_s telítési nyomás – ezáltal kisebb a p_k össznyomásnál. A kettő különbsége – a Dalton-törvény értelmében – a levegő résznyomása: $p_l = p_k - p_s$.

A Dalton-törvény azt fejezi ki, hogy a kétféle közeg résznyomása egyenként akkora, mintha az ott levő közeg külön-külön az egész V térfogatot (pl. az elszívócső egységnyi térfogatrészét) egymaga töltené ki:

$$p_l V = m_l R_l T, \quad \text{ill.} \quad p_s V = m_g R_g T,$$

ahol R_l a levegő, R_g a gőz gázállandója, T a közös hőmérséklet. Ebből

$$\frac{p_l}{p_s} = \frac{m_l}{m_g} \frac{R_l}{R_g};$$

ahol $\frac{R_l}{R_g} = 0,62 = \frac{1}{1,61}$ a két gázállandó viszonya.

Ezekből a *levegőmennyiség és a gázmennyiség aránya*

$$\frac{m_l}{m_g} = 1,61 \frac{p_l}{p_s} = 1,61 \frac{p_k - p_s}{p_s}. \quad (4.157)$$

4.16. példa. Az elszívott keverék nyomása $p_k = 0,05$ bar, hőmérséklete 28°C . Mennyi a keverékben a levegő?

A telítési görbe (4.59. ábra) szerint a 28°C hőmérséklethez tartozó vízgőznyomás 38 mbar, a levegő résznyomása tehát $p_l = p_k - p_s = 50$ mbar $-$ 38 mbar $= 12$ mbar. A levegő és a gőz mennyiségének viszonya

$$\frac{m_l}{m_g} = 1,61 \frac{p_l}{p_s} = 1,61 \frac{12 \text{ mbar}}{38 \text{ mbar}} = 0,51 \frac{\text{kg levegő}}{\text{kg gőz}}.$$

A keverékben tehát $\frac{0,51}{1,51} \cdot 100 = 33,8\%$ levegő és $66,2\%$ gőz van.

4.3. KÖRFOLYAMAT MEGVALÓSÍTÁSA BELSŐ ÉGÉSŰ MOTOROKBAN

4.3.1. A belső égésű motorok jellemzése, osztályozása

Ezek olyan volumetrikus működésű hőerőgépek, amelyekben a hőközlés a tüzelőanyag a *henger belsejében való elégetésével* megy végbe. A dugattyú a hengerbe juttatott levegőt vagy éghető keveréket *komprimálja*; az égés alatt, ill. annak megtörténte után a hőközlés folytán megnövekedett nyomású és térfogatú égéstermék *expandál*; eközben a dugattyút a terhelőerők ellenében mozgatja, és így munkát végez. E munkavégzés után az elhasznált égéstermék a hengerből távozik, majd friss levegő vagy keverék jut a hengerbe, és a munkaciklus ismétlődik.

a) **A belső égésű motorok fő fajtái.** Aszerint, hogy egy teljes munkaciklus hány löketben (ütemben) valósul meg, *négyütemű* és *kétütemű* motorokat különböztetünk meg.

A **négyütemű** motorból az elhasznált égéstermék egy külön löketben távozik a hengerből, és a henger külön másik löketben telik meg friss közeggel. Egy teljes munkaciklus tehát *négy löketben* és így *két teljes fordulat* alatt folyik le.

A **kétütemű** motorokban a közegcsere *két löket határán* (az expanzió löketének végén, ill. a kompresszió elején), a holtpont közelében játszódik le.

Ezek teljes munkaciklusa *két löketben*, tehát *egyetlen fordulat* alatt befejeződik. A négyütemű motor munkaszolgáltatása tehát kevésbé egyenletes, mint a kétüteműé, minthogy csak minden második fordulatra esik egy munkalöket. A járást a lendítőkerék teszi egyenletessé.

A *tüzelőanyag adagolása és elége* szempontjából a belső égésű motorok két csoportba oszthatók:

Az **Otto-motorok** (más néven *szikragyújtású* motorok) a tüzelőanyagot a levegővel együtt juttatják a hengerbe. Gáznemű tüzelőanyag a levegőhöz keverhető; a folyékony tüzelőanyagot porlasztással vagy elpárologtatással kell elgázosítani. Ezt a *keveréket sűríti (komprimálja)* a motor, mégpedig csak olyan korlátozott mértékben, hogy a kompresszió vég hőmérséklete a *gyulladás hőmérsékletét el ne érje*. A kompressziós löket végén a keveréket *villamos szikra* gyújtja meg. Az ezt követő löket az expanzió, a tulajdonképpeni munkalöket.

A **Diesel-motorok** (más néven *kompressziógyújtású* motorok) tiszta levegőt szívnak be, és azt (adiabatikusan) olyan végnomásra sűrítik, hogy a sűrítőlöket végén a levegő hőmérséklete a folyékony tüzelőanyag *gyulladás hőmérsékleténél* nagyobb. Az ekkor a hengerbe fecskendezett folyékony tüzelőanyag külön gyújtószerkezet nélkül is meggyullad, és elég. A tüzelőanyag befecskendezésének lefolyása célszerűen olyan, hogy az elégés nem robbanásszerűen, hanem állandó nyomáson történik.

Ennek befejeztével az expanzió itt is adiabatikus, és a munkalököt végéig tart, amelyet kipufogás követ.

b) **A belső égésű motorok fejlődése.** A belső égésű motorok készítésére irányuló első próbálkozások már a XVIII. század végén megkezdődtek. Az első, üzemszerűen működő ilyen szerkezet *gázgép* volt, és a keverék kompressziója nélkül működött. A fejlődésnek ebben az első szakaszában a motorok fejlődése a gázgyártáshoz és a kohókhoz (torokgáz) csatlakozott; ezek a gépek *helyhez kötött*, tekintélyes teljesítményű *gázmotorok* voltak, amelyek a dugattyús gőzgépekkel keltek versenyre. Jelentős lépés volt fejlődésükben 1878-ban a kompresszió bevezetése, és ezzel a mai, *Otto*-féle működési elv megjelenése.

A villamosenergia-cloisztásnak és vele a gőzturbináknak a térhódítása a helyhez kötött belső égésű motorokat háttérbe szorította. A folyékony tüzelőanyagra való áttérés és az egységnyi motorteljesítményre jutó tömeg, ún. fajlagos tömeg (kg/kW) csökkenése viszont egyre inkább alkalmassá tette e motorokat *járművek hajtására*. A közúti járművek hajtásában egyeduralmukodók; a *motoros repülés* velük kezdett lehetővé válni; a *vasúti vontatásból* a gőzgépeket napjainkban teljesen kiszorították; kis és közepes méretű, nem túl gyors *hajók* hajtására elsőrendűen alkalmasak. Gazdaságosságukat még fokozta a *Diesel*-motor megjelenése, amely egyrészt — nagyobb hőközlési hőmérséklete folytán — jobb hatásfokú körfolyamatot valósít meg, másrészt nem kíván jól párolgó, de emellett kompressziótűrő tüzelőanyagot.

A motoroknak rendeltetés szerinti osztályozásából a helyhez kötött (stabil) motorokat csaknem kihagyhatjuk: ilyen célokra is ma már valamely járműmotort használják. Így tehát *hajó-, vasúti, gépkocsi-, mezőgazdasági és repülőgép-motorokat* különböztetünk meg. A szerkezeti alak a hengerek számától és elrendezésétől is függ. A mai motorok csaknem kivétel nélkül *egyszeres* működésűek, vagyis működés csak a henger egyik oldalán van.

4.3.2. A négyütemű gázmotor

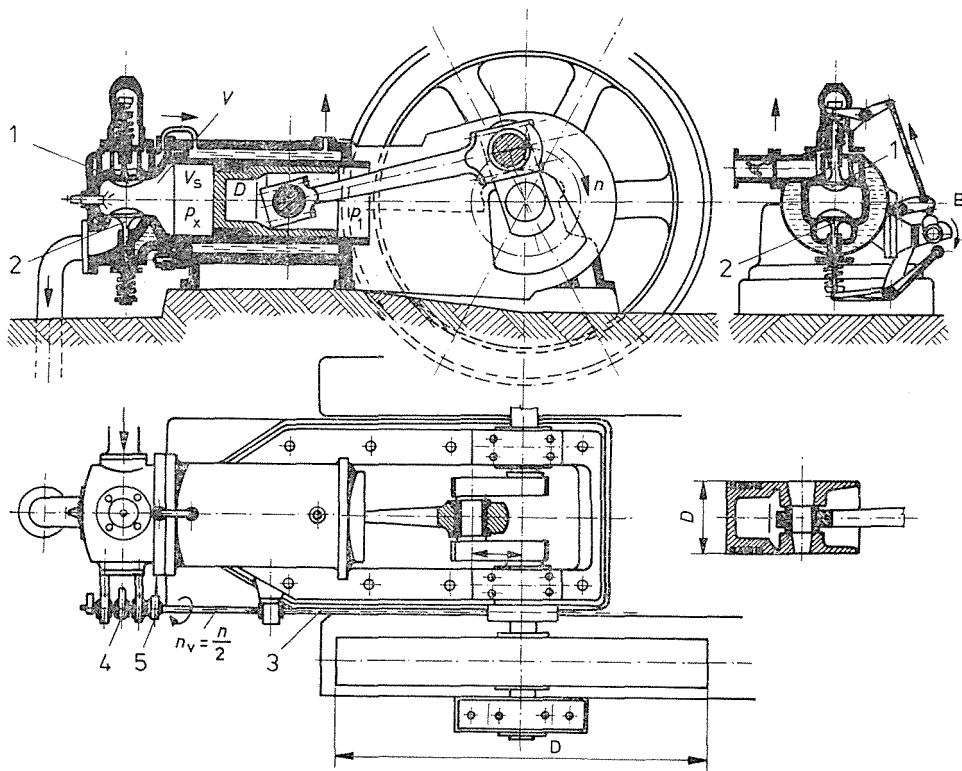
Ez a motorfajta az előbbieket szerint ma már inkább történelmi érdekességű, de rajta a belső égésű motorok működését jól tanulmányozhatjuk (4.65. ábra).

A vízszintes elrendezésű hengerben ide-oda mozgó dugattyú a keresztfejnek, a henger a keresztfejezetéknek szerepét is átveszi. A forgattyús hajtómű az egyszeres működésű hengerben szolgáltatott munkát a főtengelyre viszi át, amelynek forgattyúja a két főcsap között van. E gázgép kerete tehát az ún. *villás* gépkeret, amely a jelentős dugattyúerőket a két főcsapágyra egyenletesen megosztva veszi fel. Nagyobb gépeken külön csapágyakba szerelt harmadik csapágyra is szükség van a nehéz lendítőkerék külső alátámasztására.

A gázgép hengerét a *hengerfej* zárja le, amely — éppen úgy, mint a henger maga is — kettős falú. A hűtővizet rendszerint a henger hűtőköpenyébe vezetik, és onnan áramlik át a hengerfejbe. A hűtővízáram nagyságát az a követelmény szabja meg, hogy a víz hőmérséklete mindenütt a forráspont alatt maradjon.

A hengerfejben helyezkedik el az *1 szívószelep* és a *2 kipufogószelep*; ezeket rugó tartja zárva. Mindkét szelep *befelé* nyílik, hogy a hengertérben uralkodó nagy nyomás ellenére is zárva maradjon. Mindkét szelepet — a jó hatásfok követelményei által megszabott módon — a *vezérlőmű* nyitja.

A vezérlés elve a 4.65. ábra kapcsán a gép keresztmetszetéből érthető. A *négyütemű* gépben egy teljes munkaciklus alatt a főtengelynek *két teljes fordulatot* kell megtennie. A vezérlésnek minden mozzanata — a szelepek nyitása, zárása és a gyújtás — eszerint csak a főtengely minden második fordulataán ismétlődik, vagyis az *n* fordulatszámú gépnél *n/2*-szer. A *3* vezérlőtengely (4.65. ábra) fordulatszáma tehát



4.65. ábra. Négyütemű gázmotor

feleakkora, mint a főtengelyé; ezt az áttételt és kapcsolatot a két tengely között kúpos fogaskerékpár vagy csavarkerékpár valósítja meg. A vezérlőtengelyre ékelt 4 és 5 **bütyköstárcsák** emelőkar végére szerelt görgőket emelnek. Mozgásukat vezérlőrudazat viszi át a szelepszóra, ill. a gyújtószerkezetre.

A gáznemű, ill. elgázosított tüzelőanyagot az elégetéshez szükséges levegővel összekeverve juttatjuk a hengerbe. Ha a gép kisebb terheléssel jár, akkor kevesebb tüzelőanyagot kell a hengerbe adagolni; ezt a szabályozást a fordulatszám-szabályozó végzi úgy, hogy a fordulatszám függvényében a keverékáramot fojtószelep állításával változtatja.

Ezzel a *menyiségi szabályozással* a bejutó keverék nyomása kis terhelésen kisebb a névlegesnél. A szabályozás másik módja, hogy a levegő és a tüzelőanyag keverési arányát változtatjuk; ez a *minőségi szabályozás*. Ez utóbbi hátránya, hogy kis terhelésen kis tüzelőanyag-tartalmú, és ezért nehezen gyülő keverék jut a hengerbe. A két szabályozási módot ezért együtt is alkalmazzák.

Figyelemre méltó, hogy e szabályozási módokkal a gázgép teljesítményét csak „lefelé” lehet változtatni, vagyis a teljesítmény a méretezésihez képest csak csökkenthető, de nem növelhető. Ezért a gázmotort a legnagyobb várható terhelésre kell méretezni. (Ezzel szemben – mint láttuk – a dugattyús gőzgépet a töltésnek a gazdaságosnál nagyobbra fokozásával – túl lehet terhelni.)

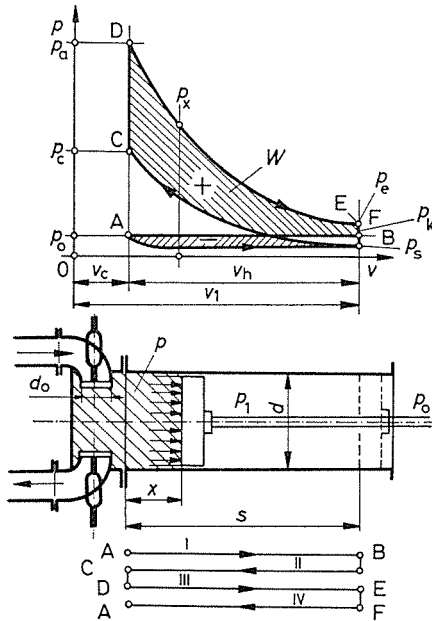
4.3.3. A négyütemű Otto-motor munkafolyamata

a) **A munkaciklus lefolyása.** A négyütemű *Otto*-motor munkafolyamatát legjobban annak *indikátordiagramjával* jellemezhetjük. Ez – akárcsak a dugattyús gőzgépé – a hengerben uralkodó nyomást mutatja a dugattyú helyzetének függ-

vényében. Minthogy az *Otto*-motor elvben úgy működik, hogy a dugattyú égőképes keveréket komprimál, és azt a szikra egyszerre gyújtja meg: a *hőközlés elvben a holt-ponton, ill. az ehhez tartozó állandó térfogaton* megy végbe. Ezen az alapon szerkesztett *eszményi indikátordiagramot* mutat a 4.66. ábra.

A *valóságos indikátordiagramban* a gyulás késedelme és az égés sebességének véges volta miatt a szögletek, csúcsok ugyanúgy letompulnak, mint a dugattyús gőzgép diagramjában (l. a 4.28. ábrát) az eszményiéhez képest (l. a 4.27. ábrát).

A *szívőlöket* (I. ütem) alatt a dugattyú az égőképes keveréket a nyitott szívószelepen keresztül a hengerbe beszívja. A nagy sebességgel érkező keverék p_s nyomása a hengerben az áramlási veszteségek miatt a p_0 környezeti levegőnyomásnál valamivel



4.66. ábra. Négyütemű *Otto*-motor elméleti indikátordiagramja

kisebb. Az indikátordiagramban tehát a szívásnak AB vonala kb. 0,1 bar-ral van a p_0 nyomás vonala alatt.

A *kompressziós (sűrítő-) löket* (II. ütem) alatt a dugattyú a keveréket p_s nyomásról p_c végnyomásra sűríti (a diagramban BC vonal). Ha a sűrítés adiabatikus, továbbá, ha holtponttól holtpontig tart, a *kompresszió végnyomása*

$$p_c = p_s \left(\frac{V_1}{V_c} \right)^\kappa,$$

ahol V_c a henger kompressziótere (ugyanaz a fogalom, mint amit a gőzgépekben káros térnek nevezünk); $V_1 = V_c + V_s$ a kompresszióter és a lökettérfogat összege. A V_s lökettérfogat az s löketnek és az $A = D^2\pi/4$ hengerkeresztmetszetnek a szorzata; κ a fajhőviszony, az adiabatikus állapotváltozás kitevője.

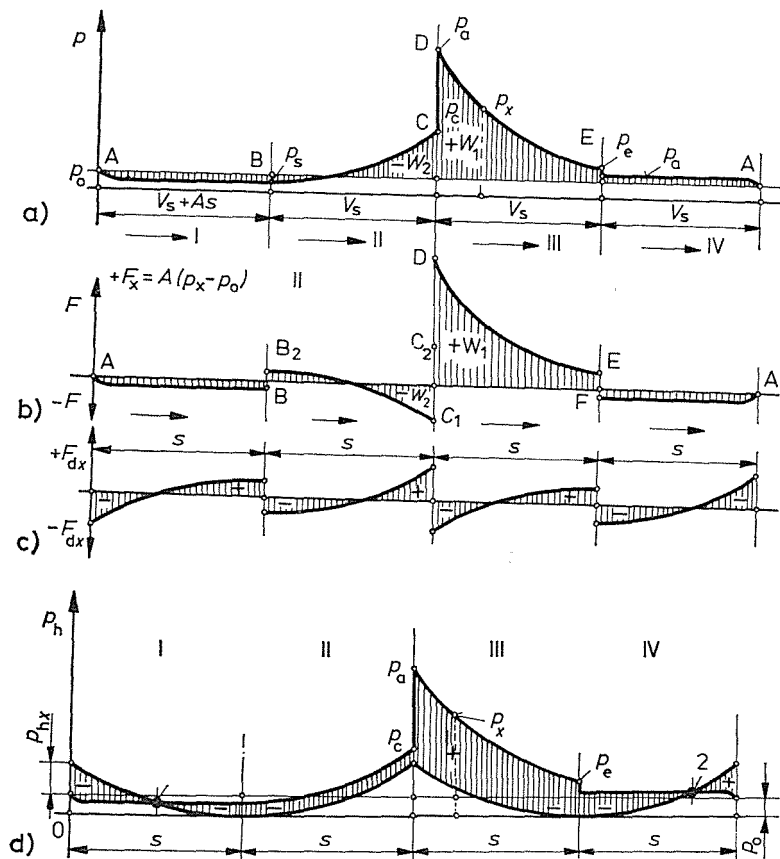
A p_c végnyomás megengedhető értékét a keverék *öngyulladás pontja*, vagyis az a hőmérséklet korlátozza, amelyen a keverék magától meggyullad.

A V_c/V_1 viszonyt *kompresszióviszonynak* nevezzük.

Gyújtás. A sűrített keveréket a dugattyú holtponthoz közelében villamos szikra gyújtja meg, amely a hengerbe szerelt gyújtógyertya sarkai között a villamos transzformátortól kapott nagyfeszültség hatására keletkezik. Eseményi indikátor-diagramunkban (4.66. ábra) az égést egészen hirtelennek tekintjük; a nyomás ezzel p_c -ről p_a -ra nő (a diagramban CD vonalán). A közelítő számítást tehát arra alapozzuk, hogy a keverék térfogata égés közben változatlan marad. A beszívott keverék összetételéből és fűtőértékéből a végső hőmérséklet és a végnyomás kiszámítható.

A valóságban az égés akkor kedvező, ha a láng a szikrától gyorsan, de fokozatosan halad végig a hengertérben. Kedvezőtlen körülmények összejátszása esetén nem ez történik, hanem a keverék egyes helyeken magától egyszerre meggyullad. Ez a jellegzetes fémes hangot adó **kopogás** jelensége. A p_c végnyomás megválasztását e jelenség létrejöttének veszélye is korlátozza.

Az égés sebességének véges volta miatt a gyújtásnak a *holtpont előtt* kell bekövetkeznie. A kívánatos *előgyújtás* – amelyet a forgattyúnak gyújtáskor elfoglalt szöghelyzetével fejeznek ki – a motor konstrukciós adottságain kívül fordulatszámától és a tüzelőanyag minőségétől is függ.



4.67. ábra. Négyütemű *Otto*-motor dugattyúerői

a) nyomásgörbe; b) dugattyúerők; c) tehetetlenségi erők; d) hatásos dugattyúnyomás

A munkalököt (III. ütem, a diagramban DE) folyamán az égéstermékek – elvben adiabatikusan – kiterjeszkednek. Eközben a nyomás p_a -ról p_e -re csökken. E löket végén a kipufogószelep nyílik, és a nyomás p_k -ra csökken (az ábrában EF vonal).

A kipufogólököt (IV. ütem, FA vonal) alatt a dugattyú az égéstermékeket a kipufogószelepen át kitolja. Az áramlási ellenállások miatt a p_k kipufogónyomás kb. 10 kPa-lal (0,1 bar-ral) nagyobb a külső p_0 levegőnyomásnál. A negyedik ütem végén a kipufogószelep záródik, és a gép játéka ismétlődik.

A négy ütem lefolyása szemléletesebben úgy ábrázolható, hogy az egymást követő löketekhez tartozó görbéket nem egymásra, hanem egymás mellé rajzoljuk úgy, mintha a dugattyú egy irányú haladó mozgást végezne. A 4.67a ábra ezt a függvényt szemlélteti, ebbe a dugattyú másik oldalára nehezded p_0 légköri nyomás vonalát is berajzoltuk.

4.17. példa. Egy személygépkocsi-motor kompresszióviszonya $V_1/V_c = 9$; egy másiké 7. Mekkora az elméleti végnyomás és az elméleti véghőmérséklet, ha a kezdő állapot $90 \text{ kPa} = 0,9 \text{ bar}$, $30 \text{ }^\circ\text{C} = 303 \text{ K}$ és $\kappa = 1,33$?

Az egyik motorban

$$p_c = p_1 \left(\frac{V_1}{V_c} \right)^\kappa = 90 \text{ kPa} \cdot 9^{1,33} = 1,673 \text{ MPa} = 16,73 \text{ bar};$$

$$T_c = T_1 \left(\frac{V_1}{V_c} \right)^{\kappa-1} = 303 \text{ K} \cdot 9^{0,33} = 625,7 \text{ K};$$

$$t_c = 352,7 \text{ }^\circ\text{C}.$$

A másik motorban

$$p_c = 90 \text{ kPa} \cdot 7^{1,33} = 1,197 \text{ MPa} = 11,97 \text{ bar};$$

$$T_c = 303 \text{ K} \cdot 7^{0,33} = 575,9 \text{ K};$$

$$t_c = 302,9 \text{ }^\circ\text{C}.$$

(A valóságban a végnyomások és a hőmérsékletek a hengerfallyal való hőcsere és a folyékony tüzelőanyag-permet hűtőhatása folytán a számítottól eltérnek.)

4.18. példa. Eszményi négyhengeres Otto-motorban a kompresszió végnyomása $p_c = 1,3 \text{ MPa} = 13 \text{ bar}$, hőmérséklete $T_c = 570 \text{ K}$. A keverék összetétele $m_1/m_b = 22 \text{ kg/kg}$, vagyis 1 kg benzinre 22 kg levegő jut. A benzin fűtőértéke $H_a = 43,6 \text{ MJ/kg}$, az égéstermékkegy átlagos fajhője állandó térfogaton $c_v = 0,74 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$. Mekkora a T_D elméleti véghőmérséklet és a p_a végnyomás, vagyis, ha a *holtpontban* a keverék teljesen elég?

A keverék melegezése

$$T_D - T_c = \frac{H_a m_b}{(m_1 + m_b) c_v} = \frac{H_a}{\left(\frac{m_1}{m_b} + 1 \right) c_v} = \frac{43,6 \cdot 10^6 \text{ J/kg}}{23 \cdot 7,4 \cdot 10^2 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}} = 2562 \text{ K}.$$

A véghőmérséklet

$$T_D = T_c + 2562 \text{ K} = 570 \text{ K} + 2562 \text{ K} = 3132 \text{ K}.$$

A végnyomás

$$p_D = p_c \frac{T_D}{T_c} = 1,3 \text{ MPa} \frac{3132 \text{ K}}{570 \text{ K}} = 7,143 \text{ MPa} = 71,43 \text{ bar}.$$

b) A dugattyúerő munkája. A négy ütem tartama alatt szolgáltatott munkát a 4.66. és a 4.67. ábrán felrajzolt $p = p(V)$ függvényábra területéből lehet kiszámítani.

A 4.66. ábrán látható indikátordiagram területének meghatározásakor figyelembe kell venni, hogy annak alsó része negatív, mert az a szívó- és a kipufogólöket folyamán fogyasztott munkát jelenti. Ez az alsó (negatív) hurok azonban rendszerint oly kis területsávot zár körül, hogy elhanyagolható.

A 4.67a ábrán a motor munkája a III. expanziólöket alatt szolgáltatott W_1 pozitív munkaterület és a II. kompressziólöket alatt fogyasztott W_2 negatív munkaterület különbségével arányos ($W = W_1 - W_2$, ha az I. és a IV. ütembeli munkafogyasztást elhanyagoljuk).

A gép munkaszolgáltatását és munkafogyasztását még jobban szemlélteti a 4.67b ábra, amely a dugattyúerőt a dugattyúút függvényében ábrázolja. Az $F = A(p - p_0)$ dugattyúerő az $x = V_x/A$ dugattyúút mentén akkor szolgáltat pozitív munkát, ha a dugattyúhaladás irányába mutat (vagyis, ha az mozgatóerő). Minthogy a II. és IV. ütem alatt a dugattyút *visszafelé* halad, a 4.67b ábrán a második és a negyedik lökethez tartozó ordinátákat a 4.67a ábrához képest *ellenkező előjellel* kellett felmérni.

Gyorsabb járású gépeknél a dugattyúerők meghatározásakor az ide-oda járó tömegek gyorsításához, ill. lassításához szükséges F_{dx} erőket is figyelembe kell venni (vö. a 2.3.3. ponttal és a 2.75. ábrával). E *tömegezők munkája* a 4.67c ábra szerint minden *löket elején negatív* (a gyorsítás energiát fogyaszt), a *löket végén pozitív* (a tömeg lassulása energiát szolgáltat).

A tömegezők munkája egy-egy teljes löket alatt (holttponttól holtpontra) mindig nulla (vö. a 2.3.3. ponttal). A munkaterület nagyságát tehát a tömegezők nem változtatják meg (vö. a 2.75. ábrával).

Az $F_x - F_{dx}$ hatásos dugattyúerőt úgy szokás meghatározni, hogy az F_{dx} tömegezőerőket is a dugattyú A homloklapfelületére (vagyis a hengersizvény területére) vonatkoztatjuk, vagyis a dugattyúra ható $p_x - p_0$ nyomáskülönbségből a $p_{kx} = F_{kx}/A$, „*lendítőnyomást*” levonjuk, és az így kapott p_h *hatásos dugattyúnyomásból* kapjuk a hatásos F_h dugattyúerőt.

Írható, hogy

$$F_h = F_x - F_{kx} = A(p_x - p_0 - p_{kx}) = A p_h,$$

ahol az ide-oda mozgó alkatrészek tömegét m_x -szel, gyorsulásukat a_x -szel jelölve:

$$p_{kx} = \frac{m_x a_x}{A} \text{ Pa.} \quad (4.158)$$

A 4.67d ábrában a p_h hatásos dugattyúnyomásokat a 4.67a ábra szerinti széthúzott indikátordiagramból szerkesztettük meg. A p_{kx} lendítőnyomás előjelét itt – a 4.67c ábrától eltérően – a mozgásiránytól függetlenül úgy kell berajzolnunk, hogy a p_x dugattyúnyomástól tényleg levonásba kerülve a két görbe közti ordináta a p_h hatásos dugattyúnyomást adja.

A 4.67d ábra megrajzolásával arról is tájékozódunk, hogy a hatásos dugattyúerő hányszor változtatja irányát négy ütem alatt. Ha a lendítőnyomások legnagyobb értéke kisebb a sűrítési végnyomásnál, a hatásos dugattyúerő csak kétszer vált irányt (a 4.67d ábrában a két görbe csak az 1 és a 2 pontban metszi egymást).

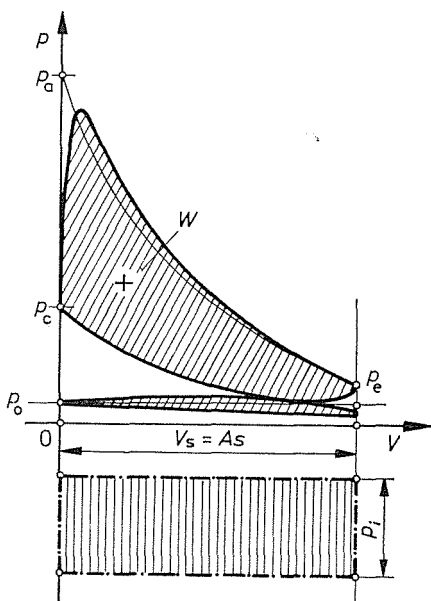
Minthogy az erő irányának megváltozása a hajtómű csapjaiban lökészerű igénybevételt okoz (amelynek nagysága az illesztési hézagtól függ), ezért a csapágyváltások száma minél kisebb legyen, és kerülni kell azt a fordulatszámot, amekkorán a csapváltás további két helyen (a kompresszió végefelé és égéskor) bekövetkezik.

c) **Indikált középnyomás és indikált teljesítmény.** A négyütemű *Otto*-motor *elméleti* indikátordiagramját – mint említettük – azon az alapon szerkesztjük, hogy a teljes *hőközlés a holtpontra* megtörténik. Ezzel a diagram alakja, mint a 4.66. ábrán

is feltüntetettük, a 4.68. ábrának vékonyan kihúzott vonala szerint felül erősen hegyes, az égés kezdetén, a p_c pontban pedig szögletes. A kompressziónak, ill. az expanziónak a vonala természetesen adiabata. A *valóságos diagram* az előgyújtás, továbbá az égési sebességnek véges volta miatt *letompul*, és a 4.68. ábra vastag vonala szerintivé válik. Hasonlóképpen legömbölyített a kipufogás és a szívás vonala is.

Az eszményitől való eltérés részletjelenségei a dugattyús gőzgépekéhez hasonlóak (l. a 4.2.2.b) pontot, a 4.66. és a 4.68. ábrát).

Az így kiadódó indikátordiagram a két teljes fordulat (négy ütem) tartama alatt végzett *indikált munkát* jellemzi. Ez a W_i munkaterület olyan derékszögű négyszöggel



4.68. ábra. Négyütemű *Otto*-motor valóságos indikátordiagramja: indikált középnyomása

egyenértékű, amelynek alapja a lökettérfogat $V_s = A_s$, magassága pedig a p_i indikált középnyomás (vö. a 4.2.2.d) ponttal):

$$p_i = \frac{W_i}{V_s} \text{ Pa.} \quad (4.159)$$

Az indikált középnyomást a dugattyús gőzgépekhez hasonlóan az indikátordiagram előzetes megszerkesztésével lehet meghatározni. Itt azonban az eszményitől való eltérés bizonytalanságai sokkal nagyobbak, mint a dugattyús gőzgépek esetében. Ezért ezt előzetesen az indikátordiagram felrajzolása nélkül – tapasztalati adatokra támaszkodó előzetes becsléssel – a következőképpen lehet megválasztani:

Ha az üzemanyag

acetilén, petróleum, gázolaj
kohógáz, generátorgáz
benzín, városi- és földgáz

Az indikált középnyomás p_i

3,5... 4,5 bar = 0,35...0,45 MPa;
4 ... 5,5 bar = 0,4 ...0,55 MPa;
6 ...10 bar = 0,6 ...1,0 MPa.

Az indikált középnyomás ugyanis a p_c sűrítési és a p_e égési végnyomástól és ennél fogva a tüzelőanyag minőségétől függ.

Az előbbi tájékoztató értékek a motor teljes terhelésére vonatkoznak. Kisebber terhelésnél az indikátordiagram területe és ezzel a középnyomás is kisebb.

Az **indikált teljesítmény** a 4.2.2. d) ponthoz hasonlóan határozható meg. Különbséget az jelent, hogy a belső égésű motor egyszeres működésű, a négyütemű pedig csak két fordulat alatt szolgáltatja a W_i indikált munkát. Ezért az indikált munka fordulatonként $W_i/2 = V_s p_i/2$ J. Az indikált teljesítmény pedig, ha a fordulatszám n s⁻¹:

$$P_i = \frac{W_i n}{2} = \frac{V_s p_i n}{2} \quad \text{W.} \quad (4.160)$$

A motorok legnagyobb része *többszörös*. Ha a hengerek száma z , ill. ha az *összlökettérfogat* $\Sigma V_s = z V_s$, akkor

$$P_i = \frac{\Sigma V_s p_i n}{2} \quad \text{W.} \quad (4.161)$$

A gép tengelyén hasznosítható P_e *effektív teljesítményt* a gépnek η_m mechanikai hatásfoka (vö. a 4.2.1c) ponttal) csökkenti:

$$P_e = \eta_m P_i \quad \text{W.} \quad (4.162)$$

Az effektív teljesítményt közvetlenül is kiszámíthatjuk, ha bevezetjük a $p_e = \eta_m p_i$ effektív középnyomás fogalmát. Ekkor az effektív teljesítmény

$$P_e = \frac{\Sigma V_s p_e n}{2} \eta_m \quad \text{W.} \quad (4.163)$$

4.19. példa. Egy négyütemű gázmotor dugattyúátmérője $D = 500$ mm, lökete $s = 700$ mm = 0,7 m, fordulatszáma $n = 160$ min⁻¹ = 2,667 s⁻¹. A legnagyobb nyomás becsülhető értéke $p_D = 25$ bar = 2,5 MPa, az indikált középnyomás $p_i = 4,2$ bar = 0,42 MPa értékűre tehető, a mechanikai hatásfok $\eta_m = 0,83$.

a) *Mekkora a várható effektív teljesítmény?*

A lökettérfogat

$$V_g = \frac{D^2 \pi}{4} s = \frac{0,5^2 \pi}{4} \cdot 0,7 \text{ m} = 0,137 44 \text{ m}^3.$$

Az indikált teljesítmény

$$P_i = \frac{V_g p_i n}{2} = \frac{0,137 44 \text{ m}^3 \cdot 0,42 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 \cdot 2,667 \text{ s}^{-1}}{2} = 76 969 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 76 969 \text{ W} = 76,97 \text{ kW}.$$

Az effektív teljesítmény

$$P_e = \eta_m P_i = 0,83 \cdot 76,97 \text{ kW} = 63,89 \text{ kW}.$$

b) *Mekkora a forgattyús hajtóművet terhelő legnagyobb dugattyúerő (a p_0 légköri nyomást kerekén 1 bar-nak véve)?*

$$F_a = \frac{D^2 \pi}{4} (p_D - p_0) = 0,196 35 \text{ m}^2 \cdot 2,5 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 0,4909 \cdot 10^6 \text{ N} = 490,9 \text{ kN}.$$

c) *Mekkora a legnagyobb tehetetlenségi erő és a lendítőnyomás?*

Az ide-oda járó tömegek m_x tömegének és a dugattyú A felületének viszonya tapasztalat szerint

$$m_x/A = 0,28 \text{ kg/cm}^2 = 2800 \text{ kg/m}^2. \quad \text{Ebből} \quad m_x = 2800 \frac{D^2 \pi}{4} = 2800 \text{ kg/m}^2 \cdot 0,196 35 \text{ kg/m}^2 = 549,78 \text{ kg}.$$

A gyorsulás legnagyobb értéke

$$a_x = r\omega^2 \left(1 + \frac{r}{l}\right) = \frac{s}{2} (2\pi n)^2 \left(1 + \frac{r}{l}\right) = 0,35 \text{ m} \cdot 16,75^2 \text{ s}^{-1} (1 + 0,2) = 117,9 \text{ m/s}^2.$$

Ezzel a legnagyobb tömegeerő

$$F_{kx} = m_x a_x = 550 \text{ kg} \cdot 117,9 \text{ m/s}^2 = 64\,845 \text{ N} \approx 65 \text{ kN},$$

és a legnagyobb lendítőnyomás

$$p_{kx} = \frac{m_x}{A} a_x = 2800 \text{ kg/m}^2 \cdot 117,9 \text{ m/s}^2 = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 0,33 \text{ MPa} = 3,3 \text{ bar}.$$

4.20. példa. Egy személygépkocsi motorjának lökettérfogata összesen $V_s = 9888 \text{ cm}^3 = 9,88 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$, effektív teljesítménye $n = 4500 \text{ min}^{-1} = 75 \text{ s}^{-1}$ fordulatszámon $P_e = 32 \text{ kW}$, mechanikai hatásfoka kb. $\eta_m = 0,85$. Mekkora a p_i indikált középnyomás?

Mínthogy

$$P_e = \frac{\eta_m \Sigma V_s p_i n}{2} \text{ W},$$

ebből

$$p_i = \frac{2P_e}{\eta_m \Sigma V_s n} = \frac{2 \cdot 32 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{m/s}}{0,85 \cdot 9,88 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot 75 \text{ s}^{-1}} = 1,016 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 1,016 \text{ MPa} = 10,16 \text{ bar}.$$

4.3.4. A négyütemű Diesel-motor

a) **Működésmódja.** A Diesel-motor az előzőekben tárgyalt Otto-motoroktól abban különbözik, hogy *tiszta levegőt szív be* és sűrít, ennél fogva a kompressziós végnyomás nagyságát az idő előtti öngyulladás veszélye nem korlátozza. Az I. ütemben beszívott, a környezetével körülbelül azonos nyomású levegőt a Diesel-motor dugattyúja a II. ütem folyamán $p_e = 35 \dots 75 \text{ bar}$ nyomásig sűríti. A nyomásviszonyok tehát rendszerint $p_c/p_s = 35 \dots 75$; a *kompressziótér így jóval kisebb*, mint az Otto-motoroké.

A kompresszióviszony

$$\frac{V_c}{V_1} = \frac{V_c}{V_c + V_s} = \left(\frac{p_1}{p_c}\right)^{1/\kappa} = \left(\frac{1}{35} \dots \frac{1}{75}\right)^{1/\kappa} = \left(\frac{1}{13} \dots \frac{1}{22}\right).$$

(Itt levegő kerül a hengerbe, ezért $\kappa = 1,4$.)

A kompresszió következtében a levegő hőmérséklete a II. löket végén már olyan nagy, hogy a III. ütemhez befecskendezett cseppfolyós tüzelőanyag a hengerben meggyullad, és az adagolással szabályozható időtartam alatt ég el. Az adagolás úgy is szabályozható, hogy az égés tartama alatt a hengerben a *nyomás gyakorlatilag állandó* maradjon. Az elégés után az expanzió és a kiömlés az Otto-motoréhoz hasonló.

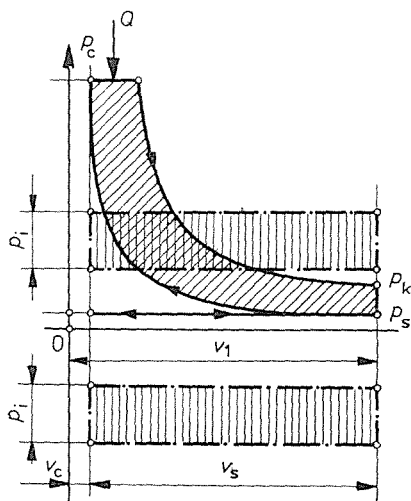
A Diesel-motor *elméleti indikátordiagramját* (amelyben a szívás és a kipufogás alatti ellenállást, az égési nyomásnak égés közbeni változását elhanyagoltuk) a 4.69. ábra szemlélteti. Mint látható, ennek IV. (kipufogó-) és I. (szívó-) üteme ugyanolyan, mint az Otto-motoré.

A *Diesel*-motor teljesítőképességét szintén az korlátozza, hogy a hengerbe annyi tüzelőanyag adagolható, amennyi az I. ütem alatt beszívott levegőben *tökéletesen* eléghet.

A jól szerkesztett *Diesel*-motor indikált középnyomása (teljes terhelésnél) $p_i = 6,5 \dots 8,5$ bar.

b) **A tüzelőanyag bejuttatása az égéstérbe.** Az égés minősége nagymértékben függ a tüzelőanyagnak a levegőben való elkeveredésétől. Az volna kívánatos, hogy a befecskendezés a tüzelőanyagot az egész égéstérben egyenletesen eloszta.

A tüzelőanyag bejuttatásának tökéletesítésére régebben úgy is jártak el, hogy többfokozatú, dugattyús *levetőkompresszorral* 6...7 MPa (60...70 bar) nyomású levegőt állítottak elő, amely a befecskendezőszelep előterébe adagolt üzemanyagot



4.69. ábra. Négyütemű *Diesel*-motor elméleti indikátordiagramja; indikált középnyomása

a III. ütem elején finom cseppekre bontva juttatja a hengerbe. Ezek a *kompresszoros Diesel*-motorok. A kompresszor energiát fogyaszt; ebből a szempontból tehát kedvezőbbek s ma már csaknem egyeduralgok a *kompresszor nélküli Diesel*-motorok.

A kompresszor nélküli motorok közvetlen befecskendezése esetében a tüzelőanyag egyenletes elosztása gondos tervezést igényel. Minthogy az egyenletes elosztás pusztán a fúvóka helyes kialakításával alig lehetséges, az *égéstérnek* különleges kiképzésével, annak megosztásával törekszenek arra, hogy az égés közbeni levegőmozgás a tüzelőanyag tökéletes elkeveredéséhez hozzájáruljon. Így alakultak ki az *osztott égésterű motorok* különböző változatai, úgymint az *előkamrás*, *örvénykamrás* és *légekamrás* motorok. Egyes változatokban a hengerfejbe épített *izzó alkatrészek* segítik elő a tüzelőanyag gyulladását induláskor (villamos fűtésű *izzógyertya*) vagy üzem közben is (*izzófej*es motor).

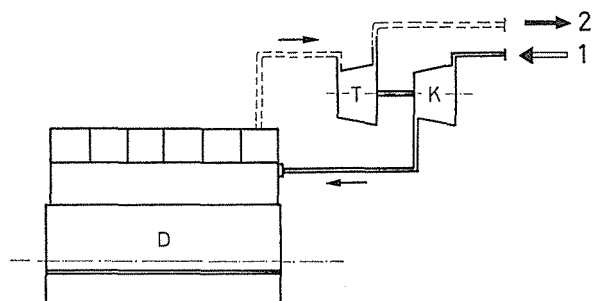
c) **A feltöltés.** Az eddigiekben feltételeztük, hogy az égési levegőt az I. (szívó-) ütemben létrehozott *szívás* juttatja a hengerbe. Ekkor a hengerben munkát végző levegő (és ezzel az eltüzelhető tüzelőanyag mennyisége) a henger térfogatával adott.

Az adott hengertérfogatba juttatható levegőmennyiséget úgy növelhetjük, hogy a hengerbe a levegőt nem a szabadból, hanem külső berendezéssel *megnövelt nyomású térből* vesszük. Ezt az eljárást nevezzük a *Diesel*-motorok *feltöltésének*. A feltöltés növeli az indikált középnyomást és vele a motor teljesítőképességét is.

A feltöltés bonyolulttá teszi a motort, és így csak nagyobb teljesítményekhez érdemes alkalmazni. Ezek nagy levegőforgalmára pedig nem volumetrikus, hanem áramlástanilag elvű feltöltő célszerű.

A feltöltésnek számos változata alakult ki napjainkig. Legkezedtelegesebb a külön géppel hajtott feltöltő; inkább csak kísérleti célra indokolt. A *mechanikus hajtású* töltőt a motor tengelye hajtja. Ez egyszerű megoldás, de az a tökéletlensége, hogy a nagyobb indikált középnyomás miatt megnőtt expanziós végnyomást nem használja ki munkavégzésre.

Leginkább elterjedt a **turbótöltő** (4.70. ábra).



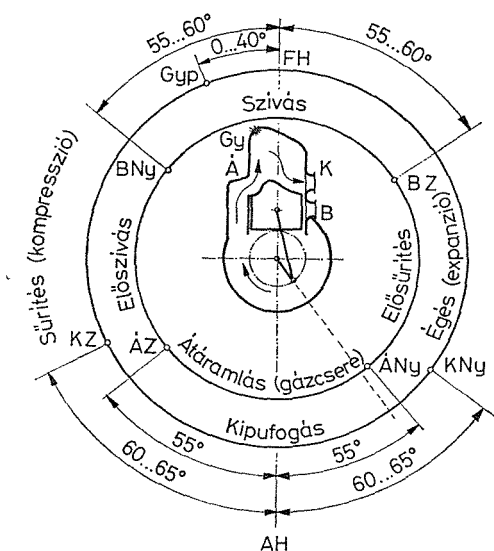
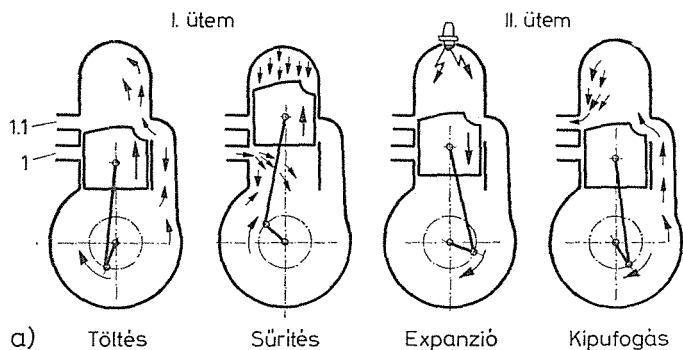
4.70. ábra. Diesel-motor és turbótöltő kapcsolata
D a Diesel-motor; *T* a turbina;
K a kompresszor; *1* szívás;
2 kipufogás

Ennek *K* töltőkompresszorát a motor kipufogógázai által hajtott *T turbina* hajtja. Ez szerkezetileg elkülönül a *D* motortól, de hőtanilag (tervezési adataiban) a motorhoz *jól kell illeszkednie*.

4.3.5. Kétütemű motorok

A négyütemű motor egy teljes munkaciklust négy löket, azaz a főtengelynek két körülfordulása alatt végez el. A négy löket közül csak egy a munkalöket. Az a törekvés, hogy ugyanakkora hengertérfogat mennél nagyobb teljesítményt adjon, továbbá az, hogy a motor mennél egyenletesebben járjon, vezetett a kétütemű motorok kifejlesztéséhez. Ezeknek *minden második lökete munkalöket*. A kétütemű motorok a — munkavégzés szempontjából meddő — szívó- és kipufogólöketeket kiküszöbölik oly módon, hogy a kipufogás rövid időre redukálva a *terjeszkedési löket végén* történik, a szívást pedig szintén rövid ideig tartó *öblítés és töltés* helyettesíti, amely a terjeszkedési löket *legvégén kezdődik*, és a sűrítőlöket elején fejeződik be (4.71. ábra).

Ennek a *gázcsere folyamatnak* a forgattyú oldali holtpontban kell megtörténnie. Evégett a henger ezen részén többnyire *rések* vannak külön az égéstermékek és külön a friss töltet részére. E réseket a dugattyú a forgattyúoldali holtpont közelében a löketnek kb. negyedrésze alatt szabaddá teszi, a löket többi részében zárva tartja. A terjeszkedési löket folyamán a dugattyú először a *kipufogóréseket* teszi szabaddá, majd röviddel utána a *friss töltet* beömlésére szolgáló réseket. A kiömlőrések nyitásának pillanatában az égéstermékek nyomása még elég nagy, 0,3...0,4 MPa (3...4 bar), a gáz tehát kezdetben nagy sebességgel áramlik ki, a nyomás a hengerben gyorsan csökken. A beömlőrések nyitásakor a hengerben — a kiömlővezeték ellenállása miatt is — még túlnyomás van; ennek ellenében kell a friss töltetet a hengerbe tolni. Ehhez *töltő* (fúvó, sűrítő) kell; *a kétütemű motor külön töltés nélkül nem működik*. A friss közeg „kisöpri” a hengertérfogatot. Ez a folyamat az öblítés.



4.71. ábra. Kéttütemű motor működési vázlata

K kipufogás; *Kny* kipufogás nyit; *KZ* kipufogás zár; *B* beömlés; *Bny* beömlés nyit; *BZ* beömlés zár; *FH* felső holtpont; *AH* alsó holtpont; *Á* átáramlás; *Ány* átáramlás nyit; *ÁZ* átáramlás zár; *Gy* gyertya; *Gyp* gyújtáspont

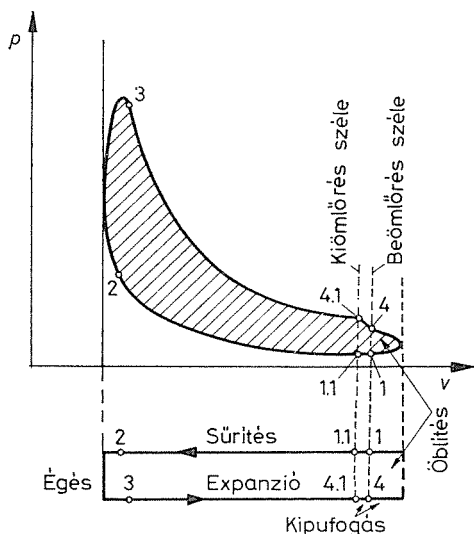
A kétütemű Otto-motor indikátordiagramját a 4.72. ábra szemlélteti. A két ütem az előzők szerint a következő:

I. ütem (*kompresszió*). A dugattyú a holtponttól a hengerfej felé mozog. Elzárja az *1* pontban a beömlő-, majd az *1.1* pontban a kipufogórészeket. Az *1* pontig beömlés, innen az *1.1* pontig öblítés van. A rések záródása után kompresszió van, és a dugattyú a keveréket a *2* pontig sűríti. Itt következik be a *gyújtás*, majd az *égés*, amely a *3* pontig tart. (Eszményi esetben az indikátordiagramnak a *2* és *3* pont környezetébe eső része a 4.66. ábra *C* és *D* pontjának környezetével lenne azonos.)

II. ütem (*expanzió*). A dugattyúnak a forgattyú felé mozgása alatt a gáz előbb *égés* közben a *3* pontig, majd további *égés nélkül*, vagyis elvben adiabatikusan terjeszkedik. Ez a *4.1* pontig tart, amikor is a kiömlőrés nyílik és a nyomás a hengerben gyorsan csökken. Rövidesen nyílik a beömlőrés is (a *4* pontban), és a friss keverék – az égéstermékek további kiáramlása közben – a hengerbe áramlik és megkezdődik az öblítés, amely az *1.1* rések zárulásával ér véget.

A kétütemű motorok szerkezeti kivitele különböző, ami az alkalmazott öblítési módban és a töltők fajtáiban nyilvánul meg. Kis teljesítményű motoroknál a töltő feladatát többnyire a motor forgattyúszekrénye (karter) és a dugattyú alsó felülete látja el; ez a **karteröblítésű** motor (l. a 4.71. ábrát). Nagyobb teljesítményű motoroknak többnyire külön öblítőszívójuk van.

A **kétütemű Diesel-motor** ütemei hasonlóak, mint az *Otto*-motoré. Eltérés itt is a gyújtás módjából adódik, ami az alkalmazandó kompresszióviszonyra is kihat. Felöltés kétütemű *Diesel*-motorhoz is alkalmazható.



4.72. ábra. Kétütemű *Otto*-motor indikátordiagramja

1 beömlés zárása; 1.1 kiömlés zárása;
2 gyújtás; 3 expanszió kezdete; 4.1 kiömlés
nyitása; 4 beömlés nyitása

A munkalöketek számának megkettőzéséből várni lehetne, hogy a kétütemű motor teljesítménye *kétszer akkora* lesz, mint az azonos hengertérfogatú négyüteműé. Ez azonban *nem teljesen* következik be, mert a töltéscsereviszonyok a kétütemű motorban nem tökéletesek, és a falhőmérsékletek nagyobbak. A külön sűrítővel ellátott kétütemű motor 1,3...1,7-szeresét, a karteröblítéses 1,4-szeresét szolgáltatja az azonos hengertérfogatú négyütemű motor teljesítményének.

4.3.6. A motor járásának egyenlőtlensége. A lendítőkerék

A motor dugattyúerőinek út menti változását szemléltető görbe (l. a 4.67. ábrát) a forgattyús hajtómű útján a forgattyúra átvitt *kerületi erők* függvényábrájának alakját is meghatározza.

A kerületi erő szerkesztésnek menetét a 2.3.3. pontban, a 2.74. ábra kapcsán már megismertük. A kettős működésű dugattyús gőzgép erőviszonyának alapulvételével szerkesztett **kerületi erők ábrája** (l. a 2.76. ábrát) a 2.34. pont szerint a lendítőkerék munkakiegyenlítő szerepét is megvilágítja, és a munkasebesség egyenlőtlenségi fokának meghatározásához vezet.

A négyütemű motor működése a gőzgéptől abban különbözik, hogy a motorban négy löket (két teljes fordulat) alatt csak egyetlen munkalöketet kapunk.

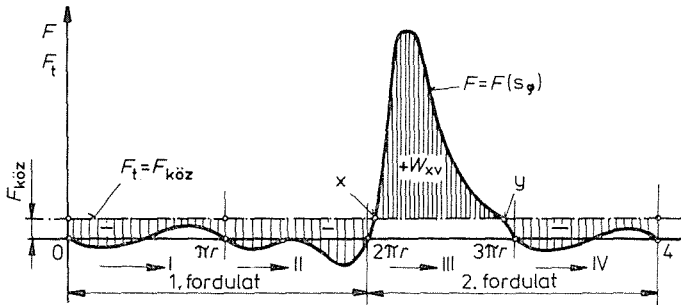
A 4.66. ábrából világosan kitűnik, hogy a négyütemű motor csak egy löket alatt szolgáltat munkát, a többi három löket munkát fogyaszt. A lendítőkeréknek

tehát akkorának kell lennie, hogy a munkalöket alatt a munka egy részét mozgási energia formájában tárolja, és pótolhassa a munkahiányt három további löket tartamára is.

A 4.73. ábra szerint a négyütemű motor kerületi erőinek ábráját két teljes fordulatra kell felrajzolni, éspedig a forgattyúcsap útjának $s_\varphi = r\varphi$ függvényében. Ha a motor terhelése egyenletes ($P_t = \text{konst.}$), akkor annak vonalát területkiegyenlítéssel lehet felrajzolni (vö. a 2.3.4. ponttal).

Az ábrából megállapítható, hogy az F hajtóerő csak az $s_\varphi s_\varphi$ útszakasz mentén nagyobb az F_t ellenállásánál. A szolgáltatott munkafelesleg nagyságát az X és Y metszópont közé eső W_{XV} munkaterület jellemzi, amely a lendítőkerék mozgásienergia-növekedését is meghatározza.

Ezt a W_{XV} munkaterületet a kerületi erők ábrájának felrajzolása nélkül is jó közelítéssel ki lehet számítani, mert nagysága az indikátordiagram ($W = W_1 - W_2$) területéből is származtatható.



4.73. ábra. Négyütemű *Otto*-motor kerületi erőinek ábrája

A 4.3.3.b) pontban kimutattuk, hogy a négyütemű motor munkaszolgáltatása szempontjából csak a II. (sűrítő-) löket alatt fogyasztott W_2 (negatív) munkaterületnek és a III. (expanzíós) löket alatt kapott W_1 (pozitív) munkaterületnek van jelentősége. A kerületi erők ábráján a III. ütem alatt a hajtóerő munkája W_1 , az ellenállás munkája pedig $W/4 = 0,25 W$. A mozgási energiává alakuló munkafelesleg tehát (jó közelítéssel)

$$W_{XV} = W_1 - 0,25 W \text{ J.}$$

A W_1 munkaterület a $\varrho = W_2/W$ területarány bevezetésével szintén kifejezhető az indikátordiagram területével. Írható:

$$W_1 = W + W_2 = (1 + \varrho) W \text{ J,}$$

$$W_{XV} = (1 + \varrho - 0,25) W \text{ J.}$$

A ϱ területarányt a $p_{köz}$ e sűrítési középnyomás és a p_i indikált középnyomás viszonya ($\varrho = p_{köz} / p_i$) is meghatározza.

4.3.7. A többhengeres gépjárműmotorok

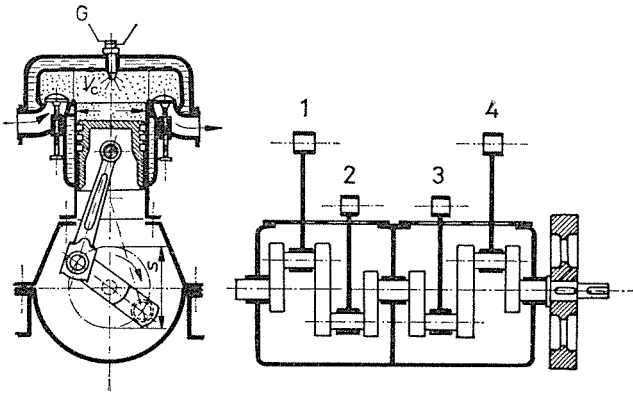
A gépjárművek (személy- és tehergépkocsik, vontatógépek, motorkerékpárok és repülőgépek) motorjai *többhengeres* elrendezésűek, ezáltal a gép járása jóval egyenletesebbé válik. Ezeknek a motoroknak a szerkezete a gépjármű különleges üzemi követelményeihez igazodóan annyira változatos, hogy a sokféle változat leírása e könny kereteibe nem illeszhető.

A helyhez kötött motorokhoz viszonyítva a legfontosabb követelmény a motor jó **tömegkihasználása** (kg/kW), ami elsősorban a *fordulatszám és a középnyomás növelésével* érhető el. Nagy szilárdságú szerkezeti anyagok és könnyűfémek (alumi

niumötvözetek), továbbá különleges megmunkálási módok alkalmazásával a motor tömege szintén csökkenthető.

A négyhengeres (négyütemű) motor elvi elrendezését a 4.74. ábra szemlélteti. A hengerek forgattyús hajtóművei egymáshoz képest 180° -os elkeléssel dolgoznak oly módon, hogy a négyütemű gép minden löketére jusson egy-egy munkalöket.

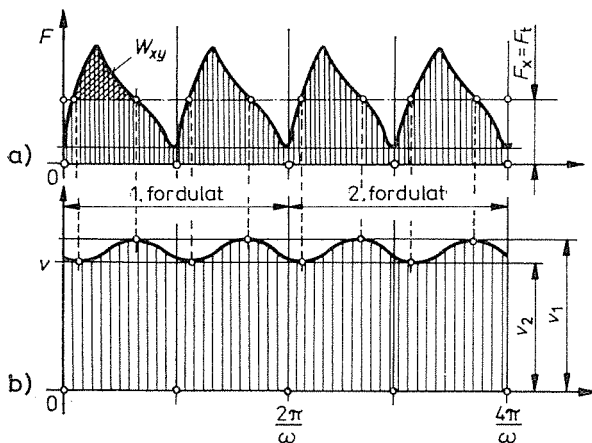
A lendítőerők kiegyensúlyozására a munkalöketek a hengerek elrendezésétől *eltérő sorrendben* követik egymást. A 4.74. ábra jelöléseivel az 1., 2., 4. és 3. henger azonos ütemei követik egymást mindig egy-egy fél fordulatú fáziskéséssel.



4.74. ábra. Négyhengeres, négyütemű *Otto*-motor vázlata

Meg kell jegyezni, hogy a négyhengeres elrendezéssel (a véges hajtórúd torzító hatása miatt) a lendítőerők rázó hatása teljesen nem szüntethető meg. *A tökéletes kiegyensúlyozáshoz legalább hathengeres elrendezésre van szükség.*

Ha a motor főtengelye áttétel nélkül hajtja a gépjármű légszűrőjét (repülőgép) vagy propellerjét (motorcsónak), akkor a fordulatszám megválasztásával az üzem gazdaságosságának követelményei a mértékadóak. Így a fordulatszám $n = 1000 \dots \dots 1800 \text{ min}^{-1} = 15 \dots 30 \text{ s}^{-1}$.



4.75. ábra. Négyhengeres, négyütemű *Otto*-motor kerületi erőinek ábrája

A négyhengeres motor járásának egyenletességét a nagy fordulatszámon kívül a kerületi erők egyenletesebb eloszlása is biztosítja.

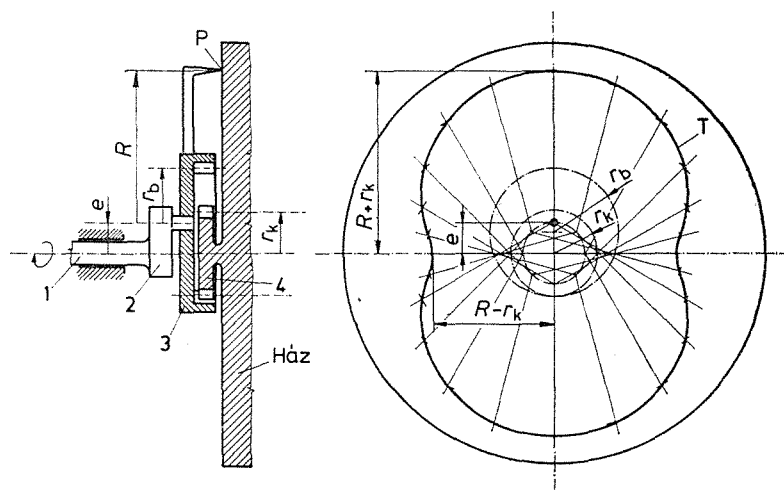
A kerületi erők ábrájából (4.75. ábra) megállapítható, hogy a gyorsítóerők munkáját jellemző munkaterület az indikátordiagram területének csak mintegy *negyedrésze*. A gép teljesítménye viszont azonos hengerméreték mellett – a hengerek számával arányosan – *négyszer akkora*. Így tehát egészen kis lendítőkerékre van szükség.

A *gyors járású* motor munkafolyamata abban különbözik a *lassú járású* motorokétól, hogy az elégéshez és az égéstermékek nyomásának kiegyenlítéséhez szükséges időtartam viszonylagosan nagy az egész löket idejéhez képest. A vezérlőművet tehát úgy kell beállítani, hogy a keveréket a dugattyú holtponthoz állása előtt gyújtsa meg (*előgyújtás*), és a kipufogószelepet is a holtpont előtt nyissa. A vezérlőmű helyes beállítására az indikátordiagram alakjából és területéből következtethetünk. (A gyors járású motor munkafolyamatát jellemző munkaterület ugyanis mindig kisebb, mint a lassú járású motoré. Helyes beállítással e területcsökkenés kisebbíthető, és ezáltal a motor teljesítőképessége fokozható.)

4.3.8. Forgódugattyús motorok. A Wankel-motor

a) **A forgódugattyús motorok működési elve.** A belső égésű motorok fejlődésének már első szakaszában felmerült az a gondolat, hogy a volumetrikus működést kedvező volna *forgó mozgással* megvalósítani. Ennek alkalmazhatóságát a forgó mozgású volumetrikus víz- és légszivattyúk, valamint kompresszorok típusainak sokfélesége bizonyítja.

A szivattyúknál és kompresszoroknál bevált működési és szerkezeti elveket azonban a belső égésű motorokban nem lehet minden további nélkül alkalmazni. Ezeknél ugyanis a munkatér tömítése egyrészt fontos követelmény, másrészt – a nagy nyomások és hőmérsékletek, ezek változásából származó terjeszkedéskülönb-



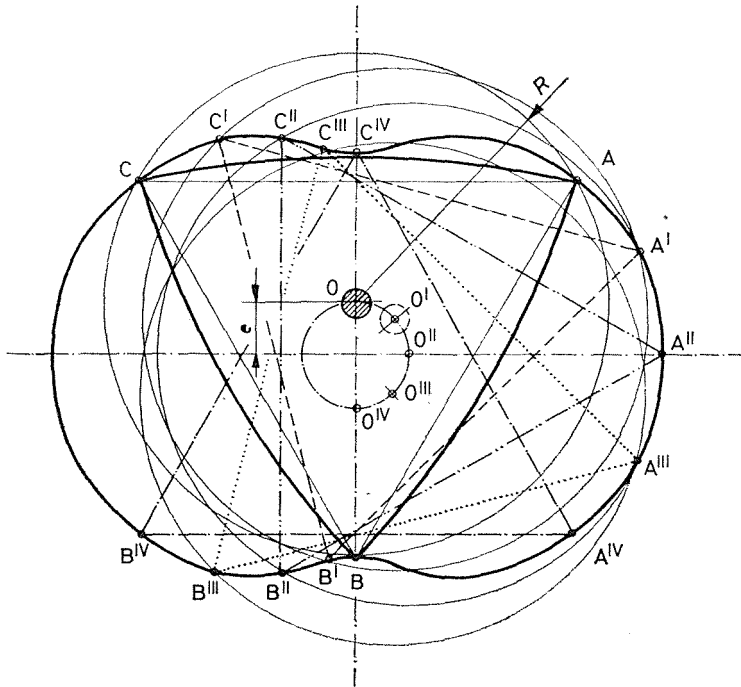
4.76. ábra. A Wankel-motor kinematikai vázlata

1 főtengely; 2 főforgattyú; 3 belső fogazatú fogaskerék, egyúttal forgódugattyú; 4 külső fogazatú álló fogaskerék; T a P pont által a főtengely forgása közben leírt trochoidgörbe

ségek folytán — igen nehéz feladat. Ezért a sok változat közül egyetlen működési és szerkezeti elv bizonyult eddig életképesnek; ennek első eredményeit is tízéves (1926—1936) szívós tömítéstechnikai alapkutatás után sikerült elérni. Ezt a kutatást újabb húszéves fejlesztési munkának kellett követnie, míg az első piacképes példányok megjelenhettek. Az eredmények *Felix Wankel* munkáját dicsérik, és bizonyítják annak a megállapításnak a helyességét, miszerint a műszaki alkotások sikeréhez viszonylag kevés *inspiráció* (ihlet) mellé igen sok *perspiráció* (veríték) kell. A továbbiakban ezt az egyetlen sikeres típust, a *Wankel*-motort tárgyaljuk.

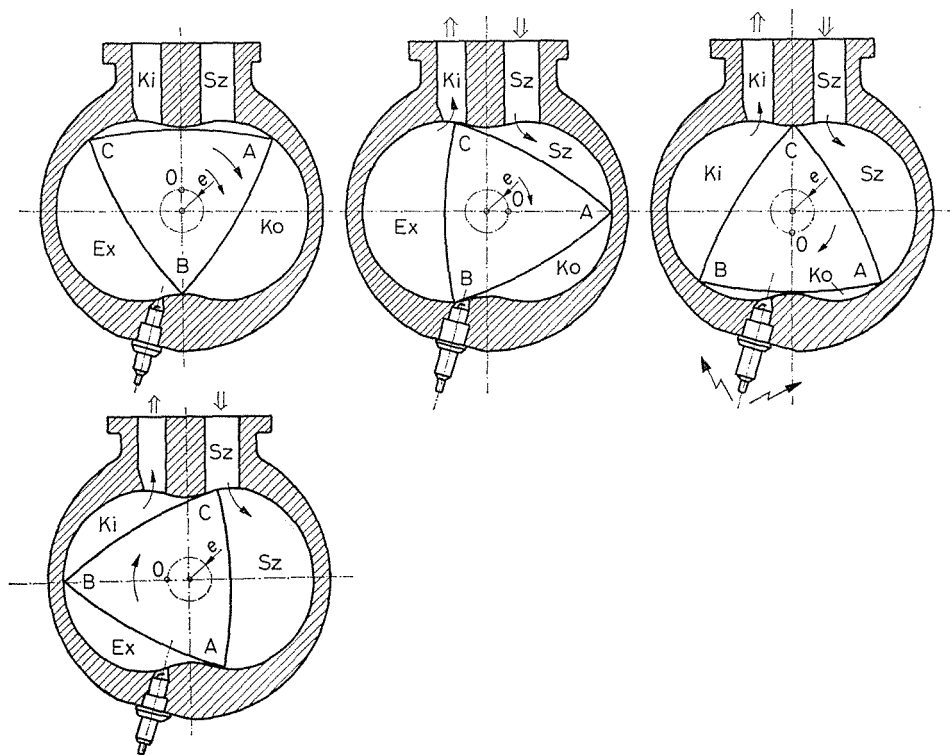
b) **A Wankel-motor kinematikája és működése.** Építsünk a 4.76. ábra szerint az I tengelynek e excentricitású 2 forgattyújára azon szabad elfordulásra képes r_b osztókör-sugarú, belső fogazatú 3 kereket. Ez a fogaskerék kapcsolódjék egy r_k osztókör-sugarú, külső fogazatú, az I főtengellyel egytengelyű, a motorházhoz erősített (tehát álló) 4 fogaskerékhez. Legyen $r_k : r_b = 2 : 3$. Ha a főtengelyt körülforgatjuk, akkor a nagy (belső fogazatú) kerék fogazata a kicsién legördül, és így a nagy kerék a főtengelyhez viszonyítva visszafelé forog (bolygóelv). Ha $r_k : r_b = 2 : 3$, akkor a főtengelynek három körülforgása alatt a nagy kerék kétszer fordul a főtengelyhez képest vissza, tehát az álló környezethez (a motorházhoz) képest egy fordulatot tesz a főtengellyel azonos irányban.

A nagy kerékre erősített, annak tengelyétől R sugáron kinyúló P pont (4.76. ábra) eközben ún. kétívű T trochoidot fut be. Ilyen *trochoid keresztmetszetű tér a motor munkatere* (hengere), amelyben a forgó dugattyú mozog. A *forgó dugattyút* pedig a nagy (belső fogazatú) kerék köré épített olyan háromélű, domború oldalú



4.77. ábra. A forgódugattyú helyzetei 45°-onként elfordított főforgattyú-helyzetekben
 — alaphelyzet 0; - - - - 45° elfordulás O' -be; - · - · - 90° elfordulás O'' -be; · · · · · 135°
 elfordulás O''' -be; - - - - 180° elfordulás O'''' -be

hasáb képezi (4.77 és 4.78. ábra), amelynek élei a nagy kerék tengelyétől R távolságban vannak. Ezek az egyes munkatereteknek elválasztó-, egyúttal az egész munkafolyamatnak vezérlőelei. A főtengely forgása közben ugyanis a forgó dugattyú és a ház közötti három tér térfogata változik; ez a változás hozza létre a négyütemű működés egyes ütemeit, amelyeknek sorrendjét a 4.78. ábra szemlélteti.



4.78. ábra. A *Wankel*-motor működési vázlat

Sz a szívás; Ko a kompresszió; Ex az expanzió; Ki a kipufogás; O a forgattyú

A motor tengelyén a **nyomaték úgy jön létre**, hogy a forgó dugattyú egyes felületeire ható erők a dugattyút képező hasábnak és így a nagy fogaskeréknek tengelyén át, vagyis a főtengelyhez képest e excentricitású kör kerületén hatnak.

Kétségtelen, hogy a munkafolyamatnak tisztán forgó alkatrészekkel történő megvalósítása igen nagy előny, ami folytán a *Wankel*-motor nagy jövő előtt állhat. Nem lebecsülendők azonban a gyártás és a karbantartás igényességéből származó nehézségek sem. Ezért — bár a licencvevők száma tekintélyes — a *Wankel*-motor terjedése nem töretlen, és aligha terjedhet ki minden alkalmazási területre. A szerkezeti részleteknek és a gyártástechnológiai felkészültségnek, valamint a karbantartási és javítási színvonalnak fejlődése és a fejlődésnek a mindenképpen fennálló nehézségekhez való viszonya szabja meg majd a *Wankel*-motor elterjedésének mértékét és határait.

4.3.9. Tüzelőanyag-fogyasztás és hatások. A motor jelleggörbéi

a) **Töltési fok.** A motornak egy munkaciklusa alatt végzett munkája (és így teljesítőképessége) nagymértékben függ a hengerbe adagolt *éghető gázelegy mennyiségétől*. A gyors járású motor hengerébe a nagyobb áramlási veszteségek miatt *kisebb nyomású*, a hűtés tökéletlensége miatt pedig *nagyobb hőmérsékletű* elegy jut, mint a lassú járású gépbe. Mindkét oknál fogva kisebb lesz a λ töltési fok, amely a hengerbe jutó m_f friss töltetnek (gázelegy, ill. levegő) viszonya ahhoz az m_0 töltetmennyiséghez, amely a $V_s = A_s$ lökettérfogatot a beömlés előtti p_0, T_0 külső állapotban töltene ki: $\lambda = m_f/m_0$.

Tökéletesen átöblített négyütemű motorban a töltési fok csak a közeg ρ sűrűségének változásától, tehát a szívási Δp nyomáseséstől és ΔT melegedéstől függ. Ekkor

$$\lambda = \frac{m_f}{m_0} = \frac{V_s \rho_f}{V_s \rho_0} = \frac{p_f}{p_0} \frac{T_0}{T_f} = \frac{p_0 - \Delta p}{p_0} \frac{T_0}{T_0 + \Delta T} \quad (4.164)$$

A töltési fokot számítással nem lehet pontosan meghatározni. Az átöblítés négyütemű motorban sem tökéletes; kétütemű motorban kimondottan gyenge. Feltöltött motor hengerében a nyomás az I. ütemben a légkörinél nagyobb, és így a töltési fok is nagyobb egynél.

A töltési fok szokásos értékei

négyütemű, lassú járású szívómotoré $\lambda = 0,80 \dots 0,93$;
 négyütemű, gyors járású szívómotoré $\lambda = 0,65 \dots 0,80$;
 feltöltött motoré $\lambda = 1,5 \dots 2$.

A λ töltési fok az *Otto*-motor teljesítményének üzem közbeni változtatásakor mennyiségi szabályozással is csökkenthető. A szívócsatornába iktatott **fojtószelep** zárásával a beszívott keverék nyomása csökken, ezzel a töltési fok arányában kevesebb elegy jut a hengerbe, ha a gép kisebb terheléssel jár.

A λ töltési fok nemcsak a környezeti p_0, T_0 állapotra, hanem valamely p_n, T_n normál állapotra is vonatkoztatható. Az így értelmezett töltési fok a *környezettel* is változik. A kis légnyomás befolyása különösen a *repülőmotorok* üzemében oly mértékben érvényesül, hogy magassági repüléshez csak különleges követelmények alapján szerkesztett motorok használhatók.

b) **Tüzelőanyag-fogyasztás.** A hőerőgép üzemeltetési költségeinek legnagyobb része a tüzelőanyag-költség. Elsősorban a tüzelőanyag-fogyasztás adhat szabatos összehasonlítási alapot, ha azt a motor egységnyi hasznos munkájára vonatkoztatjuk. Ez a motor **fajlagos fogyasztása**. A motor hasznos munkájának SI-egysége a J vagy ennek többszöröse a kJ; de a gyakorlatban használt egység — ugyanúgy, mint a gőzerőgépeknél — a kW·h (1 kW·h = 3600 kJ = 3,6 MJ). A tüzelőanyag mennyiségének SI-egysége a kg, de célszerű ennek törtrészét, a g-ot (grammot), a ritkábban használt gázhalmazállapotú tüzelőanyagoknál a m³ egységet alkalmazni. A *fajlagos tüzelőanyag-fogyasztás gyakorlati egysége* tehát g/(kW·h), ill. m³/(kW·h). (A kg/J mértékegység 10⁻⁸ nagyságrendeket adna).

Fajlagos tüzelőanyag-fogyasztás helyett a motor **fajlagos hőfogyasztásával** is jellemezhető, amikor is a tüzelőanyag-fogyasztást a *fűtőérték* segítségével hőfogyasztásra számítjuk át. A hőfogyasztás egysége — a gőzerőgépekéhez hasonlóan — elvben J/J lenne (vagyis dimenzió nélküli mennyiség, a hatások reciproka); a gyakorlatban azonban kJ/(kW·h) mértékegység használatos.

Gáz halmazállapotú tüzelőanyagok használata kapcsán rá kell mutatnunk arra, hogy fizikai és üzemtani jellemzőiket a gyakorlatban egységnyi térfogatra (egy köbméterre) vonatkoztatjuk; az égéshez szükséges levegő mennyiségét pedig mindenfajta tüzelőanyagra szintén köbméterben szokták megadni. Minthogy azonban a gáz térfogata a nyomásnak és a hőmérsékletnek függvénye, a szakirodalomban talált idevágó adatok felhasználása előtt mindenkor azt kell megállapítani, hogy a gáz (vagy levegő) térfogata milyen állapotra vonatkozik. Ez azért fontos, mert a szakirodalomban a gázmennyiség megadására többféle szabványos (normál-) állapotjellemző használatos, amelyek egymástól eltérő számértéket adnak.

1. A gázok normálállapota (MSZ 2373) a normál hőmérsékleten ($t_n = 0\text{ °C}$, $T_n = 273,16\text{ K}$) és a normál nyomáson ($p_n = 101\,325\text{ Pa} = 1,013\,25\text{ bar}$) levő állapota. Ez megegyezik a régen használt „fizikai normál” állapottal.

A gázok moláris normál térfogata (az Avogadro tétel szerint) $V_n = 22,41\text{ l/mol}$. A gázok normál sűrűsége a normál állapotban levő sűrűségük, vagyis a gáz tömege osztva a normál hőmérsékleten és a normál nyomáson levő térfogatával.

2. Technikai normálállapotot régebben használták a gyakorlatban. Ez az állapot $t = 20\text{ °C}$ -hoz és a $p = 1\text{ at}$ ($= 1\text{ kp/cm}^2$ -es ún. technikai atmoszféra) nyomáshoz tartozó állapot. A technikai normálállapot alkalmazása ma már nem törvényes.

Az egyes tüzelőanyagok tulajdonságairól és a velük átlagosan elérhető fajlagos fogyasztásról a 4.3. táblázat tájékoztat. Ennek levegőszükséglet-értékei közül a kisebbik az elméletileg szükséges levegőmennyiséget fejezi ki, a nagyobbik pedig a tökéletes elégéshez szükséges levegőfelesleg figyelembevételével megállapított mennyiséget adja.

4.3. táblázat

A motor-tüzelőanyag fontosabb adatai

	A tüzelőanyag fajtája	Fűtőérték, H_n		Levegőszükséglet		Fajlagos fogyasztás		
		MJ/kg	MJ/m ³	m ³ /kg	m ³ /m ³	g/(kW·h)	m ³ /(kW·H)	MJ/(kW·h)
Cseppfolyós	Alkohol	24	—	6...12	—	550	—	11
	Diesel-olaj	42	—	11...20	—	230	—	9,7
	Benzin	44	—	12...20	—	320	—	14
Légemű	Kohógáz	—	3,8	—	0,75...1,2	—	3,5	13
	Generátorgáz	—	5,0	—	1,0...1,4	—	3,0	15
	Földgáz	—	32,7	—	9,5...13	—	0,43	14

A fajlagos fogyasztások elsősorban a motor rendszerétől és felépítésétől függenek. A táblázat fogyasztási adatai ezért csak általános, közelítő értékek.

A méretezéseinél kisebb terhelésen a fogyasztás lényegesen nagyobb, mert az üresjárási fogyasztás jobban érvényre jut.

c) A motor hatásfoka a teljesített munkának és a tüzelőanyagban rendelkezésre állott és elfogyasztott hőnek a hányadosa. Természetesen mindkét mennyiséget időegységre is vonatkoztathatjuk; ekkor a hatásfok a teljesítmény és a hőáram viszonya. Ha tehát a motor teljesítménye P , az elfogyasztott tüzelőanyag q_m , a tüzelőanyag fűtőértéke H_a , akkor a hatásfok

$$\eta = \frac{P}{q_m H_a} \cdot$$

4.21. példa. Egy $P = 30$ kW-os benzinmotor tüzelőanyag-fogyasztása teljes terhelésnél $q_m = 9,8$ kg/h = $2,722 \cdot 10^{-3}$ kg/s, a benzin fűtőértéke $H_a = 43,58$ MJ/kg.
A hatásfok

$$\eta = \frac{P}{q_m H_a} = \frac{3 \cdot 10^4 \text{ W}}{2,722 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s} \cdot 43,58 \cdot 10^7 \text{ J/kg}} = 0,253,$$

$$\eta = 25,3\%.$$

4.22. példa. A 4.19. példában tárgyalt $P = 64$ kW-os (kerekített érték) négyütemű generátorgáz-motor lökete $s = 700$ mm, dugattyúátmérője $D = 500$ mm ($A = 0,196$ m²), fordulatszáma $n = 160$ min⁻¹ (= $2,67$ s⁻¹).

Mekkora a motor fajlagos tüzelőanyag- és hőfogyasztása, hatásfoka?

Tüzelőanyag-fogyasztás. A $H_a = 5$ MJ/m³ fűtőértékű generátorgáz elégetéshez szükséges levegőmennyiség $L = 1,4$ m³/m³; a bevezetett gázelegy térfogata tehát (normál állapotban) $L+1 = 2,4$ m³/m³, annak fűtőértéke pedig

$$\frac{H_a}{L+1} = \frac{5 \text{ MJ/m}^3}{2,4 \text{ m}^3/\text{m}^3} = 2,083 \text{ MJ/m}^3.$$

A másodpercenként beszívott gázelegy $\lambda = 0,8$ töltési fokkal

$$q_v = \frac{\lambda A s n}{2} = \frac{0,8 \cdot 0,196 \text{ m}^2 \cdot 0,7 \text{ m} \cdot 2,667 \text{ s}^{-1}}{2} = 0,1464 \text{ m}^3/\text{s}.$$

A fajlagos generátorgáz-fogyasztás tehát

$$b = \frac{q_v}{(L+1)P} = \frac{0,1464 \text{ m}^3/\text{s}}{2,4 \text{ m}^3/\text{m}^3 \cdot 64 \cdot 10^4 \text{ W}} = 9,529 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3/(\text{W} \cdot \text{s}) = 3,43 \text{ m}^3/(\text{kW} \cdot \text{h}).$$

A fajlagos hőfogyasztás pedig

$$q_e = H_a b = 5 \cdot 10^6 \text{ J/m}^3 \cdot 9,529 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3/(\text{W} \cdot \text{s}) = 4,765 \text{ J}/(\text{W} \cdot \text{s}) =$$

$$= 17,154 \cdot 10^6 \text{ J}/(\text{kW} \cdot \text{h}) = 17,15 \text{ MJ}/(\text{kW} \cdot \text{h}).$$

A motor hatásfoka (teljes terheléssel)

$$\eta = \frac{1}{q_e} = \frac{1}{4,76 \text{ J/J}} = 0,21,$$

$$\eta = 21\%.$$

4.23. példa. Egy $P_n = 40$ kW teljesítményű, négyütemű, $z = 4$ hengeres benzinmotor fordulatszáma $n = 3000$ min⁻¹ = 50 s⁻¹. A szívási nyomásesés $\Delta p = 0,05$ bar = 5 kPa, a felmelegedés szíváskor a környezeti hőmérséklethez képest $\Delta t = 55$ °C = $\Delta T = 55$ K. A környezeti hőmérséklet 10 °C ($T_0 = 283$ K).

Mekkora a motor töltési foka, hatásfoka és a henger átmérője?

A számított töltési fok (a környezeti nyomást kereken $p_0 = 1$ bar-nak véve)

$$\lambda = \frac{p_0 - \Delta p}{p_0} \frac{T_0}{T_0 + \Delta T} = \frac{(1 - 0,05) \cdot 10^5 \text{ Pa}}{10^5 \text{ Pa}} \frac{283 \text{ K}}{(283 + 55) \text{ K}} = 0,8.$$

A benzinmotor tapasztalati fajlagos fogyasztása $b = 320$ g/(kW·h) = $0,0889$ g/kJ = $8,89 \cdot 10^{-8}$ kg/J. A benzin fűtőértéke $H_a = 44$ MJ/kg = $4,4 \cdot 10^7$ J/kg, az elégetéshez szükséges levegő (a légfesleg figyelembevételével) $L = 18$ m³/kg (normál állapotú) levegő.

A motor hatásfoka

$$\eta = \frac{1}{H_a b} = \frac{1}{4,4 \cdot 10^7 \text{ J/kg} \cdot 8,89 \cdot 10^{-8} \text{ kg/J}} = 0,255,$$

$$\eta = 25,5\%.$$

A motor *hengerméreteit* határozzuk meg úgy, hogy a motor 15%-kal ($\xi = 1,15$) túlterhelhető legyen, a legnagyobb teljesítmény tehát $P_t = 1,15P_n = 46$ kW.

A $V_s = As$ lökettérfogatot másodpercenként $2n$ -szer kell megtölteni, mert négy henger van, és egy-egy hengerben minden második fordulaton van töltés.

Tehát írható:

$$P_t bL = \lambda As 2n,$$

amiből

$$V_s = As = \frac{P_t bL}{\lambda 2n} = \frac{4,6 \cdot 10^4 \text{ J/s} \cdot 8,89 \cdot 10^{-8} \text{ kg/J} \cdot 18 \text{ m}^3/\text{kg}}{0,8 \cdot 2 \cdot 50 \text{ s}^{-1}} = 9,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 920 \text{ cm}^3.$$

A *hengerméret* az s löket és a D dugattyúátmérő s/D arányának megválasztásától számíthatók. Az adott esetben $s/D \approx 1$ helyettesítéssel írható:

$$V_s = As = \frac{D^2 \pi}{4} s = \frac{D^3 \pi}{4} \frac{s}{D};$$

azaz

$$D = \sqrt[3]{\frac{4V_s}{\pi s/D}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 920 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{3,14 \cdot 1}} = 0,1054 \text{ m} \approx 105 \text{ mm}.$$

d) Kenőanyag-fogyasztás. A tüzelőanyag-fogyasztás mellett az egyéb üzemanyagoknak, köztük a legfontosabbaknak, a kenőanyagoknak fogyasztása is figyelmet érdemel. A kenőanyagok minőségi felsorolása helyett itt csak arra utalunk, hogy a gépgyárak kezelési utasításai az alkalmazható kenőolajok minőségét is előírják. Egyes nagy, helyhez kötött motorokban (gázmotorok) kétféle olajat használnak, mert csak a hengerben a nagy hőigénybevétel miatt van különleges motorolajra szükség.

A kenőolaj-fogyasztást is a szolgáltatott egységnyi munkára (kW·h) szokás vonatkoztatni. Ez a fajlagos kenőolaj-fogyasztás a motor minőségétől és állapotától függ; átlagosan 7 g/(kW·h)-val lehet számolni.

e) Hűtővíz-fogyasztás. A vízű motor vízszükséglete azon az alapon ítéltető meg, hogy a hűtővíznek átadott hő 3,5...4 MJ/(kW·h). Ha 10...20K vízmelegedéssel számolunk, a vízszükséglet 40...100 kg/(kW·h).

f) Motorok jelleggörbéi. A belső égésű motorokat meghatározott *fordulatszámra* tervezzük; ez a *névtleges* fordulatszám. A motorok azonban többnyire *változó fordulatszámot* igénylő gépet hajtanak; a fordulatszámmal pedig az M nyomaték, a P teljesítmény és a b tüzelőanyag-fogyasztás is változik. Ezeknek értékét a fordulatszám függvényében a motor jelleggörbéi mutatják.

A motor nyomatéka ($M \approx P/n = kp_i$) azonos motoron ($\Sigma V_h = \text{konst.}$, $\eta_m \approx \text{konst.}$) csak az *indikált középnyomástól* függ: azzal arányos.

Az indikált középnyomás változhat

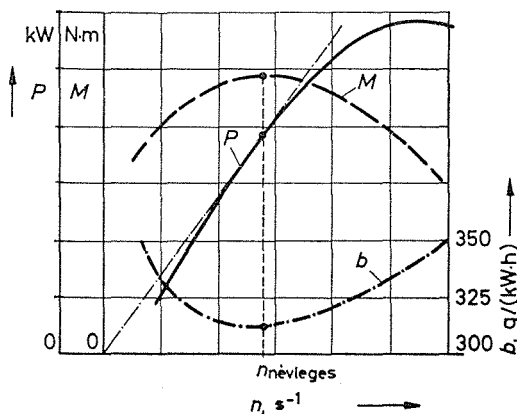
- a hengerbe egy munkaciklus alatt bejuttatott *tüzelőanyag mennyiségének* változtatásával;
- a *fordulatszámmal*, változatlan adagolóállás (pl. gépkocsinál gázpedálállás) esetén is.

Állandó adagolóállásnál, ha a fordulatszám a tervezési érték *alá* esik, a keverék-képzésnek és ezzel az *égésnek minősége* romlik. Nagy fordulatszámon viszont a motorban a munkát végző gázok q_v térfogatárama nagy, a szívó- és a kipufogó-szerveken az ellenállás nagy, és így a motor λ *töltési foka* kisebb. Mindkét ok csökkenti az indikált középnyomást, ezért a *nyomatékot* a fordulatszám függvényében

ábrázoló M görbe a névleges fordulatszámtól való mindkét irányú eltérés esetén lefelé hajlik (4.79. ábra). Az elhajlás *Otto*-motoroknál nagyobb, *Diesel*-motoroknál kisebb.

A teljesítmény ($P = M2\pi n$) vonala ugyanilyen értelemben tér el a lineárisan emelkedő egyenestől. A b fajlagos fogyasztás persze az indikált középnyomás csökkenésével nő.

A növekvő fordulatszámon bekövetkező romlásba belejátszik az is, hogy ekkor a motor mechanikai hatásfoka is csökken.



4.79. ábra. Négyütemű *Otto*-motor jelleggörbéi
 M a nyomaték; P a teljesítmény;
 b a fajlagos tüzelőanyag-fogyasztás

Ha az adagolóállást változtatjuk, akkor változik

- *Otto*-motorban az egy munkaciklus alatt beszívott keverék mennyisége;
- *Diesel*-motorban a befecskendezett tüzelőanyag mennyisége (feltöltés esetén a levegő mennyisége is).

Mindkét változás befolyásolja az indikált középnyomást és ezzel a teljesítményt is. Az adagolónak minden állásához tehát egy-egy olyan jelleggörbehármas rendelhető, mint amelyet a 4.79. ábra feltüntet.

4.3.10. A belső égésű motorok tüzelőanyagai

a) **Gáz halmazállapotú tüzelőanyagok.** A belső égésű motorok tüzelőanyagainak legfontosabb jellemzőit a 4.3.9. b) pontból már megismertük.

A gyakorlatban használt gázok közül a legfontosabbak:

A **világítógáz**. Viszonylagosan nagy ára miatt csak kisebb motoroknál jöhet tekintetbe.

A **kohógáz** a vasgyárak nagyolvasztóinak égésterméke, amely „torokgáz” néven ismeretes. A nagyolvasztóban a koksx legnagyobb része szén-oxiddá ég el, amely – egyéb gázzal együtt – a nagyolvasztóból távozó égéstermék fűtőértékét mintegy 4 MJ/m³-re növeli. 1 t vas előállításához mintegy 2000 m³ kohógázt eredményez. A kohógázt rendszerint a vasgyár területén belül motorokban, gázturbinákban vagy gőzturbinákban tápláló kazánokban hasznosítják. (Egy nagyolvasztónak átlagos napi termelése mintegy 1 kt nyersvas, azaz 2 · 10⁶ m³ kohógáz, sőt még több is!)

A torokgáz csak gondos tisztítás és mosás (hűtés és portalanítás) után használható fel gépek hajtására.

A földgáz rendszerint csaknem teljesen tisztán és gyakran nagy túlnyomással tör elő a gázkutakból, ezért gázturbinákban igen előnyösen használható fel.

Az energiahordozók iránti igények nagymértékű növekedése, továbbá egyes igen nagy hozamú gázlelőhelyek feltárása folytán a földgázt egyre nagyobb távolságra csővezetéken szállítják.

A **cseppfolyósított gázok** (propán–bután keverékek) nyomás alatt tartályokban, palackokban jól szállíthatók. Alkalmazásuk sokkal nehezkesebb, mint a folyékony tüzelőanyagoké.

A gáznemű tüzelőanyagok inkább csak *helyhez kötött* (stabil) motorokhoz jönnek tekintetbe. Ezeket azonban egyre inkább kiszorítja a villamos hajtás, egyes alkalmazásokban — pl. földgáz-távvezetékek továbbító kompresszorállomásain — a gázturбина. Jellegzetes nagy *gázmotorok* voltak a kohóművek torokgázait hasznosító és kohók aláfűvő levegőjét szállító kompresszorokat hajtó gépek. Napjainkban azonban a kohók torokgázait is inkább kazánokban eltűzelve vagy gázturbinákban hasznosítják.

b) Cseppfolyós tüzelőanyagok. A porlasztók. Ezek napjaink csaknem kizárólagossá váló motor-tüzelőanyagai. Jó kezelhetőségük, nagy fűtőértékük folytán gépjárműmotorokhoz kiválóan alkalmasak. A *Diesel*-motorok és az *Otto*-motorok gyújtásának elvi különbözése miatt éles különbség van a nehezebben párolgó *Diesel*-olaj és a könnyen párolgó, az *Otto*-működéshez alkalmas tüzelőanyagok (benzin, benzol, könnyű szénpárlatok, alkohol) között.

A **Diesel-olaj** levegőtől függetlenül kerül az égéstér levegőjébe, amelyben a kompresszió a tüzelőanyag gyúlásponjtjánál nagyobb hőmérsékletet hozott létre. A befecskendezés úgy folyik le, hogy a *dugattyús tüzelőanyag-szivattyú* a tüzelőanyagot a *porlasztófűvőkán* át az égéstérbe lövelli. Minden hengernek külön adagolószivattyúja van. A tüzelőanyag finom köddé porlasztását részben a befecskendezőrendszer (befecskendezőszivattyú, csővezeték, porlasztófűvőka), részben a motor égésterének helyes kiképzése teszi lehetővé (l. a 3.4.3. b) pontot).

4.24. példa. A motor kompresszióviszonya $V_1/V_c = 16$ (l. a 3.4.3. a) és a 3.4.4. a) pontot); $\kappa = 1,4$ (tiszta levegő). Mekkora a kompresszió véghőmérséklete?

Indításkor a motor hideg levegőt szív, azaz

$$t_s = 27 \text{ }^\circ\text{C}, \quad T_s = 300 \text{ K.}$$

A véghőmérséklet

$$T_c = T_s \left(\frac{V_1}{V_c} \right)^{\kappa-1} = 300 \text{ K} \cdot 16^{0,4} = 300 \text{ K} \cdot 3,03 = 909 \text{ K};$$

$$t_c = 636 \text{ }^\circ\text{C.}$$

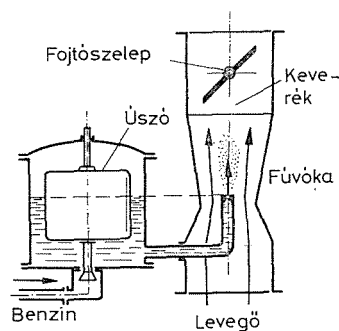
Üzem alatt a beszívott levegőt a hengerfalak is felmelegítik. Ha pl. $\Delta T = 60 \text{ K}$ felmelegedéssel számolunk, akkor $T'_s = T + \Delta T = 360 \text{ K}$ alapulvételével a kompresszió véghőmérséklete

$$T'_c = 3,03 \cdot 360 \text{ K} = 1091 \text{ K}, \quad \text{azaz} \quad t'_c = 818 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Egyes *kisnyomású Diesel*-motorokban olyan kicsi a kompresszióviszony, hogy a sűrítés véghőmérséklete az olaj *gyulladás hőmérséklete* alatt marad. E motorfajták hengerfejében (a kompressziótérben) *gyújtófejet* alkalmaznak, amelyet indításhoz kívülről (lámpával) izzásig kell hevíteni, üzem közben pedig az égéstérben keletkező hő tartja az izzás hőmérsékletén. Egyes kivitelekben csak az indításhoz van villamos fűtésű **izzógyertya**.

A **benzin, benzol, könnyű szénpárlatok, alkohol**, valamint ezek keverékei többnyire *porlasztott* állapotban és lehetőleg *elgőzöltetett* alakban — az elégetéshez szükséges levegővel összekeverve — a szívólöket alatt jutnak a motor hengerébe. Ezt a műveletet a **porlasztó** (vagy **karburátor**) végzi, amely a szívócsatornában — a fojtószelep előtt — erős légáramban porlasztja szét a cseppfolyós tüzelőanyagot. (Az újonnan kifejlesztett benzinbefecskendező eljárásnál a befecskendezés történhet a kompressziólöket alatt is.)

A **porlasztó** elvi elrendezését a 4.80. ábra szemlélteti. A dugattyú a levegőt közepén szűkített csövön keresztül szívja a hengerbe. A *Venturi*-cső alakú légvezeték legszűkebb szelvényében elhelyezett *fűvökában* a cseppfolyós tüzelőanyagot úszóval vezérelt szelep tartja állandó szintmagaságon. A finom cseppekre porlasztott folyadékot a légáram magával ragadja, és részben „köd” alakjában, részben pedig elpárologtatott állapotban viszi a motor hengerébe.



4.80. ábra. A porlasztó (karburátor) vázlata

A porlasztónak előbb leírt és a gépjárműveknél mai napig alkalmazott működési elve *Bánki Donát* műegyetemi tanártól származik (1893).

Az ábra kapcsán ismertetett egyszerű porlasztó változó terhelésnél nem tudja a keverék összetételének állandóságát biztosítani, mert növekvő légsebességnél a porlasztott tüzelőanyag mennyisége *viszonylagosan* is megnövekszik.

c) Szilárd tüzelőanyagok elgázosítása. A gázgenerátor. Szilárd tüzelőanyagok természetesen csak *elgázosított állapotban* vezethetők be a motor hengerébe, és használhatók belső égésű motorok hajtására. Elgázosító szerkezet a *gázgenerátor*, amelyben a levegő az izzó tüzelőanyag-rétegen áthaladva előbb égéskor szén-dioxidot (CO_2 -t) termel, majd ez a rétegen továbbhaladván szén-monoxidá (CO -vá) redukálódik.

Az elgázosítás hatásfoka javítható azáltal, hogy az izzó rétegre nem csupán levegőt, hanem *vízgőzt* is vezetünk. Ennek oxigénje a tüzelőanyag szenével szén-monoxidá (CO -vá) egyesül, hidrogénje pedig a keletkező gázt dúsítja.

A gázgenerátoroknak, mint belső égésű motorok tüzelőanyagát szolgáltató szerkezeteknek akkor volt szerepük, amikor a villamosenergia-rendszerek fejletlensége következtében egy-egy üzemnek magának kellett energiaszükségletét előállítania. Akkoriban a dugattyús gőzgéppel szemben jelentős versenytársak voltak az ún. *szívógázmotorok*, amelyek gázgenerátorból szívták a gázt. A villamos hálózatok mai fejlettsége mellett azonban már alig juthatnak szerephez.

Napjainkban a sznek elgázosítása — lényegesen nagyobb méretekben és nem belső égésű motorokhoz — azért kerülhet előtérbe, mert az elgázosítás kapcsán a sznet szennyező ként (S) ki lehet szűrni, és így a füstgázok környezetszennyező hatása csökkenthető.

4.4. KÖRFOLYAMAT MEGVALÓSÍTÁSA GÁZTURBINÁKBAN

4.4.1. A gázturbinák működés módja

Gázturbinának azt a hőerőgépet nevezzük, amely **gáz halmazállapotú** munkaközeggel, az *egész* körfolyamatot megvalósítva, legfőbb elemeiben **áramlástan** elven működik. Az olyan erőgép, amely csak adott nyomású és hőmérsékletű gázt expandáltat: *expansziós turbina; a gázturbina a körfolyamatnak minden elemét tartalmazza.*

Erre a meghatározásra a gázok tulajdonságai miatt kényszerülünk. *Vízgőz-körfolyamatban* a kompressziós munka — mint a 4.2.1. pontban is láttuk — oly kicsi, hogy a komprimálás (szivattyúzás) hatásfoka és így a szivattyú energiafelvétele alig esik latba; a kazánt egyszerűen gőzforrásnak lehet tekinteni; a vezetékek ellenállása nem játszik nagy szerepet. Így a *gőzturbina függetleníthető körfolyamatától*, és a körfolyamatnak csak expansziós eleme. Ezzel szemben a *gázturbina-körfolyamatban* a kompressziós munka jelentős; a komprimálás hatásfoka súlyosan esik latba; az ellenállások jelentősen érintik a hatásfokot. *Vízgőz-körfolyamatban* a hőelvonás hőmérséklete — a termikus hatásfoknak e fontos tényezője — a vízgőz lecsapódásának hőmérsékleteként állandó és adott; gázturbina-körfolyamatban fogásokat kell alkalmaznunk a közepes hőelvonási hőmérséklet csökkentésére. *Vízgőz-körfolyamatban* a hőelvonási hőmérséklet alacsony volta folytán mérsékelt hőközlési hőmérséklet is elég az elfogadható hatásfok elérésére; gázturbinában ehhez igen nagy hőközlési hőmérsékleteket kell alkalmaznunk.

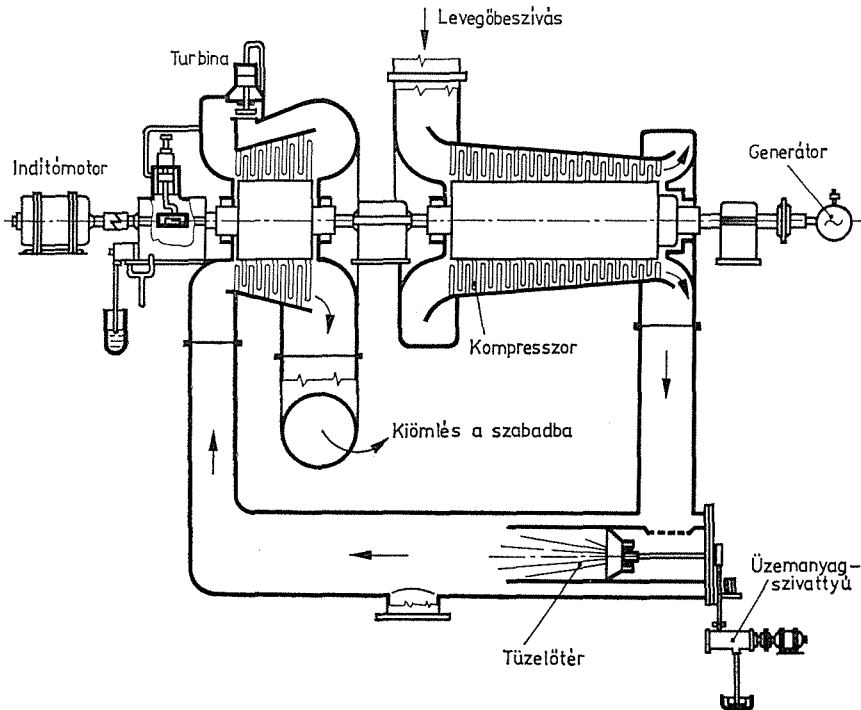
Mindezek a tények arra vezetnek, hogy *a gázturbina elvi felépítését, paramétereit és egyes elemeit gondosan kell megválasztanunk és egymással összhangba hoznunk* elfogadható gázturbina-berendezés megvalósítására. Ebből érthető, hogy piacképes gázturbina-berendezést miért sikerülhetett csak a technikának jóval magasabb fejlődési fokán, és így mintegy 50 évvel később megvalósítani, mint gőzturbina-berendezéseket. Pedig a gázturbina-körfolyamat egyszerűbbnek látszik, hiszen nem igényli a vízgőz halmazállapotváltozását megvalósító elemeket, és munkaközegét egyszerűen az atmoszférából veheti.

A gázturbinák napjainkra kialakult alkalmazási területei:

- az *energiaipar*: mérsékelt teljesítőképességre; szakaszos üzem (csúcserőmű); vízben szegény vidék esetére;
- a *gépjárművek* hajtása: igen kis fajlagos tömegű; rövid ideig tartó nagy teljesítmény követelménye esetén (repülőgépek, hadihajók, harckocsik, különlegesen gyors gépkocsik);

- *egyéb célokra*, ahol az energiaszolgáltatás kis fajlagos tömeg és gyors üzemkésztség mellett rövid időre szükséges (tartalék energiaforrás, tűzoltófecskendő).

Egy gyakori feladatú és megoldású gázturbina látható a 4.81. ábrán.



4.81. ábra. Kétadiabatás, egytengelyű erőművi gázturbina

4.4.2. Gázturbina-körfolyamatok

Eszményi gázturbina összes eleme veszteségmentes, és ezért

- kompressziója is, expanziója is izentropikus;
- hőközlése is, hőelvonása is állandó nyomáson folyik le, és így a kompresszor és a turbina közt nincs nyomásesés;
- közege ideális gáz.

A legegyszerűbb eszményi gázturbina vázlatát és körfolyamatának $T-s$ diagrambeli képét mutatja a 4.82. ábra. Hatásfokát a (4.116), ill. a (4.117) egyenlettel fejezhetjük ki. A körfolyamatban közölt hőt a 4.82b ábrán a 2–3 görbe alatti, az elvont hőt az 1–4 görbe alatti terület, a kapott munkát az 1–2–3–4 vonalak közti terület mutatja. A közölt hő tehát a (4.43) egyenlet szerint

$$q_{be} = c_p(T_3 - T_2) \text{ J/kg,} \quad (4.165)$$

az elvont hő pedig

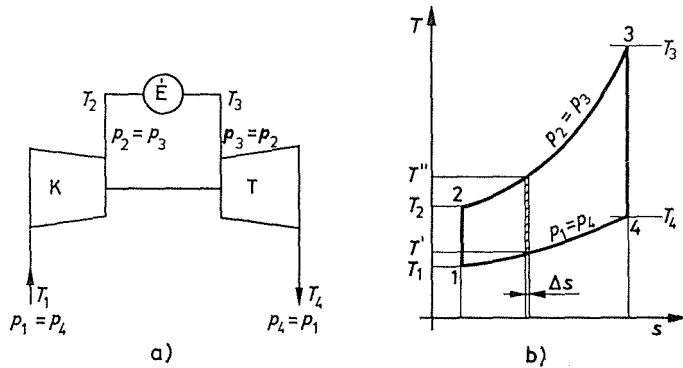
$$q_{ki} = c_p(T_4 - T_1) \quad \text{J/kg}, \quad (4.166)$$

ezért a hatásfok

$$\eta = \frac{c_p(T_3 - T_2) - c_p(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}. \quad (4.167)$$

Mínthogy nyomásesés nincs, $p_3 = p_2$ és $p_4 = p_1$, és a (4.99) egyenletből

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}},$$



4.82. ábra. Kétadiabatás eszményi gázturbina

a) kapcsolási vázlata; b) a folyamat vázlata $T-s$ diagramban; K kompresszor; \dot{E} égéstér; T turbina

a hatásfok végül

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}. \quad (4.168)$$

Ugyanerre az eredményre jutunk úgy is, hogy a hatásfok fogalmában hasznos munkának – a (4.47) összefüggés felhasználásával – a turbina w_{sT} munkaszolgáltatásának és a kompresszor w_{sK} munkafelvételének $w = w_{sT} - w_{sK}$ különbségét tekintjük. Mínthogy ugyanis $w_{sT} = c_p(T_3 - T_4)$, továbbá $w_{sK} = c_p(T_2 - T_1)$,

$$\eta = \frac{w_{sT} - w_{sK}}{q_{be}} = \frac{c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

A legegyszerűbb, a kétadiabatás eszményi gázturbina hatásfoka tehát csak a nyomásviszonytól függ (a T_3 hőmérséklettől nem!). E megállapítás helyessége a $T-s$ diagramból közvetlenül is belátható. Ha ugyanis a diagram munkaterületét keskeny, Δs szélességű rész körfolyamatokra bontjuk (4.82b ábra), ezek Carnot-körfolyamatoknak tekinthetők, így hatásfokuk

$$\eta = 1 - \frac{T'}{T''},$$

és mivel a körfolyamat bármely helyén

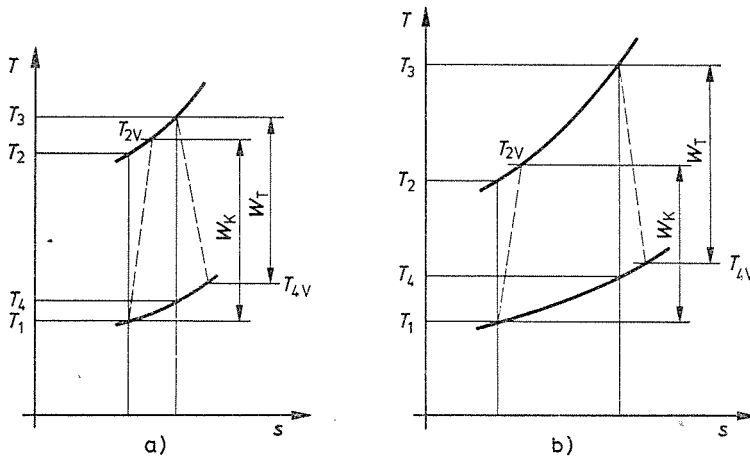
$$\frac{T'}{T''} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}},$$

az egész körfolyamatra nézve is

$$\eta = 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}.$$

Eszerint olyan körfolyamat volna a legkedvezőbb, amely csaknem a hőközlésnek T_3 felső hőmérsékletéig komprimál, és diagramja (4.83a ábra) függőlegesen álló keskeny csík.

A valóságos gázturbinában mind a kompresszornak η_K , mind a turbinának η_T hatásfoka < 1 . Ezért sem a kompresszió, sem az expanszió vonala nem izentrópa, hanem a 4.83. ábrán szaggatottan jelzett vonal; a kompresszió végpontja T_2 helyett



4.83. ábra. Különböző nyomásviszonyú gázturbina-körfolyamatok $T-s$ diagramban
a) elméletileg kedvező; b) a gyakorlatban használható

T_{2v} , az expanszióé T_{4v} hőmérsékletű. Így hát a kompresszor energiafelvétele a veszteségmentes $w_{Ks} = c_p(T_2 - T_1)$ helyett

$$w_K = \frac{w_{ks}}{\eta_K} = c_p \frac{T_2 - T_1}{\eta_K} = c_p(T_{2v} - T_1) \quad \text{J/kg}, \quad (4.169)$$

a turbina energiaszolgáltatása a veszteségmentes (4.170)

$$w_{Ts} = c_p(T_3 - T_4) \quad \text{helyett} \quad w_T = w_{Ts}\eta_T = c_p(T_3 - T_4)\eta_T = c_p(T_3 - T_{4v}).$$

Az egész gázturbina munkája

$$w = w_T - w_K = c_p \left[(T_3 - T_4)\eta_T - \frac{T_2 - T_1}{\eta_K} \right] \quad \text{J/kg}, \quad (4.171)$$

és a hatásfok

$$\eta = \frac{w}{c_p(T_3 - T_{2v})} = \frac{(T_3 - T_4) \eta_T - \frac{T_2 - T_1}{\eta_K}}{T_3 - T_{2v}} \quad (4.172)$$

4.25. példa. A gázturbina kompresszióviszonya $p_2/p_1 = 5$; a beszívás hőmérséklete $t_1 = 15^\circ\text{C}$ ($T_1 = 288\text{ K}$); az adiabatikus kitevő $\kappa = 1,393$ és $c_p = 1,02\text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$. Az égési gázhőmérséklet $t_3 = 750^\circ\text{C}$ ($T_3 = 1023\text{ K}$); a forró égéstermékre $\kappa = 1,33$ és $c_p = 1,02\text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$. A turbina hatásfoka $\eta = 88\%$; a kompresszoré $\eta_K = 83\%$; az áramlási ellenállásokat – példánk egyszerűsítése végett – hanyagoljuk el ($p_4 = p_1$ és $p_2 = p_3$). Mekkora a gázturbina hatásfoka? Mekkora levegőáram kell $P = 5\text{ MW}$ teljesítményhez?

Az izentropikus kompressziónál

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 5^{\frac{1,393-1}{1,393}} = 5^{0,2821} = 1,5747.$$

$$T_2 = 1,5747 T_1 = 1,5747 \cdot 288\text{ K} = 453,5\text{ K}.$$

$$w_K = \frac{c_p(T_2 - T_1)}{\eta_K} = \frac{1,02 \cdot 10^3\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})(453,5\text{ K} - 288\text{ K})}{0,83} = 2,034 \cdot 10^5\text{ J/kg} = 203,4\text{ kJ/kg}.$$

Az expánziónál

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1,33-1}{1,33}} = \left(\frac{1}{5}\right)^{0,2481} = 0,67077.$$

$$T_4 = \frac{T_4}{T_3} T_3 = 0,67077 \cdot 1023\text{ K} = 686,2\text{ K}.$$

$$w_T = c_p(T_3 - T_4) \eta_T = 1,02 \cdot 10^3\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})(1023\text{ K} - 686,2\text{ K}) 0,88 = 3,023 \cdot 10^5\text{ J/kg} = 302,3\text{ kJ/kg}.$$

A gázturbina munkája

$$w = w_T - w_K = (302,3 - 203,4)\text{ kJ/kg} = 98,9\text{ kJ/kg}.$$

A gázturbina teljesítménye $P = q_m w$, ebből a szükséges levegőáram

$$q_m = \frac{P}{w} = \frac{5000\text{ kJ/s}}{98,9\text{ kJ/kg}} = 50,5\text{ kg/s}.$$

A kompresszorban való valóságos melegedés

$$\frac{T_{2v} - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{1}{\eta_K}; \quad T_{2v} - T_1 = \frac{T_2 - T_1}{\eta_K} = \frac{165,5\text{ K}}{0,83} = 199,4\text{ K},$$

és a kompresszor utáni valóságos hőmérséklet

$$T_{2v} = 288\text{ K} + 199,4\text{ K} = 487,4\text{ K}; \quad t_{2v} = 214,4^\circ\text{C}.$$

A szükséges hőközlés az égéstérben

$$w'_E = c_p(T_3 - T_{2v}) = 1,02 \cdot 10^3\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})(1023\text{ K} - 487,4\text{ K}) = 1,02 \cdot 10^3\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \cdot 535,6\text{ K} = 5,463 \cdot 10^5\text{ J/kg} = 546,3\text{ kJ/kg}.$$

A gázturbina hatásfoka

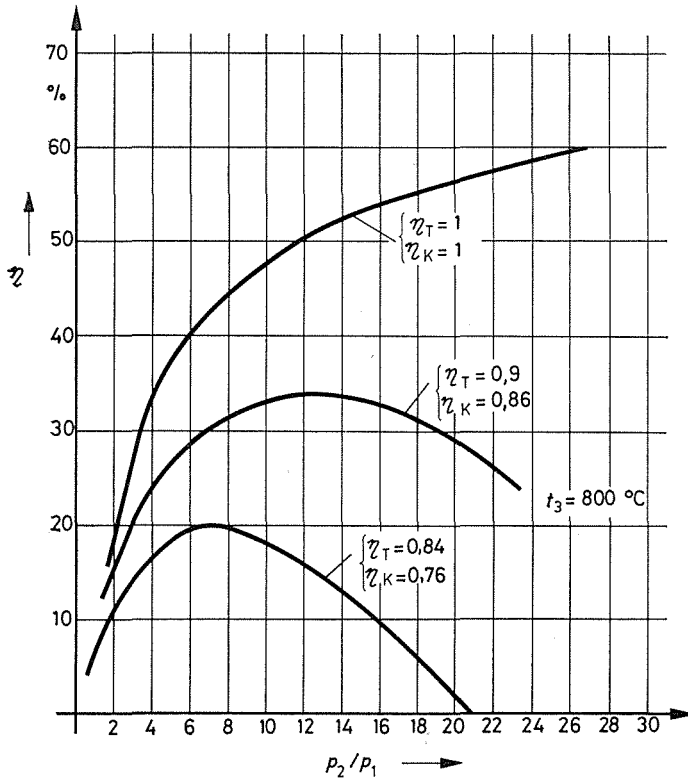
$$\eta = \frac{w}{w'_E} = \frac{98,9\text{ kJ/kg}}{546,3\text{ kJ/kg}} = 0,181,$$

$$\eta = 18,1\%.$$

A kompresszor és a turbina hatásfokának korlátozott voltából származó *vesztéség*

$$w_{\text{veszt}} = w_{T_s}(1 - \eta_T) + w_{K_s} \left(\frac{1}{\eta_K} - 1 \right); \quad (4.173)$$

látható, hogy ez a gázturbina összes munkájához képest *annál nagyobb*, és így η_T és η_K -nak 1-nél kisebb volta az egész gázturbina hatásfokát annál jobban rontja az eszményihez képest, mennél nagyobb a veszteségmentes w_{T_s} és a w_{K_s} munka egyenként a $w_{T_s} - w_{K_s}$ nettó munkához képest, vagyis *mennél nagyobb a kompresszióviszony*.



4.84. ábra. Kétdiabatás gázturbina hatásfoka a nyomásviszony függvényében a kompresszor és a turbina különböző hatásfokértékei esetén

Ezért a kompresszióviszonynak optimuma van (4.84. ábra), amelynek helye a kompresszor és a turbina hatásfokától függ. Lényeges tényezője most már a hatásfoknak a T_3 hőmérséklet is, mert a $w_{T_s} - w_{K_s}$ nettó munka a hőmérséklettel nő, és így a két rész veszteségei kevésbé esnek latba.

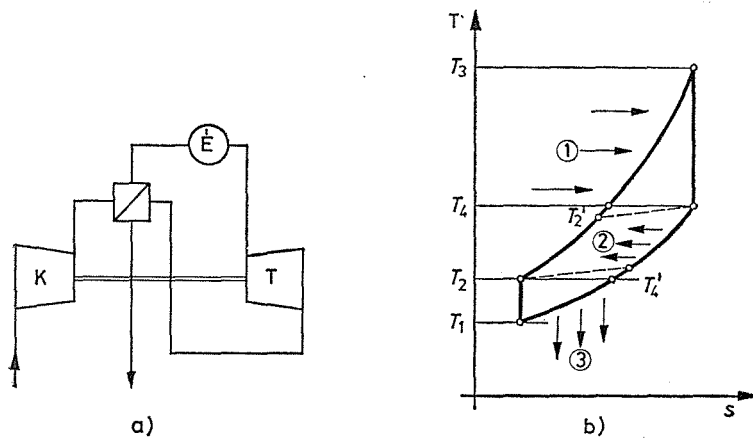
A vezetékek és az égéstér áramlási ellenállása ugyanúgy rontja a hatásfokot, mint a két főrész hatásfokának korlátozott volta.

Mint az ábrából látjuk, gyenge hatásfokú turbina és kompresszor esetén *kis kompresszióviszonyt* kell választanunk; akkor pedig a kompresszió T_2 véghőmérséklete kicsi, az expanzió (T_4) nagy. Kézenfekvő tehát, hogy a kiömlő forró gázzal a

komprimált levegőt T_2' hőmérsékletig melegítsük, ill. a kiömlő gázt a komprimált levegővel T_4' hőmérsékletig $-$ lehűtsük. Így jutunk a **hőcserélős gázturbinához** (4.85. ábra).

Az *eszményi* hőcserélős gázturbinára (100% hatásfokú turbina és kompresszor; végtelen felületű hőcserélő, tehát $T_2' = T_4$ és $T_4' = T_2$; ellenállás nélküli vezetékek) belátható, hogy a legjobb hatásfokot elenyészően *kis mértékű kompresszió* adja, mert ekkor a *teljes* hőközlés T_3 , a teljes hőelvonás T_1 hőmérsékletű. A hatásfok ekkor a *Carnot-körfolyamat*éval azonos:

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_3},$$



4.85. ábra. Hőcserélős gázturбина-körfolyamat

a) kapcsolási vázlata; b) a folyamat $T-s$ diagramban; 1 hőközlés; 2 hőcsere; 3 hőelvonás

tehát igen nagy mértékben függ a hőmérséklet határoktól. A valóságos hőcserélő perze véges felületű; a hőcsere minőségét kifejező

$$\eta_R = \frac{T_2' - T_2}{T_4 - T_2} \quad (4.174)$$

„*hőcserélési tényező*” egynél kisebb. Ekkor a legkedvezőbb nyomásviszony az η_R függvénye (4.86. ábra). Belátható egyébként, hogy bizonyos nyomásviszony fölött hőcserélőnek már nincs értelme (ha ti. $T_{4v} \cong T_2$).

4.26. példa. A 4.25. példa folytatásaként határozzuk meg, hogy mennyire növekednék a gázturбина ($\eta = 18,1\%$) hatásfoka, ha $\eta_R = 0,7$ tényezőjű hőcserélőt alkalmaznánk. (A hőcserélőnek az ellenállását növelő hatását elhanyagoljuk.)

A gázturбина turbinarészének η hatásfoka

$$\eta_T = \frac{T_3 - T_{4v}}{T_3 - T_4}; \quad \text{ebből} \quad T_3 - T_{4v} = (T_3 - T_4) \eta_T = 336,8 \text{ K} \cdot 0,88 = 296,4 \text{ K};$$

és a turbina utáni tényleges hőmérséklet

$$T_{4v} = 1023 \text{ K} - 296,4 \text{ K} = 726,6 \text{ K}.$$

A hőcserélési tényező

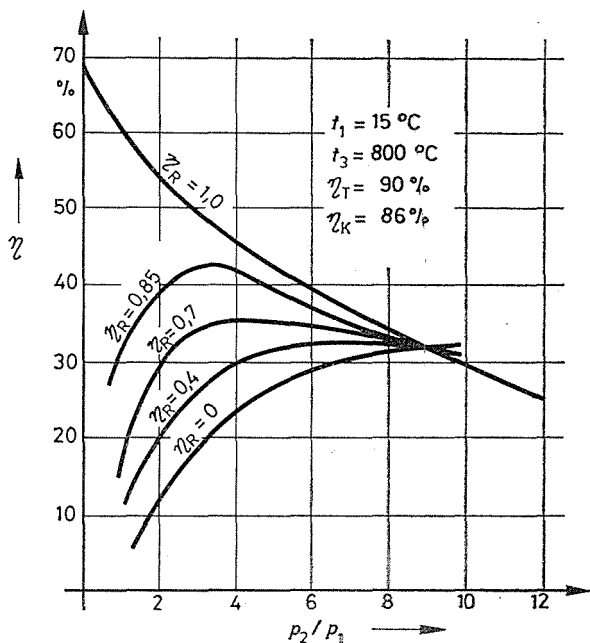
$$\eta_R = \frac{T'_{2v} - T_{2v}}{T'_{4v} - T_{2v}};$$

$$T'_{2v} - T_{2v} = \eta_R (T'_{4v} - T_{2v}) = 0,7(726,6 \text{ K} - 487,4 \text{ K}) = 167,4 \text{ K};$$

$$T'_2 = 487,4 \text{ K} + 167,4 \text{ K} = 654,8 \text{ K}.$$

A szükséges hőközlés az égéstérben

$$w'_E = c_p(T_3 - T'_{2v}) = 1,02 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \cdot 1023 \text{ K} - 654,8 \text{ K} = 375,56 \text{ kJ}/\text{kg}.$$



4.86. ábra. Kétadiatás hőcserélős gázturbina hatásfoka a nyomásviszony függvényében, a hőcserélési tényező különböző értékei esetén

A gázturbina új hatásfoka

$$\eta = \frac{w}{w'_E} = \frac{98,93 \text{ kJ}/\text{kg}}{375,56 \text{ kJ}/\text{kg}} = 0,2634,$$

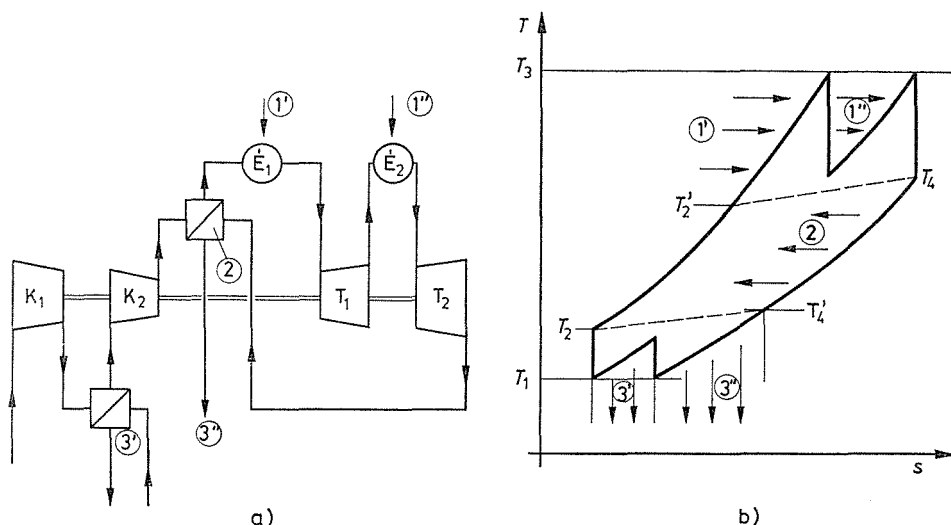
$$\eta = 26,34\%. \quad (\text{Volt } 18,1\%.)$$

A hatásfokjavulás $26,34\% - 18,1\% = 8,24\%$.

(Ilyen jelentős hatásfokjavulásra egyébként a 4.85b ábra szemléléséből is számíthatunk.)

A gázturbinák hatásfokának javítására irányuló törekvés egyrészt az elemeket igyekszik tökéletesíteni, vagyis a turbina és a kompresszor hatásfokát növelni; a hőcserélők, az égéstér és a vezetékek ellenállását csökkenteni; a hőcserét javítani. E törekvések másik iránya az átlagos hőközlési hőmérséklet növelése, az átlagos hőelvonási hőmérséklet csökkentése. E törekvés keretében pl. kompresszió közbeni hűtés, valamint expanzió közbeni újbóli hőközlés lehetséges. Így jönnek létre a többadiatás körfolyamatok. Ilyet mutat pl. a 4.87. ábra.

Az eddigiekből is látható, hogy a gázturbináknak *számos változatuk* lehetséges. A változatok számát még tovább növeli, hogy a közeg természetét és a hőközlés módját tekintve nyitott és zárt ciklusú gázturbinákról lehet szó. A *nyitott ciklusúak* közegként levegőből indulnak ki; a hőközlés a tüzelőanyagnak a munkaközegben való elégetésével megy végbe, a tüzelőanyag csak igen kis hamutartalmú olaj vagy gáz lehet; a hőelvonás „szerve” a környező légtér. A *zárt ciklusúak* munkaközége a környezet-től el van zárva; a hőközlés és a hőelvonás felületen át történik; a közeg anyaga és nyomása, valamint a tüzelőanyag tetszőleges lehet.



4.87. ábra. Négyadiabatás, hőcserélős gázturбина-кőrfolyamat kompresszió közötti hűtéssel, expanzió közötti tüzeléssel
 a) kapcsolási vázlat; b) a folyamat $T-s$ diagramban 1 hőközlés; 2 hőcsere; 3 hőelvonás

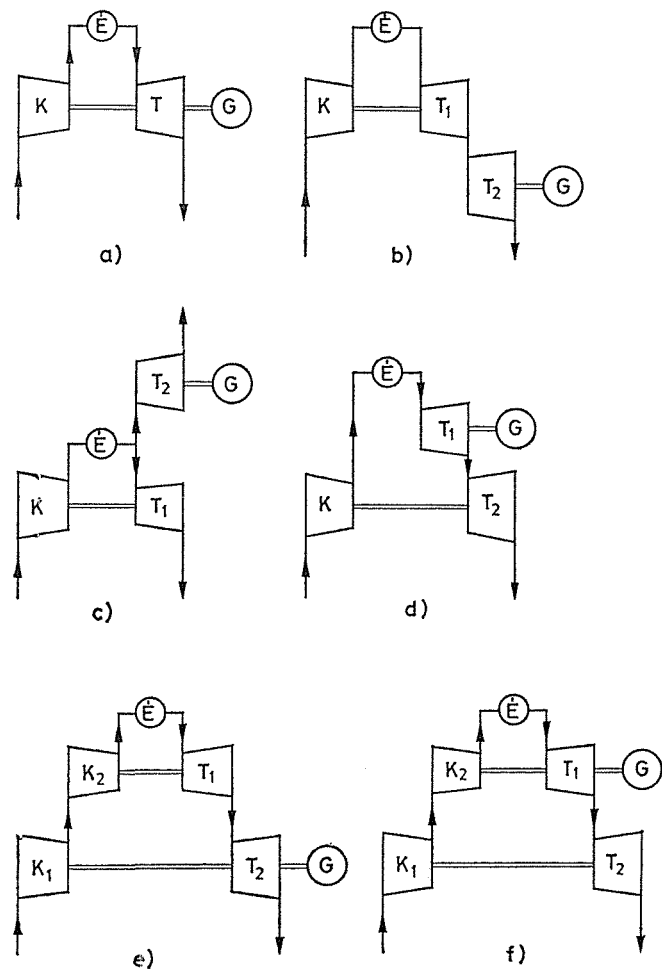
Tovább fokozza a változatok számát, hogy a kompresszorok és turbinák nem egyetlen, hanem két, egymástól független és eltérő fordulatszámú tengelyen dolgozhatnak. A *kéttengelyű* gázturbinák előnye, hogy nagy kompresszióviszony esetén a kisnyomású részek *nagyobb* térfogatáramára *kisebb*, a nagynyomású részek *kisebb* térfogatáramára *nagyobb* fordulatszámot lehet alkalmazni, ami – a 4.2.8.b) pontban megfontoltak szerint – a kompresszor, ill. a turbina hatásfokára kedvező.

4.4.3. Gázturбина-elrendezések és alkalmazásaik

Az előzőkben megállapítottuk, hogy a kompresszió egyes szakaszai közötti hűtés, az expanzió egyes szakaszai közötti hevítés, továbbá az egyes kompresszor-, ill. turbinarészeknek különböző tengelyeken való elhelyezése a gázturбина-elrendezéseknek igen sok változatát teszi lehetővé. Ha csupán *nyitott* munkafolyamatú berendezéseket veszünk figyelembe, és eltekintünk a hűtéseknek és a hőcseréléseknek az ábrázolásától, akkor is számos változat adódik, amelyeknek egy csoportját a 4.88. ábra szemlélteti.

Az egyes változatok között érthetően nagy különbségek vannak beruházási és üzemköltségek, üzemi viselkedés, bizonyos célokra való alkalmasság tekintetében egyaránt.

A 4.88a ábra **egytengelyű** gázturbinát szemléltet. Egyrészes kompresszorával főleg csak *mérsékelt nyomásviszonyra* jó; készülhet hőcserélős és anélküli kivitelben. Villa-



4.88. ábra. Nyitott munkafolyamatú gázturbinák elrendezési változatai

mos szinkrongenerátor hajtására főleg csak a villamos hálózat csúcsterhelésének vite-lére szolgáló, ún. *csúcserőműben* jó. Felépítése ugyanis egyszerű, ezért beruházási költségei kicsik. Üzemköltségei viszont kevésbé kedvezők. Teljesítményét ui. csak a T_3 hőmérséklet változtatásával lehet befolyásolni, és ezért *hatásfoka részterhelésen* – a kis hőmérsékletű hőközlésen – gyenge. Az ilyen gázturbinát tehát úgy célszerű a villamosenergia-rendszerbe kapcsolni, hogy ha üzemben van, teljes terheléssel járjon.

Földi gépjárművek mechanikus áttétellel való hajtására nem alkalmas. Ha ugyanis a vontatási ellenállás növekedése következtében a fordulatszám csökken,

csökken a kompresszor levegőszállítása, és ezzel a gázturbina gázárama, teljesítménye, nyomatéka, mire a gázturbina *lefullad*. Ha tehát pl. egytengelyű gázturbina-berendezéssel vasúti mozdonyt kívánunk hajtani, az energiaátvitelnek villamosnak kell lennie, hogy a gázturbina fordulatszáma a kerekekétől független lehessen.

Légcsavar hajtására jól alkalmas. A légcsavar (vagy hajóhajtásban a hajócsavar) teljesítményfelvétele ugyanis a fordulatszámmal nő; a kompresszor fordulatszámának növekedése viszont növeli a gázáramot, ami – a tüzelőanyag-áram növekedésével együtt – a teljesítményt is fokozza.

A 4.88b ábra **kéttengelyű** gázturbinát szemléltet. Nagynyomású T_1 turbinája az egyetlen kompresszort, kisnyomású T_2 „munkaturbinája” a munkagépet hajtja. Nagy előnye, hogy kompresszorának fordulatszáma és ezáltal gázszállítása a munkaturbina (és a hajtott gép) fordulatszámától *függetlenül* változhat a terheléssel. A nagynyomású turbinarész, az égéstér és a kompresszor együttese ilyenképpen a munkaturbinától független *gázfejlesztő*, amely szinte hasonlóan szolgáltat gázt a munkaturbina részére mint a kazántápszivattyú és a kazán ad gőzt a gőzturbina részére.

Ha a munkaturbina állandó fordulatszámú szinkrongenerátort hajt, a teljesítmény a gázárammal változik, és így a *hatásfok részterhelésen is kedvező* lehet.

Földi gépjárművek mechanikus kapcsolattal való hajtására is *alkalmas*, mert a gépjármű és vele a T_2 munkaturbina sebességével a gázáram nem változik. Ezáltal – a teljesítmény alig változván – a keréktengelyekre adott nyomaték nő.

A 4.88c és d kivitel elvben lehetséges, de ritkán használt változatok.

Erőművi célokra gyakori a 4.88e és f elrendezés is. A két sorba kapcsolt, különböző fordulatszámú kompresszor *nagyobb nyomásviszonyok* ($p_1/p_2 = 20 \dots 30$) és *nagyobb teljesítőképeségű* gépegységek megvalósítását teszi lehetővé. Az ilyen nagy gázturbinák gyakran készülnek visszahűtéssel, utólagos hevítéssel és hőcserélővel (tehát a 4.87. ábrán feltüntetett elemekkel, de két tengelyen) is.

4.27. példa. A 4.25. példában $t_3 = 750^\circ\text{C}$ ($T_3 = 1023\text{ K}$) gázhőmérséklettel 18,1% hatásfokot értünk el. Ha ugyanaz a gázturbina teljesítményének csökkentésére csak $t_3 = 600^\circ\text{C}$ ($T_3 = 873\text{ K}$) gázhőmérséklettel jár, mekkora a hatásfok?

A kompresszor munkája változatlanul $w_k = 203,4\text{ kJ/kg}$; a turbina utáni és előtti hőmérséklet viszonya is változatlan: $T_4/T_3 = 0,67077$. Ebből $T_4 = 873\text{ K} \cdot 0,67077 = 585,6\text{ K}$, és a *turbina munkája*

$$w_T = c_p(T_3 - T_4) \eta_T = 1,02\text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}(873 - 585,6)\text{K} \cdot 0,88 = 258,08\text{ kJ/kg.}$$

A gázturbina munkája

$$w = w_T - w_k = 258,08\text{ kJ/kg} - 203,4\text{ kJ/kg} = 54,6\text{ kJ/kg.}$$

A kompresszor utáni hőmérséklet változatlanul 487,4 K.

A szükséges hőközlés az égéstérben

$$w_{\text{ig}} = c_p(T_3 - T_{2v}) = 1,02\text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}(873\text{ K} - 487\text{ K}) = 1,02\text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)} \cdot 385,6\text{ K} = 393,3\text{ kJ/kg.}$$

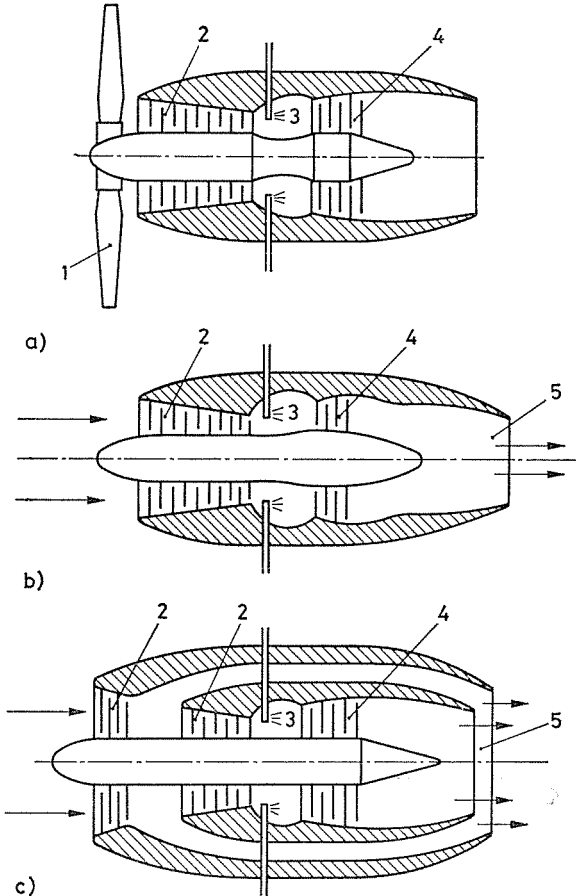
A hatásfok

$$\eta = \frac{w}{w_{\text{ig}}} = \frac{54,6\text{ kJ/kg}}{393,3\text{ kJ/kg}} = 0,139,$$

$$\eta = 13,9\%.$$

4.4.4. Repülőgép-hajtóművek

A repülőgép-hajtóművek képezik azt az alkalmazási területet, amelyen a gázturbinák teljes diadalt aratva, szinte egyeduralkodókká váltak. Lényegében három változatban használatosak (4.89. ábra):



4.89. ábra. Repülőgép-hajtómű gázturbinák változatai

a) légsaváros hajtómű;
 b) gázturbinás sugárhajtómű;
 c) kétáramú sugárhajtómű;
 1 légsavár; 2 kompresszor;
 3 égéstér; 4 turbina; 5 fúvócső

A **légsaváros gázturbinás hajtómű** (4.89a ábra) egytengelyű gázturbinájának hasznos teljesítménye légsavart hajt. Ennek alkalmazási határait a légsavár korlátozza.

A **gázturbinás sugárhajtómű** (4.89b ábra) ellennyomású gázturbina, amelynek turbinája után a nyomás oly számottevő, hogy a gázturbina *tengelyén már nem nyerünk hasznos teljesítményt*. A turbina utáni nyomás a fúvócsőben igen nagy sebességű *gázsugarat* hoz létre, amely a *tolóerőt* szolgáltatja. A tolóerő az impulzustétel értelmében

$$F = q_m(v_g - v) \quad \text{N}, \quad (4.175)$$

ahol q_m kg/s a gáztömegáram, v_g m/s a gáztömegáramnak a fúvócsőből való kilépési

sebessége, v m/s a gáz- (levegő-) áramnak a gázturbinához érkezési sebessége, vagyis a repülőgép sebessége.

A hajtás *hasznos teljesítménye* a tolóerő és a gépsebesség szorzata:

$$P_h = Fv = q_m(v_g - v)v \quad W. \quad (4.176)$$

A hajtásba *befektetett teljesítmény*, amely a gáztömegáramnak v sebességről v_g sebességre gyorsításához, vagyis fajlagos energiájának $v^2/2$ -ről $v_g^2/2$ -re növeléséhez volt szükséges,

$$P_b = q_m \left(\frac{v_g^2}{2} - \frac{v^2}{2} \right). \quad (4.177)$$

A hajtás hatásfoka

$$\eta_h = \frac{P_h}{P_b} = \frac{2(v_g v - v^2)}{v_g^2 - v^2} = \frac{2(v_g - v)v}{(v_g - v)(v_g + v)} = \frac{2}{v_g/v + 1}. \quad (4.178)$$

Látható, hogy *jó hatásfokot csak akkor kaphatunk, ha a repülési sebesség nagy; tiszta sugárhajtómű ezért csak igen nagy sebességű gépeken indokolt.*

4.28. példa. Egy repülőgép sebessége $v = 900$ km/h = 250 m/s, a gázturbinából kiömlő gáz $p_0 = 2,2$ bar = 220 kPa nyomású és $t_1 = 600$ °C, $T_1 = 873$ K hőmérsékletű, a fúvócső hatásfoka $\eta = 90\%$, a fúvócső utáni (külső) nyomás $p_1 = 0,8$ bar, $\kappa = 1,33$, $R = 285$ kJ/(kg·K). Mekkora a hajtás hatásfoka?

A gázsugár elméleti sebessége

$$v_{ge} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]} \quad \frac{m}{s}.$$

A kitevő $\frac{\kappa - 1}{\kappa} = 0,2481$;

$$\left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} = \left(\frac{0,8}{2,2} \right)^{0,2481} = 0,778;$$

ezzel

$$v_{ge} = \sqrt{\frac{2}{0,2481}} = 285 \text{ kJ/kg} \cdot 873 \text{ K} (1 - 0,778) = 667,0 \text{ m/s}.$$

Mint hogy a $v_{ge}^2/2$ valószínűleg sebességi energia az elméleti $v_{ge}^2/2$ -nek η -szorososa,

$$v = v_{ge} \sqrt{\eta} = 667,0 \text{ m/s} \sqrt{0,90} = 632,8 \text{ m/s}.$$

A hajtás hatásfoka

$$\eta_h = \frac{2}{v_g/v + 1} = \frac{2}{\frac{632,8 \text{ m/s}}{250 \text{ m/s}} + 1} = 0,566,$$

$$\eta_h = 56,6\%.$$

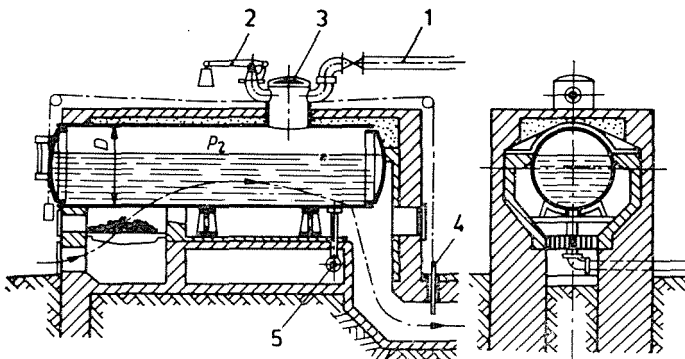
A **kétáramú hajtóművek** (4.89c ábra) a hagyományos légcsvár számára kedvező *mérsékelt* és a tiszta sugárhajtóműhöz illő *igen nagy* sebességek közötti sebességtartományban kedvezők. Ezek lényege az, hogy a gázturbina kompresszora a turbina által forgalmazottnál *nagyobb* gázáramot szolgáltat, és e többlet gázárammal táplált gázsugár a turbinából kilépő gázsugárral együtt részt vesz a tolóerő kialakításában. A kétáramú hajtóművek gázsugarainak sebessége *kisebb*, gáztömegárama *nagyobb* a tiszta sugárhajtóműénél, és így hajtási *hatásfokuk azokénál nagyobb*.

4.5. GŐZKAZÁNOK

4.5.1. Alapfogalmak. A kazán fő részei és tartozékai

a) **Gőzkazánnak** azt a berendezést nevezzük, amely a tüzelőanyagok elégetésekor felszabaduló hő felhasználásával *vizből gőzt fejleszt*. A kazán szerves tartozéka a **tüzelőberendezés**.

A gőzkazánoknak ma már alig használt, legegyszerűbb alakja a **hengeres kazán** (4.90. ábra), amelynek vízzel töltött részét **vízternek**, a gőzt tartalmazót **gőztérnek** nevezzük. A napjainkban használatos kazánok gőztere és víztere egyaránt többé-kevésbé bonyolult edény- és csőrendszer. A víztükör magasságát, a **vízvonalat víz-**



4.90. ábra. Hengeres gőzkazán

1 gőzvezeték; 2 biztosítószep; 3 gőzgyűjtő (gőzdóm); 4 huzatszabályozó; 5 betáplálás

állásmutatón, a gőznyomás üzemi értékét, a kazánnymást **nyomásmérő** műszeren (*manométeren*) olvassuk le. A kazán **táplálóttere** a vízvonal legfelső és legalsó állása közt meghatározott térfogat, amellyel a kazán víztartalma a táplálás ingadozásai folytán változhat.

A kazán víz-, ill. gőztöltése a forró égéstermékek hőjét a kazán **fűtőfelületein** veszi át. A fűtőfelület egyik oldalán általában víz van, a másik oldalon füstgázokkal érintkezik. A kazán nagyságát gyakran a **fűtőfelület méretével** jellemezzük.

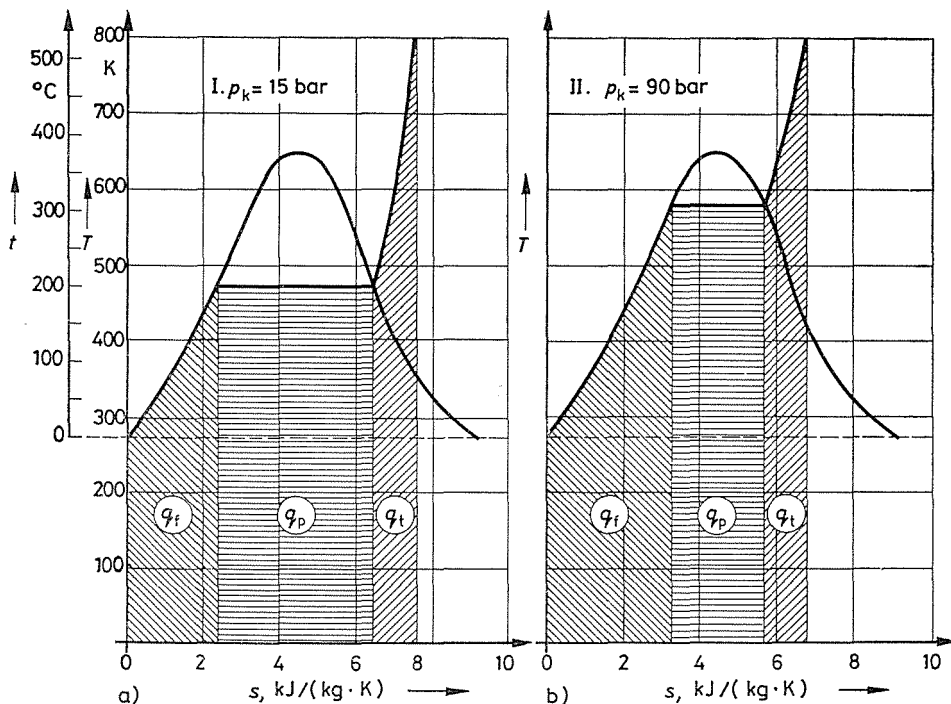
A 4.90. ábrán látható **hengeres kazán csak mérsékelt nyomásra alkalmas**, és csak telített, sőt többé-kevésbé nedves gőzt tud szolgáltatni. A gőz nedvességtartalma annál kisebb, mennél nagyobb a víztükör a termelt gőz térfogatáramához képest. Az

ilyen egyszerű hengeres kazánnak *vízzel nem érintkező felületeit fűteni nem szabad*, mert kellő hűtés hiányában kiégnének.

Ha a kazánban túlhevített gőzt kívánunk termelni, külön e célra szolgáló fűtőfelületre, ún. **túlhevítőre** van szükség. Ez olyan csőrendszerből áll, amelyben a termelt gőz folyamatos áramban és kellő sebességgel halad. Ezáltal a gőz – túlhevülése közben – kellően hűti ezt a fűtőfelületet, és megakadályozza kiégését.

Nagyobb nyomású kazánokban az a telítési hőmérséklet, amelyen az elgőzölgés lefolyik, elég nagy. Ilyen nagy hőmérsékletű víztérbe nem volna kedvező hideg tápvizet bevezetni, mert a hideg és a meleg közeg érintkezési helyén a kazán anyagában is jelentős hőmérsékletkülönbségek, és ezáltal kedvezőtlen feszültségek keletkeznek. Ezért a nagyobb nyomású kazánokban külön **előmelegítő fűtőfelületek** vannak a viszonylag hideg tápvíznek a telítési hőmérséklet közelébe melegítésére. Előnye még az ilyen, füstgázzal fűtött előmelegítőnek, hogy a benne áramló viszonylag hideg tápvízzel a távozó *füstgázokat lehűti*, ezzel hőjüket jobban kihasználja. (Az előmelegítőnek ma is használt idegen neve ekó = economizer = gazdaságosító szóból származik.)

A kazánok összes fűtőfelülete tehát *előmelegítő, elgőzölgetető és túlhevítő* részből áll. A 4.91. ábra szerinti $T-s$ diagram arról győző meg, hogy mennél nagyobb a p_k kazánnyomás, annál kisebb a b területtel jellemzett *párolgáshő* az a területtel jellemzett *folyadékhő* és a c területtel jellemzett *túlhevítési hő* képest. Nagynyomású kazánokban ezért az elgőzölgetető felület is kisebb a többi felülethez képest, mint a kisnyomású kazánokban.



4.91. ábra. Különböző nyomású víz/gőz körfolyamatokban közlendő hőmennyiségek q_f folyadékhő; q_p párolgáshő; q_t túlhevítési hő

A fűtőfelületek egyébként *besugárzottak* vagy *konvektívek* lehetnek aszerint, hogy a hőt a láng sugárzása vagy a füstgázokkal való érintkezés útján kapják.

A *kazánnomást* úgy tartjuk közel állandó értéken, hogy a tüzelés mértékét a mindenkor gőzfogyasztással összhangba hozzuk: ha kisebb a gőzfogyasztás, nő a kazánnomás, és a tüzelést csökkenteni kell. Mennél kisebb a víztér, annál kevesebb hőt képes a kazán tárolni, és annál gyorsabban változik a nyomás a gőztermelés és a gőzfogyasztás különbségének hatására.

A kazánnomás megengedett értékének túllépése esetére a gőztéren **biztosító-szelepek** vannak, amelyek a felesleges gőzarámot lefűjva a nyomás további növekedését meggátolják. A biztosító-szelepek a kazán legfőbb biztonsági berendezései, mert a *kazánrobbanás* — amikor is a kazán vize nyomás alól felszabadulva a vízenél sokkal nagyobb térfogatú gőzzé robban — *a legsúlyosabb üzemi baleset*. Ezért a biztosító-szelepek számát, méreteit, valamint a gőzkazánok üzemére vonatkozó feltételeket *hatósági rendeletek* írják elő.

b) **A tápszivattyú.** A kazán táplálására szolgáló tápvizet a tápszivattyú szállítja a kazánba. Ennek szállítómagassága a kazánnomással arányos; vízáram-teljesítő-képessége a kazánénál nagyobb, hogy kisebb hiányokat pótolhasson.

A *táplálás biztonsága* a túlnyomás elleni védelemhez hasonló fontosságú, mert tüzelés alatt álló kazán a táplálás megszűnése esetén igen súlyosan sérül. Táplálás nélkül a kazán üzemét megkezdeni sem lehet.

Ezért régebben — ma már igen kicsinek tekintett kazánokhoz — széles körben alkalmaztak olyan tápszivattyúkat, amelyeket a kazán gőze közvetlenül hajtott. Ekkor a kazánt egyszerűen fel kellett (nyomás nélkül) tölteni; a tüzelést megkezdve létrejött a nyomás, és a tápszivattyú is megindulhatott. Ilyen volt a volumetrikus működésű *Worthington*-szivattyú és a gőzsugár-vákuumszivattyúkhöz (l. a 4.2.9. c) pontot) hasonló gőzsugárinjektor.

Napjainkban a villamos hajtású örvényszivattyú (centrifugálszivattyú) a leggyakoribb. A villamos hálózatok fejlettsége két egymástól független villamosenergia-ellátást is lehetővé tesz, ami a tápvízellátást biztonságossá teszi az egyik energiaforrás kiesése esetére. Gőzturbinahajtást tartalékul vagy — igen nagy egységekben (> 200 MW) — állandó üzemre is használnak.

c) **Teljesítő-képesség; veszteségek és hatásfok.** A kazán **teljesítő-képessége** a tüzelő-berendezésben egységnyi idő alatt előállított hőmennyiségtől függ.

Ha az egységnyi idő alatt eltüzelte tüzelőanyag B kg/s, fűtőértéke pedig H_a J/kg, akkor az *elméleti hőteljesítmény*

$$P_B = BH_a \quad W.$$

A veszteségek miatt azonban ez csak a kazánhatásfok arányában hasznosítható.

A **veszteségek** egyrészt a *tüzelés*, másrészt a füstgázok és a víz/gőz kötötti *hőközlés tökéletlenségei* folytán lépnek fel.

A *tüzelési veszteségek* azáltal keletkeznek, hogy a tüzelőanyag vegyi energiája nem alakul át teljesen hővé. Okai: szén áthullása a rostélyon; éghetők a salakban, a pernyében és a füstgázokban; a tüzelőberendezésben elveszített hő. *A fűtőfelület veszteségei*: a kazán *hővezetési* és *sugárzási veszteségei* és — főleg, ez a nagy tétel — *a füstgázokkal távozó hő*.

A kazánban *hasznosított* P_k *hőteljesítmény* a q_m kg/s gőztömegárammal és a gőz entalpiájának a kazánban való $i_1 - i_0$ J/kg növekedésével arányos:

$$P_k = q_m(i_1 - i_0) \quad W. \quad (4.179)$$

A kazán hatásfoka

$$\eta = \frac{P_k}{P_B} = \frac{q_m(i_1 - i_0)}{BH_a}, \quad (4.180)$$

vagy a P_v veszteségek alapján

$$\eta = \frac{BH_a - P_v}{BH_a} = 1 - \frac{P_v}{BH_a}. \quad (4.181)$$

A kazán hatásfokát tehát vagy a (4.180) szerint a gőz adatainak, vagy a veszteségeknek a mérésével (4.181) lehet meghatározni.

4.29. példa. Egy olajtüzelésű gőzkazán egy óra alatt 9470 kg, $H_a = 39,8$ MJ/kg fűtőértékű olajat fogyasztott, és 121,5 Mg = 121,5 t, 150 °C hőmérsékletű vízből 80 bar nyomású, 490 °C hőmérsékletű gőzt termelt. Mennyi a kazán hatásfoka?

A másodpercenkénti olajfogyasztás

$$B = \frac{9470 \text{ kg/h}}{3600 \text{ s/h}} = 2,631 \text{ kg/s.}$$

Az olaj elégésekor felszabaduló hőteljesítmény

$$P_B = BH_a = 2,631 \text{ kg/s} \cdot 39,8 \text{ MJ/kg} = 104,7 \text{ MW.}$$

A kazánban termelt gőztömegáram

$$q_m = \frac{121\,500 \text{ kg/h}}{3600 \text{ s/h}} = 33,75 \text{ kg/s.}$$

A 80 bar nyomású, 490 °C hőmérsékletű gőz entalpiája az $i-s$ diagramból

$$i_1 = 3370 \text{ kJ/kg}, \quad \text{a } 150 \text{ °C vízé: } \quad i_0 = 633 \text{ kJ/kg.}$$

Az entalpiánövekedés

$$i_1 - i_0 = (3370 - 633) \text{ kJ/kg} = 2737 \text{ kJ/kg} = 2,74 \text{ MJ/kg.}$$

A gőzben foglalt hőteljesítmény

$$P_g = q_m(i_1 - i_0) = 33,75 \text{ kg/s} \cdot 2,74 \text{ MJ/kg} = 92,4 \text{ MW.}$$

A kazán hatásfoka

$$\eta = \frac{P_a}{P_B} = \frac{92,4 \text{ MW}}{104,7 \text{ MW}} = 0,882,$$

$$\eta = 88,2\%.$$

4.5.2. Tüzelőberendezések

a) **Tüzelőanyagok.** A tüzelőberendezések szerkezete és működés módja elsősorban a feldolgozandó tüzelőanyagtól, pontosabban annak *fűtőértékétől, levegőszükségletétől és halmazállapotától* stb. függ.

Fűtőértéknek nevezzük azt a *hőmennyiséget*, amely 1 kg tüzelőanyag tökéletes elégésekor keletkezik, azt feltételezve, hogy a tüzelőanyagban levő, valamint a

hidrogéntartalom elégeésekor keletkező víz (H_2O) gőzhalmazállapotban távozik. (Az **égéshő** fogalma feltételezi, hogy a víz *folyékony* halmazállapotban távozik; ezt a műszaki gyakorlatban kevésbé használjuk. Különbség tehát a kettő között a füstgázok víztartalmának párolgáshője.)

A fűtőértéket *kísérletileg* lehet meghatározni, de a tüzelőanyag vegyi összetételéből is *kiszámítható*. Ha a tüzelőanyag w_C hányad szenet, w_H hányad hidrogént, w_O hányad oxigént, w_S hányad ként és w_{H_2O} hányad vizet tartalmaz, akkor fűtőértéke

$$H_a = H_{fC}w_C + H_{fH} \left(w_H - \frac{w_O}{8} \right) + H_{fS}w_S - r_{H_2O}(w_{H_2O} - 9w_H) \quad \text{MJ/kg.} \quad (4.182)$$

A képlet magyarázata:

$H_{fC} = 39,4$ MJ/kg a karbonium, $H_{fH} = 142,5$ MJ/kg a hidrogén égéshője (de az oxigéntartalom nyolcadának megfelelő mennyiségű $w_O/8$ hidrogén nem éghető, mert a víz alkotórészeként van a tüzelőanyagban). $H_{fS} = 10,5$ MJ/kg a kén égéshője, $r_{H_2O} = 2,5$ MJ/kg a víz párolgáshője. A tüzelőanyag w_{H_2O} víztartalmán kívül a füstgázokban még a tüzelőanyag hidrogéntartalmának kilencszerese $9w_H$ víz is a füstgázokba jut.

4.30. példa. Szenünk C-tartalma $w_C = 62,0\%$, H_2 -tartalma $w_H = 4,7\%$, O_2 -tartalma $w_O = 13,0\%$, S-tartalma $w_S = 3,8\%$, víztartalma $w_{H_2O} = 8\%$ (a többi hamu).

A fűtőérték az előbbi képlettel

$$\begin{aligned} H_a &= \left[39,4 \cdot 0,62 + 142,5 \left(0,047 - \frac{0,13}{8} \right) + 10,5 \cdot 0,038 - 2,5(0,08 + 9 \cdot 0,047) \right] \text{ MJ/kg} = \\ &= 27,951 \text{ MJ/kg.} \end{aligned}$$

Az *elméleti levegőszükségletet* hasonlóan felépített összefüggésekből lehet meghatározni. Jó égéshez azonban bizonyos **légf felesleg** is kell; a valóságos levegőszükséglet az elméletinél ennyivel nagyobb.

A különböző bányák, ill. olajkutak termékeire egyébként az összetételek, fűtőértékek és az elméleti levegőszükségletek többnyire adottak.

Szilárd tüzelőanyagok főleg a szén változatai (antracit, kőszén, feketeszen, barnaszén, lignit) jönnek tekintetbe; koks, tőzeg, fa, hulladékok tüzelése ritka. A különböző szenek fűtőértékben, illóanyag-tartalomban, nedvesség- és hamutartalomban különböznek egymástól. A nagy karbon- (C) tartalmú, kevés illó szénhidrogént, kevés hamut tartalmazó *antracit* fűtőértéke nagy (32 MJ/kg körüli), de — kis illóanyag-tartalma miatt — nehezen gyullad. A hazai jó *feketeszenek* (a komlói, a tatabányai) 22 MJ/kg körüli fűtőértékűek, és jól égnak. A kis (8,5 MJ/kg) fűtőértékű *lignitek* tüzelése — nagy hamu- és nedvességtartalmuk miatt — nem könnyű feladat.

Folyékony tüzelőanyagokként főleg a kőolaj különböző lepárlási termékei jönnek tekintetbe. Nagy kazánokhoz a kőolajfinomítás lepárlási maradéka, a *pakura* használatos; ez csak elég nagy hőmérsékleten folyékony. Kisebb kazánokhoz az ugyancsak melegítést igénylő *nehéz* vagy *könnyű fűtőolaj* használatos. Az egészen kis berendezésekhez tekintetbe jövő (háztartási) *tüzelőolajok* a *Diesel*-olajokhoz hasonlóak. Fűtőértékük 37...43 MJ/kg között van.

Gáznemű tüzelőanyagok elsősorban a *földgáz*, amelyre a nagy — a származási helytől függő — metán- (CH_4 -) tartalom a jellemző; a *kohógáz* és a *városigáz* főleg szén-monoxidot tartalmaz. A szilárd tüzelőanyagok elgázosításának termékei ez idő szerint háttérbe szorultak, de lehetséges, hogy a gyenge minőségű (többnyire nagy kéntartalmú) szenek eltüzelésének szükségessége és emellett a környezetvédelmi kö-

vetelmények fokozódása (a füstgázok SO_2 -tartalmának csökkentése) ismét jelentős szerephez juttatja őket.

b) **Széntüzelések.** Ezek *rostélytüzelések* vagy *porszéntüzelések* lehetnek.

A **rostély** öntöttvas elemekből álló, hézagokkal kiképzett felület, amelyen a szénréteg van és ég. A rostélyelemek közötti hézagokban áramlik át az égési levegő, amely eközben az elemeket hűti.

Az **álló rostélyokon** a szenet el kell teríteni. A salak részben áthullik a hézagokon, részben el kell távolítani.

A **vándorrostélyok** a szenet maguk továbbítják a ráadagolástól a salak eltávolításáig.

A rostély alakja és nagysága a tüzelőanyag minőségéhez igazodik. A 4.90. ábra a síkrostélyt mutatja, amelynek egész felszíne az A_r *rostélyfelület* a rajta elhelyezhető tüzelőanyag mennyiségét szabja meg.

A rostélyhézagok alkotják az A_{re} „*elevelen*” *rostélyfelületet*, amely annál nagyobb legyen, minél több levegőre van szükség a tüzelőanyag tökéletes elégetéséhez.

A levegőt a kéményen kiáramló meleg füstgázoszlop sűrűségkülönbségéből számítható *természetes léghuzat* (mintegy $v = 0,75 \dots 1,6$ m/s sebességgel) szívja keresztül a rostély nyílásain.

Mesterséges léghuzattal a rostélyon átáramló levegő sebessége $v = 4$ m/s-ig fokozható. Ilyenkor vagy a forró füstgázokat szívja el az ún. *szívóventillátor*, vagy pedig az *aláfúvó ventillátor* nyomja a friss levegőt a rostélyon és a gőzkazán huzamain keresztül a kéménybe.

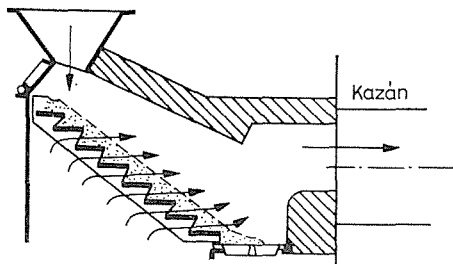
A **rostély kialakításakor** a tüzelőanyag elégetése után visszamaradó *hamu és salak minőségére* is tekintettel kell lenni. A kövér, folyékony salakot képező kőszenek alatt, a rostélyrudak között nagyobb ($s = 10 \dots 15$ mm-es) hézagot kell hagyni, mint a széteső, hamuvá eléggő soványabb szeneknél. (Itt $s = 4 \dots 8$ mm lehet.)

A rostélyra helyezhető *tüzelőanyag rétegmagassága* is különböző. Így pl. az apró szemű szenet, valamint az összesülő salakot adó tüzelőanyagot vékonyabb rétegben kell adagolni.

A tüzelőberendezés jellemzésére az ún. **rostélyterhelést**, vagyis az egységnyi rostélyfelületen óránként elégethető szénmennyiséget szokás megadni [$b_{mr} = B/A_r$, kg/($\text{m}^2 \cdot \text{h}$)]. A rostélyterhelés nemcsak a tüzelőanyag minőségétől, hanem a tüzelőszerkezet rendeltetésétől is függ.

A tüzelőanyag vegyi összetétele és salaktartalma nemcsak a fűtőértéket és a levegősükségletet határozza meg, hanem a *láng kialakulását* is befolyásolja. A hosszú lánggal égő (gázdús) barnaszén tökéletes elégetéséhez nagyobb tüztérre van szükség, mint a rövid lángú (sovány) szenek és koksok eltüzeléséhez. A tüzelőanyag minősége szabja meg tehát a *tüztér kialakítását* is.

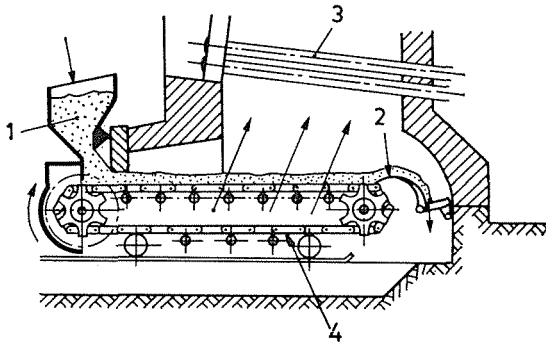
A **lépcsős rostélyt** a 4.92. ábra szerint lépcsősen egymás alá helyezett sík lapok alkotják, amelyekre a tüzelőanyag felülről adagolható. A lépcsős rostély *elevelen felülete igen nagy*; a rostélylapok között belépő levegő a tüzelőanyag egész rétegén egyenletesen hatol át. A hamu a lépcsős rostély alján elhelyezett kis síkrostélyon keresztül jut ki a tüzelőtérből.



4.92. ábra. Lépcsős rostély

Az előbb leírt tüzelőberendezések üzemének gazdaságossága a fűtő ügyességétől függ. A tüzelőanyag adagolása a tüzelőajtón keresztül időszakos; a nyitott ajtón keresztül a tüzelőtérbe áramló hideg levegő füst- és koromképződésre vezet, a tüzelőanyag gazdaságos elégetéséhez szükséges légmennyiség pedig a rétegvastagság változása miatt is nehezen szabályozható. Az ilyen ún. *kézi adagolású tüzelőberendezés* hatásfoka tehát nagyobb teljesítőképesség esetében még szakszerű kezeléssel sem elégítheti ki a korszerű energiagazdálkodás követelményeit, amelyek parancsolóan előírják a tüzelés füstmentességét is.

A nagyobb fűtőfelületű kazánokat kézi tüzelés helyett önműködő, *folytonos adagolású tüzelőberendezéssel* kell felszerelni. Így jöttek létre a **mechanikus rostélyok** különböző változatai. Leggyakoribb közöttük a **vándorrostély** (4.93. ábra).



4.93. ábra. Vándorrostély

1 szénhombár; 2 salaktörő;
3 vízcsövek; 4 rostélylánc

A vándorrostély vég nélküli szalagot alkot, amely a 4.93. ábra szerint két láncdobon van átvetve. A szalag felső ága alkotja a rostélyt, amely igen kis (változtatható) sebességgel halad az *A* adagolótól a kazán alá. Az előlő láncdobot rendszerint villamos motor hajtja akkora áttétel közbeiktatásával, amely a tökéletes elégés feltételeihez igazodó előrehaladást biztosítja.

A szén az adagolóból *egyenletes rétegvastagságban* folyik rá a rostélyfelületre. A rétegvastagságot úgy kell beállítani, hogy a tökéletes elégés a rostély előrehaladása arányában mehessen végbe, hogy a hátsó láncdob fölött elhelyezett *S* salakleszedő már csak éghető anyagoktól mentes hamut és salakot tereljen le a rostélyról.

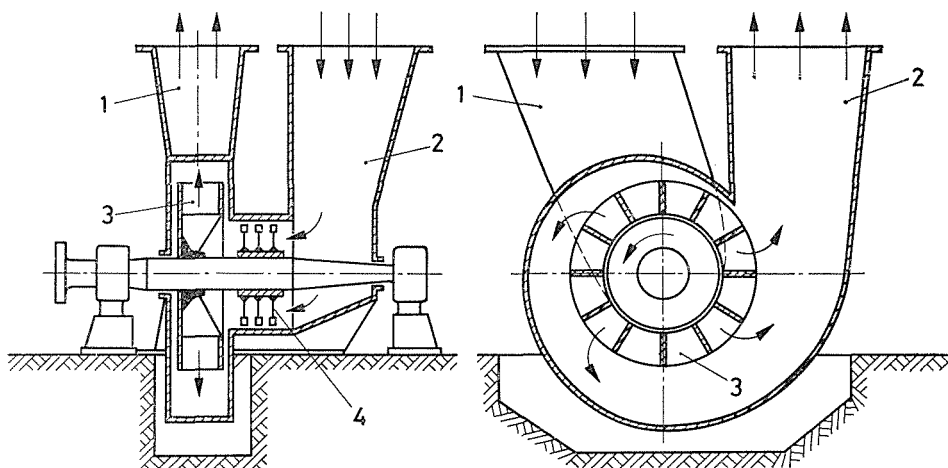
A rostély mérete a szén minőségéhez igazodik. Az üzembiztonság és az élettartam növelése érdekében a láncrostély felületét általában nagyobbra választjuk, mint kézi tüzelés esetében. A rostélyterhelés szokásos értéke $b_{nr} = 100 \dots 125 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{h})$.

A **porszéntüzelések** alap gondolata az, hogy száraz, finomra őrölt, por alakú szén a tüztérbe fújva jól keveredik az égési levegővel, és így *igen jó égési hatásfokkal* tüzelhető el. A szenet változtatható teljesítményű **adagolók** juttatják az **örlőmalomba**, amely *őröl és szárít*. Az őrleményt **éggőkön** fűjják be a tüztérbe. A különböző rendszerű (golyós-, görgős-, verő-) malmok közül gyakran használt a ventillátormalom, amely az őrلőszárítás teljes ventillációs szükségletét is maga fedezi. Ez utóbbinak előkapcsolt verőkerekű változatát mutatja a 4.94. ábra.

A **porszénégők** kialakításában legfőbb törekvés az égési levegővel való jó elkeveredésnek és annak megvalósítása, hogy a tüztérbe fújt porszén olaj- vagy gázgyújtás nélkül is biztosan gyulladjon.

A **salakolvasztó tüzelés** a porszéntüzelésnek az a válfaja, amelyben a tüztér hőmérséklete olyan nagy, hogy a salak megolvad. Megvalósításához a tüztér egyes részeit hűtés nélkül (kazán fűtőfelületek hűtőhatása nélkül) kell hagyni.

c) **Olaj- és gáztüzelések.** Olajat és gázt könnyebb a levegővel kifogástalanul elkeverni, mint a szenet; salak- és víztartalmuk elenyésző. Ezért **tüzelésük egyszerűbb**, mint a szénéé.



4.94. ábra. Ventilátormalom előkapcsolt verőkerekkel

1 égőkhöz; 2 szénhombárból; 3 ventilátorkerék; 4 verőkerek

Az *olajtüzelésben* fő feladat az olaj finom cseppekre porlasztása. A porlasztás *nyomásporlasztású*, ha a fúvókába nagy nyomással juttatott olaj a fúvóka kiképzése folytán porlad szét. *Gőz- (vagy levegő-) porlasztás* esetén nagy sebességű gőz- (vagy levegő-) sugár, *serleges porlasztóban* gyorsan forgó serleg bontja finom cseppekre az olajat. Porlasztás és gyulladás után az égő elegynek élénk keveredése biztosítja a kifogástalan égést.

Gáztüzelésben a tüzelőanyag és az égési levegő jó keveredése már az égőben elérhető; égés azonban minden szerkezetben az égő után megy végbe.

4.5.3. Gőzkazánszerkezetek

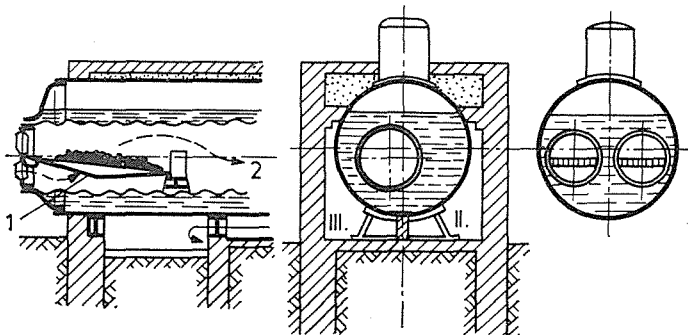
A gőzkazánok szerkezete legfőképpen az általuk termelt gőz nyomásához és hőmérsékletéhez, amellett a kazán teljesítőképességéhez és a tüzelőberendezéshez igazodik.

a) **Hengeres kazánok.** A hengeres kazánok nagy vízterűek. Minthogy az egész víz- és gőzteret körülvevő nagy átmérőjű henger(ek)ből állnak, és a fűtőfelületük csak vízzel érintkező elgőzöltető felület, nagy nyomásokra nem alkalmasak.

Legegyszerűbb alakjuk az *alsó tüzelésű kazán* (l. a 4.90. ábrát) ma már nem is használatos. Helyette jobb minőségű tüzelőanyag esetében a *belső tüzelésű, lángcsövös* vagy *Cornwall-kazán* alkalmazható (4.95. ábra). Ha *egy lángcsövet* alkalmazunk, akkor annak tengelye nem esik a henger középsíkjába, mert ezzel a kazánban élénkebb vízáramlás biztosítható. Két lángcső esetében a kazán közvetlen fűtőfelülete megkétszereződik, mert mindkét lángcső egyúttal tüzelőteret is alkot.

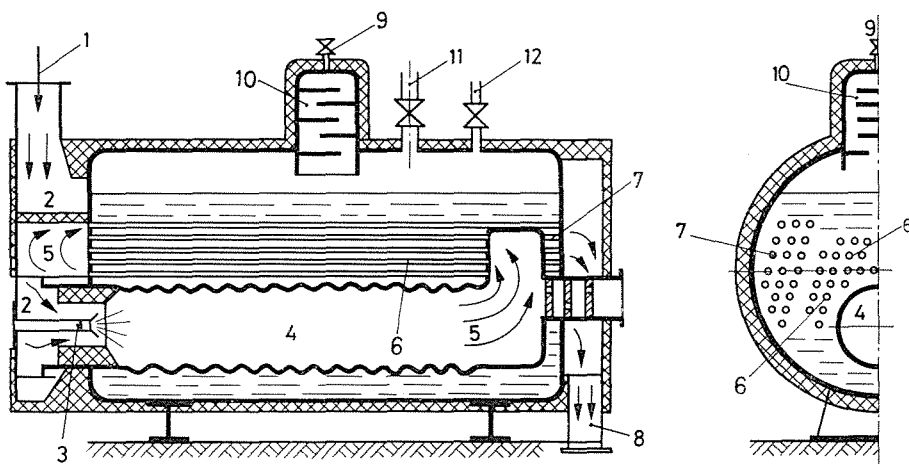
A régebben használt sima falú lángcsövek helyett ma már hullámos csövek használatosak. Átmérőjük 500. . .900 mm.

A hengeres kazánok olaj- vagy gáztüzelésre ma is használt alakja a *háromhuzamú hengeres kazán* (4.96. ábra). Ennek első huzama a *4 lángcső*, amelyben a tüzelés lefolyik. A füstgázok a lángcsőből kilépve, az *5 fordítókamrába* jutnak, ahonnan



4.95. ábra. Lángcsöves (Cornwall-) kazán

I., II., III füstgázhuzamok; 1 síkrostály; 2 lángcső



4.96. ábra. Háromhuzamú hengeres kazán (Láng Gépgyár 3HO típusa)

1 nyomóventillátortól; 2 levegőbeömlés; 3 olajtüzelő berendezés; 4 lángcső; 5 fordítókamrák; 6 a 2. huzam füstcsövei; 7 a 3. huzam füstcsövei; 8 füstgázkilépés a kéménybe; 9 gáztalanító vízbeömlés; 10 gáztalanító; 11 gőzelvétel; 12 nyomáshatárolók (biztosító szelepek)

a második huzamot képező 6 füstcsöveken a kazán eleje felé, majd onnan ismét megfordulva a harmadik huzam 7 füstcsövein keresztül a kémény felé áramlanak.

E hengeres kazánok nagy előnye, hogy nagy vízterüknél fogva *lökésszerű nagy terhelésre alkalmasak*. Hozzájuk csak szerény, inkább *gőzszáritónak* nevezhető túlhevítő alkalmazható a tüztér járatai után.

4.31. példa. Egy 14 bar nyomású, telített gőzt szolgáltató hengeres kazán víztere $V = 15 \text{ m}^3$. Mennyi gőzt ad le ez a víztér azáltal, hogy a nyomás 10 bar-ra csökken?

(Elvben helyesen belső energiákkal kellene számolnunk, mert a leírt állapotváltozás közben *utántöltés nincs*. Víz esetében azonban a fajlagos térfogat a gőzéhez képest olyan kicsi, hogy a belső energia változása az entalpia változásával azonosra vehető. Utóbbira a gőztáblázatok kényelmesebben is adnak adatokat.)

A 14 bar nyomású, telítési állapotú víz entalpiája

$$i_1 = 830,2 \text{ kJ/kg.}$$

A 10 bar nyomású víz–gőz együttesből a víz entalpiája $i'_2 = 763,0$ kJ/kg, a gőzé $i''_2 = 2780$ kJ/kg. A gőz hányada a nyomáscsökkenés után $x = x_{gőz}/x_{elegy}$ kg/kg. Az állapotváltozás munkavégzés nélkül történt, tehát az entalpia nem változik:

$$i_1 = (1-x) i'_2 + x i''_2,$$

amiből viszont

$$x = \frac{i_1 - i'_2}{i''_2 - i'_2} = \frac{(830,2 - 763,0) \text{ kJ/kg}}{(2780 - 763) \text{ kJ/kg}} = \frac{67,2 \text{ kJ/kg}}{2017 \text{ kJ/g}} = 0,0333.$$

Mint hogy a 14 bar telítési állapotú víz fajtérfogata $v' = 1,148 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$, a 15 m³ víztér víztartalma

$$m_v = \frac{V}{v'} = \frac{15 \text{ m}^3}{1,148 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}} = 13\,066 \text{ kg} = 13,1 \text{ Mg} = 13,1 \text{ t}.$$

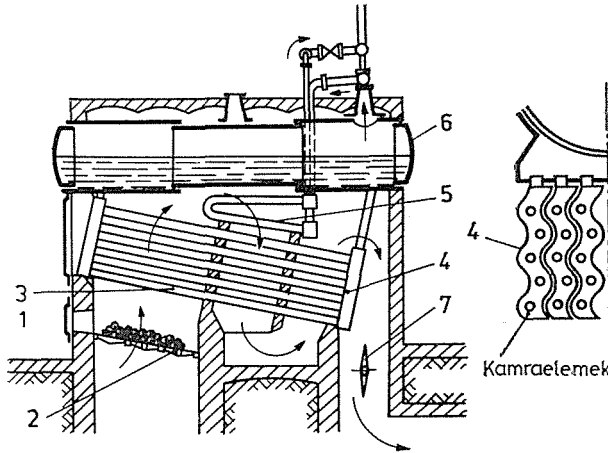
A nyomás csökkenésekor keletkező gőz

$$m_g = m_v \cdot x = 13\,066 \text{ kg} \cdot 0,0333 = 435,1 \text{ kg}.$$

A 10 bar telített gőz fajlagos térfogata $v''_2 = 1,92 \text{ m}^3/\text{kg}$ lévén, a keletkezett gőz térfogata

$$V_{gőz} = m_g v''_2 = 435,1 \text{ kg} \cdot 1,92 \text{ m}^3/\text{kg} = 835,4 \text{ m}^3!$$

b) A **vízcsöves kazánok** jellegzetessége, hogy a fűtőfelületek nagy részét vízzel (a túlhevítőket gőzzel) átjárt csövek képezik. Legegyszerűbb, **ferdecsöves** kivitelük a **Babcock–Wilcox (BW) kazán** (4.97. ábra) és a hozzá nagyon hasonló **Steinmüller-**

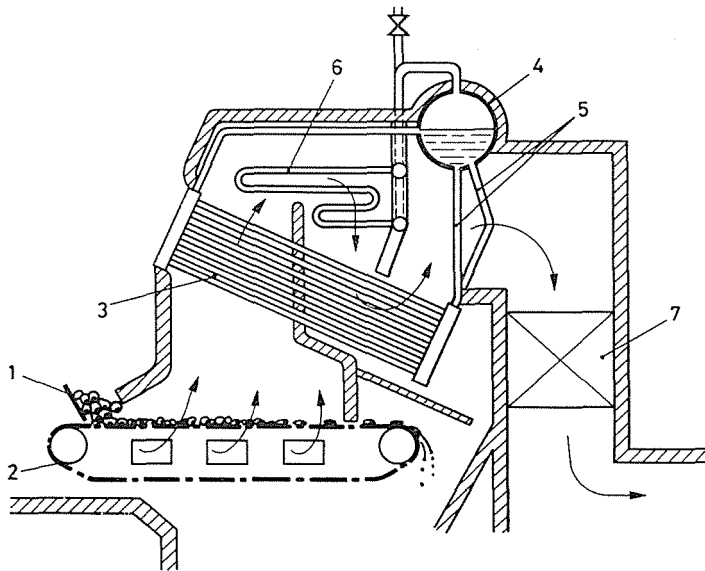


4.97. ábra. Ferdecsöves, Babcock–Wilcox kazán

- 1 tüzelőajtó; 2 síkrostély;
- 3 vízcsövek; 4 kamraelemek
- 5 túlhevítő; 6 kazándob;
- 7 füstgázcsappantyú

kazán. Ezekben az elpárolgás túlnyomórészt a ferde vízcsövekben folyik le; bennük a víz–gőz elegy felfelé áramlik és így *természetes cirkuláció* keletkezik. A henger – fűtőfelületi szerepét elvesztve – *kazándob*bá csökken; feladata a víztükör fenntartása és a gőznek a víztől való elválasztása.

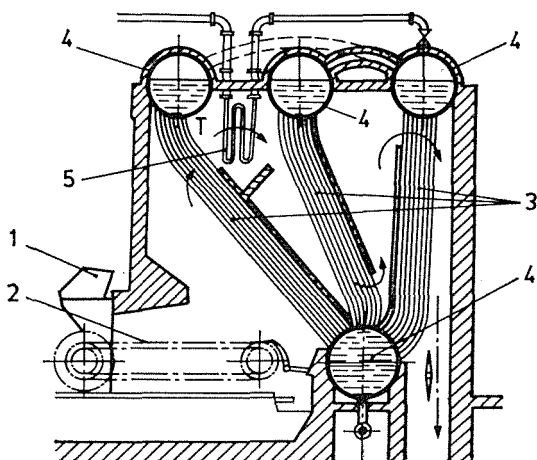
Nagyobb teljesítőképességű és nyomású ferdecsöves kazánokban sok párhuzamos ferde csövet és kisebb dobot alkalmaznak, így hát a sok cső a dob szélétében el sem férne. Ezért a **keresztdobos kazán** (4.98. ábra) *dobja* a ferde vízcsövekhez képest *keresztbe áll*, és így hozzá több csőfelület csatlakoztatható.



4.98. ábra. Keresztdobos kazán

1 garat; 2 vándorrostély; 3 vízcsövek; 4 kazándob; 5 ejtőcsövek; 6 túlhevítő; 7 tápvíz-előmelegítő; 8 salaktér

Még nagyobb teljesítményre és nyomásra alkalmasak a **meredekcsövű kazánok**. Ezek jellegzetessége, hogy a vízcsövek a felül elhelyezett dobokat alsó dobokkal kötik össze (4.99. ábra). Az alsó dobot kisméretű *gyűjtőkamrák* helyettesíthetik. Mindeme kazánok működésének lényege a víztérben létrejövő *természetes cirkuláció*, amely azáltal keletkezik, hogy a *fűtött forralócsöveken* kívül még *fűtetlen* (kevesebb, de nagyobb átmérőjű) *ejtőcső* is van a felső dob(ok) és az alsó dob (vagy kamrák) között. A forrásban levő víz – gőz elegy – a víznél kisebb sűrűségénél fogva



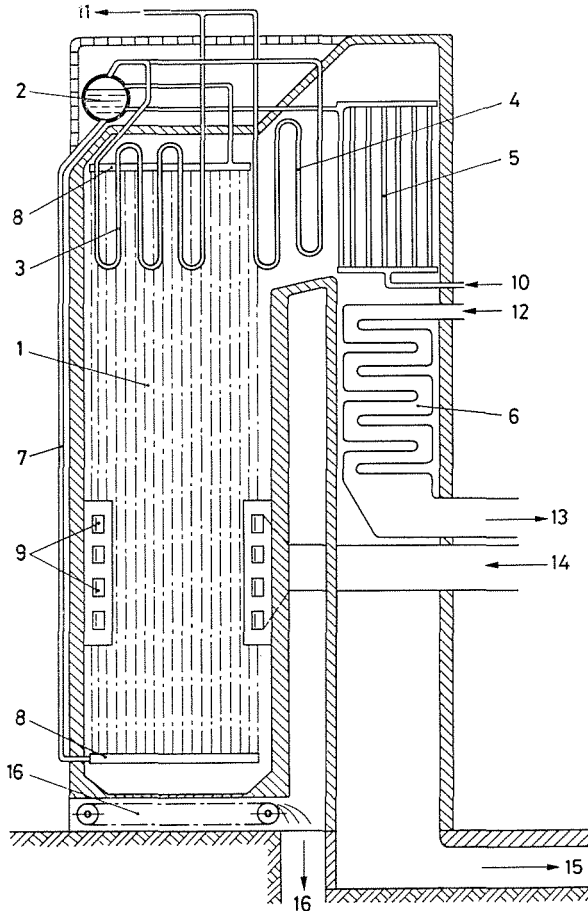
4.99. ábra. Meredekcsövű kazán

1 garat; 2 vándorrostély; 3 vízcsövek; 4 kazándob; 5 túlhevítő; 6 betáplálás

– felfelé áramlik a dobba. Innen a gőz a túlhevítőn át a felhasználóhoz, a víz pedig – az elegynél nagyobb sűrűségénél fogva – a fűtetlen ejtőcsöveken át lefelé áramlik az alsó kamrába.

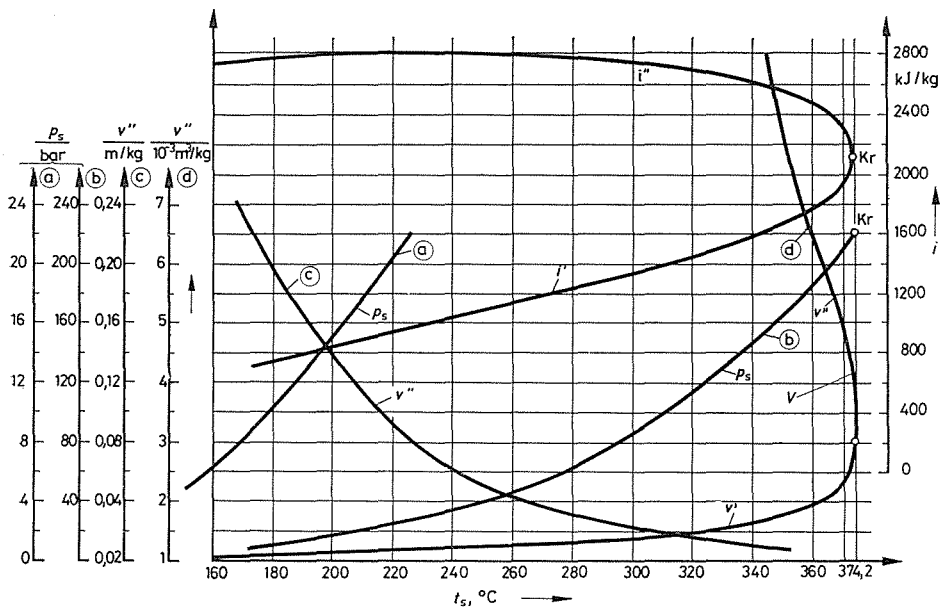
A besugárzott kazánok elgőzölögtető fűtőfelülete a tűzteret burkoló, túlnyomórészt függőleges forralócsövekből áll. Az elgőzölögtető felület tehát teljes egészében besugárzott; a túlhevítő pedig részben a tűztér felső részén, részben a további füstgázáramban van. A tápvíz-előmelegítő a füstgázáram vége felé foglal helyet. A kazánod egészen kis méretű és fűtetlen. Ilyen kazánt mutat a 4.100. ábra.

E kazánok forralócsövei kiégnek, ha a cirkuláció fennakad. Ekkor ugyanis vízáram hiányában a csőben gőzdugó keletkezik, amely a cső falát belülről már nem hűti az igen nagy tűztéri hőmérséklettel szemben. A természetes cirkuláció annál kevésbé biztos, mennél nagyobb a kazánnomás, mert nagy kazánnomáson a gőz sűrűsége nagyobb, a vízé viszont – nagyobb lévén a telítési hőmérséklet – kisebb. Így hát nagyobb kazánnomás esetén kisebb a különbség a víz és gőz sűrűsége között, egyúttal a forralócsövek víz–gőz elegytartalmának és az ejtőcsövek víztartalmának sűrűsége között (4.101.) ábra. Ezért természetes cirkulációjú kazánokat csak mintegy 170 bar nyomásig lehet építeni.



4.100. ábra. Besugárzott kazán

1 forralócsövek; 2 kazánod; 3 besugárzott túlhevítő; 4 konvektív túlhevítő; 5 tápvíz-előmelegítő; 6 léghevítő; 7 ejtőcső; 8 forralócsövek gyűjtőkamrái; 9 porszén-égetők; 10 tápvíz belépés, 11 gőzkilépés, 12 előmelegítendő levegő belépése, 13 felhevített levegő a ventilátormalomhoz; 14 porszén-levegő keverék a malomtől az égőkhöz; 15 füstgáz a kazánból a kéménybe; 16 salak- és pernyeltávolítás (A fűtőfelületeket képező csövek száma sokszorta nagyobb, átmérőjük sokszorta kisebb a vázlatból kivehetőnél. Az ilyen kazán 15...20 m magas)



4.101. ábra. Telítési állapotú víz és gőz fajlagos térfogata és entalpiája a hőmérséklet függvényében

4.32. példa. Egy 84 bar nyomású kazán forralócsöveinek közepes gőztartalma $x = 10\%$, a forralócsövek magassága $h = 10$ m. Mekkora a cirkulációt fenntartó nyomáskülönbség?

A gőztáblázat szerint (4.101. ábra) 84 bar nyomáshoz tartozó telítési hőmérsékletű víz fajlagos térfogata $v' = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$, és így sűrűsége

$$\rho' = 1/v' = \frac{1}{1,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}} = 714 \text{ kg/m}^3.$$

A 84 bar nyomású telített gőz fajtérfogata $v'' = 222 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$, és így sűrűsége

$$\rho'' = 1/v'' = \frac{1}{0,222 \text{ m}^3/\text{kg}} \approx 45 \text{ kg/m}^3.$$

Az elegy 0,9 rész vízből és 0,1 rész gőzből áll, sűrűsége tehát $\rho_e = 0,9\rho' + 0,1\rho'' = (0,9 \cdot 714 + 0,1 \cdot 45) \text{ kg/m}^3 = (642,6 + 4,5) \text{ kg/m}^3 = 647,1 \text{ kg/m}^3$. A forralócsőben levő elegy sűrűségének és az ejtőcsőben levő víz sűrűségének különbsége

$$\Delta\rho = \rho' - \rho_e = (714 - 647,1) \text{ kg/m}^3 = 66,9 \text{ kg/m}^3.$$

Ez a $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ nehézségi gyorsulású erőterben $h = 10$ m magasságon $\Delta p = \Delta\rho hg = 66,9 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ m} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 6563 \text{ Pa} = 65,63 \text{ mbar}$ nyomáskülönbséget ad.

Ha a kazányomás 170 bar volna,

$$\begin{aligned} v' &= 1,77 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}, & \rho' &= 565 \text{ kg/m}^3; \\ v'' &= 8,38 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}, & \rho'' &= 119,3 \text{ kg/m}^3; \\ \rho_e &= (0,9 \cdot 565 + 0,1 \cdot 119) \text{ kg/m}^3 = 520,4 \text{ kg/m}^3; \end{aligned}$$

$$\Delta\rho = \rho' - \rho_e = (565 - 520,4) \text{ kg/m}^3 = 44,6 \text{ kg/m}^3 \quad \text{és}$$

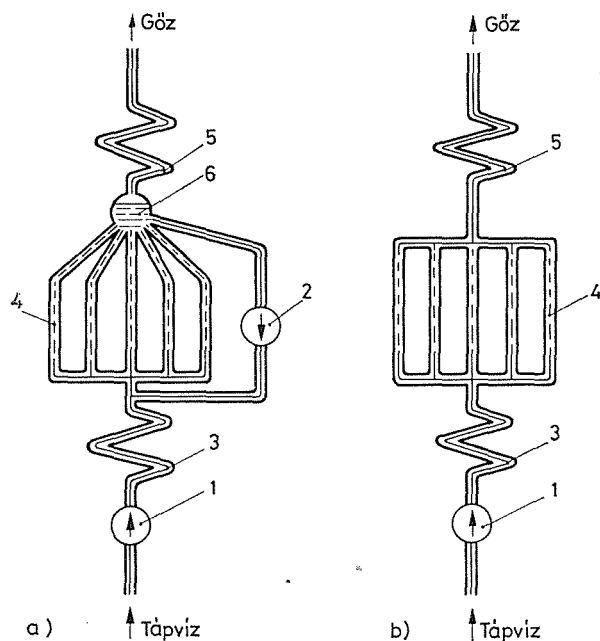
$$\Delta p = 44,6 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ m} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 4375 \text{ Pa} = 43,75 \text{ mbar}.$$

Kényszerkeringetésű kazánok mesterségesen, szivattyúval tartják fenn a nagy-nomású kazánok cirkulációját. Elvi vázlatukat a 4.102a ábra mutatja.

A kényszeráramlású kazán (4.102b ábra) elvben egyetlen csőrendszerből áll, dob nélkül. Ezekben a víz/gőz közeg folytonos áramban halad a telítési hőmérsékletnél hidegebb tápvízállapotból a túlhevített gőz állapotáig.

Kritikusan túli nyomású kazánokban nincs halmazállapot-változás, és így csak kényszeráramlásúak lehetnek.

Újrahevítéses kazánokban (l. a 4.2.8.c) pontot és a 4.56. ábrát) a túlhevítőn kívül újrahevítő is van.



4.102. ábra. Kényszerkeringetésű (a) és kényszeráramlású (b) kazánok elve
 1 tápszivattyú; 2 keringtetőszivattyú; 3 előmelegítő; 4 elgőzöltető fűtőfelület; 5 túlhevítő; 6 kazándob

c) A kazánok füstgázoldala kisnyomású, hengeres kazánokban — mint a 4.90. és 4.95. ábrán látható — igen egyszerű, mert a víztér hőmérséklete (nyomásnak megfelelő telítési hőmérséklet) elég kicsi, a füstgázokat tehát a fűtőfelületek eléggé lehűtik. Vízcsöves és főleg a nagy nyomású kazánokban a víztér hőmérséklete is nagy; a füstgázokat tervszerűen kell a különböző hőmérsékletű fűtőfelületek mentén (l. a 4.91. ábrát) vezetni úgy, hogy lehűlésük közben az egyes (előmelegítő, elgőzöltető, túlhevítő) felületekre kellő hőmennyiség jusson, és végül a füstgázok kellően lehűljenek. Így alakulnak ki a kazán huzamai és a beléjük épített fűtőfelületek, mint az a 4.99. ábrán is látható.

A legtöbb tüzelőberendezés-fajta számára kedvező, ha égési levegőként nem környezeti hideg, hanem előmelegített levegőt kap. Ezt a célt szolgálják a levegőelőmelegítők.

A kifogástalan égés fontos feltétele a levegő jelenléte. Ezt biztosítja a huzat, amely a tüzelőberendezés és a füstgázjáratok áramlási ellenállását győzi le. A természetes huzatot a kémény hozza létre azért, hogy a benne levő meleg füstgázok sűrűsége kisebb a környezeti levegőénél, és így a kémény alja és teteje között a sűrűségkülönbséggel és a kémény magasságával arányos nyomáskülönbség, a kémény alján tehát szívás keletkezik. Ha a külső levegő sűrűsége ρ_l , a füstgázoké ρ_f , a kémény magas-

sága pedig h , akkor a *statikus* (nyugvó állapotot feltételező, tehát ellenállással nem számoló) *huzat*

$$\Delta p = hg (\rho_1 - \rho_f).$$

Az 1 bar nyomással $0\text{ }^\circ\text{C} = 273\text{ K}$ hőmérséklettel jellemzett normálállapotban a levegő sűrűsége $\rho_{10} = 1,28\text{ kg/m}^3$ -re, a füstgázoké $\rho_{f0} = 1,32\text{ kg/m}^3$ -re tehető. Ha tehát a levegő hőmérséklete T_1 , a füstgázoké T_f , a huzat 1 bar (változatlan) nyomás esetén

$$\Delta p = hg \left(\rho_{10} \frac{T_0}{T_1} - \rho_{f0} \frac{T_0}{T_f} \right).$$

4.33. példa. A levegő hőmérséklete $t_1 = 20\text{ }^\circ\text{C}$, a füstgázoké $t_f = 160\text{ }^\circ\text{C}$, a kémény $h = 20\text{ m}$ magas. Mekkora a statikus huzat?

$$T_1 = (273 + 20)\text{ K} = 293\text{ K}; \quad T_f = (273 + 160)\text{ K} = 433\text{ K}.$$

$$\begin{aligned} \Delta p &= hg \left(\rho_{10} \frac{T_0}{T_1} - \rho_{f0} \frac{T_0}{T_f} \right) = 20\text{ m} \cdot 9,81\text{ m/s}^2 \cdot \left(1,28\text{ kg/m}^3 \cdot \frac{273\text{ K}}{293\text{ K}} - 1,32\text{ kg/m}^3 \cdot \frac{273\text{ K}}{433\text{ K}} \right) = \\ &= 70,8 \frac{\text{m} \cdot \text{kg}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}^2} = 70,8\text{ Pa}. \end{aligned}$$

A tüzelőberendezések és kazánok nagy részének nem elegendő a természetes huzat. Ezért a füstgázokat egyrészt *szívóhuzam-* (füstgáz-) *ventillátorral* elszívják a tűztérből, másrészt *nyomóhuzam-* (levegő-) *ventillátorral* levegőt fújnak a tűztérbe.

4.6. HŰTŐGÉPEK

4.6.1. A hűtőteljesítmény

Az ipari üzemek és háztartások hőgazdálkodásának egyik különleges esete a hűtés, vagyis a környezeténél kisebb hőmérsékletek előállítása (élelmiszerek hűtése, jéggyártás stb.). Ilyenkor fűtés helyett **hőelvonásról** kell gondoskodni. Az egységnyi idő alatt elvont hőt **hűtőteljesítménynek** nevezzük; egysége: W.

Természetes úton a télen gyűjtött és jégvermekben elraktározott **jéggel** érhetjük el ezt a célt, ha a jég fagyáspontja körül kell a hőmérsékletet tartani.

A jégfogyasztás kiszámításához alapul vehető, hogy az olvadási hő $r = 335 \text{ kJ/kg}$, a fajhő pedig $c_{\text{jég}} \approx 2,1 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$.

4.34. példa. Egy helyiségnek $t_1 = +5 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékleten tartásához $P_h = 9000 \text{ kJ/h} = 2,5 \text{ kW}$ hűtőteljesítmény szükséges. Mennyi a jégfogyasztás, ha erre a célra $t_0 = -2 \text{ }^\circ\text{C}$ -os jeget használunk? Az 1 kg jég hőelvonó képessége az előírt hőmérsékleti határon belül

$$q = c_{\text{jég}}t_0 + r + c_{\text{viz}}t_1 = 2,1 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)} \cdot 2 \text{ K} + 335 \text{ kJ/kg} + 4,19 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)} \cdot 5,1 \text{ K} = 360 \text{ kJ/kg.}$$

A *jégfogyasztás* tehát

$$q_m = \frac{P_h}{q} = \frac{2,5 \text{ kJ/s}}{360 \text{ kJ/kg}} = 6,94 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s} = 25,0 \text{ kg/h.}$$

Nagyobb hűtőteljesítmények és kisebb hőmérsékletek eléréséhez a jég helyett *gázok* vagy *gőzök* alkalmazása indokolt, mert e közegek hőmérséklete adiabatikus terjeszkedéssel mélyen a fagypontra alá süllyeszthető, vagyis mesterséges úton hőelvonásra alkalmas állapotba juttatható.

A természetes hűtéssel szembeállítva: ezt az eljárást nevezzük **mesterséges hűtésnek**.

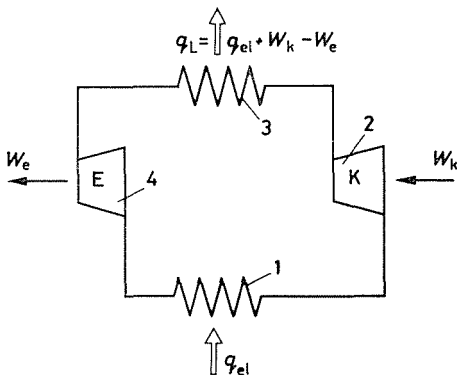
A mesterséges hűtés feladata, hogy meghatározott mennyiségű hőt *hidegebb helyről melegebb helyre vigyen át*, ami a termodinamika II. alaptörvénye szerint csak *energiafogyasztás* árán lehetséges (vö. a 4.1.3. ponttal), a hűtőgép folyamatos működésének alapkövetelménye tehát *mechanikai munka* fogyasztása, vagy *nagyobb hőmérsékleten* rendelkezésre álló hőnek kisebb hőmérsékletre bocsátása.

A **mechanikai munkát fogyasztó** hűtőgépek vagy *gőznmű* (halmazállapotukat változtató), vagy *gáznemű* (halmazállapotukat nem változtató) közeggel dolgozhatnak. A **hűtő körfolyamat** az energiatermelőnek fordítottja: a hűtő körfolyamatban a hűtendő anyag által felmelegített közeget komprimáljuk, miáltal hőmérséklete a környezeti fölé emelkedik, és így hőjéből *átadhat* a környezetnek. A környezeti hőmér-

séklet közelébe lehűtött közeget — elvben izentropikusan — expandáltatjuk. Ezáltal hőmérséklete a hűtendő anyagé alá csökken, és így attól *hőt vehet fel*; a hűtendő anyag hőmérsékletének közelében melegszik.

A kompresszió tehát nagyobb hőmérsékletszinten és így nagyobb fajtérfogaton folyik le, mint az expanzió, ezért a befektetendő kompressziós munka nagyobb, mint a nyerhető expanziós munka. A körfolyamat vázlatát a 4.103. ábra szemlélteti.

Az egységnyi tömegű közeg a **hűtőben** q_{ei} hőt vesz át a hűtendő anyagtól. A **kompresszor** a közegben w_k fajlagos kompressziós munkát fektet bele. A **hőleadó-ban** a közeg q_L hőt ad le a környezetnek. Az **expanziós szerkezetben** a közeg w_e expanziós munkát szolgáltat.



4.103. ábra. Hűtő körfolyamat általános elvi vázlata

1 hűtő; 2 kompresszor; 3 hőleadó; 4 expanziós szerkezet

A hűtőben elvont q_{ei} hőnek a $w_k - w_e$ fogyasztott mechanikai munkához való viszonyát

$$\varepsilon = \frac{q_{ei}}{w_k - w_e} \quad (4.183)$$

fajlagos hűtőtéljesítménynek nevezzük. Ez a hőerőgépek fajlagos hőfogyasztásához (l. a 4.2. alfejezetet) hasonló jellemző, amely nemcsak dimenzió nélküli viszony-számban, hanem $\text{kJ}/(\text{kW}\cdot\text{h})$ -ban is megadható.

Érdekes jellemző még az egységnyi hűtőtéljesítményhez szükséges *közegáram* is; ez a gőzerőgépek fajlagos gőzfogyasztásához hasonló jellemző. Mértékegysége a kg/kJ , de használatosabb a $\text{kg}/(\text{kW}\cdot\text{h})$ mértékegység.

4.6.2. Kompresszoros hűtőgépek

a) **Gőznmű közeggel működő hűtőgépek.** Mai szóhasználatunk szerint kompresszorosnak a *gőznmű közeggel mechanikai munka árán* dolgozó hűtőgépeket nevezzük. A kompresszoros hűtőgép mind az iparban, mind a háztartásban leginkább használatos hűtőgépfajta. Előnye a gőzök azon tulajdonságaiból származik, amelyeket a gőzerőgépek körfolyamati közegében is nagyra értékelünk. A gőzök *állandó hőmérsékleten* is képesek — párolgáskor és lecsapódáskor — hő felvételére, ill. leadására, ezért a *fajlagos hűtőtéljesítmény jó*. Egységnyi tömegük sok hőt ad le, ill. vesz fel, ezért nagy hűtőtéljesítményhez is *kis hűtőközegáram* kell. A folyadék expanziós munkája olyan elenyésző, hogy le is lehet róla mondani.

Hűtőközegül ún. **hideg gőzök** alkalmasak. Az olyan gőzöket nevezzük így, amelyeknek *dermedéspontja* jóval a tekintetbe jövő hűtési hőmérséklet alatt, *kritikus hőmérséklete* jóval a hőleadási hőmérséklet fölött van; a *telítési nyomás* pedig a szoba jövő hőmérséklet-tartományban gépszerkezetiileg jól uralható. A leghasználatosabbakat a 4.4. táblázat mutatja.

4.4. táblázat

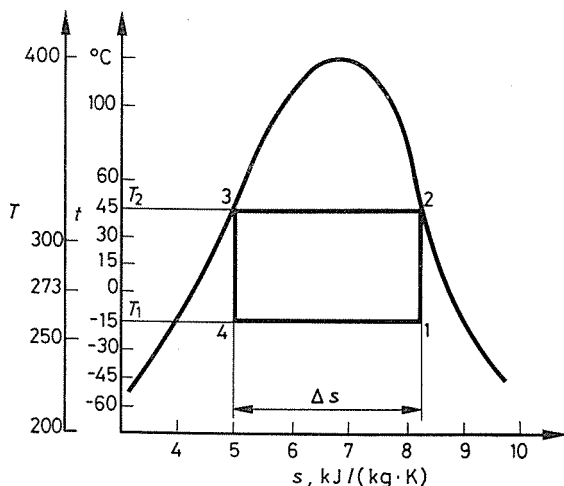
A hűtőközeg jellemző adatai

A közeg megnevezése	Telítési nyomás, bar		Hűtőtéljesítmény-tényező (fajlagos hűtőtéljesítmény)	
	+ 30 °C-on	−15 °C-on	hűtőtéljesítmény ¹⁾	közegszükséglet ²⁾ g/kJ
Ammónia (NH ₃)	11,66	2,36	4,77	0,91
Metil-klorid (CH ₃ Cl)	6,52	1,46	4,63	2,87
Kén-dioxid (SO ₂)	4,62	0,81	4,87	3,01
Szén-dioxid (CO ₂)	71,9	22,9	2,76	7,41
Freon 12 (CF ₂ Cl ₂)	7,43	1,82	4,70	8,43

¹⁾ 1 kJ mechanikai munka árán elvonható hő kJ-ban − 15 °C és + 30 °C hőmérséklet-határok között.

²⁾ 1 kJ elvonandó hőhöz forgalmazandó közegmennyiség g-ban − 15 °C és + 30 °C hőmérséklet-határok között.

Rendkívül kedvező volna olyan körfolyamatot megvalósítani, amelyben ez a hűtési (alsó) és a hőleadási (felső) hőmérséklet *állandó* volna. Ekkor *Carnot*-körfolyamatot kapnánk (4.104. ábra). Ehhez azonban olyan nedvességtartalmú (*I*) gőzt kellene komprimálnunk, hogy a kompresszió végén (*2*) a közeg *éppen száraz telített* legyen; olyan expanziós gépre lenne szükség, amely *telítési állapotú folyadékot* (*3*) képes



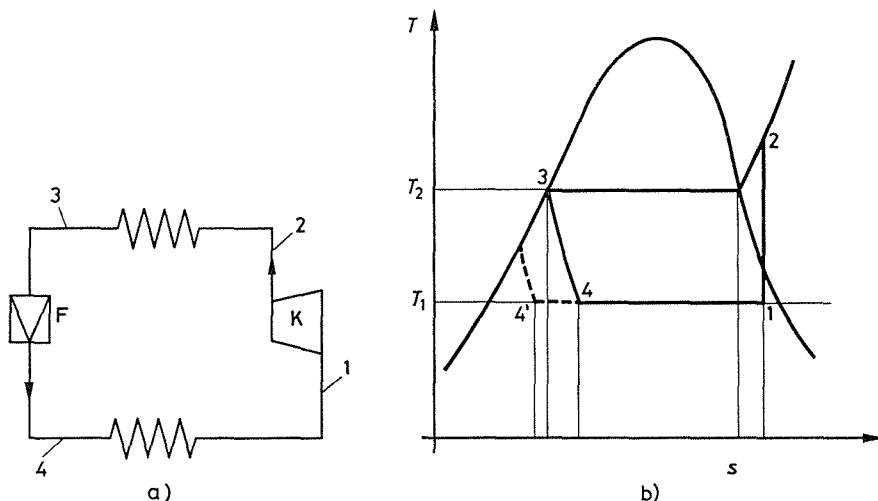
4.104. ábra. Eseményi kompresszoros hűtőkörfolyamat $T-s$ diagramban
 T_1 hűtési hőmérséklet; T_2 hőleadási hőmérséklet; $1-2$ kompresszió; $3-4$ expanzió; $2-3$ lecsapódás (kondenzáció) a hőleadóban; $4-1$ elpárolgás a hűtőben

nedves gőzállapotba (4) expandáltatni. Ebben az eszményi esetben a fajlagos hűtőteljesítmény

$$\varepsilon = \frac{q_{e1}}{w_k - w_e} = \frac{T_1 \Delta s}{(T_2 - T_1) \Delta s} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} \quad (4.184)$$

A valóságban ez az eszményi hűtő körfolyamat csak megközelíthető.

A kompresszoros hűtőgépekben a **valóságban** végbemenő folyamat a 4.105. ábrával magyarázható. Az alsó T_1 hőmérsékleten nedvesgőzállapotból (1) a közeget elvben adiabatikusan a T_2 felső, hőleadási hőmérsékletének megfelelő p_1 nyomásig kompri-



4.105. ábra. Valóságos kompresszoros hűtőkörfolyamat
a) kapcsolási vázlat; b) a folyamat $T-s$ diagramban

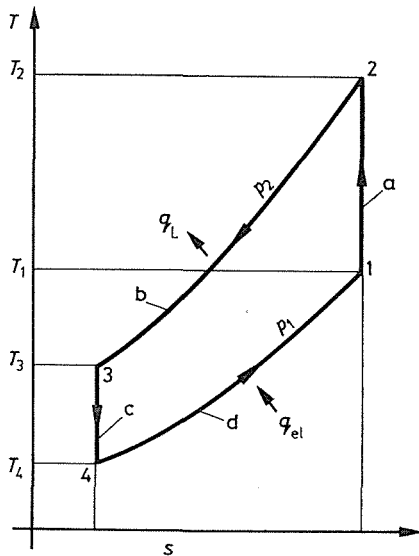
máljuk. A kompresszió végén (2) a közeg általában *túlhevített* állapotban van, hőmérséklete tehát nagyobb a telítési nyomás T_2 hőmérsékleténél. A közeg gőzének ezért a hőleadó kondenzátorban *először le kell hűlnie*, akkor kezdődhet a *lecsapódás* állandó hőmérsékleten, amikor is a közeg 3 telítési hőmérsékletű folyadékállapotba kerül. Azt a csekély w_e expanziós munkát, amelyet a folyadéknak p_1 nyomásról p_2 -re való ejtése szolgáltatna, nem érdemes kihasználni, ezért a folyadékot p_1 nyomásról p_2 -re egyszerűen *fojtjuk*. A fojtás az állandó entalpia vonalán megy végbe; a folyamat végén 4 állapotú, tehát T_1 hőmérsékletű és *igen nagy nedvességtartalmú* gőzt kapunk. A hűtőben a közeg folyadék része a hűtendő anyagtól elvont hőtől elgőzölög; a közeg *kevésbé nedves* 1 állapotban kerül újra a kompresszorba.

A hűtőteljesítmény javul, ha a kondenzátorban a lecsapódott folyadékot a nyomáshoz tartozó telítési hőmérséklete alá *túl is hűtjük* a 3' pontig. Ekkor a fojtás végén nagyobb nedvességtartalmú, 4' állapotú gőzt kapunk; a nagyobb nedvességtartalom természetesen több hőt tud elvonni.

b) **Gáznemű közeggel működő gépek.** A gáz a körfolyamat közben nem változtatja halmazállapotát, ezért hőt csak *hőmérséklet-változás* árán tud leadni vagy felvenni. Ezért a közeg a hűtőben jóval hidegebb a hűtendő anyagnál; a hőleadóban jóval melegebb a környezetnél. Működési hőmérsékletetárai így *gazdaságtalanul*

nagyobbak, fajlagos hőteljesítménye kisebb, mint az ugyanolyan célú gőzös hűtőgépé. Találónan **hűtőléggépnek** nevezhető, mert közege általában levegő.

Működését a 4.106. ábrán bemutatott $T-s$ diagram, elvi felépítését a 4.103. ábra magyarázza. Az 1 állapotban beszívott levegőt a kompresszor – elvben izentropikusan – 2 állapotig sűríti; a kompresszió vég hőmérséklete ugyanúgy számítható, mint a gázturbina kompresszoráé. A hőleadóban a közeg csak a *környezetét meghaladó hőmérsékletig* hűlhet; ezt a hőmérsékletet a hőleadó hőcserélési tényezője [l. a (4.171d) összefüggést] szabja meg. Az expanziós gépben az alsó p_1 nyomásig expandál a közeg; vég hőmérséklete ugyanúgy számítható, mint a gázturbina turbinarésze utáni hőmérséklet (1. a 4.4.2. pontot).



4.106. ábra. Hűtőléggép működési folyamata $T-s$ diagramban

a) kompresszió; b) hőleadás; c) expanzió; d) hűtés

4.35. példa. Vizsgáljuk meg – egyelőre 1 kg közegre – a 4.106. ábrán vázolt körfolyamatot a $p_2/p_1 = 4$ nyomásviszonnyal előírt $p_2 = 4$ bar és $p_1 = 1$ bar nyomáshatárok között. Ha a levegő hőmérséklete a hideg vízzel hűtött hőleadó után 25°C ($T_3 = 298$ K), akkor az izentropikus expanzió végén a hőmérséklet

$$T_{4s} = T_3 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 298 \text{ K} \cdot \left(\frac{1}{4} \right)^{\frac{0,4}{1,4}} = 298 \text{ K} \cdot 0,673 = 200,5 \text{ K} = -72,5^\circ\text{C};$$

$T_3 - T_{4s} = 97,5$ K, és ha az expanziós gép hatásfoka $\eta_T = 88\%$, akkor

$$T_3 - T_4 = \eta_T (T_3 - T_{4s}) = 85,8 \text{ K}.$$

Hőmérséklet az expanzió végén

$$T_4 = 298 \text{ K} - 85,8 \text{ K} = 212,2 \text{ K},$$

$$t_4 = -60,8^\circ\text{C}.$$

Az expanzió munkája ($c_p = 1,02$ kJ/(kg·K) fajhő értékkel)

$$w_e = c_p (T_3 - T_4) = 1,02 \text{ kJ/(kg·K)} \cdot 85,8 \text{ K} = 87,52 \text{ kJ/kg}.$$

Tegyük fel, hogy a levegő a hűtőben – a hűtendő anyagoktól felvett és a falakon át vezetett hőáram következtében – $+2\text{ }^\circ\text{C}$ -ra melegszik; a kompresszor előtti hőmérséklet így $T_1 = 275\text{ K}$.

A hűtőben felvett hő tehát

$$q_{el} = c_p(T_1 - T_4) = 1,02\text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \cdot (275\text{ K} - 212,2\text{ K}) = 64,06\text{ kJ}/\text{kg}.$$

A kompresszor a T_1 hőmérsékletű levegőt $p_1 = 1\text{ bar} = 0,1\text{ MPa}$ nyomásról $p_2 = 4\text{ bar} = 0,4\text{ MPa}$ nyomásra, azaz 4-szeres nyomásviszonyra sűríti. A kompresszor utáni eszményi hőmérséklet, ha a kompresszió hatásfoka 100% volna:

$$T_{2s} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 275\text{ K} \cdot 4^{\frac{0,4}{1,4}} = 408,6\text{ K},$$

$$t_{2s} = 135,6\text{ }^\circ\text{C}.$$

Ha a kompresszor hatásfoka $\eta_K = 82\%$, akkor a hőmérséklet-növekedés a kompresszorban

$$T_2 - T_1 = \frac{T_{2s} - T_1}{\eta_K} = \frac{408,6\text{ K} - 275\text{ K}}{0,82} = \frac{133,6\text{ K}}{0,82} = 162,9\text{ K}.$$

Hőmérséklet a kompresszor után:

$$T_2 = T_1 + (T_2 - T_1) = 275\text{ K} + 162,9\text{ K} = 437,9\text{ K}.$$

A kompresszió munkája

$$w_K = c_p(T_2 - T_1) = 1,02\text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \cdot 162,9\text{ K} = 166,6\text{ kJ}/\text{kg}.$$

A hőleadóban elvonandó hő

$$w_L = c_p(T_2 - T_3) = 1,02\text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \cdot (437,9\text{ K} - 298\text{ K}) = 142,7\text{ kJ}/\text{kg}.$$

Az összes befektetendő munka (a kompressziós és az expanziós munka különbsége)

$$w_M = w_K - w_e = 166,6\text{ kJ}/\text{kg} - 87,52\text{ kJ}/\text{kg} = 78,64\text{ kJ}/\text{kg}.$$

Számításunk helyességét úgy ellenőrizhetjük, hogy felírjuk a körfolyamat energiamérlegét. A hűtőben elvont q_{el} hő és a ráfordított w_M mechanikai munka összegének egyenlőnek kell lennie a q_L leadott hővel:

$$q_{el} + w_M = w_L = 64,06\text{ kJ}/\text{kg} + 78,64\text{ kJ}/\text{kg} = 142,7\text{ kJ}/\text{kg}.$$

A folyamat fajlagos hűtőtéljesítménye:

$$\varepsilon = \frac{w_0}{w_M} = \frac{q_{el}}{w_K - w_e} = \frac{64,06\text{ kJ}/\text{kg}}{78,64\text{ kJ}/\text{kg}} = 0,8146,$$

vagy (gyakorlati mértékegységgel)

$$\varepsilon = 0,8146 \frac{\text{kJ}}{\text{kJ}} \cdot 3600\text{ kJ}/(\text{kW}\cdot\text{h}) = 2932,6\text{ kJ}/(\text{kW}\cdot\text{h}).$$

A példában láttuk, hogy a hőelvonás (hűtés) hőmérséklete $t_1 = +2\text{ }^\circ\text{C}$, $T_1 = 275\text{ K}$; a hőleadásé $t_2 = 25\text{ }^\circ\text{C}$, $T_2 = 298\text{ K}$. Mekkora volna az eszményi körfolyamat (4.104. ábra) fajlagos hűtőtéljesítménye?

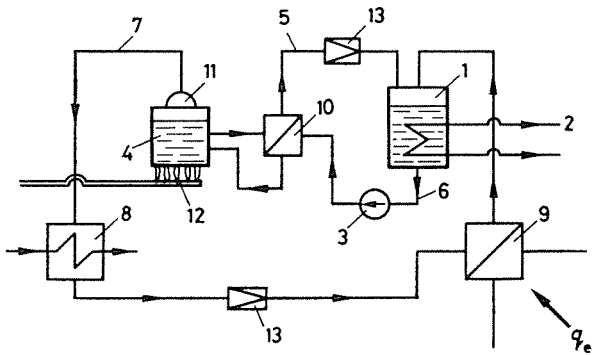
$$\varepsilon = \frac{T_1}{T_2 - T_1} = \frac{275\text{ K}}{298\text{ K} - 275\text{ K}} = 11,96$$

mintegy 14-szerese a hűtőléggépének!

4.6.3. Abszorpciós hűtőgépek

a) **Szivattyús gépek.** Mint láttuk, a gőznemű közeggel dolgozó kompresszoros hűtőgépek a nagynyomású és mérsékelt hőmérsékletű hűtőközeg-folyadékot (l. a 4.105. ábrát, a 4.6.2. pontot) úgy állítják elő, hogy a *gőzállapotú közeget komprimálják*, majd a nagynyomású gőz hőjét a környezetnek átadva azt *folyadékká lecsapatják*. Minthogy a kompresszor nagy fajlagos térfogatú gőzt sűrít, tekintélyes munkát fogyaszt.

Ezt a kompressziós munkát teszi feleslegessé, helyesebben azt *hőközléssel helyettesíti az abszorpciós hűtőgép* (4.107. ábra). Ez ugyanis a **9 elpárologtatóból** jövő (a 4.105. ábrán *1* állapotú) közeg gőzét egy másik közeggel (az ún. *oldószerrel*)



4.107. ábra. Abszorpciós hűtőberendezés vázlata

1 oldó; 2 hőleadás a környezetbe; 3 szivattyú; 4 kazán; 5 oldószer-visszafolyás; 6 a gazdag oldat útja; 7 a munkaközeg gőzének útja; 8 kondenzátor, hőleadás a környezetbe; 9 elpárologtató (hűtő); 10 hőcserélő; 11 rektifikátor; 12 fűtés; 13 fojtási helyek

az **1 oldóban** elnyeleti. Az oldáskor keletkező hőt az oldóból a 2 környezet segítségével elvonjuk. Az oldóban így 6 nagy munkaközeg-tartalmú gazdag oldat keletkezik; ezt viszonylag csekély munka árán a 3 **szivattyú** a nagyobbik nyomásszintű 4 **kazánba** nyomja. A kazánban a gazdag oldatot nagy hőmérsékletre hevítve, abból a munkaközéget 7 gőz formájában *küzzük*, így jön létre az a *nagynyomású hűtőközeggőz*, amelyet a kompresszoros hűtőgépben a kompresszor szolgáltatott.

A hűtőközeg gőze — ugyanúgy, mint a kompresszoros gépben — a 8 **kondenzátorba** jut, ahol környezeti közeggel hűtve cseppfolyósodik.

A kazánban folyadékállapotban visszamaradt 5 oldószer *szegény oldatként* visszafolyik az oldóba.

Az abszorpciós gép fontos kiegészítő része még a 10 **hőcserélő** is. Ebben a kazánból jövő 5 szegény oldat átadja hőjét a 6 gazdag oldatnak, miáltal a kazánban kevesebb hőt kell közölni, az oldóban pedig kevésbé zavarja az oldást a meleg szegény oldat beömlése. Másik kiegészítő rész a 11 **rektifikátor**, amely a hűtőközegnek az oldószertől való szétválását hűtéssel tökéletesíti.

Mint látjuk, az abszorpciós gépben **közegpárookra** van szükség. Követelmény a közegpárral szemben, hogy az oldáshő kicsi legyen, és az oldószer forráspontja — azonos nyomáson — jóval nagyobb legyen a hűtőközegénél, hogy attól a kazánban jobban szétválják. Ilyen *közegpárok* legfontosabbika: az *ammónia mint hűtőközeg és a víz, mint oldószer*. Használatos még

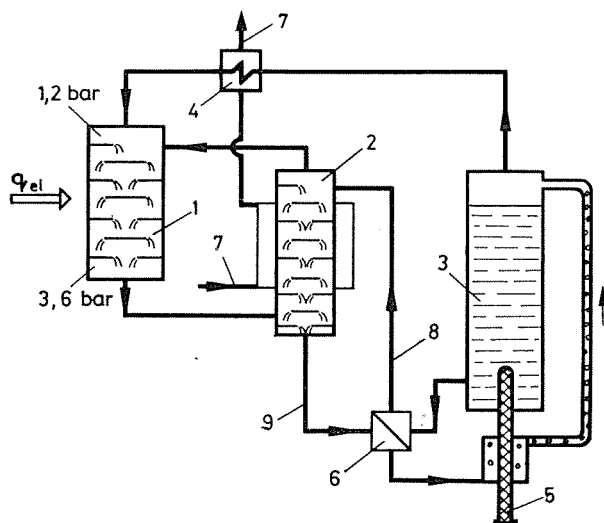
hűtőközégként:
víz
metil-klorid

oldószerként:
lítium-bromid-oldat
tetraetilén-glikol-dimetilészter.

b) **Szivattyú nélküli gépek.** A gazdag oldatnak az oldóból a kazánba szállítása kisméretű és igen kis energiafelvételi szivattyút igényel. **Háztartási hűtőgépekben** mégis kívánatos, hogy még ezt a mozgó alkatrészt is kiküszöböljük és a körfolyamatot *szivattyú nélkül* valósítsuk meg.

Ehhez — a hűtőközeg—oldószer közegpáron kívül — még egy semleges és a körfolyamatban nem cseppfolyósodó gázra is szükség van. A működés alapja a *Dalton-törvény*, amely szerint valamely térben uralkodó nyomás a térben helyet foglaló gáz—gőz keverék résznyomásainak összegével egyenlő. Ha e tér különböző részeiben a hőmérséklet különböző, akkor a folyadékával érintkező *gőzalkotó résznyomása a hidegebb térrészben kisebb, a melegebben nagyobb*; a gáz résznyomása viszont mindenütt az össznyomás és a helyi gőzrésznyomás különbsége, tehát *a hidegebben nagyobb és a melegebben kisebb* (vö. a 4.2.9.b pont 4.16. példájával). Ha tehát gőz—gáz eleggyel megtöltött két azonos nyomású, de különböző hőmérsékletű teret egymással összekötünk, a gőz a nagyobb hőmérsékletű térből a kisebb hőmérsékletűbe áramlik, mert résznyomása a melegebb helyen nagyobb. Helyére viszont a hidegebb térből a gáz áramlik, hiszen a két tér össznyomása azonos. Ilyen módon jön létre az áramlás az oldó és az elpárolgató között. Az oldóból a kazánba a gazdag oldat azáltal jut, hogy a hőközlés a gazdag oldatot egy *felszállócső* alján éri. Ezáltal a gazdag oldatban gőzbuborékok keletkeznek, ami ugyanúgy hoz létre *cirkulációt*, mint a vízcsöves kazánban a forralócsövek (l. a 4.5.3.b) pontot és a 4.32. példát).

Ilyen — szivattyú nélküli — abszorpciós hűtőgép vázlatát mutatja a 4.108. ábra.



4.108. ábra. Szivattyú nélküli abszorpciós hűtőgép vázlat

1 elpárolgató (hűtő); 2 oldó; 3 kazán; 4 kondenzátor; 5 fűtés; 6 hőcserélő; 7 hűtővíz; 8 szegény oldat; 9 gazdag oldat, fűtést (A feltüntetett nyomásértékek az ammónia résznyomását adják)

4.6.4. Hűtőgépek alkalmazása

a) **Élelmiszerek hűtése és fagyasztása.** Természetes jeget az ókortól jóformán napjainkig használtak jó hőszigetelésű jégvermekben tárolva, egyrészt hideg italok előállítására, másrészt élelmiszerek — főleg húsfélék — eltartására (l a 4.6.1. pontot és a 4.34. példát). *Mesterségesnek* nevezhető már a XVI. sz.-ban felfedezett hűtés; a jégnek vagy hónak sóval keverése, ami által a fagypontnál kisebb hőmérsékletű oldat keletkezik. *Fahrenheit* a róla elnevezett hőmérsékletszála 0 pontjával a szalmiák-

só és a hó keverékének hőmérsékletét választotta; majd salétromsav és hó keverékével $-40\text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletet sikerült elérni és a higanyt is megfagyasztani.

A mesterséges gépi hűtés első kezdeteit az 1850-es években megjelent **vákuum-hűtőgépek** jelentették. Ezek könnyen párolgó folyadékokat helyeztek vákuum alá, mire azok a környezetinél kisebb hőmérsékleten elgőzölögve a környezettől hőt vontak el. Innen már egyszerű lépés volt a *körfolyamat zárttá tétele* és — megfelelő közeg választásával — az egész rendszer nyomás alá helyezése.

Az első nagyobb hűtőberendezéseknek a **jégyártás** volt a feladatuk; megvalósulásuk a természetes jég körülményes gyűjtését és tárolását feleslegessé tette. A tekintélyes olvadáshőjű (335 kJ/kg) jég háztartási, kereskedelmi és ipari *jégszekrényekben* tartotta az élelmiszereket kis hőmérsékleten — és így romlástól mentesen — tekintélyes ideig is.

A mai, immár hűtőgépekkel felszerelt háztartási, valamint a *kereskedelmi hűtőszekrények*, hűtőládák, hűtőpultok már függetlenek a jégnek nehézkes szállításától; hűtőterük egy részének hőmérséklete már fagypontra alatti is lehet, és ezért élelmiszerek hosszú ideig való tárolására is alkalmasak. **Hűtőkamrák, hűtőházak** a legkülönbözőbb élelmiszereket tárolhatják, a **fagyasztóberendezések** pedig gyorsan igen alacsony hőmérsékletre hűtve *fagyasztják* és ezzel tartósíthatják azokat (*mirelitárak*).

A hűtőhelyiségek *hűtési teljesítményszükséglete* a falakon bejutó, a belső villamos berendezésekkel (világítással, motorokkal) termelt, a dolgozók hőleadásából adódó, a szellőztetésből bejutó, az áru által fejlesztett (pl. a gyümölcs életfolyamata) hőnek és a lehűtéshez szükséges hűtőteltjesítménynek az összege.

b) Hőszivattyúk. A hőszivattyú olyan, a hűtőgépekéhez hasonló, többnyire kompresszoros működésű berendezés, amelynek a kondenzátorában (a 4.105b ábra T_2 hőmérsékletén) leadott hőt hasznosítják (fűtenek vele). Vázlata is a 4.105a ábra szerinti.

A hőszivattyú **hőforrása környezeti közeg** (levegő, talaj, be nem fagyó víz) lehet; ebből „szivattyúz” fel hőt a fűtés nagyobb hőmérsékletére.

A hőszivattyú hőteljesítményét nem az elvont, hanem a leadott hő: a *fűtőteltjesítmény* jellemzi.

A fűtőteltjesítmény-tényező (fajlagos fűtőteltjesítmény) a 4.6.1. pont és a 4.103. ábra jelöléseivel

$$\varepsilon_f = \frac{q_L}{w_k - w_e}, \quad (4.185)$$

ill. minthogy gőzközegű berendezés a gyakoribb, amelyben $w_e = 0$,

$$\varepsilon_f = \frac{q_L}{w_k}. \quad (4.186)$$

4.36. példa. Tegyük fel, hogy sikerül a 4.104. ábra szerinti, *Carnot-körfolyamatú* berendezést megvalósítani. A fűtőtestben tartott hőmérséklet legyen $40\text{ }^\circ\text{C}$ ($T_2 = 313\text{ K}$), a $+2\text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletű vízzel „fűtött” elpárolgatóé $-8\text{ }^\circ\text{C}$ ($T_1 = 265\text{ K}$).

A fajlagos fűtőteltjesítmény (4.104. ábra jelöléseivel)

$$\varepsilon_f = \frac{T_2 \Delta s}{(T_2 - T_1) \Delta s} = \frac{T_2}{T_2 - T_1} = \frac{313\text{ K}}{313\text{ K} - 265\text{ K}} = 6,52.$$

A körfolyamat azonban nem eszményi, hanem a 4.105. ábrához hasonló; ezért a fajlagos fűtőteltjesítmény kisebb lesz; 5,0-re tehető. A berendezés tehát mintegy *ötször annyi energiát szolgáltat hő formájában, mint amennyit — villamos energia formájában — fogyaszt.*

A hőszivattyú kétségtelenül sokkal *gazdaságosabb*, mint a villamos fűtés, mert $\varepsilon_f = w_t/w_k \gg 1$. Üzemköltség tekintetében gazdaságosabb a tüzelőanyag helyszíni elégetésénél is, mert a villamos energiát szolgáltató nagy kondenzációs *erőművek fajlagos hőfogyasztása* általában *kisebb*, mint a *hőszivattyú fajlagos fűtőteljesítménye*. Így hát a hőszivattyú 1 J villamos energiával több hőt szolgáltat, mint amennyi tüzelőanyag hőt a hőerőmű 1 J villamos energia előállításához fogyasztott.

4.37. példa. Egy nagy kondenzációs gőzturbina-berendezés fajlagos hőfogyasztása

$$q_h = 2,27 \text{ J/J},$$

vagyis 2,27 J hőt fogyaszt a turbina 1 J mechanikai munka előállításához.

A kazán hatásfoka legyen

$$\eta_{ka} = 0,85,$$

azaz a tüzelőanyaggal 1/0,85-ször több hőt kell befektetnünk, mint amennyi a gőztermeléskor a gőz entalpiainövekedése.

Az erőmű *önfogyasztásából* (ventillátorok, szivattyúk stb. fogyasztásából) adódó hatásfok

$$\eta_{\text{ön}} = 0,92,$$

vagyis a termelt mechanikai munka 92%-a fordítható villamos energia termelésére.

A villamosenergia-átalakítások és -átvitelek (generátor, transzformátorok, távvezeték, motor stb.) *összhatásfoka*

$$\eta_{\text{vill}} = 0,83.$$

Így a hőszivattyú kompresszorának tengelyén a mechanikai energiafogyasztás egységére jutó *fajlagos hőfogyasztás* (a tüzelőanyaggal elfogyasztott hővel kifejezve)

$$q_{\text{höz}} = \frac{q_h}{\eta_{ka}\eta_{\text{ön}}\eta_{\text{vill}}} = \frac{2,27}{0,85 \cdot 0,92 \cdot 0,83} = 3,5 \text{ J/J}.$$

Ezzel szemben a 4.36. példában a hőszivattyú fajlagos fűtőteljesítményét 5-re becsültük (5 J fűtőhőt nyertünk 1 J mechanikai munkából). Így hát az erőműben befektetett 3,5 J tüzelőanyagból származó hő árán a hőszivattyú 5,0 J fűtőhőt adott! (A többi 1,5 J hőt a *környezetből* „szivattyúzza fel” nagyobb hőmérsékletre.)

A **hőszivattyú azonban jelentős beruházást igényel** (erőművit is), ezért a közvetlen tüzeléssel szemben ritkán lehet gazdaságos.

Leginkább akkor jön tekintetbe a hőszivattyú, ha *mind a hűtő-, mind a fűtőteljesítményt* hasznosítjuk.

Ilyenek:

- jégpálya jegének *fagyasztása* a hűtőteljesítménnyel – *melegedők fűtése* a fűtőteljesítménnyel;
- hűtőház *hűtése* – fürdő *fűtése*.

Készíthető természetesen *abszorpciós hőszivattyú* is, amely szintén több hőt ad le, mint amennyit tüzelőanyaggal elfogyaszt, mert a leadott hő egy részét a környezetből veszi. Beruházási költségei azonban ennek gazdaságosságát is kérdéssé teszik.

c) **Egyéb ipari alkalmazások.** Ilyenek: *Gázok cseppfolyósítása* és szétválasztása, pl. oxigéntermelés kohászati célra, kriptonyártás villamos izzólámpákhoz. *Cseppfolyós levegőt* gépnyártás-technológiai célra is használnak.

A *vegyipar, élelmiszer- és gyógyszeripar* is gyakran igényel kis hőmérsékletet; érdekes alkalmazás a *fagyasztva szárítás (liofilizálás)*, amely egyes gyógyszerek, kávékivonatok („LIO”) technológiája.

4.7. HŐTANI MELLÉKFOLYAMATOK

4.7.1. A hőtani mellékfolyamatok szerepe

Hőtechnikai gépekkel foglalkozó fejezetünk eddigi szakaszaiban az e gépekben lezajló **hőtani főfolyamatokkal** foglalkoztunk. Azt tanulmányoztuk, hogy a gép vagy berendezés *munkaközege* milyen *állapotváltozásokon* esik át, miközben a hőtechnikai berendezés *főfunkciója* megvalósul. Amint láttuk, ez a főfunkció *energiaátalakulással* kapcsolatos. Hőerőgépeszeti berendezések — ezek sorába tartoznak a kazánok is — főfunkciójukban hőtani főfolyamatokat megvalósítva vagy hőenergiát alakítanak mechanikai munkává (hőerőgépeszeti berendezések), vagy mechanikai munka befektetése árán hoznak létre hőtani változásokat (pl. a hűtőgépek).

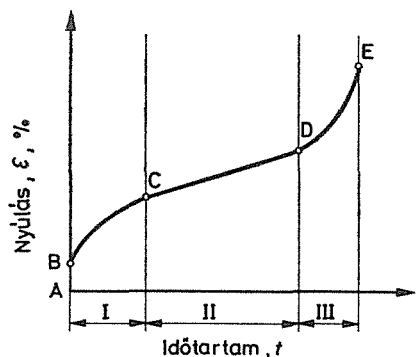
Hőtechnikai gépek tanulmányozásának befejezéséként vizsgáljuk azokat a **hőtani mellékfolyamatokat**, amelyekre az előzőkben legfeljebb röviden utaltunk. Ezek egyrészt a **hőátvitel** részleteivel kapcsolatosak: e folyamatok során közlődik a hő a körfolyamati vagy használati *közeggel*, ill. vonódik el belőle. Másrészt e mellékfolyamatok során a hőtechnikai gép *szerkezeti elemeit* **hőhatások** érik. Ezek a hőhatások

- befolyásolják a szerkezeti anyag *szilárdságát*;
- a hőtágulás jelensége folytán változtatják a szerkezeti elem *méretét és alakját*;
- a hőtágulásnak és alakváltozásnak akár külső, akár a szerkezeti elemen belüli akadályoztatása esetén *hőfeszültségeket* okoznak, amelyek a szerkezeti elem károsodásához vezethetnek.

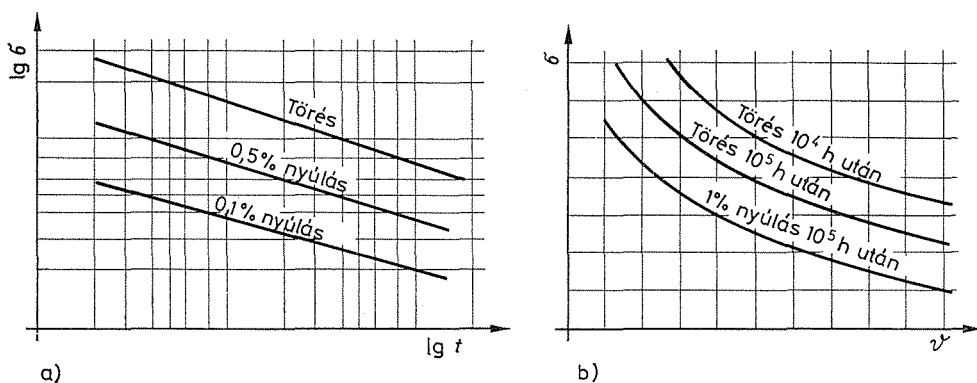
A hőtágulás és a hőfeszültség persze nem csupán a hőtechnikai, hanem egyéb gépészeti, sőt építészeti berendezésekben is figyelmet érdemel, hiszen hőhatást a működés közben (az anyag őrlésekor, sűrűlődashor) keletkező és az időjárástól függően a környezetből származó hő is okozhatja. Egy hajógyárban pl. előfordult, hogy hajócsavar tengelyének beállítását a megrendelő átvevője napokig helytelennek ítélte, mert a beállítás délelőtt, az ellenőrzés délután történt, és így a Nap más-más irányból sütött a hajótötestre.

A hőmérsékletnek az anyagok *szilárdságára* való hatásával részletesen nem foglalkozunk. Csupán arra mutatunk rá, hogy mintegy 400 °C hőmérsékleten túl a szerkezeti anyagokban a szobahőmérsékleten nem jelentkező **kúszás**, vagyis az a jelenség lép fel, hogy a szerkezeti anyag *nyúlása állandó terhelésen is tartósan nő*. Az adott állandó hőmérséklet és igénybevétel mellett fellépő kúszási folyamat elvi ábráját a 4.109. ábra mutatja. Nyilvánvaló, hogy a szerkezeti anyagot csak a *D* pontig tanácsos használni.

Az anyagok kúszási tulajdonságait vagy úgy jellemezzük, hogy adott állandó hőmérsékletre valamely *esemény bekövetkeztéhez* adjuk meg *az időnek és a feszült-*



4.109. ábra. A kúszási folyamat elvi ábrája a viszonylagos nyúlás az idő függvényében. *AB* szakasz kezdeti rugalmas, ill. maradó nyúlás (részaránya az ábrán a valóságosnál sokkal nagyobbra rajzolva); *BC* szakasz elsődleges, *CD* szakasz másodlagos, *DE* szakasz harmadlagos kúszás; *E* a törés bekövetkezése



4.110. ábra. Kúszási (a) és időtartam – szilárdsági (a) jellemzők szokásos ábrázolásai

ségnek az összefüggését (4.110a ábra), vagy pedig valamely *időtartam alatt bekövetkező eseményre* (pl. 10^5 h terhelés után bekövetkező törés vagy 10^5 h terhelés után bekövetkező 1% tartós nyúlás) adjuk meg az eseményt okozó σ terhelést a ϑ hőmérséklet függvényében (4.110b ábra).

A nagy hőmérsékleten igénybe vett szerkezeti elemeket (alkatrészeket) tehát szilárdságilag az ilyen adatokból kivehető **időtartam-szilárdságra** kell méretezni.

A szerkezeti anyag időtartam-szilárdsági értékei legfőképpen az *összetételtől* (acéloké: az ötvözőktől), de ezenkívül a hőkezeléssel is befolyásolható *kristályszerkezettől* és a *tisztaságtól* (szennyeződéstől) függenek. Melegálló szerkezeti acélok legfőbb ötvözői a Cr, Ni, Mo, V és Co.

Megjegyzendő, hogy az összetétel nemcsak a szilárdságot, hanem a *hővezető képességet* és a *hőtágulási együtthatót* – kismértékben a sűrűséget és a fajlagos hőkapacitást – is befolyásolja.

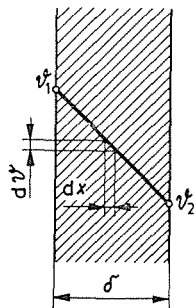
Könyvünknek ebben a szakaszában szó van a hőmérsékletnek a t -vel jelölt *idő szerinti változásáról* is. Ezért a következőkben a hőmérsékletet ϑ -val jelöljük; a hőmérséklet-változás sebessége $d\vartheta/dt = \dot{\vartheta}$.

4.7.2. A hőközlés

a) **A hőközlés fogalma és fajtái.** Ezen a néven foglaljuk össze mindazokat a folyamatokat, amelyek révén a hő az egyik testből (testrészből) a másikba a köztük uralkodó hőmérséklet-különbség hatására átáramlik. Az átáramlás mindaddig tart, amíg a hőmérséklet-különbség fennáll.

A hő – mint a molekulák mikroszkopikus mozgása – legegyszerűbben a testek (anyagok) közvetlen érintkezése révén terjedhet úgy, hogy a molekulák egymáshoz rugalmasan ütközve adnak át és vesznek át egymástól impulzust és ezáltal mozgási energiát. Ez az **anyaghoz kötött hőközlés**. Ha a testben (anyagban, közegben) makroszkopikus mozgás (részecskeáramlás) nincs, akkor ez az impulzuscseré fokozatosan halad végig a testen; ezt a jelenséget **hővezetésnek** nevezzük. Ha folyékony vagy gáznemű **közegben áramlás** is van, akkor a nagyobb és a kisebb hőmérsékletű részek egymással könnyebben érintkeznek; **áramlásos** vagy **konvektív hőközlés** (másképpen **hőátadás**) lép fel. Ekkor az áramló közeg mintegy szállítja a hőt egyik helyről a másikra. Lényegesen különbözik ezektől a **sugárzásos hőközlés**, amelyben a hő *anyag igénybevétele nélkül, elektromágneses sugárzás formájában* terjed. Ekkor a hőközlésre a hőközlésben részt vevő testek közötti térben uralkodó hőmérséklet nincs hatással (pl. a Nap hőszugárzása bolygóira).

b) **A hővezetés.** Ha egy δ vastagságú és A felületű homogén és izotrop sík fal két határoló felületének egyikén ϑ_1 , a másikon ϑ_2 állandó hőmérsékletet tartunk (4.111. ábra), akkor a fal a melegebb oldalról a hidegebbre hőt vezet át. Az egységnyi idő-



4.111. ábra. Hőmérséklet lefolyása sík falban, stacioner hővezetéskor

tartam alatt átvezetett hőt **hőáramnak** nevezzük. Ennek értéke (*Fourier* tapasztalati összefüggése szerint)

$$\Phi = A\lambda \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\delta} \quad \text{W}, \quad (4.187)$$

ahol λ a fal anyagának *hővezetési együtthatója*, $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$.

A hőáram sűrűsége

$$\varphi = \frac{\Phi}{A} = \lambda \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\delta} \quad \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, \quad (4.188)$$

ill. ha a két felületet egymáshoz dx távolságra közelítjük, és így a $\vartheta_1 - \vartheta_2$ hőmérséklet-különbség $d\vartheta$ -ra csökken

$$\varphi = -\lambda \frac{d\vartheta}{dx} \quad \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, \quad (4.189)$$

ahol a negatív előjellel azt jeleztük, hogy a hőáram a hőmérséklet-csökkenés irányába halad.

Általános esetben, ha nem egydimenziós, hanem egy testen belüli tetszőleges hőmérséklet-eloszlásról van szó:

$$\varphi = -\lambda \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \frac{\partial \vartheta}{\partial y} + \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right) \equiv -\lambda \operatorname{grad} \vartheta. \quad (4.190)$$

A λ hővezetési együttható anyagonként különböző (l. a függelék táblázatait). Értéke főleg szilárd anyagokban érdekes, de szerepe van folyékony és légnemű anyagokban is, ha a különböző hőmérsékletű részek keverednek.

A φ hőáramsűrűségnek és az azt létrehozó $\vartheta_1 - \vartheta_2$ hőmérséklet-különbségnek a viszonya a fal **fajlagos hővezető képessége**

$$g = \frac{\varphi}{\vartheta_1 - \vartheta_2} = \frac{\lambda}{\delta} \quad \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}),$$

ennek reciproka pedig a fal **fajlagos hőellenállása**

$$M = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\varphi} = \frac{\delta}{\lambda} \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}. \quad (4.191)$$

Ha a falban több, különböző $\delta_1 \dots \delta_n$ vastagságú és $\lambda_1 \dots \lambda_n$ hővezetési együtthatójú réteg követi egymást, akkor a fajlagos hőellenállások összegeződnek:

$$\Sigma M = \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}, \quad (4.192)$$

amiből a fal fajlagos hővezető képessége

$$g = \frac{\varphi}{\vartheta_1 - \vartheta_1} = \frac{1}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}} \quad \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}), \quad (4.193)$$

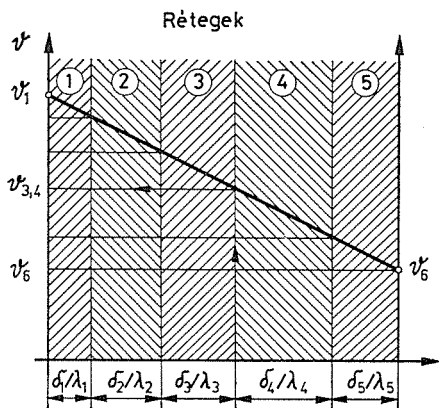
amiből viszont az összetett falon átvezetett fajlagos hőáram a legelső és legutolsó felület hőmérséklete közti különbségnek, valamint a fajlagos hőellenállások összegének hányadosa

$$\varphi = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_{n+1}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}. \quad (4.194)$$

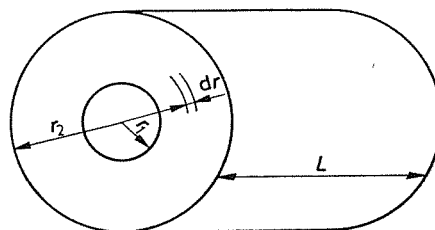
Az a megfontolás, hogy a falrétegek mindegyikén azonos hőáram — és azonos nagyságú A felfelületek — esetén azonos a hőáramsűrűség, a közbenső hőmérsékleteknek igen egyszerű, grafikus meghatározására ad lehetőséget. Minthogy ugyanis

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{\lambda_1}{\delta_1} (\vartheta_1 - \vartheta_2) = \frac{\delta_2}{\lambda_2} (\vartheta_2 - \vartheta_3) = \dots = \frac{\lambda_n}{\delta_n} (\vartheta_n - \vartheta_{n+1}); \\ (\vartheta_1 - \vartheta_2) : \frac{\delta_1}{\lambda_1} &= (\vartheta_2 - \vartheta_3) : \frac{\delta_2}{\lambda_2} = \dots = (\vartheta_n - \vartheta_{n+1}) : \frac{\delta_n}{\lambda_n}. \end{aligned} \quad (4.195)$$

Ezen alapul a 4.112. ábra szerinti, öt réteget feltételező szerkesztés. Diagramunk vízszintes tengelyére rendre felvisszük — azonos léptékkel — a δ/λ metszégeket, a függőleges tengelyeken megjelöljük az első felület ϑ_1 és az utolsó felület ϑ_6 hőmérsékletét. Ezt a két pontot egyenessel összekötve, a rétegek határán adódó hőmérsékleteket kapjuk.



4.112. ábra. Többrétegű sík fal közbelső hőmérsékleteinek megszerkesztése



4.113. ábra. Sugárirányú hővezetés vastag falú cső anyagában

Sík fal esetén kívül érdekes lehet még hengeres cső falán sugárirányú hővezetés esete is (4.113. ábra). Ez a hővezetés a sík falétól annyiban különbözik, hogy a fal A felülete a sugárral arányosan változik. Ha a cső hossza L , $A = 2\pi rL$ és

$$-\Phi = 2\pi rL\lambda \frac{d\vartheta}{dr};$$

amiből

$$d\vartheta = -\frac{\Phi}{2\pi L\lambda} \frac{dr}{r};$$

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\Phi}{2\pi L\lambda} \frac{dr}{r} = \frac{\Phi}{2\pi L\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Végül is a

$$\varphi_{\text{belső}} = \frac{\Phi}{A_{\text{belső}}} = \frac{\Phi}{2\pi r_1 L}$$

helyettesítéssel a hőáramsűrűség a belső falon

$$\varphi_{\text{belső}} = \frac{\lambda(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{r_1 \ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad (4.196)$$

és hasonlóan a külsőn

$$\varphi_{\text{külső}} = \frac{\lambda(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{r_2 \ln \frac{r_2}{r_1}}.$$

Ha a hengeres cső falát egyszerűen síknak tekintenénk, akkor

$$\varphi = \frac{\lambda(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{\delta} = \frac{\lambda(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{r_2 - r_1}$$

értéket kapnánk. Egyszerű számítás rávezet arra, hogy csak a sugárhoz képest vastag falú csónél tér el számottevően a hőmérséklet lefolyása a sík falnak lineáris hőmérséklet-lefolyásától. Az $(r_2 - r_1)$ és az $\left(r_1 \ln \frac{r_2}{r_1}\right)$ -nek értékei között csak igen vastag falú csövek esetén van érdemleges különbség; pl. $r_2/r_1 = 1,1$ esetén a különbség 5%-nál, $r_2/r_1 = 1,2$ esetén 10%-nál valamivel kisebb.

c) **A konvektív hőközlés (hőátadás).** Ez a mozgó folyadék vagy gáz és a szilárd fal közti hőközlésnek műszakilag legfontosabb formája. Az A felületen, ϑ_k közeghőmérséklet és ϑ_f falhőmérséklet esetén átadott hőáram

$$\Phi = \alpha(\vartheta_k - \vartheta_f) W, \quad (4.197)$$

ahol α a **hőátadási együttható**, amely igen sok körülménytől függ, nevezetesen:

1. A közeg hőátadásának, ill. hőfelvételének *módjától*, vagyis attól, hogy az *halmazállapot-változással jár-e* vagy nem. Ha nem, akkor

- a fal melletti *áramlás jellegétől*: ha ez *réteges (lamináris)*, akkor a fallal párhuzamos rétegek nem keverednek és az áramló közegnek kisebb-nagyobb rétegében a hő csak *vezetéssel* jut a falhoz. Örvénylő (*turbulens*) áramlás esetén a hőátadás jobb,
- az áramlás *sebességétől*,
- a közeg *sűrűségétől* (és így gáz esetében nyomásától), *hővezetési együtthatójától* és *fajlagos hőkapacitásától* (fajhőjétől).

2. A hőátadó szerkezet *elrendezésétől*.

Ha a hőátadás *nem jár a közeg halmazállapotának változásával*, akkor a hőátadásban a közegnek a szilárd falhoz viszonyított *sebessége* igen jelentős szerepet játszik. E téren az egyik lehetséges változat az az eset, amikor az **áramlás szabad**, vagyis a közegben az áramlást a hőközlésből származó sűrűségváltozás és az ebből származó felhajtóerő kelti (pl. szobalevegőben a fűtőtest körüli áramlás). A tárgyunk körébe tartozó gépekben ez az eset kevésbé érdekes, és ezért tárgyalását mellőzzük. Inkább érdekel bennünket a **kényszerített áramlás**, amikor is az áramlaskép a hőátadástól független.

A viszonyok bonyolultsága folytán a hőátadási együtthatót pusztán elméleti számításokkal meghatározni nem lehet. Kísérletekre, mégpedig **modellkísérletekre** van szükség, amelyek eredményeit **hasonlósági számok** segítségével kell a valóságos szerkezetre átszámítani. Hőátadás esetére alkalmazható hasonlósági szám a *Nusselt-szám*:

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}, \quad (4.198)$$

amelyhez a következő megfontolás vezet:

A folyadéktömeg belsejében (nem a fal mellett!) ϑ_0 hőmérsékletű folyadékról a ϑ_f hőmérsékletű falra *átadott* $\alpha(\vartheta_0 - \vartheta_f)$ hőáramsűrűség ugyanakkora, mint amekkorát a fal közvetlen közelében levő, λ hővezetési együtthatójú folyadék réteg *vezetéssel* visz a falhoz:

$$\alpha(\vartheta_0 - \vartheta_f) = \lambda \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial n} \right)_f, \quad (4.199)$$

ahol n a falra mérőleges távolság. Akkor kapunk tehát hasonlóságot, ha

$$\frac{\alpha}{\alpha'} \frac{\Delta\vartheta}{\Delta\vartheta'} = \frac{\lambda}{\lambda'} \frac{\Delta\vartheta}{\Delta\vartheta'} \frac{l}{l'}$$

ahol l a falra merőleges jellemző méret; $\Delta\vartheta$ hőmérséklet-különbség; ' (vessző) jellel a *modell*, vessző nélkülivel a *valóságos alkatrész* jellemzőit jelöljük. A $\Delta\vartheta/\Delta\vartheta'$ állandóságát eszerint akkor kapjuk, ha

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\lambda}{\lambda'} \frac{l'}{l}, \quad \text{ill.} \quad \frac{\alpha l}{\lambda} = \frac{\alpha' l'}{\lambda'} \equiv Nu$$

azonos.

Az eljárás ezek után az, hogy meghatározott elrendezésre laboratóriumi kísérlettel állapítják meg a *Nusselt-szám kifejezését*, vagyis állandókkal és más jellemzőkkel való *összefüggését*. A valóságos esetre ebből kiszámítjuk a *Nusselt-szám számszerű értékét*. Ebből a λ hővezetési együttható és az l jellemző méret ismeretében az α hőátadási együttható már meghatározható: $\alpha = Nu\lambda/l$.

Fontos esete az elrendezésnek a *hengeres hosszú* ($L/D > 50$) *csőben* való turbulens áramlás. A laboratóriumi eredmények szerint ez esetben

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4}, \quad (4.200)$$

ahol $Re = vl/\nu$, a *Reynolds-szám*, amelyet az áramlásból már ismerünk, és amely lényegében az áramlás minőségének jellemzője. Kifejezésében v -vel az áramlási sebességet, l -lel egy jellemző méretet, ν -vel a közeg kinematikai viszkozitását jelöltük. $Pr = \nu/a$ az ún. *Prandtl-szám*. Ez kifejezetten csak a *közegnek* jellemzője: ν a kinematikai viszkozitás (mint a *Reynolds-szám*ban); $a = \lambda/\rho c$ a *hőmérséklet-vezetési együttható*, amelyet a 4.7.3. pontban a (4.213) egyenletben még részletesen ismertettünk.

Egymástól b távolságban levő *sík falak közti* lamináris áramlásban a kísérletek szerint

$$Nu = \frac{\alpha b}{\lambda} = 3,75. \quad (4.201)$$

Csőkötegre kívülről való merőleges áramlásban a laboratóriumi eredmények szerint

$$Nu = C Re^n K, \quad (4.202)$$

ahol C és n a következőképpen vehető:

ha $Re = 5 \dots 80$, akkor $C = 0,81$ és $n = 0,4$;

ha $Re = 80 \dots 5 \cdot 10^3$, akkor $C = 0,63$ és $n = 0,46$;

ha $Re = 5 \cdot 10^3 \dots 10^5$, akkor $C = 0,2$ és $n = 0,60$.

A K értéke nyitott vezetékbeli való rááramlásnál $K = 1$; előtte turbulenciaképző rácsozattal: $K = 1,6$.

Az irodalom más elrendezések (pl. ferde ráfújás, áramlás rövid csövekben, különböző áramlásformák) adataiban is bővelkedik.

4.38. példa. A 4.15. példában tárgyalt levegőelszívásról tegyük fel, hogy a vízgőztartalom hatása a hőátadásra már elhanyagolható. Mekkora lesz az 50 mbar = 5 kPa nyomású levegő hőátadási együtthatója, ha $d = 20$ mm résnyílású csőkötegre merőlegesen $v = 10$ m/s sebességgel áramlik?

A levegő dinamikai viszkozitása (a nyomástól eléggé függetlenül) $\eta = 17,8 \cdot 10^{-6}$ Pa·s.
A levegő sűrűsége $\rho = 0,063$ kg/m³.

$$\text{A kinematikai viszkozitás } \nu = \frac{\eta}{\rho} = \frac{17,8 \cdot 10^{-6} \text{ N}\cdot\text{s/m}^2}{0,063 \text{ kg/m}^3} = 283 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}.$$

$$\text{A Reynolds-szám } Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{10 \text{ m/s} \cdot 0,02 \text{ m}}{283 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}^2} = 706,7.$$

$$\text{A Nusselt-szám } Nu = KCRe^n,$$

ahol

$$K = 1,5, \quad C = 0,63, \quad n = 0,46 \quad \text{értékűre vehető, így}$$

$$Nu = 1,5 \cdot 0,63 \cdot 706,7^{0,46} = 19,32$$

Mint hogy a levegőre $\lambda = 0,0256$ W/(m·K) és a csövek távolsága $l = 0,02$ m, a hőátadási együttható

$$\alpha = Nu \frac{\lambda}{l} = 19,32 \frac{0,0256 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})}{0,02 \text{ m}} = 24,7 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K}).$$

d) Hőátadás sugárzással. A sugárzásnak, vagyis az energia *elektromágneses rezgések* formájában való megjelenésének és terjedésének tudományága rendkívül kiterjedt, és tovább fejlődik napjainkban is. A gépek üzemtana szempontjából a széles ismeretkörnek csak szűk része fontos; érdeklődésünket most erre korlátozzuk.

Tárgyalásainkból ezért kizárjuk azokat a sugárzástípusokat, amelyek az atomokon belül, a sugárzó anyag hőmérsékletétől jórészt függetlenül keletkeznek. Így sugároznak és nyelnek el sugárzást a gázok, mégpedig a gáz anyagára jellemző diszkrét hullámhosszakon.

Érdeklődésünk tárgyát a **hőmérsékleti sugárzás** képezi. Ez csak a hőmérséklettől függ; **szilárd anyagokhoz** van kötve; benne a különböző hullámhosszak *folytonos* eloszlásban szerepelnek; a legnagyobb intenzitással szereplő hullámhossz a hőmérséklettől függ (*Wien-törvény*).

Mint hogy ez a hőmérsékleti sugárzás a *molekulák rezgő mozgásából* ered, minden anyag sugároz: *a melegebb a hidegebbre és a hidegebb a melegebbre egyaránt.* A *kisugárzott* hőáram-sűrűség [amit az előzőkben φ -vel jelöltünk, de amelyet a szabvány ebben a speciális kisugárzási esetben (*emisszió*) M_e -vel jelöl] a sugárzó fal T hőmérsékletének *negyedik hatványával arányos*: $\varphi \equiv M_e = \sigma T^4$, ahol σ a *Stefan–Boltzmann-állandó* ($\sigma = 5 \cdot 67 \cdot 10^{-8}$ W/(m²·K⁴)). Ezt a *Stefan–Boltzmann-törvényt* többnyire így írjuk:

$$\varphi \equiv M_e = C \left(\frac{T}{100} \right)^4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, \quad (4.203)$$

hogy jobban kezelhető számértékeket kapjunk A C a test **emissziós** állandója.

Ha *átlátszatlan* testet — amelyen a hősugárzás nem megy át — sugárzás ér, a felület a sugárzásnak egyik E_{ea} hányadát *elnyeli* (abszorbeálja), a másik $E_{er} = 1 - E_{ea}$ hányadát *visszaveri* (reflektálja). Azt a testfelületet, amely nem reflektál fényt, ill. hősugarat **abszolút fekete testnek** nevezzük: erre $E_{ea} = 1 \cdot E_{er} = 0$.

Belátható, hogy bármely testfelület saját emissziós és abszorpciós tényezőjének azonosnak kell lennie. Ha ugyanis ez nem így volna, akkor két egymásra kölcsönösen

sugárzó azonos hőmérsékletű test egyike több, a másik kevesebb sugárzást nyelne el, mint amennyit kisugároz, és így hőmérséklete növekednék, a másiké csökkenne; ez pedig nyilván lehetetlen (2. főtétel).

Az abszolút fekete test emissziós állandója $C_s = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$. A valóságos testek „szürkék”, emissziós állandójuk $C = \varepsilon C_s$, ahol $\varepsilon < 1$ a „feketeségi fok”.

Gázok és tükrös felületek kivételével ε értéke egy-egy testre állandónak tekinthető.

Ha két abszolút fekete test van egymással sugárzási kapcsolatban, akkor az átadott hőáram a nagyobb T_1 hőmérsékletű és a kisebb T_2 hőmérsékletű test által sugárzott hőáramnak különbsége:

$$\varphi = M_{e1} - M_{e2} = C_s \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \text{ W}/\text{m}^2. \quad (4.204)$$

Ha a két test nem abszolút fekete, hanem az egyiknek feketeségi foka ε_1 , a másiké ε_2 , akkor az átadott hőáramsűrűség

$$\varphi = C_{12} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (4.205)$$

ahol C_{12} az ε_1 -nek és ε_2 -nek az *elrendezés által megszabott függvénye*. Ha pl. a két test két párhuzamos és nagy kiterjedésű, egymáshoz a falak kiterjedéséhez képest közel álló fal, akkor

$$C_{12} = \frac{C_s}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4). \quad (4.206)$$

Ha az 1 testet a 2 körülveszi (mint pl. a lángot a tűztér), akkor

$$C_{12} = \frac{C_s}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \omega \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4), \quad (4.207)$$

ahol $\omega < 1$ **formatényező**, amely azt veszi figyelembe, hogy a körülvevő fal sugárzásának egy része nem a körülvevő testet, hanem a körülvevő falat éri.

A hőmérsékletek negyedik hatványával való számolás kényelmetlen; ezért célszerű a sugárzó hőt is úgy kezelni, mintha konvektív hőátadással közlődött volna. Erre a célra egy fiktív α_s „sugárzási hőátadási együttható” bevezetve:

$$\alpha_s(T_1 - T_2) = C_{12} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right],$$

ebből pedig

$$\alpha_s = \frac{C_{12} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{T_1 - T_2} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}). \quad (4.208)$$

A $\frac{\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4}{T_1 - T_2}$ kifejezés értékeit a 4.5. táblázat tartalmazza.

$$A \left[\frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{T_1 - T_2} \right] \text{ kifejezés értékei}$$

Hőmérséklet		$t_2, ^\circ\text{C}$	- 273	- 200	- 100	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
$t_1, ^\circ\text{C}; T_1, \text{K}$		T_2, K	0	73	173	273	373	473	573	673	773	873	973	1073	1173	1273
-273	0		0													
-200	73		0,0039	0,0156												
-100	173		0,0518	0,0867	0,207											
0	273		0,2034	0,2764	0,465	0,814										
100	373		0,519	0,644	0,923	1,380	2,076									
200	473		1,058	1,251	1,630	2,225	3,07	4,233								
300	573		1,882	2,155	2,673	3,408	4,42	5,77	7,53							
400	673		3,05	3,418	4,08	4,99	6,19	7,75	9,73	12,19						
500	773		4,62	5,10	5,94	7,03	8,44	10,23	12,46	15,19	18,48					
600	873		6,66	7,24	8,28	9,59	11,30	13,27	15,77	18,70	22,38					
700	973		9,21	9,96	11,19	12,72	14,62	16,92	19,71	23,04	26,96					
800	1073		12,35	13,26	14,72	16,50	18,66	21,26	24,36	28,01	32,29	36,84				
900	1173		16,14	17,21	18,92	20,97	23,42	26,33	29,76	33,76	38,41	43,75	49,85	56,80	64,6	
1000	1273		20,45	21,88	23,87	26,21	28,96	32,20	35,98	40,46	45,38	51,10	57,60	65,0	73,3	82,6

A tüzelőanyagok lángja általában erősen világít és sugároz; a világító hatást a szabad szénmolekulák izzása adja. Szénhidrogénben szegény szilárd tüzelőanyagok (koks, faszén), valamint a gázneműek kékes, nem világító lánggal égnek, amelynek hősugárzása jelentéktelen.

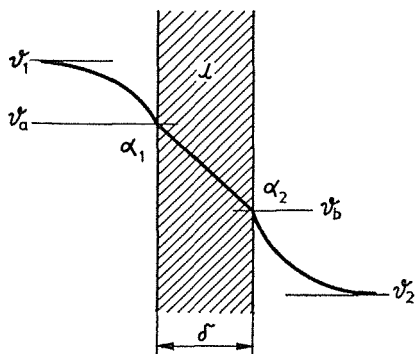
e) **Hőátbocsátás** a hőközlésnek az az esete, amelyben a hő ϑ_1 nagyobb hőmérsékletű közegből falon át megy a ϑ_2 hidegebbe. Ez a folyamat egy melegoldali, α_1 tényezőjű hőátadásból, egy δ vastagságú és λ hővezetési együtthatójú falban lefolyó hővezetésből, és egy hidegoldali, α_2 együtthatójú hőátadásból áll.

A többretegű falon át való hővezetés gondolatmenetéhez hasonlóan [l. a (4.192) összefüggést] itt is azt mondhatjuk, hogy a három rész hőellenállása az egészben összegeződik:

$$\Sigma M = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}, \quad (4.209)$$

amiből a falnak fajlagos hőátbocsátó képessége, amelyet itt **hőátbocsátási együttható**-nak nevezünk:

$$k = \frac{\varphi}{\vartheta_1 - \vartheta_2} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (4.210)$$



4.114. ábra. A hőátbocsátás hőmérséklet-lefolyása

A három rész hőárama azonos; sík falon való hőátbocsátás esetében (4.114. ábra) azonos a hőáramsűrűség is. Ezzel

$$\varphi = \alpha_1(\vartheta_1 - \vartheta_a) = \frac{\delta}{\lambda}(\vartheta_a - \vartheta_b) = \alpha_2(\vartheta_b - \vartheta_2).$$

Másképpen

$$(\vartheta_1 - \vartheta_a) : \frac{1}{\alpha_1} = (\vartheta_a - \vartheta_b) : \frac{\lambda}{\delta} = (\vartheta_b - \vartheta_2) : \frac{1}{\alpha_2}.$$

Ugyanazt a szerkesztést alkalmazhatjuk tehát, mint a 4.112. ábrán, azzal a különbséggel, hogy a vízszintes tengelyen a hőátadások helyén δ/λ metszék helyett $1/\alpha$ metszéket kell felvinni.

4.39. példa. Egy gőzturbinaház belső héjának belső oldalán 500 °C hőmérsékletű nagynyomású gőz áramlik $\alpha_1 = 2400 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ hőátadási együtthatóval, külső oldalán 320 °C hőmérsékletű gőz $\alpha_2 = 700 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ hőátadási együtthatóval. A fal $\delta = 50 \text{ mm}$ vastag; hővezetési együtthatója $\lambda = 44 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$. Mekkora a hőáramsűrűség? Mekkora a hőmérsékletek a fal két oldalán? (Az ívesen hajló falat síknak tekintjük.)

A hőátbocsátási együttható számításához felhasználandó értékek, egyben a vízszintes tengelyre felviendő metszések

$$\frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{2400 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})} = 4,17 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W};$$

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{0,05 \text{ m}}{44 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})} = 11,36 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W};$$

$$\frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{700 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})} = 14,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}.$$

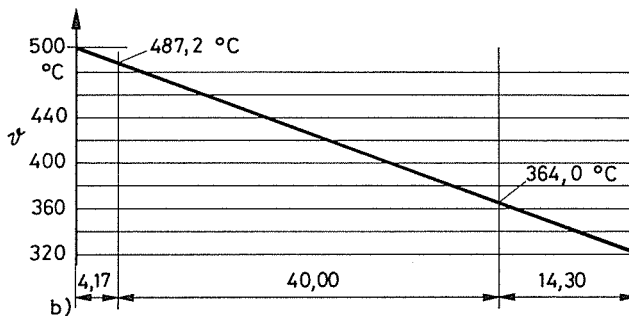
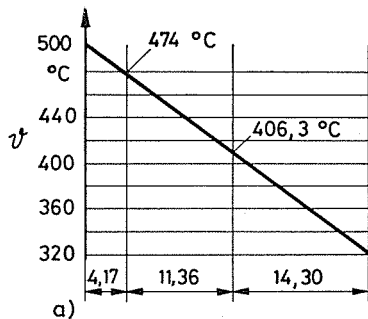
A hőátbocsátási együttható

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{10^4}{(4,17 + 11,36 + 14,3) \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}} = \frac{10^4}{29,83 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}} = 335 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}).$$

A hőáramsűrűség

$$\varphi = k(\vartheta_1 - \vartheta_2) = 335 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})(500 - 320) \text{ K} = 60,3 \text{ kW}/\text{m}^2.$$

A falhőmérsékletek szerkesztését a 4.115a ábra mutatja. A hőmérséklet-különbség a fal két oldala között 67,7 K.



4.115. ábra. Példa a falfelületek hőmérsékletének megszerkesztésére hőátbocsátáskor

a) ötvöztelen acél; b) nikkellel erősen ötvözött acél

Mekkorák lennének a falhőmérsékletek, ha a fal $\lambda = 12,5 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ hővezetési együtthatójú CrNi-acél volna?

Ez esetben

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{0,05 \text{ m}}{12,5 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})} = 40 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}.$$

A falhőmérsékletek szerkesztését a 4.115b ábra mutatja. A *hőmérséklet-különbség* így 123,2 K volna!

4.40. példa. Gőzturbina-kondenzátor sárgaréz hűtőcsöveinek falvastagsága $\delta = 1 \text{ mm}$, hővezetési együtthatója $\lambda = 107 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$. A gőzoldali hőátadás együtthatója $\alpha_1 = 8,2 \text{ kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, a vízoldali $\alpha_2 = 3,2 \text{ kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$. Mekkora a k hőátbocsátási tényező,

a) ha a csövek tiszták,

b) ha belsejükben $\delta' = 0,2 \text{ mm}$ vastag, $\lambda' = 1,2 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ hővezetési együtthatójú vízkőréteg van?

a) esetben:

$$\frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{8200 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})} = 1,22 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W};$$

$$\frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{3200 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})} = 3,13 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W};$$

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{0,001 \text{ m}}{107 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})} = 0,093 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W};$$

$$\frac{\delta'}{\lambda'} = \frac{0,0002 \text{ m}}{1,2 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})} = 1,67 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W};$$

$$\frac{1}{k} = (1,22 + 0,093 + 3,13) \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W} = 4,443 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W};$$

$$k = \frac{10^4}{4,443 \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}} = 2250 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) = 2,25 \text{ kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}).$$

b) esetben:

$$\frac{1}{k'} = (1,22 + 0,093 + 1,67 + 3,13) \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W} = 6,113 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W};$$

$$k' = \frac{10^4}{6,113 \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}} = 1636 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}).$$

A vízkőréteg a hőátbocsátási együtthatót kb. 73%-ára csökkenti.

4.7.3. Szerkezeti elemek melegedése és hűlése

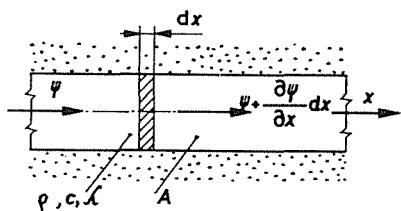
a) **Általános elvek.** Az eddigiekben figyelmünket azon esetekre korlátoztuk, amikor a szerkezeti elemek egyes pontjaiban a hőmérsékletek különbözők ugyan, de változatlanok (stacioner állapot). Valóban ez a helyzet turbógépek, kazánok, hőcserélők szerkezeti elemeiben, ha az illető berendezés terhelése (teljesítménye) állandó. Ekkor a hőmérséklet csupán a *hely* függvénye.

Lényegesen bonyolultabb a helyzet a melegedés és a hűlés esetében, amikor is a hőmérséklet *az időnek is* függvénye. Minthogy ugyanis a szerkezeti elemekben sem hőforrás, sem hőnyelő nincs: azoknak belső és közvetlenül nem melegített részei hőt csak vezetés útján kaphatnak, a hővezetésből származó hőáram pedig csak hőmérséklet-gradiens [l. a (4.190) összefüggést] útján jöhet létre. Másrészt a hőáram a ρ sűrű-

ségű és c fajlagos hőkapacitású anyag hőmérsékletét egy bizonyos $\partial\theta/\partial t$ **melegedési sebességgel** növeli. Ezzel a gondolatmenettel írható fel a melegedést leíró parciális differenciálegyenlet.

Vezessük ezt le egyszerűség kedvéért előbb egydimenziós esetre: A keresztmetszetű, x irányban kiterjedő rúdra (4.116. ábra). A rúd anyagának sűrűsége ρ kg/m³, fajlagos hőkapacitása c J/kg·K, hővezetési együtthatója λ W/(m·K). A rúd oldala hőszigetelt: a rúdon hő tehát csak x irányban terjedhet.

A fajlagos hőkapacitás vagy *fajhő* – amelynek fogalmát gázokra a 4.1. szakaszban is használtuk – az a hőmennyiség, amely az anyag egységnyi tömegének (1 kg-nak) a hőmérsékletét egy fokkal (1 K-nel) növeli: $c = dQ/d\theta$. Gázokra megkülönböztettünk állandó térfogaton mért c_v és állandó nyomáson mért c_p értéket; egyébként mindkettő – ideális gázban egészen pontosan, a valóságban közelítőleg – független a hőmérséklettől.



4.116. ábra. Állandó keresztmetszetű rúd melegítése hossza mentén való hővezetéssel

Folyadékok és szilárd anyagok esetében c_v és c_p megkülönböztetésének nincs értelme. Ezzel szemben a *szilárd anyagok fajhője a hőmérséklettől függ*. Ezért a szokványos *fajhő* fogalmon kívül használjuk a $c_{köz}$ *közepes fajhő* fogalmát is. Ez bizonyos hőmérséklet-tartományra érvényes, és azt a hőmennyiséget adja, amely nagyobb $\theta_2 - \theta_1$ hőmérsékletkülönbségben átlagosan szükséges 1 K-nel való melegítéshez

$$c_{köz} = \frac{\int_{\theta_1}^{\theta_2} c d\theta}{\theta_2 - \theta_1}. \quad (4.211)$$

A hőtechnikai táblázatok a közepes fajhőt többnyire $\theta_1 = 0$ °C-tól számítva tartalmazzák.

Ha a rúdnak az ábrán bal oldalát melegítjük, a hő a rúdon vezetéssel balról jobbra terjed. A rúdból kivágott dx vastagságú szakasz bal felületén bemenő hőáram

$$\Phi_{be} = A\varphi = -A\lambda \frac{\partial\theta}{\partial x};$$

a jobb felületen kimenő hőáram

$$\Phi_{ki} = \Phi_{be} + d\Phi = A(\varphi + d\varphi) = -A \left(\lambda \frac{\partial\theta}{\partial x} + \lambda \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} dx \right).$$

A dx vastagságú szakaszt melegítő hőáram

$$\Phi_{be} - \Phi_{ki} = -A\lambda \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} dx.$$

A melegedés alkalmával a c fajlagos hőkapacitású rúd dx vastagságú eleme $dm = A dx \rho c$ tömegének hőáramfelvétele

$$A dx \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

egyenlő a melegítő hőárammal:

$$A dx \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} = -A \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dx;$$

azaz

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}. \quad (4.212)$$

(A negatív előjel abból adódik, hogy a melegedés akkor pozitív, ha a hőmérséklet a hőáram mentén csökken.)

A $\lambda/\rho c$ kifejezést **hőmérséklet-vezetési együtthatónak** nevezzük és a -val jelöljük.

$$a = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}. \quad (4.213)$$

Egysége:

$$[a] = \frac{[\lambda]}{[\rho c]} = \frac{\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})}{(\text{kg}/\text{m}^3) \cdot \text{W} \cdot \text{s}/(\text{kg} \cdot \text{K})} = \text{m}^2/\text{s}.$$

Egyenletünk végső alakja tehát

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}, \quad (4.214)$$

Teljesen általános, háromdimenziós esetben

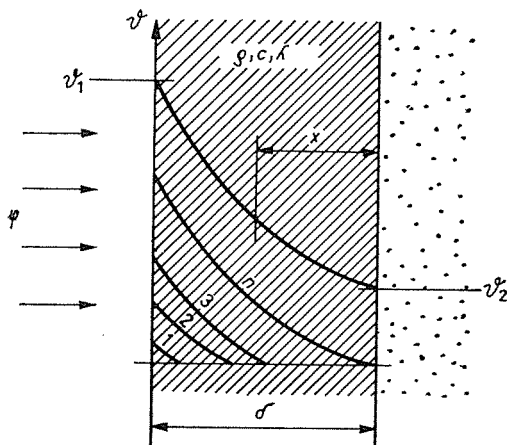
$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -a \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right). \quad (4.215)$$

Ezek az összefüggések a gyakorlat céljaira nehezen használhatók. Alapját képezik azonban a *szerkesztő eljárásnak*, amelynek segítségével falakban hőmérséklet-eloszlását egymást követő időpontokra meg lehet szerkeszteni. Ennek tárgyalása azonban meghaladja a gépek üzemtanához fűződő célkitűzéseinket. Csupán arra mutatunk még rá, hogy a korszerű *gépi számítástechnika* lehetővé teszi azt is, hogy aránylag bonyolult szerkezeti alkatrészekben (pl. gőzturbinaház-öntvény) a melegedés lefolyását meghatározzuk. Ennek az eljárásnak az a lényege, hogy az alkatrészt egymást metsző felületek hálózatával elemekre bontjuk, és az elemeken egymás után haladva számítjuk ki a beléjük áramló és belőlük kiáramló hőáramot, ebből pedig a melegedést egymást szabályosan követő időpontokban. Ez a „véges elemek módszere”.

b) Melegedési sebesség és hőmérséklet-különbség. A gépek üzemének szempontjából elegendő annak vizsgálata is, hogy a melegítés sebessége vagy valamely más hőhatás hogyan befolyásolja az alkatrészekben a melegítés folyamán létrejövő legnagyobb hőmérséklet-különbséget, amely végül is a **hőfeszültséget** okozza. Ez egy-

szerű geometriájú testek esetében a klasszikus matematika legegyszerűbb eszközeivel is lehetséges.

Vizsgáljunk egy δ vastagságú, ρ sűrűségű, c fajlagos hőkapacitású (fajhőjű) és λ hővezetési együtthatójú, igen nagy felületű sík falat, amelyet egyik oldaláról melegítünk, a másik oldalán tökéletes hőszigetelés van (4.117. ábra). A melegítés kezdetén a hőmérséklet a fal teljes vastagságában ϑ_0 . Ha a falat bal oldalról melegíteni kezdjük, akkor a hőmérséklet-növekedés előbb csak a melegített oldalon kezdődik, és a hőmérséklet lefolyása előbb az 1, majd 2 stb. vonalak szerinti. Az n -edik időszakasz végén a melegedés eléri a fal szigetelt oldalát (az ábra n vonala). Ez időponttól kezdve kvázi-stacioner állapot jön létre, amelyben az egész fal azonos sebességgel melegszik,



4.117. ábra. Sík fal melegítése egy oldalról, állandó hőáramsűrűségű hőközléssel

és állandó a fal két oldala közti $\vartheta_1 - \vartheta_2$ hőmérséklet-különbség is. Melegítsük a falat úgy, hogy egyúttal

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \dot{\vartheta} = \text{konst.}$$

A fal belsejében a szigetelt oldaltól x távolságban felvett síkon átvezetett hőáramsűrűség egyenlő azzal a hőárammal, amely egységnyi keresztmetszetű, x vastagságú falat $\partial \vartheta / \partial t = \dot{\vartheta}$ sebességgel melegít:

$$\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x} = \rho c x \dot{\vartheta}. \quad (4.216)$$

Mínt hogy a melegedés sebessége állandó, differenciálegyenletünk igen egyszerűen megoldható:

$$\frac{\lambda}{\rho c} d\vartheta = \dot{\vartheta} x dx;$$

$$\frac{\lambda}{\rho c} \int d\vartheta = \dot{\vartheta} \int_0^x x dx = \dot{\vartheta} \frac{x^2}{2}.$$

A hőmérséklet-eloszlás vonala tehát másodfokú parabola. Végül is a két határ között, azaz $x = \delta$ falvastagságnál, ha a két felületen a hőmérséklet ϑ_1 , ill. ϑ_2 , az a hőmérséklet-vezetési együtthatót a (4.213) szerint bevezetve:

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = \frac{\delta^2}{2a} \dot{\vartheta}. \quad (4.217)$$

A két oldal közti hőmérséklet-különbség (amely a hőfeszültséget okozza) tehát

- a falvastagság négyzetével arányos; ebből érthető, hogy gyors hőmérséklet-változások elviselésére vékony falú elemek alkalmasak;
- a hőmérséklet-vezetési tényezővel fordítva arányos; ebből érthető, hogy jó hővezetésű, ötvözetlen ferrit-perlites szövetszerkezetű acélok kedvezőbbek, mint a Ni-lel erősebben ötvözött ausztenitesek (azoknak viszont időtartam-szilárdságuk nagyobb!). Az acéloknál kedvezőbbek az Al-ötvözetek: ezeknek hővezetése háromszor jobb az ötvözetlen acéloknál;
- a melegedés sebességével arányos; ebből érthető, hogy a gyártó vállalatok miatt korlátozzák a kezelési utasításaikban a melegedési sebességeket.

4.41. példa. Egy $\delta = 50$ mm vastag, $\lambda = 44$ W/(m·K) hővezetési tényezőjű, $\rho = 7850$ kg/m³ sűrűségű, $c = 0,58$ kJ/(kg·K) fajlagos hőkapacitású (fajhőjű) sík acélfalat egyik oldaláról 3 K/min (percenként 3 K) sebességgel melegítünk. Mekkora a hőmérséklet-különbség kvázi-stacioner állapotban a fal két oldala között?

A hőmérséklet-vezetési együttható

$$a = \frac{\lambda}{\rho c} = \frac{44 \text{ W/(m·K)}}{7850 \text{ kg/m}^3 \cdot 580 \text{ W·s/(kg·K)}} = 9,66 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s};$$

$$\dot{\vartheta} = 3 \text{ K/min} = 0,05 \text{ K/s};$$

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = \frac{\delta^2}{2a} \dot{\vartheta} = \frac{0,05^2 \text{ m}^2 \cdot 0,05 \text{ K/s}}{2 \cdot 9,66 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 6,47 \text{ K}.$$

Ha a fal króm-nikkel ötvözött acél volna, amelyre $\rho = 8100$ kg/m³, $c = 520$ J/(kg·K), $\lambda = 15$ W/(m·K), és így a hőmérséklet-vezetési együttható

$$a = \frac{15 \text{ W/(m·K)}}{8100 \text{ kg/m}^3 \cdot 520 \text{ W·s/(kg·K)}} = 3,56 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s};$$

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = \frac{0,05^2 \text{ m}^2 \cdot 0,05 \text{ K/s}}{2 \cdot 3,56 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 17,56 \text{ K}$$

volna.

Ha $\lambda = 210$ W/(m·K)-es hővezetési együtthatójú $\rho = 2700$ kg/m³ sűrűségű és $c = 930$ J/(kg·K) fajlagos hőkapacitású alumínium, amelynek hőmérséklet-vezetési együtthatója

$$a = \frac{210 \text{ W/(m·K)}}{2700 \text{ kg/m}^3 \cdot 930 \text{ W·s/(kg·K)}} = 83,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s},$$

akkor

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = \frac{0,05^2 \text{ m}^2 \cdot 0,05 \text{ K/s}}{2 \cdot 83,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 0,748 \text{ K}.$$

A gépek üzeme szempontjából az is érdekelhet bennünket, hogy meghatározott hőárammal való melegítéssel mennyi idő alatt érjük el a kvázi-stacioner állapotot. A parciális differenciálegyenletek alkalmazását megkerülő egyszerűsített módszerünk erről is tájékoztat.

A 4.117. ábrához fűzött (4.216) és (4.217) összefüggésünk szerint ui. a hőmérséklet lefolyása a falban másodfokú parabola, és így a szigetelt oldaltól x távolságban a hőmérséklet-különbség a szigetelt oldalhoz képest

$$\vartheta - \vartheta_0 = \frac{x^2}{2a} \dot{\vartheta}.$$

Az itt levő egységnyi felületű fal-elembe bevezetett hő ennek az állapotnak az eléréséig tehát

$$\frac{dQ}{A} = \rho c (\vartheta - \vartheta_0) dx = \frac{\rho c \dot{\vartheta}}{2a} x^2 dx \quad \text{J/m}^2.$$

A teljes δ vastagságban a kvázi-stacioner állapotig bevezetett hő sűrűsége

$$\frac{Q}{A} = \int_0^{\delta} \frac{\rho c \dot{\vartheta}}{2a} x^2 dx = \frac{\rho c \dot{\vartheta}}{6a} \delta^3 \quad \text{J/m}^2.$$

Mint hogy pedig kvázi-stacioner állapotban a bevezetett hőáramsűrűség

$$\varphi = \frac{\partial Q/A}{\partial t} = \delta \rho c \dot{\vartheta} \quad \text{W/m}^2,$$

a kvázi-stacioner állapotig eltelt idő

$$t_{kv} = \frac{Q/A}{\varphi} = \frac{\frac{\rho c \dot{\vartheta}}{6a} \delta^3}{\delta \rho c \dot{\vartheta}} = \frac{\delta^2}{6a} \quad \text{s.} \quad (4.218)$$

4.4.2 példa. A 4.41. példa folytatásaként állapítsuk meg, hogy mennyi idő alatt áll be a kvázi-stacioner állapot (a falvastagság $\delta = 50$ mm)!

a) Ötvözetlen acélra ($a = 9,66 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)

$$t_{kv} = \frac{\delta^2}{6a} = \frac{0,05^2 \text{ m}^2}{6 \cdot 9,66 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 43,1 \text{ s.}$$

b) Ausztenites acélra ($a = 3,56 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)

$$t_{kv} = \frac{\delta^2}{6a} = \frac{0,05^2 \text{ m}^2}{6 \cdot 3,56 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 117,0 \text{ s.}$$

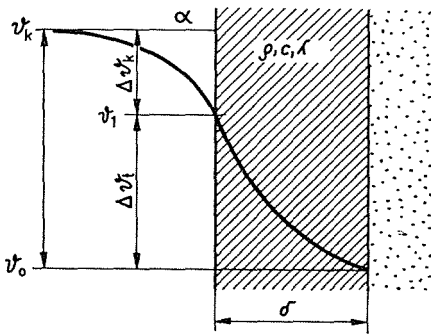
c) Alumíniumra ($a = 83,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)

$$t_{kv} = \frac{\delta^2}{6a} = \frac{0,05^2 \text{ m}^2}{6 \cdot 83,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 5,0 \text{ s.}$$

c) **A közeg hirtelen hőmérséklet-változásának hatása a szerkezeti elemre.** A hőtechnikai gépek szerkezeti elemei hőigénybevételének másik jellegzetes esete, hogy az előző tartósult állapothoz képest a szerkezeti elem egyik oldalán levő közeg hőmérséklete hirtelenül megváltozik, majd állandó marad („hőmérséklet-ugrás”). Vizsgálá-

tunkat ismét sík falra és ismét a legnagyobb hőmérséklet-különbséget okozó kvázistacioner állapotra korlátozzuk, mert – mint az előbb láttuk – ezekből igen egyszerű eszközökkel is nagyon tanulságos eredményekhez juthatunk.

A 4.117. ábra kapcsán tárgyalt esethez hasonlóan itt is olyan sík falat vizsgálunk, amelynek egyik (az ábrán jobb) oldalán tökéletes hőszigetelés, a másikon közeg van (4.118. ábra). A folyamat kezdetén a közeg és a fal hőmérséklete egyaránt ϑ_0 . Ha a közeg hőmérséklete hirtelen ϑ_k -ra nő és α hőátadási együtthatóval kezd a falra hőt adni, akkor a fal hőátadás felőli része a 4.117. ábrán bemutatott módon melegszik mindaddig, amíg a melegedés a szigetelés felőli oldalt, tehát a (4.217) egyenlettel leírt állapotot el nem éri. Ez a $\vartheta_1 - \vartheta_0$ hőmérséklet-különbségnek (l. a 4.118. ábrát) és egyúttal a *hőfeszültség legnagyobb értékének* pillanata. Amint ugyanis a fal ezen túl melegszik, csökken a $\vartheta_k - \vartheta_1$ hőmérséklet-különbség, és ezzel a közegről



4.118. ábra. Sík fal melegítése egy oldalról, a fallal érintkező közeg hőmérsékletének ugrásával

a falra adott hőáramsűrűség is. Nyilvánvaló, hogy üzemtani szempontból leginkább a $\vartheta_1 - \vartheta_0$ falhőmérséklet-különbségnek ez az időpillanata érdekel. Ebben

$$\alpha(\vartheta_k - \vartheta_1) = \delta \rho c \dot{\vartheta}. \quad (4.219)$$

A (4.217) egyenletből kivethetően viszont

$$\dot{\vartheta} = (\vartheta_1 - \vartheta_0) \frac{2a}{\delta^2} \text{ K} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (4.220)$$

Jelöljük a továbbiakban $\vartheta_k - \vartheta_1 \equiv \Delta\vartheta_k$
és $\vartheta_1 - \vartheta_0 \equiv \Delta\vartheta_f$.

A (4.219) és (4.220) összevonásával

$$\alpha \Delta\vartheta_k = \delta \rho c \Delta\vartheta_f \frac{2a}{\delta^2},$$

és mivel $a = \lambda/\rho c$,

$$\alpha \Delta\vartheta_k = \frac{2\lambda}{\delta} \Delta\vartheta_f.$$

A $\Delta\vartheta_k$ -t a $\Delta\vartheta = \vartheta_k - \vartheta_0$ hőmérsékletugrással kifejezve és az egyenletet rendezve, a hőmérséklet-különbség a fal két oldala között

$$\Delta\vartheta_f = \frac{1}{1 + \frac{2\lambda}{\delta\alpha}} K. \quad (4.221)$$

4.43. példa. Hőtechnikai berendezés háza $\delta = 50$ mm vastag. $\lambda = 44$ W/(m·K) hővezetési együtthatójú síknak tekinthető falának egyik oldalán az $\alpha = 1,5$ kW/(m²·K) hőátadási együtthatójú közeg hőmérséklete hirtelen 100 K-nel nő. Mekkora lesz a fal két oldala közti legnagyobb hőmérséklet-különbség?

A (4.221) szerint

$$\Delta\vartheta_t = \Delta\vartheta \frac{1}{1 + \frac{2\lambda}{\delta\alpha}},$$

ahol

$$\frac{2\lambda}{\delta\alpha} = \frac{2 \cdot 44 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}}{0,05 \text{ m} \cdot 1500 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}} = 1,17;$$

$$\Delta\vartheta_t = 100 \text{ K} \frac{1}{1 + 1,17} = \frac{100 \text{ K}}{2,17} = 46,1 \text{ K}.$$

A közeg hőmérsékletének hirtelen változásával kapcsolatban rá kell mutatnunk arra, hogy a telített gőz hőmérséklete a nyomástól függ, a falon való lecsapódás és a falról való elpárolgás esetén pedig a hőátadási együttható igen nagy! Ezért gőzök esetében tartózkodni kell a nyomások hirtelen növelésétől is, ha a fal hőmérséklete a megnövelt nyomáshoz tartozó telítési hőmérsékletnél kisebb. (A gőz hőmérséklete ilyenkor érdektelen, hiszen a falon való lecsapódás esetén a fal közelében úgyszólván csak telítési állapot van.) A viszonyokat jól jellemzi a következő példa.

4.44. példa. Egy $\delta = 50$ mm falvastagságú, $\lambda = 44$ W/(m·K) hővezetési tényezőjű, kezdetben $\vartheta_0 = 20$ °C hőmérsékletű acélöntvény edénybe – tekintsük falait az egyszerűség kedvéért síknak – hirtelen 60 bar = 6 MPa nyomású gőzt bocsátunk, amikor is a hőátadási együttható $\alpha = 12$ kW/(m²·K). Mekkora hőmérséklet-különbség keletkezik az öntvény falában?

A 60 bar nyomáshoz tartozó telítési hőmérséklet a vízgőztáblázat szerint $\vartheta_k = 275$ °C, tehát $\Delta\vartheta = \vartheta_k - \vartheta_0 = 255$ K.

A hőmérséklet-különbség a fal két oldala között

$$\Delta\vartheta_t = \Delta\vartheta \frac{1}{1 + \frac{2\lambda}{\delta\alpha}} K,$$

ahol

$$\frac{2\lambda}{\delta\alpha} = \frac{2 \cdot 44 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}}{0,05 \text{ m} \cdot 12000 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}} = 0,146,$$

és

$$\Delta\vartheta_t = 255 \text{ K} \frac{1}{1 + 0,146} = \frac{255}{1,146} = 222,6 \text{ K}.$$

4.7.4. A hő okozta terjeszkedés és hőfeszültség

A hőmérséklet változásának hatására a testek térfogatukat változtatják (terjeszkednek, ill. összehúzódnak). A *térfogati hőtágulási együttható*

$$\beta = \frac{V - V_0}{V_0(\vartheta - \vartheta_0)} \text{ K}^{-1},$$

ahol V az anyag térfogata. Gázokra megállapítottuk, hogy ($\vartheta_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$ -ről indulva) $\beta = 1/273$ és így ha a gáz térfogata ϑ_0 -ról ϑ_1 -re melegszik, térfogata V_0 -ról $V_1 = V_0[1 + (\vartheta_1 - \vartheta_0):273]$ -ra nő.

Szilárd anyagok hőtágulása alkalmával nem a térfogatnak, hanem a *lineáris méretnek* változása érdekel bennünket. Ezért itt a **lineáris hőtágulási együttható** fogalmát használjuk:

$$\alpha_t = \frac{l - l_0}{l_0(\vartheta - \vartheta_0)} \text{ K}^{-1} \quad \text{vagy} \quad \alpha_t = \frac{1}{l_0} \frac{\partial l}{\partial \vartheta}. \quad (4.222)$$

A hőtágulás következtében a hőmérsékletnek a *szilárd test egészében* való változása a test méretét változtatja. A változás

$$l - l_0 = l_0 \alpha_t (\vartheta - \vartheta_0) \text{ m};$$

a fajlagos nyúlás

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} = \alpha_t \Delta \vartheta. \quad (4.223)$$

Az a ϑ_0 hőmérséklet, amelyből kiindulva a (4.222) és a (4.223) egyenlőségben szereplő hőtágulásokat számítjuk, és amelyhez az l_0 kezdő méret tartozik, rendszerint $\vartheta_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$, esetleg az ahhoz közel álló szobahőmérséklet $20 \text{ }^\circ\text{C}$. Ha más hőmérsékletből kiinduló tágulást akarunk kiszámítani, akkor a mérhető l_1 értékből előbb az l_0 méretet kell kiszámítanunk. A számítás menete tehát ekkor

$$l_0 = \frac{l_1}{1 + \alpha_t(\vartheta_1 - \vartheta_0)} \text{ m}; \quad l_2 = l_0[1 + \alpha_t(\vartheta_2 - \vartheta_0)] \text{ m},$$

és ezekből

$$l_2 - l_1 = l_1 \frac{\alpha_t(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{1 + \alpha_t(\vartheta_1 - \vartheta_0)} \text{ m}.$$

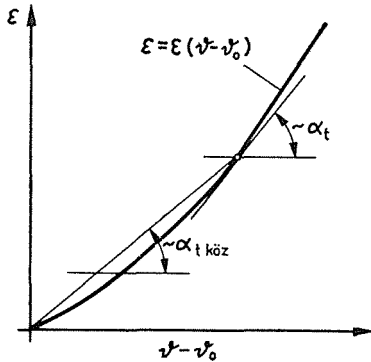
Az eddigiekben feltételeztük, hogy α_t értéke a hőmérséklettől függetlenül állandó, és így melegedés közben a test tágulása a hőmérséklet-növekedéssel egyenesen arányos. A valóságban az $l - l_0$ tágulás és annak $(l - l_0)/l_0$ viszonylagos értéke a $\vartheta - \vartheta_0$ függvényében kissé görbe vonal (4.119. ábra). Ezért megkülönböztetünk határozott hőmérséklethez tartozó α_t hőtágulási együtthatót, amelynek fogalma szigorúan [a (4.222) összefüggésből]

$$\alpha_t = \frac{1}{l_0} \frac{dl}{d\vartheta},$$

valamint egy a ϑ_0 hőmérséklettől ϑ_1 meghatározott hőmérsékletig számítandó *közepes* lineáris hőtágulási együtthatót is. Ez

$$\alpha_{t \text{ köz}} = \frac{1}{l_0} \frac{l_1 - l_0}{\vartheta_1 - \vartheta_0} \text{ K}^{-1}.$$

Az anyagokról szóló hőtechnikai táblázatok rendszerint mindkettő értékeit tartalmazzák. Vannak táblázatok, amelyek meghatározott hőmérsékletekre $\alpha_{t \text{ köz}} \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_0)$ értékét, tehát a ϑ_0 -hoz tartozó l_0 mérethez viszonyított ε fajlagos nyúlást közvetlenül is közlik (ilyen pl. a *Pattantyús: Gépész- és villamosmérnökök kézikönyve II. kötet* 1084. oldalán levő 6.1. táblázat is).



4.119. ábra. Szilárd anyag hőtágulása a $\psi - \psi_0$ hőmérséklet-növekedés függvényében

4.45. példa. Mennyit nyúlik egy $l_0 = 1800$ mm hosszúságú acélöntvény, miközben szobahőmérsékletről ($\vartheta_0 = 20$ °C) $\vartheta_1 = 450$ °C közepes üzemi hőmérsékletre melegszik?

A hőtágulási együttható e hőmérséklet-tartományban

$$\alpha_{t \text{ köz}} = 13 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}.$$

A fajlagos nyúlás

$$\varepsilon = \alpha_{t \text{ köz}} (\vartheta_1 - \vartheta_0) = 13 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} (450 - 20) \text{ K} = 5,59 \cdot 10^{-3}.$$

A megnyúlás nagysága

$$\Delta l = l - l_0 = l_0 \varepsilon = 1800 \text{ mm} \cdot 5,59 \cdot 10^{-3} = 10,06 \text{ mm}$$

Ha szilárd testen belül hőmérséklet-különbségek keletkeznek, és a hőmérséklet eloszlása olyan, hogy a test egyes részei egymás hőtágulását nem akadályozzák, akkor a test **deformálódik**. Ennek legegyszerűbb esete az a rúd, amelynek két oldala között hőmérséklet-különbség van, és a rúd tengelyére merőlegesen a hőmérséklet lefolyása lineáris (4.120a ábra). A rúdnak melegebb oldala fajlagosan $\varepsilon = \alpha_t \Delta \vartheta$ -val nyúlik meg a másik oldalhoz képest. A rúd tehát meggömbül (4.120b ábra). Minthogy

$$\frac{r_1 + b}{r_1} = \frac{l_1 + l_1 \alpha_t \Delta \vartheta}{l_1}.$$

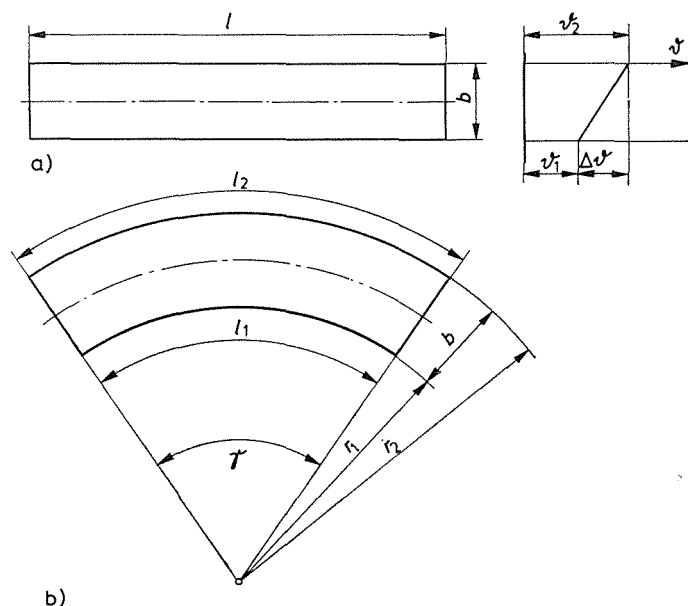
a görbületi sugár

$$r_1 = \frac{b}{\alpha_t \Delta \vartheta} \text{ m.} \quad (4.224)$$

Az l_0 hosszúságú rúd két véglapja

$$\gamma = \frac{l_1}{r_1} = \frac{l_1 \alpha_t \Delta \vartheta}{b} \quad \text{rad} \quad (4.225)$$

szöggel hajlik egymáshoz.



4.120. ábra. Rúd görbülése két oldala közötti hőmérséklet-különbség hatására

4.46. példa. Egy gőzturbina $d = 200$ mm átmérőjű, és $l_1 = 300$ mm hosszúságú tömszelence-részéhez kezelési hiba folytán zárógőzt vezetünk anélkül, hogy a tengelyt forgattuk volna. Ezért a két átellenes oldal között $\Delta \vartheta = 60$ K hőmérséklet-különbség jött létre. A hőtágulási együttható $\alpha_t = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Mekkora szöggel hajlanak el a tömszelencehez csatlakozó tengelyrészek egymástól?

Az elhajlás szöge

$$\gamma = \frac{l_1 \alpha \Delta \vartheta}{d} = \frac{0,3 \text{ m} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \cdot 60 \text{ K}}{0,2 \text{ m}} = 1,08 \cdot 10^{-3} \text{ rad.}$$

(Ha tehát e tömszelencerészhez pl. 1500 mm hosszú egyenesen maradt tengelydarab csatlakozik, annak kitérése

$$\gamma = 1500 \text{ mm} \cdot 1,08 \cdot 10^{-3} = 1,62 \text{ mm.})$$

Hőfeszültség akkor keletkezik, ha a test szabad hőtágulását vagy deformálódását megakadályozzuk. A δ_ϑ hőfeszültség akkora, amekkora a megakadályozott ε fajlagos nyúlással egyenlő nyúlást okozó feszültség melegezés nélkül. A mechanikai feszültség és a fajlagos nyúlás összefüggése pedig

$$\sigma = E \varepsilon \quad \text{Pa,}$$

ha a feszültségre *merőleges* terjeszkedések nincsenek korlátozva (pl. a szabadon álló rúd). Ha ezek korlátozva vannak (pl. a szerkezeti elem belsejében levő szakasz, falból kivágvá képzelt csík), akkor

$$\sigma = \frac{E\varepsilon}{1-\nu} \text{ Pa,} \quad (4.227)$$

ahol ν a *Poisson-féle* szám; acélra vehető $\nu = 0,3$, E pedig a rugalmassági tényező.

Hosszirányú terjeszkedés (tágulás) megakadályozása esetén ezek szerint a hőfeszültség a (4.222)-ből:

$$\sigma_{\vartheta} = E\varepsilon = E\alpha_t \Delta\vartheta \text{ Pa.} \quad (4.228)$$

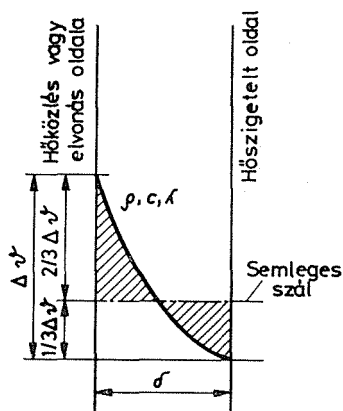
Ha rúdnak a tengelyére merőleges irányú hőmérséklet-különbségnek hatására bekövetkező görbülését (4.120. ábra) akadályozzuk meg, akkor a melegebb oldalon nyomó-, a hidegben húzófeszültség keletkezik; mindkettő a fele annak a feszültségnek, amely hőtágulás megakadályozása esetén ugyanekkora hőmérséklet-változásra keletkeznék. Ekkor tehát

$$\sigma_{\vartheta} = 0,5E\alpha_t \Delta\vartheta \text{ Pa.} \quad (4.229)$$

Ha nagy kiterjedésű sík falon át van hővezetés, és így a 4.111. ábra szerinti hőmérséklet-lefolyás, a fal görbülését pedig megakadályozzuk, akkor a feszültségre – és az ábra síkjára – merőleges terjeszkedés és összehúzódás gátolva van. Ekkor

$$\sigma_{\vartheta} = \frac{0,5E\alpha_t \Delta\vartheta}{1-\nu} \text{ Pa.} \quad (4.230)$$

Ha a falat az egyik oldalról való hőközléssel melegítjük, akkor – a 4.117. ábrához fűzött gondolatmenetünk értelmében – a hőmérséklet-lefolyás vonala



4.121. ábra. Hőmérséklet-lefolyás és a feszültséget meghatározó hőmérséklet-különbségek a sík fal egy oldalról való melegítésekor

másodfokú parabola. Ha a falat terjeszkedni engedjük, de elgörbülni nem, akkor a *melegített* (vagy hűtött) oldalon 2/3-a, a *hőszigetelt* oldalon 1/3-a keletkezik a hőmérséklet-különbségből számítható feszültségnek (4.121. ábra). A hőközlésoldali feszültség

$$\sigma_{\vartheta} = \frac{2/3E\alpha_t \Delta\vartheta}{1-\nu} \text{ Pa.} \quad (4.231)$$

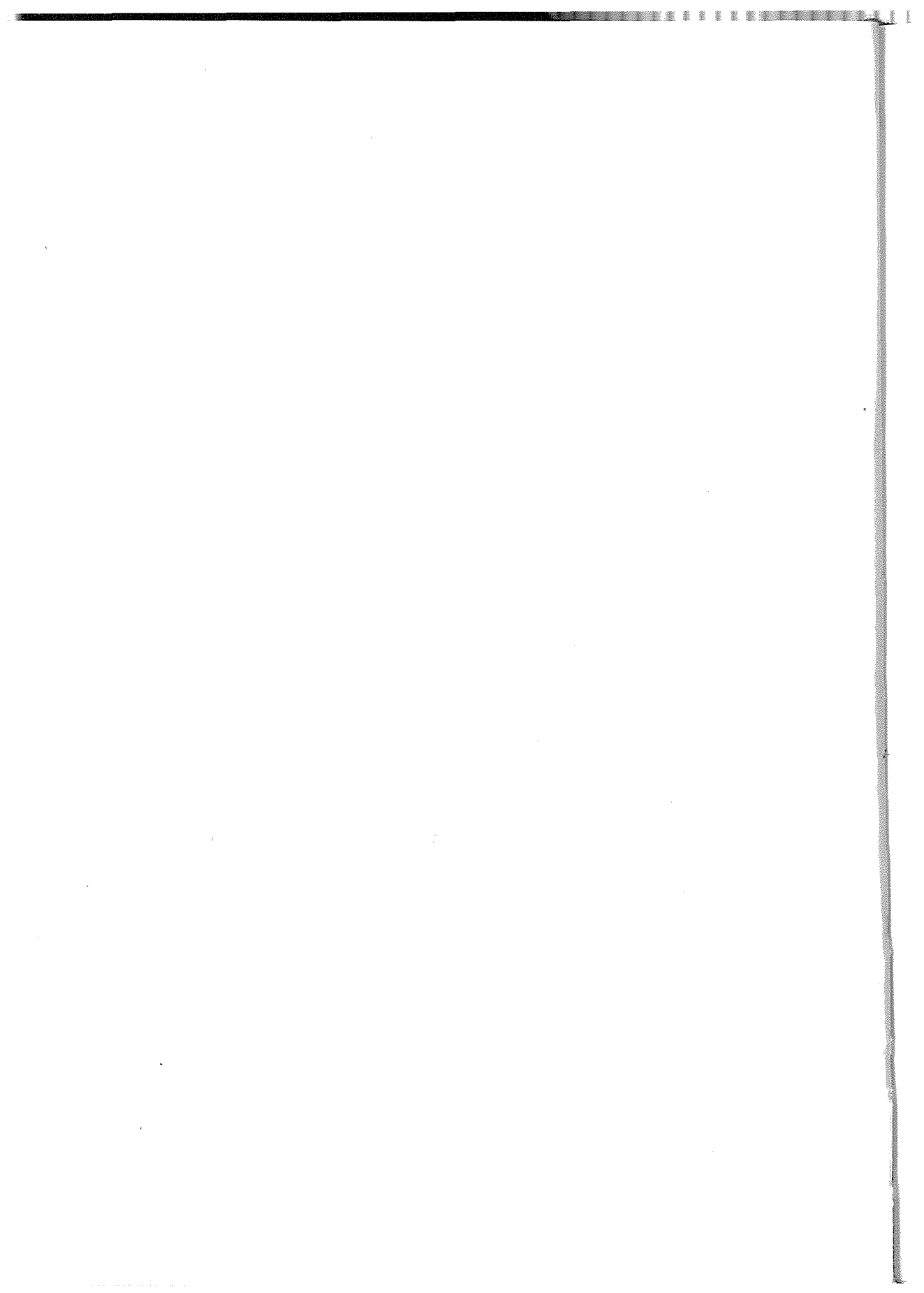
Görbülésében megakadályozott sík falával igen közel azonos a nem túl *vastag falú hengeres edények köpenyének* és a *csöveknek* az esete is, ha egyik oldalukon hőközlés vagy hőelvonás, a másikon hőszigetelés van.

Bonyolult esetben persze itt is — mint a 4.7.3. pont végén említettük — a gépi számítástechnika korszerű módszereire vagy kísérletekre vagyunk utalva.

Az előzőkben előadott megfontolások mind a gép *szerkesztése*, mind *üzemben tartása* szempontjából tanulságosak. Rámutatnak pl. arra, hogy ha falon merevítés céljából bordát kell alkalmazni, a borda ne a hőszigetelt, hanem a közeggel érintkező oldalon legyen; arra is, hogy a falvastagságok növelése a feszültségeket néha nem csökkenti, hanem növeli. Bizonyítják annak az állításnak a helyességét, hogy a hőtechnikai gépészet — mint minden más gépészet is — kompromisszumokat igényel, amelyeknek helyes megtételéhez az összes szempont és körülmény ismerete elengedhetetlen.

IRODALOM a 4. fejezethez

- [4.1] *Vukalovics, M. P.—Novikov, I. I.*: Tehnicseszkaja Termodinamika. Moszkva, Goszenergoizdat, 1959.
- [4.2] *Kirillin, V. A.—Szucsov, V. V.—Seindlin, A. E.*: Tehnicseszkaja Termodinamika. Moszkva, Izdatelsztvo „Energija”, 1974.
- [4.3] *Elsner, N.*: Grundlagen der technischen Thermodynamik. Berlin, Akademie Verlag, 1973.
- [4.4] *Baehr, H. D.*: Thermodynamik. Berlin, Springer Verlag, 1962.
- [4.5] *Bosnjakovic, F.*: Technische Thermodynamik. Dresden, Verlag Th. Steinkopff, 1965.
- [4.6] *Lee, J. F.—Sears, F. W.*: Thermodynamics. Massachusetts, Addison—Wesley, 1963.
- [4.7] *Schmidt, E.—Grigull, V.*: Properties of Water and Steam in SI-Units. Berlin, Springer Verlag, 1979.
- [4.8] *Baehr, H. D.—Schwier, K.*: Die thermodynamischen Eigenschaften der Luft. Berlin, Springer Verlag, 1961.
- [4.9] *Raznjevic, K.*: Hőtechnikai táblázatok. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1964.
- [4.10] *Komondy Z.*: Dugattyús gőzgépek. Budapest, Tankönyvkiadó, 1953.
- [4.11] *Komondy Z.*: Gőzturbinák. Budapest, Tankönyvkiadó, 1953.
- [4.12] *Traupel, W.*: Thermische Turbomaschinen. Berlin, Springer Verlag, 1969.
- [4.13] *Scsegljajev, A. A.*: Gőzturbinák, Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1979.
- [4.14] *Lehmann, A.*: Belső égésű motorok. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1978.
- [4.15] *Fülöp Z.*: Gázturbinák, Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1975.
- [4.16] *Bassa G.*: Tüzeléstechnika. Budapest, Tankönyvkiadó, 1965.
- [4.17] *Reményi K.*: Korszerű kazánberendezések. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1972.
- [4.18] *Komondy Z.—Halász L.*: Hűtőgépek, Budapest, Tankönyvkiadó, 1967.
- [4.19] *Gátl F.*: Kishűtőgépek. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1972.
- [4.20] *Beke Gy.*: Hűtőipari kézikönyv. Budapest, Mezőgazdasági Könyvkiadó, 1978.

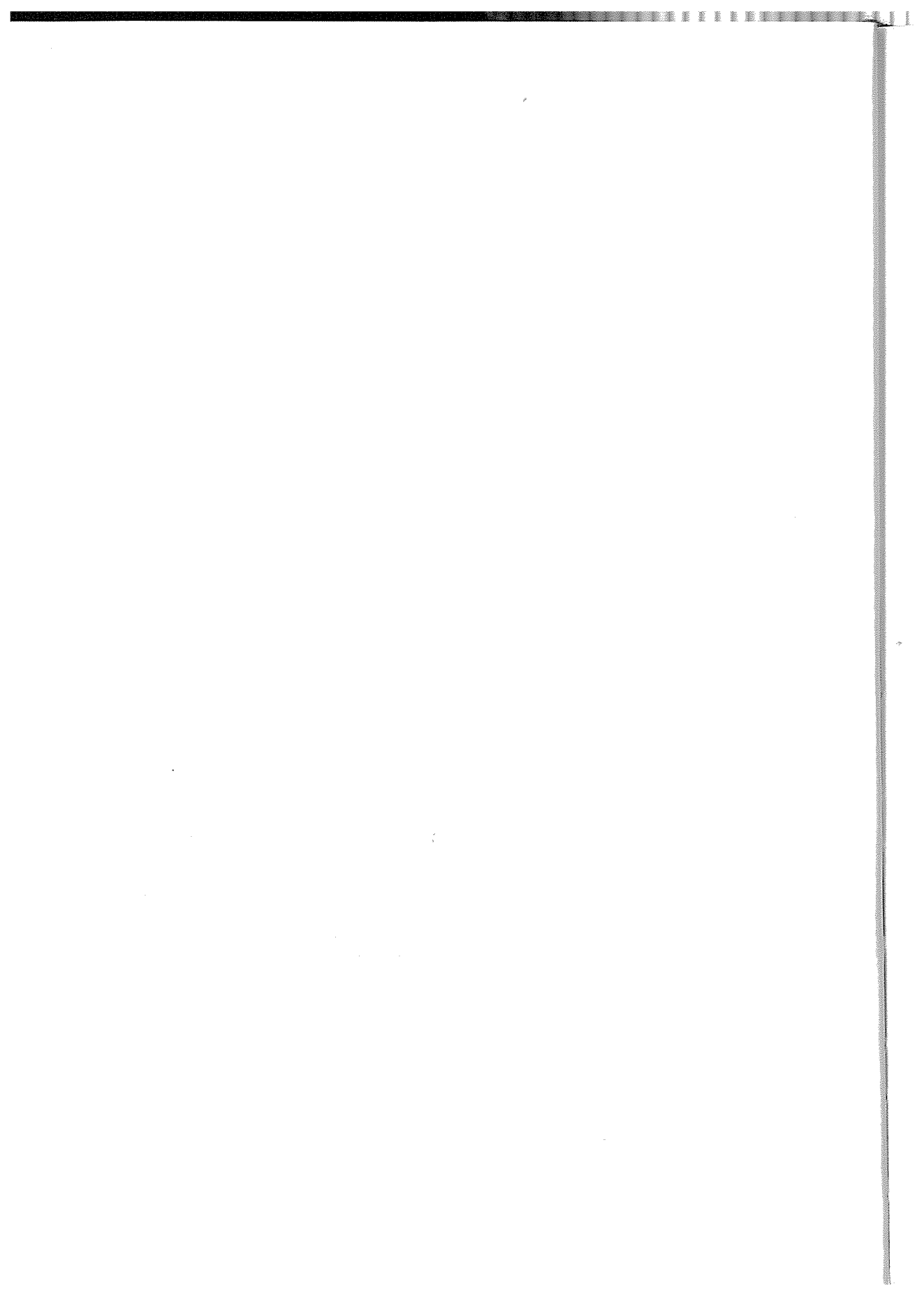


5. Villamos gépek

A villamosenergia-átvitel térhódításával új korszak nyílik a technikai haladás századában. Nemcsak energiagazdálkodásunk vált országos fontosságú feladattá, hanem a **villamos energiának** a legkisebb településekre való eljuttatásával, a jó világítással, a filmszínházzal és a televízióval lehetővé vált a kultúra rohamos fejlődése; az olcsó, mindig üzemkész és kis üzemegységekben is gazdaságosan dolgozó **villamos motor** segítségével pedig a kisebb vidéki és mezőgazdasági üzemek megfelelő energiaellátása oldódott meg. E termelési tényezők társadalomátalakító hatását külön is kiemeljük.

A villamos energia termelése, átvitele és hasznosítása olyan tudományos elvek alkalmazását tételezi fel, amelyek az előző fejezetekben tárgyalt mechanikai alaptörvényekből le nem vezethetők, hanem a hatalmas, önálló tudománnyá fejlődött **elektrotechnika** elméleti eredményeiből következnek. Ezeknek az alaptörvényeknek a részletes tárgyalása nem illeszthető e könyv kereteibe; alkalmazásukra is csak ott kerül sor, ahol azt a villamos motor üzemi jellemzőinek vizsgálata elkerülhetlenné teszi.

Ennek megfelelően e fejezet előbb feleleveníti a villamos gépek üzemi tulajdonságainak tárgyalásához feltétlenül szükséges, alapvető elektrotechnikai ismereteket, majd a transzformátorok felépítését és alapvető üzemi tulajdonságait ismerteti. Ezek után tér rá az indukciós motorok, egyenáramú motorok és néhány különleges motor felépítésének és üzemi tulajdonságainak tárgyalására. Végül e fejezet a villamos motorok üzemeltetése szempontjából fontos hálózati, fázistényező-javítási és érintésvédelmi ismeretekkel zárul.



5.1. ELEKTROTECHNIKAI ALAPFOGALMAK

5.1.1. Egyenáramú körök

a) **Az áramkör és az energiaforrás.** Az elektromos töltések mozgását, áramlását **elektromos áramnak** nevezzük. Ismereteink szerint egy elektronnak, valamint egy olyan molekulának is, amelyből egy elektron hiányzik, töltése $1,6 \cdot 10^{-19}$ C (coulomb). Minden elektromos töltés ennek egész számú többszöröse.

Az elektromos töltés mértékegysége a coulomb; jele: C. 1 C az az elektromos töltés, amely valamely vezető keresztmetszetén 1 s alatt áthalad, ha a vezetőben 1 A erősségű áram folyik.

$$1\text{C} = 1\text{A} \cdot \text{s}.$$

Ennek megfelelően az **áramerősség** valamely vezető keresztmetszetén az időegység alatt áthaladó töltésmennyiség:

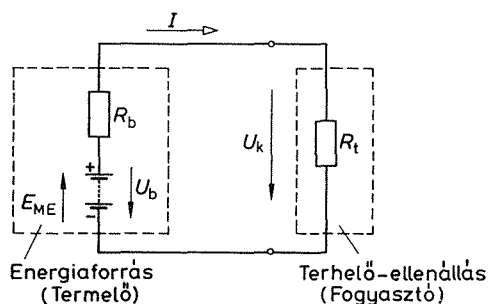
$$i = \frac{dQ}{dt} \text{ A.} \quad (5.1)$$

Az áramerősség mértékegysége az amper; jele: A.

Amennyiben az átfolyó töltések állandóan egy irányban folyó, állandó vagy változó nagyságú áramot hoznak létre, akkor **egyenáramról** beszélünk. Szokás az egy irányban folyó, állandó nagyságú áramot (állandósult) egyenáramnak nevezni (jele: I), az egy irányban folyó, változó nagyságú áramot pedig változó, átmeneti, ill. *lüktető egyenáramnak* (jele: i). Ez utóbbiakat nem szabad a váltakozóárammal összevetészeni, mert a váltakozóáramnál a töltések már nem egy irányban folynak.

Állandósult egyenáram tehát csak úgy jöhet létre, hogy a pozitív töltéshordozók az egyik, a negatív töltéshordozók pedig a másik irányban, szakadatlanul, állandó sebességgel mozognak anélkül, hogy bárhol felhalmozódnának. Ennek feltétele a vezetőlől álló, önmagába visszatérő zárt út, az **elektromos áramkör**, amely tartalmazza a vezetőlől kívül az áramlást fenntartó *energiaforrást (termelőt)* és a villamos energiát felemészítő *terhelő-ellenállást (fogyasztót)*. Az 5.1. ábra egy energiaforrásból és egy terhelő-ellenállásból álló, egyszerű elektromos áramkört szemléltet. A vezető **rezisztenciáját**, (egyenáramú) ellenállását — annak csekély volta miatt — rövidebb vezetők esetén vagy közelítő számításoknál általában elhanyagoljuk. Pontosabb számításoknál vagy számottevő rezisztenciaértéknél koncentrált paraméterű áramköri elemként vesszük figyelembe.

A legegyszerűbb energiaforrások a **galvánelemek**. Ha elektrolittal olyan vezető érintkezik, amely oldható benne, a vezető és az elektrolit között **feszültség** keletkezik. A különböző vezetőanyagoknak más és más elektrokémiai potenciálértékük van. Így két, megfelelően választott fémot helyezve valamely elektrolitba, az egyik fémből elektronok lépnek az elektrolitba, a fém pozitív töltésűvé válik; a másik fém az elektrolitból vesz fel elektronokat, így az negatív töltésű lesz. A két fém között elektromos feszültség mérhető. A töltéseket szétválasztó hatást **elektromotoros erőnek**, ill. feszültségforrásnak nevezük (jele: E_{ME}). Irányának a pozitív töltés elmozdulási irányát tekintjük, tehát a galvánelem negatív kapcsától a pozitív kapcsa felé mutat.



5.1. ábra. Elektromos áramkör

Az elektromotoros erő következtében az elektródák között létrejövő feszültséget a galvánelem **belső feszültségének** nevezük (jele: U_b). Ez nagyságára megegyezik az elektromotoros erővel, de irányra vele ellentétes. Ha az elem kapcsai nyitottak, a közöttük mérhető feszültség, a **kapocsfeszültség** (jele: U_k) nagysága és iránya megegyezik a belső feszültséggel. Oka ennek az, hogy nyitott kapcsok esetén az áramkörben nincs elektromos áramlás, így a galvánelem R_b **belső ellenállásán** sem léphet fel feszültségesés.

Amennyiben a galvánelem kapcsait — vezető közbeiktatásával — a fogyasztóval összekötjük, a töltések azokon keresztül kiegyenlítődnek, elektromos áram indul meg. Az **áram irányának** — megállapodás szerint — a pozitív elektromos töltés haladási irányát tekintjük. A **külső körben** tehát az áram a pozitív pólusból a **negatív pólus felé** folyik, az **energiaforrás**on belül pedig **fordítva**. Ebben az esetben az U_b belső feszültség már nem egyenlő az U_k kapocsfeszültséggel, mert az R_b belső ellenálláson létrejövő feszültségesés miatt U_k kisebb mint U_b .

b) Ohm törvénye. Az ellenállás. Míg feszültség áram nélkül is létezik (pl. az energiaforrás nyitott kapcsain), addig áram csak feszültséggel együtt létezhet.

Valamely fémvezetőben folyó áram és a vezető végei között mérhető feszültség összefüggését az **Ohm-törvény** fejezi ki:

$$U = IR \quad \text{V.} \tag{5.2}$$

A feszültség mértékegysége a volt (jele: V).

Az áramerősség és a feszültség egymással arányos. Az R arányossági tényezőt **rezisztenciának**, (**egyenáramú**) **ellenállásnak** nevezük. A rezisztencia mértékegysége az ohm (jele: Ω).

1 Ω rezisztencia más, önálló nevű SI-egységgel kifejezve:

$$1 \Omega = 1 \text{ V/A.}$$

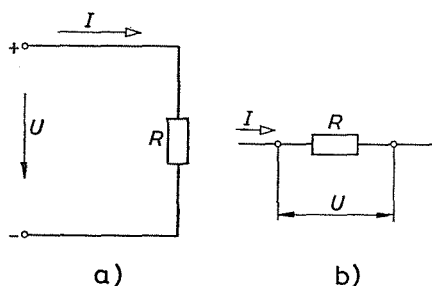
A rezisztencia, (egyenáramú) ellenállás helyett lehet annak reciprokát, a **konduktanciát, (egyenáramú) vezetést** használni:

$$G = \frac{1}{R} \text{ S.} \quad (5.3)$$

A konduktancia mértékegysége a siemens (jele: S). 1 S konduktancia más SI-egységgel kifejezve:

$$1 \text{ S} = 1 \text{ A/V}, \quad \text{ill.} \quad 1 \text{ S} = 1/\Omega.$$

Az *Ohm-törvény* kétféle okozati összefüggést fejez ki. Az 5.2a ábra arra utal, hogy ha az R ellenállás kapcsaira egy energiaforrás U feszültségét kapcsoljuk, akkor az áramkörben I áram folyik. Az 5.2b ábra viszont azt szemlélteti, hogy ha R ellenálláson (rezisztencián) I erősségű áram folyik keresztül, akkor az ellenállás két végpontja között U feszültségesés keletkezik.



5.2. ábra. Vázlat az *Ohm-törvény*hez

a) feszültség hatására az áramkörben folyó áram;
b) ellenálláson átfolyó áram által az ellenállás két pontja között létrehozott feszültségesés

A rezisztencia nemcsak a fémes vezetők sajátossága, hanem más anyagok, pl. a szigetelők tulajdonságainak jelölésére is használják. A *vezető rezisztenciája* annak anyagától és geometriai méreteitől függ:

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad \Omega, \quad (5.4)$$

ahol l a vezető hossza; A a vezető keresztmetszete; ρ a **rezisztivitás (fajlagos ellenállás)**. A rezisztivitás mértékegysége: $\Omega \cdot \text{m}$. Megengedett még $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ ($1 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m} = 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$). Az $1 \Omega \cdot \text{m}$ rezisztivitás mértékegysége más SI-egységgel kifejezve:

$$1 \Omega \cdot \text{m} = 1 \text{ V} \cdot \text{m}/\text{A}.$$

A rezisztivitás helyett szokásos ennek reciprokát, a **konduktivitást (fajlagos vezetést)** megadni:

$$\gamma = \frac{1}{\rho} \text{ S/m.} \quad (5.5)$$

A konduktivitás mértékegysége: S/m (siemens per méter). A konduktivitás mértékegysége más SI-egységgel kifejezve:

$$1 \text{ S/m} = 1 \text{ A}/(\text{V} \cdot \text{m}).$$

A fémek rezisztenciája a hőmérséklet emelkedésével nő. Az R_1 rezisztencia Δt hőmérsékletváltozás hatására

$$R_2 = R_1(1 + \alpha \Delta t) \quad (5.6)$$

értékre változik, ahol α a vezetőanyag *hőmérséklet-tényezője*. A fontosabb vezetőanyagok rezisztivitásait és hőmérséklet-tényezőit a „Függelék” tartalmazza.

5.1. példa. Egy motor tekercsének rezisztenciája, (egyenáramú) ellenállása 20°C -on $2\ \Omega$. Egy órai üzem után a tekercs rezisztenciája $2,48\ \Omega$ lesz. Milyen hőmérsékletű ekkor a tekercs? Az (5.6) összefüggés szerint:

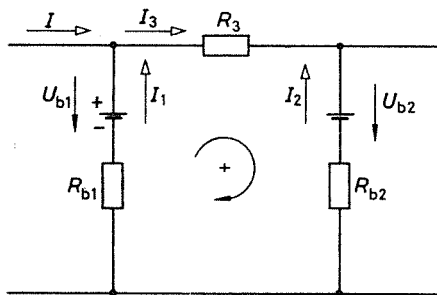
$$R_2 = R_1(1 + \alpha \Delta t).$$

A réz hőmérséklet-tényezője $\alpha = 0,0039\ ^\circ\text{C}^{-1}$. Δt értékét kifejezve, majd helyettesítve:

$$\Delta t = \frac{R_2 - R_1}{R_1 \alpha} = \frac{2,48\ \Omega - 2\ \Omega}{2\ \Omega \cdot 0,0039\ ^\circ\text{C}^{-1}} = 81,5\ ^\circ\text{C}.$$

Egy órai üzem után tehát a tekercs $81,5\ ^\circ\text{C}$ -ra melegszik fel.

c) **Összetett áramkör. Kirchhoff-törvények.** Az áramkörü összefüggéseket a legáltalánosabban a *Kirchhoff-törvények* foglalják össze. *Kirchhoff I. törvénye* (a *csomóponti törvény*) a hálózat bármely elágazási vagy csomópontjára kimondja, hogy a csomópontba befolyó áramok összege egyenlő az elfolyó áramok összegével, vagyis



5.3. ábra. Összetett áramkör

a csomóponton átfolyó áramok előjeles összege nulla. Az 5.3. ábra az A csomópontban:

$$\sum_{x=1}^n I_x = 0. \quad (5.7)$$

Kirchhoff II. törvénye (a *huroktörvény*) szerint a hálózat bármelyik zárt áramkörében a feszültségeket — az energiaforrások belső feszültségeit és az ellenállásokon fellépő feszültségeket — előjelesen összeadva nullát kapunk. Az 5.3. ábrán a pozitív körüljárási iránnyal jelölt zárt hurokban

$$\sum_{x=1}^n U_x = 0. \quad (5.8)$$

A *Kirchhoff-törvények* alkalmazásakor a következő szabályokat kell megtartani.

Az egyes ágakban folyó áramok vonatkoztatási (pozitív) irányait rögzíteni kell. A vonatkoztatási áramirányokat tetszőlegesen vehetjük fel. A csomóponti törvény felírásakor az azonos értelmű (pl. a csomópontba befolyó) áramokat *pozitívnak*, a velük ellentétes értelmű (kifolyó) áramokat *negatívnak* tekintjük. Az egyenletrendszert megoldása során kapott negatív áramérték azt jelenti, hogy az áram tényleges iránya a felvett vonatkoztatási iránnyal ellentétes.

Az energiaforrások belső feszültségeinek irányát a feladatban megadott polarítások szabják meg. Az *ellenállásokon* létrejövő feszültségesések irányai *azonosak* az ellenállásokon átfolyó áramok felvett vonatkoztatási (pozitív) irányával.

Körüljárási irányt választunk, és a feszültségek összegezésekor pozitív előjellel vesszük figyelembe a körüljárási iránnyal egyező irányú feszültségeket, negatív előjellel pedig az ellentéteseket.

Az 5.3. ábra jelöléseivel az *A* csomópontra felírt csomóponti egyenlet:

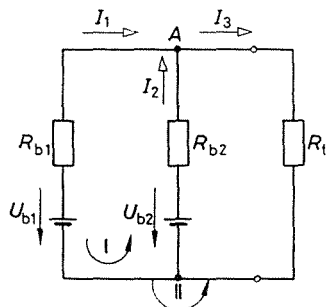
$$I + I_1 - I_3 = 0,$$

és a körüljárási iránnyal jelölt zárt körre a hurokegyenlet:

$$I_1 R_{b1} - U_{b1} + I_3 R_3 + U_{b2} - I_2 R_{b2} = 0.$$

Mindig annyi egyenletet kell felírni, ahány az egyenletekben előforduló ismeretlenek száma.

5.2. példa. Két telepet kapcsolunk párhuzamosan az 5.4. ábra szerint. A telepek belső feszültsége $U_{b1} = U_{b2} = 23 \text{ V}$. Az egyik telep belső rezisztenciája $R_{b1} = 0,1 \Omega$, a másiké $R_{b2} = 0,2 \Omega$. A két párhuzamosan kapcsolt telepet $R_t = 10 \Omega$ rezisztenciával terheljük. Meghatározandók az egyes ágakban folyó áramok.



5.4. ábra. Telepek párhuzamos kapcsolása

Ismeretlen mindhárom ágakban folyó I_1 , I_2 és I_3 áram, ezért három egyenletet kell felírunk. Az I jelű körre *Kirchhoff II.* törvénye:

$$U_{b1} - U_{b2} + I_2 R_{b2} - I_1 R_{b1} = 0.$$

A II jelű körre *Kirchhoff II.* törvénye:

$$U_{b1} - I_3 R_t - I_1 R_{b1} = 0.$$

Az *A* csomópontra *Kirchhoff I.* törvénye:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

A három egyenletből behelyettesítés, rendezés után:

$$I_1 = I_2 = 1,522 \text{ A};$$

$$I_2 = 0,761 \text{ A};$$

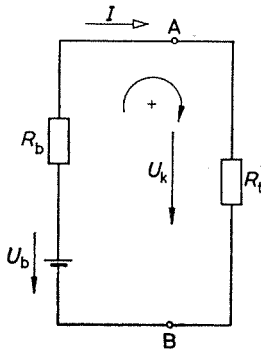
$$I_3 = I_1 + I_2 = 2,283 \text{ A}$$

adódik.

Mindhárom áramra pozitív számértékeket kaptunk, így a felvett vonatkoztatási (pozitív) áramirány egyezik a tényleges áramirányokkal.

d) A helyettesítő áramköri elemek módszere. A *Kirchhoff*-törvények alkalmazása bonyolultabb hálózatok esetén hosszadalmas egyenletrendszer-megoldásokhoz vezet, ezért célravezetőbb számítási módszerek alakultak ki, amelyek a bonyolult, összetett áramkört egyszerűbb áramkörre alakítják át.

Az egyenáramú áramkör olyan elemekből épül fel, amelyeknek két végződése (csatlakozókapcsa), ill. pólusa van. Ezeket *kétpólusoknak* nevezzük. Kétféle kétpólust különböztetünk meg: *passzív kétpólus* az az ellenállás, amelyet rezisztenciájának értéke jellemez, *aktív kétpólus* pedig az az energiaforrás, amelyet belső feszültsége és belső rezisztenciája jellemez.



5.5. ábra. Egyszerű áramkör

A legegyszerűbb áramkör egy aktív és egy passzív kétpólus összekapcsolásából jön létre (5.5. ábra). Vizsgáljuk meg ezt az egyszerű áramkört. Írjuk fel *Kirchhoff* II. törvénye szerint a hurokegyenletet az ábrán rajzolt körüljárási iránnyal:

$$IR_t + IR_b - U_b = 0,$$

és ebből a körben folyó I áram értéke:

$$I = \frac{U_b}{R_t + R_b}, \quad (5.9)$$

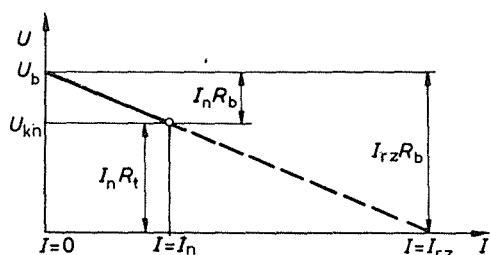
továbbá a kapocsfeszültség:

$$U_k = U_b - IR_b. \quad (5.10)$$

Az (5.9) és (5.10) összefüggés alapján megrajzolhatjuk az energiaforrás terhelési jelleggörbét (5.6. ábra). A jelleggörbéből a következők állapíthatók meg. Az R_t értékének $R_t = \infty$ -től (szakadás) $R_t = 0$ értékig (rövidre zárás) történő változtatá-

sával az I áram értékét $I = 0$ -tól $I = I_{rz}$ (rövidzárási áram) értékig változtathatjuk. A kapcsolófeszültség függ a mindenkor terheléstől; üresjárásban egyenlő a belső feszültséggel, rövidzárársban pedig nulla. Az I_n névleges áram és az ehhez tartozó $I_n R_b$ feszültségesés az energiaforrás fontos jellemzői: ugyanis az I_n névleges áram az adott feltételek mellett (pl. tartósan) megengedett legnagyobb terhelőáram és $I_n R_b$ az ehhez tartozó belső feszültségesés. A kapcsolok rövidre zárásával $R_t = 0$, így a rövid és zárási áram:

$$I_{rz} = \frac{U_b}{R_b} \quad (5.11)$$



5.6. ábra. Az energiaforrás terhelési jelleggörbéje

A **rövidzárási áram** általában sokszorosa a névleges áramnak, és nagyságát csak az energiaforrás belső rezisztenciája korlátozza. Tartós fellépésével az energiaforrás és az elektromos áramkör *tönkremegy*, ezért nem engedhető meg. Tartós fennmaradásától a villamos berendezéseket védelmi berendezésekkel védik.

5.3. példa. Mekkora a kapcsolófeszültsége annak a telepnek, amelynek belső feszültsége $U_b = 11$ V belső rezisztenciája $R_b = 0,2 \Omega$, és $R_t = 2 \Omega$ külső rezisztenciával terheljük (5.5. ábra)? Mekkora az I_{rz} rövidzárási áram az AB kapocs rövidre zárása alkalmával?

Az áramkörben folyó áram az *Ohm-törvény* szerint:

$$I = \frac{U_b}{R_b + R_t} = \frac{11 \text{ V}}{0,2 \text{ V/A} + 2 \text{ V/A}} = 5 \text{ A.}$$

Az AB pont közötti kapcsolófeszültség:

$$U_k = U_b - IR_b = 11 \text{ V} - 0,2 \text{ A} \cdot 5 \text{ V/A} = 10 \text{ V.}$$

Az R_t terhelő-ellenálláson a feszültségesés:

$$U_{Rt} = IR_t = 5 \text{ A} \cdot 2 \text{ V/A} = 10 \text{ V.}$$

Az ábrából is felismerhető, hogy $U_k = U_{Rt}$.

Az AB pont rövidre zárása után a rövidzárási áram:

$$I_{rz} = \frac{U_b}{R_b} = \frac{11 \text{ V}}{0,2 \text{ V/A}} = 55 \text{ A.}$$

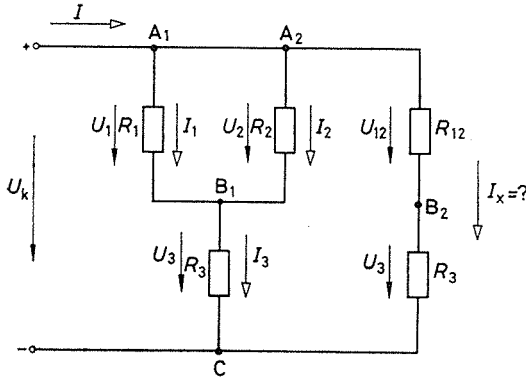
A *helyettesítő áramköri elemek módszere*, hogy az összetett áramkört visszavezetjük az előbb tárgyalt egyszerű áramkörre. A csupán passzív kétpólusokat tartalmazó hálózatrész helyettesíthető egyetlen *eredő ellenállással*. Az ismert összefüggések szerint a *sorosan kapcsolt ellenállások* eredője:

$$R_e = \sum_{x=1}^n R_x; \quad (5.12)$$

a párhuzamosan kapcsolt ellenállások eredője pedig a következő összefüggésből adódik:

$$\frac{1}{R_e} = \sum_{x=1}^n \frac{1}{R_x}. \quad (5.13)$$

Vegyes kapcsolás esetén a két számítási mód kombinálható. A gyakorlati esetek többségében az eredő ellenállás ilyen módon számítható.



5.7. ábra. Ellenállások vegyes kapcsolása

5.4. példa. Az 5.7. ábrán vázolt vegyes kapcsolású három rezisztencia: $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 12 \Omega$, $R_3 = 18 \Omega$; továbbá az R_{12} rezisztencia a párhuzamosan kapcsolt R_1 és R_2 rezisztencia eredője. Az egyenáramú hálózat feszültsége: $U_k = 110 \text{ V}$. Határozzuk meg az ábrán szereplő értékeket. A párhuzamosan kapcsolt A_1B_1 és A_2B_1 ág eredő konduktanciája:

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{20 \Omega} + \frac{1}{12 \Omega};$$

és az eredő rezisztencia:

$$R_{12} = 7,5 \Omega.$$

Az $A_1A_2B_1C$ helyettesítő áramkör ellenállása:

$$R_{12} + R_3 = 7,5 \Omega + 18 \Omega = 25,5 \Omega,$$

és ezzel ebben az ágban folyó áramerősség:

$$I_1 + I_2 = I_3 = \frac{U_k}{R_{12} + R_3} = \frac{110 \text{ V}}{25,5 \text{ V/A}} = 4,31 \text{ A}.$$

Az R_3 rezisztencián a feszültségesés:

$$U_3 = I_3 R_3 = 4,31 \text{ A} \cdot 18 \text{ V/A} = 77,7 \text{ V}.$$

Az R_1 és R_2 rezisztenciákon a feszültségesés:

$$U_1 = U_2 = U_k - U_3 = 110 \text{ V} - 77,7 \text{ V} = 32,3 \text{ V}.$$

A párhuzamosan kapcsolt R_1 és R_2 rezisztenciákon átfolyó részáramok:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{32,3 \text{ V}}{20 \text{ V/A}} = 1,62 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{32,3 \text{ V}}{12 \text{ V/A}} = 2,69 \text{ A}.$$

Számításainkat ellenőrizhetjük, mivel

$$I_1 + I_2 = I_3 = 1,62 \text{ A} + 2,69 \text{ A} = 4,31 \text{ A}.$$

A második B_2 ágba, mivel a rezisztenciák és a feszültségek azonosak, ugyanannak az áramnak kell folynia:

$$I_x = I_3 = I_1 + I_2 = 4,31 \text{ A}.$$

e) **Elektromos teljesítmény és munka.** Az *elektromos teljesítmény* a feszültség és az áram szorzatával egyenlő:

$$P = UI \quad \text{W.} \quad (5.14)$$

Az elektromos teljesítmény mértékegysége a watt: jele: W. Ennek többszörösei pl. 1 kW (kilowatt) = 10^3 W; 1 MW (megawatt) = 10^6 W; és 1 GW (gigawatt) = 10^9 W.

Az 1 W teljesítmény más SI-egységgel kifejezve:

$$1 \text{ W} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}.$$

Az (5.14) összefüggés — az R ellenálláson felemésztett teljesítmény esetén — az *Ohm-törvény* alapján más alakban is felírható:

$$P = \frac{U^2}{R} = I^2 R \quad \text{W.} \quad (5.15)$$

Ez a teljesítmény az R ellenálláson hővé alakul (Joule-hő).

Az **elektromos munka** vagy **energia** a teljesítmény időintegrálja:

$$W = \int_0^t P \, dt.$$

Ha a teljesítmény állandó, akkor

$$W = Pt \quad \text{J.} \quad (5.16)$$

1 J elektromos munka más SI-egységekkel kifejezve:

$$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}.$$

A gyakorlatban használható még a kW·h:

$$1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ}.$$

5.5 példa. $U = 220$ V-os áramforrásból $P = 1,4$ kW teljesítményű fűtőttestet táplálunk, amelynek hatásfoka $\eta = 100\%$. Mekkora a fűtőttesten átfolyó áram erőssége, a fűtőttest és a tápláló vezető rezisztenciája, ha a tápláló vezetőkön $U_v = 10$ V-os feszültségesést engedünk meg?

Világítóberendezéseket tápláló vezetőkön max. 2%, ipari hálózatok esetében max. 5% feszültségesést engedhetők meg. A példában megadott 10 V-os feszültségesés 5%-on belül van, így még megengedhető.

A 10 V-os megengedett feszültségeséssel a fűtőttest kapocsfeszültsége:

$$U_k = U - U_v = 220 \text{ V} - 10 \text{ V} = 210 \text{ V}.$$

Az előírt fűtőtéljesítményhez szükséges áramerősség:

$$I_t = \frac{P}{U_k} = \frac{1400 \text{ V} \cdot \text{A}}{210 \text{ V}} = 6,7 \text{ A}.$$

A fűtőttest rezisztenciája:

$$R_t = \frac{U_k}{I_t} = \frac{210 \text{ V}}{6,7 \text{ A}} = 31,5 \Omega.$$

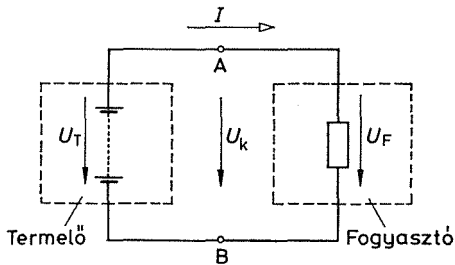
A csatlakozóvezető rezisztenciája a feszültségesésből számítható:

$$R_v = \frac{U_v}{I_t} = \frac{10 \text{ V}}{6,7 \text{ A}} = 1,5 \Omega.$$

Az (5.4) összefüggés alapján – a megkívánt csatlakozási hosszúság ismeretében és a rendelkezésre álló vezetőanyag rezisztivitásának meghatározásával – a vezető keresztmetszete számítható.

A teljesítménnyel kapcsolatban még meg kell jegyeznünk, hogy *a termelt teljesítmény előjele ellentétes a fogyasztott teljesítményével*. Ezt az 5.8. ábrából könnyen beláthatjuk. Az ábra a feszültség és az áram tényleges irányait mutatja egy termelőből és fogyasztóból álló áramkörben. Az *F* fogyasztóban a feszültségesés és az áram iránya megegyezik, így az elektromos teljesítmény pozitív. A *T* termelőben viszont a feszültség és az áram iránya ellentétes, ezért az elektromos teljesítmény negatív.

Az előbbiek értelmében a motor tengelyén átadott nyomaték pozitív, a generátor hajtásához szükséges nyomaték pedig negatív adódik.



5.8. ábra. A feszültség és az áram vonatkoztatási és tényleges irányai termelőben (forrásban) és fogyasztóban

f) Az elektromos áram hőhatása. Az elektromos áram fűtőtéljesítménye – az (5.15) összefüggés szerint – az áramköri elem rezisztenciájának és a rajta átfolyó áram négyzetének szorzatával egyenlő (Joule-törvény). Mind az energielosztó hálózat vezetékében, készülékében, mind pedig a hőfejlesztő berendezésekben ugyanezt a hőhatást észleljük a rajtuk átfolyó áram hatására. Az előbbi esetben a fejlődő hő hasznosítás nélkül megy át a környezetbe, ezért veszteségként jelentkezik, az utóbbi esetben azonban hasznos, mert az elérendő cél a hőfejlesztés. A villamos hőfejlesztő berendezések hatásfoka 100%-os is lehet. Könnyű kezelhetősége és nagyfokú tisztasága folytán mind a mindennapi életben, mind pedig az iparban számos helyen hasznosítják az elektromos áram által létrehozott hőt.

5.1.2. Az elektromos erőtér

Az előzőekben az egyenletesen áramló elektromos töltések áramköri jelenségeivel foglalkoztunk. E pontban pedig a nyugvó elektromos töltések által létesített jelenségeket foglaljuk össze.

a) **Coulomb törvénye.** Két — egymástól l távolságra levő — pontszerű Q_1 és Q_2 töltés között fellépő F erő értékét *Coulomb* törvénye határozza meg:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q_1Q_2}{l^2} \text{ N.} \quad (5.17)$$

Az egyenletben ϵ_0 a **vákuum permittivitása** (dielektromos állandója), és értéke:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ F/m,} \quad (5.18)$$

amelynek mértékegysége a *Coulomb*-törvényből más SI-egységgel kifejezve $\text{A} \cdot \text{s}/(\text{V} \cdot \text{m})$. ϵ_r pedig a **relatív permittivitás** (relatív dielektromos állandó), amely azt mutatja, hogy a szóban forgó anyag permittivitása hányszorosa a vákuum permittivitásának. ϵ_r ezért mértékegység nélküli szám, értékét a fontosabb anyagokra a „Függelék” tartalmazza.

Az azonos előjelű töltések taszítják, a különböző előjelűek pedig vonzzák egymást.

b) **Az elektromos erőtér jellemzői.** Minden elektromos töltést elektromos erőtér vesz körül, amelyet nagyságával és irányával jellemezhetünk. Az *elektromos erőtér irányát* az erőtérbe helyezett Q_p pozitív töltés mozgásiránya, nagyságát pedig az egységnyi pozitív töltésre ható erő nagysága határozza meg. Az E **elektromos térerősség** tehát irányított, vektor jellegű mennyiség, amelynek nagysága:

$$E = \frac{F}{Q_p} \frac{\text{V}}{\text{m}}, \quad (5.19)$$

ill. az (5.17) képlet előbbieik szerinti helyettesítésével:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{l^2}, \quad (5.20)$$

és mivel a pontszerű Q töltést körülvevő l sugarú gömb felülete $A = 4\pi l^2$, ezt helyettesítve a térerősség:

$$E = \frac{1}{\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{A} \frac{\text{V}}{\text{m}}. \quad (5.21)$$

Az elektromos térerősség mértékegysége: V/m . Mértékegysége az (5.19) összefüggés alapján más SI-egységgel származtatható: $\text{N}/(\text{A} \cdot \text{s}) = \text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}/(\text{m} \cdot \text{A} \cdot \text{s}) = \text{V}/\text{m}$.

Az elektromos erőteret az elektromos *erővonalak* segítségével szemléltetjük. Az erőtér valamely pontjában az erővonalak érintője az elektromos erőtér irányát, azok sűrűsége pedig az elektromos erőtér nagyságát (erősségét) szemlélteti. Az elektromos erővonalak két lényeges tulajdonsága, hogy egyrészt *nem zárt görbék*, hanem valamely felület pozitív töltésén erednek, és egy másik felület ugyanakkora negatív töltésén végződnek; másrészt pedig *mindig merőlegesek* a töltéssel rendelkező felületre.

Az elektromos erőtér leírására másik térjellemezőt is használnak, a D -t, az ún. **elektromos eltolást** (elektromos fluxussűrűséget), amely irányított, vektor jellegű.

Az elektromos eltolás az elektromos erővonalakra merőleges felületegységen megosztás folytán kiváló töltés sűrűsége. Szemléltetésére bevezetjük az ún. eltolási vonalakat, amelyek iránya az eltolási vektor irányát, sűrűsége pedig ennek abszolút értékét mutatja. Ha tehát az A felületen Q töltés helyezkedik el, az eltolás abszolút értéke:

$$D = \frac{Q}{A} \frac{C}{m^2}. \quad (5.22)$$

Az elektromos eltolás mértékegysége: C/m^2 . Mértékegysége az (5.22) összefüggés szerint más SI-egységgel származtatható: $C/m^2 = A \cdot s/m^2$.

Az elektromos erőteret leíró két térjellemező – az elektromos térerősség és eltolás vektora – között a következő összefüggés érvényes:

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E \quad C/m^2, \quad (5.23)$$

amelyben $\varepsilon_0 \varepsilon_r = \varepsilon$ a szigetelőanyag **permittivitása** (dielektromos állandója).

c) **Potenciál. Feszültség.** Ha az elektromos térbe helyezett töltés elmozdul, az elektromos tér munkát végez. Az a munka, amelyet az elektromos tér akkor végez, amikor a pozitív egységnyi töltést adott pontból a végtelenbe taszítja, az adott pont **potenciálja**:

$$U = \int_r^\infty E \, dl \quad V. \quad (5.24)$$

Két pont potenciáljának különbségét **potenciálkülönbségnek** vagy **feszültségnek** nevezzük. Ez végeredményben az elektromos térnek azon munkája, amelyet akkor végez, amikor a pozitív egységnyi töltést a P_1 pontból a P_2 pontba ($l_1 - l_2$ távolságra) mozdítja el:

$$U = U_1 - U_2 = \int_{l_1}^{l_2} E \, dl \quad V. \quad (5.25)$$

d) **Kapacitás.** A kondenzátor Q töltése és a kapcsain levő U feszültség között lineáris kapcsolat van:

$$Q = CU \quad C, \quad (5.26)$$

ahol C az arányossági tényező, a kondenzátor **kapacitása**. Ez csak az anyagtól és a geometriai elrendezéstől függő állandó.

A kapacitás egysége a farad; jele: F. A farad más SI-egységgel kifejezve: $1 \text{ F} = 1 \text{ C/V} = 1 \text{ A} \cdot \text{s/V}$.

Mivel a farad igen nagy egység, a gyakorlatban a következő kisebb egységek használata terjedt el:

mikrofarad:	$1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F};$
nanofarad:	$1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F};$
pikofarad:	$1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}.$

e) **A síkkondenzátor kapacitása.** Két – egymástól szigetelőanyaggal elválasztott – fegyverzet (pl. fémlemez) töltések tárolására képes. Ezeket sík elrendezés esetén

síkkondenzátoroknak, hengeres elrendezés esetén *hengerkondenzátoroknak* nevezzük. Két fegyverzetből álló síkkondenzátor esetén a kapacitás:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{l} \text{ F}, \quad (5.27)$$

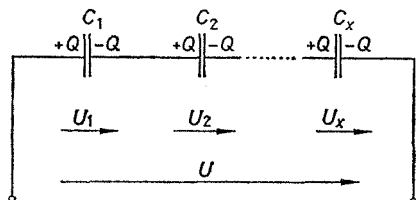
ahol A a szemben álló fegyverzetek felülete; l a fegyverzetek egymástól való távolsága; ε_0 a vákuum permittivitása; ε_r a fegyverzetek közötti szigetelőanyag relatív permittivitása.

Amennyiben a síkkondenzátor n számú lemezből áll, akkor a síkkondenzátor kapacitása:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{l} (n-1) \text{ F}. \quad (5.28)$$

Ezt úgy is tekinthetjük, hogy $(n-1)$ két fegyverzettel rendelkező kondenzátor van párhuzamosan kapcsolva.

f) **A kondenzátorok kapcsolása.** Kondenzátorokat – miként az μ ellenállásokat – sorba, párhuzamosan vagy vegyesen kapcsolhatjuk.



5.9. ábra. Kondenzátorok soros kapcsolása

Soros kapcsolás esetén (5.9. ábra), minthogy megosztás folytán valamennyi kondenzátoron ugyanakkora Q töltés halmozódik fel:

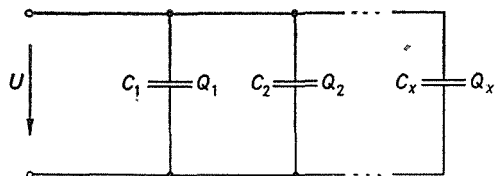
$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) = \frac{Q}{C},$$

és az eredő kapacitás:

$$\frac{1}{C} = \sum_{x=1}^n \frac{1}{C_x} \quad \frac{1}{\text{F}}. \quad (5.29)$$

Párhuzamosan kapcsolt kondenzátorok esetén (5.10. ábra) minden kondenzátor kapcsán azonos U feszültség van, így a résztöltések összegeződnek:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) U = CU,$$

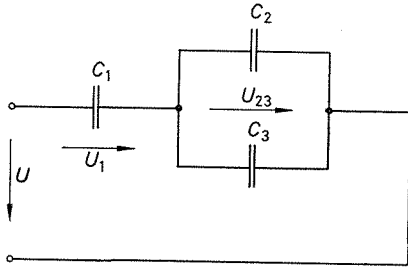


5.10. ábra. Kondenzátorok párhuzamos kapcsolása

így az eredő kapacitás a részkapacitások összege:

$$C = \sum_{x=1}^n C_x \quad \text{F.} \quad (5.30)$$

Vegyes kapcsolás (5.11. ábra) esetén — amint az ellenállásoknál tettük — külön a soros és külön a párhuzamos kondenzátorok eredő kapacitásának meghatározása után kell az összes kondenzátor eredő kapacitását meghatározni.



5.11. ábra. Kondenzátorok vegyes kapcsolása

5.6. példa. Határozzuk meg az 5.11. ábrán feltüntetett vegyes kapcsolásban az egyes kondenzátorokra jutó feszültséget és a kondenzátorok töltését, ha az áramkör $U = 100 \text{ V}$ feszültségre van kapcsolva, és a kondenzátorok kapacitása $C_1 = 5 \mu\text{F}$; $C_2 = 2 \mu\text{F}$ és $C_3 = 3 \mu\text{F}$.

A C_2 és C_3 párhuzamosan kapcsolt két kondenzátor eredője:

$$C_p = C_2 + C_3 = 2 \mu\text{F} + 3 \mu\text{F} = 5 \mu\text{F}.$$

A C_1 és a C_p sorba van kötve, eredő kapacitásuk:

$$C_e = \frac{C_1 C_p}{C_1 + C_p} = \frac{C_1 (C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3} = \frac{5 \mu\text{F} (2 + 3) \mu\text{F}}{(5 + 2 + 3) \mu\text{F}} = 2,5 \mu\text{F}.$$

A *vegyesen kapcsolt* kondenzátorok eredő töltése:

$$Q_e = C_e U = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ C/V} \cdot 100 \text{ V} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ C}.$$

A C_1 kondenzátor és a C_p eredő kapacitás töltése:

$$Q_1 = C_1 U_1;$$

$$Q_p = C_p U_p;$$

$$Q_1 = Q_p;$$

tehát

$$C_1 U_1 = C_p U_p;$$

és

$$\frac{U_1}{U_p} = \frac{C_p}{C_1} = \frac{5 \mu\text{F}}{5 \mu\text{F}} = 1,$$

ezért az U feszültség egyik fele a C_1 kondenzátorra, a másik fele a C_p eredő kapacitásra jut, azaz

$$U_1 = 50 \text{ V}, \quad U_p = U_{23} = 50 \text{ V},$$

a töltés tehát:

$$Q_1 = C_1 U_1 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C/V} \cdot 50 \text{ V} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ C};$$

$$Q_p = C_p U_p = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C/V} \cdot 50 \text{ V} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ C};$$

a párhuzamosan kapcsolt kondenzátorok töltése pedig:

$$Q_2 = C_2 U_{23} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C/V} \cdot 50 \text{ V} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ C};$$

$$Q_3 = C_3 U_{23} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C/V} \cdot 50 \text{ V} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ C}.$$

g) **A feltöltött kondenzátor energiája.** A kondenzátor feltöltésekor elektromos munkát végzünk. Ez az elektromos munka a kondenzátorban halmozódik fel, és a kondenzátor kisütésekor visszanyerhető. A töltés során az áramforrás által végzett elektromos munka:

$$W = \int_0^t u_c i \, dt.$$

Az $i = C \, du_c/dt$ összefüggés helyettesítése után:

$$W = \int_0^t C u_c \frac{du_c}{dt} \, dt = \frac{1}{2} C u_c^2.$$

A töltés befejezése után:

$$W = \frac{1}{2} C U^2 \text{ J.} \quad (5.31)$$

A villamos energia mértékegysége más SI-egységekkel kifejezve:

$$\frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V}} \text{ V}^2 = \text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s} = \text{W} \cdot \text{s} = \text{J}.$$

h) **Villamos szilárdságtan.** Szigetelőanyagot villamos térbe helyezve, benne a külső feszültség hatására *villamos igénybevétel* hat. A villamos igénybevételt a szigetelő valamely pontjában az ott levő elektromos térerősség határozza meg. Homogén erőterben az igénybevétel állandó. Az l vastagságú szigetelőre U feszültséget kapcsolva a szigetelő minden pontjában az igénybevétel

$$E = \frac{U}{l} \quad \frac{\text{V}}{\text{m}}. \quad (5.32)$$

A külső feszültség növelésével az anyag villamos igénybevétele is nő mindaddig, amíg a szigetelőközeg **villamos szilárdságának** határát túllépve, a szigetelő utat enged a töltések kiegyenlítésének, villamos értelemben szigetelőképesége „letörik”, a szigetelő átüt. A töltések kiegyenlítése a szigetelőanyag belsejében hirtelen történik, a szigetelőanyagot *átlyukasztja*. Szilárd szigetelőanyagok esetében ez maradandó kárt okoz, míg folyékony és légnemű közeg szigetelőképesége visszaáll. Az az $U_{\text{út}}$ feszültség, amely adott vastagságú szigetelőt átüt, az **átütőfeszültség**.

A szilárd szigetelőanyagokat szükségszerűen légnemű vagy folyékony szigetelőközeg veszi körül. Ezért előfordulhat, hogy az átütés nem a szilárd szigetelőanyagban keresztül, hanem felülete mentén, a körülvevő közegben történik. Ez a jelenség az **átívelés**. Az $U_{\text{ív}}$ *átívelőfeszültség* értéke az elektródák távolságán kívül függ a felület alakjától és minőségétől, de általában kisebb, mint a környező réteg átütőfeszültsége.

A levegőből a szigetelőanyag felületére lerakódó szennyeződések (korom stb.) teszik különösen hajlamossá a szigetelőanyagot az átívelésre.

A villamos igénybevételnek az anyag $E_{\bar{u}}$ villamos szilárdsága áll ellen. Ezen azt a feszültséget értjük, amely homogén erőterben az anyag 1 cm vastag rétegét átüti. A villamos szilárdság anyagjellemző, amely az arányossági összefüggéseket követő anyagoknál állandó, a többi anyagnál pedig a rétegvastagsággal kismértékben csökken. A gyakorlatban leginkább használatos szigetelőanyagok átütésszilárdság-értékeit a „Függelék” tartalmazza.

A villamos szilárdságtan feladata a villamos igénybevétel meghatározása, továbbá a szigetelőanyag villamos szilárdságának és a megkívánt biztonsági tényezőnek ismeretében a szigetelő szerkezeti részeinek méretezése. A méretezés alapja, hogy a szigetelő belsejében fellépő maximális igénybevétel ne haladja meg a megengedett értéket:

$$E_{\max} < E_{\text{meg}}$$

i) Szigetelőanyagok. A villamos gépek, berendezések és alkatrészek lényeges alkotórészét képezi a szigetelés. Helyes megválasztása nagymértékben befolyásolja elsősorban az üzem biztonságát, de gazdaságosságát is. A szigetelőanyagokat általában három csoportba soroljuk: *légnemű*, *folyékony* és *szilárd* szigetelőanyagok. E könyv terjedelme e helyen nem teszi lehetővé átfogó ismertetésüket, ezért csak a gyakorlat számára fontos alapvető tulajdonságokat ismertetjük.

Légnemű szigetelőanyagok. A gázok normál körülmények között jó szigetelők. Földünkön állandóan működő ionizáló hatások (kozmosz és ibolyántúli sugárzás, villámlás, radioaktív anyagok stb.) kicsi, de mérhető konduktivitást lehetővé tesznek. A kísérletek szerint a gázok átütési szilárdsága függ a hőmérséklettől és a nyomástól. A legtöbbször előforduló légnemű szigetelőanyag a levegő, átütési szilárdsága általában

$$E_{\bar{u}} = 21,18\delta \text{ kV/cm,}$$

ahol δ a levegő nyomásának és hőmérsékletének ismeretében számítható vagy táblázatból vehető. δ értéke normál légnyomáson és 25 °C hőmérsékleten eggyel egyenlő.

Folyékony szigetelőanyagok. A folyadékok átütési szilárdsága függ a folyadék állapotától és az igénybevétel módjától. A folyadékra gyakorolt nyomással egyenesen arányos, mert a nyomás növekedésével az ionizálás csak nagyobb feszültségen jöhet létre. A folyadék hőmérsékletének növekedésével viszont csökken, mert a gőzképződés feltételei kedvezőbbek. A leggyakoribb folyékony szigetelőanyag az olaj, amelyet nemcsak szigetelőanyagként, hanem hűtőközegként is alkalmaznak.

Szilárd szigetelőanyagok. Átütési szilárdságukat különböző tényezők befolyásolják. Ezek közül első helyen kell megemlíteni a hőmérséklet és a rétegvastagság hatását. Az átütési szilárdság a hőmérséklet növekedésével csökken, kis rétegvastagság esetén a rétegvastagsággal arányos, nagyobb rétegvastagság esetén pedig lassabban növekszik mint a rétegvastagság. Az átütési szilárdság csökken a nedvesség, az igénybevétel időtartama, az anyag öregedése és kifáradása következtében is.

A szilárd szigetelőanyagok a légnemű és folyékony szigetelőanyagoktól főleg három sajátosságukkal különböznek. *Rezisztenciájuk* igen nagy, de mérhető konduktanciájuk van, amelyen a feszültség hatására ún. *szívárgási áram* jön létre. A szilárd szigetelőanyagok rezisztenciája a hőmérséklet növekedésével általában csökken. A külső elektromos erőter megszünése után *villamos utóhatást* mutatnak, kötött elektromos töltés marad vissza bennük, amely csak hosszabb idő után tűnik el.

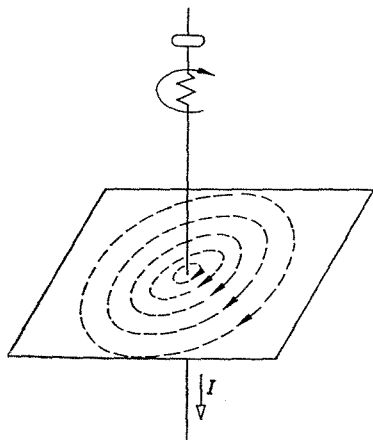
A szilárd szigetelőanyagok még ma is bővülő, igen nagy száma ismeretes. Akár önállóan, akár légnemű vagy folyékony szigetelőanyagokkal együttesen alkalmazzák. Ez utóbbi jobban szigetel, és kedvezőbb a hőelvezetése.

5.1.3. A mágneses tér

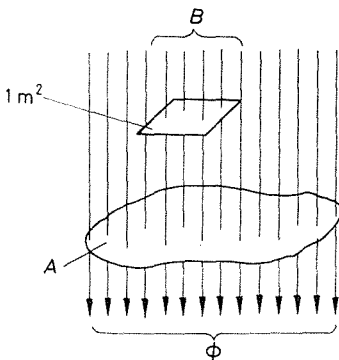
A villamos motor forgatónyomatéka az áram és a mágneses tér kölcsönhatására jön létre. A villamos motorok tanulmányozásához ezért a mágneses tér tulajdonságainak ismerete rendkívül fontos. A mágneses tér tulajdonságainak tárgyalása során először a mágneses tér létesítésének feltételeivel, a teret leíró térjellemzőkkel és alaptörvényekkel, majd a mágneses anyagokkal és a mágneses körök jellemzőivel kell megismerkednünk.

a) **A mágneses tér keletkezése.** Minden vezető körül mágneses tér keletkezik, ha azon áram folyik. A mágneses tér elképzelését megkönnyíti, ha *indukcióvonalakkal* (*erővonalakkal*) ábrázoljuk. Az indukcióvonalak önmagukban záródó görbék, amelyek egymást sohasem keresztezhetik, és a térben — annak tulajdonságai és a gerjesztő vezető alakja szerint — a legkisebb hosszúságra igyekeznek rövidülni. Az indukcióvonalak a mágneses térbe szórt vasreszeléssel láthatóvá, ill. mágnesű segítségével szemléltethetővé tehető. Az 5.12. ábra egy egyenes vezetőben folyó áram által keltett mágneses teret szemléltet, amelynek indukcióvonalai körpontos körök. Az indukcióvonalak iránya a vezető körül az óramutató járásával megegyező, ha az áram iránya a rajz síkjába befelé mutat (*dugóhúzószabály*).

Mágneses teret létesít az előzőleg mágnesezett acélrúd, ill. *permanens* mágnes is, amelynek egyik végéből kiinduló indukcióvonalak a levegőn át a rúd másik végéhez záródnak. A rúd két végén levő mágneses sarkok, ill. pólusok közül azt vesszük *északinak*, amelyikből az indukcióvonalak kilépnek, a másikat pedig *délitnek*.



5.12. ábra. Egyenes vezetőben folyó áram mágneses tere



5.13. ábra. Elektromágneses indukció és fluxus meghatározása

b) **Mágneses indukció, fluxus.** A mágneses tér leírására alkalmas egyik térjellemző a *B mágneses indukció* vektor jellegű mennyiség. Nagyságát a tér valamelyik pontjában az indukcióvonalakra merőleges felületegységen áthaladó indukcióvonalak száma (5.13. ábra), irányát pedig az indukcióvonalak iránya adja meg.

A mágneses indukció mértékegysége a tesla; jele: T. Mértékegysége más SI-egységekkel kifejezve: $V \cdot s/m^2$.

(Az elavult elektromágneses cgs-rendszerben a mágneses indukció mértékegysége a gauss, jele Gs vagy G. $1 T = 10^4 Gs$.)

Tetszőlegesen zárt görbe által határolt A felületen áthaladó összes indukcióvonal számát fluxusnak nevezzük. Jele: Φ . Az 5.13. ábra jelöléseivel:

$$\Phi = \int_A B dA. \quad (5.33)$$

A fluxus mértékegysége a weber; jele: Wb. Mértékegysége más SI-egységekkel kifejezve: $V \cdot s$.

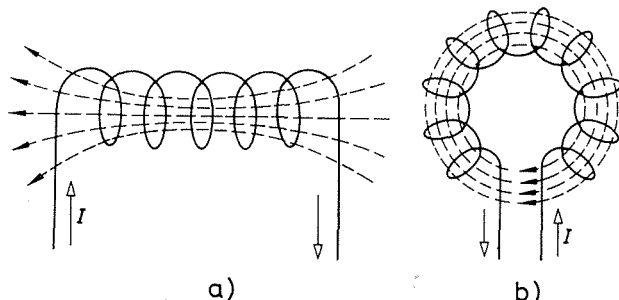
A gyakorlati esetek többségénél a mágneses tér homogén, vagyis a tér minden egyes pontjában az indukció nagysága és iránya azonos. Homogén térben, ha az A felület az indukcióvonalakra merőleges, akkor a fluxus a

$$\Phi = BA \quad \text{Wb} \quad (5.34)$$

összefüggés szerint meghatározható. Amennyiben pedig az A felület az indukcióvonalakra merőleges síkkal β szöget zár be, és a mágneses tér ismét homogén, a fluxus:

$$\Phi = BA \cos \beta.$$

Az indukcióvonalak sűrűségét növelni tudjuk, ha az egyenes vezetőből *tekercset* készítünk. Az 5.14. ábra a *szolenoid*-, ill. a *toroidtekercs* felépítését és indukcióvonalképét szemlélteti. Az indukcióvonalakkal határolt, legtöbbször változó keresztmetszetű, cső alakú térrészt — esetleg egyetlen indukcióvonalat — *mágneses körnek* nevezzük. *A mágneses körön belül a fluxus állandó.*



5.14. ábra. Tekercsek mágneses terei

a) szolenoid; b) toroid

c) **Elektromágneses erőhatás.** Mágneses térbe helyezett, árammal átjárt vezetőre erő hat. Ez az erő:

$$F = BIl \sin \alpha \quad \text{N}, \quad (5.35)$$

ahol B a mágneses tér indukciójának értéke; I a vezetőben folyó áram erőssége; l a vezető — mágneses térben levő — ún. hatásos hosszúsága; α a vezetőnek az indukcióvonalakkal bezárt szöge.

Az erő iránya mind az indukció, mind az áram irányára merőleges. Értelmét pedig úgy határozhatjuk meg, hogy B , I és F iránya a jobb sodrású x, y, z koordináta-

rendszer megfelelő tengelyeibe essen (5.15. ábra). Az erő irányának meghatározására a gyakorlatban más módszerek is kialakultak (pl. az eredő mágneses mező megszerkesztése, balkéz-szabály), ezekkel azonban itt nem kívánunk részletesebben foglalkozni.

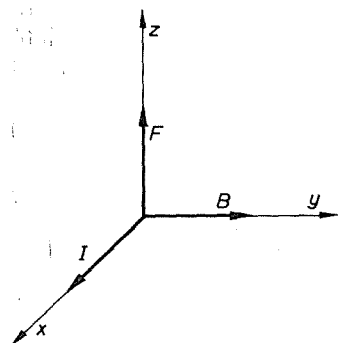
A gyakorlatban a vezető legtöbbször merőleges az indukcióvonalakra, ezért:

$$F = BIl \text{ N.} \quad (5.36)$$

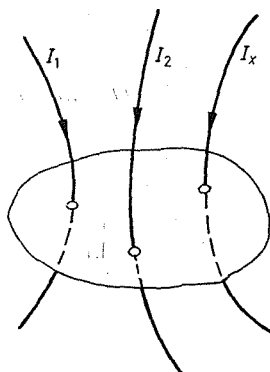
Ha két párhuzamos vezetőben I_1 , ill. I_2 áram folyik, akkor a vezetők között erőhatás keletkezik. Kísérlettel kimutatható, hogy az egyes vezetőkre ható erő – vákuumban – egyenesen arányos az I_1 és az I_2 áramerősséggel, valamint a végtelen hosszú vezetők vizsgált l hosszúságú szakaszával, és fordítva arányos a vezetők egymástól való d távolságával:

$$F = k \frac{I_1 I_2}{d} l \text{ N.} \quad (5.37)$$

Az összefüggésben és az alkalmazott mértékegység-rendszerben az arányossági tényező: $k = 2 \cdot 10^{-7} \text{ V} \cdot \text{s}/(\text{A} \cdot \text{m})$. Mivel a kísérletek *Ampère* francia fizikus nevéhez fűződnek, ezért az (5.37) összefüggést *Ampère tapasztalati törvényének* is nevezik. Az összefüggést felhasználták az áramerősség egysége, az amper meghatározására is. Az amper olyan állandó elektromos áram erőssége, amely két párhuzamos, egyenes, végtelen hosszúságú, elhanyagolhatóan kicsiny kör keresztmetszetű és vákuumban egymástól 1 méter távolságban levő vezetékben áramolva e két vezető között méterenként $2 \cdot 10^{-7}$ newton erőt hoz létre.



5.15. ábra. Az elektromágneses erő iránya



5.16. ábra. A gerjesztés

Az erők irányával kapcsolatban megjegyzendő, hogy az azonos irányú árammal átjárt vezetők vonzzák, az ellentétes irányúak pedig taszítják egymást.

d) **Mágneses térerősség, gerjesztési törvény.** Említettük, hogy a mágneses teret elektromos árammal létesítjük, azaz gerjesztjük. Ezért a tér valamely zárt vonala által határolt felületen áthaladó áramok algebrai összegét (5.16. ábra) gerjesztésnek nevezzük:

$$\Theta = \sum_{x=1}^n I_x \text{ A.}$$

Amennyiben az I áram N -szer halad át a felületen, mint például tekercsek esetében, akkor a gerjesztés:

$$\Theta = NI,$$

vagy általánosan:

$$\Theta = \sum_{x=1}^n N_x I_x \quad \text{A.} \quad (5.38)$$

A gerjesztés mértékegysége az amper, jele: A. Az áramerősségtől való megkülönböztetés céljából az *ampermenet* megnevezés is használatos. Az (5.38) összefüggéssel az adott tekercsek gerjesztése meghatározható, vagy adott gerjesztés esetén a tekercsek gerjesztése tervezhető, ill. számítható.

A gerjesztés ismeretében a mágneses teret jellemző másik térjellemező, a vektor jellegű H **mágneses térerősség** is meghatározható. Értékét az adott pontban az egy-egynyi indukcióvonal-hosszúságra jutó gerjesztés határozza meg:

$$H = \frac{\Theta}{l} \quad \frac{\text{A}}{\text{m}}. \quad (5.39)$$

A mágneses térerősség mértékegysége: A/m. Megengedett az A/cm, és ajánlott a kA/m, A/mm is.

Az (5.39) összefüggés a gerjesztési törvény azon különleges esete, amikor olyan indukcióvonalat választunk a vizsgált felület határvonalaként, amelynek mentén a térerősség állandó (pl. homogén közeggel körülvelt egyenes vezető mágneses térben egy koncentrikus kör). A legtöbb gyakorlati esetben azonban az indukcióvonal mentén – szakaszonként – más-más térerősség uralkodik. Ilyen esetekben az indukcióvonal által közrefogott gerjesztés az egyes, állandó térerősségű, l_x szakaszokra jutó *részgerjesztések* – ún. U_{mx} *mágneses részfeszültségek* – összegeként határozható meg:

$$\sum_{x=1}^n U_{mx} = \sum_{x=1}^n H_x l_x = \sum_{x=1}^n \Theta_x = \Theta \quad \text{A.} \quad (5.40)$$

A mágneses térerősség mértékegységével kapcsolatban meg kell említenünk, hogy egyes irodalmakban gyakran találkozunk annak elavult, elektromágneses cgs-egységével, az oersteddel (Oe). Ezt SI-egységre az $1 \text{ A/m} = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ Oe}$ összefüggés alapján kell átszámítani.

A mágneses térerősség – a mágneses indukcióhoz hasonlóan – vektor jellegű mennyiség. Szemléltetésére a térben erővonalakat képzelünk el, amelyek sűrűsége a térerősség nagyságával arányos, iránya pedig megegyezik a térerősség irányával.

A két térjellemező közötti kapcsolatot a

$$B = \mu H \quad (5.41)$$

összefüggés adja meg, ahol μ a *mágneses permeabilitás*, a mágneses indukció és a mágneses térerősség hányadosa. A μ_r a *relatív mágneses permeabilitás*, amely megadja, hogy a szóban forgó anyag mágneses permeabilitása hányszorosa a vákuum mágneses permeabilitásának:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0},$$

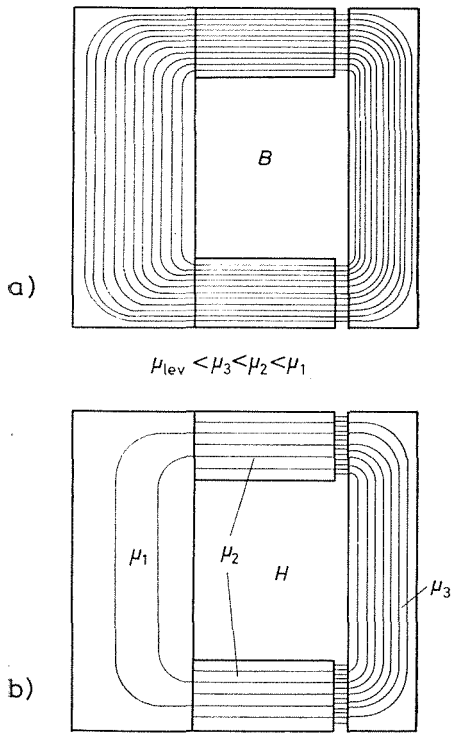
ahol μ_0 a vákuum mágneses permeabilitása.

A mágneses permeabilitás mértékegysége: henry per méter, jele: H/m. 1 H/m egy közeg permeabilitása, ha benne 1 A/m mágneses térerősség 1 T mágneses indukciót hoz létre. A vákuum permeabilitása: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m = 0,4 π μ H/m. A gyakorlatban az egyes mágneses anyagok relatív mágneses permeabilitását adják meg, ezért a

$$B = \mu_0 \mu_r H \quad (5.42)$$

összefüggés is használatos.

Az (5.41) összefüggésben μ skalár mennyiség, B és H vektor jellegű mennyiség, az őket szemléltető indukcióvonalak és erővonalak iránya megegyezik. A különböző permeabilitású közegek határfelületén az indukcióvonalak felületre merőleges komponensei változatlanul haladnak át (5.17a ábra), míg a térerősség erővonalainak sűrűsége fordítottan arányos a permeabilitásokkal, tehát a térerősség erővonalainak sűrűsége ugrásszerűen változik (5.17b ábra). A mágneses erővonalak tehát nem mind zárt görbék, hanem részben a határfelületeken erednek és végződnek. Mégis — mivel vizsgálataink során a mágneses köröket csak minőségileg vizsgáljuk, ahol csupán az indukció- és erővonalak megegyező iránya fontos — a továbbiakban az egyszerűség kedvéért a zárt, folytonos indukcióvonalak helyett is a gyakorlatban megszokottabb erővonal elnevezést fogjuk alkalmazni. Az erővonalak a vasból a levegőbe gyakorlatilag merőlegesen lépnek ki.



5.17. ábra. Az indukció- és az erővonalak alakulása mágneses körben

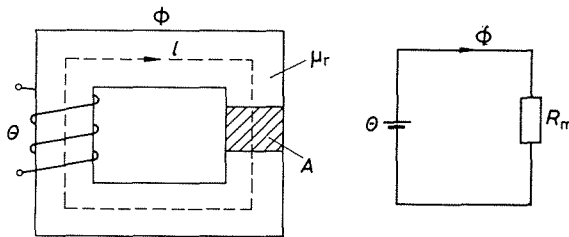
rúsége fordítottan arányos a permeabilitásokkal, tehát a térerősség erővonalainak sűrűsége ugrásszerűen változik (5.17b ábra). A mágneses erővonalak tehát nem mind zárt görbék, hanem részben a határfelületeken erednek és végződnek. Mégis — mivel vizsgálataink során a mágneses köröket csak minőségileg vizsgáljuk, ahol csupán az indukció- és erővonalak megegyező iránya fontos — a továbbiakban az egyszerűség kedvéért a zárt, folytonos indukcióvonalak helyett is a gyakorlatban megszokottabb erővonal elnevezést fogjuk alkalmazni. Az erővonalak a vasból a levegőbe gyakorlatilag merőlegesen lépnek ki.

5.7. példa. Két párhuzamosan haladó vezető közötti távolság $d = 0,4\text{ m}$, a rajtuk átfolyó zárlati áram $I_1 = I_2 = 20\text{ kA}$. Számítsuk ki azt az erőt, amely a két párhuzamosan haladó vezető $l = 1\text{ m}$ szakaszára hat. Az (5.37) szerint:

$$F_1 = F_2 = k \frac{I_1 I_2}{d} l \text{ N};$$

$$F_1 = F_2 = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot \frac{2 \cdot 10^4 \text{ A} \cdot 2 \cdot 10^4 \text{ A} \cdot 1 \text{ m}}{0,4 \text{ m}} = 200 \text{ W} \cdot \text{s}/\text{m} = 200 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{m}} = 200 \text{ N}.$$

e) **A mágneses kör, a mágneses Ohm-törvény.** A különböző relatív permeabilitású mágneses anyagok más-más **reluktanciát** (mágneses ellenállást) tanúsítanak a mágneses erővonalakkal szemben. Az 5.18. ábrán látható egyszerű mágneses kör vasmagjának reluktanciája egyetlen koncentrált R_m reluktanciával jellemezhető. Értékét a mágneses kör adataival határozhatjuk meg.



5.18. ábra. Egyszerű soros mágneses kör és helyettesítő villamos köre

A vasmagban homogén mágneses teret tételezve fel a fluxus:

$$\Phi = BA,$$

továbbá ismerve a térjellemzők közötti összefüggést és a gerjesztési törvényből a térerősséget:

$$B = \mu_0 \mu_r H \quad \text{és} \quad H = \frac{\Theta}{l},$$

ezeket az előbbi egyenletbe helyettesítve:

$$\Phi = \mu_0 \mu_r \frac{A}{l} \Theta, \tag{5.43}$$

ahol A a mágneses vezető (vasmag) keresztmetszete, m^2 ; l a közepes erővonalhosszúság, m .

A Θ együtthatója csak a mágneses kör geometriai méreteitől és anyagától függő állandó. Ennek reciprok értékét nevezzük reluktanciának:

$$R_m = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \cdot \frac{l}{A} \text{ H}^{-1}. \tag{5.44}$$

A reluktancia mértékegysége és jele: H^{-1} . Más SI-egységekkel kifejezve: $1 \text{ H}^{-1} = 1 \text{ A}/(\text{V} \cdot \text{s})$. $1/\text{H}$ a reluktanciája annak a mágneses körnek, amelyben 1 A gerjesztés

1 Wb fluxust hoz létre. R_m -et visszahelyettesítve az (5.43) összefüggésbe, a villamos *Ohm*-törvénnyel analóg *mágneses Ohm*-törvényt kapjuk:

$$\Theta = \Phi R_m \quad A. \quad (5.45)$$

A konduktanciához hasonlóan itt is bevezetjük a **permeanciát** (mágneses vezetést), amely a reluktancia reciprokával egyenlő:

$$A = \frac{1}{R_m} = \mu_0 \mu_r \frac{A}{l} \quad H. \quad (5.46)$$

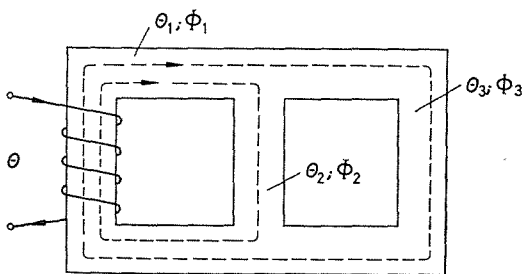
A permeancia mértékegysége a henry; jele: H. A permeancia más SI-egységekkel kifejezve: $1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s} / \text{A}$. 1 H a permeanciája annak a mágneses körnek, amelyben 1 A gerjesztés 1 Wb fluxust hoz létre.

A gyakorlatban legtöbbször olyan mágneses körökkel találkozunk, amelyek mentén a keresztmetszet és a permeabilitás változik. Ha különböző reluktanciájú szakaszok zárt sora alkotja a mágneses kört, akkor *soros mágneses körről* beszélünk, ha pedig a mágneses kör elágazásokat is tartalmaz, akkor *párhuzamos mágneses körrel* van dolgunk.

A villamos és mágneses körök közötti analógia alapján a villamos körökre már megismert egyes összefüggések és *Kirchhoff*-törvények értelemszerűen a mágneses köröknél is alkalmazhatók. A gerjesztési törvénynek az (5.40) összefüggésben megismert alakja is tulajdonképpen *Kirchhoff* huroktörvényét fejezi ki a mágneses körökre alkalmazva.

Az előzők figyelembevételével a *soros mágneses kör eredő reluktanciája* a részreluktanciák összegeként számítható:

$$R_{me} = \sum_{x=1}^n R_{m,x}. \quad (5.47)$$



5.19. ábra. Párhuzamos, elágazó mágneses kör

Párhuzamos, elágazó mágneses kör (5.19. ábra) esetén pedig *Kirchhoff* csomóponti törvényével analóg számítható a fluxus:

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3. \quad (5.48)$$

Az egyes ágakban a fluxusok eloszlása az ágak reluktanciáitól függ, azokkal fordítva arányos. A fluxusok előző értékeit a mágneses *Ohm*-törvényben megismert összefüggésekkel helyettesítve – mivel a párhuzamos ágak mindegyikére azonos gerjesztés

tés (mágneses feszültség) esik – egyszerűen igazolható, hogy a párhuzamosan kapcsolt reluktanciák eredőjét is a villamos ellenállásokhoz hasonlóan az

$$\frac{1}{R_{me}} = \sum_{x=1}^n \frac{1}{R_{mx}} \quad (5.49)$$

összefüggés szerint, ill. az eredő permeanciát (mágneses vezetést) a

$$A_c = \sum_{n=1}^n A_x \quad (5.50)$$

összefüggés szerint lehet számítani.

f) **Mágneses anyagok.** A μ_r relatív permeabilitási tényező értéke szerint az anyagokat általában két csoportra osztjuk: a **diamágneses** anyagok (réz, ólom, higany, ezüst, víz, hidrogén stb.), amelyeknél $\mu_r < 1$; és a **paramágneses** anyagok, amelyeknél $\mu_r > 1$. Ez utóbbi egyik alcsoportjánál (levegő, alumínium, platina stb.) μ_r értéke – bár egynél nagyobb – igen közel áll egyhez; míg a másik alcsoportjánál (vas, nikkel, permalloy, kobalt, króm, molibdén és ötvözeteik) μ_r értéke $10 \dots 8 \cdot 10^5$ -ig terjed, sőt egyes laboratóriumi anyagoknál $1 \cdot 10^6$ fölé is emelkedhet. Ez utóbbi alcsoportba tartozó anyagokat *ferromágneses* anyagoknak nevezzük. A fontosabb ferromágneses anyagokat és relatív permeabilitási tényezőik tájékoztató értékeit a „Függelék” tartalmazza.

A felosztással kapcsolatban a következőket kívánjuk megjegyezni:

A műszaki gyakorlatban a legnagyobb jelentőségük a ferromágneses anyagoknak van, mert alkalmazásukkal igen erős, koncentrált mágneses terek állíthatók elő.

A levegő relatív mágneses permeabilitása normál hőmérsékleten (0°C) és normál nyomáson (101 325 Pa) 1,000 36. Ebből látható, hogy a levegő relatív permeabilitása alig különbözik a vákuumétól, tehát gyakorlatilag a vákuuméval, μ_0 -val egyenlőnek (≈ 1 -nek) lehet venni.

A különböző irodalmi táblázatokban megadott μ_r értékek csak tájékoztató jellegűek. Ugyanis a ferromágneses – röviden mágneses – anyagok relatív permeabilitása nem állandó, hanem a gerjesztés nagyságától és irányától, továbbá az anyag előéletétől függően változó értékű. Ezért a ferromágneses anyagok esetében *csak közelítő* számításoknál lehet a $B = \mu_0 \mu_r H$ összefüggést alkalmazni, méretezéskor a gyártó vállalat által megadott $B = f(H)$ *mágnesezési görbe* összetartozó *értékeivel* kell számolni. A mágnesezési görbék alakjából a mágneses anyagok tulajdonságaira következtethetünk. Jellegzetes minden mágneses anyagnál, hogy az első mágnesezési görbe általában kezdetben meredeken, csaknem arányosan emelkedik. Bizonyos gerjesztés elérése után a görbe feltűnően ellaposodik, amit a mágneses anyag telítődése okoz. A mágneses anyagok tulajdonságai különböző összetételű ötvözetek megválasztásával és különböző megmunkálási technológiákkal befolyásolhatók. A különböző tulajdonságok az egyes anyagokra felvett első mágnesezési görbéből és a *hiszterézisgörbe* alakjából pontosan követhetők. Az 5.20. ábra különböző ferromágneses anyagok jellegzetes *első mágnesezési* (szakadozott vonal) és *hiszterézisgörbéit* szemlélteti.

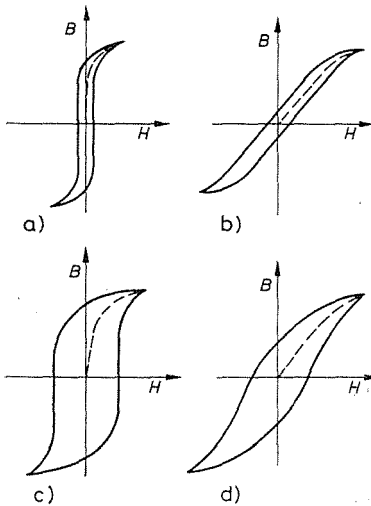
Az a) ábra *meredek, keskeny hurkú, a lágy mágneses anyagokra* jellemző. Kis veszteségük van, könnyen mágnesezhetőek, ezért az erős- és gyengeáramú elektrotechnikában széles körben alkalmazzák.

A b) ábra *egyenletesen emelkedő, ferde hurkú, a lágy mágneses anyagokra* jellemző. Ott alkalmazzák, ahol a permeabilitás állandósága a fontos.

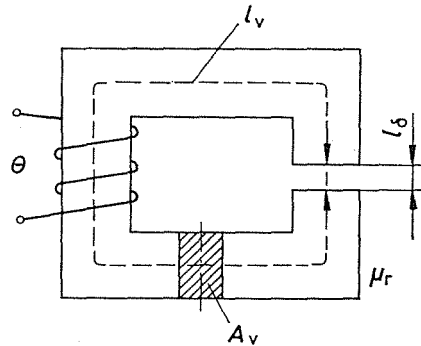
A c) ábra *meredek, széles hurkú, a kemény mágneses anyagokra* jellemző. Nagy veszteséggel, remanenciával és koercitív térerősséggel rendelkező anyagok, ezért állandó (permanens) mágnesek készítésére alkalmasak.

A d) ábra *egyenletesen emelkedő, ferde, széles hurkú, a kemény mágneses anyagokra* jellemző. Gyakorlati alkalmazásuk ritka.

g) **A mágneses körök számítása.** A legtöbb gyakorlati alkalmazásnál az a célunk, hogy a mágneses kör légrésében kialakuló erős mágneses teret valamilyen munkavégzésre használjuk fel. Ezért a méretezés kiinduló alapja a légrésben kialakuló indukció vagy fluxus megállapítása. Ezután meghatározzuk az adott *mágneses kör közepes erővonalát*, majd az előbbi ismeretében a mágneses kört állandó térerősségű szakaszokra bontjuk, és a gerjesztési törvény alkalmazásával a szükséges gerjesztést



5.20. ábra. Jellegzetes ferromágneses anyagok hiszterézisgörbéi



5.21. ábra. Soros mágneses kör

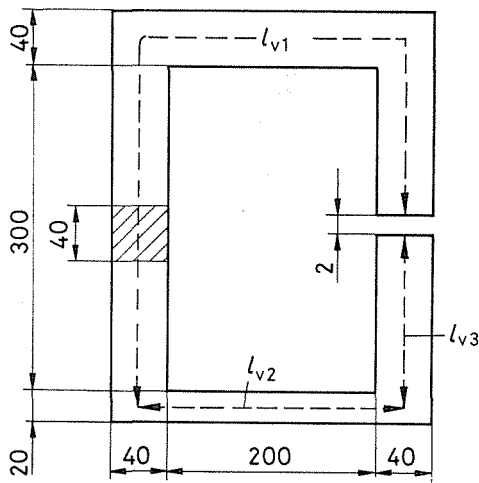
számítjuk. A mágneses körök soros, párhuzamos (elágazásos) vagy vegyes körök lehetnek.

Soros mágneses kör (5.21. ábra). Soros mágneses körben a Φ fluxus végig állandó, értékét a légrés B_δ indukciója és A_δ keresztmetszete alapján határozhatjuk meg. A légrés keresztmetszetét közelítő számításoknál általában a határolóvas-keresztmetszetekkel azonosnak vesszük, pontosabb számításoknál azonban – az erővonal-szóródás miatt – a határolóvas-keresztmetszetek 1,1...1,15-szeresének.

A Φ ismeretében a $B_x = \Phi/A_x$ összefüggés szerint szakaszonként meghatározzuk az indukciók értékeit, majd ismét szakaszonként a térerősségek értékeit. Ez utóbbit légrés esetében a $H_\delta = B_\delta/\mu_0$ összefüggéssel, vasmag esetében pedig a $B_v = f(H_v)$ függvény (mágnesezési görbe) alapján. Végül a szükséges gerjesztés értékét a szakaszonként számolt gerjesztések (mágneses feszültségek) összegezésével kapjuk. Az 5.21. ábrán vázolt mágneses körre:

$$\Theta = \sum_{x=1}^n H_x l_x = H_\delta l_\delta + H_v l_v = NI. \quad (5.51)$$

A gerjesztőtekerces tervezésekor – a rendelkezésre álló áramforrás terhelhetőségét vagy a tekercselési helyet figyelembe véve – az I vagy az N értéke közül az egyiket megkötöttén, a másikat szabadon választjuk.



5.22. ábra. A soros mágneses kör méretei (Méretek mm-ben)

5.8. példa. Határozzuk meg az 5.22. ábrán vázolt mágneses kör gerjesztését, ha azt akarjuk, hogy a légrésindukció $B_\delta = 0,8$ T legyen. A mágneses kör méretadatai az ábrán mm-ben adóttak.

A légrés keresztmetszete: $A_\delta = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$.

A vaskeresztmetszetek: $A_{v1} = A_{v3} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$;

$A_{v2} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$.

Az erővonalhosszak: $l_\delta = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

$l_{v1} + l_{v3} = 0,33 \text{ m} + 0,24 \text{ m} + 0,328 \text{ m} = 0,898 \text{ m}$;

$l_{v2} = 0,24 \text{ m}$.

A légrésben a fluxus: $\Phi = B_\delta A_\delta = 0,8 \text{ V} \cdot \text{s/m}^2$.

$1,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 = 1,28 \cdot 10^{-3} \text{ V} \cdot \text{s} = 1,28 \cdot 10^{-3} \text{ Wb} = 1,28 \text{ mWb}$.

Soros mágneses körben a fluxus végig állandó, szóródással nem számolunk a kis légrés miatt.

Ennek alapján a szakaszok indukciói:

$B_\delta = 0,8 \text{ T}$;

$B_{v1} = B_{v2} = 0,8 \text{ T}$;

$B_{v2} = \frac{\Phi}{A_{v2}} = \frac{1,28 \cdot 10^{-3} \text{ V} \cdot \text{s}}{8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 1,6 \text{ T}$.

A légrésben a térerősség:

$H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} = \frac{0,8 \text{ V} \cdot \text{s/m}^2}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ V} \cdot \text{s}/(\text{A} \cdot \text{m})} = 636\,000 \text{ A/m} = 636 \text{ kA/m}$.

A választott mágneses anyag mágnesezési görbéjének katalógusadatai:

B_v	0,8	1	1,2	1,4	6	T;
H_v	200	320	570	1200	3600	A/m.

A vasmagban a térerősség a mágnesezési görbe adataival:

$$H_{v1} = H_{v3} = 200 \text{ A/m};$$

$$H_{v2} = 3600 \text{ A/m};$$

ezzel a szükséges gerjesztés:

$$\Theta = NI = H_{\delta}l_{\delta} + H_{v1}(l_{v1} + l_{v3}) + H_{v2}l_{v2} = 636 \cdot 10^3 \text{ A/m} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} + 200 \text{ A/m} \cdot 0,898 \text{ m} + 3600 \text{ A/m} \cdot 0,24 \text{ m} = 2315,6 \text{ A}.$$

Ennek alapján a gerjesztőtekercestet úgy kell megtervezni, hogy az a vasmag ablakában elférjen, és megfeleljen a rendelkezésre álló tápforrás teljesítőképességének.

Párhuzamos (elágazó) mágneses kör (5.19. ábra). Az elágazás utáni párhuzamos ágakon a gerjesztés (mágneses feszültség) azonos ($\Theta_2 = \Theta_3$). Ezenkívül a párhuzamos ágak eredő reluktanciája az (5.49) összefüggés szerint számítható. A fluxusok a párhuzamos ágakban a mágneses reluktanciákkal fordítottan arányosak. Attól függően, hogy a párhuzamos (elágazó) ágak egyikében vagy a gerjesztett főágban akarjuk a szükséges indukciót elérni, a számítás menete is kétféle lehet.

A gyakorlatban rendszerint az első eset fordul elő, amikor egyik párhuzamos (elágazó) ág indukciója adott, és ehhez akarjuk a szükséges gerjesztést megadni. Tétélezzük fel, hogy az 5.19. ábrán vázolt párhuzamos mágneses kör középső ágában kívánunk B_2 indukciót elérni. A mágneses kör méreteit ismertnek tétélezzük fel, így

$$\Phi_2 = B_2 A_2,$$

és a középső ágra jutó gerjesztés:

$$\Theta_2 = \Phi_2 R_{m2}.$$

Figyelembe véve, hogy $\Theta_2 = \Theta_3$, ezért

$$\Phi_3 = \frac{\Theta_3}{R_{m3}} = \frac{\Theta_2}{R_{m3}},$$

és

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3;$$

így a gerjesztendő ágra jutó gerjesztés:

$$\Theta_1 = \Phi_1 R_{m1},$$

és végül a szükséges, teljes gerjesztés:

$$\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 = \Theta_1 + \Theta_3. \quad (5.52)$$

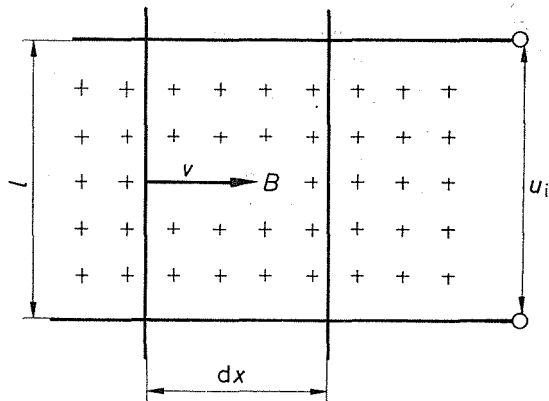
h) Elektromágneses indukció. A gerjesztési törvény értelmében elektromos árammal mágneses teret tudunk gerjeszteni. Fordítva viszont mágneses térrel az elektromos vezetőben villamos viszonyokat tudunk létesíteni, vagy más szóval elektromos feszültséget indukálni. E jelenséget *elektromágneses indukciónak*, a keltett feszültséget pedig *indukált feszültségnek* nevezzük. Leírására az indukciótörvény szolgál.

Indukciótörvény. A fizikából ismert, hogy az indukált feszültség nagysága a mágneses fluxus időben való változásának mértékétől függ. A fluxus változása következtében egyetlen tekercsmenetben indukált feszültség az

$$u_i = \frac{d\Phi}{dt}$$

összefüggés alapján számítható. Ez az *indukciótörvény*, amelynek értelmében az indukált feszültség arányos az erővonal-változás számával és fordítva arányos a változás idejével. Attól függően, hogy a fluxusváltozás milyen módon jön létre, *mozgási* vagy *nyugalmi indukcióról* beszélünk.

A **mozgási indukció** jelenségének szemléltetésére B indukciójú homogén mágneses térbe — amelynek iránya a papír síkjára merőleges (a következőkben a papír síkjára



5.23. ábra. A mozgási indukció vázlata

merőleges, és a papír síkjába mutató irányt *kereszttel*, az ellentétet *ponttal* jelöljük) — az 5.23. ábra szerint fektessünk két párhuzamos vezetősínt. A két vezetősín végére helyezzünk keresztbe vezetőt, amelynek a két sínnel határolt hatásos hosszúsága l . Mozgassuk el a vezetőt a nyíl irányában v sebességgel úgy, hogy dt idő alatt dx elmozdulást végezzon, akkor a vezető és a két sín által alkotott keretben

$$u_i = \frac{d\Phi}{dt}$$

feszültség indukálódik. Mivel a fluxusváltozás az ábra adataival:

$$d\Phi = B dA = Bl dx,$$

ezt az előző egyenletbe helyettesítve az indukált feszültségre az

$$u_i = Bl \frac{dx}{dt} = Blv \quad \text{V} \quad (5.53)$$

összefüggést kapjuk. A mozgási indukció révén indukált feszültség arányos B -vel, vagyis a metszett erővonalak sűrűségével, a vezetőknek az erővonalakban levő l hatásos hosszúságával, valamint a mozgás sebességével. A mozgási indukció jelensége forgó villamos gépeink működésében alapvető fontosságú.

5.9. példa. Elektromágnes homogén mágneses térben vezetőkeretet forgatunk. Számítsuk ki a keretben indukált maximális feszültséget, ha az indukció 1 T, a keret egyik oldalának hatásos hosszúsága 0,8 m, a keret átmérője 0,32 m és a fordulatszám $3000 \text{ min}^{-1} = 50 \text{ s}^{-1}$.

A keretnek két hatásos oldala van. Ezek szimmetrikusak, így bennük azonos nagyságú és irányú feszültségek indukálódnak, ezért összeadódnak. Így a mozgási indukció által keltett maximális feszültség:

$$U_{i \max} = 2Blv \text{ V.}$$

A fordulatszámból a keret mozgási sebessége:

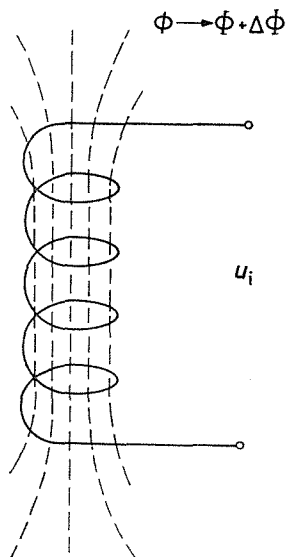
$$v = \pi Dn = 3,14 \cdot 0,32 \text{ m} \cdot 50 \text{ s}^{-1} = 50 \text{ m/s,}$$

és ezzel a maximális indukált feszültség:

$$U_{i \max} = 2 \cdot 1 \text{ T} \cdot 0,8 \text{ m} \cdot 50 \text{ m/s} = 80 \text{ V.}$$

Nyugalmi indukció esetében (5.24. ábra), ha az álló tekercs körüli mágneses tér erősségét az időben változtatjuk, akkor a tekercs egy menetében

$$u_i = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \text{ V}$$



5.24. ábra. A nyugalmi indukció vázlata

nagyságú feszültség indukálódik, amely az erővonalak számának időegységre eső változásával egyenlő.

Amennyiben a mágneses tér időbeni változása folytonos — pl. azt szinuszosan váltakozó árammal állítjuk elő —, akkor az indukált feszültség számítása

$$u_i = \frac{d\Phi}{dt}$$

összefüggés alapján történik. Ha N menetszámú tekercset helyezünk a váltakozó erős-

ségű mágneses térbe, akkor az egyes menetekben indukált feszültségek összeadódnak, tehát

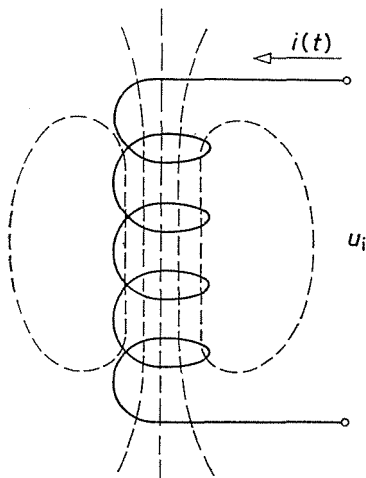
$$u_i = N \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{V.} \quad (5.54)$$

Az indukált feszültség nagysága a fluxusváltozás nagyságától függ, iránya pedig ellentétes abban az értelemben, hogy a fluxusváltozás növekvő vagy csökkenő jellegű. A fizikából is ismert *Lenz-törvény* szerint az indukált feszültség mindkét esetben mindig olyan irányú, hogy az általa létrehozott áram és a mágneses tér kölcsönhatása az indukciót létesítő hatást gátolni igyekszik.

5.10. példa. Két tekercsünk van. Az egyikben a fluxus úgy változik, hogy minden 0,2 s-ban $4 \cdot 10^{-2}$ Wb-rel csökken. Számítsuk ki a második tekercsben indukálódó feszültséget, ha annak menetszáma $N = 500$, és erővonal-szóródás nincs.

$$u_i = N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 500 \frac{4 \cdot 10^{-2} \text{ V} \cdot \text{s}}{0,2 \text{ s}} = 100 \text{ V.}$$

Önindukció. Ha egy tekercsben időben változó i áram folyik (5.25. ábra), akkor annak környezetében időben változó mágneses tér keletkezik, amely a tekercsben is



5.25. ábra. Az önindukció vázlata

– a nyugalmi indukció jelensége alapján – időben változó feszültséget indukál. Az indukált feszültséget ebben az esetben **önindukciós feszültségnek**, a jelenséget pedig **önindukciónak** nevezzük. Mivel a jelenség teljesen az előző pontban leírttal, a következőkben az önindukciós feszültséget is u_i -vel jelöljük, és értékét az

$$u_i = N \frac{d\Phi}{dt}$$

összefüggéssel számítjuk. Ebben $d\Phi = d\Theta/R_m$, ill. $d\Theta = N di$, ezeket u_i összefüggésébe helyettesítve:

$$u_i = \frac{N^2}{R_m} \frac{di}{dt}.$$

Vezessük be ez utóbbi összefüggésbe az $L = N^2/R_m$ jelölést, akkor az

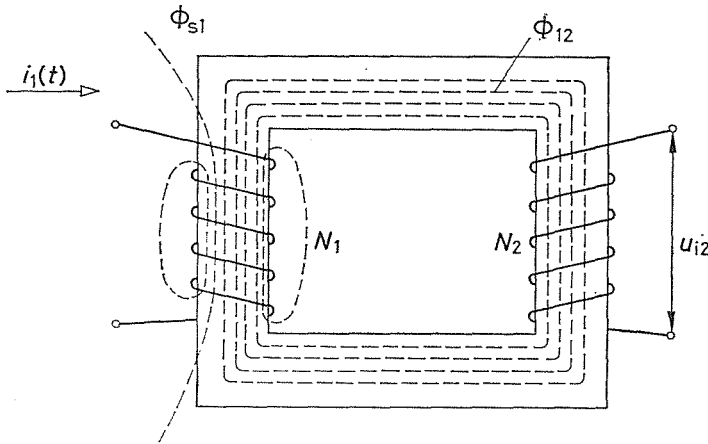
$$u_i = L \frac{di}{dt} \quad (5.55)$$

összefüggést kapjuk, amelyben

$$L = \frac{N^2}{R_m} \text{ H} \quad (5.56)$$

a tekercs **öninduktivitása**.

Az öninduktivitás mértékegysége a henry; jele: H. Egy tekercs öninduktivitása akkor 1 H, ha abban 1 A/s áramváltozás 1 V feszültséget indukál. Az öninduktivitás más SI-egységekkel kifejezve: $1 \text{ H} = 1 \Omega \cdot \text{s} = 1 \text{ V} \cdot \text{s/A}$.



5.26. ábra. A kölcsönös indukció vázlata

Kölcsönös indukció. Az 5.26. ábrán vázolt vasmagon két tekercset helyezünk el. Tápláljuk az N_1 menetszámú (primer) tekercset időben változó i_1 árammal, akkor az általa létesített mágneses tér erővonalainak egyik Φ_{s1} kisebb hányada a térben szétoszóródik; a másik, nagyobb hányada, a Φ_{12} főfluxus pedig kapcsolódik az N_2 menetszámú (szekunder) tekercsrel ($\Phi_1 = \Phi_{12} + \Phi_{s1}$), és abban feszültséget indukál.

Tételezzük fel, hogy az erővonalak igen nagy permeabilitású, szerkezetileg is gondosan kialakított mágneses körön át záródnak, akkor a Φ_{s1} szórt erővonalak száma viszonylag kevés, így közelítő számításoknál elhanyagolhatjuk ($\Phi_1 \approx \Phi_{12}$). Ekkor az i_1 áram által gerjesztett Φ_1 összes fluxus kapcsolódik az N_2 menetszámú (szekunder) tekercsrel és abban

$$U_{12} = N_2 \frac{d\Phi_1}{dt}$$

feszültséget indukál. Fejezzük ki ebben Φ_1 -et az (5.45) és (5.38) összefüggés segítségével, akkor a következő összefüggést kapjuk:

$$u_{12} = \frac{N_2 N_1}{R_m} \cdot \frac{di_1}{dt}$$

Az összefüggésben levő első kifejezés a két tekercs és az őket csatoló mágneses kör jellemzőit, a második kifejezés az áramváltozás nagyságát mutatja. Jelöljük az egyenlet első kifejezését M -mel, akkor az

$$M = \frac{N_2 N_1}{R_m} \quad (5.57)$$

helyettesítésével az

$$u_{12} = M \frac{di_1}{dt}$$

összefüggést kapjuk, amelyben M a két tekercs **kölcsönös induktivitása**.

A kölcsönös induktivitás mértékegysége szintén henry; jele: H.

i) **Induktivitások, fojtótekercsek.** Azokat az áramköri elemeket, amelyek öninduktivitása számottevő, induktivitásoknak nevezzük. Egy N menetszámú és R_m reluktanciájú tekercs öninduktivitása az (5.56) összefüggés szerint:

$$L = \frac{N^2}{R_m},$$

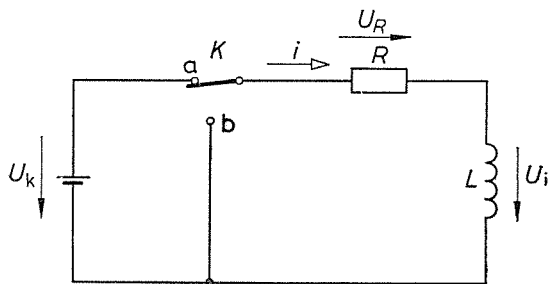
ill. az (5.44) helyettesítésével:

$$L = \frac{N^2 \mu_0 \mu_r A}{l} \quad \text{H.} \quad (5.58)$$

Minden vezetőlrendezésnek van öninduktivitása. Közülük is *a tekercs öninduktivitása* a legnagyobb, ezért szokás az *önindukciós tekercs* elnevezés is. Itt az egyes menetekben folyó áramok gerjesztése összegeződik, így az önindukció fokozott mértékű. Jó permeanciájú (mágneses vezetőségű) mágneses kör kialakításával az öninduktivitást tetemesen növelhetjük.

Mindazokat a tekercseket, amelyek kis rezisztencia (egyenáramú ellenállás) mellett nagy öninduktivitásúak, és ezért az áramváltozással, ill. a váltakozóárammal szemben nagy ellenállást (reaktanciát, meddőellenállást) tanúsítanak, azokat fojtják, ezért *fojtótekercseknek* nevezzük. A fojtótekercsek rezisztenciája általában elhanyagolható az induktivitás értéke mellett.

j) **Öninduktivitást tartalmazó egyenáramú áramkör be- és kikapcsolása.** Az 5.27. ábra szerint kapcsoljunk K kapcsoló segítségével L önindukciós tekercset R ellenálláson keresztül egyenáramú áramforrásra. A bekapcsolás pillanatában az öninduk-



5.27. ábra. Öninduktivitást tartalmazó egyenáramú áramkör

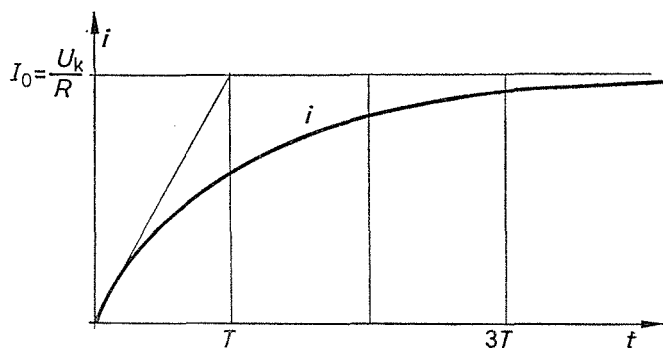
ciós tekercs fluxusa növekszik, és ez a fluxusváltozás a tekercsben olyan önindukciós feszültséget hoz létre, amely az áram növekedését gátolni igyekszik, tehát az energiaforrás feszültségével ellentétes. A feszültségegyenlet *Kirchhoff* huroktörvénye szerint:

$$U_k = iR + L \frac{di}{dt}.$$

Mivel L értéke légmagos tekercs esetén állandó, az összefüggés állandó együtthatójú lineáris differenciálegyenlet, amelynek megoldása:

$$i = \frac{U_k}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right). \quad (5.59)$$

Az áramerősség tehát a $T = L/R$ időállandójú exponenciális függvény szerint nő, amint az az 5.28. ábrán látható.



5.28. ábra. Az áramerősség változása öninduktivitást tartalmazó egyenáramú áramkör bekapcsolásakor

A következőkben szakítsuk meg hirtelen az 5.27. ábrán látható áramkört azáltal, hogy a K kapcsolót b állásba helyezzük, miáltal az R ellenálláson keresztül rövidre zárjuk az L önindukciós tekercset. A megszakításkor a tekercs fluxusa is hirtelen csökken. Ez a fluxusváltozás olyan irányú feszültséget indukál a tekercsben, amely a csökkenő áramot fenntartani igyekszik. A zárt áramkörre *Kirchhoff* huroktörvényét felírva:

$$Ri + L \frac{di}{dt} = 0,$$

amely differenciálegyenlet megoldása:

$$i = \frac{U_k}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (5.60)$$

Kikapcsoláskor tehát az áramerősség a $T = L/R$ időállandójú exponenciális függvény szerint csökken (5.29. ábra).

k) Az önindukciós tekercs energiakészlete. Ha egy áramkör L inductívitasán folyó i áram di -vel megnő, akkor közben a mágneses térben dW mágneses energia

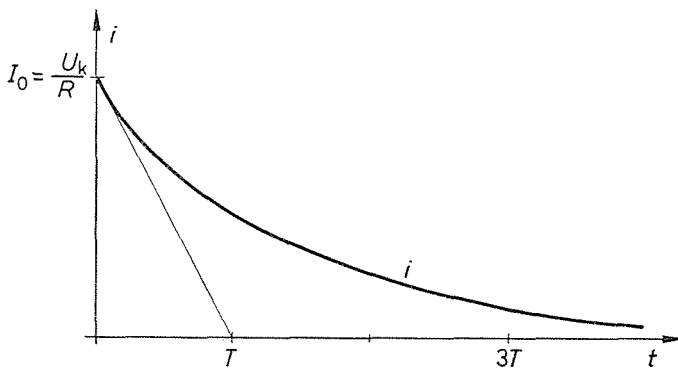
halmozódik fel. Ha pedig az i áram di -vel csökken, akkor a tekercs a dW energiát visszaszolgáltatja a hálózatnak. A dW energia:

$$dW = L \frac{di}{dt} i dt = Li di.$$

Ez utóbbi egyenlet integrálásával az *önindukciós tekercs energiakészlete*:

$$W = \int_0^W dW = L \int_0^I i di = \frac{1}{2} LI^2 \quad \text{J.} \quad (5.61)$$

Amennyiben tehát bekapcsolás után a tekercsben I áram folyik, a mágneses térben felhalmozott energiát úgy kapjuk, hogy az áramerősségnek nullától I -ig történő növekedése közben felhalmozódó elemi energiákat összegezzük.



5.29. ábra. Az áramerősség változása öninduktivitást tartalmazó egyenáramú áramkör kikapcsolásakor

l) **Örvényáram.** A változó mágneses térbe helyezett tömbszerű vezetőben — a fluxusváltozás következtében — feszültség indukálódik, amely áramot létesít. Az áram a vastestben a számára legkisebb ellenállású úton záródik. Ez az ún. *örvényáram*, amely egyes esetekben igen jelentős nagyságot érhet el. A jelenség nemcsak a változó mágneses térben levő vastestben léphet fel, hanem az állandó mágneses térben forgó villamos gépek (pl. egyenáramú gépek) vastestében is.

Az *örvényáram okozta Joule-vesztés a fémet melegíti*, így villamos gépeinkben hátrányos, mert káros túlmelegedéshez vezethet. Ezért villamos gépeink vastestét — az örvényáramok csökkentése céljából — lemezelik. A vaslemez vagy 0,35 mm vastag, 2...4% szilíciummal ötvözött ún. *transzformátorlemez*, vagy 0,5 mm vastag, szintén szilíciummal ötvözött *dinamólemez*. A lemezeket a fluxus iránya mentén kell elhelyezni. A főfluxus irányára merőleges síkban kifejlődő örvényáramok a szigetelőrétegbe ütköznek, és zárt kört csak a lemez vékony keresztmetszetén belül találnak. Egy lemez kis keresztmetszetén a fluxus is kicsi, így az általuk okozott örvényáramok is kicsinyek. Ugyanakkor a vaslemezeken igen jó permeanciával rendelkeznek, így a — lemezek hosszában haladó főfluxusra — reluktanciájuk kicsi.

m) **Erőhatás számítása egyenáramú húzó-mágnes esetén.** Az erőhatás számítását árammal átfolyt vezetők esetében a c) pontban már ismertettük. Egyenáramú húzó-

mágnes esetén a számításokat most a mágneses tér jellemzőivel, a mágneses indukcióval és a mágneses térerősséggel végezzük. A fizikából ismeretes, hogy a mágneses kör egységnyi térfogatában felhalmozott energia:

$$dW = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r H^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0 \mu_r} B^2. \quad (5.62)$$

Az (5.62) összefüggés segítségével állapíthatjuk meg az A felületű, l_δ hosszúságú légréssel ellátott egyenáramú húzómágnes (5.30. ábra) húzóerejét. Mivel a gerjesztés zöme a légrésekre jut, ezért a vasban felhalmozott energiát elhanyagolhatjuk, így a gyakorlati számításoknál még elfogadható eredményt kapunk. A légréseben felhalmozott összes energia:

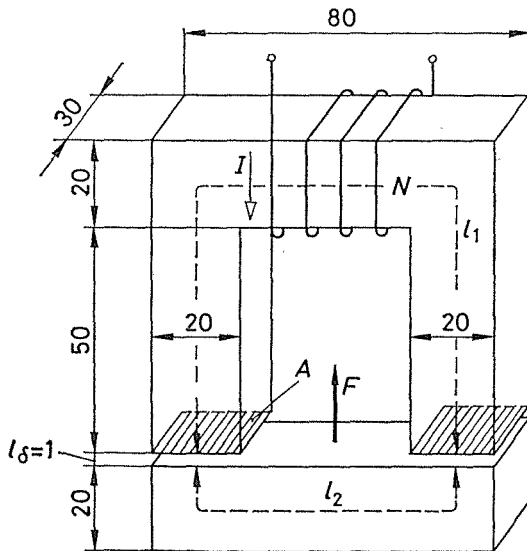
$$W = \mu_0 \frac{H_\delta^2}{2} A l_\delta = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{B_\delta^2}{2} A l_\delta,$$

és mivel $F = dW/dl_\delta$, végeredményül adódik, hogy az A felületű, egyenáramú húzómágnes húzóereje:

$$F = \frac{1}{2\mu_0} B_\delta^2 A \quad \text{N}, \quad (5.63)$$

ahol B_δ a légréseben az indukció.

5.11. példa. Az 5.30. ábrán adott méretű, egyenáramú húzómágnes – amelynek $N = 700$ menetű gerjesztőtekerse van – $I = 2$ A erősségű árammal gerjesztünk. Határozzuk meg a mágneses kör reluktanciáját, indukcióját, öninduktívását, az öninduktív mágneses energiáját és elektromágneses húzóerejét. A vas relatív permeabilitása – az adott gerjesztésnél – diagramból $\mu_r = 1000$. A méretek az ábrán mm-ben vannak megadva.



5.30. ábra. Az egyenáramú húzómágnes méretezése
(Méretek mm-ben)

A gerjesztés:

$$\Theta = NI = 700 \cdot 2 \text{ A} = 1400 \text{ A} = 1,4 \text{ kA.}$$

A vasmag közepes hosszúsága

$$l_v = l_1 + l_2 = 180 \text{ mm} + 80 \text{ mm} = 260 \text{ mm.}$$

A vasmag keresztmetszete: $A_v = 20 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm} = 600 \text{ mm}^2$.

A légrés hosszúsága: $l_\delta = 2 \cdot 1 \text{ mm} = 2 \text{ mm}$.

A légrés keresztmetszete: $A_\delta = 600 \text{ mm}^2$.

Mivel a légrés kicsi, az erővonalak szóródásától eltekintünk.

Soros mágneses körünk van, így az eredő reluktancia:

$$R_m = R_{mv} + R_{m\delta};$$

$$R_m = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{l_v}{\mu_r A_v} + \frac{l_\delta}{A_\delta} \right);$$

$$R_m = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ V}\cdot\text{s}/(\text{A}\cdot\text{m})} \left(\frac{260 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{10^3 \cdot 600 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} + \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{600 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} \right) = \\ = 3 \cdot 10^6 \text{ A}/(\text{V}\cdot\text{s}) = 3 \cdot 10^6 \text{ H}^{-1}.$$

A fluxus a mágneses *Ohm*-törvényből:

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_m} = \frac{1400 \text{ A}}{3 \cdot 10^6 \text{ A}/(\text{V}\cdot\text{s})} = 4,67 \cdot 10^{-4} \text{ V}\cdot\text{s} = 4,67 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} = 467 \mu\text{Wb}.$$

Az indukció a vasban és a levegőben azonos, mivel a légrés keskenysége miatt a szóródástól eltekintettünk:

$$B_\delta = B_v = \frac{\Phi}{A} = \frac{4,67 \cdot 10^{-4} \text{ V}\cdot\text{s}}{6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,778 \text{ T} = 778 \text{ mT}.$$

Az öninduktivitás:

$$L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{700^2}{3 \cdot 10^6 \text{ A}/(\text{V}\cdot\text{s})} = 0,1635 \text{ V}\cdot\text{s}/\text{A} = 0,1635 \text{ H} = 163,5 \text{ mH}.$$

Az öninduktivitás mágneses energiája:

$$W_L = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} 0,1635 \text{ V}\cdot\text{s}/\text{A} \cdot 2^2 \text{ A}^2 = 0,327 \text{ W}\cdot\text{s} = 0,327 \text{ J} = 327 \text{ mJ}.$$

A húzóerő pedig, mivel két légrés van:

$$F = \frac{1}{2\mu_0} B^2 2A = \frac{1}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ V}\cdot\text{s}/(\text{A}\cdot\text{m})} 0,778^2 \frac{\text{V}^2 \cdot \text{s}^2}{\text{m}^4} \cdot 2 \cdot 600 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = \\ = 289 \text{ W}\cdot\text{s}/\text{m} = 289 \text{ N}.$$

n) A mágneses húzóerő alkalmazása. Az előzőekben a mágneses térben létrejövő erőhatás két módját ismertettük. Az első esetben ismertett

$$F = BII \quad \text{N}$$

összefüggés a mágneses térnek az árammal átjárt vezetőre kifejtett erőhatását fejezi ki. Ez az erő folytonos mozgást tud létrehozni, tehát alapját képezi a *villamos motorok* és több más villamos készülék működésének.

A második esetben ismertetett

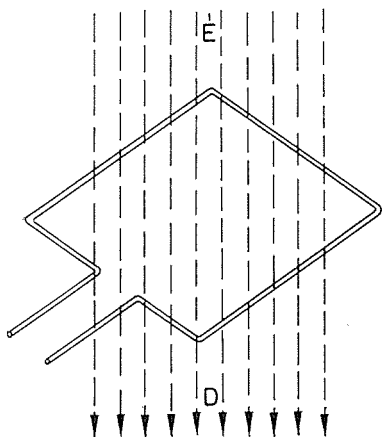
$$F = \frac{1}{2\mu_0} B_s^2 A \cdot N$$

összefüggéssel kifejezett erőhatás más természetű. Minthogy a mágneses tér energiájának csökkenéséből ered, így *csak rövid löketű* mozgásokra vagy rögzítésekre alkalmazható. Számos berendezés működik ezen az elven, így többek között a teheremelő mágnesek, mágneses felfogólapok, mágneses tengelykapcsolók, mágneses tolattyúk és szelepek, kapcsolókészülékek és jelfogók, mágneses vaskiválasztó szalagok stb.

5.1.4. Egyfázisú váltakozóáram

A villamos energia termelése, szállítása és elosztása ma majdnem kizárólag váltakozóáramú berendezésekkel és hálózatokkal történik. Az energiaátvitel rendszere túlnyomórészt **háromfázisú**, de kisebb teljesítmények és távolságok esetén az **egyfázisú energiaátvitel** is gyakran előfordul, főleg a fogyasztói hálózatok és berendezések területén. Mivel a háromfázisú rendszer is három egyfázisú rendszer összekapcsolásából származik, először az *egyfázisú áramkörök* alapvető tulajdonságaival ismerkedünk meg.

a) **Váltakozófeszültség létrehozása.** Ha homogén mágneses térben, hossz tengelye körül vezetőkeretet forgatunk, akkor a keret által határolt területen áthaladó fluxus folytonosan változik, és ezáltal a keretben feszültség indukálódik (5.31. ábra).



5.31. Váltakozófeszültség előállítása

A kereten áthaladó fluxus akkor a legnagyobb, amikor a keret merőleges az erővonalakra, és akkor a legkisebb (nulla), ha az erővonalakkal párhuzamos. Ezzel kapcsolatban azonban már itt meg kell jegyeznünk, hogy az indukciótörvény értelmében – az indukált feszültség nagysága és iránya szempontjából – a *fluxusváltozás nagysága és iránya* a fontos. A fluxus változásának mértéke akkor a legnagyobb, amikor a keret az erővonalakkal párhuzamos helyzetben, és a legkisebb, amikor az erővonalakra merőleges helyzetben mozog. Amennyiben a keret felülete A és az

indukció nagysága B , akkor a keretben — annak az erővonalakra merőleges helyzetében — áthaladó fluxus maximális értéke:

$$\Phi_{\max} = BA \quad \text{Wb.}$$

Jellemezzük ezt a helyzetet $\alpha = 0$ -val. Ha a keret ebből a helyzetből t idő alatt α szöggel elforog, akkor a keretben áthaladó fluxus:

$$\Phi_t = \Phi_{\max} \cos \alpha,$$

mivel a fluxuskapcsolódás szempontjából az A felületnek csak az erővonalakra merőleges komponense vehető figyelembe.

Azt az f számot, amely megmutatja, hogy a forgó keret az időegység (pl. egy másodperc) alatt hányszor jut a mágneses térhez viszonyítva azonos helyzetbe, **frekvenciának** (periódusszámnak), az azonos helyzetbe jutáshoz szükséges T időt pedig **periódusidőnek** nevezzük. A kettő közötti összefüggés:

$$f = 1/T \quad \text{Hz.} \quad (5.64)$$

A frekvencia mértékegysége a hertz; jele: $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$.

Amennyiben a mágneses teret egy p póluspár állítja elő (mint az 5.31. ábrán), akkor a frekvencia megegyezik a keret másodpercenkénti fordulatszámával; ha több póluspár, akkor:

$$f = pn \quad \text{Hz.} \quad (5.65)$$

Hazánkban és az európai országokban az általánosan használt hálózati frekvencia 50 Hz. A villamos vontatásban 16 2/3 Hz-et is alkalmaznak. Amerikában 60 Hz hálózati frekvencia használata az általános.

Ha a vezetőkeret egyenletesen forog, akkor a fázisszög arányos a fázisidővel:

$$\alpha = \omega t.$$

Ebben ω a forgó keret szögsebessége, a fluxusváltozás sebességére jellemző **körfrekvencia**. Mivel egy teljes körfordulás T időig, a **periódusidőig** tart, a körfrekvencia:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \text{rad/s.} \quad (5.66)$$

A körfrekvencia mértékegysége tehát: $1 \text{ rad/s} = 1 \text{ s}^{-1}$.

Hangsúlyozni kell, hogy ω itt és a következőkben mindig a fluxusváltozás sebességére jellemző, ezért többpóluspárú mezőnél a keret szögsebessége: ω/p .

Az előbbiek szerint a keretben áthaladó fluxus változása:

$$\Phi_t = \Phi_{\max} \cos \alpha = \Phi_{\max} \cos \omega t.$$

Az indulált feszültség pillanatértéke pedig az indukciótörvény szerint:

$$u_i = \frac{d\Phi_t}{dt} = -\omega \Phi_{\max} \sin \omega t. \quad (5.67)$$

Az indukált feszültség $t = T/4$ időpontban éri el legnagyobb értékét, ekkor:

$$\sin \omega t = \sin \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} = \sin \frac{\pi}{2} = 1,$$

ezért

$$U_{i \max} = \omega \Phi_{\max},$$

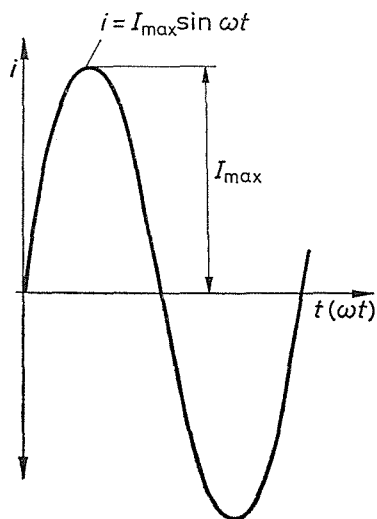
ill.

$$u_i = -U_{i \max} \sin \omega t.$$

Az (5.67) összefüggésből két alapvető következtetést vonhatunk le. Egyik az, hogy szinuszosan változó fluxus hatására a keretben szinuszosan váltakozó feszültség indukálódik. A másik pedig: ha a fluxus $\cos \omega t$ szerint változik, akkor az indukált feszültség $\sin \omega t$ szerint, vagyis az indukált feszültség negyed periódussal korábban éri el ugyanazt a fázishelyzetet mint a fluxus. Úgy is mondhatjuk, hogy a fluxus negyed periódussal késik az általa indukált feszültséghez képest.

b) Váltakozó mennyiségek ábrázolása. Szinuszosan váltakozó mennyiségeket kétféleképpen szokás ábrázolni: az egyik módszer szerint *időfüggvényekkel*, a másik módszer szerint pedig *forgó síkvektorokkal* (a következőkben röviden csak a *vektor* megnevezést használjuk).

Időfüggvényekkel való ábrázolás esetén a koordináta-rendszer egyik tengelyére az időt (vagy ωt -t), a másikra a kérdéses mennyiséget, pl. áramot, feszültséget vagy teljesítményt visszük fel. Az 5.32. ábra az áram időfüggvényét szemlélteti.



5.32. ábra. Szinuszosan váltakozó áram időbeni változása

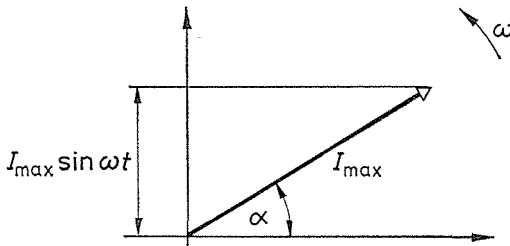
Forgó síkvektorral való ábrázolás esetén feltételezzük, hogy pl. áram esetén az I_{\max} hosszúságú vektor az óramutató járásával ellenkező irányban ω szögsebességgel forog (5.33. ábra). Ha $t = 0$ időpontban a vektor vízszintes helyzetben volt, akkor

bármely t időpontban a forgó vektornak a függőleges, itt ún. időtengelyre vett vetülete:

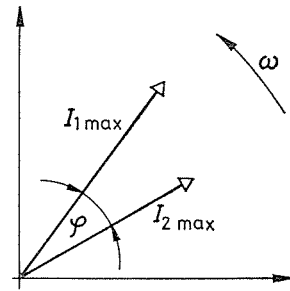
$$i = I_{\max} \sin \alpha = I_{\max} \sin \omega t \quad (5.68)$$

nem más, mint az áram pillanatértéke a kérdéses időpontban.

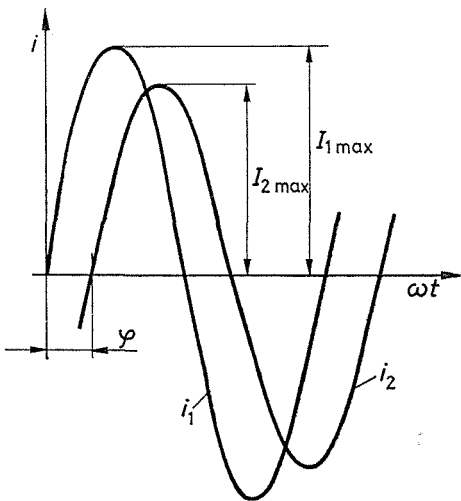
A két ábrázolási mód összehasonlítása céljából tekintsük meg, majd értékeljük a következő két ábrát. Az 5.34. ábra két azonos frekvenciájú váltakozóáram (i_1 és i_2)



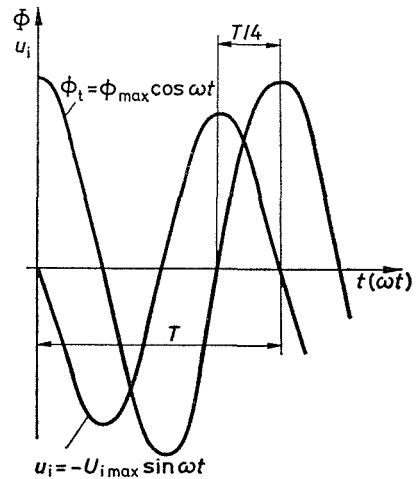
5.33. ábra. Forgó áramvektor



5.35. ábra. Fázisban eltolt áramvektorok



5.34. ábra. Fázisban eltolt áramok időbeni változása

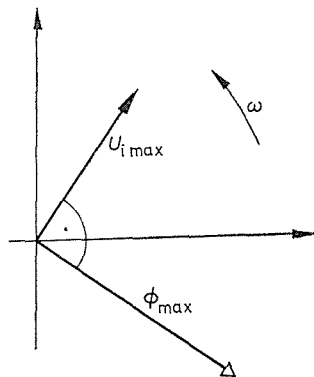


5.36. ábra. Fluxus és az általa indukált feszültség időbeni változása

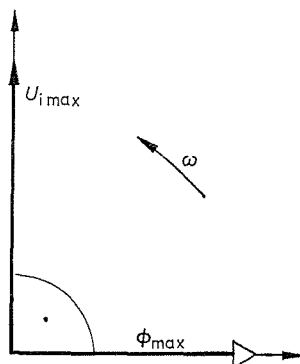
időfüggvényét szemlélteti, amelyek maximális (csúcs-) értékei $I_{1\max}$, ill. $I_{2\max}$, és az áramok nem egyszerre érik el maximális értéküket. Az ábra szerint i_2 később éri el maximális értékét, mint i_1 , vagyis i_2 fázisban különbözik, késik i_1 -hez képest. A fázishelyzet jellemzésére bevezetjük a φ fáziskülönbségi (fáziseltolási, fáziskésési) szöveget. Amennyiben az i_1 és az i_2 áramot forgó vektorokkal ábrázoljuk (5.35. ábra), akkor a fáziskülönbség a két forgó vektor között ténylegesen mérhető szöggel egyenlő. Mindkét ábrából látható, hogy a váltakozó mennyiségeket frekvenciájukon és maximális értékükön kívül fázishelyzetük is jellemzi.

Az 5.36. ábrán a szinuszosan váltakozó fluxus és az általa indukált feszültség (5.67) összefüggés szerinti időfüggvényei láthatók. Az ábráról látható, hogy a fluxus negyed periódussal később éri el ugyanezt a fázishelyzetet, mint az indukált feszültség. Úgy is mondhatjuk, hogy a fluxus $\pi/2$ -vel (90° -kal) késik az indukált feszültséghez képest. Amennyiben a fluxust és az általa indukált feszültséget forgó vektorokkal ábrázoljuk (5.37. ábra), akkor a fluxus és az indukált feszültség fázishelyzete még szembeutóbb.

Az ábrákból leszűrt tapasztalatok szerint *szinuszos mennyiségek forgó vektorokkal való ábrázolása előnyösebb*. Ennek alátámasztására elsősorban azt kell megemlítenünk, hogy a szinuszos görbék ábrázolása körülményes, sok helyet igényel. Másodszorban pedig a vektoros ábrázolásnál a fáziskülönbségek sokkal szembeutóbbak, mint a szinuszos görbék esetén. Végül harmadsorban a szinuszos mennyiségekre érvényes műveletek (összeadás és kivonás) vektoros alakban is alkalmazhatók.



5.37. ábra. Fluxus és az általa indukált feszültség vektorábrája általános helyzetben



5.38. ábra. A valós tengelyhez rögzített indukált feszültség és fluxus vektorábrája

Meg kell azonban azt is jegyeznünk, hogy csak azonos frekvenciájú, szinuszosan váltakozó mennyiségek ábrázolhatók vektoros alakban egy koordináta-rendszerben.

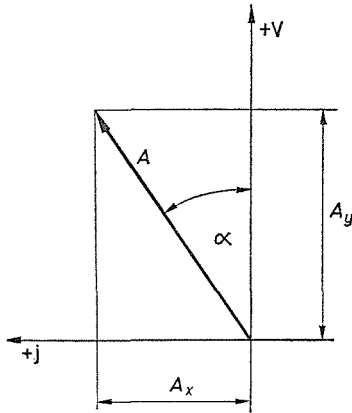
A vektorábrák tehát igen alkalmasak azonos frekvenciájú, szinuszosan váltakozó elektromos mennyiségek nagyságának és egymáshoz képesti fázishelyzetének ábrázolására. Mivel valamennyi vektor azonos szögsebességgel forog, közömbös, hogy a vektornak melyik időpillanatban elfoglalt helyzetét rögzítjük, pusztán csak a vektorok relatív helyzete a lényeges. Ezért rendszerint az egyik vektort a függőleges, ún. idő-tengelyre rögzítjük és a többi vektor fázishelyzetét ehhez viszonyítjuk. Az 5.38. ábra a fluxus és az általa indukált feszültség vektorainak ez utóbbi elvek szerinti ábrázolását mutatja.

c) **Váltakozó mennyiségek jellemzése komplex számokkal.** A körmozgást végző vektor egyenlete egyaránt felírható mind a *Descartes*-i, mind pedig poláris koordináta-rendszerben; az elektrotechnikai gyakorlatban azonban a *komplex számsíkon* való ábrázolása terjedt el. Az alkalmazás kapcsán két célszerű módosítást teszünk. Egyik, hogy a képzetes egységet $j = \sqrt{-1}$ -gyel jelöljük, mivel az i betűt az áramerősség pillanatértékének jelölésére használjuk. A másik pedig az, hogy — a matematikai gyakorlattól eltérően — a *függőleges tengelyt* választjuk *valós* és a *vízszintes tengelyt* *képzetes* tengelynek. Ez azért is célszerű, mert a pillanatérték a forgó vektor pilla-

natnyi helyzetéhez tartozó valódi érték, és a szinuszcörcbét is a függőleges tengelyre vett vetületből szerkesztjük.

Valamely A vektort a komplex számsíkon (5.39. ábra) háromféle (kanonikus, trigonometrikus és Euler-féle exponenciális) módon tudjuk leírni:

$$A = A_y + A_x = |A| (\cos \alpha + j \sin \alpha) = |A| e^{j\alpha}. \quad (5.69)$$



5.39. ábra. Komplex vektor ábrázolása

A váltakozó mennyiségeket ábrázoló vektorok ω szögsebességgel forognak úgy, hogy ha $t = 0$ időpontban a vektor a valós tengely irányába mutat, akkor egy tetszés szerinti t időpontban a vektor

$$A = |A| (\cos \omega t + j \sin \omega t)$$

trigonometrikus alakban, ill.

$$A = |A| e^{j\omega t}$$

exponenciális alakban írható. Az előbbi (trigonometrikus) összefüggésekből látható, hogy a komplex számsíkon forgó vektor egyik összetevője a kérdéses mennyiség pillanatértékét írja le. A gyakorlatban legtöbbször — amint azt már előbb is említettük — pillanatértékként rendszerint a valós tengelyre vett vetületet használjuk. A maximális (csúcs-) érték pedig egyenlő a forgó vektor abszolút értékével. Gyakran az effektív értéket is használják, mivel az csak egy szorzóval tér el a maximális értéktől.

Két vektor komplex számsíkon való ábrázolása esetén a két vektor közötti fázisszöveget is figyelembe kell venni. Legyen a két vektor az áram és a feszültség vektora, és közöttük φ a fáziskülönbség (5.40. ábra), ekkor

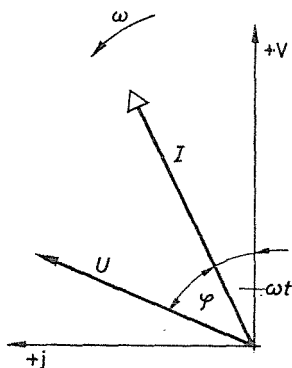
$$I = |I| e^{j\omega t}$$

és

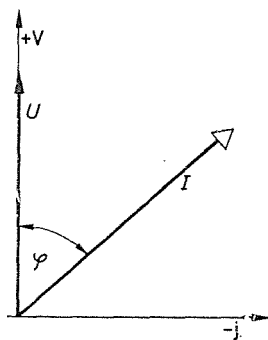
$$U = |U| e^{j(\omega t + \varphi)} = |U| e^{j\omega t} e^{j\varphi}.$$

Mivel azonos szögsebességgel forgó vektorokról van szó, mindkettőben szerepel az $e^{j\omega t}$ szorzó. Ha a számításkor nem okoz félreértést, az $e^{j\omega t}$ szorzó mindkettőnél is

hagyható. A szorzó elhagyása a vektorok rögzítését jelenti, ami nem okoz hátrányt, hiszen az ábrázolásnál és a számításnál csak a két vektor egymáshoz képesti fázishelyzete fontos. Az 5.40. ábrán az $e^{j\omega t}$ szorzó elhagyása az áramvektor rögzítését jelentené a valós tengelyre. A gyakorlatban azonban — mint az az 5.41. ábrán is látható — az U -t tekintjük alapvektornak, mivel kiinduláskor rendszerint adott. Ekkor U -t rögzítjük a valós tengelyre, ezért U valós és $I = |I| e^{-j\varphi}$.



5.40. ábra. A feszültség és φ fáziskülönbséggel késő áram vektorábrája a komplex számsíkon általában



5.41. ábra. A valós tengelyhez rögzített feszültség és φ fáziskülönbséggel késő áram vektorábrája

A váltakozó mennyiségek komplex számokkal való könnyű kezelhetőségének igazolására vizsgáljuk meg a fluxus és az általa indukált feszültség közötti összefüggést. Ha a fluxust a $\Phi = \Phi_{\max} e^{j\omega t}$ vektor írja le, akkor az indukciótörvény értelmében az indukált feszültség:

$$U_i = \frac{d\Phi}{dt} = j\omega\Phi_{\max} e^{j\omega t} = j\omega\Phi. \quad (5.70)$$

Mivel a j -vel való szorzás a vektor 90° -os elforgatását jelenti a pozitív (óramutató járásával ellentétes) irányban, a fluxus — amint azt már az 5.36–5.38. ábrán is bemutatottuk — 90° -ot késik az általa indukált feszültséghez képest.

Nyomatékosan kívánjuk végül a figyelmet felhívni, hogy a *feszültség*, *áram* és a *fluxus* skaláris mennyiségek. Ezek időbeli változásának forgó vektorokból való származtatása csak *szimbolikus*, ezért szimbolikus ábrázolásnak is nevezik. A komplex számsíkon ábrázolt feszültség-, áram- és fluxusvektorok nem térbeli vektorok, hanem ún. sík-, ill. idővektorok.

5.12. példa. Forgassunk $B = 0,5$ T mágneses indukciójú homogén mágneses térben, az erővonalakra merőleges tengely körül, $n = 8,33$ s $^{-1}$ fordulatszámmal egy $N = 100$ menetű, $l = 0,2$ m hatásos hosszúságú vezetőkeretet. A keretoldalnak a tengelytől mért távolsága $r = 0,15$ m. Határozzuk meg az indukált feszültség frekvenciáját és körfrekvenciáját. Írjuk fel a feszültség váltakozását leíró időfüggvényt, ill. a feszültséget ábrázoló komplex vektor trigonometrikus alakját.

A vezetőkeret-oldal sebessége:

$$v = 2\pi r n = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,15 \text{ m} \cdot 8,33 \text{ s}^{-1} = 7,85 \text{ m/s}.$$

Az N menetű vezetőkeretben indukált feszültség maximális (csúcs-) értéke:

$$U_{\max} = 2NBlv = 2 \cdot 100 \cdot 0,5 \text{ V} \cdot \text{s/m}^2 \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 7,85 \text{ m/s} = 157 \text{ V}.$$

Egy periódus ideje:

$$T = \frac{1}{n} = \frac{1}{8,33 \text{ s}^{-1}} = 0,12 \text{ s.}$$

A szinuszos feszültség frekvenciája:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,12 \text{ s}} = 8,33 \text{ s}^{-1} = 8,33 \text{ Hz.}$$

A körfrekvencia:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 8,33 \text{ s}^{-1} = 52,31 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

A szinuszos időfüggvény:

$$u = U_{\max} \cos \omega t = 157 \cos 52,31t.$$

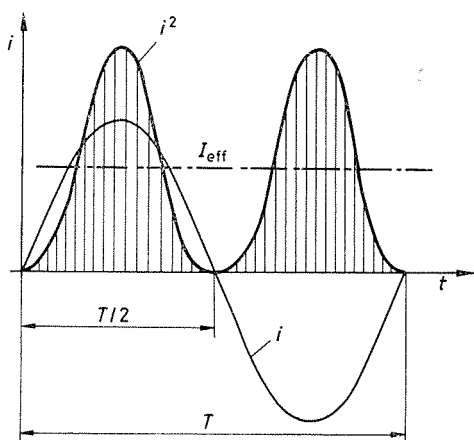
A komplex feszültségvektor trigonometrikus alakja:

$$U = 157(\cos 52,31t + j \sin 52,31t).$$

d) Váltakozó mennyiségek középértékei. A váltakozó mennyiségek (feszültségek, áramok és teljesítmények) pillanatértékei folytonosan váltakoznak, így csúcserőértéket (maximális értéküket) is csak egy pillanatra érik el. Ennek következtében az egyen-áram és a váltakozóáram hatásainak összehasonlítására az eddig használt csúcserőértékek már nem alkalmasak. A gyakorlati alkalmazások kapcsán ezért bevezetjük a **különböző középértékek** fogalmát.

Effektív (négyzetes) középérték. A váltakozóáram effektív vagy négyzetes középértékét az áram hőhatása alapján határozhatjuk meg. A *Joule*-törvény értelmében az R ellenálláson hővé alakuló $P_t = i^2 R$ elektromos teljesítmény pillanatról pillanatra változik. Mivel az összefüggésben R állandó, a hővé alakuló teljesítmény időbeni változása csak egy állandó tényezővel különbözik az áramerősség négyzetének időbeni változásától. Az 5.42. ábra az áramerősség és az áramerősség négyzetének változását mutatja az idő függvényében. A dt idő alatt hővé alakuló elemi munka:

$$P_t dt = i^2 R dt.$$



5.42. ábra. Az áram effektív (négyzetes) középértéke

Az átlagos teljesítményt ebből úgy kapjuk, hogy az elemi munkákat összegezzük egy perióduson belül, és ezt osztjuk a periódusidővel:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 R dt.$$

Az áram effektív vagy négyzetes középértéke azonos azon egyenáram erősségével, amely ugyanazon R ellenálláson az előbb meghatározott átlagos teljesítményt adja:

$$I_{\text{eff}}^2 R = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 R dt,$$

amiből az áram effektív értéke:

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (5.71)$$

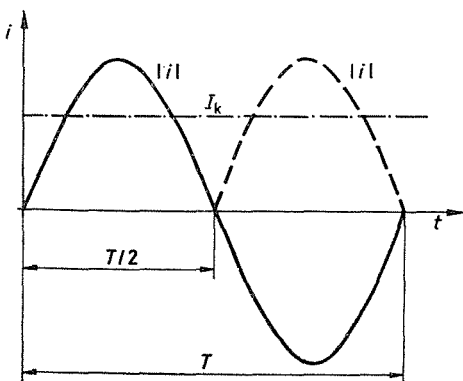
A kapott összefüggés szerint tehát az áram effektív értéke a pillanatértékek négyzetes középértéke. Független az áram időbeni lefolyásától, így a meghatározás általános érvényű.

A szinusztörvény szerint váltakozó áram esetén:

$$I_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{\text{max}}, \quad \text{és} \quad U_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_{\text{max}}.$$

Az elektrotechnikai gyakorlatban legtöbbször a váltakozóáramok és -feszültségek effektív értékeit használjuk, ezért a következőkben index nélküli U és I betűkkel a feszültség, ill. az áram effektív értékét fogjuk jelölni. A pillanatértékek részére továbbra is megtartjuk az u , ill. az i , a csúcserőértékek (maximális értékek) részére pedig az U_{max} , ill. az I_{max} jelölést. A fluxus effektív értéke nem használatos, ezért annak a pillanatértékét Φ_t -vel, csúcserőértékét pedig Φ_{max} -mal jelöljük.

Lineáris (területi) középérték. Az egyenáram és a váltakozóáram közötti egyenértéket a vezetõn átfolyó töltések mennyisége határozza meg. A lineáris középérték



5.43. ábra. Az áram lineáris (területi) középértéke

a pillanatértékek abszolút értékeinek egyszerű középértéke (5.43. ábra):

$$I_k = \frac{1}{T} \int_0^T |i| dt. \quad (5.72)$$

A szinusztörvény szerint váltakozó áram esetén:

$$I_k = \frac{2}{\pi} I_{\max}, \quad \text{és} \quad U_k = \frac{2}{\pi} U_{\max}.$$

Az elektrotechnikai gyakorlatban a lineáris (területi) középérték az effektív (négyzetes) középértéknél viszonylag kisebb jelentőségű. Főleg az egyenirányított váltakozó-áramok és elektrokémiai folyamatok számításakor használatos. *Elektrolitikus*, ill. *egyenirányított középértéknek* is szokták nevezni, mert az egyenirányított váltakozó-áram az elektrolitból annyi anyagot választ ki, mint az I_k -val egyenlő erősségű egyen-áram. Leggyakrabban azonban csak az áram vagy a feszültség középértékeként említik.

e) **Váltakozóáramú áramkörök elemei.** A váltakozóáramú áramkörökben az áramok és a feszültségek viszonyát a körben levő *ohmos ellenállások*, *induktivitások* és *kapacitások* határozzák meg.

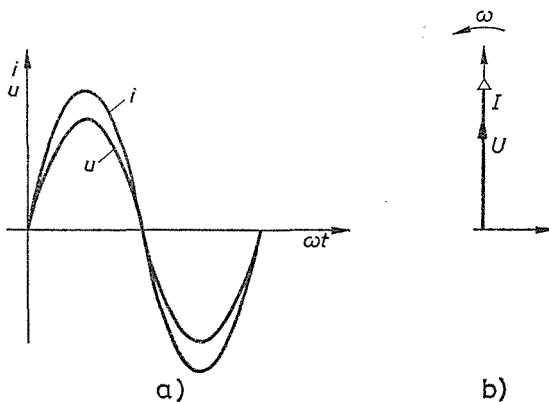
Ohmos (hatásos) ellenállás. Ha R ohmos (hatásos) ellenállást tartalmazó váltakozóáramú áramkörben $i = I_{\max} \sin \omega t$ pillanatértékű váltakozóáram folyik, akkor az *Ohm-törvény* értelmében az áram által létrehozott feszültségesés pillanatértéke:

$$u = Ri = RI_{\max} \sin \omega t.$$

Mivel $U_{\max} = RI_{\max}$;

$$u = U_{\max} \sin \omega t. \quad (5.73)$$

Eszerint ohmos ellenálláson folyó váltakozóáram vele fázisban levő feszültségesést létesít (5.44. ábra). Ezért a vektorábrán az ohmos ellenálláson létrejövő feszültségesést és az ezt létesítő áramot egyirányúnak vesszük fel.



5.44. ábra. Ohmos (hatásos) ellenállás hatása váltakozóáramú áramkörben
a) feszültség és áram időbeni változása;
b) vektorábra

Az $U_{\max} = RI_{\max}$ összefüggés mindkét oldalát $\sqrt{2}$ -vel osztva az effektív értékek közötti összefüggést kapjuk:

$$U = IR.$$

Az ohmos ellenálláson létrejövő feszültségés effektív értékét – az egyenáram által létesített feszültségéshez hasonlóan – a következőkben ohmos feszültségésnek mondjuk és U_R -rel jelöljük:

$$U_R = IR,$$

és vektoros alakban:

$$\mathbf{U}_R = I\mathbf{R}.$$

Ha tehát az áramot I komplex számmal jellemezzük, akkor \mathbf{U}_R ohmos feszültségésést I -nek R -rel való szorzása adja. A vektor pozitív valós számmal való szorzása a vektort csak nyújtja vagy rövidíti, de nem forgatja el.

Induktivitás. Ha az L öninduktivitású tekercsen átfolyó áram nagysága változik, akkor a tekercsben az 5.1.3. pontban ismertetettek szerint:

$$u_i = L \frac{di}{dt}$$

nagyságú feszültség indukálódik. Ha az áram szinuszosan váltakozik, akkor az indukált feszültség:

$$u_i = L \frac{d}{dt} (I_{\max} \sin \omega t) = L\omega I_{\max} \cos \omega t.$$

Mivel a feszültség maximális értéke:

$$U_{\max} = L\omega I_{\max},$$

ezért az indukált feszültség:

$$u_i = U_{\max} \cos \omega t. \quad (5.74)$$

Ez utóbbi összefüggésből kitétnik, hogy ha az áram a szinusztörvény szerint változik, akkor az indukált feszültség is a szinusztörvény szerint fog változni (5.45a ábra). Ezenkívül közöttük *fáziskülönbség* is van, vagyis az öninduktivitáson létrejövő feszültség 90° -kal siet az őt létrehozó áramhoz képest.

Az $U_{\max} = L\omega I_{\max}$ összefüggés mindkét oldalát $\sqrt{2}$ -vel osztva, az effektív értékek közötti összefüggést kapjuk:

$$U = L\omega I.$$

Az összefüggésben $L\omega = X_L$ az *induktív reaktancia* (*induktív meddőellenállás*).

Az induktív reaktancia mértékegysége az ohm; jele: Ω . Ugyanis az $X_L = L\omega$ összefüggés szerint $1 \text{ H} \cdot \text{s}^{-1} = 1 \Omega \cdot \text{s} \cdot \text{s}^{-1} = 1 \Omega$. Az induktív reaktancia más SI-egységgel kifejezve:

$$1 \Omega = 1 \text{ V/A}.$$

Az öninduktivitáson létrejövő feszültségesés effektív értékét — az előbbiekhöz hasonlóan — a jövőben induktív feszültségesésnek mondjuk, és U_L -lel jelöljük:

$$U_L = L\omega I = X_L I.$$

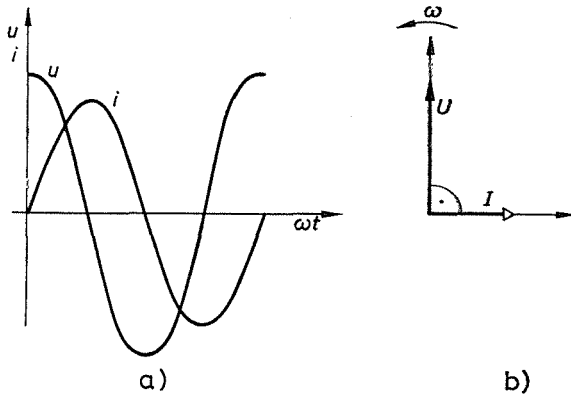
Az előbbi összefüggések csak a feszültség és az áram nagysága között állapítanak meg összefüggéseket. A komplex írásmód segítségével a szemléletesebb vektoros alakot kaphatjuk a következők szerint:

Az $u_i = L \frac{di}{dt}$ összefüggésbe helyettesítsük az áramvektor $I = I_{\max} e^{j\omega t}$ exponenciális alakját, akkor az induktív feszültség vektoros alakja:

$$U_L = LI_{\max} \frac{de^{j\omega t}}{dt} = j\omega LI_{\max} e^{j\omega t};$$

$$U_L = j\omega LI = jX_L I.$$

A j -vel való szorzás 90° -os fázisforgatást jelent a pozitív forgásirányban. Ebből látható, hogy az *induktív feszültség* 90° -kal *siet az áramhoz képest* (5.45b ábra). A feszültségvektort tehát úgy kapjuk, hogy az I komplex vektort megszorozzuk a jX_L tiszta képzetes számmal.



5.45. ábra. Az öninduktivitás hatása váltakozóáramú áramkörben

a) feszültség és áram időbeni változása
b) vektorábra

Kapacitás. A C kapacitású kondenzátor kapcsain levő u feszültség, a Q_t töltés és a kondenzátor C kapacitása között — az 5.1.2. pontban ismertetettek szerint — a következő összefüggés áll fenn:

$$Q_t = Cu.$$

A feszültség változása a töltés változását vonja maga után:

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{C} \cdot \frac{dQ_t}{dt}.$$

Minthogy $dQ_t/dt = i$, a kondenzátor töltőárama:

$$i = C \frac{du}{dt}.$$

Színuszosan váltakozó feszültség esetén:

$$i = C \frac{d}{dt} (U_{\max} \sin \omega t) = C \omega U_{\max} \cos \omega t.$$

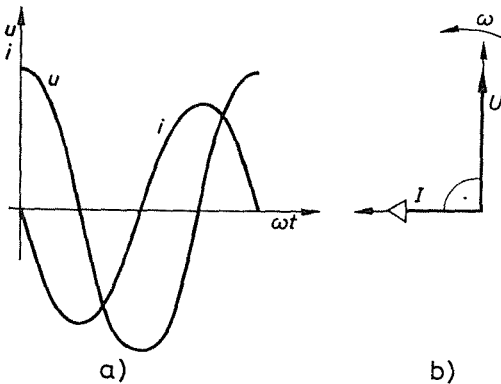
Mivel az áram maximális értéke:

$$I_{\max} = C \omega U_{\max},$$

ezért az áram pillanatértéke:

$$i = I_{\max} \cos \omega t. \quad (5.75)$$

Az összefüggésből látható, hogy ha a feszültség a szinusztörvény szerint változik, akkor az áram is a szinusztörvény szerint fog változni (5.46a ábra). Továbbá



5.46. ábra. A kapacitás hatása váltakozóáramú áramkörben

a) feszültség és áram időbeni változása;
b) vektorábra

közöttük *fáziskülönbség* van: a kapacitáson át folyó áram 90° -kal *siet* az *ő*t létrehozó feszültséghez képest.

Az $I_{\max} = C \omega U_{\max}$ összefüggés mindkét oldalát $\sqrt{2}$ -vel osztva és U -ra rendezve, az effektív értékek közötti összefüggés:

$$U = \frac{1}{\omega C} I.$$

Az összefüggésben $1/\omega C = X_C$ a *kapacitív reaktancia* (kapacitív meddő ellenállás).

A kapacitív reaktancia mértékegysége az ohm; jele: Ω . Ugyanis az $X_C = 1/\omega C$ összefüggés szerint $1/(\text{F} \cdot \text{s}^{-1}) = 1 \text{ V} \cdot \text{s}/(\text{A} \cdot \text{s}) = 1 \Omega$.

A kapacitáson létrejövő feszültségésés effektív értékét – az előbbiekhöz hasonlóan – a jövőben kapacitív feszültségésésnek mondjuk és U_C -vel jelöljük:

$$U_C = \frac{1}{C \omega} I = X_C I.$$

Az előbbiekhöz hasonlóan a komplex írásmód segítségével a szemléletesebb *vektoros alakot* kaphatjuk a következők szerint:

Az $i = C \frac{du}{dt}$ összefüggésben helyettesítsük a feszültségvektor $U = U_{\max} e^{j\omega t}$ exponenciális alakját, akkor a kapacitáson átfolyó áram vektoros alakja:

$$I = CU_{\max} \frac{de^{j\omega t}}{dt} = j\omega CU_{\max} e^{j\omega t};$$

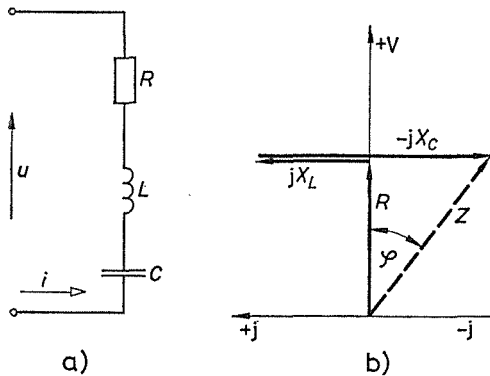
$$I = j\omega CU.$$

Az egyenletet U -ra rendezve ismét az *Ohm-törvény*hez hasonló alakot kapjuk:

$$U = \frac{1}{j\omega C} I = -j X_C I.$$

A $-j$ -vel való szorzás 90° -os forgatást jelent a pozitív forgásiránnyal ellentétes irányban. Ebből látható, hogy a kapacitáson levő feszültség 90° -kal késik az őt létrehozó áramhoz képest (5.46b ábra). A feszültségvektort tehát úgy kapjuk, hogy az I komplex áramvektort megszorozzuk $-j X_C$ tiszta képzetes számmal.

Az általános Ohm-törvény. Impedancia. Egy váltakozóáramú áramkörben az 5.47a ábra szerint kapcsoljuk sorba az R rezisztenciát, az L öninduktivitású tekercset és a C kapacitású kondenzátort. Vizsgáljuk meg, hogy a kapcsolokon milyen feszültségek keletkeznek, ha az elemeken keresztül időben változó i áram folyik.



5.47. ábra. Az általános *Ohm-törvény* vázlatja

a) sorba kapcsolt L , R és C ;
b) az impedancia ábrázolása

Az R rezisztencián létrejövő feszültség minden időpillanatban egyenlő az áram és a rezisztencia szorzatával:

$$u_R = iR.$$

Az L öninduktivitású tekercsben:

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

feszültség indukálódik. A C kapacitáson létrejövő feszültség pedig:

$$u_C = \frac{1}{C} \int i dt.$$

A kapcsolokon levő feszültség a *Kirchhoff*-huroktörvény értelmében az egyes rész-feszültségek összegeként számítható:

$$u = u_R + u_L + u_C = iR + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt. \quad (5.76)$$

Ez a másodfokú inhomogén differenciálegyenlet az *általános Ohm-törvény*. Ennek általános megoldásával nem foglalkozunk. A gyakorlatban ugyanis általában szinuszos áram folyik az 5.47a ábrán vázolt áramkörben, így komplex vektorokkal egyszerűbb és könnyebb a megoldás.

Legyen az áramvektor exponenciális alakja $I = I_{\max} e^{j\omega t}$, akkor az (5.76) összefüggés szerint:

$$U = RI_{\max} e^{j\omega t} + LI_{\max} \frac{de^{j\omega t}}{dt} + \frac{1}{C} I_{\max} \int e^{j\omega t} dt,$$

amiből a műveletek elvégzése után az

$$U = RI_{\max} e^{j\omega t} + jL\omega I_{\max} e^{j\omega t} - j\frac{1}{\omega C} I_{\max} e^{j\omega t}$$

összefüggést kapjuk. Áttérve az effektív értékekre, és rendezve az egyenletet:

$$U = I \left[R + j \left(L\omega - \frac{1}{\omega C} \right) \right],$$

ill. $X_L = L\omega$ és $X_C = 1/\omega C$ bevezetésével

$$U = I[R + j(X_L - X_C)].$$

A szögletes zárójelben levő kifejezés komplex mennyiség, (*komplex impedanciának* nevezzük, és Z betűvel jelöljük:

$$Z = R + j[(X_L - X_C)]. \quad (5.77)$$

A (komplex) impedancia mértékegysége az ohm; jele: Ω . Más SI-egységgel kifejezve: $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$.

Helyettesítsük az összefüggésben $X_L - X_C = X$ -et, akkor a (komplex) impedancia:

$$Z = R + jX,$$

és ezzel az általános *Ohm-törvényre* az igen egyszerű

$$U = IZ \quad \text{V} \quad (5.78)$$

összefüggést kapjuk.

A (komplex) impedancia vektorábrájának szerkesztése az (5.77) összefüggés alapján az 5.47b ábra szerint történik. Először a valós tengelyre felmérjük az R rezisztencia értékét, majd ehhez hozzáadjuk a jX_L és $-jX_C$ komplex értékeket. A Z mint komplex szám felírható exponenciális alakban is:

$$Z = |Z| e^{j\varphi},$$

ahol az impedancia abszolút értéke (látszólagos ellenállása):

$$Z = |Z| = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad (5.79)$$

továbbá az impedancia és a valós tengely által bezárt szög:

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R}. \quad (5.80)$$

Az ismertett összefüggések és a vektorábra gyakorlati alkalmazása szempontjából a következőkre kívánjuk a figyelmet felhívni.

Ha a Z (komplex) impedancián $I = |I| e^{j\varphi_1}$ áram folyik, amely az impedancián $U = |U| e^{j\varphi_2}$ feszültséget létesít, akkor a Z impedancia:

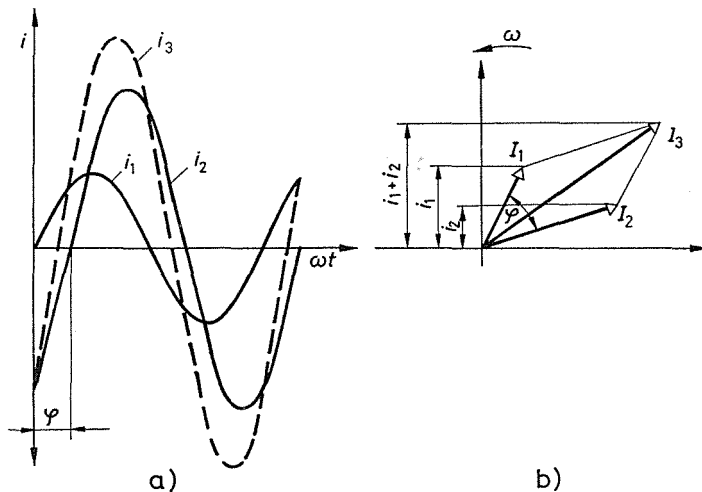
$$Z = \frac{U}{I} = \frac{|U|}{|I|} e^{j(\varphi_2 - \varphi_1)} = |Z| e^{j\varphi},$$

tehát $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Az áram és a feszültség közötti fáziskülönbség egyenlő a (komplex) impedancia ún. belső szögével. Amennyiben φ pozitív (induktív jellegű reaktancia esetén), akkor az áram késik a feszültséghez képest, ha pedig a φ negatív (kapacitív jellegű reaktancia esetén), akkor siet. A fáziskülönbség koszinuszát **teljesítménytényezőnek** nevezzük. A teljesítménytényező az 5.47. ábrából:

$$\cos \varphi = \frac{R}{|Z|}.$$

A teljesítménytényezőről a g) pontban még további ismertetést adunk.

f) **A Kirchhoff-törvények általánosítása.** Az 5.1.1. pontban – az egyenáramnál – megismert Kirchhoff-törvények megfelelő általánosításokkal az azonos frekvenciájú szinuszosan váltakozó áramokra is kiterjeszthetők. Mivel a törvények egészen álta-

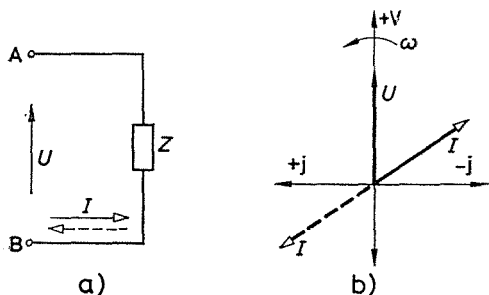


5.48. ábra. A szinusztörvény szerint változó, azonos frekvenciájú áramok összegezése
a) pillanatértékek összegezésével; b) vektorok összegezésével

lános érvényűek, így alkalmazhatók a váltakozó mennyiségek pillanatértékeire is. Elágazó vezeték főágában I_3 , az elágazásokban pedig I_1 , ill. I_2 áram folyik. A főágban folyó I_3 áram i_3 pillanatértékét az elágazásokban folyó I_2 áram i_2 , ill. I_1 áram i_1 pillanatértékeinek összegezésével kapjuk (5.48a ábra). Szemléletesebb az eredmény, ha az I_1 és I_2 áramot forgó vektorokkal (I_1 és I_2) ábrázoljuk, és az I_3 eredőt a vektorok összeadására vonatkozó ismert szabályok szerint szerkesztjük meg (5.48b ábra). A vektorábrán rögzített időpontban I_3 -nak i_3 pillanatértékét úgy kapjuk, hogy az I_1 és I_2 vetületeit, i_1 -et és i_2 -t összeadjuk: $i_3 = i_1 + i_2$. Hasonló eredményt kapunk, ha a komplex áramvektorokat vektorosan összegezzük:

$$I_3 = I_1 + I_2.$$

A Kirchhoff-törvények általános alakjainak felírása előtt még meg kell állapodnunk a vonatkoztatási irányokban. Az 5.1.1. pontban az egyenáramú mennyiségek-nél megállapodtunk a vonatkoztatási irányokban, és a törvények matematikai kifejezését erre vonatkoztattuk. Az egyes mennyiségekre pozitív vagy negatív számértékeket kaptunk aszerint, hogy a vonatkoztatási irányok megegyeztek-e a tényleges irányokkal vagy ellentétesek voltak. Váltakozó mennyiségek esetében tényleges irányokról nem beszélhetünk, hiszen ezek folytonosan változnak, mégis a mennyiségek matematikai jellemzése szempontjából nem közömbös, hogyan választjuk meg a vonatkoztatási irányt. Ennek alátámasztására tekintsük meg az 5.49. ábrát. Az 5.49a ábrán látható kétpólus A és B pontja között váltakozóáram folyik. Ha a feszültség vonat-



5.49. ábra. A vonatkoztatási irányok megválasztása fogyasztó esetén

a) vonatkoztatási irányok kétpólusú fogyasztóval; b) vektorábra a megválasztott vonatkoztatási irányokhoz

koztatási irányát B -től A felé választjuk, akkor az áram vonatkoztatási irányát is B -től A felé kell választani (az ábrán folytonos áramirány). Az 5.49b ábrán forgó vektorral ábrázoltuk ugyanezt az áramot. A feszültséget a valós tengely irányában és értelmében rajzoljuk fel, és így, ha az áramvektor a felső fél síkon van, akkor pozitívnak tekintjük. Ebben az esetben az öninduktivitáson folyó áram vektorát 90° -kal a feszültség mögé, ill. a kapacitáson folyót a feszültség elé rajzolhatjuk. Az ábrából az is látható, hogy pl. az áramvektor vonatkoztatási irányának megváltoztatása (az ábrákon szaggatott vonalak) a vektor 180° -os elforgatását jelentené. Egy mennyiség esetén nincs jelentősége a vonatkoztatási irány rögzítésének, hiszen ilyenkor a pillanatértékek ismerete általában nem szükséges, két vagy több mennyiség esetében (pl. két feszültség) azonban a vonatkoztatási irányok egyértelmű rögzítése fel-tlenül szükséges.

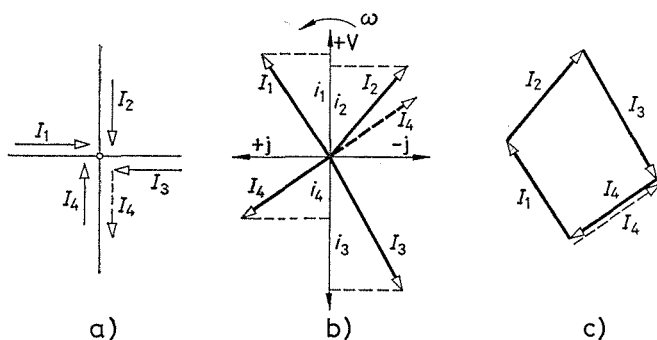
A Kirchhoff-törvények általános alakjának felírásakor — az előzők értelmében — először rögzítenünk kell a vonatkoztatási irányokat. A csomóponti törvény felírása céljából a vonatkoztatási irányokat úgy rögzítjük, hogy valamennyi a csomópont

felé mutasson (5.50a, b és c ábrán a folytonos vonal). Ebben az esetben az áramok pillanatértékeinek összege nulla:

$$\sum_{x=1}^n i_x = 0.$$

A vektorábrából látható, hogy ez csak akkor igaz minden időpontban, ha a csomópontba befolyó áramok komplex vektorainak összege nulla, vagyis az áramvektorok záródó sokszöget alkotnak. Ez az általánosított csomóponti törvény:

$$\sum_{x=1}^n I_x = 0. \quad (5.81)$$



5.50. ábra. Vázlat a *Kirchhoff* első általánosított csomóponti törvényéhez adott vonatkoztatási irányokkal

a) elágazás adott vonatkoztatási irányokkal; b) áramvektorok a komplex számsíkon; c) vektorsokszög

Ha például az I_4 vonatkoztatási irányát megváltoztatjuk, akkor az I_4 áramvektor a másik három áramvektor eredője (az ábrákon a szaggatott vonatkoztatási irány, ill. vektor), vagyis a vonatkoztatási irány megváltoztatásával 180° -kal elfordított vektort kapunk. Ebben az esetben a csomóponti törvény szerint:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0.$$

Hasonló megfontolással általánosíthatjuk a huroktörvényt is. Ha egy körben a beiktatott feszültségeken kívül ohmos, induktív és kapacitív feszültségek is vannak, és e feszültségek vonatkoztatási irányait azonos körüljárási értelemben választjuk (5.51a és b ábra), akkor pillanatértékeik algebrai összege nulla:

$$\sum_{x=1}^n u_x = 0.$$

A vektorábrából ismét látható (5.51c ábra), hogy ez csak akkor igaz minden időpillanatban, ha a feszültségvektorok összege nulla, vagyis azok zárt sokszöget alkotnak:

$$\sum_{x=1}^n U_x = 0. \quad (5.82)$$

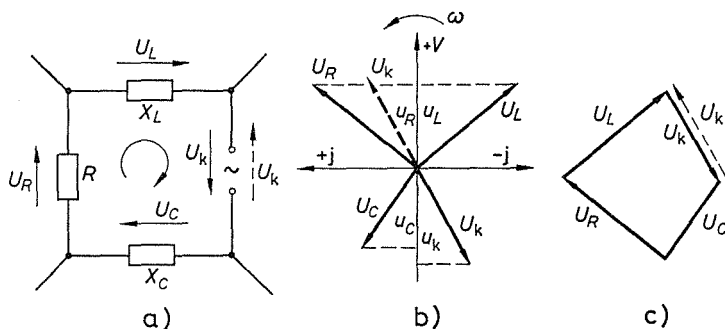
Ha azon egyik feszültségvektor, pl. U_k vonatkoztatási irányát megváltoztatjuk, akkor a huroktörvény szerint:

$$U_R + U_L + U_C - U_k = 0,$$

vagyis U_k vektora az előbbihez képest 180° -kal megfordult.

Összefoglalva az eddig ismertetetteket, váltakozóáramú körök esetén a *Kirchhoff*-törvényeket a következőképpen alkalmazzuk:

A vonatkoztatási irányokat először rögzítjük. Egyetlen feltétel, hogy az ohmos, induktív és kapacitív ellenállásokon folyó áramok vonatkoztatási irányainak meg kell egyezniük az azokon létrejövő ohmos, induktív és kapacitív feszültségek vonatkoztatási irányával.



5.51. ábra. Vázlat a *Kirchhoff* második általánosított huroktörvényéhez adott vonatkoztatási irányokkal

a) hurok adott vonatkoztatási irányokkal; b) feszültségvektorok a komplex számsíkon; c) vektorsokszög

A rögzített vonatkoztatási irányokat egyenáramú mennyiségek tényleges irányainak tekintjük és a *Kirchhoff*-törvényeknek a rögzített vonatkoztatási irányoknak megfelelő összefüggéseit ilyen szemlélet alapján írjuk fel. Ezek az összefüggések alakilag megegyeznek az egyenáramú körökre felírt *Kirchhoff*-törvényekkel, azzal a különbséggel, hogy az egyes mennyiségeket ott valós, itt pedig komplex számokkal jellemzik. Ezért valamennyi műveletet a komplex számokra érvényes műveleti szabályokkal kell képezni.

g) **Impedanciák kapcsolása. Impedanciák soros kapcsolása.** Az impedancia általános esetben:

$$Z = jR + jX,$$

ahol $X = X_L - X_C$, az induktív és kapacitív reaktanciák különbsége. Az impedancia tiszta ohmos ellenállás esetében pozitív, valós, tiszta induktivitás, ill. kapacitás esetén tiszta, pozitív, ill. negatív képzetes szám. Általános esetben pedig egy valós és egy képzetes részből áll. A váltakozóáramú körök elemein (ellenállás, induktivitás, kapacitás) átfolyó áramok és az azokon létrejövő feszültségesések között (feltételezve az öninduktivitás állandóságát) egyenes arányosság van.

Ha egy váltakozóáramú körben több impedancia van sorba kapcsolva (5.52a ábra), és mindegyiken ugyanaz az I áram folyik át, akkor azok egyetlen eredő im-

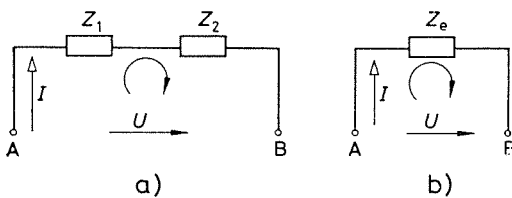
pedanciával (5.52b ábra) helyettesíthetők. Ugyanis a huroktörvényt alkalmazva írható:

$$U = IZ_1 + IZ_2 = I(Z_1 + Z_2) = IZ_e,$$

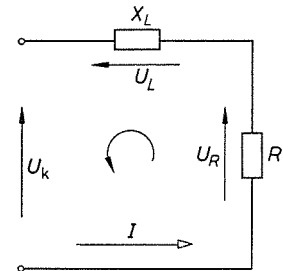
vagyis

$$Z_e = Z_1 + Z_2. \quad (5.83)$$

A kapott összefüggés szerint sorba kapcsolt impedanciák eredője a részimpedanciák összegeként számítható. Mivel ezek komplex számok, az eredő is komplex szám lesz, amelynek valós része a részimpedanciák valós részének összegével, képzetes része pedig a részimpedanciák képzetes részének összegével lesz egyenlő.



5.52. ábra. Impedanciák soros kapcsolása
a) sorba kapcsolt impedanciák; b) sorba kapcsolt impedanciák eredője



5.53. ábra. Ohmos (hatásos) ellenállás és induktivitás sorba kapcsolása

Induktív reaktancia és ohmos ellenállás sorba kapcsolása. Az 5.53. ábra szerint X_L induktív reaktanciájú tekercset és R ellenállást kapcsolunk sorba. Az áramkört U_k feszültségű hálózatról tápláljuk, amelynek hatására az áramkörben I erősségű áram folyik. A vektorábra megrajzolásához az U_k kapocsfeszültségből indulunk ki. A huroktörvény alapján felírhatjuk a következő összefüggést:

$$U_k = U_L + U_R = jX_L I + RI = I(R + jX_L) = IZ.$$

Az összefüggésből

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}, \quad \varphi = \arctg X_L/R,$$

és $|I| = |U|/|Z|$. Ezen adatok birtokában a feszültségek vektorábrája és kördiagramja könnyen megrajzolható a következő megfontolások alapján (5.54a ábra). Az U_k feszültségvektort a pozitív valós tengely irányába rajzoljuk. Ehhez képest φ szöggel visszaforgatva felrajzoljuk az I áramvektort. Az induktív és ohmos feszültségek egymásra merőlegesek, továbbá vektoros összegük az U_k kapocsfeszültség. Ezenkívül az induktív feszültség a j -vel való szorzás miatt I vektorára merőleges, és 90° -kal azt megelőzi. A rezisztencia vagy a reaktancia értékének változása következtében az I áramvektor abszolút értéke és φ szöge is változik, ami az ohmos és induktív feszültségek (nagyságának és irányának) változását vonja maga után. Könnyen belátható (Thalész tételéből), hogy ebben az esetben a vektorábrán jelölt B pont az U_k átmérőjű körön mozog, amiből U_R és U_L változása is könnyen szemléltethető.

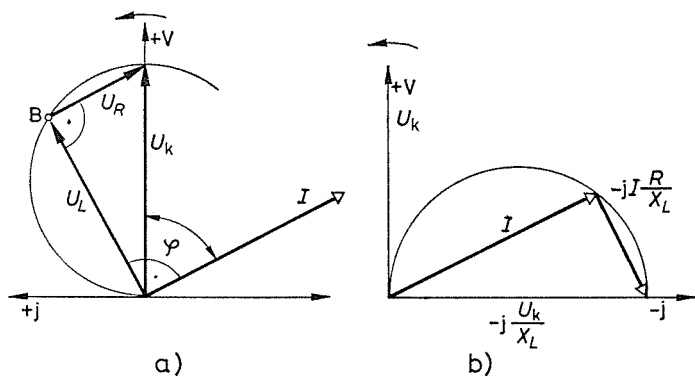
Az I áramvektor ábrázolása céljából alakítsuk át az

$$U_k = jX_L I + RI$$

összefüggést oly módon, hogy mindkét oldalát jX_L -lel osztjuk:

$$-j \frac{U_k}{X_L} = I - jI \frac{R}{X_L}.$$

Az összefüggésnek megfelelően az 5.54b vektorábrán a $-jU_k/X_L$ vektor a negatív képzetes tengely irányába mutat, és egyenlő az I és a $-jIR/X_L$ vektor összegével. Ez utóbbi vektor a $-j$ -vel való szorzás miatt 90° -kal késik az I vektorhoz képest.



5.54. ábra. Vektorára és kördiagram sorba kapcsolt ohmos (hatásos) ellenállás és induktivitás esetén

a) feszültség-vektorára és -kördiagram; b) áramvektorára és -kördiagram

A rezisztencia vagy a reaktancia változása következtében az I vektor és a jIR/X_L vektor nagysága és iránya változó. Könnyen belátható azonban (*Thalész tételéből*), hogy a jIR/X_L vektor bármely értékénél az I áramvektor végpontjának a $-jU_k/X_L$ átmérőjű körön kell mozognia. Ezért nevezik áramvektor-diagramnak. Ez megmutatja, hogy az áramot meghatározó mennyiségek előírt változása esetén az *áramvektorának végpontja* milyen görbén mozog. Ez a görbe jelen esetben kör, de lehet más, magasabb rendű görbe vagy egyenes is.

5.13. példa. Számítsuk ki az 5.55a ábrán vázolt áramkörben folyó áramot; az ellenállás és a tekercs kapcsain mérhető feszültséget, és végül rajzoljuk fel a vektorábrát. Az ábrán vázolt áramkört $U = 220$ V-os, $f = 50$ Hz-es kisfeszültségű, váltakozóáramú hálózatból tápláljuk. Az ellenállás $R = 100 \Omega$, a tekercs öninduktivitása pedig $L = 0,5$ H.

A tekercs induktív reaktanciája:

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \text{ s}^{-1} \cdot 0,5 \text{ V} \cdot \text{s/A} = 157 \Omega.$$

Az áramkör (komplex) impedanciája:

$$Z = R + jX_L = 100 \Omega + j157 \Omega.$$

Az impedancia abszolút értéke (látszólagos ellenállása):

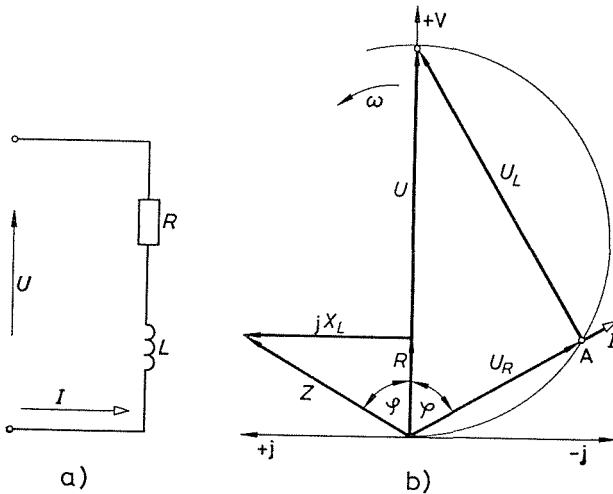
$$Z = |Z| = |100 \Omega + j157 \Omega| = \sqrt{100^2 \Omega^2 + 157^2 \Omega^2} = 186 \Omega.$$

Az áramkörben folyó áram abszolút értéke:

$$|I| = \frac{|U|}{|Z|} = \frac{220 \text{ V}}{186 \text{ V/A}} = 1,18 \text{ A.}$$

Az áramkörben folyó áramot komplex módszerrel is számíthatjuk:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220 \text{ V}}{100 \text{ V/A} + j157 \text{ V/A}}$$



5.55. ábra. Ellenállás és tekercs sorba kapcsolása
a) elvi kapcsolási rajz; b) vektorábra

A nevező valós alakra hozása érdekében mind a számlálót, mind pedig a nevezőt szorozzuk a nevező konjugáltjával:

$$I = \frac{220 \text{ V}}{100 \text{ V/A} + j157 \text{ V/A}} \cdot \frac{100 \text{ V/A} - j157 \text{ V/A}}{100 \text{ V/A} - j157 \text{ V/A}} = \frac{220 \text{ V} (100 \text{ V/A} - j157 \text{ V/A})}{100^2 \text{ V}^2/\text{A}^2 + 157^2 \text{ V}^2/\text{A}^2} =$$

$$= \frac{22\,000 \text{ V}^2/\text{A} - j34\,540 \text{ V}^2/\text{A}}{34\,650 \text{ V}^2/\text{A}^2} = 0,637 \text{ A} - j0,997 \text{ A.}$$

Az áram abszolút értéke:

$$|I| = |0,637 \text{ A} - j0,997 \text{ A}| = \sqrt{0,637^2 \text{ A}^2 + 0,997^2 \text{ A}^2} = 1,18 \text{ A.}$$

A teljesítménytényező:

$$\cos \varphi = \frac{R}{|Z|} = \frac{100 \Omega}{186 \Omega} = 0,538.$$

A fáziskülönbség a feszültség és az áram között:

$$\varphi = 57^\circ 30'.$$

Az ellenállás kapcsain mérhető feszültség:

$$U_R = |I| R = 1,18 \text{ A} \cdot 100 \text{ V/A} = 118 \text{ V.}$$

A tekercs kapcsain mérhető feszültség:

$$U_L = |I| X_L = 1,18 \text{ A} \cdot 157 \text{ V/A} = 185 \text{ V}.$$

A vektorábrát *Kirchhoff* II. (hurok-) törvénye alapján felírt

$$U = U_R + U_L = IR + jIX_L$$

feszültségegyenlet alapján rajzoljuk meg. A vektorábrát az 5.55b ábra szemlélteti. A vektorára szerkesztésekor úgy indulunk ki, hogy az U tápfeszültséget a pozitív valós tengely irányában mérjük fel a választott feszültségléptéknek megfelelően. Az áramvektor φ szöggel késik a feszültségvektorhoz képest, mivel a Z impedancia induktív jellegű, amint azt a megszerkesztett Z vektor is mutatja. U_R ohmos feszültségvektor fázisban van az áramvektorával, U_L induktív feszültségvektor $+j$ -vel való szorzás következtében 90° -kal megelőzi U_R vektorát. Az U_R és az U_L feszültségvektor vektoros eredője egyenlő az U tápfeszültség vektorával.

A vektorábrával kapcsolatban a következőkre kívánjuk felhívni a figyelmet:

A feszültségvektort a pozitív valós tengelyen ábrázolva törvényszerű, hogy a Z és az I vektora a valós tengellyel egyenlő szöget zár be, mivel

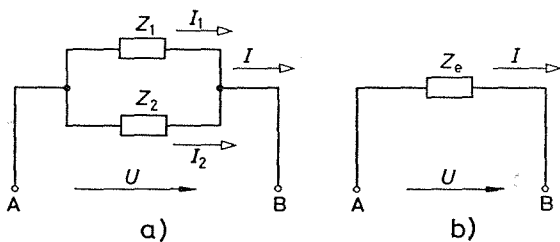
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{|U|}{|Z| e^{j\varphi}} = \frac{|U|}{|Z|} e^{-j\varphi}.$$

Az összefüggés szerint az áramvektor irányát úgy kapjuk meg, hogy az impedanciavektort a pozitív valós tengelyre felvett feszültségvektorra tükrözzük.

Míg a feszültség- és áramvektorok ω szögsebességgel körbeforgó szinuszos jelenséget ábrázoló függvények, addig R , X_L , X_C és Z vektor állandó mennyiségek, tehát nem forognak.

Az áramköri elemek értékeinek változtatásával a vektorábra A pontja egy *Thalész*-körön mozdul el úgy, hogy U_L mindig merőleges U_R -re, és azt 90° -kal megelőzi.

Impedanciák párhuzamos kapcsolása. Az 5.56a ábra szerint párhuzamosan kapcsolt Z_1 és Z_2 impedanciákon I_1 , ill. I_2 áram folyik. Kérdés, hogy a két impedanciát



5.56. ábra. Impedanciák párhuzamos kapcsolása

a) párhuzamosan kapcsolt impedanciák; b) párhuzamosan kapcsolt impedanciák eredője

mekkora egyetlen Z_e impedanciával lehet helyettesíteni úgy (5.56b ábra), hogy azon az U feszültség hatására

$$I = I_1 + I_2$$

áram folyjék. Párhuzamos kapcsolás esetén mindkét impedanciára azonos feszültség jut, ezért

$$I_1 = \frac{U}{Z_1}, \quad I_2 = \frac{U}{Z_2}; \quad \text{és} \quad I = \frac{U}{Z_e}.$$

Helyettesítsük ezeket az $I = I_1 + I_2$ összefüggésbe, ekkor

$$\frac{U}{Z_e} = \frac{U}{Z_1} + \frac{U}{Z_2},$$

ill. U -val egyszerűsítve:

$$\frac{1}{Z_e} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}. \quad (5.84)$$

Párhuzamosan kapcsolt impedanciák eredőjének reciprok értéke egyenlő az egyes részimpedanciák reciprok értékeinek összegével.

Az impedancia reciprok értékét **admittanciának** nevezzük. Az admittancia mértékegysége a siemens; jele: S. Más SI-egységgel kifejezve: $1 \text{ S} = 1 \text{ A/V}$.

$$\frac{1}{Z} = Y$$

helyettesítéssel

$$Y_e = Y_1 + Y_2. \quad (5.85)$$

Párhuzamosan kapcsolt admittanciák eredője az egyes részadmittanciák összege.

h) A váltakozóáram teljesítménye. A váltakozóáramú teljesítmény pillanatértéke a feszültség és az áramerősség pillanatértékeinek szorzata:

$$p = ui.$$

Általános esetben a fogyasztók többsége induktív jellegű, ezért:

$$u = U_{\max} \sin \omega t \quad \text{és} \quad i = I_{\max} \sin (\omega t - \varphi),$$

így a teljesítmény pillanatértéke:

$$p = ui = U_{\max} I_{\max} \sin \omega t \sin (\omega t - \varphi),$$

ill. a trigonometriából ismert $\sin \omega t \sin (\omega t - \varphi) = 1/2[\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi)]$ összefüggés, és az effektív értékek helyettesítésével:

$$p = UI[\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi)].$$

Az 5.57. ábra a feszültség, az áram és a teljesítmény változását mutatja az idő függvényében. Az ábrából látható, hogy a teljesítmény pillanatértékei a feszültség és az áram pillanatértékeinek szorzataként adódnak, továbbá hogy a teljesítmény pillanatértékei kétszeres frekvenciával lengenek az $UI \cos \varphi$ átlagérték körül. A teljesítmény egy periódusra vett átlagértéke:

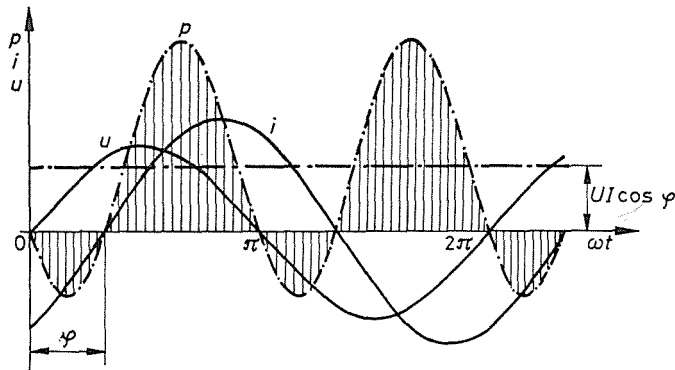
$$P = UI \cos \varphi,$$

mivel

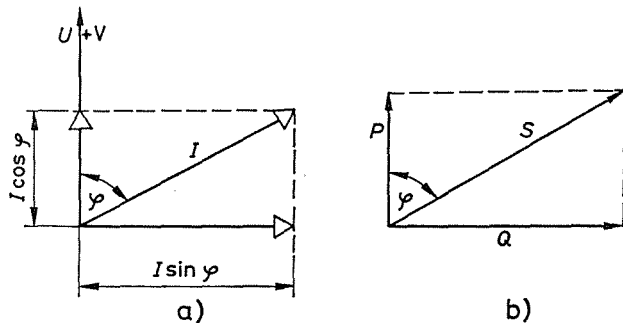
$$\int_0^T \cos (2\omega t - \varphi) dt = 0.$$

A váltakozóáram teljesítménye tehát a feszültség és az áramerősség effektív értékek, valamint a köztük levő fáziskülönbségi szög koszinuszának (a teljesítménytényezőnek) a szorzata.

Az 5.58a ábrán az áram vektorát felbontottuk a feszültség vektorának irányába eső és az arra merőleges összetevőre. Teljesítményt, ill. munkát csak a feszültség



5.57. ábra. A teljesítmény időbeni változása



5.58. ábra. Az áram és a teljesítmény ábrázolása

a) az áramvektor felbontása összetevőire; b) a teljesítmények ábrázolása

irányába eső $I \cos \varphi$ összetevő ad, ezért az áram hatásos összetevőjének nevezzük. Ugyanígy a

$$P = UI \cos \varphi \quad \text{W} \quad (5.86)$$

átlagteljesítményt hatásos teljesítménynek mondjuk.

A hatásos teljesítmény mértékegysége a watt; jele: W.

Tisztán rezisztenciát (hatásos ellenállást, pl. izzólámpákat) tartalmazó áramkörben $\varphi = 0$, ezért váltakozóáram esetén is a teljesítmény úgy számítható a feszültség és az áramerősség effektív értékek szorzatából, mintha egyenáram volna. Ha pedig $\varphi \neq 0$, akkor a hatásos teljesítmény kisebb az effektív értékek szorzatából adódó

$$S = UI \quad \text{VA} \quad (5.87)$$

ún. *látszólagos teljesítménynél*. Hangsúlyozni kell, hogy a **látszólagos teljesítménynek** semmiféle fizikai jelentése nincs. A fogalom bevezetését mégis az indokolja, hogy a váltakozóáramú gépek méretei egyrészt a feszültségtől, másrészt az áramerősségtől függenek (szigetelési és melegedési szempontok). A váltakozóáramú gépeket és készülékeket ezért általában látszólagos teljesítményükkel jelöljük.

Megkülönböztetés céljából a látszólagos teljesítmény mértékegysége a volt-ampér; jele: VA.

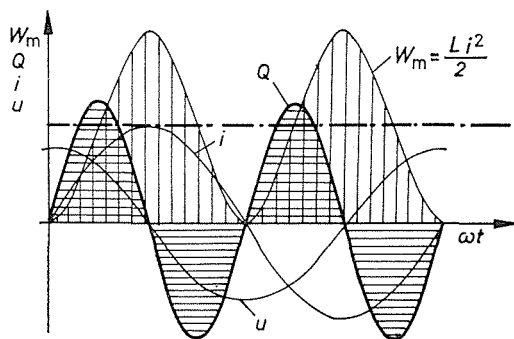
A feszültségre merőleges $I \sin \varphi$ összetevő és a feszültség

$$Q = UI \sin \varphi \text{ var} \quad (5.88)$$

szorzatát **meddő teljesítménynek**, az $I \sin \varphi$ összetevőt pedig az áram meddő összetevőjének nevezzük. A meddő teljesítmény mértékegysége a voltamperreaktív; jele: var.

Az 5.58b ábrából, ill. az (5.86), (5.87) és (5.88) összefüggésekből látható, hogy a hatásos, látszólagos és meddő teljesítmény a megfelelő áramerősszettekkel arányos. Ennek megfelelően az áram vektorábrájához hasonlóan a teljesítmények vektorábráját is felrajzolhatjuk. Ebből a teljesítmények közötti összefüggések könnyen meghatározhatók.

A meddő teljesítmény változását tiszta induktív terhelés esetén az 5.59. ábra szemlélteti. Ebben az esetben $\varphi = 90^\circ$; $P = 0$; $Q = UI$ és $S = UI$. A mágneses



5.59. ábra. Induktív meddőteljesítmény időbeni változása

tétnél ismertetett (5.61) összefüggés szerint az öninduktivitásban tárolt mágneses energia:

$$W_m = \frac{1}{2} L i^2.$$

A teljesítmény pedig általában az energia idő szerinti differenciálhányadosa:

$$Q = \frac{dW_m}{dt}.$$

Ha tehát az áram $\sin \omega t$ szerint változik, akkor a teljesítmény $\sin 2\omega t$ szerint fog változni. Az ábrából tisztán követhető, hogy mialatt az áram növekszik, teljesítményfelvétel, mialatt csökken, teljesítményleadás van. Tehát az induktív fogyasztó az egyik negyed periódusban felvett energiát a másik negyed periódusban visszatáplálja a hálózatba. A meddő teljesítmény előzőekben vázolt változásához jutunk értelem-szerűen tiszta kapacitív terhelés esetén is.

Induktív meddő teljesítmény szükségszerűen van minden olyan készülékben, ahol váltakozóárammal gerjesztünk mágneses mezőt, tehát minden váltakozóáramú gépben. Ez egyben azt is jelenti, hogy a váltakozóáramú gép – mint fogyasztó – induktív jellegű impedanciát jelent.

Amennyiben az áramkörben az ohmos ellenálláson kívül tekercs és kondenzátor is van, akkor az induktív és kapacitív reaktanciák előjeles összegét kell képezni, és a hatásos, meddő és látszólagos teljesítmények értékét úgy kell számítani, ahogyan ezt a $\varphi \neq 0$ esetnél ismertettük. Kivétel az az eset, amikor $X_L = X_C$ (a rezonancia esete). Ebben az esetben az impedancia csak egy rezisztanciából áll, ezért ez a $\varphi = 0$ esetnek felel meg.

5.14. példa. Számítsuk ki az 5.47a ábrán vázolt áramkörben folyó áramot, a hatásos, a meddő és a látszólagos teljesítményt; az ellenállás, a tekercs és a kondenzátor kapcsain mérhető feszültséget, és végül rajzoljuk fel a vektorábrát. Az ábrán vázolt áramkört $U = 220$ V-os, $f = 50$ Hz-es kisfeszültségű, váltakozóáramú hálózatról tápláljuk. A rezisztencia $R = 30 \Omega$, a tekercs öninduktivitása $L = 0,5$ H, a kondenzátor kapacitása pedig $C = 40 \mu\text{F}$. A tekercs induktív reaktanciája:

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \text{ s}^{-1} \cdot 0,5 \text{ V} \cdot \text{s/A} = 157 \Omega.$$

A kondenzátor *kapacitív reaktanciája*:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \text{ s}^{-1} \cdot 40 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{s/V}} = 80 \Omega.$$

Az áramkör (komplex) *impedanciája*:

$$\mathbf{Z} = R + j(X_L - X_C) = 30 \Omega + j(157 \Omega - 80 \Omega) = 30 \Omega + j77 \Omega.$$

Az *impedancia abszolút értéke* (látszólagos ellenállása):

$$|\mathbf{Z}| = |30 \Omega + j77 \Omega| = \sqrt{30^2 \Omega^2 + 77^2 \Omega^2} = 82,6 \Omega.$$

Az áramkörben folyó *áram abszolút értéke*:

$$|I| = \frac{|U|}{|\mathbf{Z}|} = \frac{220 \text{ V}}{82,6 \text{ V/A}} = 2,66 \text{ A}.$$

A *teljesítménytényező*:

$$\cos \varphi = \frac{R}{|\mathbf{Z}|} = \frac{30 \Omega}{82,6 \Omega} = 0,3638.$$

A fáziskülönbség a feszültség és az áram között:

$$\varphi = 68^\circ 20'.$$

A *hatásos teljesítmény*:

$$P = UI \cos \varphi = 220 \text{ V} \cdot 2,66 \text{ A} \cdot 0,3638 = 212,9 \text{ W}.$$

A *meddő teljesítmény*:

$$Q = UI \sin \varphi = 220 \text{ V} \cdot 2,66 \text{ A} \cdot 0,9293 = 543,8 \text{ var}.$$

A *látszólagos teljesítmény*:

$$S = UI = 220 \text{ V} \cdot 2,66 \text{ A} = 585,2 \text{ VA}.$$

Az *ellenállás kapcsain mérhető feszültség*:

$$U_R = |I| R = 2,66 \text{ A} \cdot 30 \text{ V/A} = 80 \text{ V.}$$

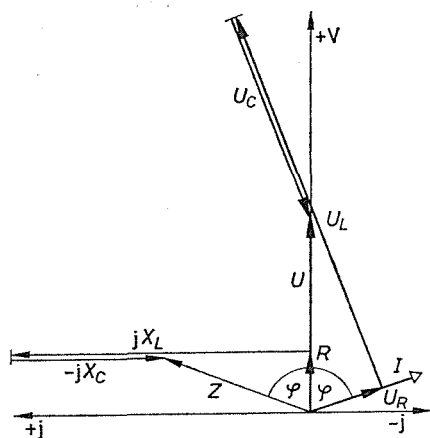
A tekercs kapcsain mérhető feszültség:

$$U_L = |I| X_L = 2,66 \text{ A} \cdot 157 \text{ V/A} = 418 \text{ V.}$$

A kondenzátor kapcsain mérhető feszültség:

$$U_C = |I| X_C = 2,66 \text{ A} \cdot 80 \text{ V/A} = 213 \text{ V.}$$

A vektorábra az 5.60. ábrán látható. A vektorábra szerkesztésekor abból indulunk ki, hogy az U kapocsfeszültséget (választott feszültségléptékkel) a komplex számsíkon a pozitív valós tengely irányába mérjük fel. Az áramvektor φ szöggel késik az U feszültségvektorhoz képest. U_R feszültség-



5.60. ábra. Impedancia és feszültség-vektorábra soros kapcsolású, R , L és C elemeket tartalmazó áramkörhöz

vektor fázisban van I vektorával, U_L feszültségvektor $+j$ -vel való szorzás következtében 90° -kal megelőzi U_R vektorát, U_C feszültségvektor pedig $-j$ -vel való szorzás következtében ellentétes U_L feszültségvektorral. Az U_R , U_L és U_C feszültségvektorok vektoros eredője egyenlő az U tápfeszültség vektorával.

A vektorábrát Kirchhoff II. (hurok-) törvénye alapján felírt

$$U = U_R + U_L + U_C = IR + jIX_L - jIX_C$$

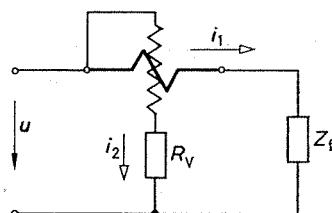
feszültségegyenlet alapján határozzuk meg.

i) **Teljesítménymérés egyfázisú áramkörben.** Az erősáramú gyakorlatban teljesítménymérésre rendszerint **elektrodinamikus rendszerű műszert** használnak. A mérés alkalmával a műszert közvetlenül vagy közvetve csatlakoztatjuk a fogyasztói áramkörhöz. Közvetlen mérésnél — az 5.61. ábrán látható módon — a műszer vastag huzalból készült állótekercsét az ampermérőkhöz hasonlóan a főáramkörbe, a vékony huzalból készült lengőtekercsét pedig a voltmérőhöz hasonlóan a feszültségre kötjük. A nyomaték — így a műszer kitérése — arányos az állótekercs és a lengőtekercs áramerősségének szorzatával:

$$\alpha = ki_1 i_2.$$

Az ábra jelöléseivel $i_1 = I$ és $i_2 = u/R_v$, ezért helyettesítés és az állandók összevonása után a lengőtekercsre ható nyomaték:

$$M_t = k' ui.$$



5.61. ábra. Az egyfázisú teljesítménymérő kapcsolása

Egyenáram esetén könnyen belátható, hogy a nyomaték és ebből adódóan a kitérés is arányos a teljesítménnyel. Ez érvényes váltakozóáramra is. Ugyanis a műszer tehetetlensége következtében nem tudja követni a nyomaték pillanatnyi változását, így a kitérés a nyomaték matematikai középértékével arányos:

$$\alpha = C \frac{1}{T} \int_0^T M_t dt = C' \frac{1}{T} \int_0^T ui dt,$$

amelynek értéke a h) pontban ismertetteknek megfelelően:

$$\alpha = C' UI \cos \varphi. \quad (5.89)$$

A teljesítménymérők jelentős részét úgy készítik, hogy a méréshatárnak megfelelő névleges feszültség, névleges áram, valamint $\cos \varphi = 1$ esetén adjanak végkitérést. A teljesítménymérők használatakor a műszerállandót esetenként ki kell számítani. Ha pl. a skála 150 osztásvonalú és a mérés során az áramág névleges árama 5 A, névleges feszültsége pedig 300 V, akkor a teljesítménymérő műszerállandója

$$C' = \frac{5 \text{ A} \cdot 300 \text{ V} \cdot 1}{150} = 10 \text{ W}.$$

A leolvasott osztásvonalak értékét megszorozva a kiszámított műszerállandóval, wattban kapjuk a tényleges hatásos teljesítményértéket.

A teljesítménymérőket gyakran több méréshatárúra készítik. Az áramtekercs két részre osztásával és a tekercsrészek soros, ill. párhuzamos kapcsolásával két méréshatár valósítható meg. A feszültségágban — megcsapolt előtét-ellenállás alkalmazásával — több méréshatár valósítható meg.

Nagyobb teljesítményű, egyfázisú hálózatok méréséhez **mérőtranszformátorokat**, (áram- és feszültségváltó) alkalmazunk. Ebben az esetben az állótekercset *áramváltón*, a feszültségtekercset *feszültségváltón* keresztül csatlakoztatjuk a mérendő áramkörhöz. A teljesítménymérés e módját *közvetett teljesítménymérésnek* nevezzük. Nagy áramú, de kisméretű hálózatoknál az áramtekercset áramváltó közbeiktatásával, a feszültségtekercset pedig közvetlenül csatlakoztatjuk a mérendő hálózathoz. Ez utóbbi esetben *vegyes kapcsolású* teljesítményméréssel van dolgunk. Az áram- és feszültségváltó felépítése a transzformátorhoz hasonló.

A teljesítménytényező — adott fogyasztó esetében — *közvetlen* vagy *közvetett* módon mérhető. Az előbbi esetben a mérést leggyakrabban elektrodinamikusan hánadosmérő műszerekkel (az ún. $\cos \varphi$ -mérőkkel) végzik. Amennyiben ilyen műszerek nem állnak rendelkezésre, akkor a teljesítménytényező meghatározása — *közvetett* mérési módszerekkel — a hatásos teljesítmény, áram és feszültség mérésére vezethető vissza. A teljesítménytényező a mért értékekből a

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI}$$

összefüggéssel meghatározható. Ennek ismeretében a $\sin \varphi$, ill. a meddő teljesítmény is számítható.

5.15. példa. Egy $U = 500 \text{ V}$ -os, $f = 50 \text{ Hz}$ -es váltakozófeszültségű, kétvezetékes (egyfázisú) hálózatból 150 m-re — $A = 16 \text{ mm}^2$ keresztmetszetű rézvezetéken keresztül — villamos energiát viszünk át egy műhelybe, amelyben két, egyenként $P = 11 \text{ kW}$ -os motor dolgozik. Az egyik (drá-

gább) motor hatásfoka (teljes terhelésnél): $\eta_1 = 88\%$, teljesítménytényezője: $\cos \varphi_1 = 0,85$; a másik (olcsóbb) motor jellemzői: $\eta = 80\%$ és $\cos \varphi_2 = 0,7$. Megvizsgálandó, hogy a motorok teljes terhelése esetén a hálózatra kapcsolhatók-e még egyéb, pl. világító- vagy hőfejlesztő berendezések.

Motorikus hálózat esetén maximálisan 5%-os feszültségesést engedhetünk meg. Esetünkben ezért a feszültségesés a vezeték mentén $U_v = 25$ V. Egyfázisú, kétvezetékes rendszerben a 150 m-es vezeték hossza: $l = 300$ m; a rézvezeték rezisztivitása pedig: $\rho = 0,0182 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ ($0,0182 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$). A tápvezeték rezisztenciája:

$$R = \rho \frac{l}{A} = 0,0182 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m} \frac{300 \text{ m}}{1,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2} = 0,341 \Omega.$$

A feszültségesés szempontjából megengedhető legnagyobb áramerősség:

$$I = \frac{U_v}{R} = \frac{25 \text{ V}}{0,341 \Omega} = \frac{25 \text{ V}}{0,341 \text{ V/A}} = 73 \text{ A}.$$

Motorterhelés. Az első motorba bevezetett villamos teljesítmény:

$$P_1 = \frac{P}{\eta_1} = \frac{11\,000 \text{ W}}{0,88} = 12\,500 \text{ W} = 12,5 \text{ kW}.$$

Az első motor árama pedig

$$I_1 = \frac{P_1}{U \cos \varphi_1} = \frac{12\,500 \text{ V} \cdot \text{A}}{500 \text{ V} \cdot 0,85} = 29,3 \text{ A}.$$

Az első motor áramának hatásos összetevője:

$$I_{1h} = I_1 \cos \varphi_1 = 29,3 \text{ A} \cdot 0,85 = 25 \text{ A},$$

és meddő összetevője $\varphi_1 = 32^\circ$ és $\sin \varphi_1 = 0,53$ értékkel:

$$I_{1m} = I_1 \sin \varphi_1 = 29,3 \text{ A} \cdot 0,53 = 15,5 \text{ A}.$$

A második motorba bevezetett villamos teljesítmény:

$$P_2 = \frac{P}{\eta_2} = \frac{11\,000 \text{ W}}{0,8} = 13\,750 \text{ W} = 13,75 \text{ kW}.$$

A második motor árama pedig:

$$I_2 = \frac{P_2}{U \cos \varphi_2} = \frac{13\,750 \text{ V} \cdot \text{A}}{500 \text{ V} \cdot 0,7} = 39,3 \text{ A}.$$

A második motor áramának hatásos összetevője:

$$I_{2h} = I_2 \cos \varphi_2 = 39,3 \text{ A} \cdot 0,7 = 27,5 \text{ A},$$

és meddő összetevője $\varphi_2 = 45^\circ$ és $\sin \varphi_2 = 0,7$ értékkel:

$$I_{2m} = I_2 \sin \varphi_2 = 39,3 \text{ A} \cdot 0,7 = 27,5 \text{ A}.$$

A két motor által felvett teljes áram az 5.62. ábrából:

$$I_{12} = \sqrt{(I_{1h} + I_{2h})^2 + (I_{1m} + I_{2m})^2} = \sqrt{(25 \text{ A} + 27,5 \text{ A})^2 + (15,5 \text{ A} + 27,5 \text{ A})^2} = 68 \text{ A}.$$

Az eredő áram teljesítménytényezője:

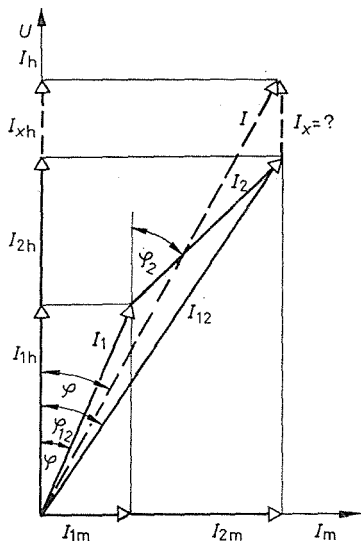
$$\cos \varphi_{12} = \frac{I_{1h} + I_{2h}}{I_{12}} = \frac{52,5 \text{ A}}{68 \text{ A}} = 0,77,$$

és fázisszöge:

$$\varphi_{12} = 39^\circ 20'.$$

Ugyanezt a teljesítménytényezőt számíthatjuk a hatásos és a látszólagos teljesítmények hányadosából:

$$\cos \varphi_{12} = \frac{P_1 + P_2}{S_{12}} = \frac{P_1 + P_2}{UI_{12}} = \frac{12\,500 \text{ V} \cdot \text{A} + 13\,750 \text{ V} \cdot \text{A}}{500 \text{ V} \cdot 68 \text{ A}} = 0,77.$$



5.62. ábra. A terhelőáramok és eredőjük vektorábrája

Motoros terhelés esetén 5%-os feszültségesés mellett hálózatunk max. $I = 72$ A áramerősséggel terhelhető. A két motor eredő árama csak $I_{12} = 68$ A, ezért még villamos hőfejlesztő berendezésekkel vagy izzólámpákkal elvileg terhelhető, a későbbiekben említett feltételeket figyelembe véve. Mindkét esetben $\cos \varphi_x = 1$ -nek vehető, ezért az I_{12} vektor végpontjából I_x iránya megrajzolható. Nagyságát akár szerkesztéssel, akár számítással meghatározhatjuk. Az előbbi esetben – ha a vektorok nagysága és fázishelyzete léptékhelyes – az I áramvektorral messük I_x irányát, így a metszéspont I_x áramvektor nagyságát és I áramvektor irányát meghatározza (5.62. ábra). Számításnál abból indulunk ki, hogy az I eredő áram adott, a hatásos és a meddőösszetevőkből csak az I_x hatásos összetevője (amely jelen esetben, egyenlő I_x -szel, mert $\cos \varphi_x = 1$) ismeretlen, ezért $I_x = I_{xh}$ a következők szerint számítható:

$$(I_{1h} + I_{2h} + I_{xh})^2 + (I_{1m} + I_{2m})^2 = I^2.$$

Az egyenletet rendezve és I_{xh} -ra megoldva:

$$I_{xh} = I_x = \sqrt{I^2 - (I_{1m} + I_{2m})^2} - (I_{1h} + I_{2h}) = \sqrt{72^2 \text{ A}^2 - 43^2 \text{ A}^2} - 52,5 \text{ A} = 5,3 \text{ A},$$

és az I áram fázistényezője és fázisszöge:

$$\cos \varphi = \frac{I_{1h} + I_{2h} + I_{xh}}{I} = \frac{57,8 \text{ A}}{72 \text{ A}} = 0,803 \quad \text{és} \quad \varphi = 36^\circ 25'.$$

Ennek alapján vezetékünk – túlterhelés nélkül – még

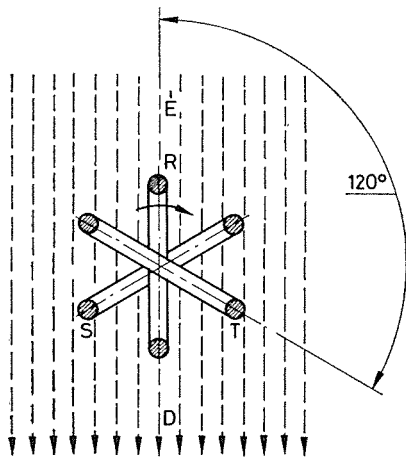
$$P_x = UI_x = 500 \text{ V} \cdot 5,3 \text{ A} = 2650 \text{ W} = 2,65 \text{ kW}$$

összteljesítményű hőfejlesztő berendezésekkel vagy izzólámpákkal terhelhető. Meg kell azonban jegyezni, hogy az izzólámpák feszültség-ingadozásokra igen érzékenyek, mivel a feszültségváltozás erős fényáram-ingadozást okoz. Éppen ezért izzólámpák esetén csak max. 2% feszültségesés engedhető meg, így jelen esetben izzólámpák – a megvilágítási szint erős csökkenése nélkül – nem jöhetnek számításba.

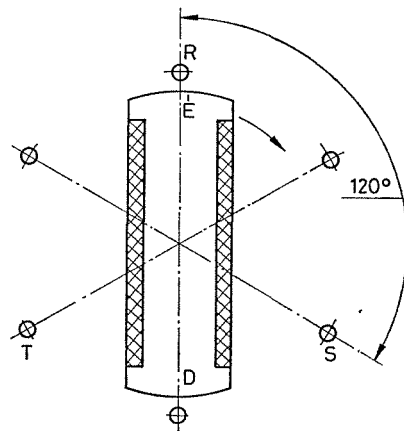
5.1.5. Többfázisú váltakozóáramok

A villamos energia kisebb távolságú átvitelére és a kisebb teljesítményű egyfázisú (világító-, fűtő-, háztartási, szórakoztató-) berendezések táplálására az egyfázisú rendszer általában jól bevált, de már a villamos motorok hajtására kevésbé alkalmas mint a többfázisú rendszerek. Ezek közül is – szembevetve előnyeivel fogva – a **háromfázisú** rendszer terjedt el leginkább, mert ez a rendszer még ott is biztosíthat gazdasági előnyöket, ahol nem kell igazodni a motorhajtás különleges követelményeihez. A napjainkban mind nagyobb szerepet játszó teljesítményelektronika is túlnyomórészt a **többfázisú** (3, 6, 12) berendezéseket alkalmazza jobb hatásfokuk és egyenirányításnál jelentkező csökkenő hullámosságuk folytán. E pontban az alkalmazási gyakoriság és áttekinthetőség követelményeinek megfelelően a háromfázisú rendszert tárgyaljuk részletesen, és ennek alapján röviden csak utalunk a hatfázisú rendszerre.

a) **A háromfázisú rendszer felépítése.** Egypólusú, homogén mágneses térben forgassunk három teljesen egyforma, egymástól 120° -kal elforgatott és egymáshoz képest rögzített keretet állandó szögsebességgel (5.63. ábra) ekkor mindegyikben azonos frekvenciájú és csúcsertékű, de egymástól 120° -kal eltolt szinuszos feszültség indukálódik. Ugyanerre az eredményre jutunk akkor is, ha a kereteket rögzítjük, és *mágneses teret forgatjuk* az előbbi feltételekkel (5.64. ábra). Az álló armatúra különösen a nagyfeszültségű és a nagy teljesítményű gépek üzemében nyújt jelentős szerkezeti előnyöket és ugyanakkor nagyobb biztonságot is, mert feleslegessé teszi a termelt villamos energia kivezetését kéféken és csúszógyűrűkön keresztül. A kisfeszültségű, egyenárammal gerjesztett forgó mágnes két szénkefeje és csúszógyűrűje – sem üzemi, sem biztonsági szempontból – nem kíván különleges kialakítást.

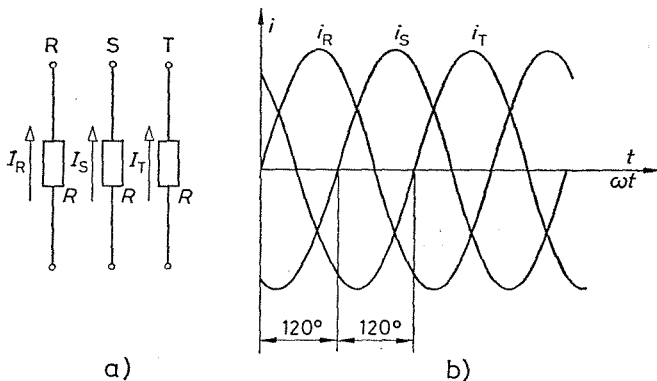


5.63. ábra. Háromfázisú feszültséget előállító forgó keret



5.64. ábra. Háromfázisú feszültség előállítása forgó mágneses mezővel

A gyakorlatban természetesen nem egy menetből áll a keret, hanem többmenetű tekercset képeznek ki. Az 5.65a ábra a tekercsek jelölését és a tekercsekben indukált feszültségek vonatkoztatási irányait, az 5.65b ábra pedig a három tekercsben indukált feszültség változását szemlélteti az idő függvényében. A három tekercset a rendszer fázisának nevezik. A bennük indukált feszültséget fázisfeszültségnek és a rajtuk átfolyó áramot fázisáramnak nevezik. A fázisokat R, S és T betűvel jelöljük. A betűk sorrendje egyben a fázisok sorrendjét is jelenti, vagyis azt, hogy milyen sorrendben érik el az egyes fázisok feszültségei és áramai csúcserőértéküket.



5.65. ábra. Háromfázisú feszültség

a) tekercsek és feszültségek jelölése; b) feszültségek időbeni változása

Az előzőknek megfelelően az egyes fázisokban indukált feszültségek időbeni változása:

$$u_R = U_{\max} \sin \omega t = \sqrt{2} U \sin \omega t;$$

$$u_S = U_{\max} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) = \sqrt{2} U \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$u_T = U_{\max} \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) = \sqrt{2} U \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right).$$

Mivel mindhárom fázistekercsben azonos frekvenciájú, csúcserőértékű szinuszos feszültségek indukálódnak, továbbá az u_R fázisfeszültséghez képest az u_S fázisfeszültség 120° -kal, az u_T fázisfeszültség pedig 240° -kal késik, a rendszer szimmetrikus.

A három fázis feszültségét – forgó vektorokként – komplex írásmóddal is felírhatjuk. Mint az előzőkben tettük, a valós tengelyt most is függőlegesen felfelé mutatón választjuk, és az U_R fázisfeszültség vektorát a valós tengely irányába vesszük fel az 5.66. ábrának megfelelően. A három fázis feszültségeinek exponenciális alakja az effektív értékkel:

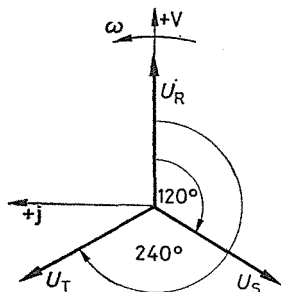
$$U_R = U e^{j0} = U;$$

$$U_S = U e^{-j \frac{2\pi}{3}};$$

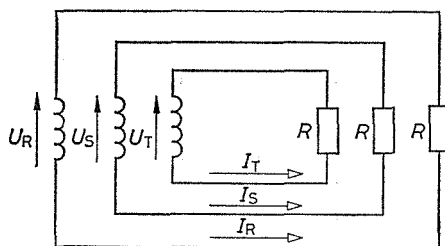
$$U_T = U e^{-j \frac{4\pi}{3}}.$$

Az 5.66. ábra vektorábrájából a fázissorrendet is egyértelműen meghatározhatjuk. A fázissorrendet pozitívnak mondjuk, ha a forgó feszültségvektorok az óramutató járásával ellentétes irányban, R, S, T sorrendben haladnak át a pozitív valós tengelyen; negatívnak, ha ellenkező irányban R, T, S sorrendben.

A három fázis mindegyikére fogyasztókat lehet kapcsolni. Az áramokat ekkor a fogyasztók impedanciái határozzák meg. Ha az egyes fázisokat terhelő impedanciák egyenlők, akkor egyenlő fázisterhelésről beszélünk. Ebben az esetben a terhelő-impedanciák jellegének megfelelően (ohmos, induktív, kapacitív) mindhárom fázisban azonos fázisviszonyokat találunk a fázisfeszültség és a fázisáramok között, ahogyan az egyfázisú rendszereknél megismertük.



5.66. ábra. A fázisfeszültségek vektorainak komplex ábrázolása



5.67. ábra. Ohmos ellenállással terhelt fázisok

Az egyszerűség kedvéért terheljük most mind a három szimmetrikus fázist azonos ohmos ellenállással (5.67. ábra), akkor az egyes fázisok feszültségei és áramai között nincs fáziskülönbség. Az ohmos ellenállásokon az egyes fázisok feszültségeinek hatására folyó áramok pillanatértékei:

$$i_R = \frac{U_{\max}}{R} \sin \omega t = I_{\max} \sin \omega t = \sqrt{2} I \sin \omega t;$$

$$i_S = \frac{U_{\max}}{R} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) = I_{\max} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) = \sqrt{2} I \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$i_T = \frac{U_{\max}}{R} \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) = I_{\max} \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) = \sqrt{2} I \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right).$$

Mivel mindhárom fázisban a terhelő ohmos ellenállások egyenlők, így a fázisokban azonos frekvenciájú, csúcsertéki szinuszos áramok folynak, továbbá az i_R áramhoz képest az i_S áram 120° -kal, az i_T áram pedig 240° -kal késik, ezért a terhelés szimmetrikus. A háromfázisú motorok tekercselései is ilyen szimmetrikus terhelést jelentenek, mivel impedanciáik azonosak, a különbség az előbbi esettel szemben pusztán az, hogy az áram vektorai – mindhárom fázisban – φ szöggel késnek a feszültség vektoraihoz képest. Ezért a következőkben részletesebben csak a szimmetrikus terhelésekkel foglalkozunk, az aszimmetrikus terhelésekkel kapcsolatban csak néhány gyakorlati megállapításra szorítkozunk.

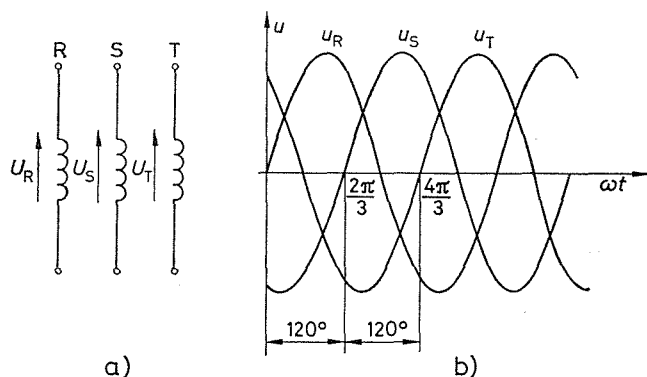
Az egyes fázisok áramainak jelölését és időbeni lefolyását az 5.68. ábra szemlélteti. A három áramkörben folyó áram pillanatértékeinek algebrai összegét képezve:

$$i_R + i_S + i_T = I_{\max} \left[\sin \omega t + \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right].$$

Ismert trigonometriai összefüggések helyettesítésével a megoldás:

$$i_R + i_S + i_T = 0, \quad (5.90)$$

tehát a három fázis árama pillanatértékeinek algebrai összege minden időpontban nulla. Ez olvasható ki az 5.68. ábrából is, mivel a szinuszcsoportok metszékeinek algebrai összege bármely t időpontban nulla.



5.68. ábra. Háromfázisú áram

a) ellenállások és áramok jelölése; b) áramok időbeni változása

Amint a fázisfeszültségeknél tettük, a három fázis áramát — forgó vektorként — komplex írásmóddal is felírhatjuk. A valós tengelyt most is függőlegesen felfelé választjuk, és mivel az U_R fázisfeszültség vektorát a valós tengely irányába rajzoljuk fel, továbbá ohmos ellenállásnál nincs fáziskülönbség a feszültség és az áram vektora között, az I_R vektorát is a valós tengely irányába kell felrajzolni az 5.69a ábrának megfelelően. A három áram vektorának exponenciális alakja az effektív értékkel:

$$I_R = I e^{j0} = I;$$

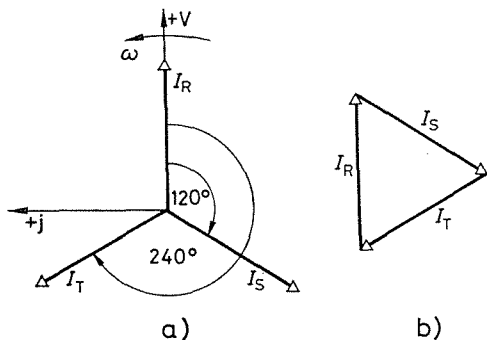
$$I_S = I e^{-j \frac{2\pi}{3}};$$

$$I_T = I e^{-j \frac{4\pi}{3}}.$$

Az 5.69b ábrán megrajoltuk a három fázis áramvektorának vektorháromszögét, amely zárt, tehát eredő nincs. Ennek alapján — az (5.90) összefüggéshez hasonlóan — az áramvektorokra is felírható a következő összefüggés:

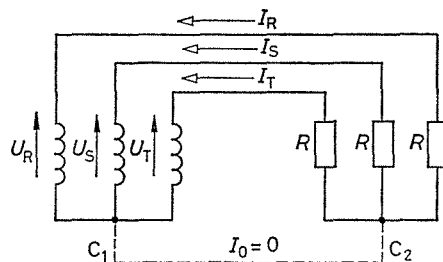
$$I_R + I_S + I_T = 0. \quad (5.91)$$

Mivel a három fázisáram pillanatértékeinek algebrai összege minden időpillanatban nulla, ezért a hat vezeték közül három el is hagyható, ha a tekercsek és az ohmos ellenállások végpontjait a C_1 , ill. a C_2 ún. csillagpontba kötjük (5.70. ábra). Ugyanez az eset akkor is, ha ohmos ellenállás helyett impedanciák terhelik az egyes fázisokat. Lényeges, hogy a fázisok egyenlően legyenek terhelve, tehát a rendszer szimmetrikus legyen. Könnyen belátható, hogy a háromvezetékes energiaátvitel gazdaságosabb a hatvezetékesnél, mivel az egyenként R_v rezisztenciájú vezetéken keletkező $6I^2R_v$ összes vezetékvesztés helyett csak a fele jön létre a háromvezetékes rendszerben.



5.69. ábra. Fázisáramok vektorai szimmetrikus ohmos terhelés esetén

a) a fázisáramok vektorainak komplex ábrázolása; b) vektorháromszög



5.70. ábra. Háromfázisú szimmetrikus tekercsek és ohmos terhelések egyesítése csillagpontba

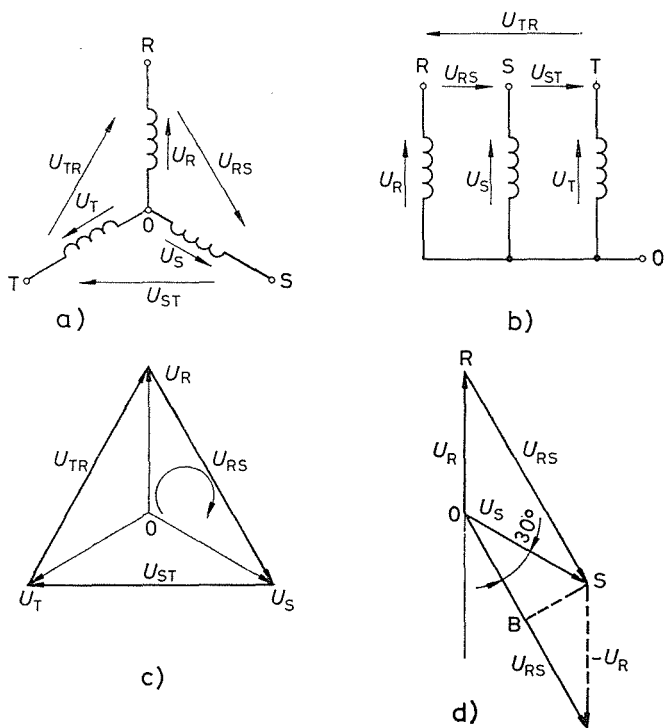
b) A háromfázisú rendszer csillag- és háromszögkapcsolása. E pontban kizárólag csak *szimmetrikus* háromfázisú (háromvezetékes) rendszerekkel foglalkozunk. Ennek megfelelően a fázisfeszültségek egymással egyenlők, és egymáshoz képest 120° -kal vannak eltolva.

Háromfázisú tekercsek csillagkapcsolása. Három – egymástól független – tekercsből úgy tudunk csillagkapcsolású háromfázisú rendszert kialakítani, hogy a fázistekercsek egyik végét a közös **csillagpontba** (más néven **nullapontba**) egyesítjük, a másik végét pedig kivezetjük. A csillagkapcsolást más néven **ipszilonkapcsolásnak** is nevezik és Y jellel jelölik. Az 5.71a és b ábra a csillagkapcsolás kétféle jelképi jelölését, az 5.71c és d ábra pedig a fázis- és a vonali feszültségek vektorábráit mutatja. Az ábra jelöléseivel a 0 és R, a 0 és S, a 0 és T pont közötti feszültséget **fázisfeszültségnek**; az R és S, az S és T az T és R pont közötti feszültséget pedig **vonali (láncolt) feszültségnek** nevezzük. A fázis- és a vonali feszültség nagyság tekintetében, az összes fázis- és vonali feszültség pedig ezenkívül még fázishelyzet szempontjából is eltér egymástól, amint az az 5.71c vektorábrán is jól szemlélhető. A fázis- és a vonali feszültségvektor közötti összefüggéseket a körüljárási iránnyal jelölt háromszögből *Kirchhoff* II. törvénye alapján állapíthatjuk meg:

$$U_R + U_{RS} - U_S = 0,$$

ebből az U_{RS} vonali feszültség:

$$U_{RS} = U_S - U_R;$$



5.71. ábra. Háromfázisú szimmetrikus tekercsek csillagba kapcsolása
 a)–b) jelképi jelölések; c)–d) fázis- és vonali feszültségek vektorábrái

és hasonlóan a másik két vonali feszültség:

$$U_{ST} = U_T - U_S;$$

$$U_{TR} = U_R - U_T.$$

Szimmetriaokok következtében az egyes fázis- és vonali feszültségvektorok abszolút értékei egyenlők egymással, és a fázisfeszültségeket, ill. a vonali feszültségeket adják:

$$|U_R| = |U_S| = |U_T| = U_f;$$

$$|U_{RS}| = |U_{ST}| = |U_{TR}| = U_v.$$

Ha pedig a fázis- és a vonali feszültségek közötti összefüggést kívánjuk megállapítani, akkor először végezzük el az 5.71d ábra szerint az $U_{RS} = U_S - U_R$ összefüggéssel jelölt kivonást. Az OSB háromszögből:

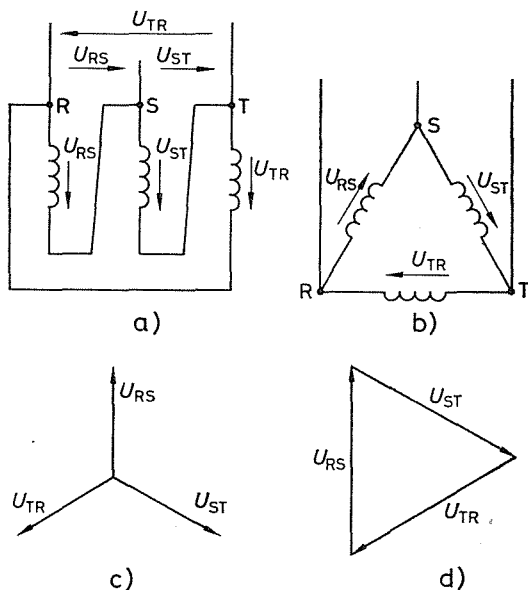
$$\frac{U_v}{2} = U_f \cos 30^\circ,$$

és ebből

$$U_v = 2U_f \cos 30^\circ = \sqrt{3} U_f. \quad (5.92)$$

Háromfázisú tekercsek háromszögkapcsolása. A feszültségeket vektoriálisan összeadva zárt háromszöget, tehát eredőül nullát kapunk. Ezen alapszik a tekercsek háromfázisú rendszerbe foglalásának másik lehetősége is. Ha ugyanis az egyik tekercs végét összekötjük a következő fázis tekercsének kezdetével, akkor zárt hurkot kapunk. A zárt hurkokban az eredő feszültség értéke nulla, tehát a körben belső áram nem folyhat.

Az 5.72. ábra a háromfázisú tekercsek háromszögkapcsolását és vektorábráit szemlélteti. Az 5.72a és b ábrán a háromszög- vagy más néven deltakapcsolás (jele: Δ) kétféle jelképi jelölése, az 5.72c ábrán a feszültségek vektorábrája, az 5.72d ábrán pedig a zárt vektorháromszög látható. Az R és S, S és T, T és R pont közötti feszültségek



5.72. ábra. Háromfázisú szimmetrikus tekercsek háromszögbe kapcsolása
a)–b) jelképi jelölések; c)–d) vonali feszültségek vektorábrái

ségeket itt vonali (láncolt) feszültségnek nevezik. Tekintve azonban, hogy ez a feszültség jut az egyes fázistekercsekre is, így háromszögkapcsolás esetén:

$$U_v = U_f. \quad (5.93)$$

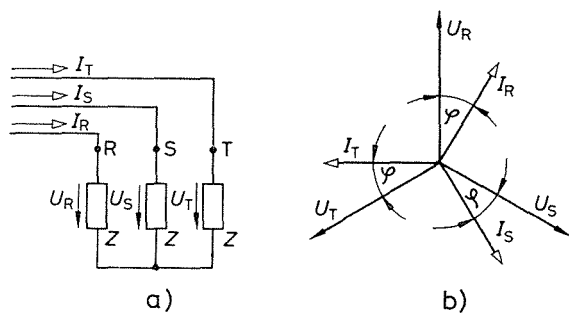
Háromfázisú rendszert terhelő fogyasztók csillagkapcsolása kivezetett csillagpont nélkül (háromvezetékes rendszer). A háromfázisú rendszert terhelő impedanciák – miként a tekercsek – csillagba vagy háromszögbe kapcsolhatók. Mindkét esetben a háromfázisú fogyasztói rendszert akkor mondjuk szimmetrikusnak, ha az impedanciák abszolút értékei és belső szögei egyenlők. Minthogy a háromfázisú fogyasztók nagy többsége *szimmetrikus* terhelést jelent a hálózatra, a továbbiakban – fogyasztók esetében is – részletesebben csak a szimmetrikus terheléssel foglalkozunk. Ha az energiaszolgáltató háromfázisú rendszer szimmetrikus, akkor szimmetrikus terhelés esetén az egyes terhelőimpedanciákra jutó feszültségek (*fázisfeszültségek*) egyenlők, és egymáshoz képest 120° -kal vannak elforgatva. Szimmetriaokok következtében az egyes fázisáramvektorok abszolút értékei egyenlők egymással, és a *fázisáramot* adják:

$$|I_R| = |I_S| = |I_T| = I_f.$$

Az 5.73a ábrán a háromfázisú rendszert terhelő impedanciák csillagkapcsolása látható. Mindhárom fázisban a terhelőimpedanciákon átfolyó fázisáramok nagysága:

$$I_f = \frac{U_f}{Z},$$

és iránya a Z impedancia által megszabott φ szöggel tér el a feszültség irányától. Az 5.37b ábra a fázisfeszültségek és fázisáramok vektorábráját szemlélteti arra az esetre, amikor az U_R fázisfeszültség irányát a pozitív valós tengely irányába vettük fel, és a



5.73. ábra. Háromfázisú rendszert terhelő szimmetrikus fogyasztók csillagkapcsolása
a) csillagkapcsolás jelképi jelölése;
b) vektorábra

terhelőimpedancia induktív jellegű. Ha a fázisokat egyenlő nagy ohmos ellenállásokkal terheljük, akkor a fázisfeszültségek és fázisáramok irányai megegyeznek.

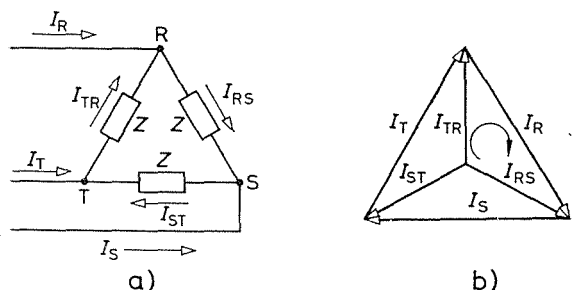
Csillagkapcsolásnál könnyen belátható, hogy

$$I_f = I_v, \tag{5.94}$$

vagyis a fázisáramok megegyeznek a vonali áramokkal. A fázis- és a vonali feszültségek közötti kapcsolatra itt is az (5.92) összefüggésnél megállapítottak érvényesek. Ennek alapján:

$$U_v = \sqrt{3} U_f. \tag{5.95}$$

Háromfázisú rendszert terhelő fogyasztók háromszögekapszolása. A terhelőimpedanciák háromszögbe való kapcsolását az 5.74a ábra szemlélteti. A kivezetéseknél csomópontok alakulnak ki, amelyekre *Kirchhoff* I. csomóponti törvénye érvényes. A két szomszédos fázisáramok eredője a capsokon befolyó vonali áramokat szolgál-



5.74. ábra. Háromfázisú rendszert terhelő fogyasztók háromszögekapszolása
a) háromszögekapszolás jelképi jelölése;
b) vektorábra

tatják. A vonatkoztatási irányok figyelembevételével az R csomópontra felírt egyenlet:

$$I_R + I_{TR} - I_{RS} = 0,$$

ennek alapján a vonali áram:

$$I_R = I_{RS} - I_{TR}.$$

Szimmetriaokok következtében a vonali áramvektorok abszolút értékei egyenlők egymással, és a vonali áramot adják:

$$|I_{RS}| = |I_{ST}| = |I_{TR}| = I_v.$$

Az összefüggésből, ill. az 5.74b vektorábrából megállapítható, hogy háromszöghkapcsolásban a fázis- és a vonali áramok között ugyanolyan összefüggés van, mint csillagkapcsolásban a fázis- és a vonali feszültségek között. Ezért az 5.74b vektorábrán bejelölt vektorháromszögből az 5.71d vektorábrával analog határozhatjuk meg a vonali és a fázisáramok közötti összefüggést:

$$I_v = \sqrt{3} I_f. \quad (5.96)$$

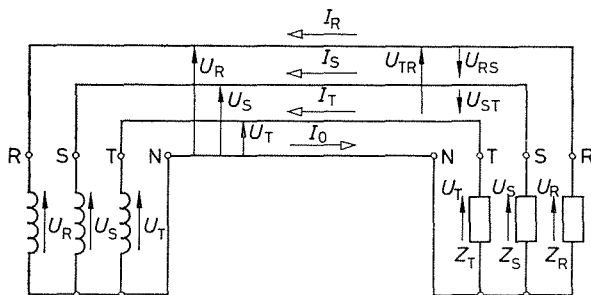
Können belátható az 5.74a ábrából, hogy háromszöghkapcsolásban a Z impedancián levő feszültség éppen a vonali feszültséggel egyenlő, ezért

$$U_f = U_v. \quad (5.97)$$

c) Háromfázisú rendszer kivezetett csillagponttal (négyvezetékes rendszer).

Egyenlőtlen (aszimmetrikus) terhelés és háromvezetékes csillagkapcsolás esetén az árameloszlás nem egyenlő az egyes fázisokban. Mivel a hálózat feszültsége szimmetrikus és rögzített, ezért a fogyasztói oldalon a vonali feszültségek is rögzítettek (5.71c ábra), megmarad a vektorábrán a vonali feszültségekből alkotott zárt háromszög. Az egyes fázisokat terhelő impedanciák különbözőségei folytán viszont a fázisáramok különbözőzők és ennek megfelelően a fázisfeszültségek is. Ez utóbbi viszont csak úgy lehetséges, ha a vektorábra nullapontja (a csillagpont feszültsége) eltolódik. A nullapont-eltolódás és a fázisfeszültségek különbözőségének mértéke függ a fázisterhelések aszimmetriájának mértékétől.

A háromvezetékes csillagkapcsolású rendszert ezért — egyenlőtlen fázisterhelés esetén — ki kell egészíteni egy *negyedik vezetékkel*, amely összekapcsolja a generátor (transzformátor) csillagpontját a háromfázisba kapcsolt fogyasztók csillagpontjával.



5.75. ábra. Tekercsek és fogyasztók csillagkapcsolása kivezetett csillagponttal (vezetékimpedanciák elhanyagolásával)

Ez utóbbi vezetékét *nullavezetőnek* nevezzük, és a fázisvezetőktől való megkülönböztetés céljából N betűvel jelöljük. Négyvezetékes rendszer esetén a generátor (transzformátor) tekercseit csillagba kell kötni. A kapcsolást az 5.75. ábra szemlélteti. Az ábra jelöléseivel kapcsolatban meg kell jegyeznünk, hogy a vezetékek reaktanciáitól eltekintettünk, és $Z_R \neq Z_S \neq Z_T$.

A nullavezető szerepe tehát az, hogy egyrészt — a nullavezetőn létrejövő feszültségeséstől eltekintve — a fogyasztók csillagpontjának feszültségét a generátor (transzformátor) csillagpontjának feszültségén tartsa, másrészt pedig, hogy egyenlőtlen fázisterhelések esetén a fázisáramok

$$I_R + I_S + I_T = I_0 \quad (5.98)$$

eredőjét a generátor (transzformátor) csillagpontjához visszavezesse.

A nullavezetőben folyó I_0 áram egyrészt feszültségesést okoz, másrészt pedig a különböző erősségű fázisáramok a fázisvezetőkben is különböző feszültségeséseket okoznak, így a kettő eredményeképpen a négyvezetékes rendszerben is keletkeznek kismérvű aszimmetriák. A gyakorlatban a terhelések megfelelő elosztásával egy nagyobb körzetben ez az aszimmetria általában olyan kismérvű, hogy azt nem vesszük figyelembe.

Négyvezetékes, kisfeszültségű elosztóhálózat látja el a gyakorlatban az egyfázisú (pl. a világítási, a háztartási, a hőfejlesztési) fogyasztókat. A kisfeszültségű hálózatok negyedik vezetékét ezért rendszerint földelik, ami életbiztonsági szempontból igen előnyös. Az $U = 220$ V-os szabványos üzemi feszültséghez (fázisfeszültséghez) e rendszerben $U_\varphi = \sqrt{3} \cdot 220 \text{ V} = 380$ V-os vonali feszültség tartozik. Hálózati terveken a háromfázisú, négyvezetékes (nullavezető), váltakozóáramú hálózati rendszer jelölésére 50 Hz, 380 V/220 V esetén a 3 N ~ 50 Hz 380 V/220 V rajzjelet használják, szemben a háromvezetékes 3 ~ 50 Hz 380 V rajzjelével. Amennyiben a hálózat táplálására csak 50 Hz-es váltakozóáramú energiát használnak, az 50 Hz-es jelölést nem szükséges feltüntetni.

Háromszögbe kapcsolt aszimmetrikus terhelés esetén az árameloszlás nem egyenlő. Ezen segíteni sem lehet, mert negyedik vezeték itt nem alkalmazható. A gépészmérnöki gyakorlatban azonban általában a villamos motorok tekercsei vannak háromszögbe kapcsolva, ezek pedig szimmetrikus terhelést jelentenek. Ebből kifolyólag a háromszögbe kapcsolt aszimmetrikus terhelésnek esetünkben nincs különösebb jelentősége, így e problémával a továbbiakban nem foglalkozunk.

d) A háromfázisú rendszer teljesítménye. Egy fázis teljesítménye a fázisfeszültség, a fázisáram és a teljesítménytényező ismeretében az (5.86–5.88) összefüggések szerint számítható. Mivel a háromfázisú rendszer három egyfázisúból tevődik össze, a háromfázisú teljesítmény a fázisteljesítmények összege:

$$P = P_R + P_S + P_T \quad \text{W.}$$

A meddő teljesítmény:

$$Q = Q_R + Q_S + Q_T \quad \text{var.}$$

A látszólagos teljesítmény pedig:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad \text{VA.}$$

Szimmetrikus háromfázisú terhelés esetén az egyes fázisok terhelése és teljesítménytényezője azonos:

$$P_R = P_S = P_T = U_f I_f \cos \varphi \quad \text{W,}$$

ezért a három fázis teljesítménye a fázisértékekkel:

$$P = 3U_f I_f \cos \varphi \quad \text{W.} \quad (5.99)$$

A meddő teljesítmény hasonlóan:

$$Q_R = Q_S = Q_T = U_f I_f \sin \varphi \quad \text{var.} \quad (5.100)$$

A teljesítménytényező pedig, mivel mind a három fázisban azonos:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}. \quad (5.101)$$

A gyakorlatban mind csillag-, mind háromszöghelyezésben gyakran a vonali értékeket mérjük és ezzel számolunk. Mivel csillaghelyezésben $U_v = \sqrt{3} U_f$ és $I_v = I_f$, ill. háromszöghelyezésben $U_v = U_f$ és $I_v = \sqrt{3} I_f$, ezért a háromfázisú hatásos teljesítmény a vonali értékekkel:

$$P = \sqrt{3} U_v I_v \cos \varphi \quad \text{W.} \quad (5.102)$$

A meddő teljesítmény:

$$Q = \sqrt{3} U_v I_v \sin \varphi \quad \text{var.} \quad (5.103)$$

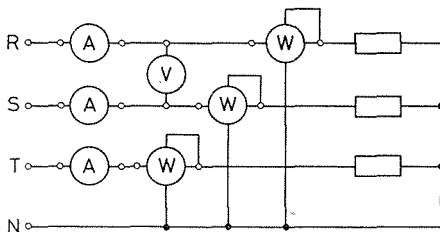
A látszólagos teljesítmény pedig:

$$S = \sqrt{3} U_v I_v \quad \text{VA.} \quad (5.104)$$

Egyenlőtlen (aszimmetrikus) fázisterhelések esetén az áramokon túl a fázisszögek sem egyenlők, ezért mind a három fázis teljesítményét külön-külön kell megállapítani. Ez vonatkozik mind a hatásos, mind a meddő, mind pedig a látszólagos teljesítményekre. A teljesítmények kifejezése vonali értékekkel aszimmetrikus terhelések-nél nem érvényes.

e) **Háromfázisú teljesítmény mérése.** Az előző pontban megismertük, hogy a fogyasztó tetszés szerinti kapcsolása és terhelési állapota mellett a háromfázisú rendszer teljesítménye a három fázis teljesítményének összegével egyenlő. Ennek alapján mind a négyvezetékes csillagba kapcsolt háromfázisú rendszer, mind pedig a háromvezetékes csillagba és háromszögbe kapcsolt háromfázisú rendszer teljesítménye mérhető. Erre különböző mérési módszerek vannak.

Az 5.76. ábra négyvezetékes háromfázisú rendszerben mutatja a teljesítménymérést. Egy-egy fázis teljesítményét a vezetékbe, ill. a hozzá tartozó fázisfeszültségre



5.76. ábra. Teljesítmény mérése négyvezetékes háromfázisú rendszerben

kötött teljesítménymérő méri. Mind a három fázisba ilyen teljesítménymérőt kapcsolva, és a mért teljesítményeket összeadva kapható a teljes háromfázisú hatásos teljesítmény:

$$P = P_R + P_S + P_T \quad W.$$

Az egyes fázisokba árammérőket és két vonal közé feszültségmérőt kapcsolva a látszólagos teljesítmény számítható:

$$S = \sqrt{3} U_V I_V \quad VA,$$

ahol U_V a mért vonali feszültség; I_V a mért vonali áramok számtani középértéke.

Mivel

$$P = S \cos \varphi = \sqrt{3} U_V I_V \cos \varphi,$$

ebből a teljesítménytényező a

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{3} U_V I_V},$$

a háromfázisú meddő teljesítmény pedig a

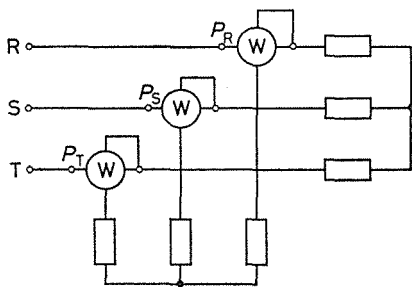
$$Q = S \sin \varphi = \sqrt{3} U_V I_V \sin \varphi \quad var$$

összefüggéssel számítható.

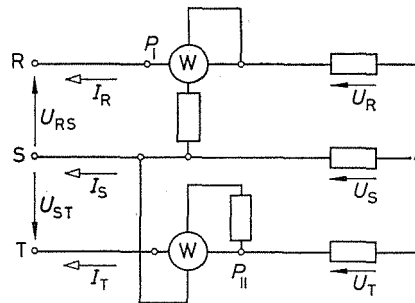
Van olyan háromfázisú teljesítménymérő is, amelyben a három teljesítménymérő – közös tengellyel – egy műszert alkot. Az ilyen műszer neve *háromfázisú, hárommérő-rendszerű* teljesítménymérő.

Háromvezetékes háromfázisú rendszerben, vagy ha a nullavezető nem hozzáférhető, akkor a 5.77. ábra szerint *mesterséges csillagpontot* kell kiképezni a feszültségkapcsok csillagba kötésével. A mesterséges csillagpontok képzéséhez ohmos ellenállásokat használunk, amelyek üzemi műszereknél gyakran a műszerekbe kerülnek beépítésre.

Háromvezetékes háromfázisú rendszer esetén – tehát csak akkor –, ha nullavezető nincs, a háromfázisú hatásos teljesítmény az 5.78. ábra szerinti két teljesítmény-



5.77. ábra. Teljesítmény mérése háromvezetékes, háromfázisú rendszerben mesterséges csillagpont kialakításával



5.78. ábra. Teljesítmény mérése háromvezetékes, háromfázisú rendszerben két teljesítménymérővel (Aron-kapcsolás)

mérővel is mérhető, az ún. *Áron*-kapcsolással. A kapcsolás összeállításakor ügyelni kell arra, hogy a teljesítménymérők megfelelő tekercseit azonos módon kössük be. Ez esetben az eredő háromfázisú hatásos teljesítményt a két mért teljesítmény előjeles összege adja:

$$P = P_{\text{I}} + P_{\text{II}} = \sqrt{3} U_{\text{v}} I_{\text{v}} \cos \varphi \quad \text{W.}$$

Szimmetrikus, induktív terhelés esetén különböző $\cos \varphi$ értékeknél az egyes teljesítménymérők a következő kitéréseket mutatják:

$$\begin{aligned} \cos \varphi = 1 (\varphi = 0^\circ) & \text{ esetén a két teljesítménymérő kitérése egyenlő;} \\ \cos \varphi > 0,5 (\varphi < 60^\circ) & \text{ esetén mindkét teljesítménymérő kitérése pozitív;} \\ \cos \varphi = 0,5 (\varphi = 60^\circ) & \text{ esetén a II. teljesítménymérő kitérése nulla;} \\ \cos \varphi < 0,5 (\varphi > 60^\circ) & \text{ esetén a II. teljesítménymérő kitérése negatív;} \\ \cos \varphi = 0 (\varphi = 90^\circ) & \text{ esetén a II. teljesítménymérő kitérése negatív és ugyan-} \\ & \text{akkora mint az I. teljesítménymérőé.} \end{aligned}$$

Szimmetrikus, kapacitív terhelés esetén a teljesítménymérők szerepet cserélnek. A két teljesítménymérőt gyakran közös tengelyre szerelik, ezeket kétmérőrendszerű teljesítménymérőknek nevezik. Ekkor a mutató elfordulása az eredő nyomaték függvénye, ezért ezek az előjelre is helyesen összegezett hatásos teljesítményt mutatják.

Az 5.76. ábra méréséhez hasonlóan – az *Áron*-kapcsolással – mért P , U_{v} és I_{v} értékekből a látszólagos teljesítmény, a teljesítménytényező és a meddő teljesítmény számítható.

f) Háromnál több fázisú rendszerek. A gyakorlatban használnak a háromfázisú rendszertől eltérő, más fázisszámú rendszereket is. Ezeket úgy állítják elő, hogy a tekercseket vagy fogyasztókat megfelelően összekapcsolják, láncolják. Általában m fázisú a rendszer. Az m fázisú rendszert akkor mondjuk *szimmetrikusnak*, ha feszültségei $360^\circ/m$ fokkal vannak egymáshoz képest eltolva, továbbá a fázisfeszültségek egyenlők egymással és azonos frekvenciájúak.

Az m fázisú szimmetrikus rendszer feszültségeinek időbeni változását a következő időfüggvények írják le:

$$\begin{aligned} u_1 &= U_{\text{max}} \sin \omega t; \\ u_2 &= U_{\text{max}} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{m} \right); \\ u_n &= U_{\text{max}} \sin \left[\omega t - (n-1) \frac{2\pi}{m} \right]. \end{aligned} \quad (5.105)$$

A leggyakoribb többfázisú rendszer a *hatfázisú*. Kisfokú hullámossága miatt leggyakrabban a nagy teljesítményű egyenirányító berendezésekben használják.

5.16. példa. Egy üzem háromfázisú elosztótáblájának műszerein a következő értékek olvashatók le: $U = 380 \text{ V}$, $I = 95 \text{ A}$ és $P = 50 \text{ kW}$. Számítsuk ki a teljesítménytényezőt, a látszólagos és a meddő teljesítmény értékeit.

A hatásos teljesítmény:

$$P = \sqrt{3} UI \cos \varphi,$$

ebből

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{3} UI} = \frac{50\,000 \text{ W}}{\sqrt{3} \cdot 380 \text{ V} \cdot 95 \text{ A}} = 0,8.$$

A látszólagos teljesítmény:

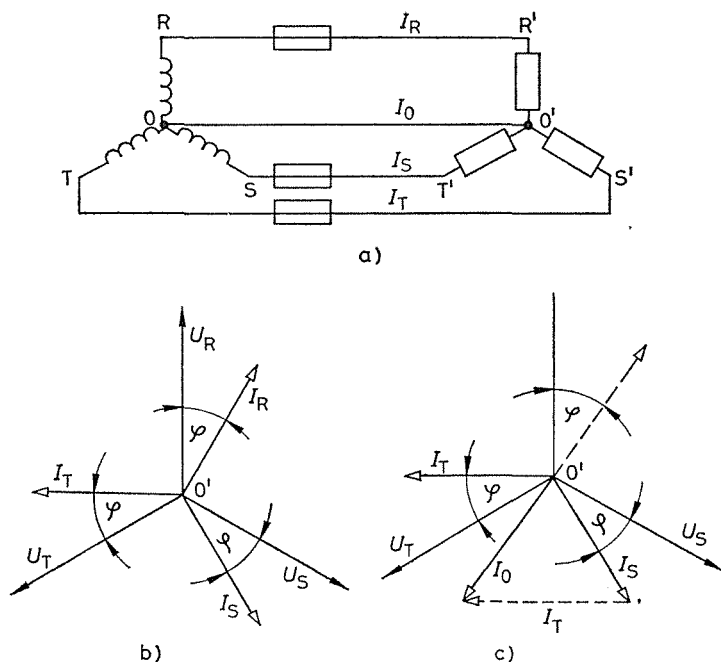
$$S = \sqrt{3} UI = \sqrt{3} \cdot 380 \text{ V} \cdot 95 \text{ A} = 62\,450 \text{ VA} = 62,45 \text{ kVA.}$$

$$\cos \varphi = 0,8, \varphi = 36^\circ 52' \text{ és } \sin \varphi = 0,6.$$

Ezzel a meddő teljesítmény:

$$Q = \sqrt{3} UI \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \text{ V} \cdot 95 \text{ A} \cdot 0,6 = 37\,500 \text{ var} = 37,5 \text{ kvar.}$$

5.17. példa. A csillagkapcsolású szimmetrikus fogyasztót csillagkapcsolású generátor táplálja, a csillagpontok össze vannak kötve. Az 5.79a ábra e négyvezetékes háromfázisú rendszert ábrázolja.



5.79. ábra. Négyvezetékes, háromfázisú rendszer

a) elvi kapcsolási vázlat; b) vektorábra (szimmetrikus terhelés esetén); c) vektorábra (aszimmetrikus terhelés esetén, amikor az R fázisban levő olvadóbiztosító kiolvad)

A fázisvezetőkbe olvadóbiztosítók vannak helyezve. A generátor vonali feszültsége $U_v = 380 \text{ V}$; a fogyasztó mindegyik fázisának impedanciája $Z = 20 \Omega$ és $\cos \varphi = 0,8$. Meghatározandók a tápvezetékben folyó áramok, a fogyasztó vonali és tápfeszültsége, wattos teljesítménye először a felrajzolt normális üzemi állapotban, majd abban az esetben, amikor az R fázisban levő olvadóbiztosító kiolvad.

Normális üzemi állapot. Mivel a generátor vonali feszültsége $U_v = 380 \text{ V}$, ezért a csillagba kapcsolt fogyasztó impedanciáján a fázisfeszültség:

$$U_t = \frac{U_v}{\sqrt{3}} = \frac{380 \text{ V}}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V,}$$

és a fázisáram, amely egyben a vonali áram is:

$$I_v = I_t = \frac{U_t}{Z} = \frac{220 \text{ V}}{20 \text{ V/A}} = 11 \text{ A.}$$

A négyvezetékes háromfázisú rendszer szimmetrikus, ezért a nullavezetőben áram nem folyik:

$$I_0 = I_R + I_S + I_T = 0.$$

A teljesítménytényező $\cos \varphi = 0,8$ értékével a hatásos teljesítmény egy fázisban:

$$P_t = U_t I_t \cos \varphi = 220 \text{ V} \cdot 11 \text{ A} \cdot 0,8 = 1936 \text{ W} \approx 1,94 \text{ kW}.$$

A háromfázisú rendszer hatásos teljesítménye:

$$P = \sqrt{3} U_v I_v \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \text{ V} \cdot 11 \text{ A} \cdot 0,8 = 5800 \text{ W} = 5,8 \text{ kW}.$$

Ugyanezt az eredményt kapjuk, ha egy fázis teljesítményét szorozzuk hárommal.

$$\cos \varphi = 0,8 \text{-ből } \varphi = 36^\circ 52'.$$

Az adatok birtokában a vektorábrát fel tudjuk rajzolni, amelyet az 5.79b ábra szemléltet. A vektorábra alapján felrajzolható áramvektor-háromszög igazolja, hogy eredő nincs, tehát a nullavezetőben áram nem folyik, így $I_0 = 0$.

Aszimmetrikus állapot. Akkor következik be, amikor a feladat szerint az R fázisban az olvadóbiztosító kiég. Mivel négyvezetékes rendszer esetén a csillagpont feszültsége rögzített, a fázisáramok eredője a nullától különböző is lehet, ezért az eredő a nullavezetőn elfolyhat.

Az R fázis feszültsége a biztosító kiégése következtében: $U_R = U_t = 0$ és $I_R = 0$. Mivel a csillagpont feszültsége kötött, és nem változik az S és a T fázis feszültsége sem, így $U_S = U_T = 220 \text{ V}$, és $U_{ST} = 380 \text{ V}$, továbbá:

$$I_S = I_T = 11 \text{ A}.$$

Ennek következtében az S és T fázis hatásos teljesítménye:

$$P_S = P_T = U_t I_t \cos \varphi = 220 \text{ V} \cdot 11 \text{ A} \cdot 0,8 = 1936 \text{ W} = 1,936 \text{ kW}.$$

A két üzemben maradt fázis teljesítménye pedig:‡

$$P_S + P_T = 3872 \text{ W} = 3,872 \text{ kW.‡}$$

Mivel az R fázis szakadt, ezért az I_S és I_T fázisáramok eredője fog a nullavezetőn elfolyni. Az 5.79c ábrán az áramvektor-háromszögből látható, hogy az eredő I_0 azonos nagyságú a szakadás előtti I_R áramvektorral, iránya pedig ezzel ellentétes, ezért

$$I_0 = I_S + I_T,$$

és

$$|I_0| = -|I_R| = -11 \text{ A}.$$

5.2. TRANSZFORMÁTOROK

A transzformátorok olyan *villamos gépek*, amelyek az *ön- és kölcsönös indukció* elvén működnek, és feladatuk a váltakozóáramú villamos energia jellemzőinek megváltoztatása. Legtöbbször adott feszültségű villamos teljesítményt más feszültségű villamos teljesítménnyé alakítanak át az *átviteli veszteségek csökkentése* érdekében. Eközben a fázisszám és a frekvencia — egyes különleges transzformátoroktól eltekintve — nem változik. Ezek a transzformátorok a *villamosenergia-átviteli transzformátorok*. Ezekon kívül számos más, különleges feladatokat ellátó transzformátorok is vannak, pl. *feszültség szabályozó, szigetelő-, illesztő-, fázisszámváltó, mérő-, hegesztő-* stb. transzformátorok, azonban a túlnyomó többséget az előbbieket alkotják. E helyen ezért csak az energiaátviteli transzformátorokkal foglalkozunk, annál is inkább, mert a villamos gépek táplálásában ezek fontosak.

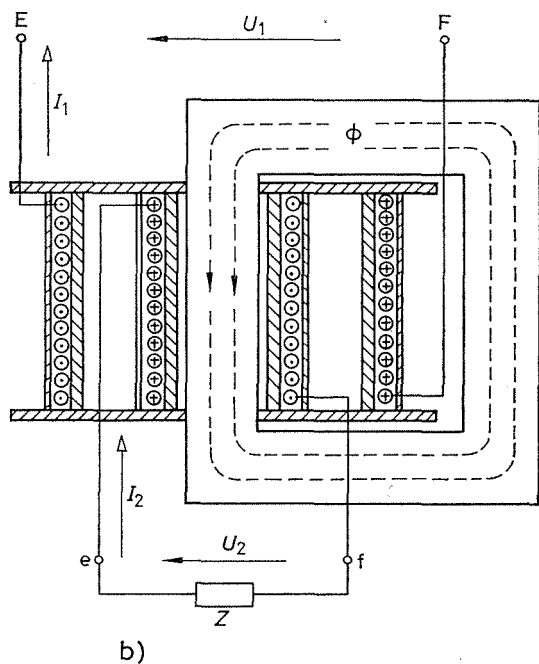
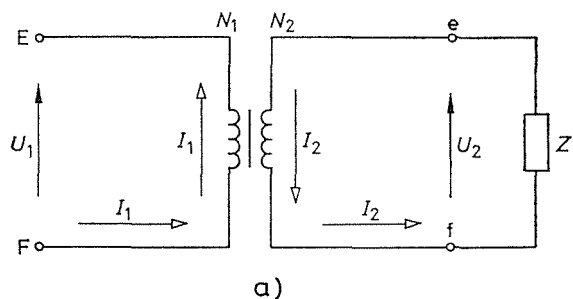
A váltakozóáramú villamosenergia-átviteli hálózatok túlnyomó részben háromfázisúak, de az elosztóhálózatoknál számos egyfázisút is alkalmaznak; ennek megfelelően a nagyobb teljesítményű transzformátorok általában háromfázisúak, a kisebb teljesítményűek pedig egyfázisúak. Mivel a háromfázisú transzformátorok elvileg három egyfázisú transzformátorból vannak felépítve, ezért az elméleti összefüggéseket előbb az egyszerűbb egyfázisú transzformátoron ismertetjük, és csak ezután térünk rá a háromfázisú és a különleges transzformátorokra.

Az első, gyakorlatilag használható zárt vasmagú transzformátort — *Déri, Bláthy és Ziperowsky* mérnökök szabadalma alapján — 1885-ben a *Ganz* gyár készítette. A transzformátor megjelenése a villamos energia felhasználásának elterjedésében döntő tényező lett, és alapja a korszerű és gazdaságos energiaelosztási rendszernek. A további jelentős lépés a transzformátor fejlődéstörténetében 1890-ben történt, amikor *M. O. Dolivo Dobrovolzskij* elkészítette az első háromfázisú transzformátort.

5.2.1. Az egyfázisú transzformátor

Az egyfázisú transzformátor két — egymással mágneses szempontból — szorosan csatolt (zárt vasmagú) tekercsrendszerből áll. Elvi kapcsolási rajza és szerkezeti felépítésének egy lehetséges változata az 5.80. ábrán látható. A *b* ábrán vázolt két tekercs általában többretegű, köztük rétegszigeteléssel, a rajzon azonban — az áttekinthetőség érdekében — csak egy réteg látható. A villamos energiát felvevő, N_1 menetszámú tekercset *primer tekercsnek*, kapcsait *primer kapcsoknak*, az energiát leadó N_2 menetszámú tekercset pedig *szekunder tekercsnek*, kapcsait *szekunder kapcsoknak* nevezzük. Mivel a transzformátor mindkét irányban transzformálható, a

tekercsek jelölésére a *nagyobb feszültségű* és a *kisebb feszültségű*, ill. *generátoros oldal* és *fogyasztói oldal* megnevezéseket is használjuk. A csatolás minél szorosabbá tételére, tehát az erővonal-szóródás csökkentésére a primer és a szekunder tekercseket tekercsrészekre bontva, egymással váltogatva egymás fölé helyezik el ugyanazon vasoszlopon. Az elvi működés könnyebb áttekinthetősége érdekében mi ettől eltérünk és a két tekercset – a vasmag két oszlopán – külön-külön rajzoljuk.



5.80. ábra. A transzformátor elvi rajza
a) kapcsolási rajz; b) szerkezeti rajz

a) **Az egyfázisú transzformátor működési elve.** Leírásukkal kapcsolatban tekintsük meg az 5.81. ábra elvi kapcsolási vázlatát.

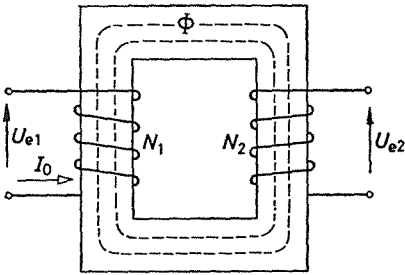
Feszültségviszonyok. Tételizzük fel, hogy a szekunder tekercsen nincs terhelés; úgy mondjuk, hogy a transzformátor üresjárású állapotban van. Az U_1 hálózati feszültség hatására (az ábrába nem rajzoltuk be) a tekercsben I_0 üresjárású áram folyik, aminek hatására a vasmagban Φ **mágneses fluxus** keletkezik, és ez kapcsolódik mind az N_1 , mind pedig az N_2 menetszámú tekercssel. Ha a tekercsekkel kapcsolódó

fluxus változik, akkor a tekercsekben feszültségek indukálódnak. Feltételezve, hogy a fluxus a szinusz törvény szerint változik, akkor az N_1 menetszámú *primer tekercsben indukált feszültség* pillanatértéke:

$$u_{i1} = N_1 \frac{d\Phi}{dt} = \omega N_1 \Phi_{\max} \cos \omega t = U_{i1 \max} \cos \omega t,$$

az N_2 menetszámú *szekunder tekercsben indukált feszültség* pillanatértéke pedig:

$$u_{i2} = N_2 \frac{d\Phi}{dt} = \omega N_2 \Phi_{\max} \cos \omega t = U_{i2 \max} \cos \omega t.$$



5.81. ábra. Transzformátor üresjárásban

A pillanatértékekre kapott összefüggésekből megállapítható, hogy mind a primer, mind a szekunder tekercsben indukált feszültségek azonos fázisúak, és negyed periódussal késnek az őket indukáló fluxushoz képest (l. az 5.82. ábrát).

Az indukált feszültségek effektív értékeit kapjuk, ha a maximális értékeket $\sqrt{2}$ -vel osztjuk:

$$U_{i1} = \frac{U_{i1 \max}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} N_1 \Phi_{\max} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} N_1 \Phi_{\max} = 4,44 f N_1 \Phi_{\max};$$

$$U_{i2} = \frac{U_{i2 \max}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} N_2 \Phi_{\max} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} N_2 \Phi_{\max} = 4,44 f N_2 \Phi_{\max}. \quad (5.106)$$

A primer és a szekunder indukált feszültség hányadosa a primer és a szekunder tekercs menetszámának arányát adja, amit a **transzformátor áttételének** nevezünk:

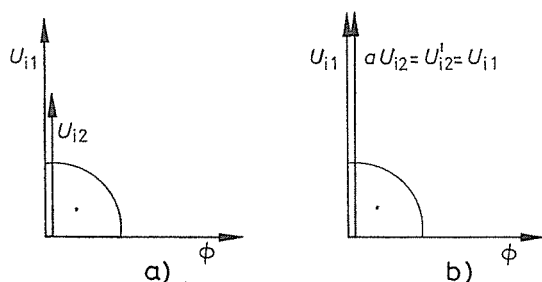
$$\frac{U_{i1}}{U_{i2}} = \frac{N_1}{N_2} = a. \quad (5.107)$$

Ha az igen csekély üresjárás feszültségeséstől eltekintünk, akkor az üresen járó transzformátor kapcsain mért feszültségek aránya – gyakorlatilag elfogadható pontossággal – a transzformátor áttételét adja.

Az 5.82a ábra a fluxus és az általa indukált feszültségek vektorábráját szemlélteti. Az (5.107) összefüggés alapján:

$$U_{i1} = a U_{i2} = U_{i2}'.$$

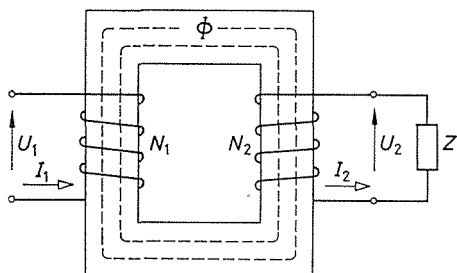
Az áttételi számmal szorzott feszültség a *redukált feszültség*, mivel ez a feszültség lenne mérhető az $N_1/N_2 = a = 1$ áttétel esetén; jelen esetben a szekunder indukált feszültséget redukáltuk a primerre az áttétel arányában. Ez utóbbi vektorábrája az 5.82b ábrán látható.



5.82. ábra. Indukált feszültségek vektorábrái

a) vektorábra $a \neq 1$ esetén;
b) vektorábra $a = 1$ esetén

Áramviszonyok. Kapcsoljunk az 5.83. ábra szerint a transzformátor szekunder kapcsaira Z impedanciájú fogyasztót. Az U_2 feszültség hatására ekkor a szekunder tekercsen és a fogyasztón keresztül I_2 áram indul, amely az $I_1 N_1$ primer gerjesztéssel ellentétes $I_2 N_2$ gerjesztést hoz létre. Mivel a primer tekercs az U_1 hálózati feszültségre van kapcsolva, ezért a transzformátor fluxusának az U_1 és az U_{i1} feszültségegyensúlya érdekében nem szabad jelentősen megváltoznia. A terhelés hatására a primer tekercsben olyan áram indul, hogy a két tekercs gerjesztésének különbsége — az üresjárású gerjesztéshez képest — csak kismértékben változik. Mivel a transzformátor



5.83. ábra. Terheléses transzformátor

— a primer kapocsfeszültségre nézve — fogyasztó, az ábrán felvett vonatkoztatási irányokkal egyensúlyi állapotban a gerjesztés:

$$\Theta_g = I_1 N_1 - I_2 N_2. \quad (5.108)$$

A Θ_g gerjesztést úgy is elképzelhetjük, mintha ezt a primer tekercselésben folyó fiktív áram, az ún. I_g gerjesztőáram hozta volna létre. Ez a transzformátor megengedhető névleges terheléséig alig különbözik a transzformátor I_0 üresjárású áramától, ezért gyakran a gerjesztőáram helyett az üresjárású árammal számolnak. A gerjesztés a gerjesztőárammal:

$$I_1 N_1 - I_2 N_2 = I_g N_1, \quad \text{ill.} \quad I_1 - I_2 = I_g.$$

Rendezve az egyenletet:

$$N_1(I_1 - I_g) = N_2 I_2.$$

A menetszámtétel helyettesítésével:

$$I_1 = I_g + \frac{N_2}{N_1} I_2 = I_g + \frac{I_2}{a} = I_g + I_2. \quad (5.109)$$

A transzformátor áramviszonyait az 5.84. ábrán vázolt vektorábra szemlélteti. Felrajzolása során figyelembe vettük, hogy az I_g gerjesztőáramnak két komponense van: az I_m *meddő-* vagy *mágnesezőkomponens*, amely a Φ fluxus gerjesztésére szolgál és azzal fázisban van, továbbá az I_h *hatásos* vagy *veszteségi komponens*, amely a vasveszteségek fedezésére való, így U_i -vel van fázisban.

Közelítő számításoknál az I_g gerjesztő-, ill. az I_0 üresjárási áramot elhanyagolhatjuk, mivel jól szerkesztett transzformátoroknál a tizedrészét sem teszi ki a primer áramnak. Ezért

$$N_1 I_1 \approx N_2 I_2,$$

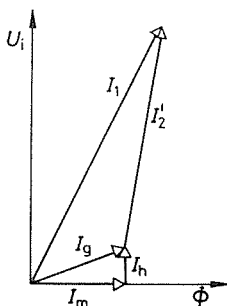
ill. abszolút értékek esetén:

$$N_1 I_1 \approx N_2 I_2 \quad \text{és} \quad S_1 \approx S_2.$$

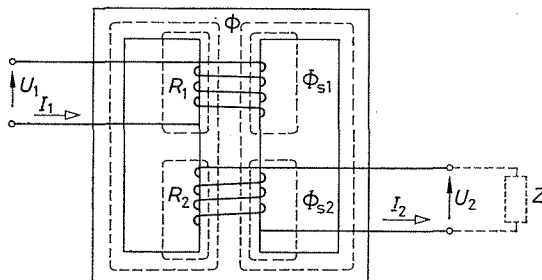
Névtelenen terhelte transzformátor esetén:

$$\frac{I_1}{I_2} \approx \frac{N_2}{N_1} \approx \frac{1}{a}. \quad (5.110)$$

Minél kisebb a terhelés a névtelenénél, a megközelítés annál kevésbé érvényes.



5.84. ábra. A transzformátor áramviszonya

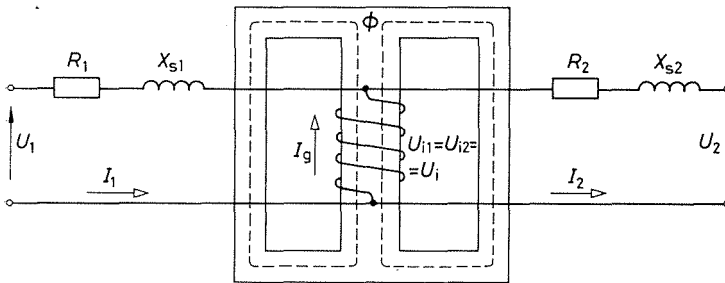


5.85. ábra. A valóságos transzformátor vázlata

Valóságos transzformátor. Az előzőekben a transzformátor feszültség- és áramviszonyainak ismertetésekor — az egyszerűség kedvéért — néhány elhanyagolást tettünk. A valóságos transzformátor viselkedése ezért némileg különbözik az eddig tárgyaltaktól. Az 5.85. ábrán egy olyan valóságos transzformátort ábrázolunk, amelynek mindkét tekercse a közös vasmagon helyezkedik el. A Z impedanciával terhelte transzformátor tekercseiben folyó I_1 és I_2 áram létrehoz olyan mágneses erővonalakat is, amelyek részben vagy egészben a levegőn át záródnak, és egy részük csak a primer, más részük pedig csak a szekunder tekercssel kapcsolódik. Ezeket *szert fluxusoknak* nevezzük, és a primer tekercssel kapcsolódókat Φ_{s1} -gyel, a szekunder tekercssel kapcsolódókat pedig Φ_{s2} -vel jelöljük. A szert fluxusok a tekercsekben induktív feszültségeséseket hoznak létre, ezért induktív reaktanciákkal jellemezhetők.

A tekercsben folyó I_1 és I_2 áram a tekercsek és hozzávezetések R_1 és R_2 rezisztenciáján feszültségeséseket okoz. Ennek alapján az U_1 hálózati feszültséggel az U_{i1} indukált feszültség, az U_{s1} induktív és U_{R1} ohmos feszültségek eredője tart egyensúlyt. Az U_2 kapocsfeszültség pedig az U_{i2} indukált, az U_{s2} induktív és U_{R2} ohmos feszültségek eredője. Végül még azt is meg kell említenünk, hogy egy valóságos transzformátor a szekunder oldalon leadott teljesítményen felül e tekercsek *Joule*-vesztéséget és a vastest periodikus átmágnesezésével kapcsolatos vasvesztéseket fedező teljesítményt is felveszi a hálózatból.

b) **Helyettesítő kapcsolási vázlat.** A helyettesítő kapcsolási ábrával a transzformátort olyan egyszerű elemekből felépített egyszerű kapcsolással helyettesítjük, amely eltér ugyan a transzformátor tényleges fizikai felépítésétől, de a feszültségek és áramok alakulása gyakorlati pontossággal benne ugyanolyan, mint a valóságos transzformátorban. Az így felépített helyettesítő kapcsolási vázlat alapján a feszültség- és áramviszonyokat *Kirchhoff* törvényei alapján vizsgálhatjuk.



5.86. ábra. A transzformátor helyettesítő kapcsolási vázlatának felépítése

A helyettesítő kapcsolási vázlatot a következő gondolatmenet szerint építjük fel. Tétélezzük fel, hogy az 5.86. ábrán vázolt valóságos transzformátor menetszám-áttétele: $a = N_1/N_2 = 1$. Ezenkívül mindkét tekercset rezisztenciamentesnek tétélezzük fel, akkor a tekercsek ohmos ellenállásai helyettesíthetők a tekercsekből „kiemelt” ohmos ellenállásokkal. A szórt fluxusok arányosak az őket létrehozó áramokkal, és az általuk indukált feszültségek 90° -kal sietnek az áramokhoz képest. Ennek megfelelően helyettesíthetők induktív reaktanciákkal (X_{s1} és X_{s2}), amelyeket az ohmos ellenállásokhoz hasonlóan szintén „kiemelhetünk” a tekercsekből. A vasmagon ezután már csak két ideális tekercs marad, amelyekben csak a közös fluxus indukál feszültséget. Mivel — feltételezésünk szerint — a két tekercs menetszáma egymással egyenlő, így a bennük indukált feszültségek is egyenlők, ezért a két tekercs egyetlen tekercssel helyettesíthető (5.86. ábra). Ebben a primer és a szekunder áram különbsége folyik, amely közelítőleg egyenlő az üresjárási árammal:

$$I_1 - I_2 = I_g \approx I_0, \quad (5.111)$$

és a gerjesztőáram:

$$I_g = I_m + I_h. \quad (5.112)$$

Az 5.86. ábrából a következőképpen rajzolhatjuk meg a végleges helyettesítő kapcsolási ábrát. Mivel az áthidalótekercsben indukált feszültséget a gerjesztőáram

I_m mágnesezőkomponense által gerjesztett Φ fluxus hozza létre, a váltakozó átmágnesezéssel kapcsolatos vasvesztéseket pedig a gerjesztőáram I_h hatásos komponense fedezi, ezért az áthidalótekercs helyettesíthető két párhuzamosan kapcsolt áramkörti elemből felépített áthidalóággal. Egyik ágban a Φ fluxusra jellemző X_0 mágnesezési reaktancia, a másik ágban pedig a vasvesztésekre jellemző R_v rezisztencia (vesztési ellenállás) található. Mivel az U_i indukált feszültség mindkét ágra ugyanaz, értékeiket az

$$X_0 = \frac{U_i}{I_m}, \quad \text{ill.} \quad R_v = \frac{U_i}{I_h} \quad (5.113)$$

összefüggésekkel határozhatjuk meg.

Eddig feltételeztük, hogy a transzformátor menetszámáttétele: $N_1/N_2 = a = 1$. A vizsgálni kívánt transzformátorok menetszámáttétele általában nem egy, de egyszerű módon visszavezethető az előző esetre. Ennek megfelelően egyik tekercs áramát, feszültségét, rezisztenciáját és reaktanciáját át kell számítani olyan transzformátorra, amelynek menetszámáttétele $N_1/N_2 = a = 1$. Ezt az átszámítási módot *redukciónak*, az átszámított értékeket *redukált értékeknek* nevezzük. A redukciókat a következő gondolatmenetek szerint végezzük.

Az (5.108) összefüggés értelmében a redukált szekunder tekercs gerjesztésének meg kell egyeznie a valódi tekercs gerjesztésével. Ha ugyanis az N_2 menetszámú tekercset $N_1 = aN_2$ menetszámúval helyettesítjük, akkor a tekercsben I_2/a áram okoz ugyanakkora gerjesztést, mint a valódi tekercsben a valódi áram. Ennek megfelelően a redukált szekunder áram:

$$I'_2 = \frac{I_2}{a}.$$

A két oldal teljesítményeinek állandóságából a redukált szekunder feszültség:

$$U'_2 = aU_2,$$

$$\text{mert } U_2 I_2 = (aU_2) \left(\frac{I_2}{a} \right) = U'_2 I'_2.$$

A redukálás során a redukált feszültség és áram fázisviszonyai nem változnak, így a teljesítménytényező sem:

$$\cos \varphi_2 = \cos \varphi'_2.$$

A redukált szekunder ellenállást abból a feltételből számítjuk, hogy a redukált szekunder áram négyzetével szorozva azonos veszteséget adjon, mint redukálatlan értékek esetében:

$$I_2^2 R_2 = I_2'^2 R_2'.$$

Az összefüggésben $I_2' = I_2/a$ helyettesítéssel a redukált szekunder ellenállás:

$$R_2' = a^2 R_2,$$

és hasonló módon a redukált szórási reaktancia:

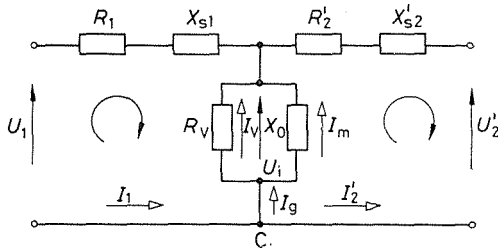
$$X_{s2}' = a^2 X_{s2}.$$

Az említett átalakításokkal és a redukált mennyiségek bevezetésével bármilyen áttételű transzformátorra felrajzolhatjuk az 5.87. ábra szerinti általános helyettesítő kapcsolási vázlatot. A felvett vonatkoztatási irányok mellett — *Kirchhoff* II. törvénye alapján — a következő feszültségegyenleteket írhatjuk fel a primer, ill. a szekunder körre:

$$\begin{aligned} U_1 &= U_i + jX_{s1}I_1 + R_1I_1; \\ U'_2 &= U_i - jX'_{s2}I'_2 - R'_2I'_2. \end{aligned} \quad (5.114)$$

Ezekben az indukált feszültség:

$$U_i = jX_0I_m.$$



5.87. ábra. Az egyfázisú transzformátor helyettesítő kapcsolási vázlata

A C pontra — *Kirchhoff* I. törvénye alapján — a csomóponti egyenlet

$$I_g = I_1 - I'_2. \quad (5.115)$$

A helyettesítő kapcsolási vázlat elemeinek arányai Ω -okban kifejezve:

$$R_1 \approx R'_2; \quad X_{s1} \approx X'_{s2} = (2 \dots 5) R_1; \quad X_0 \approx 1000 R_1; \quad R_v \approx 10\,000 R_1.$$

c) **Az egyfázisú transzformátor üzemé.** A transzformátor üzemét *üresjárás*i, *terhelési* és *rövidzárási állapot*ának vizsgálatával ismerhetjük meg. Ezek közül az üresjárás és a rövidzárási állapotot *karakterisztikus* állapotoknak is nevezik, mert belőlük a transzformátor tulajdonságaira alapvető megállapításokat kaphatunk. A terhelési állapot a gyakorlatban előforduló általános eset, amikor is a transzformátor terhelése nulla értéktől a névleges értékig bármilyen értéket felvehet.

Üresjárási állapot. Ebben az állapotban az 5.87. ábra helyettesítő kapcsolási vázlatára szekunder kapcsai nyitva vannak (terhelés nélküliek), a szekunder áram $I'_2 = 0$, ezért $I_1 = I_g = I_0$, tehát az (5.114) összefüggések egyszerűsödnek:

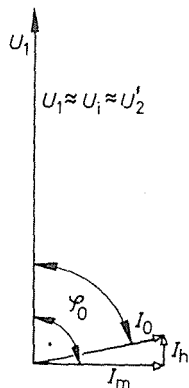
$$U_1 = U_i + jX_{s1}I_0 + R_1I_0, \quad U'_2 = U_i. \quad (5.116)$$

Az I_0 üresjárás

$$U_1 \approx U_i = U'_2.$$

A transzformátor ezen elhanyagolásokkal rajzolt vektorábráját az 5.88. ábra szemlélteti. Az $U_1 = U_i = U'_2$ feszültségből indulunk ki, amelyet a pozitív valós ten-

gely irányába rajzolunk fel. Mivel $I_0 = I_m + I_h$ és I_m a fluxussal fázisban van, ezért 90° -kal késik U_1 vektorhoz képest. I_h viszont U_1 -gyel fázisban van, így I_m -hez vektorosan hozzáadva eredőül az I_0 üresjárású áramot kapjuk. Az I_0 és U_1 közötti szöveget **üresjárású fázisszögnek** nevezzük és φ_0 -val jelöljük.



5.88. ábra. A transzformátor egyszerűsített, üresjárású vektorábrája

Míg az üresjárású áram meddő összetevője a fluxus létesítésére, addig hatásos összetevője a változó fluxus által létrehozott vasvesztések fedezésére való. A **vasvesztés** két részből tevődik össze: a **histerézis-** és az **örvényáram-vesztéséből**. A **histerézisvesztés** egy teljes átmágnesezés alatt a histerézisgörbe által határolt területtel arányos, és annál nagyobb, minél nagyobb az indukció csúcserőértéke. Az **örvényáram-vesztések** magyarázatával az 5.1.3. pontban már találkoztunk. E veszteségek csökkentésére a transzformátor vasmagját tömör vas helyett 0,35 mm vastag, egymástól **lakkréteggel** vagy ragasztott **papírréteggel szigetelt lemezekből** építik fel.

A gyakorlatban a histerézis- és örvényáram-vesztések összegét adják meg az ún. **vesztési számmal**. Ez azt mutatja, hogy 1 kg tömegű vasban 50 Hz frekvenciájú, szinuszos alakú, $B_{1 \max} = 1$ T csúcserőértékű indukció mellett mekkora a fajlagos teljesítményvesztés. A ma használatos transzformátorlemezekre ez általában $v_1 = 0,6 \dots 1,8$ W/kg értékű. Ezt a kívánt indukció nagyságától függően át kell számítani. Ezzel a vasvesztéssel a

$$P_{vv} = m_v v_1 (B_{\max}/B_{1 \max})^2 \text{ W}$$

összefüggés szerint számítható, ahol m_v a vas tömege, kg; v_1 a veszteségi szám, W/kg; B_{\max} a szóban forgó vasban előállított indukció csúcserőértéke; $B_{1 \max}$ a veszteségi számhoz tartozó indukció csúcserőértéke, esetünkben 1 T.

A **vasvesztés**et a transzformátor a primer hálózathoz fogyasztja. Az üresjárású áram hatásos komponense — ennek megfelelően — a P_{vv} vasvesztés ismeretében közelítőleg az

$$I_h \approx \frac{P_{vv}}{U_1}$$

összefüggés szerint számítható. Pontosabb számításokban az I_0 üresjárású áramnak a primer tekercs rezisztenciája következtében előidézett $P_{vt} = I_0^2 R_1$ **tekercsvesztés**et (részvesztés) is figyelembe kell venni a következők szerint:

$$I_h = \frac{P_{vv} + P_{vt}}{U_1} = \frac{P_v}{U_1} \text{ A.}$$

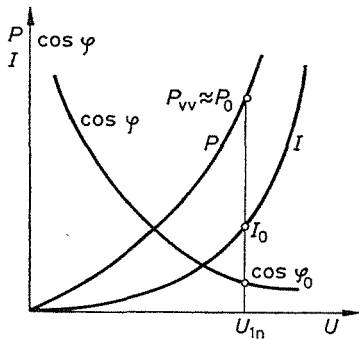
Meglehető transzformátor esetén a vasvesztés a gyakorlatban az ún. **üresjárású mérés**szel állapítják meg. A névleges terhelésig a mágneses fluxus és így a vas mágneses indukciójának értéke,

tehát a vasvesztés is gyakorlatilag független a terheléstől. Üresjárásban csak a primer tekercsben folyik üresjárási áram, amely néhány százaléka a névleges áramnak. Ebből kifolyólag a tekercsvesztések is csak néhány százalékát (2...8%) teszik ki a mért üresjárási veszteségnek, ezért a transzformátor üresjárásban mérhető teljesítményfelvétele gyakorlatilag a vasvesztés adja.

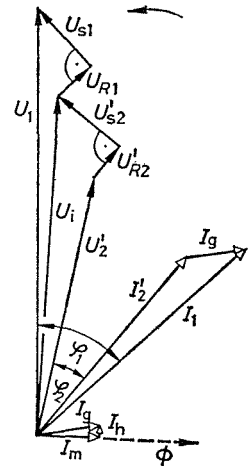
Az üresjárási mérést úgy végezzük el, hogy a transzformátort – változtatható feszültségű energiaforrásról – $U_1 = 0 \dots 1,2 U_{1n}$ terjedő feszültséggel tápláljuk (U_{1n} a névleges primer feszültség), és különböző feszültségértékeknél mérjük a felvett üresjárási teljesítményt, üresjárási áramot, továbbá ezekből a

$$\cos \varphi_{0x} = \frac{P_{0x}}{U_{1x} I_{0x}}$$

ismert összefüggéssel számítjuk ki a teljesítménytényező különböző értékeit, majd ezeket – P_{0x} és I_{0x} -szel együtt – az 5.89. ábra szerint diagramokban megrajzoljuk. A diagramok U_{1n} névleges feszültséghez tartozó értékei adják a transzformátor üresjárási jellemzőit.



5.89. ábra. A transzformátor üresjárásban mért és számított jellegzőgörbéi



5.90. ábra. A transzformátor terhelési vektorábrája

Terhelési állapot. A transzformátor szekunder kapcsaira (5.87. ábra) fogyasztót kapcsolva, a szekunder körben a fogyasztó által meghatározott áram indul. A primer és szekunder kör egyenletei a felvett vonatkoztatási, ill. körüljárási iránnyal:

$$U_1 = jX_0 I_m + jX_{s1} I_1 + R_1 I_1 = U_i + U_{s1} + U_{R1}; \quad (5.117)$$

$$U_2 = jX_0 I_m - jX'_{s2} I'_2 - R'_2 I'_2 = U_i - U'_{s2} - U'_{R2}, \quad (5.118)$$

és a csomóponti egyenlet:

$$I_1 = I_g + I'_2. \quad (5.119)$$

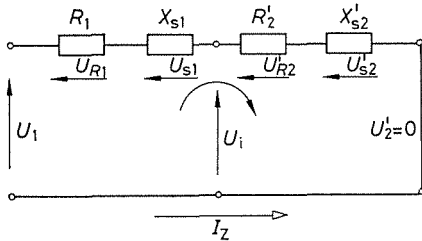
A szekunder áram nagyságát és fázisszögét a fogyasztó határozza meg. Az 5.90. ábrán megrajoltuk egy olyan transzformátor terhelési vektorábráját, amelynek szekunder árama és szekunder fázisszöge adott. A vektorábra elkészítésekor az U'_2 szekunder feszültségből, valamint a terhelés által megszabott I'_2 áramból és φ_2 fázisszögből indulunk ki. Az U'_2 -höz – I'_2 -vel párhuzamosan és egyező irányban – az U'_{R2} feszültséget, majd ez utóbbihoz 90° -kal pozitív irányban elforgatva és az U'_{s2} feszültséget hozzáadva kapjuk a transzformátor U_i indukált (belső) feszültségét. Ez a Φ fluxus által indukált feszültség, amelyhez képest a Φ fluxus és az I_m mágnesezőáram 90° -kal

késik. Az I_m és a rá merőleges I_h eredőjeként az I_g gerjesztőáramot kapjuk. Ez utóbbi és I_2 eredője az I_1 primer áram. U_1 -hez $-I_1$ -gyel párhuzamosan és egyező irányban — az U_{R1} feszültséget, továbbá ez utóbbihoz 90° -kal pozitív irányban elforgatva az U_{s1} feszültséget hozzáadva kapjuk az U_1 primer feszültséget. A primer áram és feszültség vektora meghatározza egyúttal a φ_1 fázisszöveget is.

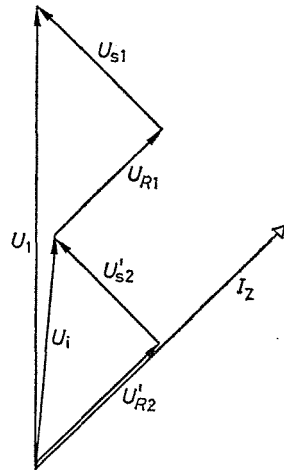
Rövidzárási állapot. Ha a transzformátor szekunder kapcsait elhanyagolhatóan kis ellenállású vezetével áthidaljuk, és a primer tekercsre feszültséget kapcsolunk, akkor a transzformátor *rövidzárási állapotba* kerül. Amennyiben a primer feszültség az U_{1n} névleges feszültséggel egyezik, akkor a transzformátor szekunder tekercseiben a névleges áram 10...25-szöröse folyik a transzformátor impedanciájának nagyságától függően. Ez a nagy áram a tekercsek rendkívüli gyors felmelegedésére és a szigetelőanyagok elégtésére vezet, ami nem engedhető meg, ez ellen a transzformátort védeni kell.

A rövidre zárt transzformátor helyettesítő kapcsolási vázlatának 5.91. ábra szerinti megszerkesztésekor az áthidalóágot — mivel a gerjesztőáram a névleges terhelési áramnak csak néhány százaléka — elhanyagolhatjuk. A rajzolt vonatkoztatási irányok és a huroktörvény alapján a feszültségekre az

$$U_1 = U_{R1} + U'_{R2} + U_{s1} + U'_{s2} = U_R + U_s = I_z Z \quad (5.120)$$



5.91. ábra. A transzformátor rövidzárási helyettesítő kapcsolási vázlata



5.92. ábra. A transzformátor rövidzárási vektorábrája

egyenletet írhatjuk fel. A transzformátor jellemzői és I_z ismeretében megszerkeszthetjük a transzformátor 5.92. ábra szerinti rövidzárási vektorábráját. A szerkesztéskor I_z -ből indulunk ki, amellyel U_{R1} és U'_{R2} egyirányú, U_{s1} és U'_{s2} pedig rá merőleges és megelőzi. A vektorábrából szembetűnő: a nagy zárlati áram miatt az ohmos- és az induktív feszültség-esések olyan jelentősen megnőnek, hogy az indukált feszültség a névleges primer feszültségnek csak kb. a fele.

A zárlati áram nagysága és veszélyessége következtében az ún. rövidzárási állapot mérésekor a névlegesnél jóval kisebb feszültséget kapcsolunk a transzformátor primer tekercsére: akkorát, amelynél a tekercsben a névleges áram jön létre. Ezt a feszültséget a transzformátor *rövidzárási feszültségének* nevezzük. Az ohmos és a reaktív tagok összevonása után a transzformátor rövidzárási mérési állapotát az 5.93a

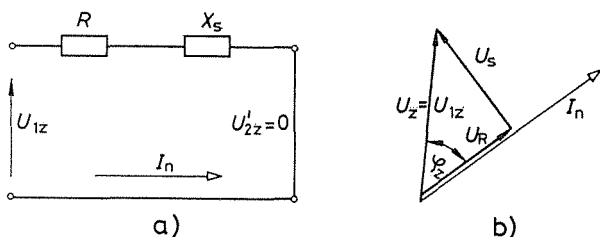
ábra szerinti egyszerűsített helyettesítő kapcsolási vázlattal jellemezhetjük. Ebből a rövidzárási feszültség:

$$U_{1z} = U_R + U_s = I_n(R + jX_s) = I_n Z, \quad (5.121)$$

ahol I_n a transzformátor primer oldali névleges árama.

A transzformátorra jellemző a *viszonylagos* vagy *százalékos rövidzárási feszültség* – amelyet a transzformátor **drop**-jának is szoktak nevezni – a rövidzárási feszültség és a névleges primer feszültség hányadosa:

$$\varepsilon = \frac{U_{1z}}{U_{1n}}, \quad \text{ill.} \quad \varepsilon\% = \frac{U_{1z}}{U_{1n}} 100\%. \quad (5.122)$$



5.93. ábra. Rövidzárási mérés

a) egyszerűsített helyettesítő kapcsolási vázlat; b) egyszerűsített vektorábra

Értéke 3...10% között szokott lenni. Gondosabban kivitelezett, nagyobb villamosenergia-átviteli transzformátoroknál kisebb, kisebb teljesítményű, száraz transzformátoroknál nagyobb. A százalékos rövidzárási feszültség számértéke – amint az a helyettesítő kapcsolási rajzból is következik – azonos, akár a primer, akár a szekunder oldalon végezzük a mérést.

A rövidzárási feszültség számértékének ismerete nemcsak a transzformátor üzeme szempontjából fontos, hanem a hálózatok és a hálózatokra felszerelt készülékek szempontjából is. Ha ugyanis valamely hálózat zárlatba kerül, a zárlati áram nagyságának kialakulásában a transzformátor impedanciája, ennek következtében a rövidzárási feszültség döntő.

Az 5.91. és az 5.93. ábrán vázolt helyettesítő kapcsolási vázlatokból $U_{1z} = I_n Z$, ill. $U_1 = I_z Z$. A két egyenletből rendezés és az (5.122) összefüggés helyettesítése után a zárlati áram:

$$I_z = \frac{I_n}{\varepsilon} 100. \quad (5.123)$$

A hálózatokon alkalmazott berendezések termikus és dinamikus igénybevételét, a megszakítókészülékek szükséges megszakítóképeségét mindig a zárlati áram határozza meg. Ezért kiválasztásukhoz vagy megtervezésükhöz a transzformátor rövidzárási feszültségének ismerete elengedhetetlenül szükséges.

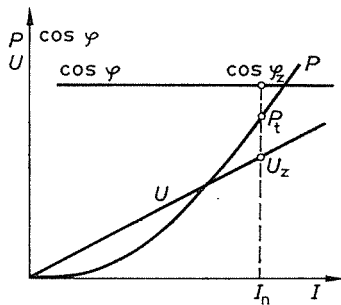
Az 5.92. ábrából látható, hogy a transzformátor belső (indukált) feszültsége – rövidzárási állapotban – a hálózati feszültségnél jóval kisebb, annak kb. a fele. Vonatkozik ez a rövidzárási mérésre is. Ilyen kis feszültségnél a vasban alig van indukció, és mivel a vasvesztés az indukcióval kb. négyzetesen arányos, gyakorlatilag ekkor nincs vasvesztés. Ezért rövidzárási mérés alkalmával

a transzformátor által felvett teljesítmény a primer és a szekunder tekercsben keletkező tekercsvesztéseket fedezi. Mivel a rövidzárási mérésnél éppen a névleges áram folyik a tekercsekben, az általuk létrehozott veszteségek éppen a névleges üzemi állapotnál fellépő *tekercs-(réz-)vesztések* lesznek.

A tekercsvesztéseket tehát rövidzárási méréssel határozhatjuk meg. A transzformátor egyik – általában a kisebb feszültségű – tekercsét rövidre zárjuk, a nagyobb feszültségű tekercset pedig változtatható feszültségű hálózatról tápláljuk úgy, hogy az áramerősséget $I = 0$ -tól $I = 1,2I_n$ -ig növeljük. Közben mérjük az összetartozó rövidzárási U_{zz} feszültséget, a tekercs I_x áramát és a felvett P_{tx} teljesítményt. A teljesítménytényező értékét a mért összetartozó értékekből számítjuk a

$$\cos \varphi_{zz} = \frac{P_{tx}}{U_{zz} I_x}$$

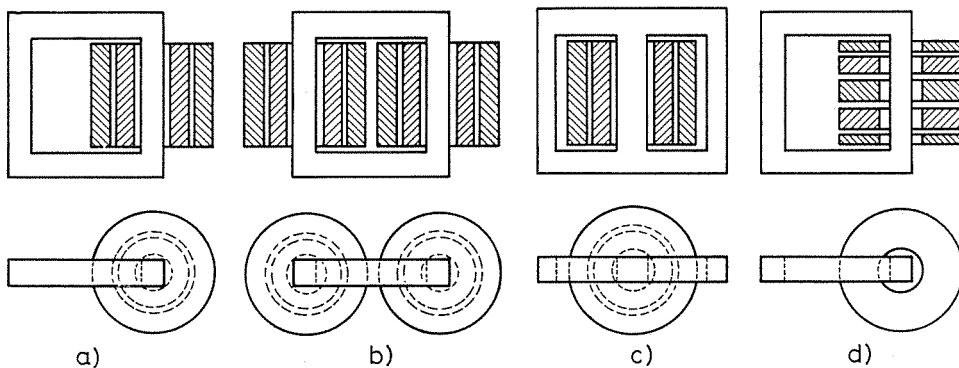
összefüggés alapján. Az egyes, összetartozó értékeket az 5.94. ábra szerint diagramokban ábrázoljuk. A diagramok I_n -hez tartozó értékei adják a transzformátor rövidzárási jellemzőit.



5.94. ábra. A transzformátor rövidzárási állapotban mért és számított jelleggörbéi

d) **Az egyfázisú transzformátor szerkezete.** A vasmag alakját és a tekercsek elhelyezését illetően sokfajta alakult ki. A főbb típusokat a következőkben ismertetjük.

A **vasmag alakja** szerint van *láncszem-, mag- és köpenytranszformátor*. Az 5.95. ábra a vasmag említett három fajtáját és a rajta levő tekercseket mutatja. A vasmagok azon részét, amelyre a tekercseket helyezik, **oszlopnak**, a vasmag fluxusvezető részét pedig **járomnak** nevezzük. A **láncszemtranszformátornál** (5.95a ábra) a vasmag és a tekercs mint láncszem kapcsolódik; ezenkívül a primer és a szekunder tekercselés a vasmag egyik oszlopán helyezkedik el. Csak kis teljesítményű (néhány VA-es) transzformátort készítenek ilyen szerkezettel. A **magtranszformátornál** (5.95b ábra) a primer



5.95. ábra. Egyfázisú transzformátorok vasmag- és tekercstípusai

a) láncszemtranszformátor hengeres tekercseléssel; b) magtranszformátor hengeres tekercseléssel; c) köpenytranszformátor hengeres tekercseléssel; d) láncszemtranszformátor tárcsás tekercseléssel

és a szekunder tekercselés fele-fele kerül egy-egy oszlopra. A vasmag tömege kb. annyi, mint a láncszemtranszformátornál, viszont kisebb a tekercsek közepes átmérője, ezért kisebb a tekercsek menethossza, ezáltal a tekercsek ohmos ellenállása. Kisebb a tekercsveszteség és a beépítendő tekercstömeg is. A **köpenytranszformátornál** (5.95c ábra) a vasmag köpenyszerűen veszi körül a középső oszlopon elhelyezett primer és szekunder tekercseket. A tekercs közepes átmérője akkora, mint a láncszemtranszformátornál, viszont a vasban a fluxusvonalak átlagos hossza kisebb, így a gerjesztés is. Kevesebb ezenkívül a beépítendő vas mennyisége, és ezáltal a vasvesztés is. Az említett előnyök és hátrányok mérlegelése alapján nagyobb teljesítmények esetén inkább a mag- és a köpenytranszformátort alkalmazzák. Ha a primer rész állandóan a hálózatra van kapcsolva, akkor előnyösebb a kisebb vasvesztésű köpenytranszformátorok alkalmazása, szakaszos üzemben viszont a magtranszformátoroké.

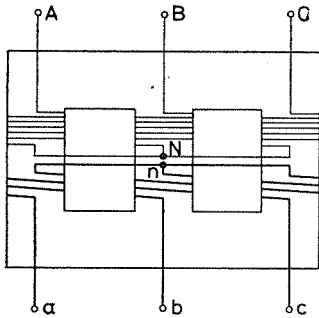
A **transzformátor tekercsei** hengerek vagy tárcsások lehetnek. Az 5.95a, b és c ábrán vázolt vasmagokon *hengeres* tekercset láthatunk. Rendszerint a kisebb feszültségű tekercs kerül a vasmaghoz közelebb annak érdekében, hogy a potenciálkülönbség a vasmag és a tekercs között minél kisebb legyen. A *tárcsás* tekercselrendezést az 5.95d ábra szemlélteti. Ennél a típusnál az azonos menetszámú, kisebb és az azonos menetszámú, nagyobb feszültségű tekercsrészek egymást váltogatva követik, mégpedig úgy, hogy az első és az utolsó tekercsrész kifestültségű, és menetszámuk fele akkora, mint a közbelső kifestültségű tekercseké. Ez az elrendezés csökkenti a szórt fluxusokat, viszont költségesebb, ezért gyakrabban az egy- vagy háromfázisú, nagyobb villamosenergia-átviteli transzformátorokban alkalmazzák. A tekercseket szigetelt huzalból készítik, ezeket szigetelő tekercstartókra tekercselik. A tekercsrészeket és -rétegeket egymástól és a vasmagtól szigetelni kell.

5.2.2. A háromfázisú transzformátor

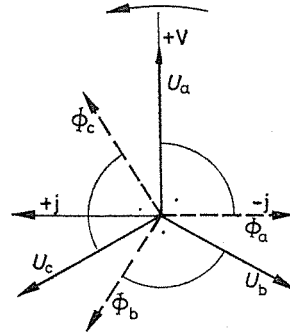
A háromfázisú villamosenergia-rendszer három olyan egyfázisú rendszerből állóknak képzelhető el, amelyeket egymáshoz képest $1/3 - 1/3$ periódussal eltolt váltakozófeszültség jellemez. A három egyfázisú rendszer csillagkapcsolásban vagy háromszögkapcsolásban alkotja a háromfázisú rendszert. A háromfázisú teljesítmény — az előbbiekből adódóan — három egyfázisú transzformátorral is transzformálható, ha azok primer és szekunder tekercseit a háromfázisú rendszernek megfelelően kapcsoljuk. A három egyfázisú transzformátorból alkotott háromfázisú transzformátorcsoport primer és szekunder oldal fázis- és vonali mennyiségeire az 5.1.5. pontban már ismertetett összefüggések érvényesek. Ennek megfelelően a háromfázisú transzformátor működésének matematikai összefüggéseit — az egyfázisú transzformátor összefüggéseinek alapulvételével — egyszerűen felírhatjuk.

a) **A háromfázisú transzformátor felépítése és működési elve.** Gazdaságossági okból — az egészen nagy teljesítményektől eltekintve — a háromfázisú villamosenergia-átvitelben nem használnak egyfázisú transzformátorokat, hanem közös vasmagú, háromfázisú transzformátorokat. Az 5.96. ábra egy általánosan alkalmazott háromoszlopos, háromfázisú transzformátort szemléltet, amelynek mind a primer, mind pedig a szekunder tekercsei — az ábrán látható módon — csillagba vannak kötve. A szabvány előírásainak megfelelően a nagyobb feszültségű tekercsek kapcsait A, B, C betűvel, a kisebb feszültségű tekercsek kapcsait a, b, c betűvel, a csillagpontot pedig az előbbinél N betűvel, az utóbbinál n betűvel jelöljük. Mind a vasmagot és a teker-

cselést, mind pedig a táplálást *szimmetrikusnak* tételezve fel, az egyes tekercsek feszültségei, a fázisfeszültségek egyenlő nagyok, és $1/3$ periódussal vannak egymáshoz képest eltolva. Az egyes fázisfeszültségeket indukáló fluxusok 90° -ot késnek az indukált feszültségekhez képest, így az egyes oszlopok fluxusai is — miként a fázisfeszültségek — $1/3$ periódussal követik egymást. A háromfázisú transzformátor fluxusainak és indukált fázisfeszültségeinek vektorábrái az 5.97. ábrán láthatók. A vektorábrából könnyen belátható, hogy a fluxusok pillanatértékei valós tengelyre vetített vetületeinek összege minden időpillanatban nulla, így három oszlop is elegendő, nem szükséges negyedik oszlop az eredő fluxus vezetésére.



5.96. ábra. A háromfázisú transzformátor elvi felépítése (tekercsek csillagkapcsolásban)



5.97. ábra. A háromfázisú, csillagkapcsolású transzformátor fluxusainak és indukált fázisfeszültségeinek vektorábrája

A közös oszlopon levő tekercsek feszültségei — a csillagpontok helyétől és a tekercselési iránytól függően — azonosak, vagy 180° -kal el vannak forgatva, ill. ellentétes fázisban lehetnek; így a vektorok is párhuzamosak egyező vagy ellentétes iránynyal. A két szomszédos tekercs közötti vonali feszültségek — a már ismert összefüggések szerint — $\sqrt{3}$ -szor nagyobbak a fázisfeszültségeknél, és fázishelyzeteik is különböznek azoktól.

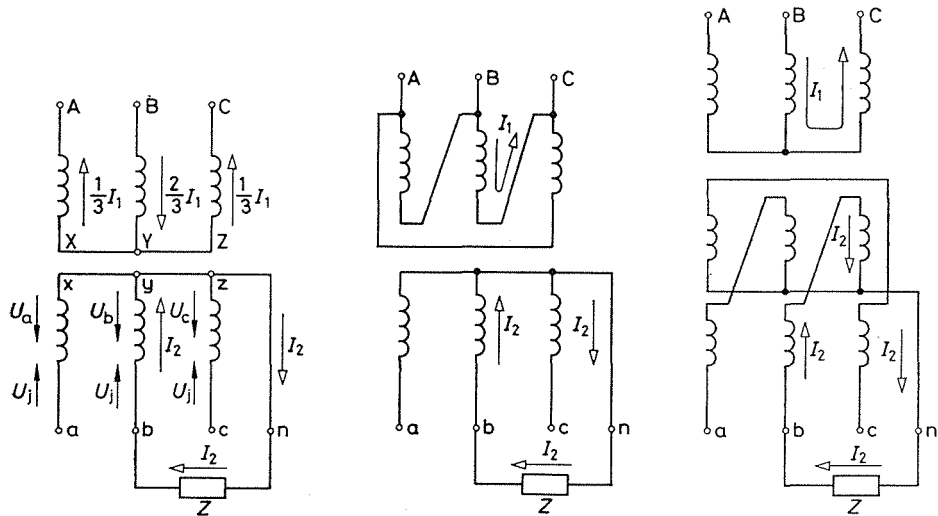
A *szimmetrikus terheléssel* nem kell külön foglalkoznunk, mert ebben az esetben mindhárom fázisban azonos a feszültségváltozás. *Aszimmetrikus terhelés* esetén azonban a különböző kapcsolású transzformátorok másként viselkednek. Tulajdonképpen ez is közrejátszott a különböző kapcsolási módok kialakításában, ezért az aszimmetrikus terhelés hatásával — a főbb kapcsolások eseteiben — meg kell ismerkednünk.

b) Az aszimmetrikus terhelés hatása. Az aszimmetrikus terhelés szélső esete az *egyfázisú* terhelés. Ez abban az esetben állhat fenn, ha a transzformátor négyvezetékes rendszert táplál, és akkor a legkellemetlenebb, ha a transzformátor csillag—csillag kapcsolású szekunder oldalon kivezetett csillagponttal (5.98. ábra). Ebben az esetben — a primer tekercselés mindhárom fázisában folyik áram, szemben a szekunder tekercseléssel, ahol csak a terhelt fázisban folyhat — így mindhárom tekercstartó oszlopon kiegyensúlyozatlan gerjesztések maradnak. Ennek káros hatása a vasból kilépő ún. *járomfluxus* keletkezése, amely egyrészt növeli a vasvesztéséget, másrészt pedig mindegyik fázistekercsben — az aszimmetria mértékének megfelelő — U_j járomfeszültséget indukál. Ezek egymással fázisban vannak, a vonali feszültségre nincsenek hatással, de a szekunder fázisfeszültségeket eltorzítják, miáltal eltolódik a rendszer nullapontja is. Ezért **csillag—csillag kapcsolású** transzformátor egyoldali terhelés

ellátására *nem alkalmas*, ill. ilyen terhelés esetén csak a névleges teljesítmény 10%-áig vehető igénybe.

A kiegyensúlyozatlan gerjesztések káros hatásainak elkerülésére — ha a szekunder tekercs csillagba van kötve, és négyvezetékes rendszert táplál — háromszög-csillag kapcsolású transzformátort alkalmaznak kivezetett csillagponttal (5.99. ábra). Ennél a kapcsolásnál — egyfázisú terhelés esetén — a primer tekercselés csak azon fázisában folyik áram, amelyiknek szekunder megfelelőjére kapcsoltuk a terhelést, így kiegyenlítetlen gerjesztések nem fordulnak elő.

Ha a transzformátor primer tekercselésének hálózati okokból csillagkapcsolásúnak kell lennie, akkor a kiegyenlítetlen gerjesztések elkerülése végett a szekunder



5.98. ábra. Csillag – csillag kapcsolású, kivezetett csillagpontú, háromfázisú transzformátor egyenlőtlen terhelése

5.99. ábra. Háromszög – csillag kapcsolású, kivezetett csillagpontú transzformátor egyenlőtlen terhelése

5.100. ábra. Csillag – zezug kapcsolású, kivezetett csillagpontú, háromfázisú transzformátor egyenlőtlen terhelése

tekercsüket *zezugkapcsolásúra* készítik (5.100. ábra). Itt minden fázis tekercselése felezve van, és a két fél tekercs meghatározott sorrend szerint a két szomszédos oszlopon foglal helyet. Ennek megfelelően a gerjesztések a két oszlopon egyensúlyban vannak, kiegyenlítetlen gerjesztések nem fordulnak elő. A fázisfeszültség viszont a két fél tekercsben indukált feszültség — amelyek között 120° -os fáziseltérés van — vektoros eredője, ennek következtében ugyanakkora fázisfeszültség eléréséhez zezugkapcsolásban $2/\sqrt{3}$ -szor nagyobb menetszám szükséges. Ezért a zezugkapcsolás költségesebb, és a rézvesztéseket is növeli.

c) **A transzformátorok fázisforgatása és kapcsolásaik csoportbeosztása.** A nagyfeszültségű és kisfeszültségű villamosenergiaelosztó hálózatok sajátosságai, valamint a szerkezeti lehetőségek szerint a *fázistekercsek összekapcsolásának nagyszámú változata* lehetséges. A különböző kapcsolásoknak megfelelően a szekunder tekercsek — a primerhez viszonyítva — a kapcsolófeszültségek fázisait forgatják. *Egyfázisú* transzformátor esetén a szekunder tekercs kapcsolófeszültsége azonos vagy ellenfázisban van a primer feszültséggel. Ellenfázis esetén akár a primer, akár a szekunder

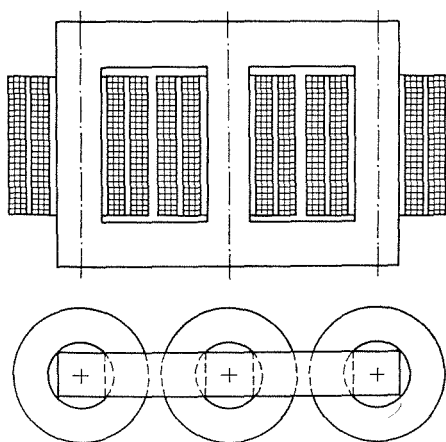
tekercek kapcsainak felcserélésével biztosítani lehet a fázisazonosságot. A *háromfázisú* transzformátoroknál a nagyobb feszültségű tekercsek csillagba vagy háromszögbe, a kisebb feszültségű tekercsek csillagba, háromszögbe vagy zezzugba köthetők; ennek megfelelően — a különböző kapcsolási kombinációknak megfelelően — a primer és a szekunder tekercsek feszültségei között különböző mérvű fázisforgatás lehetséges.

A különböző kapcsolási csoportok úgy vannak rendszerbe foglalva, hogy az egyes kapcsolási csoportokon belül a nagyobb és a kisebb feszültségek közötti fázisforgatás ugyanaz. A jelenleg érvényes szabvány előírása szerint a **kapcsolások jelöléséhez két betű és egy szám** tartozik: a *nagybetű* a primer (nagyfeszültségű) tekercs kapcsolását, a *kisbetű* a szekunder (kisfeszültségű) tekercs kapcsolását, az *arab szám* pedig a szekunderfeszültség-vektor fázishelyzetét mutatja az óra számlapján annak feltelezésével, hogy a primer feszültség fázishelyzetét a számlap 12-es helyzetébe képzeljük. A háromfázisú transzformátorok tekercseinek kapcsolási módjait az *F. 5.5.* táblázat tartalmazza.

Az *Yy 0* jelzés például azt jelenti, hogy a primer tekercs csillag-, ill. ipszilon-(Y-)kapcsolásban van, a szekunder is ugyanabban (*y*). A szekunder feszültség fázishelyzete az óra számlapján a 12-es (0) helyzetnek felel meg. Mivel a primer feszültség fázishelyzete is ilyen, a primer és a szekunder feszültség azonos fázishelyzetben van. Az *Yy6* jelzésnél a tekercsek kapcsolása azonos, de a tekercsvégek kötése ellentétes, ezért a primer feszültség a 12-es jelzés irányába, a szekunder feszültség pedig a 6-os jelzés irányába mutat, így közöttük 180°-os fázisforgatás van. Ha a tekercselés csillagpontja ki van vezetve, akkor a kapcsolási mód betűjele nulla indexet kap.

A fázisforgatásnak addig nincs jelentősége, ameddig a hálózatot egyetlen transzformátor táplálja. Több transzformátor párhuzamos üzeme esetén azonban csak az azonos kapcsolási csoportba tartozók (azonos fázisforgatásúak) üzemeltethetők együtt.

d) A háromfázisú transzformátor szerkezete. A háromfázisú teljesítmény transzformálására a gyakorlatban túlnyomórészt *háromoszlopos*, háromfázisú ún. magtranszformátort alkalmaznak. Az 5.101. ábra ilyen ábrázol, oszlopain hengeres primer és szekunder tekercseléssel. Különleges szerkezeti követelmények kielégítésére készítenek ezenkívül ötoszlopos, háromfázisú ún. köpenytranszformátort is. Igen nagy egységteljesítmények esetén viszont — gyártási, szállítási, tartalékképzési megfontolások alapján — a háromfázisú transzformátort három egyfázisú transzformátorból



5.101. ábra. Háromfázisú magtranszformátor

állítják össze. A vasmag anyagát — miként az egyfázisúnál — itt is egymástól szigetelt transzformátorlemezek képezik. A tekercsek is hengeres vagy tárcsás kivitelben készülnek az egyfázisú transzformátoroknál ismertetett irányelvek szerint.

A transzformátorban keletkező *veszteségek* (vas- és tekercsveszteségek) hővé alakulnak és a transzformátort *melegítik*. Ez a melegedés adott érték fölé nem emelkedhet, ezért a transzformátort *hűteni* kell. A hűtőközeg lehet levegő, ebben az esetben levegő hűtésű vagy *száraztranszformátorról* beszélünk. Kisebb teljesítmények esetén természetes levegőhűtést, nagyobb teljesítmények esetén pedig mesterséges, ventilátoros aláfűvást alkalmaznak, amivel a hűtőfelület levegőoldali hőátadását növelik. Lehet azonban a hűtőközeg olaj is, ez az ún. olajhűtésű vagy röviden *olajtranszformátor*. Az olaj nemcsak hűt, hanem szigetel is, ezért a nagyfeszültségű és nagy teljesítményű transzformátorok túlnyomórészt olajhűtésűek. Ezen belül is — amennyiben a hűtőközeg mozgását a felmelegedés következtében beálló sűrűségcsökkenés idézi elő — *természetes* hűtésről beszélünk, ha pedig a hűtőközeg áramlását és hőátadását szivattyúval vagy ventilátorral fokozzuk, akkor *mesterséges* hűtést alkalmazunk. A mesterséges olajhűtést gyakran az áramló olaj közbenső vízűtésével fokozzák.

5.2.3. A transzformátor hatásfoka

Hatásfok — mint minden gépnél — a transzformátornál is a leadott P_2 és a felvett P_1 teljesítmény viszonya.

Egyfázisú transzformátor esetében:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_1 I_1 \cos \varphi_1}.$$

Háromfázisú transzformátor esetén pedig:

$$\eta = \frac{\sqrt{3} U_2 I_2 \cos \varphi_2}{\sqrt{3} U_1 I_1 \cos \varphi_1}.$$

A transzformátor hatásfoka általában igen jó, értéke villamosenergia-átviteli transzformátoroknál 96...99%. Ez azt jelenti, hogy igen kicsi a különbség a primer és a szekunder teljesítmény között. Ezért a mérésnél elkövetett esetleges pontatlanságok miatt nem kaphatunk megnyugtató eredményt, ha a hatásfokot a mért szekunder és primer teljesítmény hányadosaként számítjuk.

Gyakorlatilag elfogadhatóbb eredményt kapunk, ha a szekunder teljesítmény mérése mellett üresjárási méréssel a P_{vv} vasveszteséget és rövidzárási méréssel a P_{vt} tekercsveszteséget állapítjuk meg, és a hatásfokot egyfázisú transzformátor esetén az

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{vv} + P_{vt}} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_2 I_2 \cos \varphi_2 + P_{vv} + P_{vt}}, \quad (5.124)$$

háromfázisú transzformátor esetén pedig az

$$\eta = \frac{\sqrt{3} U_2 I_2 \cos \varphi_2}{\sqrt{3} U_2 I_2 \cos \varphi_2 + P_{vv} + P_{vt}} \quad (5.125)$$

összefüggéssel számítjuk.

A hatásfok a terheléstől függően változik. Oka, hogy a $P_{vt} = I^2 R$ tekercsveszteség a terhelés négyzetével arányos. Ezért a tetszőleges terhelési állapotnak megfelelő tekercsveszteséget a

$$P_{vt} = P_{vtn} \left(\frac{S}{S_n} \right)^2 \quad (5.126)$$

összefüggés segítségével számíthatjuk, ahol P_{vtn} a rövidzárási méréssel az I_n -hez tartozó névleges tekercsveszteség; S a tetszőleges terheléshez tartozó látszólagos teljesítmény; S_n pedig a transzformátor névleges látszólagos teljesítménye. Általában hatásfok a teljes (100%-os) terheléshez tartozó hatásfokérték. Villamosenergia-átviteli transzformátoroknál azonban gyakran szükséges a hatásfokot negyed, fél és háromnegyed terhelési állapotokra is meghatározni.

5.18. példa. Egy $U_2 = 230$ V-os kisműködésű hálózatot $S_n = 75$ kVA teljesítményű olajtranszformátor táplál az $U_1 = 22$ kV-os, $f = 50$ s⁻¹ periódusú nagyfeszültségű hálózatból. A transzformátor áttétele:

$$a = \frac{U_1}{U_2} = \frac{22\,000\text{ V}}{230\text{ V}} \approx 96.$$

A primer áramerősség: $I_1 = S_n/U_1 = 75\,000\text{ VA}/22\,000\text{ V} = 3,4$ A.

A szekunder áramerősség: $I_2 = S_n/U_2 = 75\,000\text{ VA}/230\text{ V} = 326$ A.

A transzformátor vasmagjának keresztmetszete $A_v = 0,014$ m²-re vehető fel, és ezzel az indukció maximális értéke $B_{\max} = 1 \dots 1,5$ T értékhatárok között biztosítható. Ilyen értékek mellett – a tapasztalatok szerint – a vasban telítődés még nincs. Ennek alapján megtervezük és a katalógusból kikérjük a tekercsek elhelyezésére megfelelő ablakú lemezanyagot. A lemezanyag tömege $m_v = 170$ kg.

Az indukció maximális értékét a vasban $B_{v\max} = 1,25$ T-ra választjuk. Ennek alapján a fluxus a vasban:

$$\Phi_v = B_{v\max} A_v = 1,25\text{ V}\cdot\text{s}/\text{m}^2 \cdot 0,014\text{ m}^2 = 0,0175\text{ V}\cdot\text{s} = 0,0175\text{ Wb}.$$

A primer menetek száma az (5.106) egyenletből $U_{11} = U_1$ helyettesítéssel:

$$N_1 = \frac{U_1}{4,44 f \Phi} = \frac{22\,000\text{ V}}{4,44 \cdot 50\text{ s}^{-1} \cdot 0,0175\text{ V}\cdot\text{s}} = 5660;$$

a szekunder menetek száma pedig:

$$N_2 = \frac{N_1}{a} = \frac{5660}{96} = 59.$$

A meleg állapotú, $\rho = 0,022 \cdot 10^{-6}$ Ω·m (0,022 Ω·mm²/m) rezisztivitású rézmeneteket $J = I/A \approx 2,98 \cdot 10^{-6}$ A/m² (2,98 A/mm²) áramsűrűsége méretezzük. A szokásos tekercszigeteléssel ez a terhelés – a gyakorlati tapasztalatok szerint – még nem okoz túlmelegedést.

A primer menetek keresztmetszete:

$$A_1 = \frac{I_1}{J} = \frac{3,4\text{ A}}{2,98 \cdot 10^{-6}\text{ A}/\text{m}^2} \approx 1,14 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2 \approx 1,14\text{ mm}^2.$$

A közepes menethosszúság (itt nem szereplő vázlat alapján): $l_{1k} = 0,78$ m; a primer tekercs huzalának hosszúsága tehát $L_1 = l_{1k} N_1 = 0,78\text{ m} \cdot 5660 = 4410$ m; és ezzel a primer rezisztencia:

$$R_1 = \rho \frac{L_1}{A_1} = 0,022 \cdot 10^{-6}\text{ Ω}\cdot\text{m} \frac{4410\text{ m}}{1,14 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2} \approx 85\text{ Ω}.$$

Teljes terhelésnél az ohmos feszültségesés:

$$U_{R1} = I_1 R_1 = 3,4 \text{ A} \cdot 85 \text{ V/A} = 289 \text{ V.}$$

A primertekercs- (rész-)veszteség:

$$P_{vt1} = I_1^2 R_1 = 3,4^2 \text{ A}^2 \cdot 85 \text{ V/A} \approx 980 \text{ W.}$$

A transzformátor magtípusú, és a két oszlopon osztott-tárcsás tekercselés van. Ennek megfelelően a két oszlopon párhuzamosan kapcsolt szekunder menetek keresztmetszete:

$$A_1 = \frac{I_2}{2J} = \frac{326 \text{ A}}{2,98 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2} 55,10^{-6} \text{ m}^2 = 55 \text{ mm}^2 (5 \times 11 \text{ mm}^2).$$

A közepes menethosszúság (itt nem szereplő vázlat alapján): $l_{2k} = 0,56 \text{ m}$, ezzel a szekunder menethosszúság: $L_2 = l_{2k} N_2 = 0,56 \text{ m} \cdot 59 = 33 \text{ m}$; a szekunder rezisztencia pedig:

$$R_2 = \rho \frac{L_2}{2A_2} = 0,022 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m} \frac{33 \text{ m}}{2,55 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 0,0066 \Omega.$$

Az ohmos feszültségesés:

$$U_{R2} = I_2 R_2 = 326 \text{ A} \cdot 0,0066 \text{ V/A} \approx 2,15 \text{ V.}$$

A szekundertekercs-veszteség:

$$P_{vt2} = I_2^2 R_2 = 326^2 \text{ A}^2 \cdot 0,0066 \text{ V/A} = 700 \text{ W.}$$

A transzformátor teljes rézvesztesége:

$$P_{vt} = P_{vt1} + P_{vt2} = 980 \text{ W} + 700 \text{ W} = 1680 \text{ W.}$$

A vasveszteség az 5.2.1.c pontban említett veszteségi számnál mondottak szerint $v_1 = 1,4 \text{ W/kg}$ fajlagosveszteség-tényezővel:

$$P_{vv} = m_v v_1 \left(\frac{B_v \max}{B_1 \max} \right)^2 = 170 \text{ kg} \cdot 1,4 \text{ W/kg} \cdot 1,25^2 = 375 \text{ W.}$$

A transzformátor hatásfoka indukciómentes terhelés (pl. világítási hálózat) esetében, amikor is $\cos \varphi_2 = 1$ és $S_n = P_2$:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{vv} + P_{vt}} = \frac{75 \text{ kVA}}{(75 + 1,68 + 0,375) \text{ kVA}} = 0,97.$$

Ha a transzformátor olyan ipari fogyasztókat táplál, amelyek teljesítménytényezője – a meddő energiát igénylő fogyasztók miatt – csak $\cos \varphi_2 = 0,7$, akkor a teljesítmény:

$$P'_2 = P_2 \cos \varphi_2 = 75 \cdot 10^3 \text{ VA} \cdot 0,7 = 52\,500 \text{ W} = 52,5 \text{ kW.}$$

A hatásfok pedig:

$$\eta' = \frac{P'_2}{P'_2 + P_{vv} + P_{vt}} = \frac{52,2 \text{ kW}}{(52,2 + 1,68 + 0,375) \text{ kW}} = 0,96.$$

Végül ellenőrizzük, hogy a számított adatok alapján megfelelően szigetelt tekercselés elfér-e a tervezett vasmag ablakában. Ha nem, akkor nagyobb ablakú vaslemezt kell választani, és a számítást ennek megfelelően helyesbíteni kell.

5.2.4. A transzformátorok párhuzamos üzeme

A gyakorlatban gyakran előfordul, hogy a szükséges teljesítmény átadására egy transzformátor már nem elegendő. Ebben az esetben — a megkívánt feltételek teljesülése esetén — több transzformátor mind a primer, mind a szekunder oldalon párhuzamosan kapcsolható. Nemcsak a teljesítményhatárok bővülése, hanem gyakran üzembiztonsági, gazdaságossági vagy hálózatbővítési okok miatt is alkalmaznak párhuzamos üzemű transzformátorokat.

A párhuzamos üzem megvalósításához a következő feltételeket kell teljesíteni:

- *közös primer hálózatra kapcsolt transzformátorok szekunder üresjárási feszültségeinek nagyságra és fázisra azonosnak kell lenni;*
- *közös terhelést névleges teljesítményeik arányában szabad magukra venni.*

Az előbb említett feltételek akkor teljesülnek, ha mind a primer, mind a szekunder névleges feszültségek azonos nagyságúak, és mindkét oldal feszültségvektora azonos fázisú. Az előbbiről a transzformátor adattábláján megadott feszültségértékekből, az utóbbiról pedig a kapcsolási csoportbeosztásból győződhetünk meg.

Az utóbb említett feltétel teljesülését pedig a rövidzárási feszültségek szabják meg. Csak azonos rövidzárási feszültségű transzformátorok veszik fel a terhelést névleges teljesítményük arányában. Mivel tervezési és gyártási pontatlanságok miatt a rövidzárási feszültségek csak közelítőleg egyenlők, ezért a gyakorlatban ezek $\pm 10\%$ -os tűrését fogadják el a párhuzamos járás feltételéül.

5.2.5. A transzformátor megválasztásának fő szempontjai

A megfelelő fajtájú transzformátor megválasztásakor a fogyasztók igényeinek, a transzformátor tulajdonságainak és a meglévő hálózat üzemének gondos mérlegelésével kell eljárni.

A transzformátor primer és szekunder feszültségeit a primer és a szükséges szekunder hálózati feszültségeknek megfelelően kell választani. A feszültségáttétel kisebb korrekcióját, és így a hálózati viszonyokhoz való alkalmazkodást a tekercselés megcsapolásai teszik lehetővé. Ezáltal a fogyasztók a villamos energiát általában névleges feszültségen kapják. Többnyire a nagyobb feszültségű tekercset látják el megcsapolásokkal, de előfordulhatnak a kisebb feszültségű tekercsen is. Mértéke általában $\pm 5\%$.

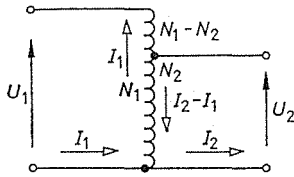
A transzformátor terhelhetőségét látszólagos teljesítménye szabja meg. A gyártók a transzformátorokat általában a szabványos teljesítménysorozat által meghatározott látszólagos teljesítményekre készítik. A felhasználónak is ebből kell kiválasztania a megfelelő típust az egyidejű terhelés, a tartalékképzés és a fejlesztés gondos mérlegelésével.

Meglévő transzformátor fontosabb üzemi adatait (gyártó, típus, gyártási szám, frekvencia, névleges feszültségek és áramok, látszólagos teljesítmény, kapcsolás, rövidzárási feszültség, veszteség, tömeg, gyártási év) a transzformátorra felerősített adattábla tartalmazza. A tábla méreteit és beosztását szabvány írja elő.

5.2.6. A takarékos kapcsolású transzformátor

A takarékos kapcsolású transzformátor elvi kapcsolási rajzát az 5.102. ábra szemlélteti. Egyetlen tekercse van, amelynek egyik vége a közös primer és szekunder kapcsoláshoz csatlakozik, másik végén egy vagy több megcsapolási lehetőség van.

A két tekercsvég között van a nagyobb (primer) feszültségű kapocs, a közös tekercsvég és a megcsapolás között a kisebb (szekunder) feszültségű kapocs. Ezzel a transzformátorral akár fel-, akár le tudunk transzformálni, tehát elvileg mindkét oldal használható primerként vagy szekunderként.



5.102. ábra. Takarékos kapcsolású transzformátor elvi kapcsolási rajza

A vizsgálatokhoz a fluxus gerjesztőáramától eltekintünk. Ekkor terhelés esetében az N_2 menetszámú közös tekercsben $I_2 - I_1$ áram folyik, a megmaradó $N_1 - N_2$ menetszámú tekercsben pedig I_1 áram. A közös tekercsű transzformátornál N_1 menetet I_1 áramra, N_2 menetet pedig I_2 áramra kell méretezni, így nagyságára is az $N_1 I_1 = N_2 I_2$ gerjesztés, ill. az $S_n = U_1 I_1 = U_2 I_2$ névleges látszólagos teljesítmény az irányadó. Takarékos kapcsolású transzformátor esetén viszont az $N_1 - N_2$ menetet I_1 áramra, az N_2 menetet pedig az $I_2 - I_1$ áramra kell méretezni, így nagyságára $(N_1 - N_2) I_1 = N_2 (I_2 - I_1)$ gerjesztés, ill. az $S_b = (U_1 - U_2) I_1 = U_2 (I_2 - I_1)$ belső teljesítmény az irányadó. A takarékos kapcsolású transzformátor nevét is onnan kapta, hogy S_n névleges, átmenő teljesítménnyel terhelhető, de tekercseit csak S_b belső teljesítményre kell méretezni, így megtakarítás érhető el, amire jellemző az

$$\frac{S_b}{S_n} = \frac{(U_1 - U_2) I_1}{U_1 I_1} = 1 - \frac{U_2}{U_1} = 1 - \frac{1}{a}. \quad (5.127)$$

5.3. ASZINKRON MOTOROK

Az aszinkron motoroknak számos előnyük van a többi villamos motorral szemben, ezért a villamos hajtás legfontosabb villamos gépeinek tekinthetők. Ezen **előnyök** közül a legfontosabbak:

- a háromfázisú, váltakozóáramú elosztóhálózat széles körű elterjedése következtében *táplálásuk* problémamentes;
- egyszerű kapcsoló- és indítóberendezéseken keresztül kapcsolhatók közvetlenül a hálózatra;
- egyszerű szerkezeti felépítésük és működésük következtében *kezelésük és karbantartásuk* nem igényes;
- tömeggyártásukat *nemzetközi előírások egységesítik*, így olcsóbbak és könnyen beszerezhetők;
- *szögsebességük (fordulatszámuk)* a terhelés változásával csak elhanyagolható mértékben változik, ezért az állandó szögsebességet igénylő munkagépek hajtásához elterjedten alkalmazzák.

Az aszinkron motorok **hátránya** viszont, hogy veszteségmentes indítás, szögsebesség-változtatás és a fékezési energia visszatáplálása szempontjából nehezebbek, mint pl. az egyenáramú motorok. Ezért nagyobb teljesítményű motoroknál (kb. 100 kW teljesítményen felül) főként gyakoribb kapcsolások és szélesebb tartományú szögsebesség-változtatás esetén alkalmazásuk megfontolandó.

Az aszinkron motorok forgórészének szögsebessége — a terheléstől függő mértékben — néhány százalékkal elmarad az állórész tekercsében folyó háromfázisú áram által keltett forgó mágneses mező szögsebességétől, tehát nem forog azzal szinkron, innen kapta *aszinkron* elnevezését. Mivel az álló- és forgórész közötti villamos kapcsolatot az elektromágneses indukció teremti meg, ezért **indukciós motoroknak** is nevezik.

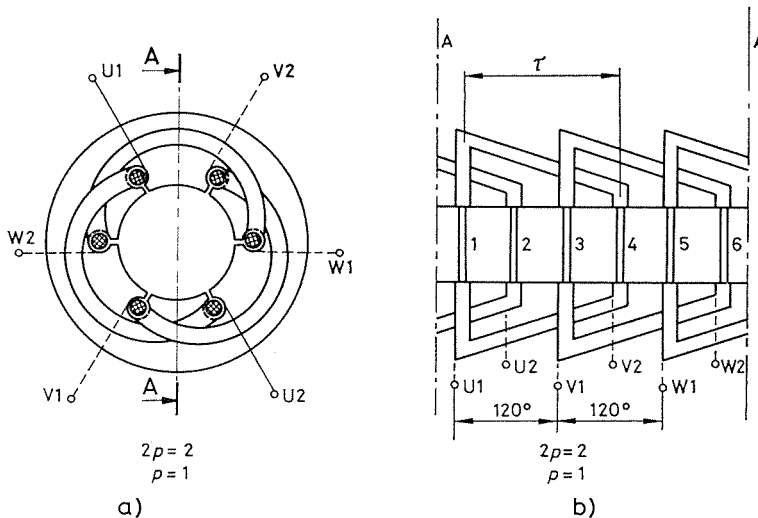
Az aszinkron motorok túlnyomó többsége háromfázisú, ezért részletesebben ezzel foglalkozunk. Oka ennek az is, hogy egyrészt az ipari berendezések — a kézi munkagépek kivételével — zömmel háromfázisúak, másrészt pedig a háromtól eltérő fázisszámúak a működése is visszavezethető a háromfázisúak működésére.

5.3.1. Az állórész háromfázisú tekercselése és a forgó mágneses tér

Az aszinkron motorok két főrészből állanak: lemezelt *álló- és forgórészből*. A háromfázisú motorok állórészén helyezkedik el az a tekercsrendszer, amelynek kivezetéseit a hálózatra kapcsoljuk, és amely minden háromfázisú motornál azonos elvek szerint épül fel.

a) **A háromfázisú tekercselés.** Az állórész belső felületén a vezetők részére *hosszanti hornyok* vannak kiképezve. A két átellenes horonyban levő két vezető (tekercsoldal) egy *menetté*, az azonos helyzetű menetek pedig *tekercscsé* vannak sorba kötve. A sorba kötést az állórész homlokfelületén elhelyezett, megfelelő alakú vezetőkkel (*tekercsfejekkel*) végzik.

A legegyszerűbb háromfázisú tekercselést (homloknézetét és kiterített tekercsvázlatát) az 5.103. ábra szemlélteti. Ez három, egymáshoz képest 120° -kal elforgatott helyzetű tekercsből áll, amelyhez hat horony szükséges. Az első U fázis tekercsének egyik *oldala* (kezdeté) az 1. horonyban helyezkedik el, a *másik oldala* (vége) pedig a 4. horonyban. A két oldal egymással éppen szemben van, ezért a tekercslépés 180° .



5.103. ábra. Háromfázisú aszinkron motor kétpólusú tekercselése

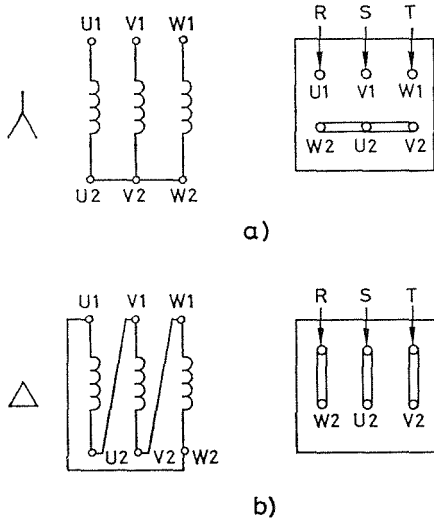
a) tekercsoldalak összekötése tekercsfejekkel; b) kiterített tekercsvázlat

Ezt *horonyszámokkal* is kifejezhetjük, jelen esetben a 180° -os *tekercslépés* három *horonyosztásnak* felel meg. Ugyanennyi a tekercs által gerjesztett mágneses tér feltételezett É és D pólusainak távolsága is, az ún. τ pólusosztás. A második V fázis-tekercs kezdete 120° -kal, azaz két horonyosztással eltolva a 3. horonyban, a harmadik W fázisé pedig az 5. horonyban helyezkedik el. Amennyiben az állórészt A-nál felmetsszük és síkba kiterítve képzeljük, akkor az 5.103b ábrán vázolt **tekercselési vázlatot** kapjuk. Ez szemléletesebb, ezért a gyakorlatban a tekercseléseket rendszerint kiterített vázlatban ábrázolják.

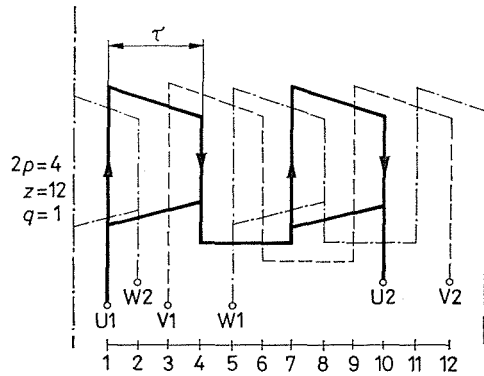
A háromfázisú aszinkron motorok tekercselését mindig egy meghatározott névleges fázisfeszültségre méretezik. Ha a hálózat vonali feszültsége egyenlő a motor névleges fázisfeszültségével, akkor a tekercseket *háromszögbe* kapcsolják. Ha pedig

a hálózat vonali feszültsége $\sqrt{3}$ -szor nagyobb a motor névleges fázisfeszültségénél, akkor az állórész tekercseit *csillagba* kell kapcsolni. Ezért rendszerint a három fázis-tekercs mind a hat végződését kivezetik a motor kapocstáblájára. Ezen — az 5.104. ábrán látható módon — végezhető el az állórész tekercseinek csillagba vagy háromszögbe kapcsolása. A táblán nyilak jelzik a hálózati csatlakozást. A tekercs kivezetéseinek egységes jelölései vannak:

Az első fázis kezdete U1 (U), U2 (X).
 A második fázis kezdete V1 (V), V2 (Y).
 A harmadik fázis kezdete W1 (W), W2 (Z).
 Rajzban a kivezetett csillagpont N (0 vagy M).



5.104. ábra. Tekercsvégek kivezetése a kapocstáblára



5.105. ábra. Háromfázisú aszinkron motor négy pólusú tekercselése

A jelöléseknél zárójelbe tettük a régi jelöléseket, mivel azokat mind a hazai, mind pedig a külföldi üzemekben régebben gyártott berendezéseken még ma is használják. Aszinkron csúszógyűrűs indukciós motor háromfázisú forgórész-tekercselése kivezetéseinek kapcsait R, S, T betűkkel, kivezetett csillagpontját P betűvel kell jelölni.

Ha a tekercselés nem kétpólusú, hanem például négy pólusú, akkor a pólusosztás $\tau = 90^\circ$, és ennek megfelelően a tekercslépésnek is 90° -nak kell lennie. Viszont ehhez a tekercseléshez már legalább $z = 12$ horonyra van szükség. Az 5.105. ábra háromfázisú, négy pólusú, 12-horonyú tekercselés vázlatát szemlélteti. A pólusosztás, ill. a tekercslépés horonyosztásban kifejezve: három osztás. Az első U fázis tekercsei az 1. és 4., ill. a 7. és 10. horonyba kerülnek. A tekercselési vázlatból világosan kitűnik, hogy a 90° -os térbeli szögnek 180° -os villamos szög felel meg. A póluspárok p számát bevezetve:

$$\alpha_{\text{villamos}} = p \alpha_{\text{térbeli}}$$

Meg kell jegyeznünk, hogy a gyakorlatban legtöbbször nem a póluspárok számát, p -t adják meg, hanem a pólusok számát, $2p$ -t. Ennek megfelelően kétpólusú gépnél $2p = 2$, ill. $p = 1$; négy pólusú gépnél $2p = 4$, ill. $p = 2$ stb.

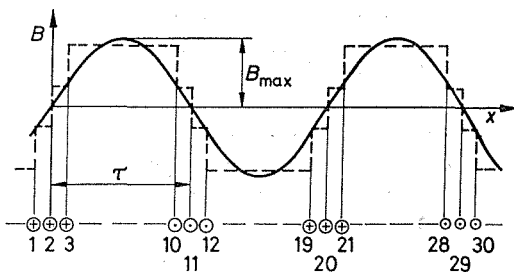
Eddig feltételeztük, hogy egy fázis tekercsének minden menete egy-egy, egymástól villamosan 180° -ra eltolt horonyban van elhelyezve, tehát fázishelyzetük azonos. Ekkor a tekercsben indukált feszültséget úgy számíthatjuk, hogy a menetekben indukált feszültségeket szorozzuk a menetek számával. A gépek többségénél azonban az egyes fázistekercsek nem egy, hanem több (pl. q) horonyban vannak elhelyezve. Ilyenkor az egyes hornyokban levő tekercsek feszültségei között fáziskülönbségek vannak. Az eredő feszültség tehát az egyes hornyokban levő tekercsek feszültségeinek vektoros eredője. Mivel a gyakorlatban rendszerint egy fázis meneteinek számát és a fluxust ismerjük, az indukált feszültség számítását a transzformátornál ismert összefüggések szerint végezzük, és az előbbieket alapján az eltérést a **tekercselési tényezőnek** szorozóként való bevezetésével vesszük figyelembe. A tekercselési tényező a

$$\xi = \frac{U}{q U_1}$$

összefüggés szerint számítható. Ez dimenzió nélküli viszonyszám, amelyben U a fázistekercs eredő feszültsége; U_1 egy horonyban levő tekercsben indukált feszültség; q pedig egy fázistekercshez tartozó horonypárszám. Ezek alapján egy fázistekercsben indukált feszültség:

$$U_i = 4,44 f N \Phi \xi. \quad (5.128)$$

b) A forgó mágneses mező. Az 5.105. ábrán kiterítve mutattuk be a $2p = 4$ pólusú, $z = 12$ hornyú, fázisonként $q = 1$ hornyú, háromfázisú tekercselést. A gerjesztés, ill. az indukció térbeli és időbeli változásának szemléletesebb ábrázolása céljából tételezzük fel, hogy egy fázistekercselés $q = 3$ horonyban helyezkedik el, és így a $2p = 4$ pólusú, háromfázisú tekercseléshez $z = 36$ horony tartozik. Egy ilyen tekercselés első fázisának kiterített vázlatát az 5.106. ábra szemlélteti. Az ábrázolás-



5.106. ábra. Az indukció kerület menti eloszlása egy fázistekercs egyenáramú gerjesztése esetén

nál azt a korábbi megállapodást követtük, hogy amikor valamely tekercsben folyó áram pillanatértéke pozitív, az áram e rajz síkjába mutat (jele: pluszjel). A tekercs másik oldalán (a kerület átellenes pontján) ugyanakkor az áram a rajz síkjából kifelé mutat (jele: pont). Az ábrából látható, hogy az első fázis tekercsoldalai a rajzon számozással bejelölt hornyokba vannak fektetve és sorba kötve. Ezek közül is az 1., 2., 3., ill. 10., 11. és 12. horonyban levő tekercs az első póluspárt; a 19., 20., 21., ill. 28., 29. és 30. horonyban levő pedig a második póluspárt alkotja. Közben megfelelő számú horonylépéssel eltolva a második, ill. a harmadik fázis tekercselése foglal helyet, ezt azonban az ábra zsúfoltságának elkerülése érdekében nem rajzoltuk be.

Ha az állórész háromfázisú tekercselését a háromfázisú hálózatra kapcsoljuk, az egyes tekercsekben folyó — egymáshoz képest 120° fáziseltolású — áramok együttesen olyan mágneses teret gerjesztenek, amelynek nagysága állandó, de iránya állandó szögsebességgel forog. A *forgó mágneses mező (forgó fluxus) szögsebessége*, ill. fordulatszám:

$$\omega_0 = \frac{2\pi f}{p} \text{ rad/s}; \quad n_0 = \frac{f}{p} \text{ s}^{-1}. \quad (5.129)$$

A forgó mágneses mező forgásának iránya megváltozik, ha a fázistekercsekben folyó áramok sorrendjét megfordítjuk.

A forgó mágneses mező szemléltetésére kövessük a következő gondolatmenetet. Ha az ábrán kirajzolt első fázistekercsbe egyenáramot vezetünk, ez az ábrán szagatott vonallal rajzolt mezőeloszlást hozza létre. A kerület valamely szakaszán létrejövő indukció értéke ugyanis az illető szakaszt körülfogó gerjesztéssel arányos. Az így kapott lépcsős mezőeloszlás *Fourier*-sorba fejthető, amely csak páratlan felharmonikusokat tartalmaz a rendszám növekedésével csökkenő amplitúdóval. Mivel a háromfázisú tekercselésben a harmadik harmonikus nem tud kialakulni, a magasabb rendűek pedig elhanyagolhatók, jelen esetben a mezőeloszlást az alapharmonikussal helyettesíthetjük:

$$B_x = B_{\max} \sin \frac{x}{\tau} \pi.$$

Ha egyenáram helyett szinuszos váltakozóáramot vezetünk a tekercsbe, akkor az indukció a kerület minden pontján az idő függvényében *szinuszosan* változik:

$$B_{x,t} = B_x \sin \omega t = B_{\max} \sin \frac{x}{\tau} \pi \sin \omega t.$$

Az ilyen mágneses mezőt, amelynek térbel eloszlása változatlan, csak nagysága változik az idő függvényében, **lüktető mágneses mezőnek** nevezzük. Ezzel találkozunk az egyfázisú indukciós motoroknál.

Kapcsoljuk a háromfázisú állórésztekercs U1 kapcsára a hálózat R fázisát, V1 kapcsára az S fázist, W1 kapcsára pedig a T fázist. Ebben az esetben minden fázis önmagában az előbbi lüktető mágneses mezőt hozza létre. Mivel a V fázis 120° -kal van eltolva U fázishoz képest, a W fázis pedig 240° -kal, ezért az egyes fázisok által gerjesztett mágneses mezők — azonos x és t értékekre vonatkoztatva — a következők szerint fejezhetők ki:

$$B_U = B_{\max} \sin \frac{x}{\tau} \pi \sin \omega t;$$

$$B_V = B_{\max} \sin \left(\frac{x}{\tau} \pi - \frac{2\pi}{3} \right) \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$B_W = B_{\max} \sin \left(\frac{x}{\tau} \pi - \frac{4\pi}{3} \right) \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right).$$

Ha mindhárom fázistekercs be van kapcsolva, akkor az egyes fázistekercsek által gerjesztett mágneses mezők szuperponálódnak, tehát az eredő mágneses mező:

$$B = B_U + B_V + B_W.$$

A megfelelő és ismert trigonometriai összefüggések helyettesítésével az eredő mágneses mezőre végül a következő összefüggést kapjuk:

$$B = \frac{3}{2} B_{\max} \cos\left(\frac{x}{\tau} \pi - \omega t\right). \quad (5.130)$$

Ez az összefüggés az x irányban

$$\frac{x}{t} = \frac{\tau}{\pi} \omega = v$$

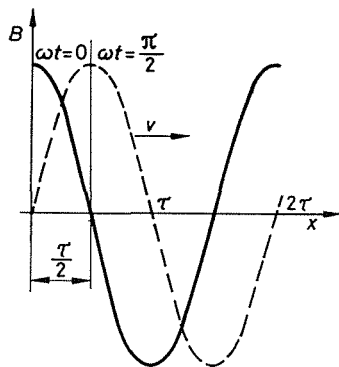
sebességgel haladó hullám egyenlete.

5.19. példa. Bizonyítsuk be, hogy az (5.130) összefüggés ténylegesen v sebességgel haladó hullám egyenlete!

A $t = 0$ időpontban a mágneses mező térbeli eloszlása:

$$B = \frac{3}{2} B_{\max} \cos \frac{x}{\tau} \pi.$$

Ez olyan $\frac{3}{2} B_{\max}$ maximális értékű koszinuszgörbe szerinti indukcióeloszlás, aminek maximális értéke $x = 0$ helyen van (az 5.107. ábrán a folytonos vonallal kihúzott görbe).



5.107. ábra. A haladó hullám ábrázolása

A váltakozóáram negyed periódusával később, amikor $\omega t = \frac{\pi}{2}$, az indukcióeloszlás:

$$B = \frac{3}{2} B_{\max} \cos\left(\frac{x}{\tau} \pi - \frac{\pi}{2}\right).$$

Az előbbihez hasonlóan ez szintén olyan koszinuszgörbe, amelynek

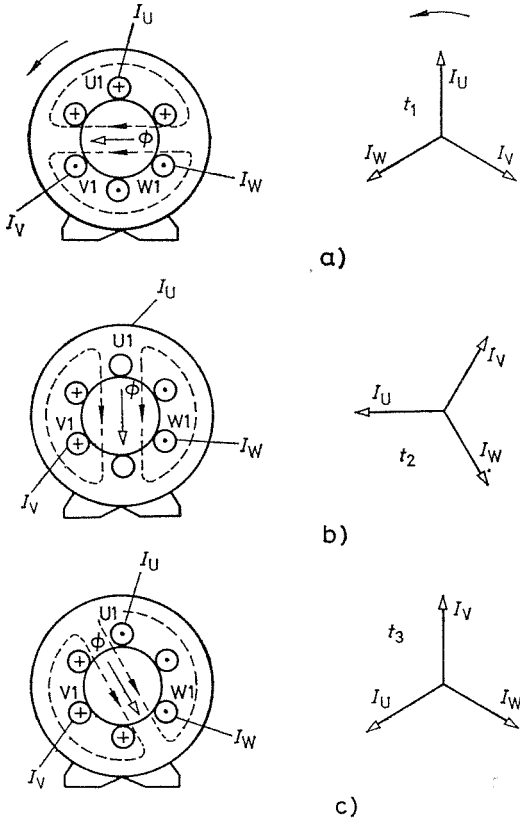
$$\frac{\pi}{\tau} x - \frac{\pi}{2} = 0, \quad \text{tehát} \quad x = \frac{\tau}{2}$$

helyen van maximuma (az ábrán szaggatott görbe).

Az ábrából kitűnik, hogy az áram negyed periódusa alatt a mágneses mező a kerület mentén fél pólusosztásnyira tolódik el. Egy teljes periódus alatt tehát ez az eltolódás két pólusosztás. Ennek megfelelően kétpólusú gépnél ($2p = 2$, $p = 1$) a mágneses mező egy periódus alatt egyszer fordul körbe, négy pólusú gépnél pedig ($2p = 4$, $p = 2$) kétszer stb.

A forgó mágneses mező keletkezése egyszerű módon szemléltethető az 5.108. ábra alapján.

Az állórész-tekerceselés háromfázisú, kétpólusú ($2p = 2$), és fázisonként egy pólushoz tartozó hornyok száma egy ($q = 1$), a tekercsek kezdetei: U1, V1, W1. Ha e tekercselést háromfázisú váltakozóhálózatra kapcsoljuk, akkor a hálózati váltakozófeszültség hatására a háromfázisú tekercselésben háromfázisú váltakozóáram fog folyni: az U fázisban I_U áram, a V fázisban I_V áram és a W fázisban I_W áram. A három fázisáram együttesen hozza létre a Φ forgó fluxust.



5.108. A forgó mágneses mező kialakulása

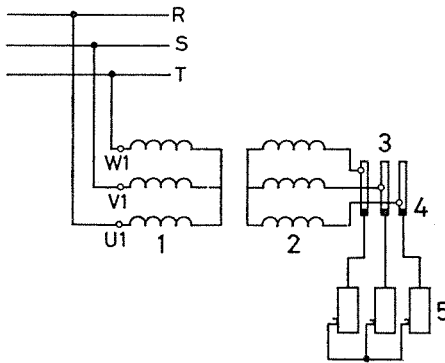
A gerjesztések pillanatnyi eloszlását, ill. a forgó fluxus pillanatnyi helyzetét az ábrán három időpontban vizsgáljuk. A t_1 időpontban, amikor I_U pozitív és maximális, I_V és I_W értéke negatív. A gerjesztések együttes hatására az 5.108a ábrán rajzolt irányú fluxus jön létre. A t_2 időpontban (negyed periódussal később) I_U pillanatértéke nulla, I_V pozitív, I_W pedig negatív. Az 5.108b ábrán látható, hogy a Φ fluxus is negyed periódussal fordul el. A t_3 időpontban az I_V áram pillanatértéke pozitív és maximális, I_U és I_W negatív. Miként az áram, a fluxus is 30° -kal fordul tovább (5.108c ábra). A vektorábrát továbbforgatva látható, hogy az áram egy teljes periódusa alatt a forgó fluxus is teljesen körülfordul.

A berajzolt fázis- és tekercssorrend esetén a mágneses mező az óramutató járásával szemben forog. Ha bármelyik két csatlakozást megcseréljük, ez a sorrend

megfordul és a mágneses mező ellenkező irányában forog. A háromfázisú aszinkron motorok *forgásirány-változását* is két fáziscsatlakozás megcserélésével oldják meg a gyakorlatban: egyszerű átkapcsoló segítségével.

5.3.2. Háromfázisú aszinkron motorok felépítése és működési elve

a) **Elvi felépítés.** A *csúszógyűrűs tekercselt forgórész* is *dinamólemezből* készül. A tekercselés ékekkel lezárt hornyokban helyezkedik el, és az állórészszel azonos pólusszámú. A tekercsfejeket acélhuzalból készült *bandázssal* szorítjuk le rögzítés céljából. A tekercsek kivezetéseit a tengelyen levő, egymástól és a tengelytől szigetelt bronz *csúszógyűrűkhöz* vezetjük és keféken keresztül csatlakoztatjuk a motor pajzsán elhelyezett forgórész-kapocsszekrényhez, amelyhez az indító-ellenállás csatlakozik (5.109. ábra). A legtöbb motornál az indítás után a csúszógyűrűket — egy, a tengelyen e célra



5.109. ábra. Csúszógyűrűs forgórészű, háromfázisú aszinkron motor elvi vázlata

1 állórész-tekercselés; 2 forgórész-tekercselés;
3 csúszógyűrűk; 4 szénkefék; 5 indító-ellenállás

kiképzett szerkezettel — fémesen rövidre zárjuk, és a keféket felemeljük a kefekopás csökkentése céljából. A tekercsek végeit pedig általában csillagba, és csak ritkán kapcsoljuk háromszögbe.

A mágneses erővonalak az állórész és a forgórész közötti légréven keresztül záródnak, ezért az erővonal-szóródás és ennek következtében a mágnesezőáram is nagyobb, mint a transzformátornál. A szóródás csökkentésére a légrést a lehető legkisebbre készítjük, nagysága néhány tized milliméter, a legnagyobb aszinkron gépeknél sem nagyobb 1...2 mm-nél.

A *rövidre zárt, kalickás forgórész* is *dinamólemezből* készül. A tekercselés ennél a hornyokban elhelyezett rudakból áll, amelyeket a forgórész homlokoldalán egy-egy rövidre zárt gyűrű kalickává egyesít. Villamos szempontból a kalicka olyan többfázisú tekercselésnek tekinthető, amelynek annyi fázisa van, ahány rúdja, ill. hornya, ezenkívül tetszőleges pólusszámúra készíthető. Az 5.110a ábra ilyen kalickás forgórészű, háromfázisú aszinkron motor elvi rajzát szemlélteti.

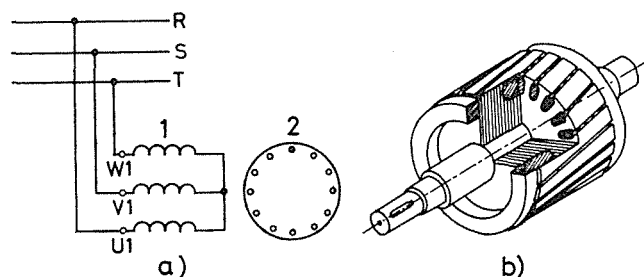
A nagyobb teljesítményű motorok befűzött, csupasz rézrudakkal és rövidre zárt gyűrűkkel, a kisebb teljesítményűek pedig alumíniumkalickával készülnek. Ez utóbbi tömeggyártással készül úgy, hogy az összerakott forgórészlemez-csomagot öntőformába helyezik, és a rudakat, valamint a rövidre zárt gyűrűket egy műveletben öntik alumíniumból. Az 5.110b ábra egy ilyen kalickás forgórészt ábrázol.

A rövidre zárt forgórészű kalickás aszinkron motor szerkezete egyszerűbb, gyártása könnyebb, hatásfoka és fázistényezője jobb, mint a csúszógyűrűs. Üzem-

tani szempontból azonban — elsősorban indításnál — jelentős hátránnyal rendelkezik.

b) **A működési elv, nyomaték keletkezése.** A háromfázisú aszinkron motor állórész-tekerceselését a hálózatra kapcsolva abban forgó mágneses mező alakul ki, aminek szinkron fordulatszáma, ill. szinkron szögsebessége:

$$n_0 = \frac{f_1}{p}, \quad \text{ill.} \quad \omega_0 = 2\pi n_0 = 2\pi \frac{f_1}{p}, \quad (5.131)$$



5.110. ábra. Rövidre zárt, kalickás forgórészű, háromfázisú aszinkron motor
a) elvi vázlata; 1 állórész-tekerceselés; 2 rövidre zárt, kalickás forgórész;
b) a forgórész szerkezeti rajza

ahol f_1 a hálózat frekvenciája; p a gép póluspárjainak a száma. A forgómező erővonalai metszik mind az állórész, mind a forgórész tekercseit, és bennük feszültséget indukálnak. Az állórész tekercseiben indukált feszültség és a tekercseken létrejövő feszültségesések összege a hálózat feszültségével tart egyensúlyt. A forgórész tekercseiben indukált feszültség a forgórész-tekerceselés zárt áramkörében áramot indít. A forgómező és a forgórészáram egymásra hatásából erő, ill. nyomaték keletkezik, amely a *Lenz-törvény* értelmében a forgómező és a forgórész fordulatszám-különbségét csökkenteni igyekszik. Ha a forgórész n fordulatszáma kisebb a forgómező n_0 szinkron fordulatszámánál — a nyomaték iránya megegyezik a forgásiránnyal —, a nyomaték hajtónyomaték, amely a forgórészt gyorsítja. Ebben az esetben az *állórész villamos energiát vesz fel a hálózatról*, és a motor tengelyén *mechanikai energiát* ad le: a gép **motorüzemben** dolgozik. Ha pedig a forgórész fordulatszáma nagyobb a szinkron fordulatszámánál — a nyomaték iránya ellentétes a forgásiránnyal —, a nyomaték fékezónyomaték, amely a forgórészt lassítja. Ebben az esetben a forgó mágneses tér a kapocsfeszültségnél nagyobb feszültséget indukál az állórész tekercseiben, és ennek következtében *villamos energia áramlik a motorból a hálózat felé*, miközben a motor tengelyén *mechanikai energiát vesz fel*. Ekkor a gép **generátorüzemben** dolgozik. (Meg kell azonban jegyezni, hogy az aszinkron motorok hálózat nélkül, önállóan nem képesek generátorként működni, mert forgórészüknek nincs önálló gerjesztése, a gerjesztőáram a hálózatról jut az aszinkron gépek forgórészébe.)

Ha az aszinkron motor tengelyén nem vesz fel mechanikai energiát, forgórésze nem érheti el a forgómező szinkron fordulatszámát. Ekkor ugyanis a forgómező nem metszené a forgórész tekercseit, a forgórészben nem keletkezne indukált feszültség, és így sem áram, sem nyomaték nem lenne.

A forgórész tekercselésében indukált feszültség a forgómező és a forgórész fordulatszámának különbségével arányos. Ha a motort tengelyén terheljük, akkor

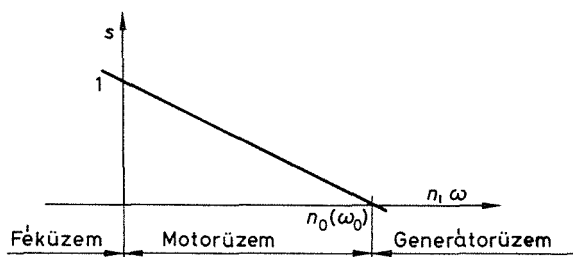
a forgórész fordulatszáma akkora lesz, hogy a forgórészben indukált feszültség által létrehozott áram és a forgómező fluxusa által meghatározott nyomaték éppen fedezni tudja a terhelőnyomatékot. A forgómező és a forgórész fordulatszámának, ill. szögsebességének eltérése:

$$\Delta n = n_0 - n, \quad \text{ill.} \quad \Delta \omega = \omega_0 - \omega,$$

amelynek viszonylagos értéke a *szlip* (*csúszás*):

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0}. \quad (5.132)$$

A szlip értéke a terheléssel változik, névleges terhelésnél a gép nagyságától függően 0,01...0,1 (1...10%). Az (5.132) összefüggés szerint az $s = f(n) = f(\omega)$ függvény egyenessel ábrázolható (5.111. ábra). Ha a forgórész áll: $s = 1$, ha szinkron forog:



5.111. ábra. A szlip változása a fordulatszám (szögsebesség) függvényében

$s = 0$. A két szlipérték között van az aszinkron gép *motorüzeme*. Ha a forgórészt külső mechanikai nyomaték segítségével a szinkron fordulatszámnál nagyobb értékkel forgatjuk, akkor az aszinkron gép *generátorüzemben* dolgozik, amikor is $n > n_0$, és $s < 0$, azaz a szlip negatív. Előfordulhat az az eset, amikor az emelendő teher nyomatéka nagyobb a motor nyomatékánál, és a teher a motort lefékezi, sőt ellenkező irányban forgatja, mint pl. daru hajtásakor a teher süllyesztése. A motor ekkor *féküzemben* dolgozik, amikor is $n < 0$ és $s > 1$.

Álló állapotban — miként a transzformátornál — az állórész és a forgórész tekercseiben indukált feszültségek frekvenciái megegyeznek. Üzemi állapotban, amikor $n \neq 0$, az állórészben indukált feszültség frekvenciája megegyezik a hálózat frekvenciájával:

$$f_1 = p n_0,$$

a forgórészben indukált feszültség frekvenciája viszont a Δn relatív fordulatszámától függ:

$$f_2 = p \Delta n = p(n_0 - n).$$

Az (5.132) összefüggés szerinti $n_0 - n = n_0 s$ helyettesítéssel:

$$f_2 = p n_0 s = f_1 s. \quad (5.133)$$

Az $f_1 = 50$ Hz frekvenciájú váltakozóáram esetén, ha $s = 0,01 \dots 0,1$, a forgórész feszültségének frekvenciája: $f_2 = 0,5 \dots 5$ Hz, tehát viszonylag kis érték.

5.3.3. Helyettesítő kapcsolási vázlat

A háromfázisú aszinkron motor *működési elve* sok tekintetben hasonlít a háromfázisú transzformátor működéséhez. Nyitott forgórészű aszinkron motor ugyanis üresen járó transzformátorként, zárt, lefogott forgórészű pedig rövidre zárt transzformátorként viselkedik. A különbség közöttük elsősorban az, hogy míg aszinkron motor esetében az álló- és forgórész közötti kapcsolatot a forgó fluxus teremti meg, addig a transzformátor primer és szekunder része között a váltakozó fluxus. Ennek következtében a háromfázisú aszinkron motor helyettesítő kapcsolási vázlatát is a transzformátornál ismertetett elvek szerint építjük fel azzal, hogy csak az eltérésekkel foglalkozunk, a megegyezőkre csak röviden utalunk. Mivel a háromfázisú aszinkron motor tekercselése is szimmetrikus, így vizsgálatainkat itt is csak egy fázisra végezzük el, mivel megállapításaink mind a három fázisra egyformán érvényesek.

A forgó fluxus által az állórész tekercseiben indukált feszültség effektív értéke:

$$U_{i1} = 4,44 f_1 N_1 \xi_1 \Phi, \quad (5.134)$$

ahol f_1 a hálózati frekvencia; N_1 az állórésztekercs fázisonkénti menetszáma; ξ_1 az állórész tekercselési tényezője; Φ a forgó mágneses mező fluxusa. Az indukált feszültség itt is 90° -kal megelőzi a fluxust.

A forgó fluxus által a forgórész tekercseiben indukált feszültség effektív értéke:

$$U_{i2} = 4,44 f_2 N_2 \xi_2 \Phi, \quad (5.135)$$

ahol $f_2 = sf_1$ a forgórész frekvenciája; N_2 és ξ_2 a forgórész tekercseinek jellemzői.

A következőkben tételezzük fel, hogy a forgórész tekercseinek kapcsai nyitottak. Ebben az esetben a forgórészben áram nem folyhat, erőhatás, ill. nyomaték sem keletkezhet, a forgórész nyugalomban marad. Mivel $n = 0$, és $s = 1$, továbbá a forgórészben indukált feszültség frekvenciája $f_2 = f_1$, ezért a két indukált feszültség hányadosa az áttétel:

$$\frac{U_{i1}}{U_{i2}} = \frac{N_1 \xi_1}{N_2 \xi_2} = a. \quad (5.136)$$

Ebben az esetben az indukációs motor működése azonos a transzformátor üresjárási állapotával. Egyetlen különbség, hogy indukációs motornál légrés van, aminek következtében nagyobb a mágneses kör reluctanceja, nagyobb az erővonal-szóródás, és a fluxus fenntartásához nagyobb mágnesezőáram szükséges. A nagyobb mágnesezőáram miatt a motor $\cos \varphi$ -je is rosszabb a transzformátorénál.

a) **Indítás rövidre zárt forgórészszel, terhelés nélkül.** Az indítás állapotában az indukációs motor forgórésze áll, és tömegének tehetetlensége következtében rövid idő múlva fut fel üresjárási fordulatszámára. Itt most csak az *indítás pillanatát* vizsgáljuk, amikor is az indukációs motor állapota teljesen egyezik a transzformátor rövidzárási állapotával. A helyettesítő kapcsolási vázlatukat is azonosnak rajzolhatjuk, amint az az 5.91. ábrán látható. Természetesen a forgórész feszültségét, ellenállását, reaktanciáját és áramát itt is az állórészre kell redukálni az (5.136) összefüggés alapján, amennyiben az állórész és a forgórész tekercselésének fázisszámai egyeznek.

Ez a rövidzárási állapot a gyakorlatban viszonylag rövid ideig tart, de ha a forgórészt lefogjuk, vagy a teher nyomatéka nagyobb a motor indítónyomatékánál, akkor tartóssá válik. Az ekkor felvett nagy **zárlati** (itt **indítási**) **áram** jelentős túlemelegedést,

a gép tönkremenetelét okozhatja. Meg kell azonban jegyezni, hogy míg névleges feszültség esetén a transzformátor rövidzárási árama 30...40-szerese a névleges áramnak, addig az indukciós motoroknál – a légrés miatt megnövekedett szórási reaktancia miatt – csak 5...8-szorosa.

b) **Üresjárási állapot.** Ha a terhelés nélkül rövidre zárt forgórészrel indított háromfázisú aszinkron motor eléri állandósult fordulatszámát, ún. *üresjárási állapotba* kerül. Ebben az állapotban a fordulatszám a forgó fluxus fordulatszámától gyakorlatilag alig különbözik, így a forgórész köri tekercsveszteség elhanyagolható. Az állórész által felvett I_0 üresjárási áram is gyakorlatilag a gerjesztőárammal egyenlő, és két összetevőre bontható:

$$I_0 = I_m + I_v. \quad (5.137)$$

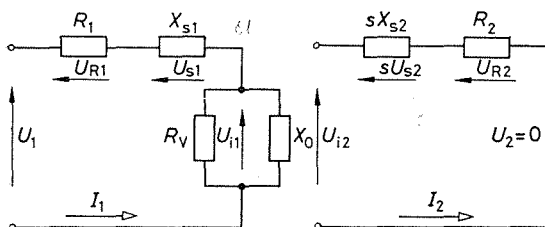
Itt I_m gerjeszti a forgó mágneses mezőt, és 90° -kal késik az indukált feszültséghez képest. I_v az indukált feszültséggel fázisban van, és adja az üresjárási veszteséget fedező teljesítményt. Ez az álló- és forgórész vasvesztéséből, az üresjárási tekercsveszteségből, a csapágysúrlódásból, a kefesúrlódásból, a levegősúrlódásból és a hűtőventilátor teljesítményszükségletéből áll. Miként a transzformátornál, úgy itt is I_m -et X_0 induktív reaktanciával, I_v -t pedig R_v ohmos ellenállással vehetjük figyelembe. Üresjárásban jó közelítéssel:

$$U_1 = jI_m X_0; \quad U_1 = I_v R_v \quad \text{és} \quad I_g = I_m + I_v, \quad (5.138)$$

pontosabb számításoknál azonban U_1 helyett U_{i1} -et kell figyelembe venni.

c) **Terhelési állapot.** Terhelési állapotban levő aszinkron motor a tengelyén leadott mechanikai teljesítményt villamos teljesítmény formájában veszi fel a hálózattól. A forgórészben a terhelőnyomaték ellensúlyozásához szükséges áram folyik.

Az állórész egy fázishoz tartozó tekercseinek rezisztenciáját R_1 kiemelt ellenállással, a tekercsek és tekercsfejek szórását pedig X_{s1} szórási reaktanciával vesszük figyelembe. Az állórész árama ezeken ezeken ohmos, ill. induktív feszültségesztést létesít. Hasonlóan a forgórész ohmos ellenállása R_2 és szórási reaktanciája X_{s2} . Az előbbieket



5.112. ábra. Az álló- és a forgórész helyettesítő kapcsolási vázlata

figyelembevételével az állórész és a forgórész helyettesítő kapcsolását az 5.112. ábra szemlélteti. Az ábra jelöléseivel az álló- és a forgórész feszültségeinek egyenletei:

$$\begin{aligned} U_1 &= U_{i1} + U_{R1} + U_{s1} = jI_m X_0 + I_1 R_1 + jI_1 X_{s1}; \\ U_{i2} &= U_{R2} + s U_{s2} = I_2 R_2 + jI_{2s} s X_{s2}. \end{aligned} \quad (5.139)$$

Ez utóbbi összefüggésben X_{s2} a forgórész-tekercselés szórási reaktanciája $s = 1$ -nél, azaz f_1 frekvencián.

Az álló- és a forgórész 5.112. ábra szerinti helyettesítő kapcsolási rajzait egyesíthetjük, ha a forgórésztekercs feszültségét, áramát, rezisztenciáját és szórási reaktanciáját redukáljuk az állórészre. A redukálás alapja itt is – miként a transzformátoroknál – az indukált feszültségek azonossága $U'_{i2} = U_{i1}$; a forgórész-teljesítmény azonossága $P'_2 = P_2$; és a forgórészvesztések változatlansága. Aszinkron motoroknál a redukálás alapját képező áttételi szám – amennyiben az álló- és a forgórésztekercselés fázisszáma azonos – $a = N_1 \xi_1 / N_2 \xi_2$. A redukálással az $N_1 = N_2$ és $\xi_1 = \xi_2$ esetet állítjuk elő. Ha a fázisszámok nem azonosak, akkor a forgórész áramának, rezisztenciájának és szórási reaktanciájának redukálásakor a fázisszámokat is figyelembe kell venni.

Megjegyezzük, hogy rövidre zárt, kalickás forgórészű motoroknál minden rúd más horonyban fekszik, ezért bennük más fázisú feszültségek indukálódnak, így minden rúd külön fázisnak tekintendő. Ha a forgórész horonyszáma z_2 , akkor a forgórész-tekercselés fázisszáma $m_2 = z_2$. Az előbbiből következik, hogy minden rúd fél menet, ezért a fázisonkénti menetszám $N_2 = 1/2$. A tekercselési tényező pedig – mivel minden fázishoz csak egy rúd tartozik – $\xi_2 = 1$.

Az előbbieket alapján a számlált értékek:

$$U'_{i2} = a U_{i2}; \quad I'_2 = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{I_2}{a}; \quad R'_2 = \frac{m_1}{m_2} a^2 R_2 \quad \text{és} \quad X'_{s2} = \frac{m_1}{m_2} a^2 X_{s2}.$$

A forgórész-tekercselésben indukált feszültség redukált, effektív értéke pedig:

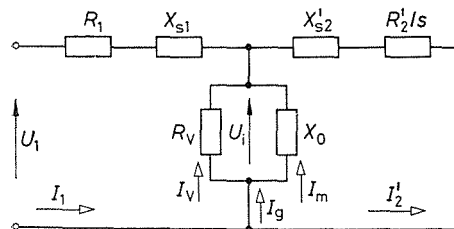
$$U'_{i2} = 4,44 s f_1 N_1 \xi_1 \Phi,$$

mivel $U'_{i2} = a U_{i2} = s U_{i1}$ és $f_2 = s f_1$.

Az U'_{i2} összefüggésében a szlip mint szorzó szerepel. A két tekercset egyesíteni viszont csak akkor lehet, ha a tekercsekben indukált feszültségek egyeznek. Ennek érdekében egy – fizikai jelentéssel nem bíró – matematikai átalakításhoz folyamodunk: a forgórész kör indukált feszültségét, szórási reaktanciáját és rezisztenciáját sorban elosztjuk a szlippel, és így az

$$\frac{U'_{i2}}{s} = U_{i1}; \quad \frac{s X'_{s2}}{s} = X'_{s2} \quad \text{és} \quad \frac{R'_2}{s}$$

értékeket kapjuk. Ezekből olyan áramkört állíthatunk össze, amelyet U_{i1} effektív értékű, f_1 frekvenciájú feszültség táplál; az áram effektív értéke és fázishelyzete is megegyezik I'_2 -vel. Azonos jelöléseket is használunk, de meg kell jegyeznünk, hogy a helyettesítő kapcsolásban az f_1 frekvenciájú I'_2 áram helyettesítő érték, a forgórész árama a valóságban $s f_1$ frekvenciájú. Az említett megjegyzés után az álló- és a forgórész helyettesítő kapcsolási rajza az 5.113. ábra szerint egyesíthető.

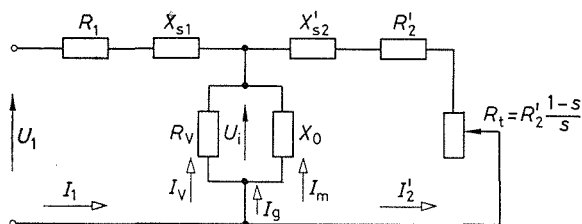


5.113. ábra. Az aszinkron motor helyettesítő kapcsolási vázlata

Az R_2'/s kifejezés átalakításával a transzformátor helyettesítő kapcsolási vázlatához hasonlót kapunk:

$$\frac{R_2'}{s} = \frac{R_2'}{s} + R_2 - R_2' = \frac{R_2' - sR_2' + sR_2'}{s} = R_2' \left(\frac{1-s}{s} \right) + R_2 = R_t + R_2'$$

A kapott összefüggés második tagja a forgórész tekercselésének redukált ohmos ellenállása, első tagja pedig a motor mechanikai terhelését helyettesítő jelképes villamos terhelő-ellenállás. Az 5.114. ábra az előbbi átalakítással felépített helyettesítő kapcsolási vázlatot tartalmazza. Az R_t összefüggésében — amikor a forgórész szinkron forog a forgómezővel — $s = 0$ helyettesíthető, így $R_t = \infty$. Ekkor $I_2' = 0$,



5.114. ábra. Az aszinkron motor helyettesítő kapcsolási vázlata

az aszinkron motor állapota megegyezik a transzformátor üresjárási állapotával. Ha a forgórész áll, $s = 1$ helyettesíthető, ekkor $R_t = 0$, tehát az aszinkron motor állapota megfelel a transzformátor rövidzárási állapotának.

Az 5.114. ábra alapján — mint a transzformátornál tettük — felírhatjuk a feszültségeyenleteket és megrajzolhatjuk a vektorábrát, amely egyezik a transzformátornál bemutatottal. Egyetlen különbség az arányokban mutatkozik, mivel I_g az I_1 -és az I_2' -höz képest, továbbá U_{R1} , U_{s1} , U_{R2}' és U_{s2}' az U_1 , az U_1 és az U_2' -höz képest nagyobbak az aszinkron motornál keletkező nagyobb veszteségek következtében.

5.3.4. Üresjárási és rövidzárási mérés

Az aszinkron motorok **üresjárási** és **rövidzárási** állapotát — miként a transzformátoroknál — *karakterisztikus* állapotoknak nevezzük, mert e mérési adatokból a motor üzemi jellemzőire kapunk felvilágosítást. A transzformátornál ismertetett elvek alapján a vektorábrákat is megrajzolhatjuk.

a) **Üresjárási mérés.** A motort terhelés nélküli állapotban, a *szabályozható* feszültségű hálózatra kapcsoljuk. Névleges feszültségen indító-ellenállással indítjuk, majd a fordulatszám állandósulása után a forgórészt rövidre zárjuk, és a tápfeszültséget a névleges feszültség 110...120%-ára emeljük. Ennél a feszültségnél, majd a feszültséget 5...10%-os lépésekben csökkentve több pontban mérjük az összetartozó feszültség-, áram- és teljesítményértékeket. A feszültséget csak addig csökkentjük, amíg nem tapasztaljuk, hogy az áram ismét növekedni kezd. Ekkor már rohamosan nő a motor szlipje, sőt a névleges feszültség kb. 25...30%-a körül a motor meg is áll. A mért adatokat táblázatba foglaljuk, és a

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{3} UI}$$

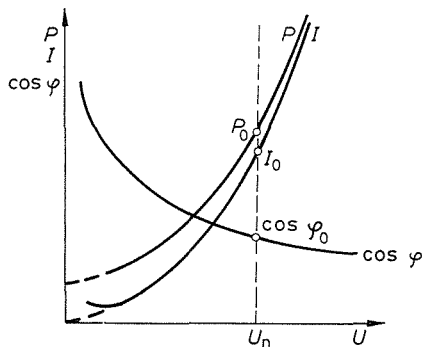
összefüggés alapján kiszámítjuk a hozzájuk tartozó $\cos \varphi$ értékeket. Ezeket a feszültség függvényében az 5.115. ábrán vázolt jelleggörbékkel ábrázoljuk. Az U_n névleges feszültséghez tartozó I_0 üresjárási áram-, P_0 üresjárási teljesítmény- és $\cos \varphi_0$ üresjárási-teljesítménytényező-értékeket az U_n -nél emelt függőleges ordináta metszi ki.

Az üresjárási teljesítmény a P_s súrlódási veszteség, a P_{vv} vasveszteség és a P_{t0} üresjárási tekercsveszteség összege:

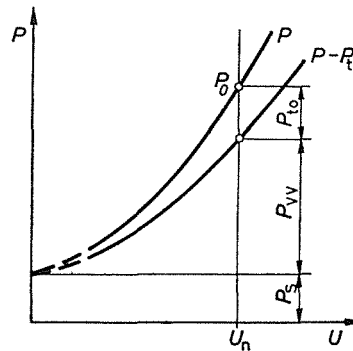
$$P_0 = P_s + P_{vv} + P_{t0}$$

A veszteségeket a következő eljárással választjuk szét. Az üresjárási tekercsveszteséget a forgórész-tekercsveszteség elhanyagolása után a

$$P_{t0} \approx 3I_0^2 R_1$$



5.115. ábra. Üresjárási jelleggörbék



5.116. ábra. Üresjárási veszteségek szétválasztása

összefüggéssel számítjuk, ahol R_1 az állórész egy fázisának ellenállása; I_0 pedig a mért üresjárási áram. P_0 -ból P_{t0} értéket levonva (5.116. ábra) a maradvány szétválasztható súrlódási és vasveszteségekre:

$$P_0 - P_{t0} = P_s + P_{vv}$$

A súrlódási veszteség (csapágy-, levegő- és kefesúrlódás) gyakorlatilag állandó, a vasveszteség pedig – állandó frekvencián – a feszültséggel kb. négyzetesen változik. A szétválasztás ennek alapján a P , valamint a $P - P_t$ görbe $U = 0$ -ra történő extrapolálásával történhet meg.

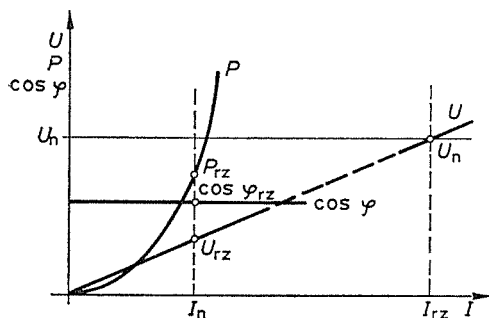
Az üresjárási áram nagyobb teljesítményű motoroknál a névleges áram kb. 25...40%-a, de kisebb gépek esetében (néhány kW) 60...70% is lehet. $\cos \varphi_0$ értéke nagyobb teljesítményű motoroknál 0,08...0,1 körül van, kisebb teljesítményűeké pedig ennél nagyobb.

b) Rövidzárási mérés. A motor forgórészének forgását a tengely rögzítésével megakadályozzuk, és a forgórész tekercseinek három kivezetését a csúszógyűrűk után rövidre zárjuk. A motort szabályozható feszültségű hálózatra kapcsoljuk, és olyan feszültséget adunk rá, hogy a motor állórésztekercsének árama kb. 110...120%-a legyen névleges áramának. Ekkor a feszültség kb. 30...35%-a a névleges feszültségnek. A feszültség csökkentésével, az áram 5...10%-os lépésekben való csökkentése mellett, több pontban mérjük az összetartozó feszültség-, áram- és teljesítményérté-

keket. A feszültség csökkentésének alsó határát a műszerek jó olvashatósága határozza meg. A mért adatokat táblázatba foglaljuk, és a

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{3} UI}$$

összefüggés alapján kiszámítjuk a hozzájuk tartozó $\cos \varphi$ értékeket. Ezeket az áram függvényében az 5.117. ábrán vázolt jelleggörbékkel ábrázoljuk. Az I_n névleges áramhoz tartozó U_{rz} rövidzárási feszültséget, P_{rz} rövidzárási teljesítményt és $\cos \varphi_{rz}$ rövidzárási teljesítménytényezőt az I_n -nél emelt ordináta metszi ki. Rövidzáráásban hasznos teljesítmény nincs, a felvett teljesítmény az álló- és a forgórésztekercs veszte-



5.117. ábra. Rövidzárási jelleggörbék

ségét, valamint a rövidzárási feszültségnél általában elhanyagolható vasvesztéséget fedezi.

A rövidzárási feszültség a névleges feszültség kb. 10...30%-a. A névleges feszültségnél kapjuk a motor I_{rz} rövidzárási áramát. Ennek mérésrel való megállapítása — pontosabb számítások esetén — a motor melegedése következtében gyors és körültekintő mérést igényel. Közelítő számításoknál elegendő pontosságot ad a rövidzárási áramnak az

$$I_{rz} = I_n \frac{U_n}{U_{rz}}$$

összefüggés szerinti meghatározása vagy a diagramból az $I_{rz} = f(U)$ jelleggörbe extrapolálásával történő megállapítása. Utóbbi két mód azért ad csak közelítő eredményt, mert a motor impedanciája — a vas telítődése következtében — csökken.

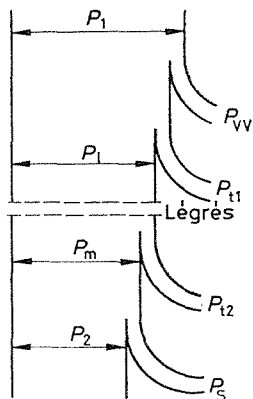
5.3.5. Teljesítmény- és nyomatékviszony. Hatásfok

a) **Teljesítményviszony.** A motor *adattáblája* tartalmazza a motor tartós névleges üzemi állapotára vonatkozó fontosabb adatokat, többek között a *névleges* feszültséget, áramot, teljesítménytényezőt, és a motor által a tengelyen leadott hasznos (szekunder), ún. *tengelyteljesítményt*, névleges fordulatszámot és védettséget. Ezek az adatok a motor tartós, névleges üzemi állapotára vonatkozó értékek, amelyekre a gépet is tervezték és építették, amely értékekkel (jellemzőkkel) a motor általában a legkedvezőbben működik. A következőkben megvizsgáljuk a felsorolt adatokból meghatározható — a motor által a hálózathoz felvett — teljesítmény kapcsolatát a tengelyteljesítménnyel.

Részint az előző pontban ismertetett üresjárási és rövidzárási mérések, részint pedig a számítások alapján határozhatjuk meg a motor teljesítményviszonyait, és ezek ismeretében megrajzolhatjuk a motor energiaábráját (5.118. ábra). Ha a motor fázisfeszültsége U_1 , fázisárama I_1 , teljesítménytényezője pedig $\cos \varphi_1$, akkor a hálózatról felvett teljesítmény:

$$P_1 = 3U_1 I_1 \cos \varphi_1. \quad (5.140)$$

Ebből a teljesítményből kell levonnunk a vas- és a tekercsvesztést. Gyakorlati okokból – mivel üresjárási méréssel is az álló- és a forgórész együttes vasveszte-



5.118. ábra. Az aszinkron motor teljesítmény ábrája

ségét állapítjuk meg – ide számítjuk a forgórész vasvesztését is, ami az egész vasvesztés kisebbik része. Az állórészben keletkező tekercsvesztés:

$$P_{t1} = 3I_1^2 R_1,$$

ahol R_1 az állórésztekercs egy fázisának rezisztenciája.

Az állórészvesztéseket levonva a felvett teljesítményből a P_1 légrésteljesítményt kapjuk. Ezt a teljesítményt a forgómező viszi át a légrésen keresztül a forgórészre:

$$P_1 = P_1 - (P_{vv} + P_{t1}). \quad (5.141)$$

A légrésteljesítmény fedezi a forgórész P_{t2} tekercsvesztését, a P_s súrlódási veszteségeket és a motor tengelyén leadott hasznos, P_2 tengelyteljesítményt. A forgórész vasvesztését a kis f_2 frekvencia (2...3 Hz) folytán el lehet hanyagolni. A forgórész tekercsvesztése:

$$P_{t2} = 3I_2'^2 R_2',$$

ahol R_2' a forgórésztekercs egy fázisának redukált rezisztenciája.

A légrésteljesítményből a forgórész tekercsvesztését levonva a *mechanikai teljesítményt* kapjuk:

$$P_m = P_1 - P_{t2}. \quad (5.142)$$

Ebből a hasznos, ill. a *tengelyteljesítmény* a súrlódási és a ventilációs veszteségek levonása után

$$P_2 = P_m - P_s. \quad (5.143)$$

A helyettesítő kapcsolási vázlatok alapján a P_1 és a P_m közötti összefüggés is megállapítható. Ugyanis az 5.114. ábra alapján a mechanikai teljesítmény:

$$P_m = I_2'^2 R_t = I_2'^2 R_2' \frac{1-s}{s}.$$

A légrésteljesítmény pedig az 5.113. ábrából:

$$P_1 = I_2'^2 \frac{R_2'}{s}.$$

A két összefüggésből:

$$P_m = P_1(1-s). \quad (5.144)$$

A forgórésztekercsben hővé alakuló villamos teljesítmény:

$$P_{t2} = P_1 - P_m = P_1 s.$$

b) **Nyomatékviszony.** Minden villamos motor, így az aszinkron motor forgatónyomatékát is az $M = FD/2$ összefüggés alapján számíthatjuk. Ebben $F = BI$ és $\Phi = f(B)$, ezért aszinkron motor esetében a forgatónyomatékot a Φ forgó mágneses fluxus és a forgórésztekercsben folyó I_2 áram kölcsönhatása hozza létre. A forgórész öninduktivitása következtében azonban a forgórész árama φ_2 szöggel késik az indukált feszültséghez képest, ezért a forgatónyomaték az $I_2 \cos \varphi_2$ hatásos áramösszetevőtől függ. Ennek megfelelően a forgó mágneses mező által a motor forgórészére ható elektromágneses **forgatónyomaték**:

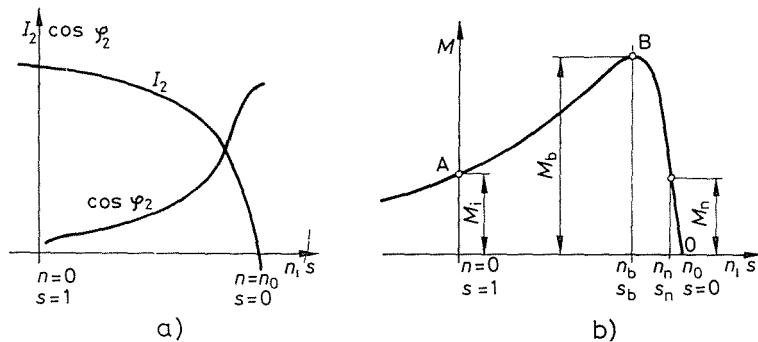
$$M = k\Phi I_2 \cos \varphi_2. \quad (5.145)$$

ahol k a motor jellemzőitől függő állandó; Φ a hasznos forgó mágneses fluxus; I_2 a forgórész árama; $\cos \varphi_2$ a teljesítménytényező.

A forgatónyomaték hatására a forgórész fordulatszáma $n = 0$ -tól — a tengelyterhelés nyomatékától függően — az üzemi fordulatszámig nő. A motor akkor éri el állandósult üzemi fordulatszámát, ha a motor nyomatéka a terhelés nyomatékával *egyensúlyba* kerül. A motor nyomatéka és fordulatszáma között tehát kapcsolat áll fenn, ezért meg kell vizsgálnunk a motor forgatónyomatékának változását a szlip, ill. a fordulatszám függvényében.

Az (5.145) összefüggés szerint a forgatónyomaték a Φ mágneses fluxustól, az I_2 áramtól és a $\cos \varphi_2$ teljesítménytényezőtől függ. Ha a fordulatszám változik, Φ gyakorlatilag állandó marad, de I_2 és $\cos \varphi_2$ is változik. Az 5.119a ábra I_2 és $\cos \varphi_2$ változását mutatja a szlip, ill. a fordulatszám függvényében. A szinkron fordulatszámánál ($n = n_0$) $s = 0$, és mivel nincs erővonal-metsződés, az indukált feszültség és a forgórészáram is nulla, így nyomaték sem keletkezhet. Amint nő a szlip, nő az indukált feszültség is és hirtelen az áramerősség, mert a forgórész látszólagos ellenállása lassan növekszik (a szlippel arányosan változó induktív reaktancia a változatlan ohmos ellenálláshoz képest kicsi). A szlip további növekedésénél, amikor a forgórész látszólagos ellenállása a szlip változásával kb. arányos, az áram növekedése is mérséklődik. Kis szlipértékeknél a $\cos \varphi_2$ megközelíti az egységet, a szlip növekedésével eleinte lassan csökken (a kis induktív reaktancia következtében a látszólagos ellenállás lassan növekszik), majd a szlip növekedésével először gyorsabban, majd arányosan lassabban csökken.

Az előbbieknél megfelelően a forgatónyomaték változását a fordulatszám, ill. a szlip függvényében az 5.119b ábra szemlélteti. Eszerint a forgatónyomaték az $n = n_0 (s = 0)$ szinkron fordulatszámánál (O pont) nulla, majd a fordulatszám csökkenésével eleinte gyorsan nő, és a szlip $s = R_2/X'_{s2}$ – a gyakorlat szempontjából megfelelő közelítő – értékén eléri csúcspontját (B). E pontban az M_b nyomatékot **billenőnyomatéknak**, az n_b fordulatszámot **billenő-fordulatszám**nak, ill. az s_b szlipet **billenő-szlipnek** nevezzük. Ezt a szakaszt (\overline{OB}), mivel a forgatónyomaték a fordulatszám csökkenésével nő, **stabilis szakasznak** nevezzük. Ha a fordulatszám a billenő-fordulatszámától tovább csökken, akkor a motor nyomatéka is csökken. Az $n = 0 (s = 1)$ -hez tartozó M_i nyomatékot **indítónyomatéknak** nevezzük. Mivel az \overline{AB} szakaszon a motor nyomatéka és fordulatszáma is csökken, **labilis szakasznak** mondjuk, mert ezen a szakaszon a motor általában nem tud tartósan működni. Ha a terhelőnyomaték nagyobb az indítónyomatéknál, akkor a motor nem képes megindulni.



5.119. ábra. Az aszinkron motor nyomaték – fordulatszám jelleggörbéjének meghatározása

a) a forgórész áramának és teljesítménytényezőjének változása a fordulatszám, ill. a szlip függvényében; b) a nyomaték változása a fordulatszám, ill. a szlip függvényében

A motort névleges üzemi teljesítményével (tengelyteljesítményével) terhelve fordulatszáma $n = 0$ -tól $n = n_n$ névleges üzemi fordulatszámig növekszik, ahol is a terhelés nyomatéka a motor M_n névleges nyomatékával egyensúlyt tart. A terhelés nélkül járó motor üzemi (üresjárási) fordulatszáma alig különbözik a motor szinkron n_0 fordulatszámától, mivel az üresjárási veszteségek a névleges üzemi veszteségekhez képest viszonylag kicsik.

A motor nyomatékgörbéjének *stabilis* üzemi szakasza igen meredek, így az aszinkron motorok fordulatartó jellegűek. A terhelőnyomaték változásának hatására az üzemi pont az M_n névleges üzemi pont körül ingadozik. A stabilis üzemi biztosítása céljából a motor főbb jellemzőit a tervezéskor úgy választják meg, hogy a stabilis \overline{OB} szakaszon az M_b/M_n viszony 1,6...2,5 között legyen. Különleges feladatokat ellátó motoroknál ez a viszony az adott értéktől eltérő is lehet. Az M_b/M_n viszonyt a motorok katalógusai tartalmazzák.

A forgatónyomatékot, mivel az ω_0 szögsebességgel forgó mágneses mező viszi át a forgórészre, a veszteségek ismeretében a légrésteljesítményből vagy a forgórész ω szögsebességével a mechanikai teljesítményből számíthatjuk. A forgó mágneses mező és a forgórész áram kölcsönhatásából származó nyomaték és a légrésteljesítmény közötti összefüggés:

$$P_1 = M\omega_0, \quad \text{ill.} \quad M = P_1/\omega_0. \quad (5.146)$$

A mechanikai teljesítménnyel pedig:

$$P_m = M\omega = M\omega_0(1-s), \quad \text{ill.} \quad M = P_m/\omega = P_m/\omega_0(1-s). \quad (5.147)$$

c) **Hatásfok.** A motor tengelyteljesítménye (névleges szekunder teljesítménye) az adattábláról leolvasható. A motor P_0 vasvesztését üresjárási méréssel, a P_{rz} rézvesztését pedig rövidzárási méréssel állapítjuk meg. Ennek alapján a hatásfok:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_0 + P_{rz}}. \quad (5.148)$$

Ez a gyakorlat számára elfogadható eredményt ad. Pontosabb eredményt kapunk, ha a veszteségeket számítással határozzuk meg. Közelítő számítás esetén viszont — ha az állórészvesztésektől és a súrlódási veszteségtől eltekintünk — a hatásfokot a szlípellel közvetlenül is meghatározhatjuk:

$$\eta = \frac{P_m}{P_1} \approx \frac{P_m}{P_1} = 1-s.$$

A valóságos hatásfok — az elhanyagolt veszteségek következtében — ennél kisebb.

5.20. példa. Egy háromfázisú csúszógyűrűs motor mérési adatai névleges terhelésnél $U_1 = 380$ V, $I_1 = 8,2$ A, $P_1 = 4$ kW, $n = 960$ min⁻¹ és $f_1 = 50$ Hz. Az üresjárási veszteség $P_0 = 250$ W, a rövidzárási veszteség pedig $P_{rz} = 350$ W. Számítsuk ki a motor P_2 tengelyteljesítményét, hatásfokát és a $\cos \varphi$ -t.

$$P_2 = P_1 - (P_0 + P_{rz}) = 4000 \text{ W} - (250 \text{ W} + 350 \text{ W}) = 3400 \text{ W} = 3,4 \text{ kW};$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_0 + P_{rz}} = \frac{3400 \text{ W}}{4000 \text{ W}} = 0,85;$$

$$\eta = 85\%;$$

$$S = \sqrt{3} UI = \sqrt{3} \cdot 380 \text{ V} \cdot 8,2 \text{ A} = 5391 \text{ VA};$$

$$\cos \varphi = P_1/S = 4000 \text{ W}/5391 \text{ VA} = 0,742.$$

5.21. példa. Egy háromfázisú csúszógyűrűs motor következő adatai ismeretesek: $P_2 = 14,72$ kW; $p = 4$, $n = 720$ min⁻¹, $U = 380$ V, $\cos \varphi = 0,85$, $f_1 = 50$ Hz, $P_0 = 1,1$ kW és $P_{rz} = 1,3$ kW. Határozzuk meg a motor hatásfokát, szlípjét, a forgórész feszültségének frekvenciáját, a hálózathoz felvett névleges áramát és névleges nyomatékát.

$$P_1 = P_2 + P_0 + P_{rz} = 14\,720 \text{ W} + 1100 \text{ W} + 1300 \text{ W} = 17\,120 \text{ W} = 17,12 \text{ kW};$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_0 + P_{rz}} = \frac{14\,720 \text{ W}}{17\,120 \text{ W}} = 0,86;$$

$$\eta = 86\%.$$

Ha a motor forgórészének percnkénti fordulatszáma adva van, a hozzá tartozó percnkénti szinkron fordulatszámot az $n_0 = 60f_1/p = 3000/p$ összefüggésből kapjuk:

$$n_0 = 3000 \text{ min}^{-1}/4 = 750 \text{ min}^{-1}, \quad \text{ill.} \quad n_0 = 12,5 \text{ s}^{-1};$$

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{750 \text{ min}^{-1} - 720 \text{ min}^{-1}}{750 \text{ min}^{-1}} = 0,04;$$

$$s = 4\%.$$

is: Ugyanezt a szlipértéket kapjuk a másodpercenkénti fordulatszám-, ill. szögsebességértékekből

$$n = 720 \text{ min}^{-1}, \quad \text{ill.} \quad n = 12 \text{ s}^{-1};$$

$$\omega_0 = 2\pi n_0 = 2\pi f_1/p = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \text{ s}^{-1}/4 = 78,5 \text{ s}^{-1};$$

$$\omega = 2\pi n = 2 \cdot 3,14 \cdot 12 \text{ s}^{-1} = 75,36 \text{ s}^{-1};$$

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = \frac{12,5 \text{ min}^{-1} - 12 \text{ min}^{-1}}{12,5 \text{ min}^{-1}} = \frac{78,5 \text{ s}^{-1} - 75,36 \text{ s}^{-1}}{78,5 \text{ s}^{-1}} = 0,04;$$

$$s = 4\%.$$

A forgórész feszültségének frekvenciája

$$f_2 = s f_1 = 0,04 \cdot 50 \text{ s}^{-1} = 2 \text{ s}^{-1} = 2 \text{ Hz}.$$

A hálózathoz a névleges üzemben felvett áram

$$I_{\text{in}} = \frac{P_1}{\sqrt{3} U \cos \varphi} = \frac{17\,120 \text{ W}}{\sqrt{3} \cdot 380 \text{ V} \cdot 0,85} = 30,64 \text{ A}.$$

A motor névleges nyomatéka:

$$M = \frac{P_2}{\omega} = \frac{14\,720 \text{ W}}{75,36 \text{ s}^{-1}} = 195,3 \text{ m} \cdot \text{N}.$$

Egyező eredményt kapunk, ha a nyomatékot a fordulatszámmal számítjuk:

$$M = \frac{P_2}{2\pi n} = \frac{14\,720 \text{ W}}{2 \cdot 3,14 \cdot 12 \text{ s}^{-1}} = 195,3 \text{ m} \cdot \text{N}.$$

5.22. példa. Egy háromfázisú csúszógyűrűs aszinkron motor adatai: $U = 380/220 \text{ V}$, $f_1 = 50 \text{ Hz}$, $P_2 = 11,04 \text{ kW}$, $n = 1440 \text{ min}^{-1}$, $\cos \varphi = 0,85$ és üresjárásban mért veszteség $P_0 = 1,515 \text{ kW}$. Az üresjárási jelleggörbe felrajzolásával és extrapolálásával (5.116. ábra) a szétválasztott veszteségek $P_s = 515 \text{ W}$ és $P_{\text{vv}} + P_{\text{t1}} = 1 \text{ kW}$. Határozzuk meg a motor szlipjét, a légrésteljesítményt, a forgórész veszteségét, a hálózathoz felvett névleges teljesítményt, a motor hatásfokát és a hálózathoz felvett névleges áramot.

A forgórész $n = 1440 \text{ min}^{-1}$ fordulatszámához az 5.21. példában ismertetett számítás szerint

$$n_0 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \text{ s/min} \cdot 50 \text{ s}^{-1}}{2} = 1500 \text{ min}^{-1}$$

szinkron fordulatszám tartozik.

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{1500 \text{ min}^{-1} - 1440 \text{ min}^{-1}}{1500 \text{ min}^{-1}} = 0,04;$$

$$s = 4\%.$$

A forgó mágneses mező által átvitt *légrésteljesítmény*

$$P_1 = \frac{P_2}{1-s} = \frac{11\,040 \text{ W}}{1-0,04} = 11\,500 \text{ W} = 11,5 \text{ kW}.$$

A forgórész tekercsvesztesége

$$P_{\text{v2}} = s P_1 = 0,04 \cdot 11\,500 \text{ W} = 460 \text{ W}.$$

A *hálózathoz* felvett teljesítmény

$$P_1 = P_2 + (P_{\text{vv}} + P_{\text{t1}}) + P_{\text{v2}} + P_s = (11\,040 + 1000 + 460 + 515) \text{ W} = 13\,015 \text{ W}.$$

A hatásfok

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \Sigma P_v} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{11\,040\text{ W}}{13\,015\text{ W}} = 0,848;$$

$$\eta = 84,8\%.$$

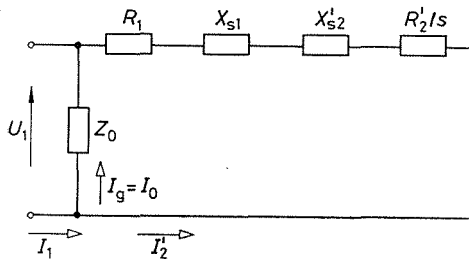
A hálózatról felvett névleges áram

$$I_{\text{in}} = \frac{P_1}{\sqrt{3} U \cos \varphi} = \frac{13\,015\text{ W}}{\sqrt{3} \cdot 380\text{ V} \cdot 0,85} = 23,3\text{ A}.$$

5.3.6. A kördiagram

A kördiagram igen jól áttekinthető és szemléletes képet ad az aszinkron motor üzemeről. A kördiagram az áramvektorok végpontjait tartalmazza a különböző üzemi állapotoknak, tehát a különböző szlipértékeknek megfelelően. Származtatásának egyszerűsítése érdekében néhány elhanyagolást vezetünk be, mivel ezek számottevően nem befolyásolják az üzemi értékeket, ill. a gyakorlat számára még elfogadható eredményt nyújtanak.

a) **A kördiagram származtatása.** Az 5.113. ábrán látható helyettesítő kapcsolási vázlat áthidalóágában folyó I_g áram a terheléssel változik ugyan, de csak kismértékben, így gyakorlatilag nem befolyásolja I_1 értékét. A következőkben ezért feltételezzük, hogy $I_g = I_0$, és értéke állandó. Ez azon esetnek felel meg, amikor az U_1 feszültségre Z_0 üresjárású impedanciát kapcsolunk, amelyen I_0 üresjárású áram folyik. Az így felépített egyszerűsített helyettesítő kapcsolási vázlatot az 5.120. ábra tartalmazza.



5.120. ábra. Az aszinkron motor egyszerűsített helyettesítő kapcsolási vázlata

A kör feszültségegyenlete $X = X_{s1} + X'_{s2}$ helyettesítéssel:

$$U_1 = I'_2(R_1 + R'_2/s) + jI'_2 X,$$

és az áramok a csomópontban:

$$I_1 = I_0 + I'_2.$$

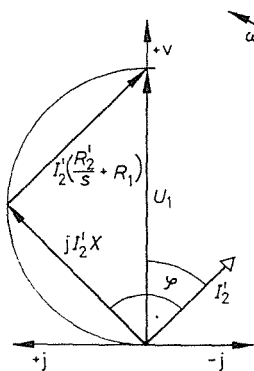
A feszültségegyenletnek megfelelő vektorábrát az 5.121. ábra szemlélteti. Ez egy derékszögű háromszög, amelynek átfogója $|U_1|$. A szlip változásával a befogók aránya változik, de az átfogó állandó, és a háromszög derékszögű marad, mert a reaktív feszültség mindig 90° -kal siet az ohmoshoz képest. Ennek megfelelően – a szlip változásával – a vektorábra derékszögű csúcsa $|U_1|$ átmérőjű körön mozog.

Alakítsuk át egyenletünket azzal, hogy mindkét oldalát jX -szel osztjuk, akkor az

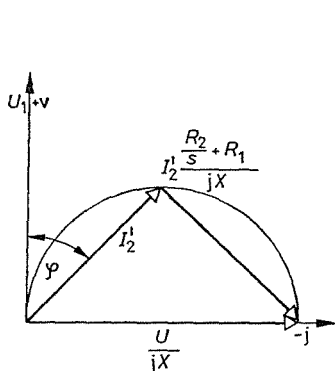
$$\frac{U_1}{jX} = I_2' \frac{R_1 + R_2/s}{jX} + I_2'$$

összefüggést kapjuk, amiből az 5.122. ábrán látható vektorábra rajzolható fel. Eszerint a forgórész I_2' árama az U_1/jX átmérőjű körön mozog, és a φ szög is a tényleges vektorhelyzetet mutatja.

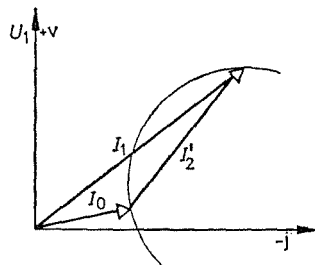
Az 5.120. ábrán vázolt egyszerűsített helyettesítő kapcsolási vázlatból is kiténik, hogy az állórészben az üresjárási áram és a forgórészáram vektoros eredője folyik. Ennek alapján az állandó értékű és fázisszögű I_0 vektort az I_2' vektorhoz — az 5.123. ábra szerint — hozzáadva az I_1 vektorát kapjuk, amelynek végpontja szintén az előbbi körön mozog. Így kapjuk az aszinkron motor **áramvektor-, ill. kördiagramját**.



5.121. ábra. A forgórész-áramkör vektorábrája



5.122. ábra. A forgórész-áramkör vektorábrája



5.123. ábra. Az aszinkron motor áramvektor-diagramja

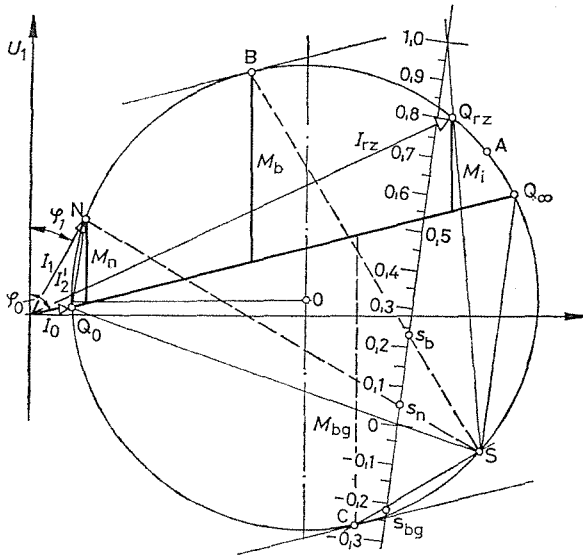
Az aszinkron motor üzeme alatt a szórási reaktancia is változik a terheléstől, ill. a szlipptől függően. Igen kis mértéke következtében azonban ettől — a kördiagram származtatásakor — eltekintünk.

b) A kördiagram szerkesztése. Az aszinkron motor kördiagramja kétféleképpen szerkeszthető meg. Az egyik módszer szerint **számításokkal** a kör három pontját határozzuk meg, amelyek segítségével a kör megrajzolható. Ezek a pontok: az I_0 üresjárási áramvektor Q_0 végpontja, az I_{rz} rövidzárási áramvektor Q_{rz} végpontja és a **végtelen** s_{∞} szliphez tartozó I_{∞} áramvektor Q_{∞} végpontja. Az áramvektorok abszolút értékei és fázisszögei — az U_1 feszültségnek, valamint a tekercsek rezisztenciáinak és szórási reaktanciáinak ismeretében — számíthatók. Meg kell jegyeznünk, hogy az $s = \infty$ szlipnek, ill. az I_{∞} áramnak nincs gyakorlati értelme, mert $n = \infty$ fordulatszámhoz tartozik. A kördiagram szerkesztéséhez azonban előnyösen felhasználható.

A számításhoz azonban gyakran a motor adatai nem ismertek, ilyen esetben a **másik módszer** szerint a kördiagram szerkesztéséhez annak **két jellegzetes pontját** választják, amelyek méréssel könnyen meghatározhatók, ill. a mérési adatokból számíthatók.

Az **egyik pont** a motor I_0 üresjárási áramvektorának Q_0 végpontja. Üresjárársban névleges feszültségnél mérjük a gép által felvett I_0 üresjárási áramot, és a felvett

c) A szlipskála szerkesztése. A különböző áramvektorokhoz tartozó szlipértékeket az 5.125. ábra szerint határozhatjuk meg. Motoros állapotban — a terheléstől függően — az I_1 áramvektor végpontja a kör Q_0 és Q_{rz} pontja által határolt szakaszon helyezkedik el. A kör kerületén — a szerkesztési eljáráshoz alkalmas helyen — vegyünk fel egy S sorozópontot, amelyet Q_∞ ponttal összekötünk. Ezzel — a szlipskála felvétele céljából — tetszés szerinti helyen egy párhuzamost húzunk. Ez lesz a szlipskála vonala. Ennek felvételére egyetlen megkötés, hogy a Q_0 és Q_{rz} pontot az S ponttal összekötő egyenesek megfelelő helyen messék a szlipskála vonalát. A Q_0 és S pontot összekötő egyenes, valamint a szlipskála vonalának metszéspontja adja az $s = 0$ pontot, a Q_{rz} és S pontot összekötő egyenes, valamint a szlipskála vonalának metszés-



5.125. ábra. A szlipskála és a nyomatékmetszések szerkesztése

pontja pedig az $s = 1$ pontot. Az $s = 0$ és $s = 1$ pont közötti távolságot lineárisan felosztva kapjuk a szlipskálát.

Mivel az indulás után a motor üzemi pontja (az I_1 áramvektor végpontja) a Q_{rz} ponttól a Q_0 pontig elvileg tetszés szerinti helyet vehet fel, a kérdéses pont és az S pont összekötő egyenesének, valamint a szlipskálának a metszéspontja megadja a kérdéses ponthoz tartozó szlipértéket. Az ábrán az M_n névleges nyomatékhoz és az M_b maximális vagy billenőnyomatékhoz tartozó szlipértékeket (s_n és s_b) szerkesztettük meg.

d) Teljesítmények meghatározása a kördiagram alapján. A kördiagramból az aszinkron gép üzemére jellemző teljesítményviszonyok is megállapíthatók. Az 5.126. ábra szerint vegyünk fel egy tetszőleges üzemi állapothoz tartozó I_1 áramvektort (a rajzban a névlegesnél jóval nagyobbra választottuk a metszések áttekinthetőségének érdekében), amelynek A végpontjából húzzuk meg az ordinátát. Ez utóbbi E pontben metszi a koordináta-rendszer vízszintes egyenesét. A kördiagram szerkesztésekor az üresjárási és a rövidzárási áramokat y áramléptékekkel rajzoljuk fel, így $I_1 \cos \varphi_1 = \overline{AE}y$, ezért állandó U_1 feszültség esetén \overline{AE} metszék arányos a motor által a hálózatról felvett teljesítménnyel:

$$P_1 = 3U_1 I_1 \cos \varphi_1 = 3U_1 \overline{AE} y.$$

A koordináta-rendszer vízszintes tengelye tehát a hálózatból felvett teljesítmény nullavonala lesz ($P_1 = 0$).

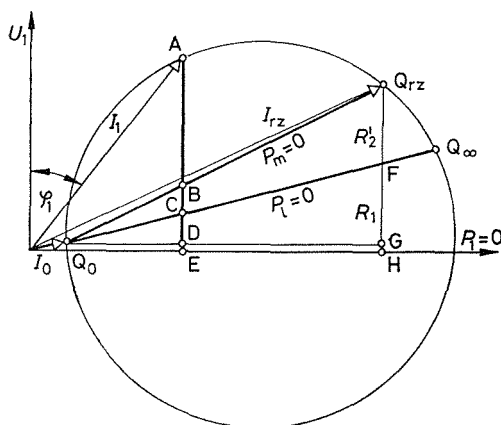
Az üresjárásban felvett P_0 üresjárási teljesítmény, amely a súrlódási és vasvesztéseket fedezi:

$$P_0 = 3U_1 I_0 \cos \varphi_0 = 3U_1 \overline{DE}y$$

arányos a \overline{DE} metszékkel.

A rövidzársban (rögzített forgórész esetén) felvett P_z zárlati teljesítmény:

$$P_z = 3U_1 I_{1z} \cos \varphi_z = 3U_1 \overline{Q_{rz}H}y$$



5.126. ábra. A teljesítménymetszék szerkesztése

arányos a $\overline{Q_{rz}H}$ metszékkel. Minthogy a Q_∞ pont helyének megállapításakor a Q_{rz} pontból húzott ordinátát $(\overline{Q_{rz}G}) R'_2/R_1$ arányban osztottuk, ezért az \overline{FG} szakasz az állórész zárlati veszteségével arányos, a $\overline{Q_{rz}F}$ szakasz pedig a forgórészével. A Q_0 és a Q_∞ pontot összekötő egyenes lesz a légrésteljesítmény nullavonala ($P_1 = 0$). Ennek alapján az A üzemi ponthoz tartozó állórésztekercs-vesztés:

$$P_{t1} = 3U_1 \overline{CD}y,$$

arányos a \overline{CD} metszékkel, és a forgórésztekercs-vesztés:

$$P_{t2} = 3U_1 \overline{BC}y$$

arányos a \overline{BC} metszékkel. A P_0 súrlódási és vasvesztéseket, valamint a P_{t1} állórésztekercs-vesztéseket a felvett teljesítményből levonva, kapjuk a légrésteljesítményt:

$$P_1 = 3U_1 \overline{AC}y,$$

ami arányos az \overline{AC} metszékkel. A légrésteljesítményből a P_{t2} forgórésztekercs-vesztéseket levonva kapjuk a mechanikai teljesítményt:

$$P_m = 3U_1 \overline{AB}y,$$

ami pedig az \overline{AB} metszékkel arányos. Mivel a Q_0 és a Q_{rz} pontot összekötő egyenes választja el a veszteségeket a tengelyen leadott mechanikai teljesítménytől, előbbi összekötő egyenes a mechanikai teljesítmény nullavonala lesz ($P_m = 0$).

A légrésteljesítménnyel, ill. a mechanikai teljesítménnyel hasonló módon adódik a nyomaték:

$$M = \frac{P_1}{\omega_0} = \frac{3U_1}{\omega_0} \overline{AC}y;$$

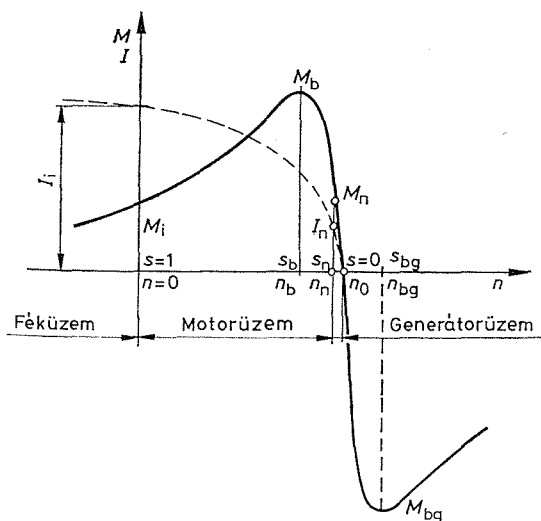
$$M = \frac{P_m}{\omega} = \frac{3U_1}{\omega} \overline{AB}y.$$

Az előbbi az \overline{AC} metszékkel, ez utóbbi pedig az \overline{AB} metszékkel arányos.

e) **A nyomatékgörbe felvétele a kördiagram alapján.** A *nyomaték–fordulatszám* (szlip) jelleggörbe felrajzolásához szükséges két mechanikai jellemző, a nyomaték és a szlip összetartozó értékei a kördiagramból leolvashatók. Ez utóbbiból az $n = n_0 - sn_0$ összefüggés alapján a fordulatszám számítható. Így a motor nyomatékát akár a fordulatszám, akár a szlip függvényében ábrázolni tudjuk.

Mivel a háromfázisú aszinkron motor csak akkor képes nyomatékot kifejteni, ha a légrése keresztül teljesítmény jut a forgórészbe, ezért a nyomaték nagyságát a forgómező teljesítményéből lehet meghatározni. Az ω_0 szögsebességgel forgó mező ugyanis a motor állórészébe bevezetett elektromos teljesítménynek – az állórész vas- és rézvesztéseinek levonása után – visszamaradó részét, a **légrésteljesítményt** viszi át a forgórészbe. Ezért a kördiagramban a nyomatékok nagysága is az egyes üzemi pontokból húzott ordinátáknak a $\overline{Q_0Q_\infty}$ vonal metszéspontjáig terjedő szakaszával arányos (5.125. ábra). A $\overline{Q_0Q_\infty}$ vonalat ezért **nyomatékvonalnak** is nevezik.

Az előzőekben a nyomaték keletkezésével, valamint fizikai és matematikai leírásával már foglalkoztunk, ezért itt a nyomatékgörbének a kördiagrammal kapcsolatos összefüggéseire kívánunk csak rámutatni. Az 5.127. ábrán vázolt *nyomaték–*



5.127. ábra. Nyomaték – fordulatszám jelleggörbe szerkesztése a kördiagramból

szlip (nyomaték—fordulatszám) jelleggörbét úgy szerkesztjük, hogy — az 5.125. ábra szerinti kördiagramon — az üzemi pontot az A ponttól, az óramutató járásával ellentétes irányban, a Q_{rz} , B, N, Q_0 és C pontokon át körbeviszük, és megállapítjuk a hozzájuk tartozó nyomaték- és szlip-, ill. fordulatszámértékeket. A kördiagram alapján felrajzolható a hálózatból felvett áram jelleggörbéje is.

A motornak három jellegzetes üzemi állapota van: a *fék-*, a *motor-* és a *generátorüzem*. Ezek az üzemi állapotok a kördiagram és a jelleggörbe összetartozó pontjai alapján jól követhetők.

A jelleggörbének a *féküzembe eső tartománya* az $n = 0$ ($s = 1$) fordulatszám-tól a negatív fordulatszám-tartományba esik, amikor is $s > 1$ -nél. Ebben az esetben az állórész áramvektorának végpontja a kördiagramon a Q_{rz} és Q_∞ pont között mozog. A motor tengelyének forgásiránya ellentétes a forgó mágneses mező forgásirányával.

A jelleggörbének a *motorüzembe eső tartománya* elvileg az $n = 0$ ($s = 1$) fordulatszám-tól az $n = n_0$ ($s = 0$) szinkron fordulatszámig terjed. Meg kell azonban jegyezni, hogy a motor — külső hajtónyomaték nélkül — a szinkron fordulatszámot sohasem tudja elérni. Ebben az üzemmódban az állórész áramvektorának végpontja a kördiagram Q_{rz} és Q_0 pontja között mozog. E tartománynak több jellegzetes pontja van, nevezetesen: a jelleggörbe $n = 0$ ($s = 1$) pontjához a kördiagram Q_{rz} pontja tartozik, ahol M_1 az *indítónyomaték*; az $n = n_b$ ($s = s_b$) ponthoz a kördiagram B érintési pontja tartozik, amely a $Q_0 Q_\infty$ nyomatékvonallal párhuzamosan húzott körérintővel határozható meg. E ponthoz tartozik a **motorüzem** maximális M_b **billenőnyomatéka**, s_b **billenőszlipje** és n_b **billenő-fordulatszáma**; a jelleggörbe $n = n_n$ ($s = s_n$) pontjához a kördiagram N pontja tartozik, ahol a motor az M_n *névleges nyomatékot* adja; és a jelleggörbe $n = n_0$ ($s = 0$) pontjához (a szinkron fordulatszámhoz) a kördiagram Q_0 pontja tartozik, ahol a motor nyomatékot nem ad. A teljesség kedvéért meg kell még említeni, hogy a terhelés nélkül járó motor n_n üresjárási fordulatszáma nagyobb az n_n névleges fordulatszámnál, de kisebb az n_0 szinkron fordulatszámnál az üresjárási veszteségeknek megfelelően. Ennek alapján az üresjárási munkapont az N és Q_0 pont közé esik, ez azonban az ábrákon nincs rajta.

A jelleggörbének a generátorüzembe eső része az $n > n_0$ fordulatszám-tartományba esik, amikor is a szlip értéke negatív. A kördiagramban az áramvektor végpontja a Q_0 pontból a Q_∞ pont felé mozog. Ez is féküzem, mert ekkor a teher nyomatéka hajtja a motort. Jellegzetes pontként kell említeni a jelleggörbe n_{bg} (s_{bg}) pontját is. Ehhez a kördiagram C érintési pontja tartozik, amely — mint motorüzemnél — a $Q_0 Q_\infty$ nyomatékvonallal párhuzamosan húzott körérintővel határozható meg, de a kördiagram generátoros tartományában. E ponthoz tartozik a **generátorüzem** maximális M_{bg} **billenőnyomatéka**, s_{bg} **billenőszlipje** és n_{bg} **billenő-fordulatszáma**.

A motor jellemzőinek ismeretében a billenőnyomaték és a billenőszlip értéke számítással is meghatározható. A légrésteljesítmény:

$$P_1 = 3I_2'^2 R_2' / s.$$

A nyomaték pedig az (5.146) szerint:

$$M = \frac{P_1}{\omega_0}.$$

Az 5.120. ábra alapján I_2' -t kifejezve és az előbbi összefüggésbe helyettesítve:

$$M = U_1^2 \frac{3}{\omega_0} \frac{R_2' / s}{(R_1 + R_2' / s)^2 + X^2}.$$

A gyakorlat számára elegendő pontosságú eredményt kapunk, ha a primer köri ohmos ellenállást elhanyagoljuk, mivel ez R_2/s -hez képest igen kicsi. Az említett elhanyagolással, valamint a $dM/ds = 0$ feltétel helyettesítésével a *billenőnyomaték* és a *billenőszlip*:

$$M_b = \frac{3U_1^2}{2\omega_0 X}; \quad \text{és} \quad s_b = \frac{R_2'}{X}.$$

Ha pedig a nyomatékra kapott előbbi általános összefüggésbe — az indítás pillanatában érvényes — $s = 1$ -et helyettesítünk, és az állandókat k tényezővel kifejezzük, az indítónyomatéokra az

$$M_1 = kU_1^2 \quad (5.149)$$

összefüggést kapjuk, tehát az a tápfeszültség négyzetével arányos. Az indukciós motorok ezért a *hálózati feszültség ingadozásaira érzékenyek*.

5.3.7. Háromfázisú aszinkron motorok üzeme

a) Háromfázisú aszinkron motorok indítása. A *rövidre zárt forgórészsel* indított háromfázisú aszinkron motorok az indítás pillanatában a *rövidzárási áramot* veszik fel a hálózathoz. Ennek nagysága a motor impedanciájától függ, és névleges értékre való csökkenése a névleges fordulatszámra való *beállási (felfutási) időtől* függ. A nagy indítóáram két szempontból is káros. Egyrészt a hálózat belső impedanciáin nagy feszültségesést idéz elő, ami *veszélyeztetheti* a többi fogyasztó üzemét, másrészt pedig a nagy indítóáram dinamikailag is igénybe veszi a motor és a hálózat egyes berendezéseit. Az előbb említett hátrányok miatt az indítóáram-lökést csökkenteni kell. Erre — az egyes motortípusoknál — különböző eljárások születtek.

Csúszógyűrűs motorok indítása. A kördiagram származtatásánál említettük, hogy — állandó hálózati feszültség esetén — a kör átmérője csak a motor reaktanciájától függ. Ha tehát a motor forgórész köré ohmos ellenállást kapcsolunk, akkor a gép indító- (rövidzárási) árama csökken, a billenőnyomaték értéke viszont változatlan marad. Az ohmos ellenállás bekapcsolása miatt a zárlati impedancia hatásos része megnő, ezért az indítóáram fázisszöge csökken, a teljesítménytényező értéke tehát megnő. Az (5.145)-ben említett

$$M = k\Phi I_2 \cos \varphi_2$$

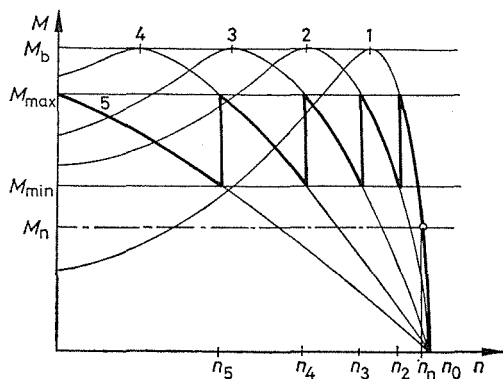
összefüggés szerint — I_2 csökkenése és $\cos \varphi_2$ növekedése következtében —, ha az ohmos ellenállás értékét helyesen választjuk meg, akkor elérhető, hogy I_2 csökkenésével egyidejűleg az indítónyomaték növekedjék.

A viszonyokat igen szemléletesen mutathatjuk be a kördiagramon (5.125. ábra). Ebből látható, hogy I_{rz} áram Q_{rz} végpontja — fázisszögének csökkenése következtében — közelebb kerül a Q_0 ponthoz. Megfelelő nagy ellenállás bekapcsolásával elérhető, hogy az indítónyomaték a billenőnyomatékkal legyen egyenlő. A nyomaték — fordulatszám jelleggörbén ez úgy jelentkezik, hogy a görbe balra tolódik, de a billenőnyomaték nagysága változatlan marad (5.128. ábra).

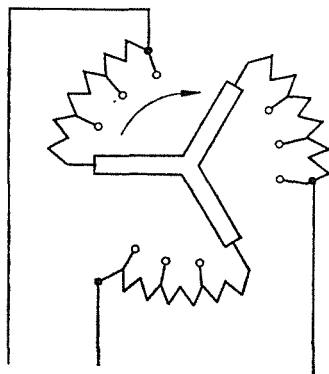
A bekapcsolt ellenállást **indító-ellenállásnak** nevezzük, amelynek több fokozata van. A motor indításakor minden fokozat be van kapcsolva, és felgyorsulása közben egymás után iktatjuk ki az egyes fokozatokat. Az indító-ellenállás fokozatainak olyan rezisztenciájuk legyen, hogy az egyes fokozatok kiiktatása közben a motor nyomatéka M_{\max} és M_{\min} , árama pedig I_{\max} és I_{\min} határok között változzék. Ahol a követelmények megkívánják, *automatikus indítást* alkalmaznak. Ennél áramtól függő, időtől függő vagy fordulatszámától függő a vezérlés, amikor is megfelelően beállított áramrelé,

időrelé (jelfogó) vagy centrifugálkapcsoló működteti az egyes ellenállás-fokozatokat kiiktató mágneskapcsolókat.

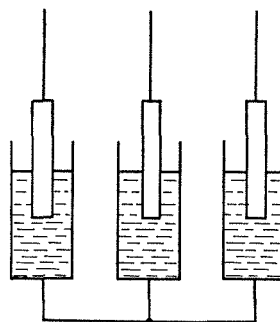
Az indító-ellenállás *huzal-* vagy *folyadék-ellenállás*, és szénkefék útján csatlakozik a csúszógyűrűkhöz. Az 5.129. ábra huzalból készült háromfázisú, háromfokozatú indító-ellenállás vázlatát szemlélteti. Minél több fokozatú, annál egyenletesebb lesz az indítás. Egyenletesebb indítást biztosít az 5.130. ábrán látható háromfázisú folyadék indító-ellenállás. Ezzel a motor állandó nyomatékkal és árammal is indít-



5.128. ábra. Csúszógyűrűs aszinkron motor indítási jelleggörbéi



5.129. ábra. Háromfázisú, huzal-indítóellenállás



5.130. ábra. Háromfázisú, folyadék-indítóellenállás

ható. Ilyenkor az elektródák bemerülési mélységét vagy az elektrolyt szintjét automatikus berendezésekkel szabályozzák. Elektrolyt néhány százalékos szódás oldat.

A nagyobb teljesítményű motorokban *reteszelési* is alkalmazunk abból a célból, hogy az indító-ellenállás kikapcsolása esetén a motort ne lehessen indítani. További *veszélyt jelenthet a hálózati feszültség kimaradása*, majd visszatérése. Hosszabb idejű feszültségkimaradás esetén a motor hamarabb lelassul vagy leáll. Az első esetben veszélyes áramlökés keletkezhet, a másodikban pedig a terhelt motor lassan gyorsul fel, vagy egyáltalán nem tud megindulni. Ennek következtében a tekercselés *túlmelegedése* vagy *leégése* következhet be.

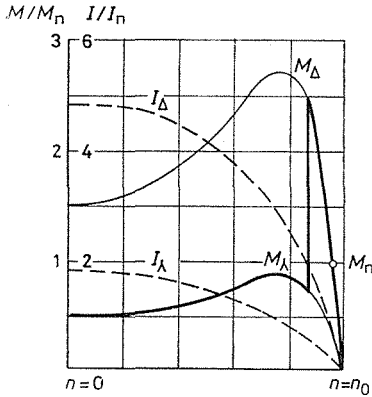
Az említett káros hatások megelőzése céljából a motorokat *feszültségkimaradás elleni védelemmel* kell ellátni. Ezért a kapcsolóberendezés a feszültségnek kb. 70...

a feszültség négyzetével arányos, az $M_{i\lambda}$ indítónyomaték csillagkapcsolásban a háromszögműködésű $M_{i\Delta}$ nyomaték *harmadrészére* csökken:

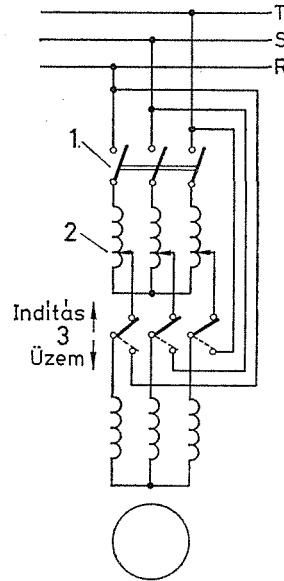
$$M_{i\lambda} = M_{i\Delta}/3. \quad (5.151)$$

Az 5.132. ábra a motor áramának és nyomatékának változását mutatja a fordulatszám függvényében csillag–háromszög indítás esetén.

Indítás indítótranszformátorral. Nagy motorok esetében – amikor a hálózat nem engedi meg a közvetlen indítást, és nem alkalmazható a csillag–háromszög indítás – csökkentett feszültségről indítunk, és rendszerint takarékos kapcsolású transzfor-



5.132. ábra. Áram és nyomaték változása a fordulatszám függvényében csillag – háromszög indításnál



5.133. ábra. Indítás indítótranszformátorral

1 főkapcsoló; 2 indítótranszformátor;
3 üzempcsoló

mátort alkalmazunk. Az 5.133. ábra indítótranszformátorral való indítás elvi kapcsolási rajzát szemlélteti. Az 1 kapcsoló és a 3 üzemi kapcsoló segítségével a 2 transzformátort – a kapcsoló egyik állásában – az állórész tekercselése elé kapcsoljuk, másik állásában pedig – az üzemi fordulatszám közelében – kiiktatjuk.

Indítótranszformátorral való indítás esetén a motorra jutó kapcsolófeszültség U_n/a , ahol a a transzformátor áttétele. Ennek alapján az indítónyomaték:

$$M_{it} = k(U_1/a)^2 = M_i/a^2. \quad (5.152)$$

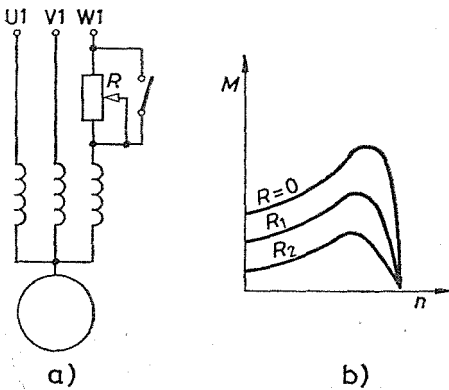
Indításkor a transzformátor szekunder oldalán – az U_n/a feszültség következtében – $I_1^* = I_1/a$ áram folyik. A hálózatot azonban a transzformátor primer árama terheli, amely gyakorlatilag az előző $1/a$ -ad része. Ennek megfelelően az áramterhelés a hálózatban:

$$I_1^{**} = I_1^*/a = I_1/a^2. \quad (5.153)$$

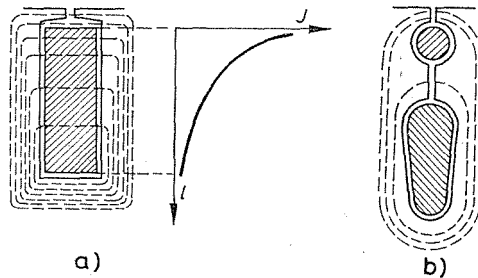
Indítótranszformátor esetén tehát mind a hálózatiáram-lökés, mind pedig az indítónyomaték $1/a^2$ arányban csökken.

Indítás előtét-ellenállással vagy impedanciával. Ha az indítást a három fázisba kapcsolt változtatható értékű ohmos ellenállásokkal vagy impedanciákkal végezzük, akkor a motor kapcsaira a névlegesnél kisebb feszültség jut. Ha a kapocsfeszültség U_1 és az előbbi előtételek kapcsolása következtében a motor kapcsaira csak U_1/a feszültség jut, akkor az indítónyomaték az $M_{ie} = k(U_1/a)^2$ összefüggés értelmében $1/a^2$ arányban csökken; az indítóáram-lökés pedig $1/a$ arányban.

E csoportba soroljuk azt az esetet is, amikor a motor állórésztekercseire aszimmetrikus feszültséget kapcsolunk. Az aszimmetria mértékével a motor nyomatékát befolyásolni tudjuk. A feszültségaszimmetriát úgy érhetjük el, hogy a motor állórészének két tekercsét közvetlenül a hálózatra kapcsoljuk, a harmadik tekercsével pedig ohmos ellenállást vagy impedanciát kötünk sorba. Az 5.134a ábrán ilyen kapcsolás látható változtatható ellenállással. Az ellenállás fokozott bekapcsolásával az indítónyomaték csökken, a motor kis nyomatékkal lágyan indul (5.134b ábra). Az indítás befejezése után az ellenállást vagy impedanciát kiiktatjuk. Az indítóáram-lökés – a közvetlen indítóáram lökéséhez képest – csak csekély mértékben csökken.



5.134. ábra. Háromfázisú, rövidre zárt aszinkron motor aszimmetrikus indítása
a) elvi kapcsolási rajz; b) nyomaték – fordulatszám jelleggörbe



5.135. ábra. Háromfázisú, rövidre zárt motorok forgórészének különleges kiképzése
a) mélyhornyú vezető mágneses tere és áramsűrűség-elosztása; b) kétkalickás vezető mágneses tere

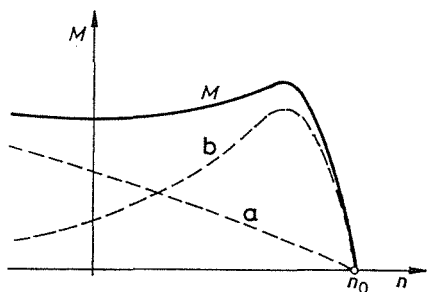
Mélyhornyú és kétkalickás motorok indítása. A rövidre zárt forgórészű aszinkron motorok kedvezőtlen indítási tulajdonságai – a nagy indítóáram és az aránylag kis indítónyomaték – vezettek a mélyhornyú és a kétkalickás motorok kifejlesztéséhez.

Keskeny, téglalap keresztmetszetű vezetőt – amelynek magassága 6...8-szorosa a szélességének – ágyazunk vasba. Ha a vezetőn váltakozóáram folyik, akkor az áram nem egyenletesen oszlik el a vezető keresztmetszetén. A jelenség magyarázata az erővonalak eloszlása. A vezető keresztmetszetének külső részét kevesebb erővonal veszi körül mint a belsőt (5.135a ábra), így a belső rész induktív reaktanciája nagyobb, mint a külsőé; az áram igyekszik ezért túlnyomórészt a vezető külső részén haladni, ahol az induktív reaktancia kisebb. Az áram mintegy kiszorul a vezető külső részére. Ezt mutatja a J áramsűrűség eloszlási görbéje is. Ez az elv vezetett a mélyhornyú, ill. a kétkalickás motorok kifejlesztéséhez.

Az áramkiszorítás hatása tehát olyan, mintha megnőtt volna a forgórész vezetőinek ohmos ellenállása. Ez a hatás annál jelentősebb, minél nagyobb a forgórész áramának frekvenciája. Az indítás pillanatában a forgórész áll, ezért $s = 1$, így a

forgórész áramának frekvenciája $f_2 = sf_1 = 1 \cdot 50 \text{ Hz} = 50 \text{ Hz}$, tehát a forgórész tekercselésének *induktív reaktanciája tetemesen megnő*. Ennek olyan hatása van, mintha a forgórész körbe ohmos ellenállást kapcsoltunk volna: *csökken az indítóáram-lökés és megnő az indítónyomaték*. A forgórész fordulatszámának növekedésével csökken a forgórészáram frekvenciája, és így a tekercs reaktanciája is. A névleges fordulatszámnál az áramkiszorítás gyakorlatilag elhanyagolható, ezért ekkor a motor úgy viselkedik, mint a rövide zárt forgórészű motor.

Az előzővel egyező elven működik a kétkalickás motor (5.135b ábra) is. Ennél a forgórész tekercselése két rövide zárt kalickából áll, amelyek egymás alatt helyezkednek el. A külső kalickarudak kisebb, a belső nagyobb keresztmetszetűek. Indításkor – a belső rudak nagy induktív reaktanciája miatt – azokon alig folyik áram, kiszorul a kis keresztmetszetű, viszonylag nagy ohmos ellenállású rudakba. Ez a hatás is olyan, mintha indításkor a forgórész körbe ohmos ellenállást kapcsoltunk volna. A névleges fordulatszámnál pedig az áramsűrűség mindkét kalickában közel azonos, közöttük az árameloszlást rezisztenciájuk aránya szabja meg.



5.136. ábra. Kétkalickás motor nyomaték – fordulatszám jelleggörbéi

Az 5.136. ábra a kétkalickás motor nyomaték – fordulatszám jelleggörbéit ábrázolja. Az *a* szaggatott görbe a külső, kisebb keresztmetszetű rudazattól, a *b* pedig a belső, nagyobb keresztmetszetű rudazattól származó görbe. A kettő eredője az *M* vastagon kihúzott görbe. A két kalicka rudazatkeresztmetszetének arányával különböző tulajdonságú nyomaték – fordulatszám jelleggörbéket lehet megvalósítani.

5.23. példa. Egy 44,16 kW teljesítményű, háromszög- (Δ) kapcsolású, hatpólusú ($p = 3$), rövide zárt forgórészű aszinkron motor névleges árama 95 A, szlipje 4% ($s = 0,04$), a hálózat frekvenciája $f = 50 \text{ Hz}$. Közvetlen indítás esetén az indítónyomaték a névleges nyomaték 1,8-szorosa, az indítóáram-erősség pedig a névleges áramerősség hatszorosa. A hálózat tulajdonságai olyanok, hogy ilyen nagy indítóáram-lökés nem engedhető meg. Ezért csillag – háromszög indítást kell alkalmazni. Megvizsgálandó, hogy csillagban való indítás esetén miként változik az indítóáram és az indítónyomaték.

A fordulatszámok és szögsebességek:

$$n_0 = \frac{f}{p} = \frac{50 \text{ s}^{-1}}{3} = 16,66 \text{ s}^{-1} = 1000 \text{ min}^{-1};$$

$$n = n_0(1-s) = 16,66(1-0,04) = 16 \text{ s}^{-1} = 960 \text{ min}^{-1};$$

$$\omega_0 = 2\pi n_0 = 2 \cdot 3,14 \cdot 16,66 \text{ s}^{-1} = 104,7 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1};$$

$$\omega = 2\pi n = 2 \cdot 3,14 \cdot 16 \text{ s}^{-1} = 100,5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Az áramviszonyok

$$I_n = 95 \text{ A};$$

$$I_{i\Delta} = 6I_n = 6 \cdot 95 \text{ A} = 570 \text{ A};$$

$$I_{i\lambda} = I_{i\Delta}/3 = 570 \text{ A}/3 = 190 \text{ A}.$$

A nyomatékviszonyok

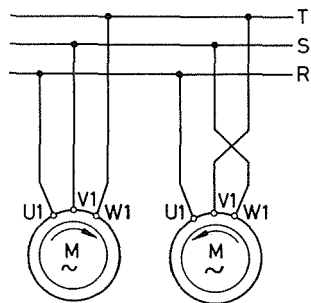
$$M_n = \frac{P_2}{\omega} = \frac{44\,160 \text{ W}}{100,5 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}} = 439,4 \text{ m}\cdot\text{N};$$

$$M_{i\Delta} = 1,8 \cdot 439,4 \text{ N}\cdot\text{m} = 791 \text{ m}\cdot\text{N};$$

$$M_{i\lambda} = \frac{M_{i\Delta}}{3} = \frac{791 \text{ N}\cdot\text{m}}{3} = 263,6 \text{ m}\cdot\text{N}.$$

Csillagban való indítás esetén tehát az indítóáram-lökés 570 A-ról 190 A-re csökken, de kisebb lesz az indítónyomaték is, mivel 791 m·N-ről 263,6 m·N-ra csökken.

b) **Háromfázisú aszinkron motorok forgásirány-változtatása.** Az aszinkron motorok *forgásiránya* az állórésztekercsre kapcsolt hálózat *fázissorrendjétől* függ. A fázissorrend megváltoztatásával a motor forgó mágneses mezejének és ezzel a forgórésznek a forgásiránya is megfordul. A fázissorrend megváltoztatására a hálózat bármely két kapcsa felhasználható. Az 5.137. ábrán a motor V1 és W1 kapcsaihoz csatlakozó S és T fázis sorrendjét cseréltük fel.



5.137. ábra. Háromfázisú aszinkron motor forgásirány-változtatása

A *forgásirány-változtatásra* (reverzalásra) általában két motorvédő-kapcsolót alkalmazunk. Ezeket közös házba építjük és **irányváltó** (reverzaló) **kapcsolóknak** nevezzük. Egyik irányban az egyik, másik irányban a másik kapcsoló kapcsol, tehát egyidejűleg csak az egyik működik. A két kapcsoló egymással reteszelve van, hogy egyszerre ne lehessen őket működtetni.

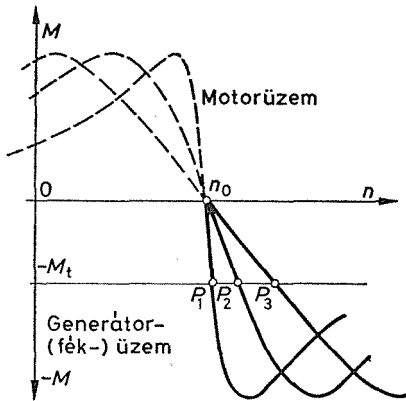
Kisebbszű feszültségű (500 V alatt) és legfeljebb 50...60 A áramfelvételű aszinkron motorok irányváltására forgóhengeres és kormányhengeres kapcsolókat is alkalmaznak. Az irányváltáson kívül ezekkel csillag–háromszög- vagy pólussszám-átkapcsolást is lehet végezni. Egészen kis teljesítményű motorok és törpemotorok irányváltására egyszerű tömblerkapcsoló is alkalmazható. A védelemről mindkét esetben gondoskodni kell. Az előbbi esetben olvadóbiztosítóra (zárlati áramok ellen) és motorvédő-kapcsolóra (túláram- és feszültségkimaradás ellen) van szükség, az utóbbi esetben olvadóbiztosító is elegendő.

c) **Háromfázisú aszinkron motorok fékezése.** A motorok fékezésére több módszer alakult ki. Közülük legismertebbek a *generátor-* vagy *haszonfékezés*, az *ellenáramú* fékezés és az *egyenáramú* vagy *dinamikus* fékezés.

Csúszógyűrűs motorok fékezése. A *generátor-* vagy *haszonfékezés* esetén a teher gyorsítja a forgórészt (lejtmenet, tehersüllyesztés). Ekkor a forgórész fordulatszáma a szinkron fordulatszám fölé növekszik, a motor indukciós generátorként működik, és teljesítményt ad a hálózatba. Meddőenergia-igényét továbbra is a hálózatból kapja,

ezért a hálózatról nem kapcsolható le. Az 5.138. ábra a nyomaték – fordulatszám jelleggörbéjéből látható, hogy generátorüzemben a fordulatszám kismértvű növekedése a szinkron fordulatszám felett nagy nyomatéknövekedéssel jár. Így a szinkron fordulatszám felett néhány százalékkal kialakul a szükséges fékezőnyomaték (P_1 pont).

Csúszógyűrűs, aszinkron motoroknál a forgórész körbe kapcsolt, megfelelő ohmos ellenállások bekapcsolásával a szükséges fékezőnyomatékhoz tartozó szinkron feletti fordulatszám növelhető (P_2 és P_3 pont). A fékezés alkalmával a billenőnyomatékot még átmenetileg sem szabad megközelíteni, mert a billenőnyomaték után a fékezés már hatástalan. E fékezési mód *hátránya*, hogy csak $n > n_0$ fordulatszámon használható, *előnye* viszont, hogy energiát táplál vissza a hálózatba.



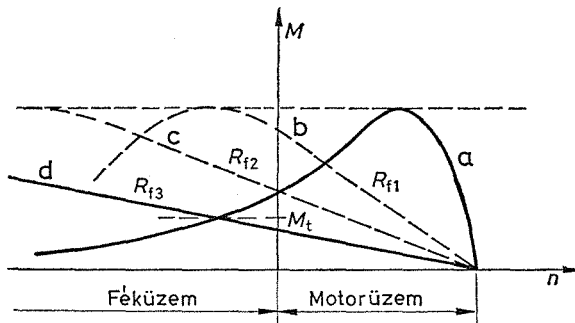
5.138. ábra. Háromfázisú aszinkron motor generátor- (fék-)üzeme

Generátorüzem esetén az üzemi pont – a teher nyomatékának megfelelően – az 5.125. ábrán vázolt kördiagramban a Q_0 és Q_∞ pont között mozog. A kördiagram alapján a visszatáplált energia nagyságára is kaphatunk tájékoztatást.

Ellenáramú fékezés esetén a motor forgó mágneses mezejének forgásiránya, tehát nyomatéka is ellentétes a munkagéppel összekapcsolt forgórész forgási irányával. A gyakorlatban ez akkor fordul elő, amikor a munkagép forgási iránya változatlan marad, de lassítófékezés céljából – két fázis felcserélésével – megfordítjuk a forgó mágneses mező forgásirányát, ill. amikor a forgó mágneses mező forgásiránya marad változatlan, de tehersüllyesztés alkalmával megváltozik a munkagép forgásiránya. Ebben az esetben $s > 1$, és a motor fékezőnyomatékot fejt ki. A hálózathoz felvett áram kevéssel nagyobb mint a gép rövidzárási árama. Ez könnyen igazolható az 5.125. ábrán vázolt kördiagrammal, mivel ebben az üzemmódban az üzemi pont – a rövidzárási áram végpontja – a Q_{rz} -től a Q_∞ felé halad.

Az 5.139. ábra *a* görbéje olyan aszinkron motor nyomaték–fordulatszám jelleggörbéjét ábrázolja, amelynek csúszógyűrűi rövidre vannak zárva, tehát nincs ellenállás iktatva a forgórész körbe. Látható, hogy a fékezőnyomaték a fékezés szakaszán viszonylag kicsi és csökkenő tendenciájú, ami a fékezés szempontjából labilis. Ha a forgórész körbe ellenállást iktatunk, akkor elérhető, hogy a stabil szakasz a féküzem szakaszára tolódjék át, amint azt a *b*, *c* és *d* jelleggörbék is szemléltetik. E fékezési mód előnye, hogy $|n| < |n_0|$ fordulatszámon is működik. Hátránya viszont, hogy nehéz beállítani adott fékezési sebességet, mert a lapos nyomaték – fordulatszám jelleggörbénél kis nyomatékváltozáshoz nagy fordulatszám-változás tartozik. Ezenkívül ez a féküzem nem gazdaságos, mert a motor fékezéskor a hálózathoz is vesz fel teljesítményt, ami a forgórészben és az ellenálláson hővé alakul.

Egyenáramú fékezés esetén a motor állórésztekerceit lekapcsoljuk a háromfázisú hálózatról, és az állórész két fázistekercsét sorba kapcsolva egyenárammal gerjesztjük. Az egyenáramú gerjesztés hatására állandó nagyságú mágneses tér alakul ki, amelyben a fékezendő rendszer forgatja a forgórészt. A forgórésztekerceken indukált feszültség a zárt körben áramot indít, ami az állórész mágneses terével fékezőnyomatékot hoz létre. A fékezőnyomaték nagyságát a csúszógyűrűk közé kapcsolt ellenállásokkal tudjuk változtatni. Ebben a kapcsolásban a forgórész-tekerceselésben és a külső ellenállásokban csak a fékezőrendszer energiája alakul át hővé, ezért a motor kevésbé melegszik, mint ellenállás-fékezéskor. A gép állórész-tekerceselése – egyenirányító berendezésen keresztül – a hálózathoz csak a gerjesztéshez szükséges teljesítményt veszi fel, ami a névleges teljesítménynek csak kb. 1...5%-a. E féküzem tehát kis energiaigényű, mindamellett egyszerű és üzembiztos.



5.139. ábra. Háromfázisú, csúszógyűrűs aszinkron motor ellenáramú féküzemének nyomaték – fordulatszám jelleggörbéi

Az egyenáramú fékezésnek – ritkábban – olyan változata is van, amikor a forgórész tekerceit gerjesztjük egyenárammal és a fékellenállásokat az állórész tekercei közé kapcsoljuk. Működés módja ennek is az előbbivel azonos.

A felsoroltakon kívül egyéb, ún. *különleges fékezési módszerek* is kialakultak. Ide kell sorolnunk, mint legismertebbeket, a *Siemens-*, az *AEG-* és a *BBC-fékkapcsolásokat*. Ezeknél az állórész tekerceinek egyfázisú táplálásával és megfelelő kapcsolásaival hozzuk létre a fázisáramok aszimmetriáját. Az így kialakuló lüktető mágneses tér egy vele és egy szembeforgó mágneses mező eredőjeként fogható fel. A fázistekercsek megfelelő kapcsolásával elérhető, hogy a szembeforgó mező nyomatéka nagyobb, így létrejön a fékezőnyomaték.

Háromfázisú, rövidre zárt forgórészű aszinkron motorok fékezése. Mind a generátoros, mind pedig az ellenáramú és egyenáramú fékezést alkalmazzák, legelterjedtebb azonban ezek közül is az ellenáramú fékezés. A generátoros fékezés a gyorsítóterhelés szinkron fordulatszám feletti fékezésére, az ellenáramú és egyenáramú fékezés pedig a hajtás megállítására alkalmas. A működési elvek itt is azonosak a csúszógyűrűs motornál leírtakkal, azzal a különbséggel, hogy itt nincs lehetőség a forgórész kör ellenállásának változtatására.

d) **Háromfázisú aszinkron motorok fordulatszám-változtatása.** A háromfázisú, aszinkron motorok fordulatszáma és az ezt meghatározó jellemzők között a következő összefüggés áll fenn:

$$n = n_0(1-s) = \frac{f_1}{p}(1-s) s^{-1}, \quad (5.154)$$

ahol n_0 a szinkron fordulatszám; f_1 a hálózat frekvenciája; p a motor póluspárjainak száma; s a szlip viszonyított értéke.

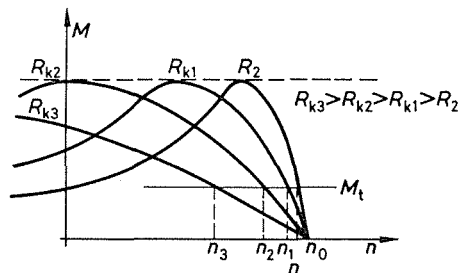
Az összefüggésből adódnak a háromfázisú aszinkron motorok fordulatszám-változtatásának lehetőségei: a *frekvencia változtatása*, a *póluspárok számának változtatása* és a *szlip változtatása*. Ezek a lehetőségek — az egyes háromfázisú aszinkron motorok adottságainak megfelelően — az egyes típusoknál különböző fontosságúak.

Csúszógyűrűs motorok fordulatszám-változtatása. A **frekvenciaváltoztatás** elvileg mind a csúszógyűrűs, mind pedig a rövidre zárt forgórészű motoroknál alkalmazható. Csúszógyűrűs motoroknál azonban a gyakorlatban általában a kisebb fordulatszámok tartományára korlátozódik. Részletesebben ezzel a módszerrel a rövidre zárt forgórészű motoroknál foglalkozunk.

A **pólusszám változtatása** e motornál nehézségekbe ütközik. Az állórész teker-cseivel együtt ugyanis a forgórész tekerceit is át kell kapcsolni, ami bonyolult fel-építést követel. E fordulatszám-változtatási módot e típusnál nem alkalmazzák.

A **szlip változtatása** e motornál a legjelentősebb. Erre különböző módszerek alakultak ki. Ezek közül is a legjelentősebb a szlip változtatása a *forgórész körbe kapcsolt ellenállásokkal*. Újabban — a nagy teljesítményű ipari elektronika tér-hódításával — elterjedőben van a forgórész ellenállásának változtatása *tirisztoros szaggatóval* és veszteségmentes szabályozás célját szolgáló *vezérelt áramirányítós kaskádkapcsolással*.

A motor forgórész körébe kapcsolt ellenállásokkal nemcsak az indítóáramot tudjuk csökkenteni és az indítónyomatékot növelni, hanem a fordulatszámot is változtatni. A motor ugyanis ugyanazt az M_t nyomatékot a forgórész körbe kapcsolt ellenállás nagyságától függően más és más fordulatszámon fejti ki (5.140. ábra).



5.140. ábra. Háromfázisú, csúszógyűrűs aszinkron motor fordulatszám-változtatása forgórész-áramkörbe kapcsolt ellenállással

Ha az R_2 rezisztenciájú forgórész köri fázistekercssel R_k rezisztenciát kapcsolunk sorba, akkor a szlip s -ről s' -re változik, írható tehát, hogy

$$\frac{R_2}{s'} = \frac{R_2 + R_k}{s},$$

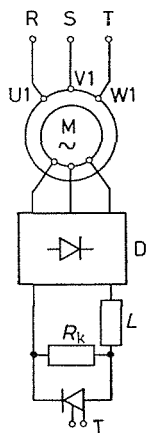
és ebből a külső ellenállás:

$$R_k = R_2 \left(\frac{s'}{s} - 1 \right). \quad (5.155)$$

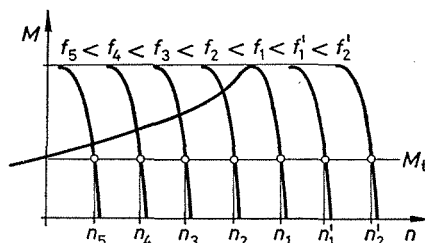
E módszernek több hátránya is van. Először, hogy R_k növelésével a nyomaték – fordulatszám jelleggörbe mind laposabb, így a terhelőnyomaték változásakor a fordulatszám is mind jobban változik. Másodsor, mivel a tengelyen leadott teljesítmény: $P_2 = (1-s)P_1$, a szlip növekedésével csökken a hasznosítható mechanikai teljesítmény. Harmadszor pedig — mivel a forgórész körben hővé alakuló teljesítmény: $P_{v2} = sP_1$ — a szlip növekedésével nő a forgórészben hővé alakuló veszteség.

Bár e fordulatszám-változtatási módszer igen egyszerű és széles körben elterjedt, az előbb említett hátrányai miatt alkalmazása csak 10...20%-os fordulatszám-csökkenésnél indokolt. Nyomatékosan kívánjuk a figyelmet felhívni, hogy a szabályozó-ellenállást tartós terhelésre kell készíteni, a szokásos indító-ellenállás erre a célra nem alkalmazható.

Az 5.141. ábra a forgórész körbe iktatott R_k szabályozó-ellenállás változtatásának napjainkban terjedő változatát, az *egyenáramú szaggatós* megoldást szemlélteti. A motor forgórésztekercsei csúszógyűrűkön a D háromfázisú diódás egyenirányítón és az L simító fojtótekercsen keresztül csatlakoznak az R_k szabályozó-ellenállásra. A szabályozó-ellenállással T vezérelt egyenirányító (tirisztor) van párhuzamosan kapcsolva. A tirisztor — a gyújtókörrrel gyújtva — vezető állapotba hozzuk, miáltal az söntöli az R_k szabályozó-ellenállást. A tirisztor oltásával pedig az R_k szabályozó-ellenállást az egyenirányítón keresztül sorba kötjük a fázistekercsekkel. A tirisztor be- és kikapcsolását vezérlő berendezés segítségével változtatni tudjuk az R_k ellenállás be- és kikapcsolt állapotának időarányát. Ennek megfelelően R_k értéke nullától R_k értékig folyamatosan változtatható. A gyújtást és kikapcsolást végző vezérlőberendezést a rajzon nem tüntettük fel, ezt a rajzon a tirisztor két „bajusza” jelzi.



5.141. ábra. Háromfázisú, csúszógyűrűs aszinkron motor fordulatszámának változtatása tirisztoros szaggatóval



5.142. ábra. Nyomaték – fordulatszám jelleggörbe változása a tápfeszültség frekvenciájának változtatásával

Az előzőekben leírt fordulatszám-szabályozási módszerek veszteségesek. A tirisztoros áramirányítók fejlődése azonban lehetőséget nyújt — segédberendezések közbeiktatásával — olyan vezérelt, egyenirányítós kaszkádkapcsolás létrehozására, amely a szlipteljesítményt — a forgórész körbe veszteségek kivételével — visszatáplálja a hálózatba. E berendezések ma még költségesek és bonyolultak, de fejlesztésük révén — különösen a nagyobb teljesítményű gépeknél — elterjedésükkel számolni kell.

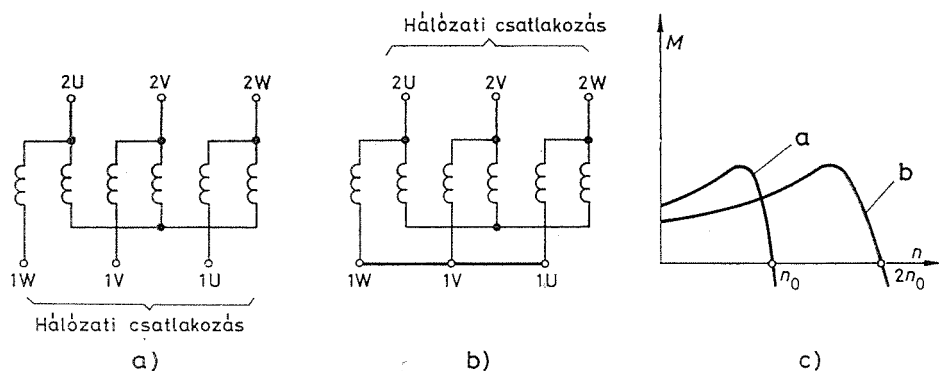
Rövidre zárt forgórészű motorok fordulatszám-szabályozása. A **tápfeszültség frekvenciájának változtatásával** változik a forgó mágneses mező fordulatszáma és ezzel a forgórész fordulatszáma is. A frekvencia változtatásával azonban az (5.128) összefüggés értelmében a feszültséget is arányosan kell változtatni, hogy a forgó mágneses mező fluxusát állandó értéken tartsuk az állandó nyomaték biztosítására. A fluxus csökkenésével ugyanis az (5.145) összefüggésnek megfelelően a nyomaték is csökken, a fluxus növekedése esetén pedig — a vas telítődése következtében — a mágnesezőáram nő meg tetemesen, ami nem kívánatos.

Az 5.142. ábra a nyomaték – fordulatszám jelleggörbe és a fordulatszám változását szemlélteti a tápfeszültség frekvenciájának változtatásánál, $M_t = \text{konst.}$

nyomaték esetén. A jelleggörbék alakjából látható, hogy stabil jellegűek, kis szlip-értékekkel, így e mód veszteségmentes szabályozást eredményez. A szinkron fordulatszám alatt és felett széles tartományú szabályozást biztosít. A tápfeszültség frekvenciáját túlnyomórészt szinkrongenerátorral, aszinkron frekvenciaátalakítóval vagy sztatikus frekvenciaváltóval változtatjuk. E könyv terjedelme nem teszi lehetővé ismertetésüket, így csak annyit jegyzünk meg, hogy az első kettő a hagyományos módszerek közé tartozik, a harmadik pedig a tirisztorok fejlődésével egyre nagyobb teret nyer. Ezek vezérelt egyenirányítókcal előbb egyenáramot állítanak elő, majd ebből a kívánt frekvenciájú váltakozóáramot.

A *frekvenciaváltoztatással* való fordulatszám-szabályozást elterjedten alkalmazzák olyan hajtásokban, ahol több, azonos teljesítményű, rövidre zárt forgórészű motort kell egyszerre állítani (pl. görgőhajtás), továbbá ahol az üzemi fordulatszám 3000 min^{-1} felett van.

A fordulatszám-változtatásnak másik módja a **póluspárok számának változtatása**. Ez *egyik megoldás* szerint úgy valósítható meg, hogy egymástól független tekercsrendszereket helyezünk el az állórészen, amelyeknek pólusszámai eltérnek. Mivel egyszerre csak egy tekercsrendszer üzemel, anyagkihasználásuk ezért rossz, a gép méretei nagyok. A *másik megoldásban* ugyanazon állórész-tekercselést több, különböző pólusszámra lehet átkapcsolni. Ennek egy elterjedt változata, amikor a fázis-tekercselések két részből állnak, és a tekercsrészek soros vagy párhuzamos kötésével $1 : 2$ pólusszámarány, ill. ennek megfelelő fordulatszámarány állítható elő (*Dahlander-féle tekercselés*). A háromfázisú tekercselés lehet csillag- vagy háromszögkapcsolású.



5.143. ábra. A fordulatszám változtatása pólusátkapcsolással

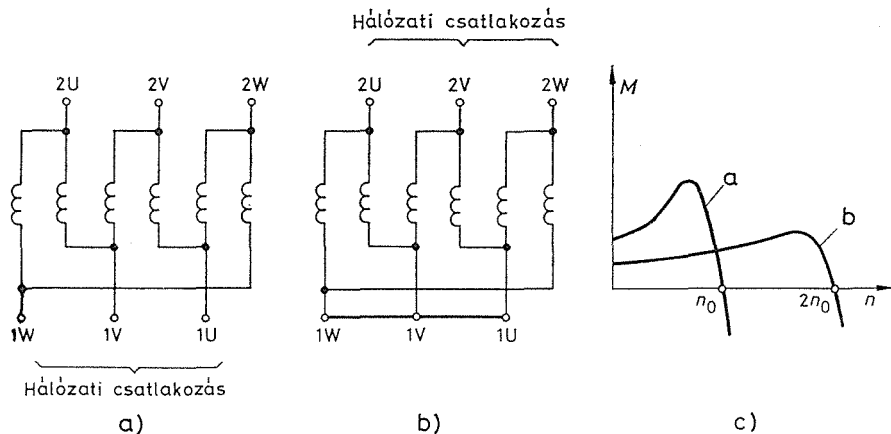
a) soros csillagkapcsolású állórész-tekercselés; b) párhuzamos csillagkapcsolású állórész-tekercselés; c) nyomaték – fordulatszám jelleggörbék (a) és b) kapcsoláshoz

Az 5.143a ábra soros csillagkapcsolású állórésztekercset ábrázol. Ebben az esetben alakul ki a kétszeres pólusszám, a kisebb fordulatszám. Az egyes tekercsrészekre a fázisfeszültség fele jut. Az 5.143b ábrán jelzett átkapcsolás után párhuzamos csillagkapcsoláshoz jutunk, amikor is a póluspárok száma az előbbinek a fele, így a fordulatszám az előbbi kétszerese. A párhuzamos kapcsolás következtében a motor teljesítménye is közel kétszerese az előbbinek. Az 5.143c ábra a nyomatékgörbék alakulását szemlélteti közel állandó nyomatékértékekkel.

Az 5.144a ábrán soros háromszögkapcsolású állórésztekercs látható. Ekkor kétszeres póluspárszám alakul ki kisebb fordulatszámmal. Az egyszeres póluspárszámra

való átkapcsoláskor (5.144b ábra) az egyes fázisokhoz tartozó tekercseket párhuzamosan, a háromfázisú tekercselést pedig csillagba kapcsoljuk. Az átkapcsolás után a motor terhelhetősége $2/\sqrt{3}$ -szor lesz nagyobb. Az 5.144c ábra a nyomaték–fordulatszám jelleggörbét szemlélteti.

Az előbbi kapcsolások révén kétebességyű motorokat gyártanak. Ritkábban három-, négysebességyű motorok is előfordulnak. Ez utóbbiaknál két, egymástól független állórész-tekercselést alkalmaznak, és egyik vagy mindkét tekercselés két-két sebességre készül.

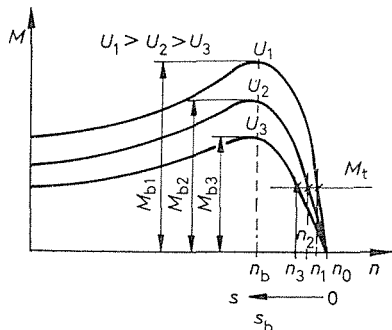


5.144. ábra. A fordulatszám változtatása pólusátkapcsolással

a) soros háromszögszögkapcsolású állórész-tekercselés; b) párhuzamos csillagkapcsolású állórész-tekercselés; c) nyomaték–fordulatszám jelleggörbék (a) és b) kapcsoláshoz

A fordulatszám-változtatás harmadik módja rövidre zárt forgórészű motoroknál a szlip változtatása. Mivel e fajtánál a forgórész kör ellenállásának változtatására nincs lehetőség, ezért a fordulatszám változtatása csak a tápfeszültség változtatásával lehetséges. Erre két mód adódik: egyik az állórész köri tápfeszültség változtatása hagyományos módszerekkel, mint pl. a szekunder oldalon több ponton megcsapolt transzformátorral, indukciós szabályozóval stb.; a másik pedig tirisztoros feszültség-szabályozóval.

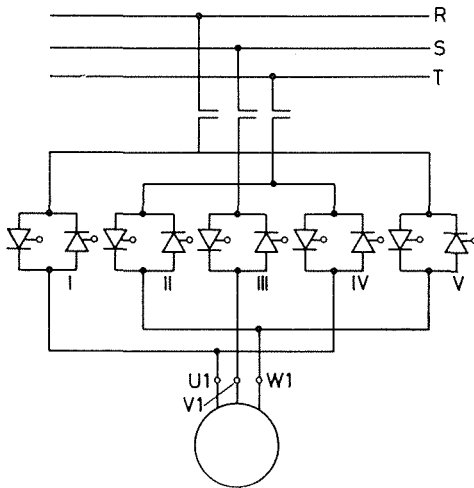
Az állórész feszültségének csökkentésével a billenőszlip értéke változatlan, viszont a nyomatékérték — mivel az a feszültség négyzetével arányos — négyzetesen csökken. Az 5.145. ábra ennek megfelelő nyomaték–fordulatszám jelleggörbéket



5.145. ábra. A fordulatszám (szlip) változtatása az állórész feszültségének szimmetrikus változtatásával

szemléltet. Az előbbi okok miatt általában csak kis teljesítményű, rövidre zárt forgórészű motorok néhány százalékos fordulatszám-változtatására használják.

A motorok állórészének feszültsége *antiparalel kapcsolt tirisztorpárokkal* is változtatható. Az 5.146. ábra ilyen kapcsolást mutat. Az ábrán öt tirisztorpár látható. Ez a kapcsolás a fordulatszám-változtatáson kívül forgásirányváltás érintkezőtmentes megoldását is szolgálja. Az I, II és III tirisztorpárok az egyik irányú, a III, IV és V tirisztorpárok a másik irányú forgást biztosítják. A tirisztorpárok működésével kapcsolatban megjegyezzük, hogy ha a párok mindkét tirisztorára gyújtást adunk, akkor azok a tápfeszültség mindkét fél periódusa alatt vezetnek, tehát *zárt*



5.146. ábra. A fordulatszám változtatása és forgásirány-változtatás antiparalel kapcsolt tirisztorpárokkal

kapcsolóként működnek, a gyújtás megszüntetésével pedig *nyitott kapcsolóként*. Ennek megfelelően az egyes tirisztorpárok nyitásával, ill. zárásával *érintkezőtmentes forgásirányváltást* tudunk biztosítani. A gyújtás késleltetésével pedig a motorra jutó feszültség középértékét tudjuk változtatni.

5.3.8. Háromfázisú aszinkron motorok alkalmazása

a) **A háromfázisú aszinkron motorok jellemzői.** A háromfázisú, aszinkron motorok – egyszerű szerkezeti felépítésüknél fogva – a *legüzembiztosabb villamos gépek* közé tartoznak. Karbantartást alig igényelnek, segédberendezéseik (kapcsolók, indítók) pedig egyszerűek. Értékes tulajdonságaik következtében az ipar mindenfajta üzemében széles körű alkalmazásra találtak. Túlnyomórészt rövidre zárt forgórészű motorokat alkalmaznak. Csúszógyűrűs motorok ott kerülhetnek alkalmazásra, ahol nagy indítónyomaték és gyakori indítás vagy fordulatszám-változtatás szükséges.

Az aszinkron motorok *egyetlen hátránya*, hogy fordulatszám-szabályozásuk általában csak lefelé és veszteségek árán lehetséges, ill. bonyolult és költséges villamos berendezések segítségével. Ahol a fordulatszámot nagyobb határok között kell megváltoztatni, ott – állandó hálózati frekvencia esetében – pólusátkapcsolással a szinkron fordulatszám is megváltoztatható. Egy-egy lépcsőn belül azonban a fordulatszám változtatása ismét csak veszteségek árán lehetséges. A hálózat frekvenciájának változtatásával történő fordulatszám-szabályozás ma még inkább egyedi jellegű,

de a félvezető technika erősödő fellendülése következtében elterjedésével egyre inkább számolni kell.

A motor jellemző üzemi adatait (névleges feszültség, áram, teljesítmény, periódusszám, tekercskapcsolás, $\cos \varphi$, fordulatszám, védettség, tömeg) a motorra erősített adattábla tartalmazza. A motor egyéb műszaki adatait a gyártó vállalat által kiadott katalógusok tartalmazzák.

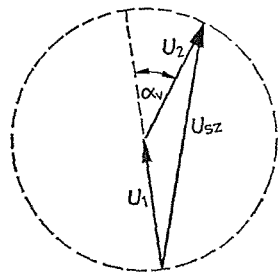
b) **Háromfázisú indukciós szabályozó.** A feszültség folyamatos változtatására való. A háromfázisú aszinkron motorok üzemének ismertetésekor említettük, hogy a háromfázisú hálózatra kapcsolt, nyitott forgórészű, álló csúszógyűrűs aszinkron motor úgy viselkedik, mint egy üresen járó transzformátor, amelynek forgórészkapcsai között mérhető indukált feszültség:

$$U_{i2} = U_{i1} \frac{N_2 \xi_2}{N_1 \xi_1}$$

Az álló- és a forgórész tekercseiben indukált feszültségek egymáshoz viszonyított fázishelyzete pedig attól függ, hogy az álló- és a forgórésztekercsek egymáshoz képest hogyan helyezkednek el a térben. Ha térbeli elhelyezkedésük azonos, akkor a feszültségek fázisban vannak.

Az indukciós szabályozó *forgórésze* – a tengelyére szerelt önzáró csigahajtómű következtében – *nem foroghat, de elfordítható*. Csúszógyűrűi nincsenek, ehelyett a forgórész fázistekercsei hajlékony kábelekhez csatlakoznak, hogy a forgórész elforgatható legyen.

Forgassuk el a forgórészt α_g geometriai fokkal a forgómező forgásirányában, akkor a forgórész tekercseiben indukált feszültség α_v villamos fokkal késni fog ($\alpha_v = p\alpha_g$) az állórész tekercseiben indukált feszültséghez képest, nagysága azonban nem változik. Az állórész és a forgórész tekercseit fázisonként sorba kötve a tekercsek feszültségei vektorosan adódnak össze. Ha a két sorba kapcsolt tekercs feszültsége egyenlő, akkor az eredő feszültség a forgórész $\alpha_v = 0 \dots 180^\circ$ -os elforgatásával $U_{sz} = (0 \dots 2) U_1$ között folyamatosan változik (5.147. ábra).



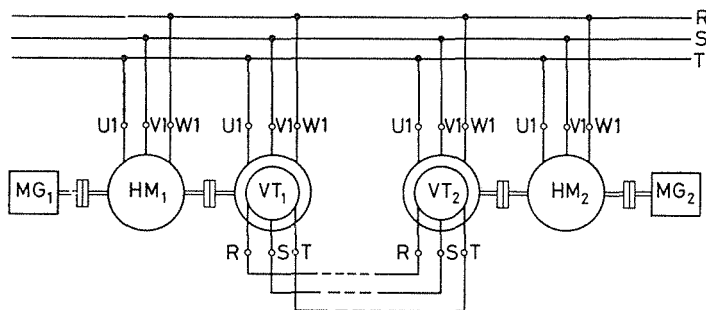
5.147. ábra. Az indukciós szabályozó vektorábrája

Az eredő feszültség nagyságának változtatásával fázishelyzete is változik, ami általában nem jelent az indukciós szabályozókra kapcsolt fogyasztók szempontjából problémát. Előfordulhat azonban, hogy olyan indukciós szabályozóra van szükség, amelynél az eredő feszültség fázisban van a szabályozandó feszültséggel. Két egyforma, közös tengelyű indukciós szabályozóegységből megfelelő kapcsolással ilyen szabályozó képezhető ki.

Itt említjük meg, hogy van *egyfázisú indukciós szabályozó* is, amelynél mind az álló-, mind pedig a forgórészen csak egy tekercselés van. Ennél lüktető mágneses mező van a térben, ennek következtében a forgórésztekercs elforgatásával arányosan

mind kevesebb az erővonal-kapcsolódások száma: $\alpha = 0^\circ$ -nál maximális, $\alpha = 90^\circ$ -nál nulla, ezért az indukált feszültség $\cos \alpha$ -val arányos. Az egyfázisú indukciós szabályozó nem forgat fázist.

c) **Villamos tengely.** Több berendezésnél követelmény lehet, hogy egymással mechanikailag össze nem köthető két vagy több tengely pontosan együtt forogjon, fordulatszámuk és szöghelyzetük azonos legyen. A háromfázisú, csúszógyűrűs aszinkron motorok különleges kapcsolásával, az ún. *villamos tengellyel* az előbbi feltételi – villamos úton – biztosítható.



5.148. ábra. Villamos tengely

Az 5.148. ábra két MG_1 és MG_2 munkagépet hajtó HM_1 és HM_2 hajtómotor együttfutását biztosító VT_1 és VT_2 villamos tengelyt ábrázol. A hajtómotor lehet rövidre zárt forgórészű, a villamos tengelyt alkotó két motor azonban mindig csúszógyűrűs. Állórész-tekerceselésüket közös táphálózatra kapcsoljuk, csúszógyűrűiket pedig vezetőkkel kötjük össze azonos fázissorrendben. Ha a hajtómotorok a munkagépeket pontosan együtt forgatják, tehát a két tengely között szögeltérés nincs ($\alpha = 0$), akkor a VT motorok forgórészének tekerceselésében az indukált feszültségek nagysága és fázishelyzete azonos. Mivel ezek szembe vannak kapcsolva, eredőjük nulla, így a motorok fázistekercseiben áram nem folyhat. Ha a két munkagép tengelye között szögeltérés van ($\alpha \neq 0$), akkor a VT motorok forgórészfeszültségei között fáziskülönbség keletkezik. Az ebből adódó vektoros feszültségkülönbség kiegyenlítőáramot indít a VT motorok forgórésztekerceiben, és így nyomaték jön létre. A nyomaték olyan irányú, hogy a két forgórész szöghelyzetét megszüntetni igyekszik. Ha a kapcsolási sorrend olyan, hogy a VT motorok forgórésze szembe forog az állórész forgó mágneses mezejével, akkor nagyobb feszültség és kiegyenlítőnyomaték érhető el.

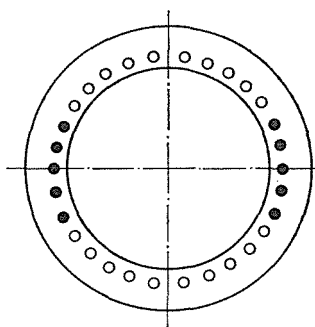
Gazdaságosabb az a megoldás, amikor a hajtógépek csúszógyűrűs aszinkron motorok, és maguk alkotják a villamos tengelyt is. E megoldásnál azonban a kiegyenlítőnyomaték keletkezéséhez aránylag nagy forgórészfeszültség szükséges. Ezek a motorok üzemszerűen nagy szlippel járnak (10...20%), és ez a megoldás alkalmazását korlátozza.

5.3.9. Egyfázisú aszinkron motorok

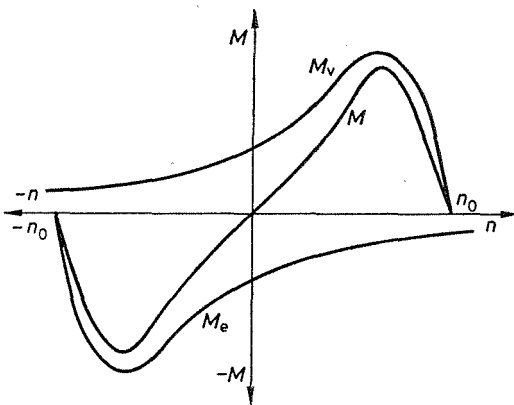
Az egyfázisú aszinkron motorok mechanikai felépítése a háromfázisú aszinkron motorokéval azonos. Különbség köztük, hogy az állórészen csak két tekerceselés van (5.149. ábra): a **főfázis**, amely a kerület kétharmadát foglalja el (az ábrán körök),

és ettől fél pólusosztásnyira, azaz villamosan 90° -ra a **segédfázis**, a kerület egyharmadán (az ábrán pontok). A főfázis tekercselésében folyó áram időben szinuszosan változó, de térben álló fluxust létesít. A segédfázis feladata, hogy a légrésben forgó-összetevőt hozzon létre. A forgórész tekercselése általában rövidre zárt.

Az egyfázisú motor működésének megértéséhez képzeljük el azt a gyakorlatban is előforduló esetet, amikor a háromfázisú, rövidre zárt forgórésű aszinkron motor egyik fázisvezetéke megszakad. Ekkor a gép továbbra is forgásban marad, hajtónyomatékot is ad. A két sorba kapcsolt fázistekercsben most egyfázisú áram folyik, amely időben változó, de térben álló, ún. **fluktuáló mezőt** hoz létre. Ezt a fluktuáló mezőt két, egymással szembeforgó, fél amplitúdójú *forgó mágneses mező* eredőjeként képzelhetjük el. Ha a megszakadás pillanatában a forgórész már forgásban volt, akkor továbbra is forgásban marad, mert a forgórész a két egymással ellenkező irány-



5.149. ábra. Az egyfázisú aszinkron motor állórésztekercse



5.150. ábra. Az egyfázisú aszinkron motor nyomaték – fordulatszám jelleggörbéje

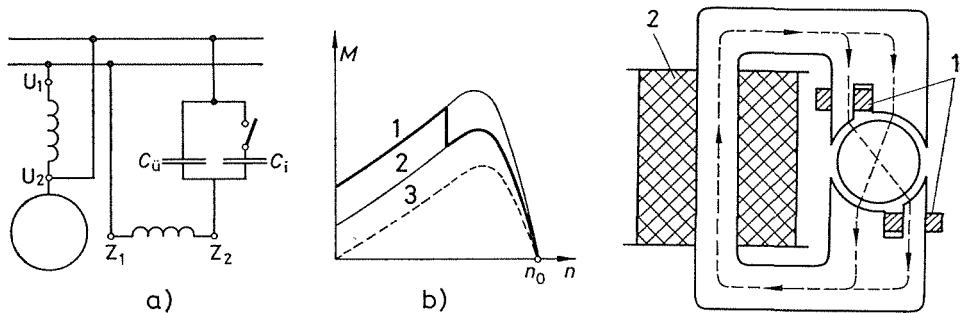
ban forgó mezőkomponenshez képest más-más szlippel forog. Ha a motor megáll, újra indulni nem képes, mert a forgórész rudazatában mindkét forgó mágneses mező indukál feszültséget, de ezek ellenkező irányúak, nagyságuk azonos, így egymás hatását kiegyenlítik, nincs nyomaték. Újraindításához – bármelyik irányban – külső erővel történő berántás szükséges.

A segédfázis nélküli, egyfázisú aszinkron motor nyomaték – fordulatszám jelleggörbéjét mint két nyomatékgörbe eredőjét foghatjuk fel. Az 5.150. ábrán az M_v (veleforgó) és az M_e (ellenforgó) nyomatékgörbékől rajzoltuk meg az M eredő nyomatékgörbét. Ez is mutatja, hogy álló helyzetben nincs nyomaték, a motor magától megindulni nem képes.

Az egyfázisú aszinkron motort segédfázis segítségével indítjuk. A segédfázis tekercselését *fajtótekercselés*, *kondenzátorral* vagy *ellenállással* sorba kötve tápláljuk a főfázist tápláló hálózatról, így a segédfázis megfelelő fáziseltolását biztosítani tudjuk. A fő- és a segédfázis *kétfázisú rendszert* alkot, ami képes forgómezt létesíteni. Fáziseltolásra leggyakrabban kondenzátort alkalmaznak. Előnye, hogy nagyobb indítónyomatékot hoz létre, a motor billentőnyomatéka is nagyobb lesz, teljesítménytényezője pedig javul. A viszonylag nagyobb indítónyomaték eléréséhez nagyobb kapacitású kondenzátort kell a segédfázisba iktatni. A nagyobb kapacitás következtében azonban a motor áramfelvétele megnő, melegszik, ezért a nagyobb kapacitás üzem közben nem előnyös. Az 5.151a ábrán látható elvi kapcsolás a kettő előnyeit

szemlélteti. Egyik a kis kapacitású, ún. C_u üzemi kondenzátor állandóan sorba van kapcsolva a segédfázissal; a másik, a nagy kapacitású ún. C_i indítókondenzátor csak az indítás pillanatára. Lekapcsolása kézi vagy automatikus úton történhet. Az 5.151b ábra 1 görbéje az indítókondenzátoros, a 2 görbe az üzemikondenzátoros, a 3 görbe pedig a főfázis nyomatékgörbét ábrázolja. A kisebb teljesítményű, általában kis terheléssel induló motoroknál rendszerint nincs indítókondenzátor.

Az egyfázisú aszinkron motorokat elterjedten alkalmazzák. Éppen ezért nagy-sorozatokban készítik. Fő alkalmazási területük: háztartási gépek, villamos kéziszerszámok, kis ventilátorok, szivattyúk. Teljesítményük felső határa általában 1 kW.



5.151. ábra. Az egyfázisú aszinkron motor segédfázissal
a) üzemi és indítókondenzátorok kapcsolása;
b) nyomaték – fordulatszám jelleggörbék

5.152. ábra. Árnyékolt pólusú motor
1 zárt rézgyűrű; 2 a főfázis tekercse

Egészen kis teljesítményekre *egyfázisú, árnyékolt pólusú motorokat* alkalmaznak. Ezek általában kiképzett pólusokkal készülnek (5.152. ábra). A pólusok egy részét zárt *rézgyűrű* fogja körül. Ez képezi a *segédfázist*. A gyűrű alatti fluxus ugyanis – a gyűrű öninduktivitása következtében – fázisban késik a szabad pólusrész fluxusához képest. Ezáltal a pólusok alatt *haladó mágneses mező* keletkezik, amely a kalickás forgórész áramával nyomatékot hoz létre. A zárt rézgyűrűkben keletkező veszteség miatt ezek a motorok gazdaságosan csak kb. 200 W teljesítményig használhatók. Mivel indítónyomatékuk kicsi, ezért kis terhelés indítására alkalmasak, mint pl. kis teljesítményű ventilátorok, lemezjátszók stb.

Bár nem tartozik szorosan e ponthoz, mégis meg kell említenünk az automatizálás területén gyakran alkalmazott *kétfázisú aszinkron szervomotorot*. A motor lemezelt állórészén kétfázisú tekercselés foglal helyet. A két tekercselés tengelye egymásra merőleges. Egyik tekercs a gerjesztőtekercs, amellyel sorba kötött kondenzátor fáziseltolást biztosít. A másik tekercs a vezérlőtekercs, amely a rendelkezőjelnek megfelelő nagyságú és értelmű feszültséget kap legtöbbször erősítőről. A forgórész lehet rövidre zárt, tömör vagy vékonyfalú alumíniumserleg. Ez utóbbit **serleges motornak** nevezik. Ennek tehetetlenségi nyomatéka nagyon kicsi, ezért a másodperc tört része alatt reverzál. Ezen előnyénél fogva az automatizálás területén *beállító-(szervo-) motor*ként, a számítóberendezések területén hajtáshoz alkalmazzák. Néhány tized W-tól kb. 100 W teljesítményig gyártják.

5.4. EGYENÁRAMÚ GÉPEK

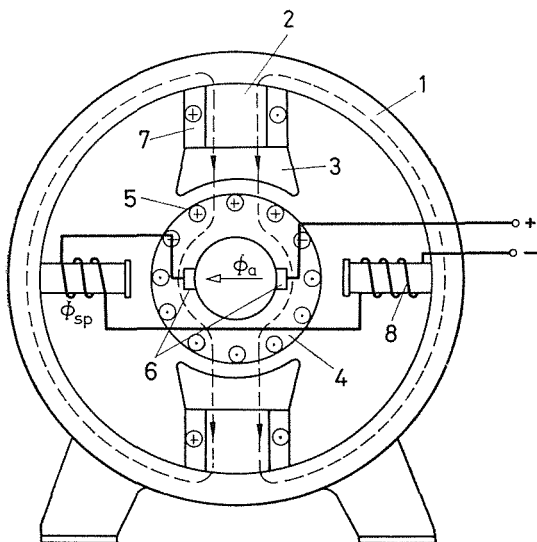
Az egyenáramú gépek fejlődését az energiatermelés és -elosztás módja határozta meg. Korábban – az egyenáramú energiaellátás időszakában – az egyenáramú motorokat *állandó feszültségű hálózatról* táplálták, így az akkori központos hajtás igényeinek megfelelően főként a nagyobb teljesítményű gépeket alkalmazták. Az egyenáramú hálózatok megszűnése, ill. segédüzemmé zsugorodása következtében a nagy teljesítményű gépek száma egyre csökkent, és a közepes és kisebb teljesítményű gépek alkalmazása került előtérbe. Különösen napjainkban – a vezérelhető sztatikus átalakítók elterjedésével – a külön áramforrással táplált motorok alkalmazása gyakori.

Ebben az alfejezetben *elsősorban az egyenáramú motorokkal foglalkozunk*, így a generátorokról annyit kívánunk csak szólni, amennyi az egyenáramú gépek általános ismertetéséhez feltétlenül szükséges. Célkitűzésünkön túlmenően ez azért is lehetséges, mert az egyenáramú gépekben végbemenő energiaátalakulási folyamat megfordítható. A pólusok, segédpólusok, kommutátorok és kefék, tekercselések elrendezése ugyanaz lehet, akár motorként, akár generátorként működik a gép. Különbség pusztán az armatúraáram vagy a gerjesztés irányában van.

Az előbbieknél megfelelően előbb az egyenáramú gép elvi szerkezeti felépítését, működési elvét és jellemzőit, alapvető generátor- és motorüzemét ismertetjük. Ezután térünk rá az egyenáramú motorok egyes típusainak és üzemi tulajdonságainak tárgyalására. Ennek során először feltételezzük, hogy a táplálás állandó kapcsolófeszültségű hálózatról történik. A változó kapcsolófeszültségű táplálás üzemi jellemzőivel – fontosságuk folytán – külön pontban foglalkozunk.

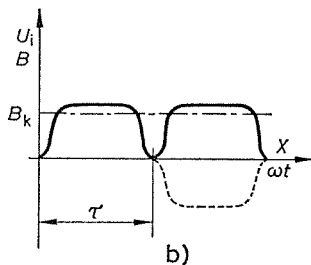
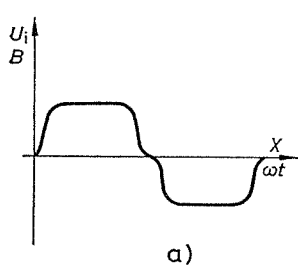
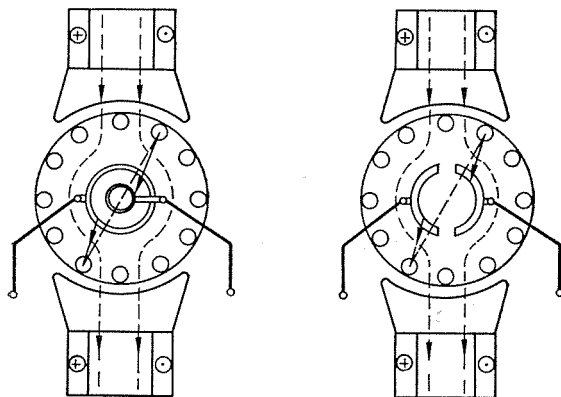
5.4.1. Egyenáramú forgógépek szerkezete, működési elve és jellemzői

a) **Szerkezet és működési elv.** Az egyenáramú forgógép két fő részből áll: *álló- és forgórészből*. Az állórész acélöntvény vagy acéllemez henger, amelyre csavarokkal erősítik a *főpólusokat* és a *segédpólusokat* a rajtuk levő *gerjesztőtekercsekkel*. A kisebb teljesítményű gépek általában kétpólusúak, a közepes és nagyobb teljesítményűek négy-, hat- vagy nyolcpólusú kivitelben készülnek. A forgórész vagy más néven armatúra lemezekből összeállított hengeres test, amelynek külső kerületén levő *hornyaiban* helyezkedik el az *armatúratekercselés*. Az ellentétes pólusok alatt levő *tekercsoldalakat* – az armatúra két homlokfelületén – *tekercsfejekkel* egyesítik tekercsekké. A tekercsek végeit a tengelyre ékelt, rézlemezekből összeállított *kommutátor* – egymástól elszigetelt – lemezeihez vezetik. A kommutátorhoz csatlakoznak az *áramszedő kefék*, amelyek megfelelő minőségű grafitból – ritkán fémmel ötvözve – ké-



5.153. ábra. Egyenáramú gép elvi vázlata
 1 koszorú; 2 főpólustörzs; 3 főpólussarú;
 4 armatúra; 5 armatúra-tekercsoldal;
 6 szénkefe; 7 főpólustekercs;
 8 segédpólustörzs és -tekercs

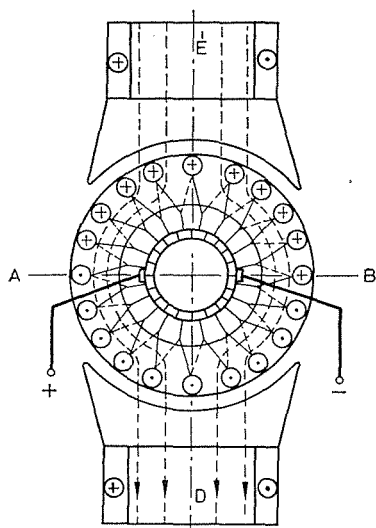
szülnek. Ezek a kommutátor két-három lamelláján fekszenek fel csiszolt, homorú felületekkel. Rugós kefetartók rögzítik úgy, hogy abban a kopás következtében csak sugárirányban tudnak elmozdulni. A kefetartó – a kefék hosszától függetlenül – közel állandó erővel szorítja a keféket a kommutátorhoz, hogy jó áramátadást biztosítson. Kétpólusú (egy póluspárú) gép elvi felépítése az 5.153. ábrán látható.



5.154. ábra. A pólusok mágneses terében forgatott keret
 a) csúszógörvű kivezetésnél váltakozófeszültség indukálódik;
 b) kommutátoros kivezetés egyenirányítja a váltakozófeszültséget

A kommutátor szerepét a generátorüzemben végbemenő folyamaton keresztül ismerhetjük meg. Miként a váltakozóáramoknál már megismertük: homogén mágneses térben egyenletes szögsebességgel forgatott vezetőkeretben szinuszos feszültség indukálódik. Ha a vezetőkeret két végét az 5.154a ábrának megfelelően — csúszógyűrűkön keresztül — csatlakoztatjuk a kefékhez, akkor a vezetőkeret egyenletes és teljes körülforgatásával a diagram szerinti, a szinuszos alaktól kissé eltérő váltakozófeszültséget kapunk. Ennek oka, hogy a főpólusok közötti térben az indukció eloszlása nem homogén, hanem a diagram szerinti. A továbbiakban a vezetőkeret két végét csatlakoztassuk az 5.154b ábra szerint két, egymástól elszigetelt fél gyűrűhöz, akkor a kefék kapcsain — egyenletes szögsebességű körülforgatás esetén — a diagram folytonos vonala szerinti egyenirányított feszültséget tapasztaljuk. Az egyenirányított feszültség ingadozása — a gyakorlat igényeit kielégítő módon — megszüntethető nagyobb számú kollektorszelet és ennek megfelelő tekercselés alkalmazásával. A kommutátor tehát mechanikus egyenirányító.

A gép működési elvét az 5.155. ábrán látható egyszerűsített vázlaton tanulmányozhatjuk. A vázlat szerinti gyűrűs tekercselést ma már nem használják, de azon a



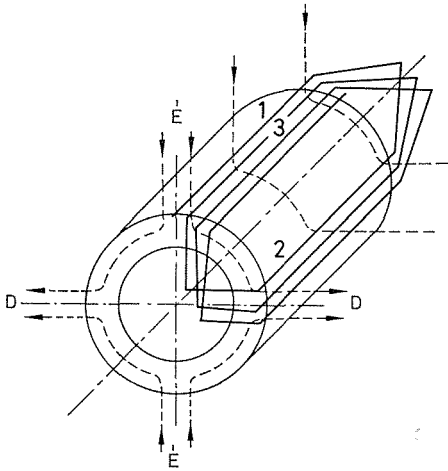
5.155. ábra. Egyenáramú gép egyszerűsített vázlata gyűrűs tekercseléssel

tekercsek és kollektorszeletek kötése szemléletesebbé tehető. Generátorüzemben az armatúrát külső mechanikai nyomaték állandó szögsebességgel forgatja. A főpólus által gerjesztett mágneses mezőben forgó armatúra vezetőiben feszültség indukálódik. Az egymás mellett levő, egy pólus alatt elhelyezkedő tekercseket sorba kötjük, így a bennük indukált feszültségek összeadódnak. A tekercselés A és B pontja között kapjuk a legnagyobb feszültséget, ezért a gép kapcsait két pont közé csatlakoztatjuk. A két pontot összekötő vonalat a gép *semleges zónájának* mondjuk. Ha a vezető ezen a zónán halad át, benne az indukált feszültség és az áram irányt vált. A kommutátor az armatúrával együtt forog, a szénkefék pedig a semleges zónában állanak, így mindig a semleges zónában levő vezetőekkel kapcsolódnak. E két vezető között sorba kapcsolt vezetők mindig azonos pólusok hatása alatt állnak, ezért a kefék kapcsain egyenfeszültség jelenik meg.

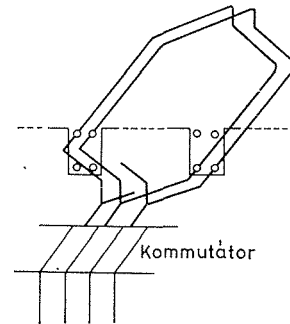
A kommutátorhoz csatlakozó szénkefék az armatúra tekercselését két *párhuzamos ágra* osztják. A párhuzamos ágak száma — amint azt a tekercselések ismertetésekor látni fogjuk — a tekercselés módjától és a póluspárok számától függően kettő vagy kettőnél több is lehet. A párhuzamosan kapcsolt ágakból egyet *a*-val, az ágpárokat *2a*-val jelöljük.

Motorüzemben a nyomaték a főpólus által keltett mágneses erőter és az armatúravezetőben folyó áram kölcsönhatásaként jön létre. A nyomaték hatására a forgórész forgásba jön. Állandó irányú nyomaték úgy keletkezhet, hogy forgás közben az egyik pólus alól a másik alá forgó tekercsekben az áram iránya megfordul. Ez az irányváltás a kommutátor révén mehet végbe, és akkor történik helyesen, ha a szénkefék éppen a semleges zónában vannak.

b) Forgórész-tekercselés. Az armatúra hornyaiban elhelyezett tekercsoldalakat — a homlokfelületen szilárdan elhelyezett tekercsfejekkel — sorba kell kötni oly módon, hogy a bennük indukált feszültségek összeadódnak. Ezt úgy érhetjük el, hogy olyan vezetőket kötünk sorba, amelyek közül egyik az északi, a másik a körüljárási irány szerinti szomszédos déli pólus alatt van. Az 5.156. ábra egy négy-pólusú tekercselést szemléltet. Ebből látható, hogy az északi pólus alatti 1 tekercsoldalt a déli pólus alatti 2 tekercsoddallal kötöttük sorba. Ha ez utóbbiból visszalépünk az északi pólus alatti 3 tekercsoldalhoz, innen ismét a déli pólus alatti 4 tekercsoldalhoz, akkor a **hurkos tekercselési módszerrel** készítjük el az armatúra gombolyítását.



5.156. ábra. Az egyenáramú hurkos tekercselés vázlata



5.157. ábra. Kétrétegű hurkos tekercselés

A tekercselést általában *kétrétegűre* készítjük. Egy horonyban egymás mellé több tekercsoldal is helyezhető. Az 5.157. ábra kétrétegű, egy horonyban két tekercsoldalú hurkos tekercselést ábrázol. Az ábrából jól látható, hogy a tekercsnek egyik oldala a felső rétegben, másik oldala pedig az alsó rétegben helyezkedik el. Minden egyes tekercs egy kommutátorszelethez tartozik. Egy tekercs — nagyobb feszültség elérése céljából — több menetet is tartalmazhat.

A keféket mindig úgy kell elhelyezni, hogy a semleges zónában levő vezetőkhez csatlakozzanak. *Hurkos tekercselés esetén* ahány póluspárú a gép, annyi az azonos polaritású kefék száma, amelyeket egymással párhuzamosan kötve kapjuk a gép pozí-

tív és negatív kapcsait. Ennek megfelelően a *párhuzamosan kapcsolt ágak száma hurkos tekercselésnél egyenlő a pólusok számával*, azaz $2a = 2p$.

Ha az 5.156. ábrán a 2 tekercsoldaltól nem lépünk vissza az 1 tekercsoldal melletti 3 tekercsoldalhoz, hanem a körüljárási irány szerinti szomszédos északi pólus alá lépünk, majd ismét tovább a déli alá, akkor a másik, ún. **hullámos tekercselési módhoz** jutunk. E tekercselés jellegzetessége, hogy az armatúrát körüljárva, a tekercselés nem záródik, hanem a kezdő (1-es) tekercsoldal melletti (rendszerint az előtte levő) horonyba jutunk. Innen a tekercselés – az előbbi elvek szerint – folytatódik addig, míg végül az egész armatúrát betekerseleljük. A hullámos tekercselés ezért csak *páratlan horonyszámmal* valósítható meg.

A hullámos tekercselési módszerből adódik, hogy egy kefépár is elegendő lenne, mert – egyik kefétől a másikig – mindig két úton juthatunk el, ezért a *párhuzamosan kapcsolható ágak száma mindig: $2a = 2$* . A kefék nagyobb terhelésének elkerülése érdekében azonban a keféket meghagyják, az azonos polaritásúakat párhuzamosan kötik.

A két tekercselési módot összehasonlítva megállapítható, hogy hurkosnál több párhuzamos ág van, hullámosnál pedig egy ágban több tekercs van sorba kapcsolva. Ezért általában a *nagyobb áramú gépeket hurkos*, a *nagyobb feszültségűeket* pedig hullámos tekercseléssel készítik.

c) **Az indukált feszültség meghatározása.** A mozgási indukció törvénye szerint az 5.154. ábra szerinti B_k indukciójú térben v kerületi sebességgel forgó armatúra egyetlen l hosszúságú tekercsoldalában indukált feszültség:

$$U'_i = B_k l v \quad \text{V.} \quad (5.156)$$

Egy pólus alatti fluxus pedig a τ pólusosztással, ill. a gép méreteivel kifejezve:

$$\Phi = B_k A = B_k \tau l = B_k \frac{\pi D}{2p} l,$$

és ebből a közepes indukció:

$$B_k = \frac{2p\Phi}{\pi D l} \quad \text{T.} \quad (5.157)$$

Ez utóbbi összefüggést, valamint a kerületi sebesség $v = D\omega/2$ értékét az (5.156) összefüggésbe helyettesítve egy tekercsoldatban indukált feszültség:

$$U'_i = \frac{1}{\pi} p \Phi \omega \quad \text{V.}$$

Az armatúra kerülete mentén azonban z számú vezető van, és ebből csak a párhuzamos ágakban levő vezetők vannak sorba kapcsolva. Ezért a teljes indukált feszültséget úgy kapjuk, hogy az egy tekercsoldalban indukált feszültséget megszorozzuk a sorba kapcsolt $(z/2a)$ tekercsoldalak számával:

$$U_i = \frac{z}{2a} U'_i = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} z \Phi \omega.$$

A gép jellemzőit és az állandókat egyetlen k állandóba összevonva:

$$k = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{p}{a} z,$$

és ezzel az indukált feszültség:

$$U_i = k\Phi\omega \quad \text{V.} \quad (5.158)$$

Ez utóbbi összefüggés $\omega = 2\pi n$ helyettesítéssel:

$$U_i = \frac{p}{a} z\Phi n.$$

A gép állandóinak $c = pz/a$ helyettesítésével:

$$U_i = c\Phi n \quad \text{V.} \quad (5.159)$$

Az indukált feszültség tehát egy adott gépnél a főpólus által gerjesztett fluxus és a forgórész fordulatszámának szorzatával arányos.

d) A nyomaték meghatározása. Az egyenáramú gép pólusmezejében, az armatúra kerületén levő horonyban elhelyezett egyetlen *tekercsoldalra ható erő*:

$$F = B_k l I \quad \text{N,} \quad (5.160)$$

ahol B_k az 5.154. ábra szerinti közepes indukció; l a tekercsoldal hossza; I a tekercsoldalban folyó áram. Mivel minden tekercsoldalra ugyanazon erő hat, a *nyomatékot* úgy kapjuk, hogy az erőt szorozzuk az armatúra sugarával és a tekercsoldalak számával:

$$M' = F \frac{D}{2} z = B_k l I \frac{D}{2} z \quad \text{N}\cdot\text{m.}$$

Ha az armatúraáram I_a és a tekercselés párhuzamosan kapcsolt ágainak száma $2a$, akkor az *egy vezetőben folyó áram*:

$$I = \frac{I_a}{2a}.$$

Ennek, valamint a közepes indukcióra kapott (5.157) összefüggés helyettesítésével:

$$M = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{p}{a} z I_a \Phi.$$

A gépre jellemző állandókat vonjuk össze egyetlen állandóba:

$$k = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{p}{a} z,$$

akkor a *nyomaték*:

$$M = k I_a \Phi \quad \text{m}\cdot\text{N.} \quad (5.161)$$

A gép nyomatéka tehát a gerjesztett fluxus és az armatúraáram szorzatával arányos.

A *nyomatékot a belső teljesítményből* is meghatározhatjuk. A belső teljesítmény az indukált feszültség és az armatúraáram szorzata: $P_b = U_i I_a$. Generátorüzemben a mechanikai teljesítmény alakul át elektromos teljesítménnyé, motornál fordítva. Ennek alapján írható:

$$P_b = M\omega = U_i I_a \quad \text{W},$$

és ebből a *nyomaték*:

$$M = \frac{P_b}{\omega} = \frac{U_i I_a}{\omega} \quad \text{N}\cdot\text{m}. \quad (5.162)$$

e) Armatúra-visszahatás, a segédpólus szerepe. Az egyenáramú gép terhelésekor az armatúratekerceselésben áram indul, amely szintén mágneses teret hoz létre. Ez a mágneses tér visszahat a főpólus által gerjesztett mágneses térre, ezért e jelenséget *armatúra-visszahatásnak* vagy *armatúrareakciónak* nevezzük. A visszahatás lényege, hogy az I_a armatúraáram által létrehozott Φ_a armatúrafluxus iránya merőleges a főpólusok által gerjesztett Φ_p pólusfluxus irányára. A térben csak ezek eredője lehet jelen, és ez már nem a főpólusok tengelyének irányába mutat, hanem attól α szöggel eltér.

Az *armatúra-visszahatás két káros hatást* idéz elő. Egyik, hogy α szöggel *eltolja a semleges zóna vonalát*. Ennek következtében a kefék olyan meneteket zárnak rövidre, amelyek már a pólusok hatása alatt állanak. Ezáltal a kollektor–kefe átmenetnél jelentős **kefeszikrázás** jöhet létre, amely a kommutátort és a keféket tönkretelheti. A *másik* pedig, hogy *eltorzítja a főmezőt*, így homogenitása megszűnik: a légrés és a vas egy részén a fluxus sűrűbb lesz, a másik részén pedig ritkább. Ennek eredménye, hogy egyrészt a *vas telítődése* miatt a fluxus és így az indukált feszültség is csökken az üresjárási állapothoz képest, másrészt a tekercsek egy részében veszélyes feszültségek indukálódhatnak, amelyek a *szigetelést tönkretelhetik*.

Az armatúra-visszahatás semleges zónában kifejtett káros hatásának ellensúlyozására ún. **segédpólusokat** alkalmaznak. Ezeket a semleges zónába helyezik, és olyan gerjesztést adnak rájuk, amely az armatúrafluxussal ellentétes értelmű fluxust hoz létre, tehát annak hatását semlegesíti. A segédpólus tekercse sorba van kötve az armatúratekerccsel, hogy gerjesztése arányos legyen a terheléssel (5.153. ábra).

A *segédpólusnak még más feladata is van*, az ún. *kommutációs feszültség megszüntetése*. Amikor ugyanis egy tekercshez tartozó kommutátorlamellák elvonulnak a kefe alatt, a tekercsben folyó áram iránya megfordul. Ez az *áramváltozás*, az ún. *kommutálás* a tekercsben önindukciós feszültséget indukál, amely olyan irányú, hogy az áramváltozást gátolni igyekszik. Ez a késleltetés a kefe felületén az egyenletes árameloszlást eltorzítja, miáltal a lefutó élen az áramsűrűség megnő, ami *újabb kefeszikrázás* forrása lehet. A segédpólus másik feladata tehát, hogy a kefék által rövidre zárt menetekben az önindukciós feszültséggel ellentétes feszültséget indukáljon.

A segédpólus gerjesztésének nagysága olyan, hogy csak a semleges zóna környékén semlegesíti az armatúrareakció hatását, a főpólusok alatt már nem. A kis és közepes teljesítményű gépeknél ez általában nem okoz zavart, nagy és különleges feladatú gépeknél azonban – ahol pl. a nagy fordulatszámváltoztatás üzembiztonságát a mezőtörzítés veszélyezteti –, ún. **kompenzálótekercseket** alkalmaznak, amelyek a pólusívek alatt is megszüntetik az armatúrareakció mezőtörzítő hatását. A kompenzálótekercsek meneteit a pólussarukba vágott hornyokban helyezik el és – mint a segédpólust – sorba kötik az armatúrával, hogy gerjesztése arányos legyen a terhelőárammal.

f) **Egyenáramú gépek üzeme.** Az egyenáramú gépek mind generátor-, mind motorüzemben működhetnek. Ha a gép mint generátor működik, és kapcsai nyitottak, akkor a kapcsokon $U_i = c\Phi n$ indukált feszültség jelenik meg. A gép kapcsaira fogyasztót kapcsolva, az armatúra tekercseiben áram indul. Ez az I_a áram a tekercsek R_a belső rezisztenciáján belsőfeszültség-esést okoz, amelynek nagysága: $U_b = I_a R_a$. Ezt a feszültségesést le kell vonni az indukált feszültségből, és így a generátor kapcsain terhelt állapotban

$$U_k = U_i - U_b = U_i - I_a R_a \quad \text{V} \quad (5.163)$$

feszültséget mérhetünk.

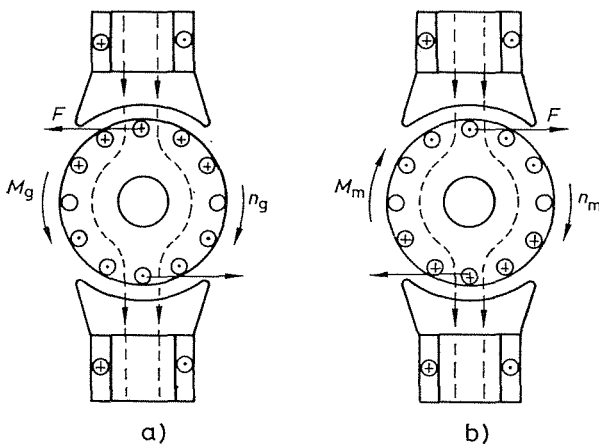
Motorüzem esetén a motort állandó feszültségű hálózatra kapcsoljuk. Ebben az esetben a hálózat kapocsfeszültsége tart egyensúlyt az indukált feszültség és a belsőfeszültség-esés összegével:

$$U_k = U_i + I_a R_a. \quad (5.164)$$

A generátor- és motorüzem áram-, nyomaték- és fordulatszámviszonyainak áttekintéséhez kövessük végig a következő gondolatmenetet. Hajtóberendezéssel egyenáramú gépet generátorként járattunk n fordulatszámmal úgy, hogy az rádolgozik az U_k kapocsfeszültségű egyenáramú hálózatra, mivel a generátor indukált feszültsége nagyobb, mint a hálózat kapocsfeszültsége. Az (5.163) összefüggés értelmében a generátor

$$I_a = \frac{U_i - U_k}{R_a} \quad \text{A}$$

áramot ad a hálózatra, ha a hálózati veszteségektől eltekintünk. A generátor armatúratekercselésén áthaladó áram iránya olyan, hogy a főpólus fluxusával kölcsönhatásban a forgás irányával ellentétes erőhatást, ill. nyomatékot hoz létre (5.158a ábra). Ha a hajtóberendezés fordulatszámát csökkentjük, akkor egy meghatározott fordulatszámnál $U_i = U_k$ és ennek megfelelően $I_a = 0$ lesz. Tovább csökkentve a fordulatszámot, az áramirány megváltozik, mivel most már az indukált feszültség kisebb mint a hálózat kapocsfeszültsége. Ezzel együtt megváltozik az áram és a



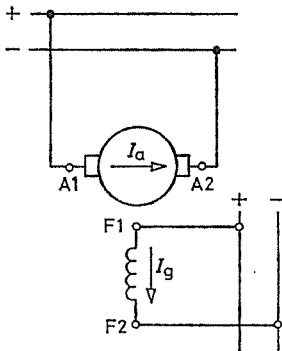
5.158. ábra. Az egyenáramú gép üzeme
a) generátorüzem; b) motorüzem

főfluxus kölcsönhatásából származó erő, ill. nyomaték iránya is (5.158b ábra). A hajtómotort lekapcsolva, a gép mint üresen járó motor tovább forog, tehát a gép már motorüzemben dolgozik.

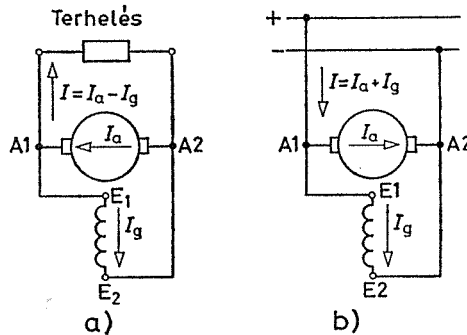
Előző gondolatmenetünkéből a következő — a gyakorlat számára fontos — tapasztalatokat szűrhetjük le: *A motor forgásirányát a főpólusok által gerjesztett fluxus és az armatúratekercselésben folyó áram iránya egyértelműen meghatározza. A motor forgásirányának megváltoztatása történhet akár a gerjesztés irányának, akár az armatúratekercselésben folyó áram irányának megváltoztatásával. Ha mindkettőt megváltoztatjuk, a forgásirány nem változik.*

g) A gerjesztőtekercsek kapcsolása. Az egyenáramú gépek (generátorok és motorok) üzemi tulajdonságait lényegében az határozza meg, hogy a főpólus gerjesztőtekercse által létrehozott fluxus milyen mértékben függ a terheléstől. Ez pedig a két tekercselés: az állórész-(főpólus-)gerjesztőtekercs és a forgórész-(armatúra-)tekercselés egymáshoz viszonyított kapcsolásától függ. A lehetséges kapcsolások a következők.

Külső gerjesztés esetén az I_g gerjesztőáram teljesen független az I_a armatúraáramtól. A főpólus gerjesztőtekercsét az armatúrától független energiaforrás táplálja (5.159. ábra). A fluxus csak az armatúra-visszahatás révén — kismértékben — függ a terheléstől. Ennek megfelelően generátorüzemben a *generátor kapocsfeszültsége*, motorüzemben pedig a *motor fordulatszáma* a terhelés függvényében gyakorlatilag *állandó*, ezért mind generátorként, mind motorként jól felhasználható. Tulajdonságai hasonlóak a következők pontban említett párhuzamos gerjesztésű gépekéhez, de azoknál bonyolultabbak, költségesebbek, így a gyakorlatban ritkábban alkalmazzák elsősorban azokon a helyeken, ahol a szigorúbb üzemi követelmények feltétlenül megkövetelik.



5.159. ábra. Külső gerjesztésű gép elvi rajza



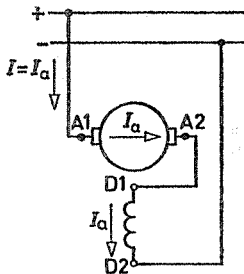
5.160. ábra. Párhuzamos gerjesztésű gép elvi rajza

a) generátorüzem; b) motorüzem

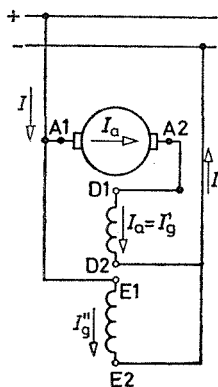
Párhuzamos gerjesztés esetén a gerjesztőtekercset párhuzamosan kapcsolják az armatúrával (5.160. ábra). *Sönt-*, ill. *mellékáramkörű gerjesztés* megnevezés is használatos. Generátorüzemben az armatúra kapcsain megjelenő feszültség táplálja a gerjesztőtekercset, motorüzemben pedig ugyanez a hálózat mindkettőt, így a kettő közötti kapcsolat, ill. egymásra hatás már nem hanyagolható el. Mégis generátorüzemben a kapocsfeszültségnek, motorüzemben a fordulatszámnak *közel állandósága* a terhelés függvényében a legtöbb gyakorlati feladat igényeit kielégíti, így — főként motorként — széles körben alkalmazzák.

Soros gerjesztés esetén a gerjesztőtekerces sorba van kapcsolva az armatúrával (5.161. ábra). A *főáramköri gerjesztés* megnevezés is használatos. E kapcsolásnál az armatúraáram azonos a gerjesztőárammal; ezért generátorüzemben a generátor kapcsol feszültsége a terheléssel arányos, így *generátorként nem használható*. Motorüzemben azonban — teljesítménytartó jellege következtében — a villamos vontatásban széles körben alkalmazzák.

Vegyes (kompaund) gerjesztés esetén a főpólusokon két gerjesztőtekerces helyezkedik el, az egyik párhuzamos, a másik soros kapcsolású (5.162. ábra). Ha a két gerjesztés iránya megegyezik, tehát erősíti egymást, akkor *kompaund* gerjesztésről, ha pedig irányuk ellentétes, akkor *antikompaund* gerjesztésről van szó. A két gerjesztés arányának megfelelő megválasztásával a párhuzamos és soros gerjesztésű gépek — adott feladat által megkövetelt — kedvező tulajdonságait tudjuk érvényesíteni. E gerjesztési mód mind generátorüzemben, mint motorüzemben alkalmazható.



5.161. ábra. Soros gerjesztésű gép elvi rajza



5.162. ábra. Vegyes gerjesztésű gép elvi rajza

Egyenáramú erőműveket ma már nem telepítenek. Ahol kiterjedt egyenáramú hálózatra van szükség (pl. villamos vontatás stb.), ott az egyenáramot *váltakozóáram egyenirányításával* állítják elő. Ennek megfelelően az egyenáramú generátorok alkalmazási lehetősége csökken. Különleges hajtási feladatokat ellátó motorok táplálására még alkalmaznak — egyre ritkábban — külső vagy vegyes gerjesztésű egyenáramú generátorokat. Ennek klasszikus példája a *Ward–Leonard*-hajtás, amelyről később, az 5.4.6. ponttal kapcsolatosan lesz szó. Az utóbbi évtizedben a vezérelt egyenirányítók nagymértékű fejlődése ezen a területen is kezdi kiszorítani az egyenáramú generátorokat. Alkalmazásuk — ennek következtében — mind szűkebb területekre szorítkozik, mint pl. szinkrongenerátorok gerjesztőgépe, akkumulátortöltő gépcsoport generátora, különleges vegyipari igények ellátása stb. Ezért a továbbiakban csak a motorok üzemével foglalkozunk, a generátorok vonatkozásában pedig utalunk az irodalomjegyzékben felsorolt művekre.

A kapcsok jelölése. Az egyenáramú gépek tekercseinek és egyes elemei kapcsainak jelölései hazai és nemzetközi téren egységesek, azokat szabványok és ajánlások írják elő. Az új jelöléseket a következőkben ismertetjük, mellettük feltüntettük a régi jelöléseket is, mivel a ma még forgalomban levő gépek túlnyomóan a régi jelölésekkel vannak ellátva.

	Új jel	Régi jel
Armatúratekercselés (kefék)	A1, A2	A, B
Segédpólus-tekercselés	B1, B2	G, H, G _w , H _w
Kompenzálótekercselés	C1, C2	G _k , H _k
Soros gerjesztőtekercs	D1, D2	E, F
Párhuzamos gerjesztőtekercs	E1, E2	C, D
Külső gerjesztőtekercs	F1, F2	I, K

A kétvezetékes, egyenáramú hálózat pozitív vezetékét L+ betűvel, és jellel; a negatívot L- betűvel és jellel jelölik.

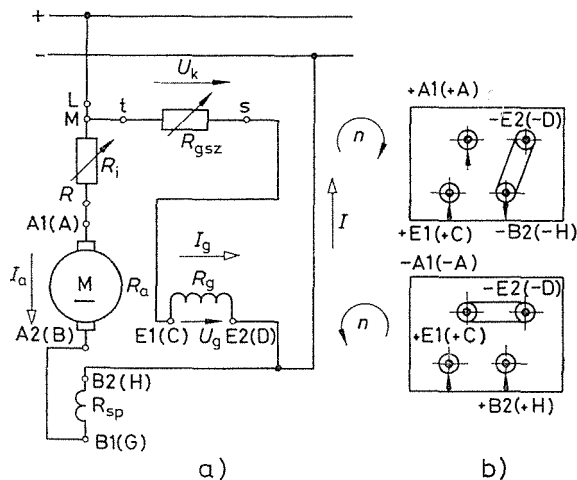
A többfokozatú, változtatható R_i indító-ellenállás kapcsait M, L és R betűkkel jelölik. Ezek közül L az indító-ellenállás karja a hálózathoz, R az ellenállás vastag vége az armatúrához, M a párhuzamos tekercs egyik végéhez csatlakozik. Soros gerjesztés esetén M üresen marad.

A gerjesztőáram változtatására szolgáló R_{gsz} gerjesztésszabályozó ellenállás kapcsai q, s és t. Ezek közül motor esetén t a hálózat egyik pólusához, s mozgóérintkező a gerjesztőtekercsen keresztül a hálózat másik pólusához csatlakozik, q pedig üresen marad, mivel csak generátor esetén van szerepe.

5.4.2. A párhuzamos gerjesztésű motor üzeme

A párhuzamos és külső gerjesztésű motorok jelleggörbéi között elvileg nincs különbség, mivel mindkettő gerjesztése gyakorlatilag állandó feszültségről kap táplálást, így a gerjesztés a terheléstől függetlennek tekinthető. A különbséget közöttük a külső gerjesztésű motorok szabályozásának tágabb lehetőségei képezik, ezzel azonban az 5.4.3. és 5.4.6. pontban foglalkozunk részletesebben. Mivel a jelleggörbék származtatása és értékelése mindkettőre vonatkozik, a hivatkozott pontokban pusztán az eltérések ismertetésére szorítkozunk.

a) **Párhuzamos gerjesztésű motor jelleggörbéi.** A párhuzamos gerjesztésű motor kapcsolási rajzát az 5.163a ábra szemlélteti. Az armatúrakörben az R_i indító-ellenállás és a segédpólus tekercse sorosan, az R_{gsz} gerjesztésszabályozó ellenállás és a gerjesztőtekercs pedig párhuzamosan van kötve. Az 5.163b ábra a motor kapocstábláját és kapcsolási rendjét mutatja a jelölt forgásirányoknak megfelelően.



5.163. ábra. Párhuzamos gerjesztésű motor
a) kapcsolási vázlat; b) kapocstábla

A motor üzemi tulajdonságairól a jelleggörbék tájékoztatnak. Ennek kapcsán vizsgálni kell a fordulatszám (szögsebesség) és az armatúraáram, a nyomaték és az armatúraáram, valamint a nyomaték és a fordulatszám (szögsebesség) közötti kapcsolatot állandó kapcsolófeszültség és gerjesztőáram mellett.

A **fordulatszám – armatúraáram jelleggörbe** meghatározásakor induljunk ki a motorüzem (5.164) feszültségegyenletéből és az (5.159) összefüggésből:

$$U_k = U_i + I_a R_a = c n \Phi + I_a R_a,$$

és ebből a fordulatszám

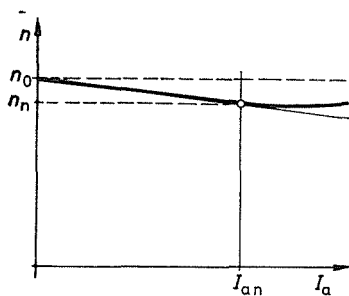
$$n = \frac{U_k - I_a R_a}{c \Phi} = \frac{U_k}{c \Phi} - I_a \frac{R_a}{c \Phi} \frac{1}{s}. \quad (5.165)$$

Párhuzamos gerjesztés esetén a gerjesztés, így Φ is gyakorlatilag állandó, ezért az előző összefüggés a következő egyszerűbb alakba írható:

$$n = a - b I_a,$$

ahol a és b a géptől és a kapcsolófeszültségtől függő állandók (mértékegységes számok). Ez egy süllyedő egyenes egyenlete (5.164. ábra). Ha $I_a = 0$, akkor

$$n = n_0, \quad \text{ill. } n_0 = \frac{U_k}{c \Phi}, \quad (5.166)$$



5.164. ábra. Párhuzamos gerjesztésű motor $n = f(I_a)$ jelleggörbéje

ahol n_0 az ún. *eszményi üresjárási fordulatszám*, itt metszi a jelleggörbe az ordinátát; n_n a *névleges vagy üzemi fordulatszám*, amely I_{a_n} névleges terheléshez tartozik.

A valóságban a jelleggörbe eltér az egyenestől. A névleges terhelés felett az armatúra-visszahatás a pólusfluxust gyengíti, így ez a fordulatszám kismértvű növekedéséhez (vastagon kihúzott görbe) vezet.

A **nyomaték – armatúraáram jelleggörbe** az (5.161) összefüggés szerint

$$M = k \Phi I_a \quad \text{N} \cdot \text{m},$$

és mivel párhuzamos gerjesztés esetén $k \Phi = K = \text{konst.}$ (mértékegységes szám), ezzel a nyomaték:

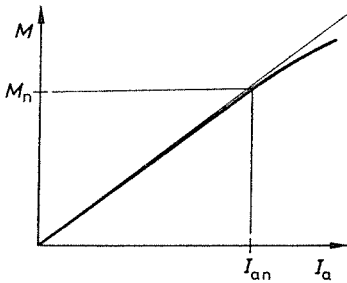
$$M = K I_a, \quad (5.167)$$

a nyomaték változása tehát az armatúraáram függvényében *lineáris* (5.165. ábra). A valóságos jelleggörbe azonban az armatúra-visszahatás miatt itt is eltér az ideális-

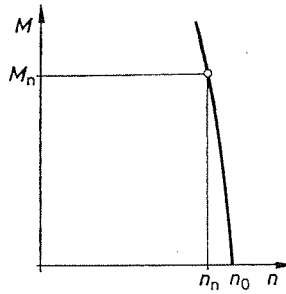
tól, Φ csökkenése következtében a nagyobb terheléseknél az egyenestől elhajlik (vastagon kihúzott görbe).

A fordulatszám—nyomaték jelleggörbe két módon határozható meg. Legegyszerűbb az előbbi két jelleggörbéből szerkesztéssel meghatározni úgy, hogy az azonos I_a értékekhez tartozó M és n értékkel szerkesztjük meg a jelleggörbét (5.166. ábra). Azonos eredményhez jutunk, ha az (5.167) összefüggésből I_a -t kifejezzük és helyettesítjük az (5.165) összefüggésbe:

$$n = n_0 - \frac{R_a}{ck\Phi^2} M = f(M). \quad (5.168)$$



5.165. ábra. Párhuzamos gerjesztésű motor $M = f(I_a)$ jelleggörbéje



5.166. ábra. Párhuzamos gerjesztésű motor $M = f(n)$ jelleggörbéje

Az (5.168) összefüggés inverze, az $M = f(n)$ jelleggörbe gépészeti szempontból a legfontosabb; **mechanikai jelleggörbének** is nevezik. A jelleggörbéből látható, hogy viszonylag nagy nyomatékváltozáshoz csak kis fordulatszám-változás tartozik, ezért az ilyen jellegű erőgépeket **fordulattartó gépeknek** nevezük.

b) **Párhuzamos gerjesztésű motor indítása.** Az indítás pillanatában $n = 0$, így nincs indukált feszültség. Ezért a hálózat teljes feszültsége az armatúra R_a ellenállására jut:

$$U_k = I_a R_a,$$

és ebből az **indító (zárlati) armatúraáram**

$$I_i = \frac{U_k}{R_a}. \quad (5.169)$$

Mivel R_a viszonylag kicsi, az első pillanatban fellépő **áramlökés** a névleges áram 10...20-szorosát is elérheti. A motor kommutátora azonban csak a névleges áram 2...2,5-szeresét viseli el káros következmények nélkül. Ha a motor tehetetlenségi nyomatéka kicsi, akkor a motor — még az indítóáram-lökés kifejlődése előtt — rövid idő alatt felgyorsul, és az armatúra indukált feszültsége megakadályozza az áram további növekedését. Nagy teljesítményű motorok esetén — a motor lassú felfutása következtében — a nagy indítóáram-lökések csökkentésére csökkentett feszültséggel kell indítani. Ezt előtét-, ún. **indító-ellenállással** valósítjuk meg.

Az R_i indító-ellenállást ezért úgy kell megválasztani, hogy az indítóáram és a névleges áram aránya általában $I_i/I_{an} \cong 2 \dots 2,5$ legyen az indítási viszonyok nehézségének megfelelően. Indító-ellenállás alkalmazása esetén tehát az I_i indítóáram maximális értéke:

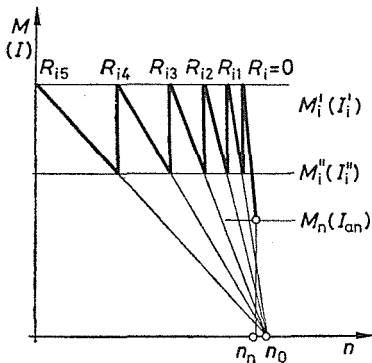
$$I_i = \frac{U_k}{R_a + R_i} \cong 2 \dots 2,5 I_{an},$$

ahonnan az indító-ellenállás:

$$R_i = \frac{U_k}{I_i} - R_a. \quad (5.170)$$

A hálózatra kapcsolás után az indító-ellenállást fokozatosan kiiktatjuk az áramkörből. Az ellenállás-fokozatok számát és ennek megfelelően az indítási jelleggörbét az határozza meg, hogy a felfutás során mekkora maximális áramot (nyomatékot) és mekkora áram- (nyomaték-)ingadozást engedünk meg. A fokozatok száma általában 4–10 között mozog.

Az indító-ellenállás bekapcsolása megváltoztatja a motor nyomaték–fordulatszám jelleggörbéjének hajlásszögét (5.167. ábra). Az indító-ellenállást úgy kell kiiktatni, hogy a motor árama (nyomatéka) az előírt maximális (M_i' , I_i') és minimális (M_i'' , I_i'') érték között ingadozzék.



5.167. ábra. Párhuzamos gerjesztésű motor indítási jelleggörbéje, ha indító-ellenállással indítjuk

Az indítást gyakran *automatizálják*. Ilyenkor a kikapcsolás működtetésére *időreléket* vagy fordulatszám-tól függő *feszültségreléket* alkalmaznak. Az átkapcsolást a relék által vezérelt *mágnescapcsolók* végzik.

Az indító-ellenállások fémből készülnek, mert az egyenáram vízbontó hatása miatt folyadék-indítóellenállás nem alkalmazható. Az indítási veszteségek nagy része az ellenálláson hővé alakul, ezért az indító-ellenállás méretezését az indítás gyakorisága is befolyásolja. A gyakran indított, nagy tömegeket gyorsító hajtásokat nem célszerű indító-ellenállásokkal indítani. Erre a célra a szabályozható feszültségű táplálás megfelelőbb. Az 1 kW alatti kisgépeket általában indító-ellenállás nélkül, ún. *közvetlen indítással* indítjuk.

5.24. példa. Párhuzamos gerjesztésű, egyenáramú motor adatai: $U_k = 220$ V, $I_{an} = 20$ A, $R_a = 0,6 \Omega$, üresjárás fordulatszáma $n_0 = 1500 \text{ min}^{-1}$ ($n_0 = 25 \text{ s}^{-1}$, ill. $\omega_0 = 157 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$).

Határozzuk meg a motor fordulatszámát névleges terhelésnél, indítási (rövidzárási) armatúraáramát. A motor fordulatszáma az (5.165) szerint általában:

$$n = \frac{U_k - I_a R_a}{c\Phi}$$

Üresjárásban $I_a = 0$, tehát az üresjárási fordulatszám:

$$n_0 = \frac{U_k}{c\Phi}$$

Névleges terheléskor $I_a = I_{an}$, tehát a névleges fordulatszám:

$$n_n = \frac{U_k - I_{an} R_a}{c\Phi}$$

A két fordulatszám hányadosa:

$$\frac{n_n}{n_0} = \frac{U_k - I_{an} R_a}{U_k} = \frac{220 \text{ V} - 20 \text{ A} \cdot 0,6 \text{ V/A}}{220 \text{ V}} = 0,946.$$

Ebből a névleges fordulatszám:

$$n_n = 0,946 n_0 = 0,946 \cdot 25 \text{ s}^{-1} = 23,61 \text{ s}^{-1} = 1420 \text{ min}^{-1}.$$

Az indítási (rövidzárási) armatúraáram az (5.169) szerint:

$$I_{ai} = \frac{U_k}{R_a} = \frac{220 \text{ V}}{0,6 \text{ V/A}} = 367 \text{ A}.$$

c) **Párhuzamos gerjesztésű motor forgásirány-változtatása.** A párhuzamos gerjesztésű motor forgásirányának változtatása elvileg akár az *armatúratekerccselés*, akár a *főpólus-gerjesztőtekerccs sarkainak felcserélésével* történhet. A főpólus-gerjesztőtekerccs induktivitása azonban sokkal nagyobb, mint a forgórész-tekerccselése. Ebből adódóan pólusátkapcsolás esetén két hátrányos jelenséggel kell számolni. Egyrészt a gerjesztőkör kikapcsolása jelentős túlfeszültségek kialakulásához vezethet, másrészt pedig a nagy induktivitás következtében az irányt változtatott gerjesztőáram lassan éri el állandósult állapotát. E két hátránya következtében párhuzamos gerjesztésű motoroknál irányváltatra a forgórésztekerccsek átkapcsolását alkalmazzák.

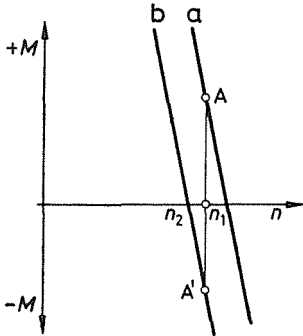
d) **Párhuzamos gerjesztésű motor fékezése.** A motorok korszerű üzemében gyakran szükséges a berendezés gyors megállítása és esetleges irányváltatása. A fékezést célszerű villamosan végezni, mert nincsenek elhasználódásnak kitett alkatrészek, és egyes esetekben a fékezőenergia vissza is nyerhető. Párhuzamos gerjesztésű motoroknál három módszer alakult ki: *visszatápláló* (generátoros), *ellenállásos* (dinamikus) és *ellenáramú* (irányváltásos) fékezés.

Visszatápláló (generátoros) fékezés. Az üresjárási fordulatszám felett a motor U_i indukált feszültsége nagyobb a hálózat U_k feszültségénél, ezért az áramirány megfordul, és a motor – generátorként működve – energiát táplál vissza a hálózatba. Mivel az áram iránya megfordult, a nyomaték is előjelet vált, a motor fékezőhatást fejt ki.

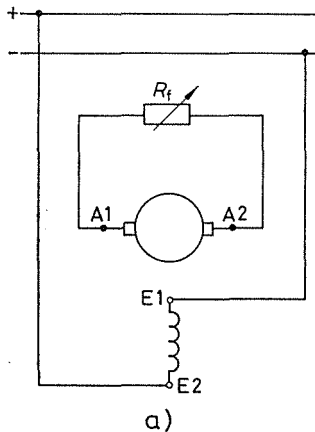
E fékezési mód a gyakorlatban rendszerint úgy megy végbe, hogy adott hajtásnál (5.168. ábra, *a* jelleggörbe) a motort a gerjesztés, ill. a fluxus növelésével kisebb fordulatszámra (*b* jelleggörbe) állítjuk. Ekkor a motor n_1 fordulatszámon az *a* jelleg-

görbe A pontjából a b jelleggörbe A' pontjába vált át, a nyomaték negatív, a motor fékező.

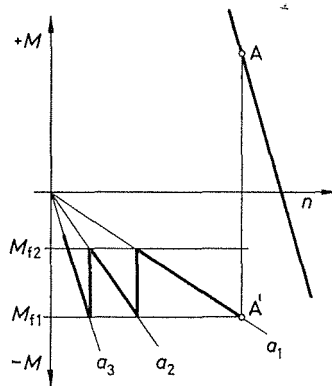
E fékezési mód előnye gazdaságossága, mivel a fékezőenergiát — a motor veszteségeitől eltekintve — visszanyerjük, hátránya viszont, hogy megállásig nem lehet fékezni.



5.168. ábra. Párhuzamos gerjesztésű motor visszatápláló (generátoros) fékezésének nyomaték – fordulatszám jelleggörbéje



a)



b)

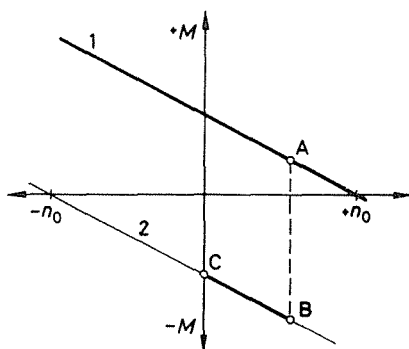
5.169. ábra. Párhuzamos gerjesztésű motor ellenállásos fékezése
a) elvi kapcsolási vázlat; b) nyomaték – fordulatszám jelleggörbéje

Ellenállásos (dinamikus) fékezés. Ellenállásos fékezés esetén a motor forgórészét lekapcsoljuk a hálózatról, és *fékellenálláson* át rövidre zárjuk, a gerjesztőtekercs továbbra is marad a hálózatra kapcsolva (5.169a ábra). E fékezési mód szintén generátoros, de a termelt villamos energia a fékellenálláson hővé alakul. A generátorüzem miatt az áramirány megfordul, a nyomaték negatív lesz, a motor fékezőhatást fejt ki. Állandó fékellenállás esetén a fékezőnyomaték lineárisan csökken (5.169b ábra, a_1 görbe), ezért a fékellenállás többfokozatú kivitelben készül, amelyet fokozatosan iktatunk ki úgy, hogy a fékezőnyomaték M_{f1} és M_{f2} határ között változzon (b ábra, a_1, a_2 és a_3 görbe).

Ez a fékezési mód alkalmas forgó tömegek erőteljes lassítására, de nulla fordulatszám közelében már nem hatásos. Ezért — ha a berendezés gyors megállítása szükséges — mechanikai fékberendezést is alkalmaznak.

Ellenáramú (irányváltásos) fékezés. Az *a*) pontban említett forgásirány-változtatással erőteljes fékezőhatás hozható létre egészen a nulla fordulatszámig. A gyakorlatban itt is az armatúra kapcsainak felcserélése használatos.

A nyomatékviszonyokat az 5.170. ábra szemlélteti. Az ábra 1 görbéje az átkapcsolás előtti forgásirány nyomaték – fordulatszám jelleggörbéjét, a 2 pedig az átkapcsolás utáni mutatja. A jelleggörbék azért dőlnek, mert a forgórészsel megfelelő nagyságú előtét-ellenállás van sorba kapcsolva. Ez utóbbi szerepéről később szólunk.



5.170. ábra. Párhuzamos gerjesztésű motor ellenáramú fékezésének nyomaték – fordulatszám jelleggörbéje

Átkapcsolás előtt a motor az 1 görbe A pontjában dolgozik. Átkapcsolás után a motor új munkapontja a 2 görbe B pontja lesz. A motor fékezőnyomatékot fejt ki, lassul, de még mindig az átkapcsolás előtti irányban forog, a C pontban pedig megáll. Ha csak a megállás volt a cél, akkor a megállás pillanatában a motort le kell kapcsolni a hálózatról, mert különben ellenkező irányban forogni kezd.

Az átkapcsolás pillanatában fellépő áram:

$$I = \frac{U_k + U_i}{R_a + R}, \quad (5.171)$$

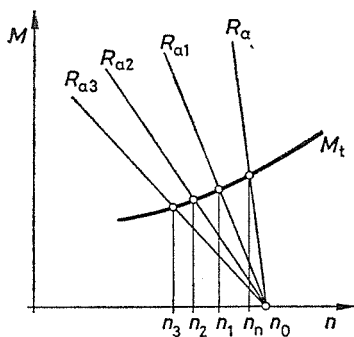
ahol U_k a kapcsolófeszültség; U_i a motorban indukált feszültség; R_a az armatúra rezisztenciája; R az előtét-ellenállás. Mivel $U_k \approx U_i$, az armatúra kapcsainak megfordítása nagy áramlöketet okoz, és csak abban az esetben végezhető el káros következmények nélkül, ha a forgórész kör megfelelő ellenállást tartalmaz. A fékezőenergia itt is hővé alakul, az ellenállásos fékezéshez viszonyítva azonban itt – azonos fékezőáram esetén is – többszörös az energiavesztés. Ebben a fékkapcsolásban a motor tengelyén mechanikai, kapcsain pedig villamos energiát vesz fel. Csak kis teljesítményű irányváltozásos hajtások esetén alkalmazzák.

e) **A párhuzamos gerjesztésű motor fordulatszám-változtatása.** Az (5.165) összefüggés alapján – állandó U_k kapcsolófeszültségű hálózatról táplált motor esetében – a fordulatszám-változtatásra két lehetőség kínálkozik: az *armatúraköri ellenállás változtatása* és a *fluxus változtatása* a gerjesztés révén.

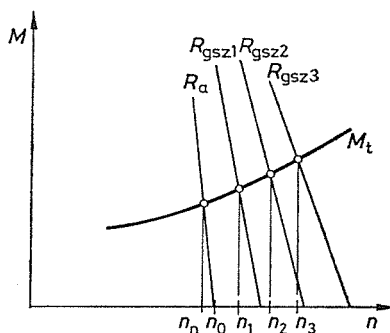
A fordulatszám csökkentése az armatúrakör ellenállásának növelésével. Az armatúrával sorosan előtét-ellenállást kapcsolunk, ekkor a jelleggörbe hajlásszöge megváltozik (5.171. ábra). Az előtét-ellenállás különböző fokozataihoz – adott terhelőnyomaték esetén – különböző fordulatszámok tartoznak.

E módszernek két hátránya van. Az egyik, hogy az előtét-ellenálláson átfolyó áram jelentős veszteséget okoz, a másik pedig, hogy a motor fordulatszáma a terheléstől mindinkább függővé válik, a motor elveszti fordulattartó jellegét.

A fordulatszám változtatása a gerjesztés változtatásával (mezőyengítéssel). A gerjesztőtekercssel sorosan R_{gsz} szabályozó-ellenállást kapcsolva csökkenthető a gerjesztőáram, ill. a fluxus. Ezáltal nő a motor fordulatszáma. A nyomaték – fordulatszám jelleggörbéket $R_{gsz1} < R_{gsz2} < R_{gsz3}$ ellenállás-fokozatok esetén az 5.172. ábra szemlélteti. A jelleggörbék közel párhuzamosan tolódnak el. A gerjesztés változtatásával elérhető fordulatszám-változtatás aránya normál gépeknél 1:1,2, különlegesen kiképzett gépeknél 1:2...3, kompenzált gépeknél 1:4 is lehet.

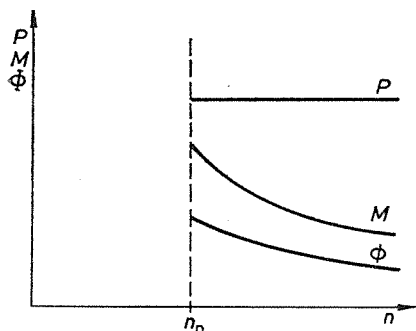


5.171. ábra. Párhuzamos gerjesztésű motor jelleggörbéi, ha fordulatszámát előtét-ellenállással változtatjuk



5.172. ábra. Párhuzamos gerjesztésű motor jelleggörbéi, ha fordulatszámát mezőyengítéssel (gerjesztésszabályozó ellenállással) változtatjuk

A fluxus csökkenésével azonban a megengedett terhelőnyomaték is csökken, azonkívül az armatúra-visszahatás lemágnesező hatása — csökkent fluxus esetén — a motor működését labilissá teheti. Névleges motoráram esetén a megengedett terhelőnyomaték a fordulatszámmal fordítva arányos. Az 5.173. ábra a P teljesítmény, az M nyomaték és a Φ fluxus változását mutatja a fordulatszám függvényében. A motor megengedett teljesítménye állandó, ezért a fordulatszám-változtatásnak e módját *állandó teljesítményűnek* nevezzük.



5.173. ábra. Nyomaték- és fluxusváltozás jelleggörbéje a fordulatszám függvényében állandó teljesítmény esetén

Ez a módszer egyszerű, azonkívül folyamatos beállítást tesz lehetővé. A gerjesztőköri teljesítmény a motor teljesítményének néhány százaléka (1...5%), így a szabályozó-ellenálláson fellépő veszteség is jelentéktelen. Ennek következtében a módszert az egyenáramú villamos hajtások területén elterjedten alkalmazzuk.

5.25. példa. Párhuzamos gerjesztésű motor adatai a következők: $U_k = 500 \text{ V}$, $I_n = 110 \text{ A}$, névleges fordulatszám $n_n = 1000 \text{ min}^{-1}$ ($16,66 \text{ s}^{-1}$), ill. $\omega_n = 104,63 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, $R_a = 0,25 \Omega$ és $R_g = 50 \Omega$. A motor hatásfoka névleges terhelésnél $\eta = 0,855$. A motort $n = 800 \text{ min}^{-1}$ ($13,33 \text{ s}^{-1}$) fordulatszámmal, ill. $\omega = 83,72 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ szögsebességnél névleges nyomatékával kívánjuk terhelni.

Határozzuk meg az armatúrákörbe kapcsolandó előtét-ellenállás nagyságát és az előtét-ellenálláson hővé alakuló teljesítményt.

A gerjesztőáram:

$$I_g = \frac{U_k}{R_g} = \frac{500 \text{ V}}{50 \text{ V/A}} = 10 \text{ A}.$$

Az armatúraáram:

$$I_{an} = I_n - I_g = 110 \text{ A} - 10 \text{ A} = 100 \text{ A}.$$

A motor fordulatszáma $n_n = 1000 \text{ min}^{-1}$ esetén:

$$n_n = \frac{U_k - I_{an} R_a}{c\Phi}.$$

A motor fordulatszáma $n = 800 \text{ min}^{-1}$ esetén:

$$n = \frac{U_k - I_{an}(R_a + R_e)}{c\Phi}.$$

A megadott adatokat helyettesítve:

$$\frac{n}{n_n} = \frac{U_k - I_{an}(R_a + R_e)}{U_k - I_{an} R_a} = \frac{500 \text{ V} - 100 \text{ A} \cdot (0,25 + R_e) \text{ V/A}}{500 \text{ V} - 100 \text{ A} \cdot 0,25 \text{ V/A}} = 0,8.$$

Az egyenletet R_e -re megoldva:

$$R_e = 0,95 \Omega.$$

A veszteség az ellenálláson:

$$P_e = I_a^2 R_e = 100^2 \text{ A}^2 \cdot 0,95 \text{ V/A} = 9500 \text{ W} = 9,5 \text{ kW}.$$

A motor által szolgáltatott teljesítmény a névleges fordulatszámon:

$$P_h = U_k I_n \eta = 500 \text{ V} \cdot 110 \text{ A} \cdot 0,855 = 47\,000 \text{ W} = 47 \text{ kW}.$$

A motor által szolgáltatott teljesítmény $n = 800 \text{ min}^{-1}$ ($13,33 \text{ s}^{-1}$) fordulatszámon:

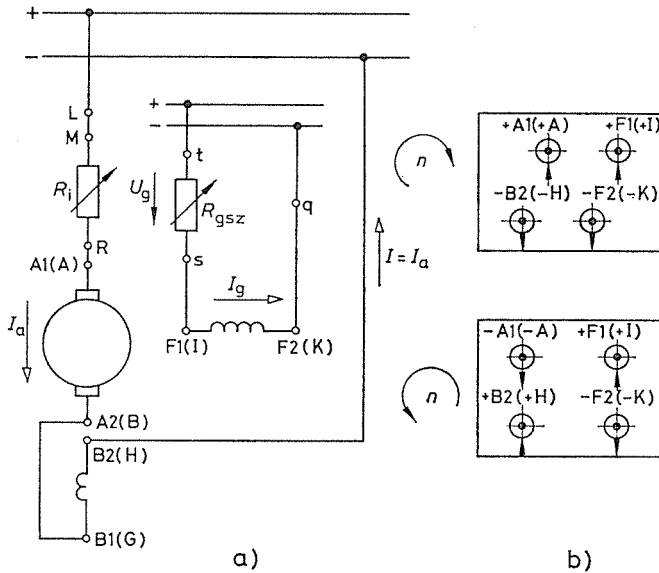
$$P_{he} = 0,8 P_h = 0,8 \cdot 47\,000 \text{ W} = 37\,600 \text{ W} = 37,6 \text{ kW}.$$

5.4.3. Külső gerjesztésű motor üzeme

Ha a párhuzamos gerjesztésű motor gerjesztőtekercsét az armatúráról leválasztjuk, és azt az armatúrákörtől független külső hálózathoz tápláljuk, akkor a külső gerjesztésű motorhoz jutunk. A külső gerjesztésű motor kapcsolási rajzát, valamint a motor kapocstábláját a kívánt forgásiránynak megfelelő kötésekkel és hálózati csatlakozásokkal az 5.174. ábra szemlélteti.

Külső gerjesztés esetén a motor fluxusa teljesen független a forgórész kapocsfeszültségétől. Ennek következtében a forgórész kapocsfeszültsége tág határok között — közel nullától az armatúra névleges feszültségéig — folyamatosan változtatható.

Ez a fordulatszám – ugyancsak – tág határok közötti folyamatos változtatását teszi lehetővé, és gazdaságos üzemeltetést eredményez. A külső gerjesztésű motoroknak a párhuzamos motortól eltérő üzemi tulajdonságait az 5.4.6. pontban a változtatható feszültségű táplálásnál részletesen tárgyaljuk.



5.174. ábra. Külső gerjesztésű motor
a) kapcsolási vázlat; b) a kapocstábla vázlata

5.4.4. A soros gerjesztésű motor üzeme

A soros gerjesztésű motor kapcsolási rajzát az 5.175a ábra szemlélteti. Mind az R_i indító-ellenállás, mind pedig a főpólus és a segédpólus gerjesztőtekercse sorosan van az armatúrával kapcsolva. A b) ábrán a motor kapocstáblája látható a kívánt forgásiránynak megfelelően kötve és hálózati csatlakozással.

a) **A soros gerjesztésű motor jelleggörbéi.** A motor alapvető üzemi tulajdonságairól a jelleggörbék tájékoztatnak bennünket. Itt is a fordulatszám és a nyomaték változását vizsgáljuk az armatúraáram függvényében, valamint a fordulatszám változását a nyomaték függvényében.

A **fordulatszám – armatúraáram jelleggörbe** meghatározásához a fordulatszámot az (5.164) és (5.159) összefüggésekből számítjuk:

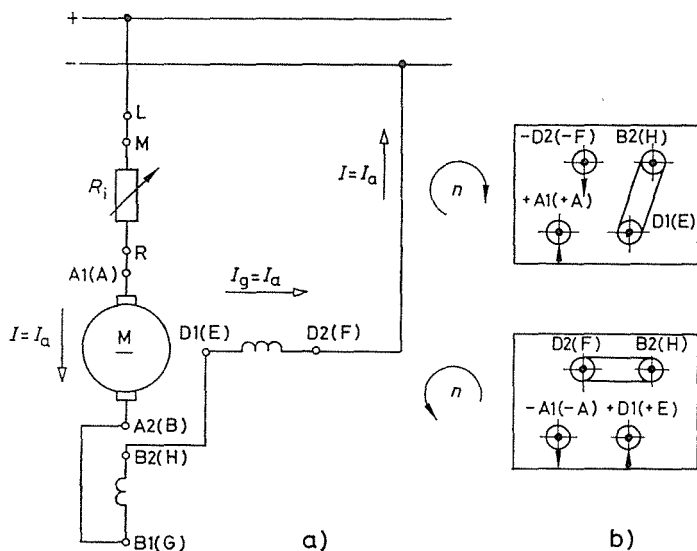
$$n = \frac{U_k - I_a R_a}{c\Phi} \frac{1}{s}$$

Soros gerjesztésnél a gerjesztőáram azonos az armatúraárammal, ezért – csak a telítetlen szakaszt vizsgálva – a mágneses fluxus jó közelítéssel arányos az armatúraárammal:

$$\Phi = kI_a \text{ Wb.} \quad (5.172)$$

Helyettesítsük ezt az előző összefüggésbe, és $U_k = \text{konst.}$ feltételezéssel az állandókat vonjuk össze, ekkor:

$$n = \frac{U_k - I_a R_a}{k' I_a} = \frac{a}{I_a} - b. \quad (5.173)$$



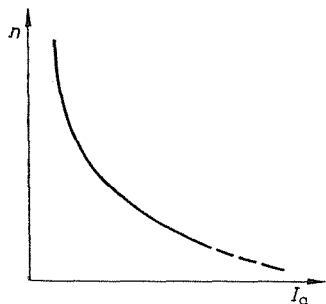
5.175. ábra. Soros gerjesztésű motor

a) kapcsolási vázlat; b) a kapocstábla vázlata

Ez hiperbolának az egyenlete (5.176. ábra). Ha $n = 0$, akkor $a/I_a = b$, ami azt jelenti, hogy a hiperbola $I_a = a/b$ helyen metszi az abszcisszatengelyt, itt a és b a géptől és a kapcsolásfeszültségtől függő állandó (mértékegységes szám). Ha pedig $I_a = 0$, akkor a fordulatszám a végtelen felé tart. Emiatt a gépet csak terheléssel szabad járatni, tehát olyan helyen üzemeltethető, ahol üresjárás nem fordulhat elő, mert különben a motor *megszalad*.

A **nyomaték** – **armatúraáram jelleggörbe** meghatározásához a nyomaték az (5.161) összefüggésből:

$$M = k\Phi I_a \quad \text{m} \cdot \text{N}.$$



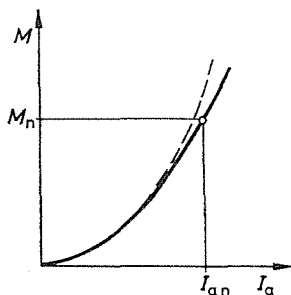
5.176. ábra. Soros gerjesztésű motor $n = f(I_a)$ jelleggörbéje

Helyettesítsük ebbe a fluxusra kapott (5.172) összefüggést, akkor a nyomaték

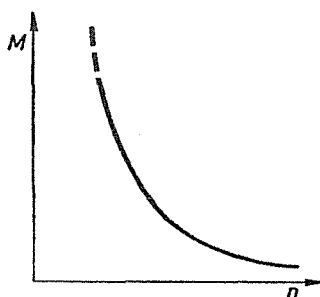
$$M = c' I_a^2. \quad (5.174)$$

A nyomaték változását a terhelőáram függvényében az 5.177. ábra szemlélteti. Az (5.174) összefüggés csak az áram közel névleges értékéig ad helyes eredményt, mert később – a vas telítődése következtében – a jelleggörbe felső szakaszán az egyenes felé tart (az ábrán a folytonos vonal).

A nyomaték – fordulatszám jelleggörbe két módon határozható meg. Az egyszerűbb módszer a szerkesztéses, amikor is az előző két jelleggörbéből az azonos I_a értékekhez tartozó M és n értékkel határozzuk meg a jelleggörbét (5.178. ábra).



5.177. ábra. Soros gerjesztésű motor $M = f(I_a)$ jelleggörbéje



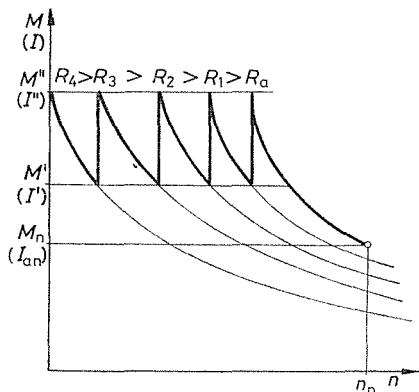
5.178. ábra. Soros gerjesztésű motor $M = f(n)$ jelleggörbéje

A másik mód a számítósos oly módon, hogy az (5.174) összefüggésből I_a -t kifejezzük és az (5.173) összefüggésbe helyettesítjük:

$$n = \frac{d}{\sqrt{M}} - b \quad \frac{1}{s}, \quad (5.175)$$

ahol d és $b U_k = \text{konst.}$ feltételezéssel a gép kivitelétől függő állandók (mértékegységes számok).

Az összefüggés szerint a jelleggörbe hiperbolyszerű. Üresjárásban ($M = 0$) a végtelen nagy fordulatszám felé tart, a nyomaték növekedésével viszont a fordulatszám csökken. Az ilyen jellegű motorokat teljesítménytartó motoroknak nevezzük.



5.179. ábra. Soros gerjesztésű motor jelleggörbéje indító-ellenállással történő indítás esetében

b) **A soros gerjesztésű motor indítása.** A soros gerjesztésű motort – a mellékáramkörű motorhoz hasonlóan – indító-ellenállással kell indítani az indításkor felépő nagy áramlökés és indítónyomaték csökkentése érdekében. Az indító-ellenállás és az egyes fokozatok ellenállásainak megállapítására is az ott ismertettek érvényesek. A hálózatra kapcsolásnál és az egyes fokozatok kiiktatásakor a nyomaték változását a fordulatszám függvényében az 5.179. ábra szemlélteti.

A soros gerjesztésű motor indítási viszonyait a párhuzamos gerjesztésű motorokéval összehasonlítva megállapítható, hogy soros motor esetén azonos indítónyomatékkal az indításkor keletkező *áramlökés kisebb*. Ennek igazolására kövessük végig a következő bizonyítást. Az (5.174) összefüggés szerint a nyomaték az armatúraáram négyzetével arányos, ezért:

$$\frac{M_i}{M_n} = \frac{I_i^2}{I_{an}^2}.$$

Ebből az indítóáram:

$$I_i = I_{an} \sqrt{\frac{M_i}{M_n}}, \quad (5.176)$$

vagyis az indító- és a névleges nyomaték hányadosának négyzetgyökével arányos. Párhuzamos gerjesztésű motoroknál az (5.167) egyenlet értelmében viszont az összefüggés lineáris, tehát az indítóáram-lökés ez utóbbi esetben nagyobb. A soros motor leggyakoribb alkalmazási területe a közúti villamos vontatás. Egy motorkocsin általában két vagy négy motor van beépítve. Ez lehetőséget ad a motorok indításakor soros kapcsolásukra. Két motort sorba kapcsolva, egy motorra csak a kapocsfeszültség fele jut, így a fordulatszám is a felére csökken, ezzel az indítási viszonyok javíthatók. Ezt az indítási módot is az előzőekben leírt indító-ellenállással kiegészítve alkalmazzák.

5.26. példa. Soros gerjesztésű, egyenáramú motort előtét-ellenállással indítunk $U_k = 220$ V-os hálózatról. A motor adatai a következők: $U_k = 220$ V, $I_n = 40$ A, $R_a = 0,5$ Ω.

Határozzuk meg a motor indukált (belső) feszültségét névleges terheléskor, az indító-ellenállás nagyságát a feltétellel, hogy az indításnál fellépő áramerősség $I_{i\max} = 60$ A-nél ne legyen nagyobb, továbbá az indítónyomaték viszonyát a névleges nyomatékhoz és az indítóáramot indító-ellenállás nélkül.

A motor indukált (belső) feszültsége (5.164) szerint:

$$U_i = U_k - I_n R_a = 220 \text{ V} - 40 \text{ A} \cdot 0,5 \text{ V/A} = 200 \text{ V}.$$

Az engedélyezett maximális indítóáram:

$$I_{i\max} = \frac{U_i}{R_a + R_i} = 60 \text{ A},$$

ebből

$$R_a + R_i = \frac{U_i}{I_{i\max}} = \frac{200 \text{ V}}{60 \text{ A}} = 3,67 \text{ } \Omega.$$

Az indító-ellenállás pedig:

$$R_i = 3,67 \text{ } \Omega - R_a = 3,67 \text{ } \Omega - 0,5 \text{ } \Omega = 3,17 \text{ } \Omega.$$

Indításkor az indítónyomaték az (5.176) szerint:

$$M_i = M_n \frac{I_{i\max}^2}{I_n^2} = M_n \left(\frac{60 \text{ A}}{40 \text{ A}} \right)^2 = 2,25 M_n.$$

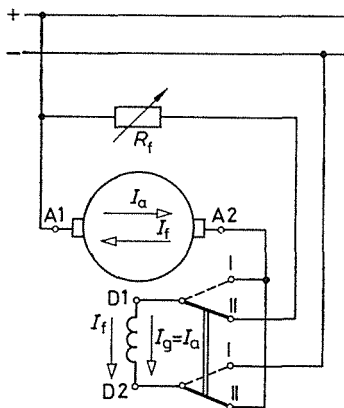
Az indító-(rövidzárási)áram indító-ellenállás nélkül:

$$I_{az} = \frac{U_k}{R_a} = \frac{220 \text{ V}}{0,5 \text{ V/A}} = 440 \text{ A}.$$

c) **A soros gerjesztésű motor forgásirány-változtatása.** Azonos a párhuzamos gerjesztésű motorok esetében ismertetett módszerrel.

d) **A soros gerjesztésű motor fékezése.** Visszatápláló (generátoros) fékezés soros gerjesztésű motorral nem valósítható meg. Ezért csak két lehetséges féküzeme van: *ellenállásos* és *ellenáramú*.

Ellenállásos fékezés. A motort lekapcsoljuk a hálózatról, és kapcsaira R_f fékellenállást kötünk. A lekapcsolással egyidejűleg a gerjesztőtekercs kapcsait az 5.180. ábrának megfelelően át kell kapcsolni. Ha ugyanis a gerjesztőtekercs kapcsait nem cserélnénk meg, akkor a motor mint generátor nem gerjedhetne fel, mert a megváltozott armatúraáramnak megfelelően a gerjesztőtekercs árama is ellentétes lenne, és



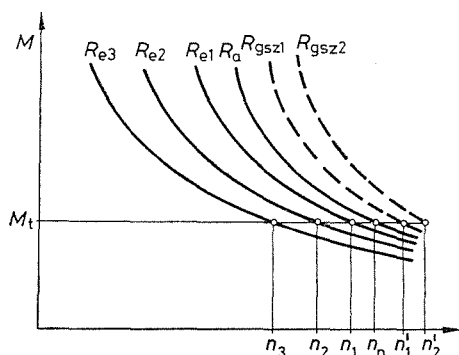
5.180. ábra. Soros gerjesztésű motor ellenállásos fékezésének kapcsolási vázlata

ez nem erősítené, hanem lerontaná a remanens fluxust. Az átkapcsolás révén a gerjesztőáram iránya és így a fluxusé is változatlan, a motor *mint generátor* rágolgozik a fékellenállásra. Ha a fékezés közben a fékellenállás értékét úgy változtatjuk, hogy az áram ne változzék nagymértékben, akkor — mivel a fluxus közel állandó — a fékezőnyomaték is közel állandó értéken tartható. Ezzel a fékezési móddal csaknem megállásig lehet fékezni.

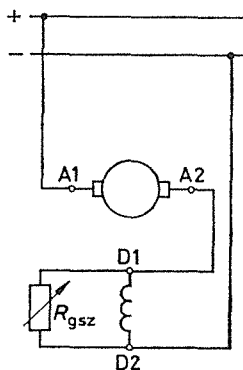
Ellenáramú fékezés. A motor *armatúrakapcsait megcseréljük*, és a motort fékellenálláson keresztül kapcsoljuk a hálózatra. Megfelelő ellenállás bekapcsolásával elérhető, hogy pl. daruüzemben a süllyesztési *sebesség állandó* legyen. Lassítófékezés esetén a motort még a megállás előtt le kell a hálózatról kapcsolni, mert különben ellenkező irányba forog. Ellenáramú fékezéskor a motor tengelyén mechanikai, kapcsain villamos energiát vesz fel. Ez a két energia a motor belsejében, ill. a fékellenálláson hővé alakul. A nagy *hőigénybevétel miatt* ezt a fékezési módot üzemszerűen ritkán, főleg *vészfékként* használják.

e) A soros gerjesztésű motor fordulatszámának változtatása. A soros gerjesztésű motor fordulatszámának változtatására — az (5.173) összefüggés szerint és $U_k = \text{konst.}$ kapocsfeszültség esetén — két lehetőség van: az armatúrákörrel előtét-ellenállás sorba kapcsolása és a gerjesztőtekerccsel szabályozó ellenállás párhuzamos kapcsolása.

Az armatúrával sorba kapcsolt előtét-ellenállással a fordulatszámot csak csökkenteni lehet. Az előtét-ellenállás egyes fokozatainak bekapcsolásával elérhető fordulatszám-változtatást az 5.181. ábra folytonos jelleggörbéi szemléltetik. A kapcsolás azonos az indításnál ismertetett megoldással, azzal a különbséggel, hogy az ellenállást itt tartós üzemi áramra kell méretezni. Ebből fakad e módszer hátránya is, mivel az előtét-ellenálláson tartósan átfolyó armatúraáram jelentős veszteséget okoz.



5.181. ábra. Soros gerjesztésű motor $M = f(n)$ jelleggörbéi előtét-ellenállásos (folytonos vonal) és mezőgyengítéses (szaggatott vonal) fordulatszám-változtatásnál



5.182. ábra. Soros gerjesztésű motor mezőgyengítéses fordulatszám-változtatásának kapcsolási vázlata

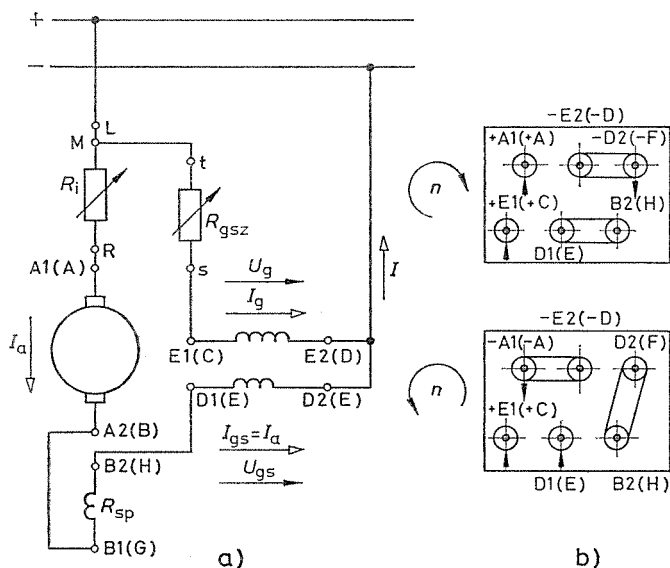
A gerjesztés csökkentésével (mezőgyengítéssel) a fordulatszám növelhető. Soros motornál a kapcsolás elvét az 5.182. ábra szemlélteti. A gerjesztőáramot a gerjesztőtekerccsel párhuzamosan kapcsolt R_{gsz} gerjesztésszabályozó ellenállással csökkentjük, miáltal a fordulatszám növekszik. Az ellenállást tartalmazó ágot nem szabad teljesen rövidre zárni, mert akkor nincs gerjesztés, csak a remanencia marad a motorban, ezért a motor megszalad. A jelleggörbéket az 5.181. ábra szaggatott jelleggörbéi szemléltetik. Ez a szabályozási mód gyakorlatilag veszteségmentes, mert az eredő belső ellenállást csökkenti.

5.4.5. A vegyes gerjesztésű motor üzeme

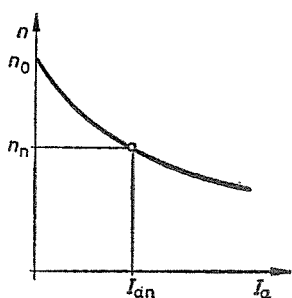
A vegyes gerjesztésű motor átmenet a párhuzamos és a soros gerjesztésű motor között. A motornak soros gerjesztés mellett párhuzamos gerjesztése is van. Kapcsolási rajzát az 5.183a ábra szemlélteti. A b) ábrán a motor kapocstáblája látható a kívánt forgásiránynak megfelelő kötésekkel és hálózati csatlakozással.

A motor üzemi tulajdonságait szemléltető jelleggörbék a soros és a párhuzamos gerjesztésű motorok jelleggörbéiből építhetők fel. A soros és a párhuzamos gerjesztés arányának megválasztásával a legkülönbözőbb üzemi követelményeket kielégítő motorokat lehet megvalósítani a tisztán soros és tisztán párhuzamos jellegűek között. A következő ábrákon látható jelleggörbék a kettő közötti átmenetet szemléltetik.

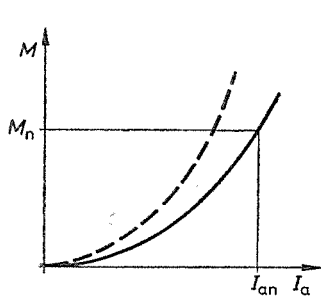
A motor *fordulatszám–armatúraáram jelleggörbéje* az 5.184. ábrán látható. Mivel a motornak – a párhuzamos gerjesztés következtében – meghatározott üresjárású fordulatszáma van, üresjárásban nem szalad meg, de fordulatszáma a terheléssel jelentősen változik, így a soros gerjesztés miatt nem fordulattartó jellegű.



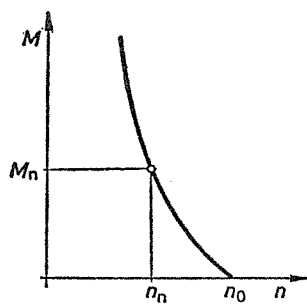
5.183. ábra. Vegyes gerjesztésű motor
a) kapcsolási vázlat; b) a kapocstábla vázlata



5.184. ábra. Vegyes gerjesztésű motor $n = f(I_a)$ jelleggörbéje



5.185. ábra. Vegyes gerjesztésű motor $M = f(I_a)$ jelleggörbéje



5.186. ábra. Vegyes gerjesztésű motor $M = f(n)$ jelleggörbéje

A *nyomaték változását az armatúraáram függvényében* az 5.185. ábra szemlélteti. A görbe emelkedése a párhuzamos gerjesztésűnél nagyobb, viszont a sorosénál kisebb.

A *mechanikai jelleggörbe*, vagyis a *nyomaték változása a fordulatszám függvényében* az 5.186. ábrán látható. E jelleggörbe az előbbi kettőből szerkeszthető meg. A görbe – miként a soros motornál – hiperbola jellegű, de határozott üresjárású fordulatszáma van.

A vegyes gerjesztésű motor üzemi tulajdonságaira – indítás, forgásirány-változtatás, fékezés és fordulatszám-változtatás – a párhuzamos és a soros motornál ismertetett elvekből következtethetünk, ezért ezekkel itt nem foglalkozunk.

5.4.6. Változtatható feszültségről táplált egyenáramú motorok

Az előzőekben a különböző típusú egyenáramú motorok üzemet vizsgáltuk meg $U_k = \text{konst.}$ kapcsolófeszültségű táplálás esetén. Az ismertetett módszerek az armatúrakörbe kapcsolt előtét-ellenállások alkalmazásán alapulnak, és ezek mind hajtástechnikai, mind gazdaságossági (energetikai) szempontból korlátozott lehetőségek. A hajtás korszerű követelményeit ma már csak a változtatható feszültségű áramforrások tudják maradéktalanul kielégíteni. Ezek ugyanis indítás, forgásirány-változtatás, fékezés és fordulatszám-változtatás terén kedvezőbb lehetőségeket biztosítanak.

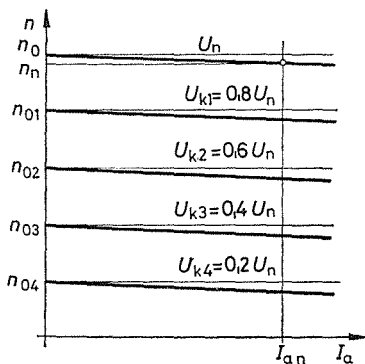
a) **Párhuzamos és soros gerjesztésű motorok jelleggörbéi változtatható feszültségű táplálás esetén.** Az (5.159), ill. az (5.164) összefüggés szerint a fordulatszám:

$$n = \frac{U_k - I_a R_a}{c\Phi} \frac{1}{s}$$

Párhuzamos gerjesztésű motor esetén az (5.167) összefüggésből I_a -t kifejezve és helyettesítve:

$$n = \frac{U_k}{c\Phi} - \frac{I_a R_a}{c\Phi} = \frac{U_k}{c\Phi} - \frac{M R_a}{k'\Phi^2} \quad (5.177)$$

Az összefüggésből megállapítható az U_k kapcsolófeszültség változtatásának hatása az $n = f(I_a)$ és $M = f(n)$ jelleggörbék alakulására. Az 5.187. ábra a párhuzamos ger-



5.187. ábra. Párhuzamos gerjesztésű motor $n = f(I_a)$ jelleggörbéi különböző kapcsolófeszültségek esetén

jesztésű motor $n = f(I_a)$ jelleggörbeseregét mutatja be a kapcsolófeszültség arányos változtatása esetén. Az ábrából kitűnik, hogy a kapcsolófeszültség változtatása meghatározza az üresjárási fordulatszámot és a jelleggörbék alakját. Ha az armatúrávisszahatástól eltekintünk, akkor a jelleggörbék egymással párhuzamosan eltolódulattartó egyenesek.

Soros gerjesztésű motoroknál az n -re kapott összefüggést az (5.172) szerint átalakítva:

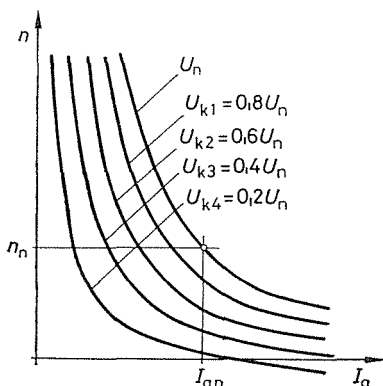
$$n = \frac{U_k}{k' I_a} - \frac{R_a}{k'} = \frac{a}{I_a} - b \frac{1}{s} \quad (5.178)$$

ill. az (5.174) helyettesítéssel az

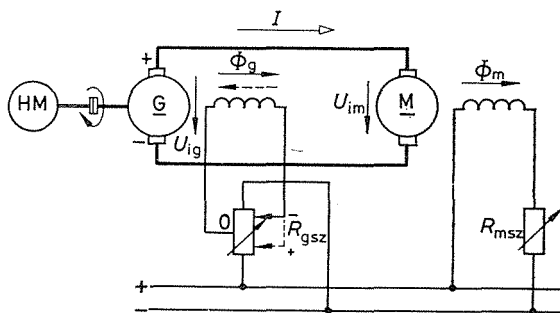
$$n = \frac{U_k}{k'' \sqrt{M}} - \frac{R_a}{k'} = \frac{A}{\sqrt{M}} - b \quad (5.179)$$

összefüggéseket kapjuk. Ennek alapján itt is meghatározható az U_k kapcsolófeszültség változásának hatása az $n = f(I_a)$ és $M = f(n)$ jelleggörbe alakulására. Az 5.188. ábra a soros gerjesztésű motor $n = f(I_a)$ jelleggörbeseregét szemlélteti a kapcsolófeszültség arányos változtatása esetén. Ebben az esetben U_k változtatása – a hiperbolaszzerű jelleggörbék alakját és helyzetét határozza meg.

A kapcsolófeszültség változtatásának hagyományos megoldása a *Ward–Leonard*-rendszer, ezért először ennek leírásával és működésével foglalkozunk. Tesszük ezt annál is inkább, mivel a rendszer előző ismereteink alapján jól áttekinthető, megállapításaink pedig a többi módszerekre is alkalmazhatók.



5.188. ábra. Soros gerjesztésű motor $n = f(I_a)$ jelleggörbéi különböző kapcsolófeszültségek esetén



5.189. ábra. *Ward–Leonard*-hajtás elvi vázlata

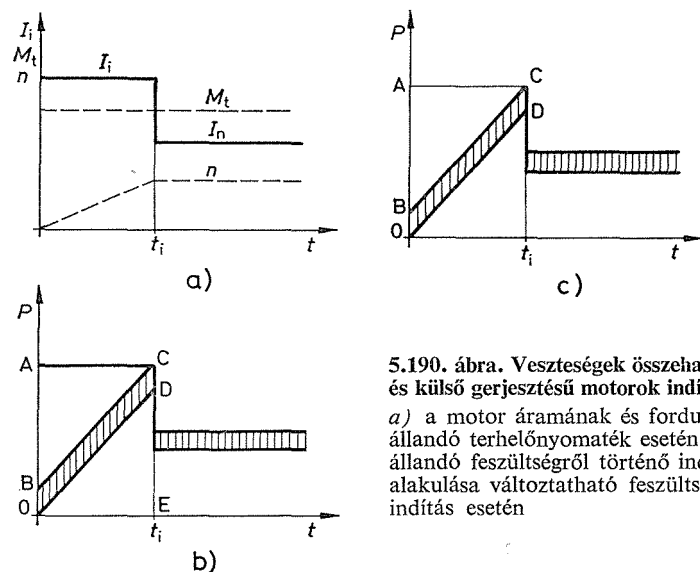
b) **Ward–Leonard-hajtás.** Az egyenáramú, változtatható feszültségű energiát a G külső gerjesztésű, egyenáramú generátor adja (5.189. ábra), amelyet HM hajtómotor (bármilyen erőgép lehet) gyakorlatilag állandó fordulatszámúval hajt. A generátor-forgórész kapcsolójához csatlakozik a külső gerjesztésű M motor forgórésze. Mind a generátor, mind a motor gerjesztőtekercsét egyenáramú segédáramforrás táplálja. Ez lehet külön hajtású, párhuzamos (vegyes) gerjesztésű generátor, de lehet olyan generátor is, amely szintén a hajtómotortól kapja hajtását. A gerjesztések beállítására mind a motor, mind a generátor részére külön gerjesztésszabályozó ellenállás van beépítve; R_{msz} a motor, R_{gsz} pedig a generátor részére. Az R_{gsz} gerjesztésszabályozó ellenállás feszültségosztóként van kiképezve. Ez lehetővé teszi a generátor gerjesztőáramának, ill. feszültségének irányváltását, ami egyszerű és könnyű forgásirányváltoztatást tesz lehetővé. A gerjesztőáram nagyságát a csúszóérintkezőnek a középmegszapolástól való elmozdításával lehet változtatni.

Az elmondottak alapján a *Ward–Leonard*-hajtás üzembe helyezése a következők szerint történik: a gerjesztőkört tápláló segédáramforrás feszültségét, majd R_{msz} -szel a motor gerjesztését névleges értékre, R_{gsz} -szel pedig a generátor gerjesztésszabályozóját középpállásba (nullaállásba) állítjuk. Ekkor a generátor gerjesztőtekercsében

nem folyik áram, a remanencia folytán indukált feszültség pedig olyan kicsi, hogy hatására a motor nem indul meg. Az R_{gsz} feszültségosztón a csúszóérintkezőt a középpállásból egyik irányba fokozatosan elmozdítva, a generátor gerjesztése és ezzel együtt kapocsfeszültsége is nő. Az M motor megindul, és a kapocsfeszültség növekedésével fordulatszáma is egyre nagyobb lesz, végül eléri a beállított feszültségnek megfelelő fordulatszámot.

Ha a feszültségosztón a csúszóérintkezőt középpállásból ellenkező irányba toljuk el (az ábrán szaggatott vonal), akkor megváltozik a generátor gerjesztőáramának iránya, következésképpen az armatúraáram iránya is, így a motor irányt vált. A motor fordulatszámának változtatására további lehetőséget ad Φ_m -nek az R_{msz} -szel való változtatása. A következőkben a *Ward–Leonard*-hajtás indításakor, fékezésekor és fordulatszám-változtatásakor felmerülő üzemi tapasztalatokat ismertetjük.

Indítás. A *Ward–Leonard*-hajtást úgy indítjuk, hogy a motor teljes gerjesztése mellett az armatúrára kapcsolt feszültséget nullától fokozatosan növeljük a tervezett fordulatszámnak megfelelő értékig. Ebből kifolyólag indító-ellenállásra nincs szükség, így energiavesztése elmarad.



5.190. ábra. Veszteségek összehasonlítása párhuzamos és külső gerjesztésű motorok indításánál

a) a motor áramának és fordulatszámának változása állandó terhelőnyomaték esetén; b) a veszteségek alakulása állandó feszültségről történő indítás esetén; c) a veszteségek alakulása változtatható feszültségű hálózatról történő indítás esetén

Az 5.190. ábra az állandó és a változtatható kapocsfeszültségű indítás veszteségeit hasonlítja össze. Az összehasonlításnál feltételeztük, hogy a terhelőnyomaték és az indítóáram állandó, ami az indító-ellenállás folyamatos kiiktatásával érhető el. A motor t_i idő alatt éri el állandósult fordulatszámát (5.190a ábra). Az állandó feszültségről történő indítási veszteségek alakulása a b) ábrán látható. A hálózatról felvett energia a t_i indítási idő alatt az $ACEO$ területtel arányos. Ebből t_i idő alatt az indító-ellenállásra eső veszteség az ABC , a motorra eső a $BCDO$ területtel arányos, a hasznos energia pedig az ODE területtel. A változtatható feszültségről történő indítási veszteségek alakulását, valamint az energiamegtakarítást is a c) ábra szemlélteti. Ez a megtakarítás főleg a gyakori indítású gépeknél fontos.

Forgásirány-változtatás, fékezés. A generátor gerjesztőáramának irányát változtatva a generátor ellenkező polaritással gerjed. Ezzel megváltozik a generátor,

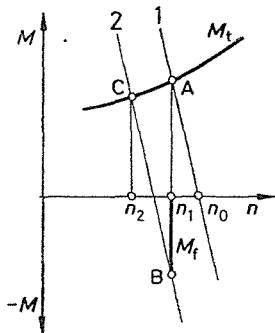
ill. a motor armatúraáramának iránya is. Mivel a motor gerjesztésének iránya változatlan, a motor forgásiránya megfordul.

A *Ward–Leonard*-hajtásnál a **generátoros (rekuperációs) fékezésnek** van a legnagyobb jelentősége, mert ez külön berendezés nélkül is megvalósítható és gazdaságos. A fékezőnyomaték keletkezésének vizsgálatára írjuk fel a generátor – motor armatúrakörének feszültségegyenletét az 5.189. ábra jelölésével:

$$U_{iG} = U_{iM} + I \Sigma R. \quad (5.180)$$

Generátorüzemben az armatúraáramnak irányt kell változtatnia, és ez csak akkor lehetséges, ha $U_{iM} > U_{iG}$, vagyis amikor a motor villamosan táplálja a generátort. Ez utóbbi ekkor motorüzembe kerül és hajtja a hajtómotort, amely – ha villamos motor – visszatáplál a villamos hálózatba.

Nagyobb fordulatszámról kisebb fordulatszámra való áttérés tehát generátoros fékezéssel úgy valósítható meg, hogy a generátor feszültségét a kisebb motorfordulatszámnak megfelelő értékre csökkentjük. A nyomaték – fordulatszám jelleggörbéket az 5.191. ábra szemlélteti. A motor az 1 jelleggörbe *A* munkapontjában n_1 fordulatszámmal motorüzemben dolgozik. Ha a motort n_2 fordulatszámra akarjuk lefékezni, akkor a generátor kapcsolófeszültségének csökkentésével beállítjuk a 2 jelleggörbét. Ekkor az n_1 fordulatszámú motor munkapontja a 2 jelleggörbe *B* pontjába kerül. Mivel $U_{iM} > U_{iG}$, a motor generátorüzemben M_f fékezőnyomatékot fejt ki.



5.191. ábra. Külső gerjesztésű motor generátoros fékezésének jelleggörbéje

A fékezés – az M_f fékezőnyomatékot figyelembe véve – a 2 jelleggörbe *C* munkapontjának eléréséig tart, ahol n_2 fordulatszámon a terhelőnyomaték egyenlő a hajtónyomatékkal.

Hatásosabb az **ellenáramú fékezés**. Ekkor a generátor gerjesztését a gerjesztésszabályozó megfelelő beállításával megfordítjuk. A generátor feszültsége polaritást vált, a motor lefékeződik, majd – ha a csúszóérintkezőt nem állítjuk középállásba – a motor ellenkező irányban forgásnak indul. Ezért az ellenáramú fékezés nagy figyelmet követel, viszont a megállásig gyors és hatásos fékezési lehetőséget biztosít.

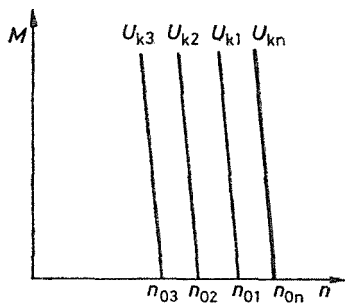
Fordulatszám-változtatás. Az (5.177) összefüggés, valamint az 5.187. ábra kapcsán már foglalkoztunk a fordulatszám és a terhelőáram, ill. a nyomaték közötti kapcsolattal az U_k kapcsolófeszültség változása függvényében. Az 5.192. ábra a nyomaték változását mutatja a fordulatszám függvényében különböző kapcsolófeszültségeken. A görbék a névleges feszültséghez tartozó görbéhez viszonyítva párhuzamosan tolódnak el, és megtartják fordulatszám-tartó jellegüket. E fordulatszám-változtatási mód – a párhuzamos gerjesztésű motoroknál említett – mezőgyengítéses for-

dulatszám-változtatási móddal is kiegészíthető. A fordulatszám a feszültséggel lineárisan változik. Mivel a fluxus és a megengedett terhelőáram állandó, a terhelőnyomaték az egész változtatási szakaszon állandó, és a teljesítmény lineárisan változik a feszültséggel (5.193. ábra). Az ábrán U_{\min} az a legkisebb feszültség, amelynél a motor még nyomatékot tud kifejteni. A nyomaték állandósága következtében ezt a fordulatszám-változtatási módot *nyomatéktartónak* mondjuk.

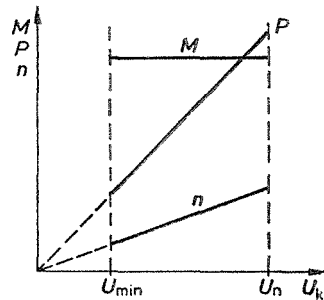
A Ward—Leonard-hajtás hatásfoka. A *Ward—Leonard*-hajtás hatásfoka:

$$\eta = \eta_H \eta_G \eta_M, \quad (5.181)$$

ahol η_H a generátort hajtó gép; η_G a motort tápláló generátor; η_M a villamos motor hatásfoka. A többszöri energiaátalakítás következtében az eredő hatásfok meglehetősen kicsi. Ez különösen a kisebb teljesítményegységekből felépített hajtásoknál szem-



5.192. ábra. Külső gerjesztésű motor $M = f(n)$ jelleggörbéi a kapcsolófeszültség változtatásakor



5.193. ábra. Külső gerjesztésű motor nyomatéka, fordulatszáma és teljesítménye a kapcsolófeszültség függvényében

betűnő. A *Ward—Leonard*-hajtás további hátrányaként kell megemlíteni viszonylag nagyobb beruházási költségeit.

A hátrányaival szemben azonban jelentős előnyei vannak. Ezek közül is számottevő: tetszőleges fordulatszámon lehet létrehozni motor- vagy generátor- (fék-) üzemet; fékezéskor — ha a hajtómotor villamos motor — a fékezés minden esetben visszatápláló jellegű; a gerjesztésváltoztatáshoz kis teljesítmény szükséges, a névleges teljesítmény 0,3...2%-a; a fordulatszám-változtatás tág határok között lehetséges. Említett előnyei folytán a nagy teljesítmény- és forgásirány-változtatás igényű szerzőgépek, hengerművek, aknazállítógépek hajtására előnyösen használják.

Korszerű berendezésekben a generátort ma már mindinkább vezérelhető áramirányítóval helyettesítik. Ebben az esetben *áramirányítós Ward—Leonard*-hajtásról beszélünk.

c) Párhuzamos és soros gerjesztésű motorok párhuzamos és soros kapcsolása. Mindkét motortípusnál alkalmazható a motorok párhuzamos, ill. soros kapcsolása. Az előbbi esetben a motorokra a teljes kapcsolófeszültség, az utóbbi esetben pedig a kapcsolófeszültség fele jut.

Párhuzamos gerjesztésű motorok soros kapcsolása esetén csak a forgórész szabad sorba kapcsolni, a gerjesztőtekercecsek párhuzamosan kötendők. Erre a gerjesztés állandó értéken tartása érdekében van szükség. Ebben az esetben a motorok fél fordulatszámon működnek, és megtartják fordulattartó jellegüket.

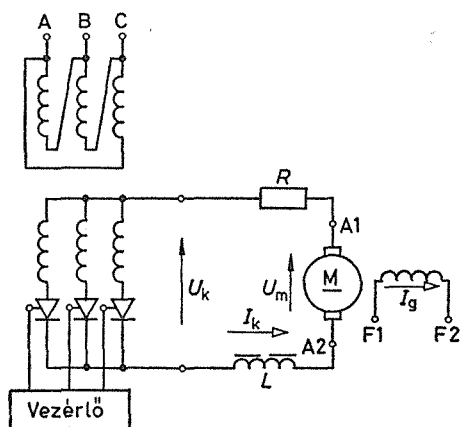
Soros gerjesztésű motorok soros kapcsolása esetében — változatlan terhelő-áram esetén — közel fél fordulatszámon működnek, és a motorok megtartják teljesítménytartó jellegüket. Soros gerjesztésű motorok párhuzamos és soros kapcsolású üzemét elterjedten alkalmazzák a vasúti vontatásban.

d) **Áramirányítós hajtások.** Az ipari teljesítményelektronika gyors fejlődése következtében egyre jobban terjednek az áramirányítós hajtások, és várható, hogy a hagyományos *Ward—Leonard*-hajtást is ki fogják szorítani. Az áramirányító berendezések tárgyalása az ipari vagy teljesítményelektronika feladata, ezért ezzel itt nem foglalkozunk, csak utalunk az irodalomjegyzékben felsorolt, e témakörrel foglalkozó művekre.

Mind gyakoribb alkalmazásuk következtében célszerű összehasonlítani a hagyományos *Ward—Leonard*-hajtással. Előnyeik, hogy helyszükségletük jóval, beruházási összköltségeik pedig általában kisebbek; hatásfokaik az egész terhelési tartományban jobbak; gyakorlatilag felügyelet nélkül üzemben tarthatók minimális kezelési és karbantartási igénnyel; végül könnyebben szabályozhatók, mert ez irányú tulajdonságaik kedvezőbbek. Hátrányként kell viszont említeni, hogy a fordulatszám csökkentésével nő a meddőteljesítmény-igényük; a gyújtásszögvezérlés miatt a hálózat szempontjából komoly zavarforrásokat jelentenek; túlfeszültségekre és túláramokra érzékenyek, ezért bonyolult, gyors működésű védelemre szorulnak; a hagyományos felépítésű motorok terhelhetősége — a hullámos áramú táplálás következtében — csökken. A felsorolt hátrányok azonban az előnyök mellett — a készülékek fejlesztésével — egyre jobban háttérbe szorulnak, és ezért a vezérelt vagy vezérlés nélküli félvezetős áramirányítók elterjedésével egyre inkább számolni kell.

Az áramirányítós berendezések területén — a hajtás igényeinek megfelelően — már nagyon sok típust kifejlesztettek. Ezek közül — a *Ward—Leonard*-hajtással való összehasonlítás céljából — csak három változat elvi kapcsolását és működését ismertetjük, mert ezekből a többiek üzemére is következtetni lehet.

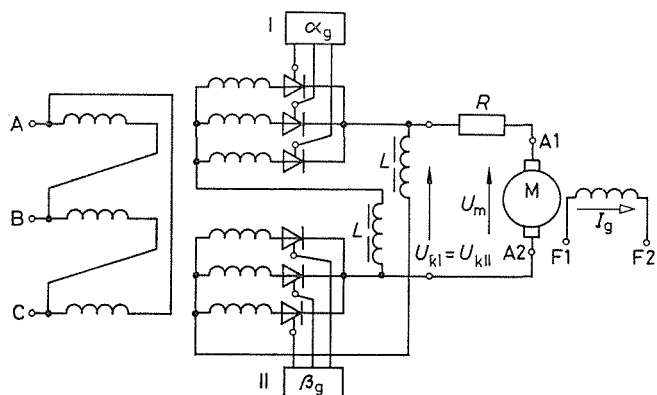
Háromfázisú, csillagpontú, vezérelt egyenirányító kapcsolással biztosítjuk a külső gerjesztésű, egyenáramú motor forgórészének táplálását, míg a gerjesztőtekercset egy más *egyenáramú áramforrásból* származó $I_g = \text{konst.}$ gerjesztőárammal gerjesztjük (5.194. ábra). Az ábrán a főáramkörbe rajzolt R ellenállás az armatúra és a vezetőek rezisztenciáját, L az egyenáramú kör öninduktivitását jelenti, U_k és I_k pedig az egyenirányított feszültség és áram középvértéke. A motoron átfolyó egyenáram



5.194. ábra. Külső gerjesztésű, egyenáramú motor táplálása háromfázisú, csillagpontos vezérelt egyenirányítóval

nagyságát a vezérlőkészülék gyújtásszög-késleltetéssel változtatja. A kapcsolás hátránya, hogy fékezés esetén nem tudunk energiát visszatáplálni a hálózatba, mert az áramirány megváltozását az egyenirányító szelepek megakadályozzák. Ezenkívül a motor forgásirányát sem tudjuk a kapcsoló feszültség irányának megváltoztatásával felcserélni.

Háromfázisú, csillagpontú, kettőshídú vezérelt egyenirányító kapcsolással az előbb említett hátrányokat ki lehet küszöbölni (5.195. ábra). A két egyenirányító berendezés gyújtásszög-késleltetéseit a vezérlőkészülékkel úgy állítják, hogy az egyik, *I* egység *egyenirányítóként*, a másik, *II* *váltóirányítóként* működik. Ha a két vezérlőkészülékkel a gyújtáskésleltetési szögeket növeljük, akkor ezáltal csökken az egyenirányí-



5.195. ábra. Külső gerjesztésű, egyenáramú motor táplálása háromfázisú, csillagpontos kettős hidas vezérelt egyenirányítóval

tott feszültség középértéke, és a motor indukált feszültsége nagyobb lesz az előbbinél: $U_{iM} > U_{kI} = U_{kII}$. A hajtott motor generátorüzembe kerül, és a váltóirányítón keresztül visszatáplál a hálózatba. A gyújtáskésleltetési szögek megfelelő állításával elérhető, hogy az egységek szerepet cserélnek, és az *I* egység működik váltóirányító és a *II* egység egyenirányító üzemben. Ekkor az armatúraáram és a feszültség iránya megfordul és a motor forgásirányt vált. Az *L* induktivitás egyrészt az egyenáram hullámosságát simítja, másrészt pedig a két egység között átfolyó keresztáramokat csökkenti.

Egyenáramú szaggatós kapcsolást akkor alkalmaznak, ha az egyenáramú áramforrás állandó feszültségű. Ilyen eset áll fenn, ha vezérlés nélküli egyenirányító berendezés vagy akkumulátor az áramforrás. Ilyen szaggatós kapcsolás látható az 5.196a ábrán. A szaggatott vonallal jelölt négyzetben levő kettősvezérlésű tirisztor – az egyszerűség kedvéért – olyan gyújtó- és oltótirisztoros berendezést ábrázol, amely egy adott vezérlőjelre a berendezést *vezetési állapotba* hozza, egy másik vezérlőjelre pedig a *vezetést kioltja*. A berendezés tehát az U_t bemeneti feszültséget (tápfeszültséget) a beállított vezérlőjeleknek megfelelően be-, ill. kikapcsolja.

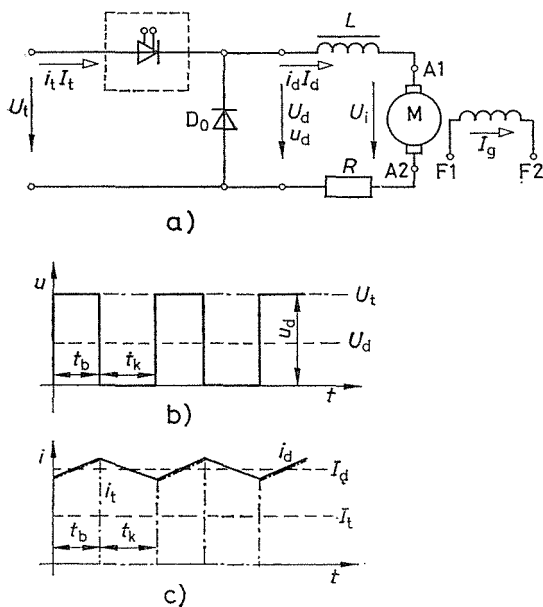
Az 5.196b ábra a feszültségek időbeli lefolyását szemlélteti. A berendezés az U_t feszültséget t_b ideig a motorra kapcsolja, ekkor a motor kapcsaira $u_d = U_t$ feszültség jut. A kioltás után t_k ideig – mivel D_0 dióda a motort rövidre zárja – $u_d = 0$.

Az állandó U_t tápfeszültséget tehát a berendezés átalakítja a motor kapcsaira jutó pulzáló u_d feszültséggé, amelynek középértéke:

$$U_d = U_t \frac{t_b}{t_b + t_k} = U_t a \quad (5.182)$$

folyamatosan változtatható 0 és U_t között.

Az 5.196c ábra az áramok időbeli lefolyását szemlélteti. A t_b bekapcsolási idő alatt $i_t = i_d$, a kioltás után t_k ideig $i_t = 0$. Ha az L öninduktivitás elég nagy, és a D_0 dióda helyes polaritással van bekapcsolva, akkor az induktivitás energiája a motoron



5.196. ábra. Egyenáramú szaggatós hajtás
a) elvi kapcsolási rajz; b) a feszültség változása; c) az áram változása

és a diódán keresztül kisül, így a motor áramát közel állandó értéken tartja. Ennek alapján $i_d = I_d$, és ezzel a tápáramkör áramának középértéke 0 és I_d érték között változik. Ennek középértéke:

$$I_t = I_d \frac{t_b}{t_b + t_k} = I_d a. \quad (5.183)$$

A két összefüggésből látható, hogy a rendszer úgy működik, mint egy változtatható áttételű, egyenáramú transzformátor, amelynek áttételét — itt *kitöltési tényezőnek* nevezzük — a be- és kikapcsolási idő arányának változtatásával módosíthatjuk. A két oldal (táp- és motoroldal) teljesítményére felírható:

$$U_t I_t = U_d I_d. \quad (5.184)$$

Az egyenáramú szaggatós berendezéssel történő feszültségcsökkentés *előnye* a hagyományos előtét-ellenállásos feszültségcsökkentéssel szemben, hogy — a szaggató kapcsolási veszteségeitől eltekintve — veszteségmentesen lehet a motorra jutó feszültség középértékét változtatni.

5.4.7. Az egyenáramú motorok veszteségei és hatásfoka

Egyenáramú gép hatásfokát a leadott és a felvett teljesítmény arányából határozzuk meg. Motorüzemben a gép villamos teljesítményt vesz fel, generátorüzemben pedig villamos teljesítményt ad le. E villamos teljesítmény mindkét esetben a gépben létrejövő veszteségekkel különbözik a tengelyteljesítménytől, amit motorüzemben P_h hasznos teljesítménynek is nevezünk. A veszteségek a következők:

a) **Főáramkörü veszteség, P_f .** A főáramkörü (armatúrakörü) veszteség két részből tevődik össze. Egyik része az armatúrán, a segédpóluson, a kompenzálótekerccsen és a soros gerjesztőtekerccsen hővé alakuló teljesítmény, a másik pedig a kefék vesztesége. Utóbbi a kefék és a kommutátorszzeletek közötti átmeneti ellenálláson fellépő feszültségesséssel vehető figyelembe, amit a gyakorlatban $U_{ke} = 2$ V-tal veszünk számításba. Ha a főáramkörü eredő ellenállás R , akkor a főáramkör vesztesége:

$$P_f = I_a^2 R + U_{ke} I_a \quad \text{W.}$$

b) **Gerjesztési veszteség, P_g .** A soros gerjesztésű motor gerjesztési veszteségét a főáramkörü veszteséghez számítjuk, ezért itt csak a párhuzamos és a külső gerjesztésű tekerccsek veszteségeit kell tekintetbe venni. Ha a gerjesztési feszültség U_g , a gerjesztőáram I_g , akkor gerjesztőtekerccs vesztesége:

$$P_g = U_g I_g \quad \text{W.}$$

c) **Vasveszteség, P_{va} .** A vasveszteség két részből tevődik össze: az *örvényáram-* és a *hiszterézisveszteségből*. A forgó armatúra vasteste is metszi a pólus erővonalait, a vasban feszültség indukálódik, amely örvényáramot hoz létre, és melegíti a vasat. Az örvényáram-veszteség csökkentése céljából a *vastestet lemezelik*. A forgó armatúra vasteste a pólusok alatt forog, és elfordulása után átmagneseződik, ami a hiszterézishurok területével arányos hiszterézisveszteséggel jár. A két veszteség együtt a vasveszteség. Megállapítása a d) pont szerinti.

d) **Mechanikai veszteségek, P_m .** A csapágysúrlódásból, a levegősúrlódásból és a kefék súrlódásából keletkező veszteségek, amelyek a motor fordulatszámától függenek.

A vas- és a mechanikai veszteségeket együttesen határozzuk meg *üresjárási mérés*szel. Az egyenáramú gépet motorként kapcsoljuk a hálózatra, ekkor a felvett teljesítmény a motor veszteségeit fedezi. (A soros motornak nincs meghatározott üresjárási fordulatszáma, ezért külső gerjesztésű motorként lehet mérés céljából a hálózatra kapcsolni.) Az üresjárársban felvett teljesítmény:

$$P_0 = P_f + P_g + (P_{va} + P_m) \quad \text{W,}$$

amiből a vas- és a mechanikai veszteség:

$$(P_{va} + P_m) = P_0 - (P_f + P_g).$$

e) **Járulékos veszteségek, P_j .** A felsorolt veszteségeken kívül egyéb veszteségek is vannak, amelyeket nehezen lehet mérni vagy számítani. Ilyenek: üresjárársban mért vas- és mechanikai veszteségek — az armatúra-visszahatás következtében — kisebbek, mint terheléskor; az armatúrafogokban sűrűsödő erővonalak forgás közbeni pulzációja ún. *fogpulzáció*s veszteséget okoz. A névleges teljesítményhez tartozó járulékos veszteség kompenzálatlan gépeknél a névleges teljesítmény 1%-a, kompenzált gépeknél pedig 0,5%-a.

Az összes veszteség tehát:

$$P_v = P_f + P_g + (P_{va} + P_m) + P_j \quad \text{W.} \quad (5.185)$$

A motor hatásfoka pedig:

$$\eta_M = \frac{P_h}{P} = \frac{P - P_v}{P} = \frac{U_k I - P_v}{U_k I}. \quad (5.186)$$

5.27. példa. Párhuzamos gerjesztésű, egyenáramú motor adatai a következők: $U_k = 220 \text{ V}$, $I_n = 30 \text{ A}$, $I_g = 1 \text{ A}$, $R_a = 0,75 \Omega$. Vas- és mechanikai veszteségek: $P_{va} + P_m = 260 \text{ W}$.

Határozzuk meg a motor leadott teljesítményét és hatásfokát.

A motor veszteségei a következők:

Főáramköri veszteség, mivel $I_{an} = I_n - I_g = 29 \text{ A}$.

$$P_f = I_{an}^2 R_a + U_{ke} I_{an} = 29^2 \text{ A}^2 \cdot 0,75 \text{ V/A} + 2 \text{ V} \cdot 29 \text{ A} = 631 \text{ W} + 58 \text{ W} = 689 \text{ W}.$$

Gerjesztési veszteség, mivel $U_g = U_k = 220 \text{ V}$.

$$P_g = U_g I_g = 220 \text{ V} \cdot 1 \text{ A} = 220 \text{ W}.$$

Járárlékos veszteség, mivel kompenzálatlan a motor, 1%.

$$P_j = 0,01 U_k I_n = 0,01 \cdot 220 \text{ V} \cdot 30 \text{ A} = 66 \text{ W}.$$

Az összes veszteség az (5.185) szerint:

$$P_v = P_f + P_g + (P_{va} + P_m) + P_j = 689 \text{ W} + 220 \text{ W} + 260 \text{ W} + 66 \text{ W} = 1235 \text{ W} = 1,235 \text{ kW}.$$

A motor felvett teljesítménye

$$P = U_k I_n = 220 \text{ V} \cdot 30 \text{ A} = 6600 \text{ W} = 6,6 \text{ kW}.$$

A motor leadott teljesítménye

$$P_h = P - P_v = 6600 \text{ W} - 1235 \text{ W} = 5365 \text{ W} = 5,365 \text{ kW},$$

és a motor hatásfoka az (5.186) szerint

$$\eta = \frac{P_h}{P} = \frac{P - P_v}{P} = \frac{U_k I_n - P_v}{U_k I_n} = \frac{220 \text{ V} \cdot 30 \text{ A} - 1235 \text{ W}}{220 \text{ V} \cdot 30 \text{ A}} = \frac{5365 \text{ W}}{6600 \text{ W}} = 0,81.$$

$$\eta = 81\%.$$

5.28. példa. Soros gerjesztésű, egyenáramú motor belső ellenállása (armatúra és segédpólus) $R_a = 0,189 \Omega$, a gerjesztőkör ellenállása $R_g = 0,084 \Omega$. Üzemállapotban terhelési mérést végezve a következő adatokat kaptuk: a hasznos (tengely-) teljesítmény $P_h = 52,3 \text{ kW}$, a fordulatszám $n = 650 \text{ min}^{-1}$ ($10,83 \text{ s}^{-1}$), vagyis a szögsebesség $\omega = 68 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, a kapcsolófeszültség $U_k = 550 \text{ V}$, az armatúra indukált feszültsége $U_i = 521 \text{ V}$.

Határozzuk meg a motor áramát, felvett teljesítményét, hatásfokát, nyomatékát és veszteségeit az adott üzemállapotban.

Az (5.164) összefüggésből a motor árama

$$I = \frac{U_k - U_i}{R_a + R_g} = \frac{550 \text{ V} - 521 \text{ V}}{(0,189 + 0,084) \text{ V/A}} = 106,2 \text{ A}.$$

A felvett teljesítmény

$$P = U_k I = 550 \text{ V} \cdot 106,2 \text{ A} = 58\,420 \text{ W} = 58,42 \text{ kW}.$$

A hatásfok

$$\eta = \frac{P_h}{P} = \frac{52,3 \text{ kW}}{58,42 \text{ kW}} = 0,895.$$

$$\eta = 89,5\%.$$

A motor nyomatéka

$$M = \frac{P}{\omega} = \frac{52,3 \cdot 10^3 \text{ W}}{68 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}} = 769 \text{ m} \cdot \text{N}.$$

Az összes veszteség

$$P_v = P - P_h = (58,42 - 52,3) 10^3 \text{ W} = 6,12 \text{ kW}.$$

A gerjesztőtekercs vesztesége

$$P_g = I^2 R_g = 106,2^2 \text{ A}^2 \cdot 0,084 \text{ V/A} = 947,4 \text{ W}.$$

Az armatúraveszteség

$$P_a = I^2 R_a + U_{ke} I = 106,2^2 \text{ A}^2 \cdot 0,189 \text{ V/A} + 2 \text{ V} \cdot 106,2 \text{ A} = 2344 \text{ W} = 2,344 \text{ kW}.$$

A vas- és a mechanikai (súrlódási és ventilációs) veszteségek

$$(P_{va} + P_m) = P_v - (P_g + P_a) = 6120 \text{ W} - 947,4 \text{ W} - 2344 \text{ W} = 2829 \text{ W} = 2,829 \text{ kW}.$$

5.4.8. Az egyenáramú motorok alkalmazása

a) **Jellemző üzemi adatok.** Az egyenáramú motorokra – jól látható helyen – *adattáblát* erősítenek, amely a motor jellemző üzemi adatait tartalmazza névleges terhelés esetén. Az adattábla méretét és a feltüntetendő adatokat szabvány írja elő. Ezek a következőkre terjednek ki: a gyártó neve, a gép típusa, rendeltetése (motor, generátor), gyártási száma és éve, névleges feszültsége, kapcsolása (soros, párhuzamos stb.), az áramnem jelzése, áramerőssége, teljesítménye, (hasznos, ill. tengelyteljesítménye), fordulatszáma (motornál teljes terheléssel, főáramkörű motornál nevezőben az üzemszerűen megengedett legnagyobb fordulatszám is), a névleges feszültséghez tartozó gerjesztőfeszültsége, a névleges teljesítményhez tartozó gerjesztőárama, védettsége, tömege.

A motorok méretadatait és bővebb üzemi jellemzőit a gyártó üzemek *katalógusai* tartalmazzák. A körvonalméretek az elhelyezhetőség, az alapozás, a villamos csatlakozás stb. szempontjából; a tengelymagasság és egyéb tengelyméretek pedig a hajtott géphez való csatlakozás szempontjából szükségesek. Az alkalmazás helyével kapcsolatos fontos szerkezeti kérdés a motor védettsége is. Az üzemi jellemzők közül a teljesítmény és a fordulatszám mellett a nyomaték–fordulatszám összefüggése a legfontosabb.

A szerkezeti igények és az üzemi jellemzők nagyszámú variációjának kielégítésére igen sokféle motort gyártanak. Ezek közül az adott hajtáshoz legmegfelelőbb fajta kiválasztása a munkagép tulajdonságainak jó ismeretét és a rendelkezésre álló katalógusok gondos tanulmányozását igényli.

b) **Egyes motorfajták alkalmazási területei.** Az *egyenáramú motoroknak több hátrányuk van az aszinkron motorokkal szemben*, így a nagyobb beruházási költségek,

külön egyenáramú áramforrás szükségessége, a nagyobb karbantartási költségek és a rövidebb élettartam. Mégis nagy indítónyomatéka és könnyű fordulatszám-változtatási lehetősége sok területen versenyképessé teszi. A korszerű félvezetők elterjedésével az egyenáramú motorok táplálása egyszerűsödik, és ez nagyméretben hozzájárul az egyenáramú hajtás elterjedéséhez, főleg a szabályozott hajtások területén. Az egyes motorfajták eltérő üzemi tulajdonságúak, így alkalmazásuk is különböző területekre korlátozódik.

Párhuzamos (vagy más néven *sönt*) **gerjesztésű motort** ott használnak, ahol a terheléstől független fordulatszámra és egyszerű fordulatszám-változtatásra van szükség. Előnyösen alkalmazzák szerszámgépek, szivattyúk, kompresszorok, textil-, papír- és nyomdaipari gépek hajtására. Szállítóberendezések és hengerművek hajtása esetén gyakran alkalmazzák a külső gerjesztésű *Ward—Leonard*-kapcsolásban.

A **soros gerjesztésű motor** fő alkalmazási területe a vasútiüzem, a közúti villamos vontatás és újabban a nagyvasúti mozdonyok. Itt a motor sohasem járhat üresen, továbbá nagy indító- és gyorsítónyomatéokra és terheléstől függő fordulatszámra van szükség.

Vegyes gerjesztésű motorok legfőbb alkalmazási területe ott van, ahol lökésszerű terhelések üresjárással váltakoznak, mint pl. hengesorok, felvonók, sajtológépek. Igen nagy előnyük, hogy a soros és a párhuzamos gerjesztés arányának megválasztásával a különleges hajtási igényeket is kielégítik.

5.29. példa. Párhuzamos gerjesztésű, egyenáramú motor vele közvetlenül kapcsolt hegesztőgenerátort hajt. Mekkora a motor áramfelvétele, ha a generátor árama $I_{ga} = 300$ A, feszültsége $U_{gk} = 26$ V és összes vesztesége $P_v = 1720$ W. A motort $U_k = 220$ V-os egyenáramú hálózatról tápláljuk, és hatásfoka $\eta_m = 0,84$.

A generátor által felvett teljesítmény

$$P_g = U_{gk} I_{ga} + P_v = 26 \text{ V} \cdot 300 \text{ A} + 1720 \text{ W} = 9520 \text{ W} = 9,52 \text{ kW}.$$

A motor által a hálózatról felvett teljesítmény

$$P_m = \frac{P_g}{\eta} = \frac{9520 \text{ W}}{0,84} = 11\,334 \text{ W} \approx 11,3 \text{ kW}.$$

A motor áramfelvétele

$$I_{ma} = \frac{P_m}{U_k} = \frac{11\,334 \text{ V} \cdot \text{A}}{220 \text{ V}} = 51,5 \text{ A}.$$

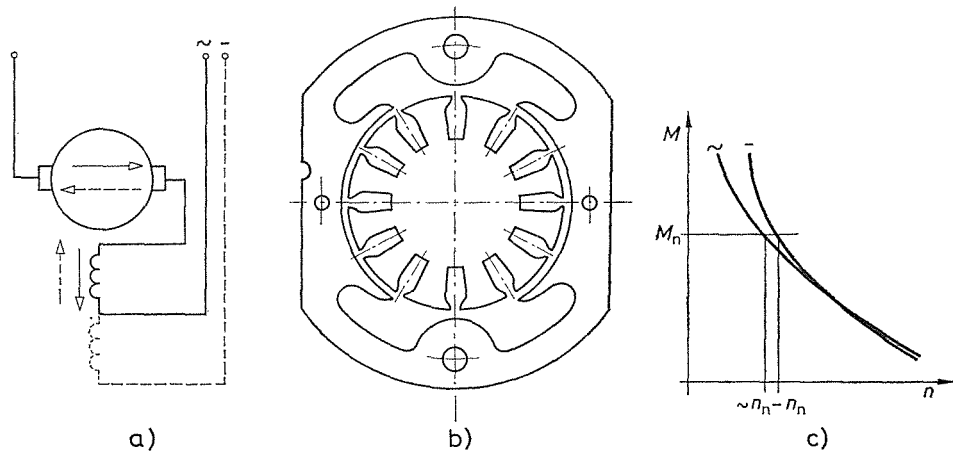
5.4.9. Egyfázisú, soros gerjesztésű, kommutátoros motor

Az egyfázisú, soros gerjesztésű kommutátoros motor felépítése és kapcsolási elve hasonló az egyenáramú, soros gerjesztésű motorhoz. Ez utóbbi akkor is forgásba jön, ha váltakozóáramú hálózatra kapcsoljuk. Ez abból következik, hogy az áram iránya az armatúratekerceslésben és a gerjesztőtekercesben egyszerre változik (5.197a ábra), így a nyomaték azonos irányú marad. A soros gerjesztésű kommutátoros motor tehát egyen- és váltakozóáramú táplálás esetén egyaránt működik, ezért alkalmas *univerzális* — *mindkét áramnemre* használható — motor céljára megfelelő szerkezeti kialakítással.

E motortípus szerkezeti kialakítása eltér a soros gerjesztésű, egyenáramú motorétól, mert a váltakozó fluxus miatt állórésze is lemezelt vasmagból készül (5.197b ábra). Kisebb gépek esetén (kb. 350 W-ig) kiálló pólusai vannak, nagyobb gépek esetén

pedig az állórész is hengeres, amelynek hornyaiban helyezkednek el a gerjesztőtekerccsek. Ez utóbbi típust már segédpólussal és kompenzálótekerccsel is ellátják. A forgórészen kommutátoros tekercselés van, amely a keféken keresztül sorba van kötve a gerjesztőtekerccsel, ill. nagyobb gépeknél a segédpólussal és a kompenzálótekerccsel.

A motor fő problémája a kefeszikrázás megszüntetése. Váltakozóáramú táplálás esetén a helyzet ilyen szempontból nehezebb mint egyenáramúnál, mert a periodikusan váltakozó fluxus a kefék által rövidre zárt menetekben ún. transzformátoros feszültséget is indukál, amelynek ellensúlyozása nagyon nehéz.



5.197. ábra. Univerzális motor

a) elvi kapcsolási rajz; b) álló- és forgórész-vaslemez; c) $M = f(n)$ görbe egyen- és váltakozóáramú táplálás esetén

Az 5.197c ábra az $M = f(n)$ jelleggörbéket ábrázolja egyen- és váltakozóáramú táplálás esetén. Ebből látható, hogy a névleges nyomatéknál egyenáramú táplálás esetén nagyobb a fordulatszám – ugyanazon menetszámú gerjesztőtekerccsel –, mint váltakozóáramú táplálásnál. Ezért általában a gerjesztőtekerccset megcsapolásokkal készítik, a nagyobb menetszámot az egyenáramú, a kisebb menetszámot pedig a váltakozóáramú üzem számára (az 5.197a ábrán a szakadozott vonal). Helyes „megcsapolással” elérhető, hogy a két görbe metszéspontja a névleges nyomaték helyére essék. A hálózati zavarok csökkentése érdekében az univerzális motorok gerjesztőtekerccse gyakran osztott, és az armatúra két végéhez szimmetrikusan csatlakozik. A kefeszikrázás zavarhatásának csökkentését gyakran a motorral párhuzamosan kapcsolt kondenzátorral érik el.

A kis teljesítményű univerzális motorok (kb. 350 W-ig) segédpólus és kompenzálótekerccsel nélkül készülnek, és a kefék helyes beállításával igyekeznek a viszonylag szikramentes kommutációt biztosítani. Ott alkalmazzák őket, ahol nagyobb indítónyomaték (pl. padlókeféltő gép), igen nagy fordulatszám (pl. porszívó, villamos kéziszerszámok) vagy általános alkalmazhatóság (pl. háztartási gépek, irodagépek stb.) szükséges, tehát egyenáramú és váltakozóáramú hálózatról is működnek. A nagyobb teljesítményű, egyfázisú, főáramkörű kommutátoros motorokat (kb. 1 MW-ig) csaknem kizárólag a vasúti üzemekben alkalmazzák, és 50 Hz, ill. 16 2/3 Hz üzemi frekvenciára készülnek.

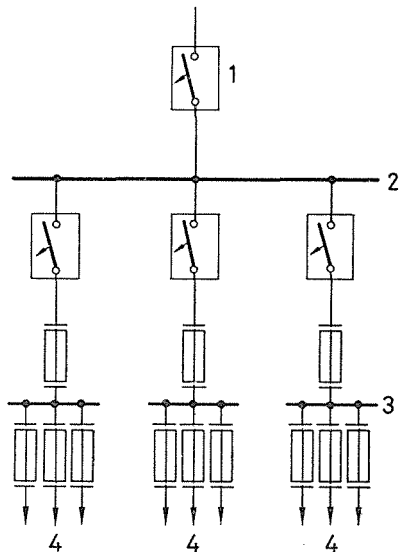
5.5. KISFESZÜLTSGŰ VILLAMOS HÁLÓZATOK

E témakörbe tartoznak az 1 kV-nál nem nagyobb névleges feszültségű, **erős-áramú** hálózatok. Hazánkban csaknem kizárólag 380/220 V feszültségű, háromfázisú, 50 Hz-es, közvetlenül földelt, továbbá különleges alkalmazásokban 220 V vagy 110 V feszültségű, közvetlenül földelt vagy földeletlen egyenáramú hálózatok kerülnek alkalmazásra.

5.5.1. A villamos hálózatok felépítése és tervezése

a) **A villamos hálózatok felépítése.** Az üzemet ellátó kisfeszültségű hálózat fő egységei: elosztók; kapcsoló-, védelmi és mérőberendezések; vezetékek.

Elosztók. Az üzem *főelosztója* rendszerint az energiaszolgáltató hálózat csatlakozási helyének közelében, az *alelosztók* épületenként, helyiségenként, fogyasztó-csoportonként kerülnek felszerelésre (5.198. ábra). Egyes alelosztók a táplált berendezések energiakimaradás iránti érzékenységük szerint kettős tápvezetékekkel vagy másik alelosztóról való kiegészítőáplálással is készülhetnek.



5.198. ábra. A villamosenergia-elosztás vázlata:
1 főmegszakító; 2 főelosztó; 3 alelosztók; 4 fogyasztók

A kimenővonalak **kapcsoló- és védelmi szervei** általában az *elosztókban* vannak elhelyezve. Ezek közül legfontosabbak a *megszakítók* (ki- és be-) kapcsolásra, a túlterhelés és a zárlatvédelem ellátására; a *kismegszakítók* kapcsolásra, túlterhelés-védelemre, korlátozott mértékű zárlatvédelemre; a *mágneskapcsolók* kapcsolásra és túlterhelés-védelemre; a *kézikapcsolók* üzemi áram kapcsolására, a *szakaszolók* terhelés nélküli kapcsolásra; a *fogantyús olvadóbiztosítók* túlterhelés- és zárlatvédelemre, valamint terhelés nélküli kapcsolásra; a becsavarható (dugós-) *olvadóbiztosítók* túlterhelés- és zárlatvédelem céljára alkalmazhatók.

A **vezetékek** felhasználásuktól függően sokfélék lehetnek: *kábel* földbe vagy fedett betoncsatornába fektetve, betoncsőbe húzva, épületfalon vagy tartóállványokon vezetve, feszítősodronyon felfüggesztve; *kábelszerű szigetelt vezeték* falra szerelve, fedett csatornában vezetve vagy feszítősodronyon felfüggesztve; *műanyag* vagy *gumiszigetelésű vezeték szigetelőcsőbe* húzva, falon kívül szerelve vagy bevakolva; *műanyag* vagy *gumiszigetelésű vezeték acélcsőbe* húzva, falon kívül szerelve; *műanyag MM-vezeték* védőcső nélkül falba vakolva.

A vezetékfajta és a szerelési mód megválasztásának elsőrendű szempontja a vezeték és szerelvényeik környezeti hatásokkal szembeni védelme. Ilyenek pl. a mechanikai, a vegyi, a klíma- stb. hatások, de épületszerkezeti szempontok és a fogyasztókészülékek telepítési sajátosságai is szerepet kaphatnak.

b) A villamos hálózatok tervezése. A vezeték keresztmetszetének megválasztásakor legfontosabb tényezők: az áram által okozott *melegedés*, *vezetékvesztesség* és *feszültségesés*.

A **melegedés** — elsősorban a vezeték szigetelőanyagaira való hatásával — a vezeték élettartamát befolyásolja. Az e szempontból megengedhető terhelőáramot a vezeték gyártmánya, típusa, alkalmazási módja szerint gyári katalógusok és szabványok adják meg. A melegedés a vezeték környezeti viszonyaitól (elhelyezési módjától, a környezeti hőmérséklettől, hőleadási lehetőségeitől) is függ, amelyek befolyását korrekciós tényezők alkalmazásával veszik figyelembe. Ezeket szintén a gyári katalógusok és a szabványok tartalmazzák.

A **vezetékvesztesség** az áram négyzetének és a vezeték rezisztenciájának szorzatával arányos. Azonos áram esetén a nagyobb keresztmetszetű vezeték vesztesége kisebb, beruházási költsége viszont nagyobb. Az optimum ott van, ahol a vezeték évi veszteségenergia-költségének és amortizációs költségének összege a legkisebb. A legkisebb költség elve a keresztmetszet megválasztásának egyéb szempontjai miatt nem minden esetben érvényesíthető, de a tervezésnek mégis számba vehető paraméterét képezi.

Feszültségesés. Az energiaszolgáltató és a fogyasztó közötti hálózatrészen fellépő feszültségesést a fogyasztókészülékek helyes üzeme érdekében adott korláton belül kell tartani. A feszültségesés az U_T tápponti és az U_F fogyasztói feszültség számtani különbsége:

$$U_e = U_T - U_F \quad \text{V.}$$

Számításánál kábel, védőcsőbe húzott vagy vakolat alatti vezeték esetében csak a vezeték rezisztenciáját kell figyelembe venni, reaktanciái elhanyagolhatóan kicsinyek. Az 5.199a ábra két vezetőszálon táplált fogyasztót ábrázol. Az R rezisztenciájú vezetőszal feszültségesésének vizsgálatakor az I áramot I_h hatásos és I_m meddő összetevőjével helyettesítve a feszültségesés összetevői (5.199b ábra):

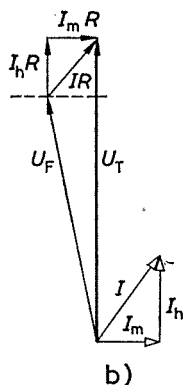
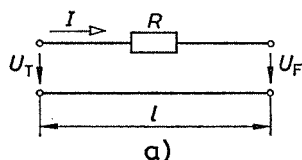
$$U_{ch} = I_h R \quad \text{és} \quad U_{cm} = I_m R.$$

Mint hogy az $U_e = IR$ feszültségcsökkenés a tápfeszültségnek csupán néhány százaléka, elhanyagolható hibával írható, hogy

$$U_e = I_h R \text{ V.}$$

A vezeték anyag- és méretadatainak ismeretében:

$$U_e = c \frac{l}{\gamma A} I_h \text{ V,} \quad (5.187)$$



5.199. ábra. Egyik végén táplált, másik végén fogyasztóval terhelt vezeték

a) helyettesítő kapcsolási vázlat; b) vektorábra

ahol l a vezeték egyszeres hossza, m (az 5.199a ábra szerint); A a vezeték keresztmetszete, m^2 ; γ a vezető anyagának konduktivitása, S/m ($\Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$); I_h a vezetékben folyó áram hatásos összetevője, A; c a hálózat rendszerére jellemző szorzó: egy szál vezetőkön $c = 1$, kétvezetékes egyenáramú vagy egyfázisú rendszerben $c = 2$, háromfázisú, gyakorlatilag szimmetrikus terhelésű rendszerben $c = \sqrt{3}$, háromfázisú négyvezetékes, vegyes terhelésű rendszerben $c = 1,25\sqrt{3}$, mindkét esetben a vonali feszültségre vonatkoztatva.

5.30. példa. A $P_n = 50 \text{ kW}$ névleges teljesítményű, $\eta_n = 0,90$ hatásfokú, $U_n = 380 \text{ V}$ feszültségű, háromfázisú motort $l = 200 \text{ m}$ hosszú, hárommerű, $A = 50 \text{ mm}^2 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ keresztmetszetű, alumíniumerű kábellel [$\gamma = 33 \text{ m}/(\Omega \cdot \text{mm}^2) = 3,3 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$] tápláljuk. Mennyi a feszültségcsökkenés a kábelen a motor névleges terhelésekor?

A motor hasznos árama:

$$I_h = \frac{P}{\eta_n \sqrt{3} U_n} = \frac{50 \cdot 10^3 \text{ W}}{0,9 \cdot \sqrt{3} \cdot 380 \text{ V}} = 84,5 \text{ A.}$$

A feszültségcsökkenés:

$$U_e = c \frac{l}{\gamma A} I_h = \frac{\sqrt{3} \cdot 200 \text{ m} \cdot 84,5 \text{ A}}{[3,3 \cdot 10^7 \text{ A}/(\text{V} \cdot \text{m}) \cdot 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2]} = 17,7 \frac{\text{A}}{\text{A/V}} = 17,7 \text{ V.}$$

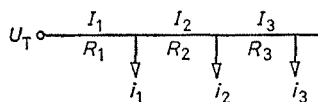
Ez a motor kapocsfeszültségének

$$U_e' \% = \frac{U_e}{U} 100 \% = \frac{17,7 \text{ V}}{380 \text{ V}} 100 \% = 4,7 \% \text{-a.}$$

Több ponton terhelt vezeték (5.200. ábra) esetén a feszültségesés:

$$U_e = c \sum I_k R_k \text{ V,}$$

ahol I_k a k indexű szakaszon áthaladó hatásos áram; R_k a szakasz rezisztenciája.



5.200. ábra. Több ponton terhelt vezeték

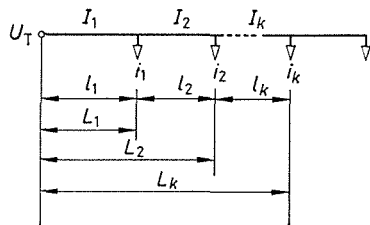
Végig azonos keresztmetszetű vezeték esetében (5.201. ábra):

$$U_e = \frac{c}{\gamma A} \sum l_k I_k,$$

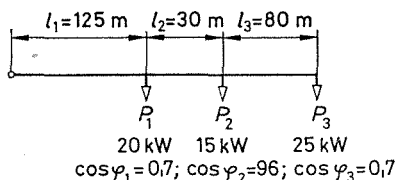
vagy

$$U_e = \frac{c}{\gamma A} \sum L_k i_k. \quad (5.188)$$

Az $L_k i_k$ és az $l_k I_k$ szorzatokat mechanikai analógia alapján **áramnyomatéknak** szokás nevezni.



5.201. ábra. Több ponton terhelt, végéig azonos keresztmetszetű vezeték



5.202. ábra. Több ponton terhelt, végéig azonos keresztmetszetű vezeték számítása

5.31. példa. Az 5.202. ábra szerinti háromfázisú, gyakorlatilag szimmetrikus terhelésű fogyasztókat végig azonos keresztmetszetű, alumíniumerű kábeltől ágaztatjuk le. A feszültségesés megengedett értéke 5%. Mekkora a szükséges érkeresztmetszet? Mekkora áramot kell figyelembe venni a kábel melegezése szempontjából?

A fogyasztói leágazások hasznos áramösszetevői:

$$i_{1n} = \frac{P_1}{\sqrt{3} U} = \frac{20 \cdot 10^3 \text{ W}}{\sqrt{3} \cdot 380 \text{ V}} = 30,3 \text{ A.}$$

Hasonló módon kiszámítva:

$$i_{2n} = 22,7 \text{ A} \quad \text{és} \quad i_{3n} = 37,9 \text{ A.}$$

A feszültségesés megengedett értéke $U_{em} = 0,05 \cdot 380 \text{ V} = 19 \text{ V}$, ezzel a *kábel keresztmetszete*:

$$A = \frac{c}{\gamma U_{em}} L_k i_k = \frac{\sqrt{3}}{3,3 \cdot 10^7 \text{ A}/(\text{V} \cdot \text{m}) \cdot 19 \text{ V}} 16,2 \cdot 10^3 \text{ A} \cdot \text{m} = 4,46 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 = 44,6 \text{ mm}^2,$$

miután

$$L_k i_k = 125 \cdot 30,3 \text{ A} + (125 + 30) \text{ m} \cdot 22,7 \text{ A} + (125 + 30 + 80) \text{ m} \cdot 37,9 \text{ A} = 16\,200 \text{ A} \cdot \text{m}.$$

Négyerű, 50 mm^2 érkeresztmetszetű kábelt választunk. A negyedik ér érintésvédelmi célt szolgál. A tényleges feszültségesés $4,4\%$ lesz.

A legnagyobb terhelés az első, 125 m -es szakaszon jelentkezik. Itt a hatásos áramösszetevők összege:

$$I_{1h} = i_{1h} + i_{2h} + i_{3h} = 30,3 \text{ A} + 22,7 \text{ A} + 37,9 \text{ A} = 90,9 \text{ A},$$

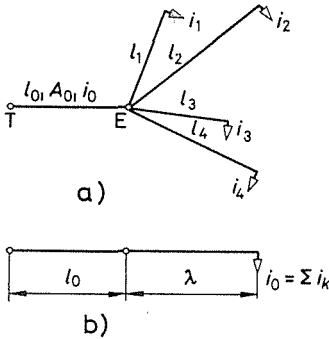
a meddő áramösszetevők összege:

$$\begin{aligned} I_{1m} &= i_{1h} \operatorname{tg} \varphi_1 + i_{2h} \operatorname{tg} \varphi_2 + i_{3h} \operatorname{tg} \varphi_3 = \\ &= 30,3 \text{ A} \cdot 1,01 + 22,7 \text{ A} \cdot 1,34 + 37,9 \text{ A} \cdot 1,01 = 99,3 \text{ A}; \end{aligned}$$

az első szakaszt terhelő áram pedig:

$$I_1 = \sqrt{I_{1h}^2 + I_{1m}^2} = \sqrt{(90,9 \text{ A})^2 + (99,3 \text{ A})^2} = 135 \text{ A}.$$

Sugaras vezetékrendszer (5.203. ábra) végponti feszültségeséseinek számításakor általában a *végigfutó keresztmetszet* elvét alkalmazzuk. Az 5.203a ábra T-E törzsvezetéke utáni elágazásokat helyettesítik egy olyan A_0 keresztmetszetű, λ képzel



5.203. ábra. Sugaras vezetékrendszer

a) elvi rajz; b) egyszerűsített rajz képzel hosszúságú vezetékkel

hosszúságú, végén i_0 terhelésű vezetékkel, amelynek áramnyomatéka egyenlő a leágazások áramnyomatékainak összegével:

$$\lambda = \frac{\sum i_k l_k}{i_0} \text{ m}, \quad \text{és} \quad i_0 = \sum i_k \text{ A}.$$

Így az 5.203b ábrához jutunk, amelyre

$$A_0 = \frac{c(l_0 + \lambda) i_0}{\gamma U_e} \text{ m}^2. \quad (5.189)$$

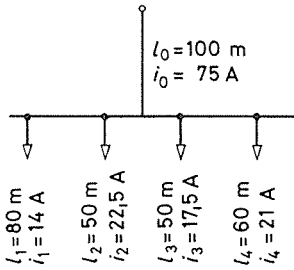
Ezzel megkaptuk a törzsvezeték keresztmetszetét. A leágazásokat A_0 -nak a leágazások terhelésével arányos felosztásával kapjuk.

5.32. példa. A $3 \times 400/231 \text{ V}$ feszültségű tápponttól l_0 hosszú kábellel táplált elosztónak négy fogyasztói kábelleágazása van. A feladat számszerű értékeit az 5.204. ábra tünteti fel. A terhelés

szimmetrikus, az áramok helyén a már kiszámított hatásos összetevők szerepelnek. A kábelek alumínium értékek, a megengedett feszültségesés 5%. Milyen keresztmetszeteket alkalmazunk?

A leágazások *helyettesítő* hossza:

$$\lambda = \frac{\sum i_k l_k}{\sum i_k} = \frac{(14 \cdot 80 + 22,5 \cdot 50 + 17,5 \cdot 50 + 21 \cdot 60) \text{ A} \cdot \text{m}}{(14 + 22,5 + 17,5 + 21) \text{ A}} = 58,5 \text{ m.}$$



5.204. ábra. A sugaras vezetékrendszer számítása

A törzsvezeték keresztmetszete:

$$A_0 = \frac{c(l_0 + \lambda)i_0}{\gamma U_e} = \frac{\sqrt{3} \cdot (100 + 58,5) \text{ m} \cdot 75 \text{ A}}{3,3 \cdot 10^7 \text{ A}/(\text{V} \cdot \text{m}) \cdot 0,05 \cdot 400 \text{ V}} = 3,1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 = 31 \text{ mm}^2.$$

Az 5.1. táblázatból a törzsvezeték részére $4 \times 35 \text{ mm}^2$, a leágazásokhoz pedig egyenként $4 \times 10 \text{ mm}^2$ keresztmetszetű kábeleket választunk.

5.1. táblázat

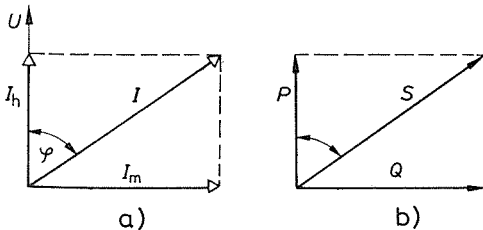
Szabványos keresztmetszetek

Erősáramú kábelek és vezeték szabványos keresztmetszetsora, mm²

1,5	2,5	4	6	10	16	25	35
50	70	95	120	150	185	240	300

5.5.2. Hasznos és meddő teljesítmény, fázistényező-javítás. Meddőenergia-gazdálkodás

Az indukzív jellegű váltakozóáramú gépek és készülékek (fogyasztók) a működésük célját szolgáló **hatásos áram** mellett – váltakozó mágneses terük fenntartására – **meddő áramot** vesznek fel a hálózathoz. A fogyasztó kapcsainál érvényes áramfeszültség-vektorábrát az 5.205a ábra tünteti fel, amely szerint az I_h *hasznos áram* az U kapcsolófeszültséggel azonos fázisú, az I_m meddő áram ettől $\pi/2$ fázisszöggel el-



5.205. ábra. A váltakozóáram és összetevőinek ábrázolása

- a) az áram összetevői;
b) a teljesítmény összetevői

marad. E két összetevő adja a gép I üzemi áramát, amely φ fázisszöggel követi az I_h összetevőt. Ezek szerint:

$$I_h = I \cos \varphi \quad \text{és} \quad I_m = I \sin \varphi.$$

Az *a)* ábrához geometriailag hasonló *b)* ábra vektorszerűen szemlélteti a teljesítmény-összetevők közötti kapcsolatokat. A fogyasztó kapcsain mérhető

– hatásos teljesítmény:	$P = UI_h, \quad \text{ill.}$ $P = \sqrt{3} UI_h;$	(5.190)
– meddő teljesítmény:	$Q = UI_m, \quad \text{ill.}$ $Q = \sqrt{3} UI_m;$	
– látszólagos teljesítmény:	$S = UI, \quad \text{ill.}$ $S = \sqrt{3} UI$	

egyfázisú, ill. szimmetrikus háromfázisú fogyasztó esetén, U pedig a fogyasztó kapcsolófeszültsége.

A fogyasztókat tápláló hálózat valamely kiválasztott szakaszán:

$$P_v = \Sigma(I_h)^2 R + \Sigma(I_m)^2 R \quad (5.191)$$

vezetékvesztés keletkezik. Az összefüggésben I_h az illető vezeték szakaszon áthaladó hatásos áramok összege, I_m a vezeték szakaszon áthaladó meddő áramok összege, R pedig a vezeték szakasznak a veszteség létrehozásában közreműködő rezisztenciája.

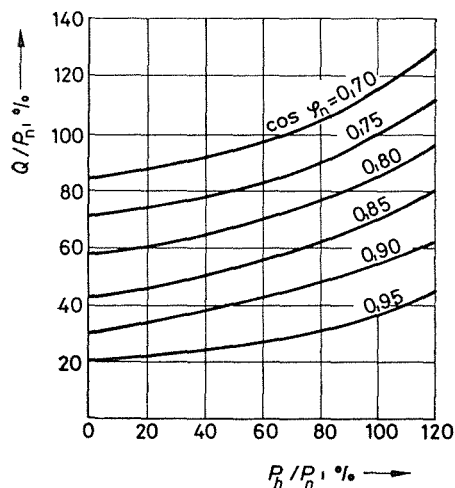
A P_v vezetékvesztés energiavesztéssel jár, és a vezeték terhelhetőségének is alapvető jellemzője. Adott hasznos teljesítmény átvitele esetén a (5.191) összefüggés jobb oldalának első tagja kötött, a második tag azonban (a meddő áram későbbiek szerinti csökkentésével) kisebbíthető. A meddő áram csökkentése egyrészt csökkenti a hálózat vezetékvesztését, így javítja az elosztás gazdaságosságát, másrészt az újonnan tervezett berendezésben kisebb keresztmetszetű vezetékeket, ezekhez koordinált hálózati tartozékokat kíván, ami a beruházási költségek csökkenésének irányában hat; másrészt pedig a meglévő berendezések teljesen megterhelt hálózatán is lehetővé teszi újabb fogyasztóegységek bekapcsolását. A meddő áramnak az előbbi célokkal összhangban való csökkentésére irányuló ténykedés a *fázistényező-javítás*, röviden *fázisjavítás*. Alapvető módszerei

- a természetes fázisjavítás és
- a kompenzáló fázisjavítás (vagy meddő kompenzálás).

a) Természetes fázisjavítás. Módszere a fogyasztó- és tápberendezések célszerű tervezésével a meddőigények éppen szükséges mértékre való korlátozására törekszik. Itt elsősorban a gépek megfelelő kiválasztása jön szóba. A legszámottevőbb meddő teljesítményt – általában – a villamos motorok zömét kitevő aszinkron motorok igénylik. Az 5.206. ábra átlagos háromfázisú, aszinkron motorok meddő teljesítményigényét szemlélteti tengelyteljesítményük függvényében. Amint az ábráról leolvasható, egy $\cos \varphi = 0,75$ névleges fázistényezőjű motor névleges terhelésnél, névleges teljesítményével egyező nagyságú meddő teljesítményt is felvesz a hálózathoz. Ha ezt a motort kisebb terheléssel járatták, meddő teljesítménye is csökken, de a terhelésnél kisebb arányban. A szükségesnél nagyobb teljesítményű motor felesleges meddő teljesítménnyel terheli a hálózatot.

5.33. példa. A tényleg szükséges $P_h = 60$ kW hajtóigény ellátására $P_n = 100$ kW névleges teljesítményű $\cos \varphi_n = 0,75$ fázistényezőjű aszinkron motort alkalmaztunk. Az 5.206. ábra vonatkozó görbéje szerint a 100 kW-os motor meddőfelvétele 60% terhelésnél $Q = 83$ kvar. A valóban szükséges 60 kW-os motort választva ($P'_n = 60$ kW, $\cos \varphi'_n = 0,75$, $Q' = 60$ kvar) a hálózat meddő terhelését 23 kvarral csökkentettük, ami a tényleg szükséges meddőnek közel 40%-át teszi ki.

Az 5.206. ábrán az is látható, hogy az *üresen vagy igen kis terheléssel járó gép is tekintélyes meddő teljesítményt* igényel. Feleslegesen növelhetik a meddő fogyasztást a kevéssé terhelt vagy üresen járó egyéb villamos motorok, transzformátorok, más fogyasztókészülékek is. Másik, figyelemre érdemes szempont a motorok



5.206. ábra. Háromfázisú aszinkron motor meddőteljesítmény-igénye a tengelyteljesítmény függvényében

kiválasztásakor az a tény, hogy azonos teljesítményű, de nagyobb fordulatszámú motor nemcsak olcsóbb, hanem meddőigénye is kisebb, így, ha ezt a hajtás összegazdaságossága lehetővé teszi, *nagyobb fordulatszámú motort* célszerű alkalmazni. Gondos tervezéssel, megfelelő technológiai és üzemviteli intézkedésekkel a berendezés meddőfogyasztása 20...50%-kal csökkenthető.

b) Kompenzáló fázisjavítás (ún. meddőkompenzálás). Ennek a fázisjavító módszernek a következő változatai ismertek: **Kompenzálás forgó kompenzálóberendezésekkel.** A kompenzáló fázisjavítás (meddőkompenzálás) esetében a fogyasztók meddő teljesítményüket vagy annak egy részét nem a villamosenergia-szolgáltató hálózatból veszik fel, hanem erre a célra létesített meddőtermelő berendezésekből kapják. Forgógépek közül erre a célra elsősorban a szinkronmotor, ritkábban a szinkronizált aszinkron motor, esetleg a szinkronkompenzátor alkalmas. A szinkronmotor túlgérszítésnél előresiető áramot vesz fel a hálózatból. Ennek I_c kapacitív meddő-összetevője ellenkező értelmű, mint az induktív fogyasztó I_m meddő-összetevője. A szinkronmotor egyenletes mechanikai terhelést, különleges kezelést igényel, kismegfeszítésű hálózaton ritkán alkalmazzák.

Kompenzálás fázisjavító kondenzátorral. A kompenzáló fázisjavítás legelterjedtebb eszköze a sztatikus fázisjavító kondenzátor. Áram-feszültség vektorábráját az 5.207. ábra szemlélteti. A kondenzátor árama gyakorlatilag tiszta kapacitív meddő áram. Az 5.208. ábrán egy háromfázisú indukciós motor egyedi meddőenergia kompenzálása látható. Az ábra az M fogyasztóból, a C kondenzátorból és vezeték-

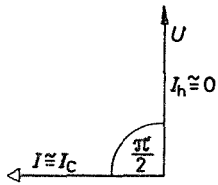
szakaszokból álló hálózatrészt tartalmazza. A kondenzátor a D pontnál csatlakozik a hálózatba. Az ábra szerint: MD szakaszon az M fogyasztó I_M üzemi árama folyik, a fázistényező $\cos \varphi_M$. Mindkét adat a fogyasztó számszerűen ismert jellemzője; CD szakaszon folyik a kondenzátor I_C kapacitív árama; a DE szakasz árama pedig:

$$I_t = \sqrt{(I_M \cos \varphi_M)^2 + (I_M \sin \varphi_M - I_C)^2},$$

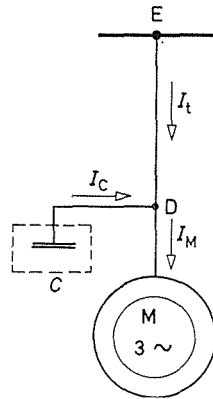
és

$$\cos \varphi_t = \frac{I_M \cos \varphi_M}{I_t}. \quad (5.192)$$

A kompenzációval csökkentettük a DE vezeték szakasz áramát.



5.207. ábra. Sztatikus fázisjavító kondenzátor áramösszetevői

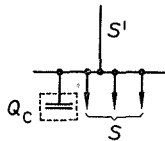
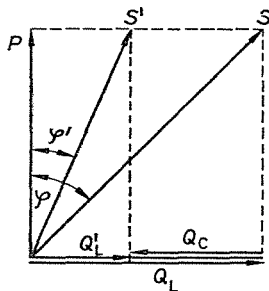


5.208. ábra. Háromfázisú, aszinkron motor meddőenergiájának kompenzálása egyedi kondenzátorral

Áttérve a gyakorlatban inkább szokásos vektorszerű teljesítményábrázolásra, a fázisjavítás két alapvető feladatcsoportját az 5.209. és 5.210. ábrák nyomán oldjuk meg.

Kompenzálás gazdaságos vezeték-keresztmetszet alkalmazása, vezeték-keresztmetszet csökkentése céljából vagy díjszábási okból. Ha az 5.209. ábra szerinti P hatásos teljesítményű és $\cos \varphi$ fázistényezőjű fogyasztó kapcsaira Q_C kapacitív meddő teljesítményű kondenzátort kapcsolunk, akkor a fogyasztó Q_L induktív meddő-szükségletének Q_C nagyságú részét a kondenzátor fedezi, így az energiaszolgáltató hálózatot csak

$$Q'_L = Q_L - Q_C \quad (5.193)$$



5.209. ábra. A fázistényező növelése kompenzációval

meddő terheli. A kompenzálás eredményeképpen az együttes látszólagos teljesítmény S' -re csökkent, fázistényezője pedig $\cos \varphi'$ -re nőtt.

5.34. példa. $P_n = 100$ kW névleges teljesítményű, $\eta_n = 0,91$ hatásfokú, $\cos \varphi_n = 0,72$ fázistényezőjű, teljes terheléssel üzemeltetett háromfázisú motort tápláló kábelleágazás fázistényezőjét $\cos \varphi' = 0,95$ -re kívánjuk javítani. Mekkora fázisjavító kondenzátort kell a motorhoz felszerelni?

A motor felvett *hatásos teljesítménye*

$$P = \frac{P_n}{\eta_n} = \frac{100 \text{ kW}}{0,91} = 110 \text{ kW},$$

látszólagos teljesítménye

$$S = \frac{P}{\cos \varphi_n} = \frac{110 \text{ kW}}{0,72} = 153 \text{ kVA},$$

meddő teljesítménye

$$Q_L = S \sin \varphi_n = 153 \text{ kVA} \cdot 0,69 \frac{\text{kvar}}{\text{kVA}} = 105,5 \text{ kvar}.$$

A motor – kondenzátor együttesének *hatásos teljesítménye*

$$P' = 110 \text{ kW},$$

látszólagos teljesítménye

$$S' = \frac{P'}{\cos \varphi'} = \frac{110 \text{ kW}}{0,95} = 115,8 \text{ kVA},$$

meddő teljesítménye:

$$Q'_L = S' \sin \varphi' = 115,8 \text{ kVA} \cdot 0,31 \frac{\text{kvar}}{\text{kVA}} = 36 \text{ kvar}.$$

A szükséges kapacitív meddő teljesítmény az ábra alapján:

$$Q_C = Q_L - Q'_L = 105,5 \text{ kvar} - 36 \text{ kvar} = 69,5 \text{ kvar}.$$

Az 5.2. táblázatból három 24 kvar-os háromfázisú kondenzátortelepelt választhatunk. Ezzel a leágazást:

$$Q'_L = Q_L - Q'_C = 105,5 \text{ kvar} - 72 \text{ kvar} = 33,5 \text{ kvar}$$

meddő teljesítmény terheli. A *leágazás árama* a motornál:

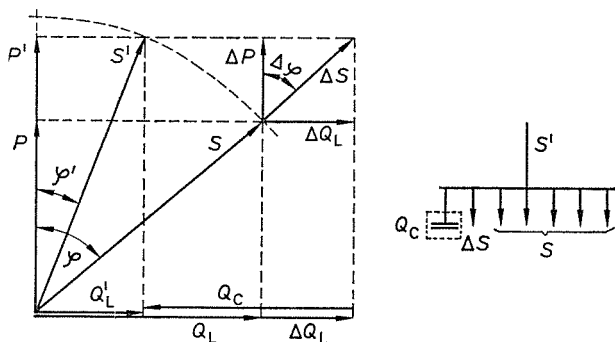
$$I'' = \frac{\sqrt{P^2 + Q'^2_L}}{\sqrt{3} U_n} = \frac{\sqrt{110^2 + 33,5^2} \cdot 10^3 \text{ VA}}{\sqrt{3} \cdot 380 \text{ V}} = 174 \text{ A}.$$

A *motor árama* pedig:

$$I_n = \frac{S}{\sqrt{3} U_n} = \frac{153 \cdot 10^3 \text{ VA}}{\sqrt{3} \cdot 380 \text{ V}} = 232,5 \text{ A}.$$

c) **Fázisjavítás meglévő hálózat terhelhetőségének javítására.** Fázisjavítás lehetővé teheti további fogyasztók bekapcsolását teljesen megterhelt vezeték szakaszon is.

Amint az 5.210. ábrából leolvasható, a vezeték terhelése szempontjából megengedett legnagyobb S látszólagos teljesítmény vonala Q_C beiktatásával a hasznos teljesítmény felé forgatható, ami a vezeték változatlan S terhelése mellett további $\Delta S(\Delta P, \Delta Q)$ nagyságú hatásos, ill. meddő teljesítmény bekapcsolását teszi lehetővé.



5.210. ábra. A terhelhetőség növelése kompenzációval

5.35. példa. Egy elosztó leágazásainak eredő hatásos terhelése $P = 120$ kW, eredő fázistényezője $\cos \varphi = 0,6$, az elosztó tápvezetéke teljesen meg van terhelve. Újabb $\Delta P = 60$ kW, $\cos \varphi_{\Delta} = 0,7$ fázistényezőjű terhelést kívánunk az elosztóra kötni. Megoldható-e a feladat fázisjavító kondenzátor alkalmazásával, és ha igen, mekkora a szükséges kondenzátorteljesítmény?

Kiinduló állapot:

$$P = 120 \text{ kW}, \quad \cos \varphi = 0,6 \quad (\sin \varphi = 0,8);$$

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{120 \text{ kW}}{0,6 \frac{\text{kW}}{\text{kVA}}} = 200 \text{ kVA};$$

$$Q_L = S \sin \varphi = 200 \text{ kVA} \cdot 0,8 \frac{\text{kvar}}{\text{kVA}} = 160 \text{ kvar}.$$

Újabb terhelés adatai:

$$\Delta P = 60 \text{ kW}, \quad \cos \varphi_{\Delta} = 0,7, \quad \sin \varphi_{\Delta} = 0,71;$$

$$\Delta S = \frac{\Delta P}{\cos \varphi_{\Delta}} = \frac{60 \text{ kW}}{0,7 \frac{\text{kW}}{\text{kVA}}} = 86 \text{ kVA};$$

$$\Delta Q_L = \Delta S \sin \varphi_{\Delta} = 86 \text{ kVA} \cdot 0,71 \frac{\text{kvar}}{\text{kVA}} = 61 \text{ kvar}.$$

Az 5.210. ábrából leolvasható, hogy a feladat mindaddig megoldható, amíg $P + \Delta P \leq |S|$, ami esetünkben teljesül.

A fázisjavító kondenzátor beiktatása után:

$$P' = P + \Delta P = 120 \text{ kW} + 60 \text{ kW} = 180 \text{ kW};$$

$$S = 200 \text{ kVA};$$

$$\cos \varphi' = \frac{P'}{S} = \frac{180 \text{ kW}}{200 \text{ kVA}} = 0,9 \quad (\sin \varphi' = 0,43);$$

$$Q'_L = S \sin \varphi' = 200 \text{ kVA} \cdot 0,43 \frac{\text{kvar}}{\text{kVA}} = 86 \text{ kvar}.$$

A szükséges kondenzátorteljesítmény pedig

$$Q_c = Q_L + \Delta Q_L - Q'_L = 160 \text{ kvar} + 61 \text{ kvar} - 86 \text{ kvar} = 135 \text{ kvar.}$$

Az 5.2. táblázatból három 48 kvar-os telepet választhatunk. Ennek beiktatásával a fázistényező is javult, $\cos \varphi = 0,6$ -ról $\cos \varphi' = 0,9$ -re.

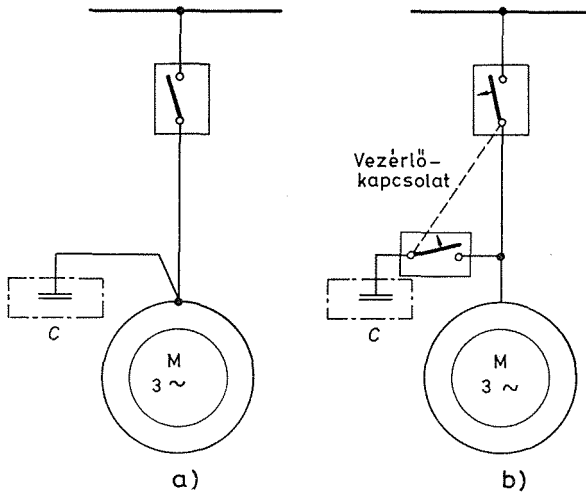
5.2. táblázat

Fázisjavító kondenzátorok teljesítményadatai

Fogyasztói csatlakozás	Egy fázis	Három fázis					
		Névleges meddőteljesítmény Q_c , kvar	8	1,5	3	5	8
Névleges üzemi áram, I_c , A	21	2,25	4,5	7,6	12	36	72
Szerkezeti forma	Egység		Telep				

d) A fázisjavító kondenzátor telepítése. A hazai gyártású, 380 V névleges feszültségű, 50 Hz-es fázisjavító kondenzátorok teljesítményét az 5.2. táblázat tartalmazza.

Egyedi kompenzálásnál a kondenzátor és a fogyasztókészülék egy egységet képez, be- és kikapcsolásuk egyszerre történik. Az 5.211a ábra kondenzátorral üzemszerűen mereven kötött, aszinkron motor kapcsolási vázlatát szemlélteti. Ilyen megoldás



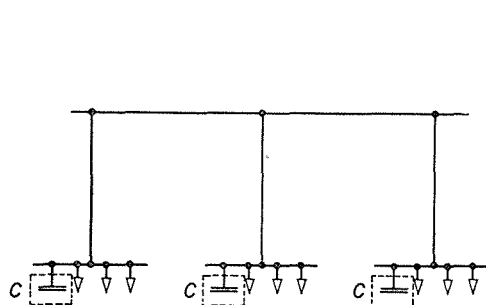
5.211. ábra. Egyedi kompenzálás
a) kézi kapcsolással;
b) vezérlőkapsolással

esetében – balesetvédelmi és üzembiztonsági okból – a motor üresjárású meddő teljesítményének legfeljebb 0,9-szeresét kompenzálják. Vezérléssel – amely a motor kikapcsolásakor a kondenzátor és a motor közötti kapcsolatot is megszünteti (5.211b ábra) – a motor teljes üzemi meddő teljesítménye kompenzálható. Az egyedi kompenzálás előnye, hogy a meddő teljesítményt a fogyasztás helyén termeli, így a fogyasztó kapacitás részét vesz a hálózat terhelésmentesítésében; hátránya viszont, hogy kihasználási foka kicsi; motorállási idő alatt a kondenzátor nem vesz részt a meddő teljesítmény termelésében.

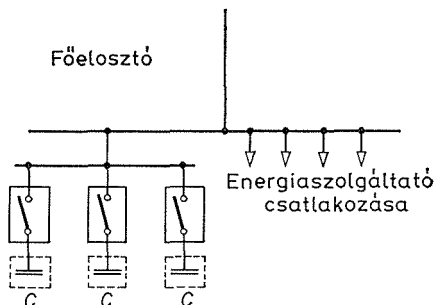
Csoportos kompenzálás esetén egyes fogyasztócsoportok elosztóinál helyeznek el fázisjavító kondenzátort vagy telepet (5.212. ábra). A kompenzáló hatás ilyen megoldásnál az elosztó és az energiatermelő rendszer közötti szakaszon érvényesül. A kondenzátornak csak az elosztói leágazás egyidejű meddő teljesítményigényét kell fedeznie, a szükséges kondenzátorteljesítmény kisebb, mint egyedi kompenzálás esetén.

A **központos kompenzálás** a teljes vagy nagy részberendezést tápláló villamos energia érkezési helyén történik. Célja az energiaszolgáltató hálózat tehermentesítése (5.213. ábra). Az egyes kondenzátorcsoportokat – általában automatika útján – kapcsolják az üzem éppen fennálló egyidejű meddőigényéhez igazodóan.

Nagyobb üzemeknél a felsorolt kompenzálási módokat vegyesen is alkalmazzák.



5.212. ábra. Csoportos kompenzálás

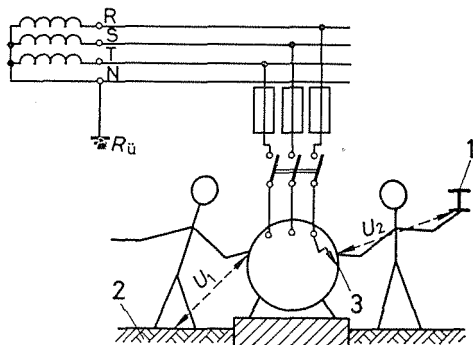


5.213. ábra. Központos kompenzálás

5.5.3. Kiszervezési berendezések érintésvédelme

a) **Általános ismeretek.** Ha a villamos berendezés vagy készülék üzemszerűen feszültség alatt álló alkatrésze (csatlakozókapocs, belső vezeték stb.) *meghibásodás következtében* üzemszerűen feszültség alatt nem álló alkatrészrel (a készülék fémöntvényével, burkolatával stb.), az ún. *testtel* vezető módon érintkezésbe kerül, **testzárlat** keletkezik. Ilyenkor a test és a vele vezető kapcsolatban álló esetleges idegen alkatrészek potenciálja a környezethez képest megemelkedik. A megemelkedett potenciálú alkatrészek megérintése **veszélyes áramütést** okozhat.

Az U' **érintési feszültség** a testzárlatos berendezésben az ember által áthidalható feszültség (5.214. ábra). A testzárlat helyén átfolyó áram a **testzárlati áram**, a test-



5.214. ábra. Érintési feszültség

1 épület-acélszerkezet; 2 nem szigetelő padlózat vagy talaj; 3 testzárlat

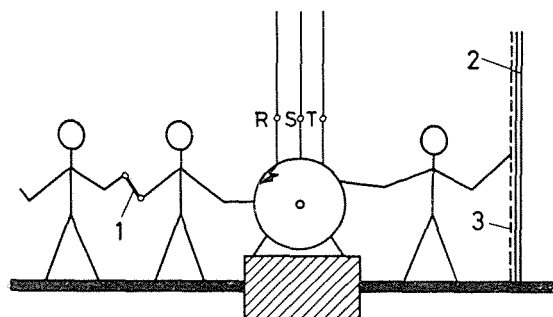
zárlatos berendezésből a földre folyó áram a **földzárlati áram**. Áramon és feszültségen effektív értéket kell érteni.

b) **Az érintésvédelem módjai.** A következőkben az ipari berendezésekben csaknem kizárólagos alkalmazású 380/220 V-os háromfázisú vagy 220 V-os egyfázisú, közvetlenül földelt hálózatok fogyasztókészülékeinek érintésvédelmével foglalkozunk. Az érintésvédelem módjait a szabvány a következők szerint írja elő:

Elkerítés vagy **burkolás** esetén a készüléket vagy berendezést rögzítetten felszerelt, lezárható és figyelmeztető táblával ellátott *kerítéssel, korláttal vagy burkolattal* veszik körül. A testzárlatba kerülhető berendezés megérintésével járó teendők elvégzésére villamos szakképzettségű személynek kell rendelkezésre állnia. Gondoskodni kell arról, hogy gépalap, csővezeték, fém kábelköpeny stb. ne vihesse ki a veszélyes feszültséget a védett helyen kívülre. A testzárlatot ez a védelmi mód nem szünteti meg, és így nem nyújt védelmet a zárlati áram termikus hatásai ellen.

Elszigetelés. A készülék testének a kezelőtől vagy a kezelőnek a *földtől* és a *földelt környezettől* való elszigetelésével valósítható meg.

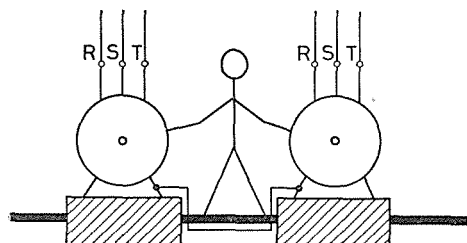
A készülék testét szigeteli el a II. érintésvédelmi osztályú készülék. Ennek burkolata, fogantyúja és egyéb megérinthető részei az üzemi szigetelés többszörösével vannak elszigetelve a testzárlatba kerülhető alkatrészekről. Fémrészeinek földelése általában nincs megengedve. Többnyire villamos kéziszerszámok és hordozható készülékek érintésvédelméül alkalmazzák. Csak az a készülék számít II. érintésvédelmi osztályúnak, amelynek adattábláján a □ jel van feltüntetve.



5.215. ábra. Ember elszigetelése a földtől

1 szerszám; 2 csővezeték; 3 burkolat

Az ember a földtől megfelelő területű (két ember ne hidalhassa át) szigetelőanyaggal (aszfalttal, rögzített műanyag vagy gumiborítással, fémmentes száraz fadobogóval vagy fapadlóval) szigetelhető el (5.215. ábra). Fémesen össze kell kötni az ember által (pl. két kezével) áthidalható készülékek testét (5.216. ábra). Az elkerítéshez hasonlóan itt is ügyelni kell arra, hogy a védett készülék ne legyen fémes kapcsolat-

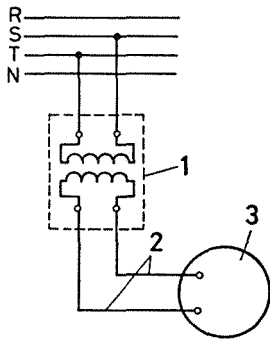


5.216. ábra. Ember által áthidalható készülékek testjeinek összekötése

ban az elszigetelt területen kívüli, érinthető fémes alkatrészsel. A testzárlatot ez a mód sem szünteti meg.

Az **érintésvédelmi törpefeszültség** olyan üzemi feszültség, amely sem a földhöz képest, sem a vezetők között nem nagyobb 50 V-nál, és különlegesen el van szigetelve más, feszültség alatt álló berendezésektől. Transzformátoros előállítására csak az MSZ 9229/1 szerinti *biztonsági kistranszformátort* szabad alkalmazni. Általában villamos *kéziszerszámok* és *nem szigetelő környezetben használt kisebb teljesítményű hordozható készülékek* érintésvédelméül alkalmazzák.

Védőelválasztás a fogyasztókészülék és a kiefeszültségű hálózat elválasztása 1:1 vagy hasonló áttételű, földtől szigetelt szekunder körű, az MSZ 9229/5 szerinti *biztonsági kistranszformátorral* (5.217. ábra). Egy transzformátorra csak egy fogyasztó-

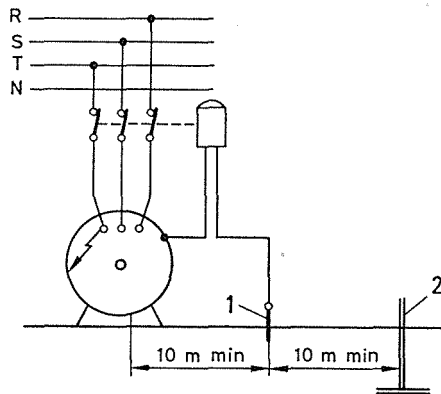


5.217. ábra. Védőelválasztás

1 elválasztótranszformátor; 2 földtől szigetelt szekunder kör; 3 fogyasztókészülék

készüléket szabad kapcsolni. Alkalmazási köre: *villamos kéziszerszámok* és *nem szigetelt környezetben használt hordozható készülékek*. A készülék szekunder köri mozgatható csatlakozóvezetéke legfeljebb 10 m hosszú lehet.

A **feszültségvédő-kapcsolás** a védett készülék teste és a föld között fellépő feszültséget érzékeli, és ha ez egyszerű érintésvédelem esetén max. 65 V-ot, fokozott érintésvédelem esetén max. 42 V-ot elér, 0,2 s-on belül lekapcsol (5.218. ábra). A segéd földelőt – amelynek legnagyobb megengedett földelési ellenállását a feszültségvédő-kapcsoló gyári katalógusa tartalmazza – a védett gép természetes földelésétől és minden más, feszültség alá kerülhető földelőtől legalább 10 m távolságra kell elhelyezni. Nem szelektív, csak *önmagában álló fogyasztókészülék* vagy *csoportosan lekapcsolható készülékek* védelmére alkalmas.



5.218. ábra. Feszültségvédő-kapcsolás

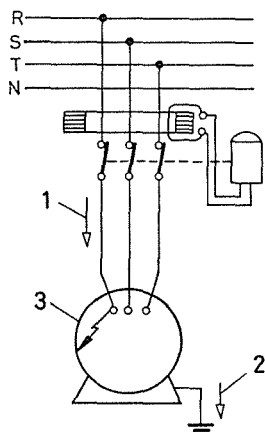
1 segéd földelő; 2 idegen földelő

Az **áramvédő-kapcsolás** a testzárlatkor fellépő hibaáramot (lényegében a testzárlati, ill. földzárlati áramot) érzékeli, és adott érték elérésekor 0,2 s-on belül lekapcsol (5.219. ábra). A lekapcsolási idő max. öt másodpercig késleltethető.

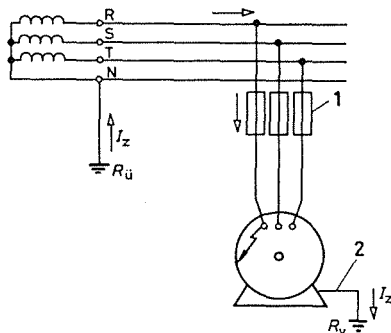
A védett készüléket – ha megfelelő természetes földelése nincs – az

$$R_f \cong \frac{65}{I_m} \quad \Omega, \quad \text{ill.} \quad R_f \cong \frac{42}{I_m} \quad \Omega \quad (5.194)$$

összefüggést kielégítő rezisztenciájú földeléssel kell ellátni az érintésvédelmi követelményeknek megfelelően. Itt I_m az áramvédő-kapcsoló működtetőárama, amelynek értéke a gyártmány, valamint a védelem sajátos szükségletei szerint: 30, 100, 300, 500, 1000 mA. Nagy érzékenységű, *kiválóan szelektív védelem*.



5.219. ábra. Áramvédő-kapcsolás
1 hibaáram; 2 földzárlati áram;
3 testzárlat



5.220. ábra. Védőföldelés
1 olvadóbiztosító; 2 földelővezető

Védőföldelés közvetlenül földelt rendszerben. A védett készüléket, ha megfelelő természetes földelése nincs, mesterséges védőföldeléssel kell ellátni (5.220. ábra). A készülék testzárlata esetén az üzemi áram többszörösét kitevő I_z testzárlati áram a túláramvédelmi szervet (olvadóbiztosítót, kapcsolót) működteti. Az érintésvédelem szabványos működésének feltétele:

$$R_v \cong \frac{65}{\alpha I_B} \quad \Omega, \quad \text{ill.} \quad R_v \cong \frac{42}{\alpha I_B} \quad \Omega, \quad (5.195)$$

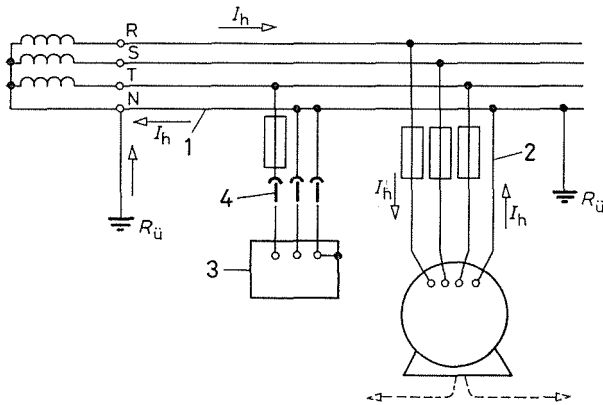
az egyszerű, ill. a fokozott érintésvédelem követelményének megfelelően. Az összefüggésekben R_v a védőföldelés rezisztenciája, I_B az olvadóbiztosító vagy kismegszakító névleges árama, α a biztosító kioldási, ill. a kismegszakító kioldási szorzója. A szorzókat az MSZ 172/1 táblázatosan adja meg. Más, túláramvédelemmel működtetett kikapcsolás esetén a kikapcsolásnak öt másodpercen, ill. két másodpercen belül kell megtörténnie. Az $R_{ü}$ üzemi földelés rezisztenciája (a nullavezető valamennyi földelésének eredője) 2 Ω -nál nagyobb ne legyen.

A védőföldelés alkalmazása általában *csak ott gazdaságos, ahol megfelelő természetes földelés* (gépalap, földben levő csővezetékek stb.) *rendelkezésre áll.*

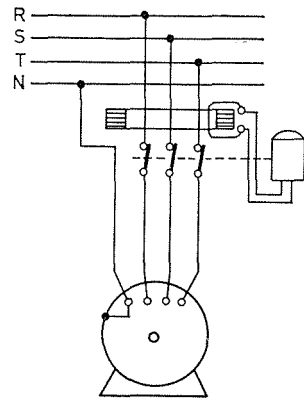
Nullázásnál a fogyasztókészülékek testét nullázóvezető útján összekötik a hálózat nullavezetőjével (5.221. ábra). Testzárlatkor a fázisvezetőn, nullázóvezetőn és nullavezetőn (ez utóbbival párhuzamosan a földben is) folyó I_h hurokáram az olvadóbiztosítót vagy az egyéb túláramvédelmi szervet működteti. Az érintésvédelem szabványos működésének feltétele:

$$I_h = \frac{U}{R_h} \cong \alpha I_B, \quad (5.196)$$

ahol U a fázisfeszültség névleges értéke; R_h a hurokáramkör rezisztenciája; α és I_B pedig a védőföldelésnél tárgyaltakkal azonos értelműek és értékűek. Más, túláramvédelemmel működtetett kikapcsolás esetén a kikapcsolásnak öt másodpercen, ill. két másodpercen belül kell megtörténnie.



5.221. ábra. Nullázás
1 nullavezető; 2 nullázóvezető; 3 hordozható készülék;
4 bontható dugaszolható csatlakozó



5.222. ábra. Nullázás áramvédőkapsolóval

Túláramvédelmi szerv helyett áramvédőkapsoló is alkalmazható a kikapcsolásra (5.222. ábra). Ez esetben a helyes működés feltétele:

$$I_h \cong I_m,$$

ahol I_h a nullázás hurokárama; I_m az áramvédőkapsoló működtetőárama. Az I_h rendszerint nagyságrenddel nagyobb I_m -nél, így az áramvédőkapsoló jól használható olyan esetekben, amikor a hurokáram nem elegendő az olvadóbiztosító vagy más túláramvédelem működtetésére. A lekapcsolási idő itt is 0,2 s, amely azonban 5 s-ig késleltethető.

Megengedett a nullázásos hálózaton az áramvédőkapsoló önálló földeléssel való (5.219. ábra szerinti) használata is.

Önálló (a nullavezetőbe be nem kötött) védőföldelés alkalmazása nullázott hálózaton tilos. A nullázó, ill. nullázásba bevont nullavezetőbe olvadóbiztosítót vagy olyan szervet bekötni, amellyel azok — feszültség alatt — a fázisvezetőktől függetlenül megszakíthatók, nem szabad. A nullavezető eredő földelő-ellenállása (az üzemi földelés ellenállása) 2 Ω -nál nagyobb nem lehet.

A nullázás a közületi hálózatról vagy saját transzformátorról táplált ipari berendezések és kommunális épületek általánosan elterjedt érintésvédelmi módja.

A védővezető keresztmetszete. A nullázásba bevont nullavezető, a nullázóvezető és a földvezető keresztmetszete 16 mm^2 fázisvezetőig azonos a fázisvezetőével, innen 120 mm^2 -ig legalább fele a fázisvezetőének, efelett külön tervezés tárgya. A 10 mm^2 -nél kisebb keresztmetszetű nullázóvezető csak ott csatlakoztatható a nullavezetőhöz, ahol ennek keresztmetszete is legalább 10 mm^2 .

c) Az érintésvédelem szükségessége és módjának megválasztása. Érintésvédelmet kell alkalmazni minden helyhez kötött villamos motornál, hőfejlesztő készüléknél, hűtőgépnél, valamint hordozható villamos hajtású készüléknél, kéziszerszámnál, kézilámpánál, továbbá villamos gyógyászati és kozmetikai készülékeknél. Más gépek és készülékek esetében akkor szükséges érintésvédelem, ha a hely vagy helyiség padlója érintésvédelmi szempontból nem tekinthető szigetelőnek (pl. föld, tégl, beton, fém stb.), továbbá, ha a helyiség szén- vagy fémporos, nedves, marópárás, meleg vagy a helyiségben más, egyidejűleg érinthető földelt tárgy vagy villamos készülék van.

Általában egyszerű érintésvédelmet kell alkalmazni. Fokozott érintésvédelem szükséges az olyan készülékeknél, amelyeket szabadon, szén- vagy fémporos, nagyon nyirkos, nagyon párás, nedves, átázott, marópárás, meleg vagy fémlemez padlójú helyiségben használnak, és ilyen környezet mellett a szóban forgó készüléket vagy vele fémesen kapcsolódó tárgyat a kezelőnek gyakran kell megfognia vagy megérintenie.

Fokozott érintésvédelem esetén elsősorban törpefeszültséget, védőelválasztást, elszigetelést kell alkalmazni, de megfelel a feszültségvédő-kapcsolás, az áramvédő-kapcsolás, a védőföldelés és a nullázás is.

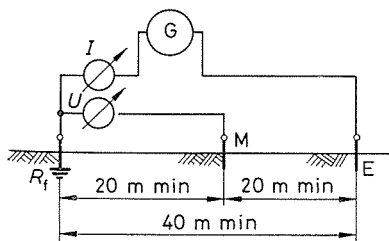
Kazánokban, fémtartályokban, valamint csővezetékek között végzett munkák esetén a kéziszerszámok és hordozható készülékek érintésvédelme csak törpefeszültség vagy védőelválasztás lehet.

Villamos kéziszerszámok érintésvédelme: törpefeszültség, elszigetelés, védőelválasztás, ritkábban feszültségvédő- vagy áramvédő-kapcsolás. Védőföldelés vagy nullázás nincs megengedve.

Gyógyászati és kozmetikai készülékek esetére a szabvány különleges előírásokat tartalmaz.

d) Az érintésvédelem ellenőrzése. Az érintésvédelem szabványnak megfelelő voltát és hatásosságát a berendezés létesítésekor (beleértve a lényeges bővítést, javítást és átalakítást is), továbbá előírt időszakonként ellenőrizni kell. Az ellenőrzés szemrevételezésből, lekapcsolással nem járó védelmek esetében a szigetelési állapot vizsgálatából, lekapcsolóvédelmeknél a működési értékek és beállítások, valamint a működőképesség ellenőrzéséből áll. A méréssel járó vizsgálatok közül a legfontosabbak a következők.

A földelő-ellenállás mérése. Elvét az 5.223. ábra szemlélteti. A G váltakozóáramú energiaforrás I áramát az E ellenföldelő felhasználásával a mérendő R_f földelésen



5.223. ábra. Földelő-ellenállás mérése

vezetjük át. Ez utóbbi és az M mérőszonda között mért U feszültséggel a földelő-ellenállás:

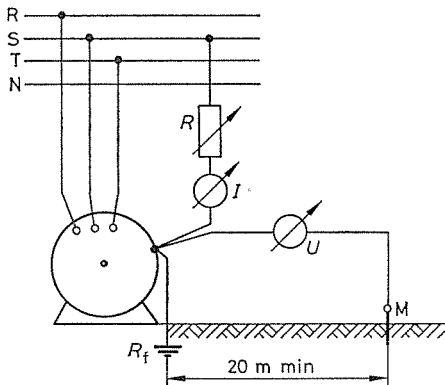
$$R_f = \frac{U}{I} \quad \Omega. \quad (5.197)$$

A mérőszondát a mérendő földelőtől és az azzal esetleg fémes kapcsolatban álló minden más mesterséges vagy természetes földelőtől, valamint az ellenföldelőtől is legalább 20–20 m távolságban kell elhelyezni.

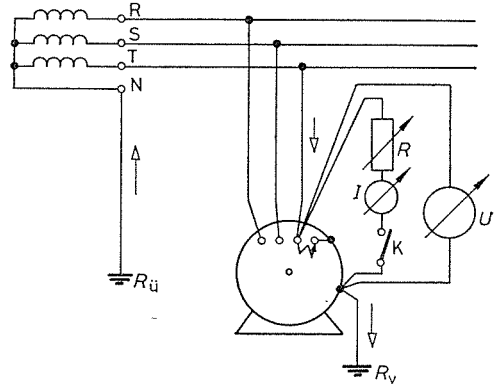
Forgalomban vannak olyan hordozható, ún. *gyengeáramú földelőellenállás-mérő műszerek*, amelyek energiaforrása beépített kis kézforgattyús generátor vagy száraz-elemes áramirányító. E műszereken a mérés eredménye közvetlenül Ω -ban olvasható le.

A földelő-ellenállás *saját hálózatról táplált erősáramú mérése* látható az 5.224. ábrán. Az ellenföldelőt ez esetben a hálózat üzemi földelése helyettesíti. A saját hálózat áramával végzett mérések előtt 20...60 mA-es próbálámpával vagy más alkalmas módon meg kell vizsgálni a védővezető folytonosságát, mert hibás védővezető esetén a feszültségnek a fogyasztókészülékre való rákapcsolása áramütés veszélyével jár.

Földelő hurokellenállás mérése. A teljes zárlati kör: transzformátor—T fázis-vezető— R_v védőföldelés—föld— R_u üzemi földelés a hurok R_h együttes ellenállását



5.224. ábra. Földelő-ellenállás mérése saját hálózatról vett mérőárammal



5.225. ábra. Földelő hurokellenállás mérése

adja meg (5.225. ábra). Két mérést kell végezni: a K kapcsoló nyitott állásánál U_1 , zárt állásánál U_2 feszültséget olvasunk le. Az I mérőáramot az R változtatható ellenállással állítjuk be olyan értékre (kb. 1...10 A között), hogy $U_1 - U_2$ jól leolvasható különbséget adjon. A hurokellenállás:

$$R_h = \frac{U_1 - U_2}{I} \quad \Omega. \quad (5.198)$$

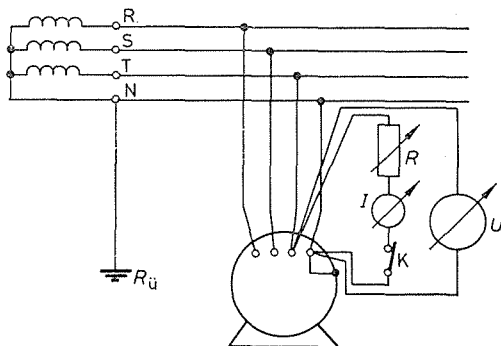
A mérés üzem közben végezhető; a hálózat terhelésingadozásai miatt bizonyos gyakorlatot igényel. Vannak forgalomban olyan műszerek, amelyek az U_1 és U_2 feszültséget automatikusan összevetik, skáláljukon a hurokellenállás közvetlenül leolvasható.

Hurokellenállást mérhetünk akkor, amikor a mérőszonda független elhelyezése (5.223. ábra) a talajban levő fémes létesítmények miatt nem biztosítható. Ez esetben az (5.195) összefüggésben a védőföldelés ellenállásaként

$$R_v = \frac{R_h}{2} \quad \Omega \quad (5.199)$$

helyettesíthető.

A védővezető folytonosságát a mérés lebonyolítását megelőzően itt is ellenőrizni kell.



5.226. ábra. Nullázó hurokellenállás mérése

Nullázó hurokellenállás mérése. A földelő hurokellenállás méréséhez hasonlóan történik. Most a vizsgált készülék egyik fáziskapcsára és a nullakapcsára csatlakozunk (5.226. ábra). A nullázó hurokellenállás:

$$R_h = \frac{U_1 - U_2}{I} \quad \Omega. \quad (5.200)$$

amely érték az (5.196) összefüggésbe helyettesíthető.

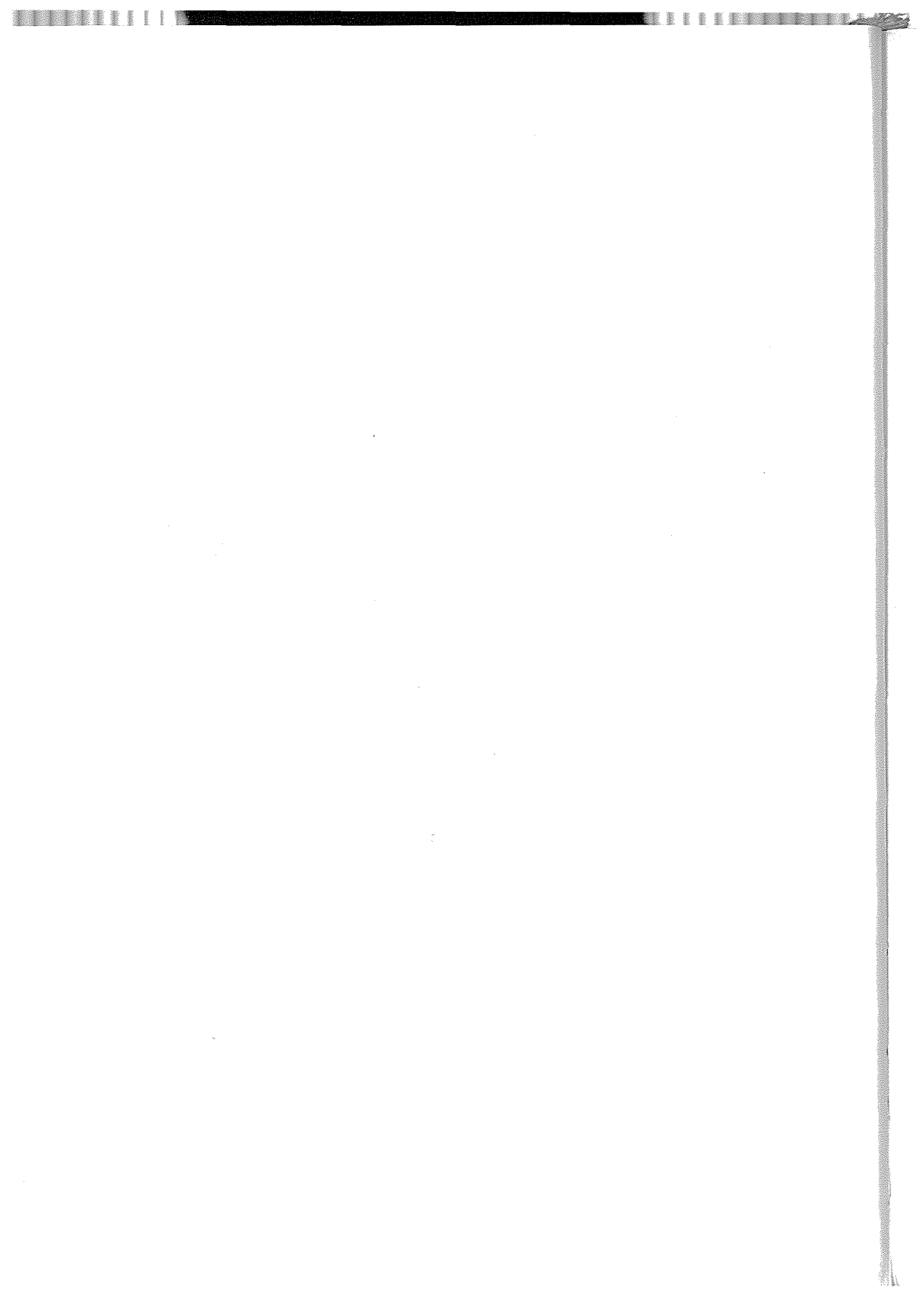
IRODALOM az 5. fejezethez

- [5.1] *Liska J.*: Villamos gépek. I., II. és IV., Budapest, Tankönyvkiadó, 1950., 1960.
- [5.2] *Popov, V. F.*: Elektrotechnika. Budapest, Népszava Kiadó Vállalat, 1952.
- [5.3] *Schrank, W.*: Schutz gegen Berührungsspannungen. Berlin, Springer, 1952.
- [5.4] *Verebely L.*: Villamos erőátvitel II. Elosztóvezetékek és távvezetékek. Budapest, Tankönyvkiadó, 1952.
- [5.5] *Török B.*: Elosztóhálózatok és szabadvezetékek tervezése. Rövidzárlatszámítás. Budapest, Tankönyvkiadó, 1954.
- [5.6] *Liska—Retter*: Váltakozó áramok elmélete. I., II. Budapest, Tankönyvkiadó, 1955.
- [5.7] *Frigyes—Schnell—Szita—Tuschák*: Elektrotechnika. Budapest, Tankönyvkiadó, 1959.
- [5.8] *Szomjas G.*: Érintésvédelem 1000 V-nál kisebb feszültségű berendezésekben. Budapest, Felsőoktatási jegyzet, 1961.

- [5.9] *Küpfmüller, K.*: Einführung in die theoretische Elektrotechnik. Berlin, Göttingen, Heidelberg, Springer Verlag, 1962.
- [5.10] *Turán Gy.*: Villamosenergia-rendszerek meddőgazdálkodása. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1963.
- [5.11] *Simonyi K.*: Villamosságtan, Budapest, Akadémiai Kiadó, 1964.
- [5.12] *Pattantyús*: Gépész- és Villamosmérnökök Kézikönyve. 7. Erősáramú Elektrotechnika. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1964.
- [5.13] VEB-Handbuch: Die Technik der elektrischen Antriebe. Grundlagen. Berlin, VEB-Verlag Technik, 1964.
- [5.14] *Lukáts M.*: Válogatott fejezetek a villamosságtanból. (MTI), Budapest, Tankönyvkiadó, 1965.
- [5.15] *Veinott Cyril G.*: Kis aszinkron motorok. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1965.
- [5.16] *Clausnitzer, H.*: Einführung in die Elektrotechnik. Berlin, VEB-Verlag Technik, 1966.
- [5.17] *Csáki—Barkó—Ganszky—Ipsits*: Ipari elektronika. Budapest, Tankönyvkiadó, 1966.
- [5.18] *Philippow, E.*: Taschenbuch Elektrotechnik. Band 2. Starkstromtechnik. Berlin, VEB-Verlag Technik, 1966.
- [5.19] *Kovács K. Pál*: Villamos gépek üzemtana. Aszinkron gépek. Budapest, Tankönyvkiadó, 1969.
- [5.20] *Csáki—Ganszky—Ipsits—Marti*: Teljesítmény-elektronika. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1973.
- [5.21] *Lechman—Geisweid*: Elektrotechnik und elektrische Antriebe. Berlin, Heidelberg, New York, Springer Verlag, 1973.
- [5.22] *Müller, G.*: Elektrische Maschinen. Berlin, VEB Verlag, Technik, 1973.
- [5.23] *Rácz—Csörgöts—Halász—Hunyár—Lázár—Schmidt*: Villamos hajtások. Budapest, Tankönyvkiadó, 1974.
- [5.24] *Uray—Szabó*: Elektrotechnika. Budapest, Tankönyvkiadó, 1974.
- [5.25] *Kuczogi E.*: Villamos hajtások. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1976.
- [5.26] *Marti S.*: Erősáramú elektronika. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1976.
- [5.27] *Retter Gy.*: Az egységes villamosgépelmélet. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1976.
- [5.28] VEB-Handbuch: Leistungselektronik. Berlin, VEB-Verlag Technik, 1976.
- [5.29] *Schönfeld R.*: Villamos hajtások kézikönyve. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1977.
- [5.30] *Baumann P.*: Villamos szerelőipari kézikönyv. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1978.
- [5.31] *Heumann K.*: A teljesítményelektronika alapjai. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1979.
- [5.32] *Lukáts M.*: Elektrotechnika I., II. és III. (Egyetemi jegyzet) Budapest, Tankönyvkiadó, 1979.
- [5.33] *Pálfi Z.*: Villamos hajtások. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1979.

6. A gépcsoport üzeme

A gépek, gépcsoportok üzemét alapvetően két fő csoportba sorolható tulajdonságaik szerint ítéljük meg. Egyrészt fontos, hogy a gépek, ill. együtt működő gépcsoportok miként viselkednek különböző **állandósult** (statikus) üzemállapotaikban, amelyeket *statikus üzemi* (műszaki, gazdasági) *jellemzőikkel* minősíthetünk. *Változó üzemviszonyok* esetén ezenfelül az is fontos, hogy a gépek, ill. a gépcsoportok pl. hogyan, milyen időbeli folyamatokkal térnek át egyik statikus állapotukból egy másik statikus állapotukba. Általánosabban megfogalmazva: alapvető szempont, hogy a gépek miként viselkednek **átmeneti** (dinamikus) üzemállapotaik során. Ezt viszont egyértelműen dinamikus tulajdonságaik, *dinamikus jellemzőik* határozzák meg. E tulajdonságoknak a gépek és az együtt működő gépcsoportok szabályozhatósága, ill. önműködő szabályozása szempontjából van különös jelentősége.



6.1. A GÉPEK STATIKUS ÜZEME

6.1.1. A gépek üzemi jellemzői. Jelleggörbék

Valamely gép teljesítményét az **erő** (hajtóerő, ill. terhelés) és a **munkasebesség** szorzata határozza meg. E két tényező (forgó mozgásnál a forgatónyomaték és a fordulatszám) rendszerint nem független egymástól, hanem a gép üzemi tulajdonságait jellemző kapcsolatban áll egymással.

Már a közlőművek tárgyalásakor (a 2.1.11. pontban) rámutattunk a súrlódókapcsolatoknak (súrlódó kerékpár, szíj- és kötélhajtás) arra a jellegzetes tulajdonságára, hogy a munkasebesség a terheléstől nem független, mert a terheléssel arányos megcsúszás (szlip) következtében minden terheléshez más-más munkasebesség tartozik. Az erőgép F hajtóereje és a munkagép F_e terhelése is a v munkasebességhez igazodik. E két **üzemi jellemző** kapcsolatát fejezi ki szemléletesen az a *függvényábra*, amely a hajtóerő, ill. a terhelés változását a munkasebesség függvényében ábrázolja.

A szóban forgó $F = F(v)$, ill. $F_e = F_e(v)$ görbét nevezzük a gép **jelleggörbéjének**, mert e görbe alakjából következtethetünk a gép jellegzetes statikus üzemi tulajdonságaira. A jelleggörbe (jellemző görbe, karakterisztika) *forgó mozgás* esetében a **forgatónyomaték és a fordulatszám** jellegzetes kapcsolatát is jellemzi, és ennél fogva az $M_F = M_F(n)$, ill. $M_e = M_e(n)$ alakban is felrajzolható.

a) **A munkagép jelleggörbéi.** A munkafolyamatok nagy csoportjánál az *ellenállás a munkasebességtől független*. Ilyen a teheremelés munkája és — jó közelítéssel — a mechanikai súrlódás is. Az emelőgépek és kis sebességű futó- és forgatóművek jelleggörbéje eszerint az $F_e(v) = \text{konst.}$ egyenlettel jellemezhető, és vízszintes egyenessel ábrázolható (a 6.1a ábrán az I_0 jelű görbe).

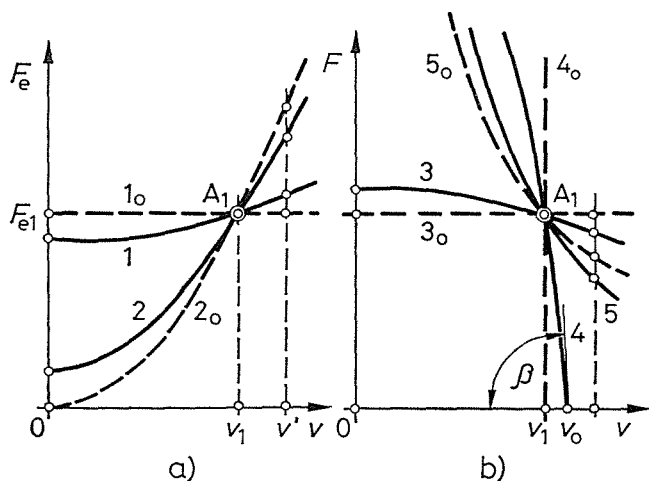
A munkafolyamatok másik jellegzetes csoportjánál az *ellenállás a munkasebességnek kb. a második hatványával* arányosan növekszik. A folyadéksúrlódás és a légellenállás ilyen függvénykapcsolatot eredményezve befolyásolja a vízgépek, a kompresszorok és a szellőztetők üzemét, valamint a nagy sebességű gépjárművek mozgását (a 6.1a ábra 2_0 görbéje).

A munkagépek legtöbbjénél az ellenállás mindkét jellegzetes alakja együttesen jelentkezik, a legváltozatosabb összetételben. Így pl. a kocsivontatásnál a légellenállás kismértékben módosítja a jelleggörbe vízszintes alakját (1 görbe). A szellőzőgép csapsúrlódása pedig a parabola alakú jelleggörbe kezdőpontját emeli meg (2 görbe).

b) **Az erőgép jelleggörbéi** a 6.1b ábra szerint háromféle jellegzetes alakúak lehetnek:

1. Ha a hajtóerő a munkasebességtől függetlenül állandó, vagyis a jelleggörbe vízszintes egyenes, akkor azt **erőtartó** jellegűnek nevezzük: $F(v) = \text{konst.}$ Ilyen erőgép pl. a súlyerővel hajtott óramű (3_0 görbe). Ezt a jelleget közelíti meg az állandó töltésre beállított gőzgép is, amelynek hajtóereje azonban a munkasebesség növekedésével kissé csökken (3 görbe).

2. Az erőgépek különleges tulajdonsága lehet a hajtóerőtől független, **állandó munkasebesség**, azaz $v(F) = \text{konst.}$ is. Ilyen ún. **sebességtartó** jellege van a villamos szinkronmotornak (4_0 görbe).



6.1. ábra. Jelleggörbék

a) a munkagép jelleggörbéi; b) az erőgép jelleggörbéi

A sebességtartásnak kevésbé tökéletes változatát szemlélteti a 4 görbe, amelynél a teljes terheléshez tartozó munkasebesség a v_0 üresjárás munkasebességhez képest néhány százalékos csökkenést mutat (megcsúszás vagy szlip).

A mellékáramkörü villamos motor és a váltakozóáramú ún. indukciós motor jelleggörbéje is ebbe a csoportba sorolható.

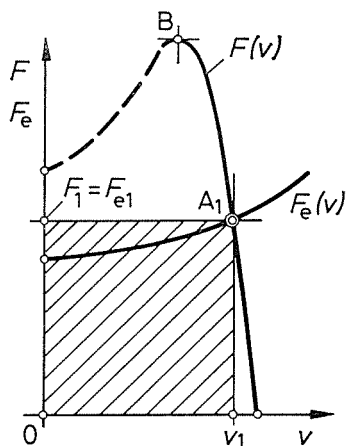
Megemlítendő, hogy önműködő sebesség- (fordulatszám-) szabályozó beépítésével a szabályozó beavatkozása révén bármilyen jellegű erőgép sebességtartóvá tehető (vö. a 6.1.4. ponttal).

3. Az erőgép jellege végül olyan is lehet, hogy az erő és a sebesség szorzata, vagyis a gép teljesítménye marad változatlan. A **teljesítménytartó** gép jelleggörbéje ($Fv = \text{konst.}$) egyenlő oldalú hiperbola (5_0 görbe). Ezt közelíti meg a főáramkörü villamos motor görbéje, csakhogy annál valamivel meredekebb (5 görbe). Ilyen végül az „élő motor” is, amelynek munkasebessége növekvő terhelésnél szintén kb. úgy csökken, hogy a teljesítmény állandó maradjon.

Vannak erőgépek, amelyeknek jellege az előző három alapösszefüggéstől nagyon eltérő, jelleggörbéjük azonban olyan, hogy a munkasebesség növekedésével a hajtóerő csökken. A gyorsuló gép hajtóerejének e csökkenése biztosítja az üzem **stabilitását**, azaz a hajtóerő és az ellenállás megboltygatott egyensúlyi állapotának helyreállítását. A stabilis üzemű erőgép jelleggörbéjének eszerint süllyedő alakúnak kell lennie, vagyis érintőjének az abszcisszatengelyt **negatív** iránytangenssel ($\text{tg}\beta$) kell metszenie.

A 6.2. ábra a forgóáramú indukciós motor jelleggörbáját [$F(v)$ görbe] szemlélteti, amelynek folytonos vonallal kihúzott ága az ún. B billenőpontig stabilis jellegű, és az A_1 munkapont környezetében sebességtartó. A görbének szaggatott vonalú szakasza emelkedő jellegű, ez tehát a jelleggörbének labilis ága.

A munkagép jelleggörbéjének alakjából is következtethetünk az üzem stabilitására. Ez esetben az emelkedő jelleg biztosítja a stabilis üzemet (az érintő iránytangense pozitív).



6.2. ábra. A gépcsoport munkapontja

Csoporthajtásnál (amikor a közös közlőműről hajtott munkagépek üzemi tulajdonságai nem juthatnak érvényre) az üzem jellegét az erőgép jellemzői szabják meg.

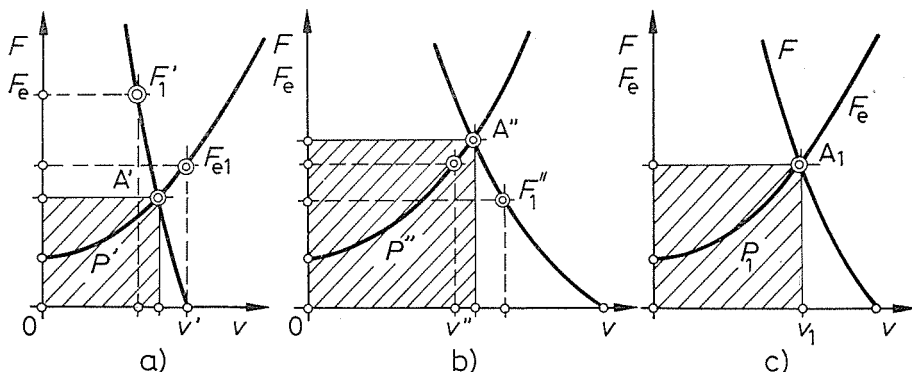
Az ún. **különhajtásnál** — amikor az erőgépet egyetlen munkagéppel gépcsoporttá egyesítjük — az erőgép üzemének jellegét a munkagép jellemző tulajdonságai is módosítják. Ilyenkor tehát a gépcsoportot szerves egységnek kell tekinteni, amelynek üzemi jellemzőivel a következő pontban részletesebben foglalkozunk [6.1].

6.1.2. A gépcsoport egyenletes üzeme. Az üzem stabilitása

A munkagéppel közvetlenül kapcsolt erőgép üzemi jellemzői a két jelleggörbe egymásra illesztésével szemléltethetők. A 6.2. ábrán az erőgép $F = F(v)$ jelleggörbáját és a munkagép $F_e = F_e(v)$ jelleggörbáját azonos léptékkel rajzoltuk egymásra. A merev munkakapcsolat miatt a két gép munkasebessége egyenlő, tehát a hajtóerő és az ellenállás egyensúlya csak **a két görbe metszéspontjával** jellemzett üzemállapotban jöhet létre ($F_1 = F_{e1}$, ha $v = v_1$). Az A_1 metszéspont a gépcsoport **munkapontja**, amelynek koordinátái az $F_1 v_1$ területű (vonalkázott) derékszögű négyszöget zárják körül, vagyis az üzemi teljesítmény nagyságát is meghatározzák.

A két jelleggörbe metszéspontjával meghatározott munkapont nem mindig adja azt a munkasebességet, amelynél az erőgép is és a munkagép is a *legkedvezőbb* (optimális) üzemviszonyok között dolgozik. Előfordulhat ugyanis, hogy *azonos teljesítőképességű két gép hibás összekapcsolása következtében a gépcsoport csak túlterheléssel* juthat egyensúlyba, vagy teherbírásának csupán törtrészt tudja kifejteni (amint a 6.3. ábra szemlélteti).

Mindkét esetben megfelelő áttétel (módosítás) alkalmazásával lehet az erőgép és a munkagép üzemi jellemzőit egymással összehangolni.



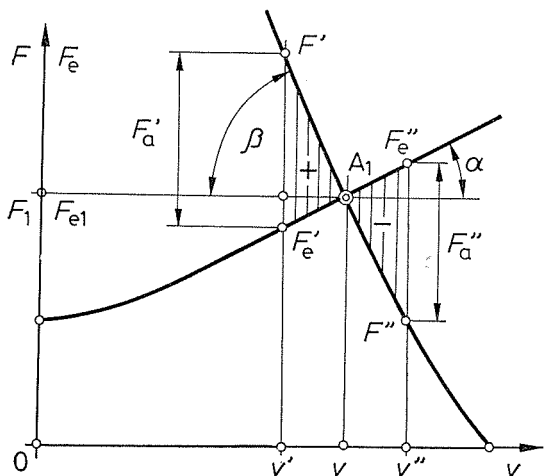
6.3. ábra. Az erőgép és a munkagép összehangolása

a) a gépcsoport teljesítőképessége nincs kihasználva; b) a gépcsoport túlterheléssel dolgozik; c) a gépcsoport összehangolása helyes

A helyes összehangolás feltételeit a jelleggörbék munkapontjainak egymásra illesztésével lehet biztosítani. Ha az erőgép és a munkagép jelleggörbéjén kijelöltük azt a munkapontot, amelyen a két gépnek dolgoznia kell, akkor a két görbének e két pontját kell egymásra illeszteni, ami az áttétel helyes megválasztásával mindig sikerül.

A munkapont környezetében felrajzolt jelleggörbék irányszögeiből — a 6.4. ábra szerint — az üzem **stabilitására** is következtethetünk.

A 6.4. ábrából kitűnik, hogy — abban az esetben, ha az erőgép jelleggörbéje süllyedő ($\beta < 90^\circ$), a munkagép pedig emelkedő ($\alpha < 90^\circ$) jellegű — az egyensúlyi állapotából kizökkentett gépcsoport csakhamar ismét felgyorsul, ill. lelassul az üzemi sebességre.



6.4. ábra. A gépcsoport üzemének stabilitása

Mindaddig ugyanis, amíg a v' sebesség *kisebb* az egyenletes üzemet biztosító v_1 sebességnél, az ábra szerint $F'_a = F' - F'_e$ nagyságú *pozitív* gyorsítóerő áll rendelkezésre az egyensúly helyreállításához. (A jelleggörbe labilis ágán *kisebb* sebességhez *kisebb* hajtóerő tartozik, és ennél fogva a munkapont eléréséhez szükséges gyorsulás helyett a gép *tovább lassul*, és így nem juthat egyensúly állapotba.)

Ha viszont a sebesség pillanatnyi értéke nagyobb az üzemi sebességnél ($v'' > v_1$), akkor az egyensúly helyreállításához szükséges lassítóerő (negatív erő) $F''_a = F''_e - F''$ veszi át a visszatérítő

erő szerepét (vö. a 6.4. ábrával, amelyből az is kitűnik, hogy e visszatérítő erő annál nagyobb, minél nagyobb a két jelleggörbe β és α irányszöge).

A gépcsoport üzemében a nagy visszatérítő erő csak akkor előnyös, ha a munkasebesség egyenletességét változó terhelés mellett is biztosítani kell.

Sok esetben viszont a sebesség tartás feltételénél fontosabb követelmény: az erőgép mentesítése az ún. durva üzemvitelt jellemző, ütemesen ismétlődő, lökészerű túlterhelésektől (pl. hengorosok, sajtók, kovácsológépek és ütemesen változó terhelésű munkagépek hajtása).

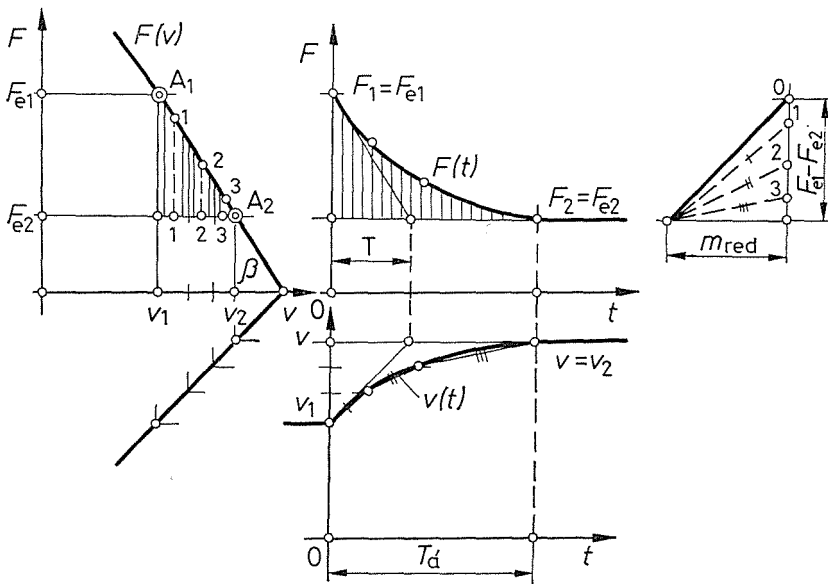
Ilyenkor a hajlékonyabb gépcsoport üzeme a kedvezőbb, mert jobban érvényre juttatja a lendítőtömeg tehermentesítő szerepét. Ha ugyanis a terhelési csúcsok tompítása sikerül, akkor az erőgép teljesítménye kisebb lehet, és – villamos üzem esetén – a hálózat terhelése is egyenletesebbé válik (6.6. ábra).

6.1.3. A stabilis jellegű erőgép változó terhelésű üzeme

Az erőgép stabilis jellegénél fogva a munkasebességnek is meg kell változnia, hogy a hajtóerő a megváltozott terheléssel egyensúlyba juthasson. Ha tehát a gép F_{e1} terhelésnél v_1 sebességgel (egyenletesen) dolgozott, akkor a terhelés hirtelen megváltozását egy gyorsulási (vagy lassulási) folyamatnak kell követnie, amelynek időtartama a gyorsított tömegek (mint energiatárolók) nagyságától is függ.

Az erőgép átállása (kisebb terhelésre) a menetábra (átmeneti függvény) megszerkesztésével szemléltethető, amelyből – a jelleggörbe összetartozó pontjainak átvitítésével – a hajtóerő időbeli változása is felrajzolható. Tehát ez esetben az átmeneti folyamat időbeli alakulását vizsgáljuk.

A 6.5. ábra szerint a (stabilis jellegű) gép $t = 0$ időpontig az F_{e1} terheléshez tartozó A_1 munkapontban egyenletes v_1 sebességgel dolgozott. Ha a terhelés ebben a pillanatban F_{e2} -re csökken, akkor az



6.5. ábra. Az erőgép átállása kisebb terhelésre

új egyensúlyi állapot eléréséhez a gép m mozgó tömegeinek az A_2 munkaponttal kijelölt v_2 sebességre kell felgyorsulniuk. Az ehhez szükséges gyorsítóerő valóban létre is jön, mert az F hajtóerő mindaddig nagyobb marad az új terhelésnél ($F - F_{e2} > 0$), amíg a sebesség el nem éri új, tartósult értékét (vagyis amíg $v < v_2$). A sebesség növekedésével a gyorsítóerő mindjobban csökken, ami az új egyensúlyi állapot elérését egyre inkább késlelteti. Ennek eredményeképpen a hajtóerő és a sebesség egyaránt aszimptotikusan közelíti meg új tartósult értékét (elméletileg a beállási idő végtelen). A gyakorlatban a folyamatot befejezettek szokás minősíteni, mihelyt a hajtóerő 95%-os megváltozása bekövetkezett. Ez egyben a T_2 átállás idejének elfogadott időtartamát is egyértelműen meghatározza.

A 6.5. ábrán szerkesztési eljárás látható, amely a sebesség időbeli változását a görbébe írt sokszög alakjában adja eredményül. A jelleggörbét három szakaszra osztottuk, és azokon belül a közepes metszékeket az 1, 2 és 3 ponttal jelöltük. Egy-egy sebességszakaszon belül a gyorsulást a (2.45) egyenlet szerint a közepes gyorsítóerő és az (m_{red}) redukált tömeg hányadosa határozza meg (vö. a 2.49. ábrán is alkalmazott háromszögszerkesztéssel, amely a menetábra húrjának emelkedési szögét adja).

A $v = v(t)$ görbébe írt sokszög pontjainak átvetítésével az $F = F(t)$ görbe is felrajzolható.

Az ábra szerint *állandó stabilitású* (az erőgép jelleggörbéjének β irányszöge állandó) jelleggörbe esetében az erőgép átállásának időbeli lefolyása számítással is meghatározható. E számítást áttekinthetővé teszi az ún. (dinamikai) **időállandó** bevezetése, amely az új egyensúlyi állapot eléréséhez szükséges T időtartamot fejezi ki változatlanul képzelt kezdeti gyorsulást feltételezve.

A kezdeti gyorsulás a 6.5. ábra jelöléseivel:

$$a_0 = (F_1 - F_{e2})/m_{red},$$

így a $v_2 - v_1$ sebességváltozás létrehozásához szükséges idő

$$T = \frac{v_2 - v_1}{a_0} = \frac{v_2 - v_1}{F_1 - F_{e2}} m_{red} = \frac{m_{red}}{b},$$

ahol $b = tg\beta$ az erőgép sebességtartásának fokmérője.

Az átállás T_4 ideje az időállandó többszörösével fejezhető ki kélszerűen. Ha az előbb említett 95%-os megközelítéssel megelégszünk, akkor $T_4 = 3T$, vagyis az új egyensúlyi állapot eléréséhez szükséges időtartam az időállandó háromszorosára becsülhető.

6.1. példa. Egy $P_1 = 75$ kW-os erőgép (motor) a 6.5. ábra szerint $t = 0$ időpontig $n_1 = 8$ s⁻¹ fordulatszámra teljes terheléssel dolgozott, vagyis

$$M_1 = \frac{P_1}{2\pi n_1} = \frac{75 \cdot 10^3 \text{ W}}{2\pi \cdot 8 \text{ s}^{-1}} = 1492 \text{ N} \cdot \text{m}$$

forgatónyomatékokat fejtett ki (A_1 munkapont).

Ezt követően az erőgép terhelése már csak $P_2 = 45$ kW, amelyhez — a gép jelleggörbéje szerint — $n_2 = 13$ s⁻¹ fordulatszámra kell felgyorsulnia. A terhelőnyomaték eszerint (A_2 munkapont)

$$M_2 = \frac{P_2}{2\pi n_2} = \frac{45 \cdot 10^3 \text{ W}}{2\pi \cdot 13 \text{ s}^{-1}} = 551 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

A gép tengelyére ékelt $D = 1$ m átmérőjű lendítőkerék (redukált) koszorútömege $m_{red} = 600$ kg. Az erőgép jelleggörbéjét a 6.5. ábrán — az $M = M(n)$ alak helyett a kerék kerületére vonatkozott $F = F(v)$ függvényábra szemlélteti, amelynek munkapontjai

$$A_1(v_1, F_1),$$

ahol

$$v_1 = \frac{D}{2} \omega_1 = \pi D n_1 = \pi \cdot 1 \text{ m} \cdot 8 \text{ s}^{-1} = 25,13 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

és

$$F_1 = \frac{2M_1}{D} = \frac{2 \cdot 1492 \text{ N} \cdot \text{m}}{1 \text{ m}} = 2984 \text{ N} = 2,98 \text{ kN};$$

$$A_2(v_2, F_2)_1^2$$

ahol

$$v_2 = \frac{D}{2} \omega_2 = \pi D n_2 = \pi \cdot 1 \text{ m} \cdot 13 \text{ s}^{-1} = 40,84 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

és

$$F_2 = \frac{2M_2}{D} = \frac{2 \cdot 551 \text{ N} \cdot \text{m}}{1 \text{ m}} = 1102 \text{ N} = 1,102 \text{ kN}.$$

Az erőgép sebességtartásának foka (vagyis a jelleggörbe negatív iránytangense)

$$b_s = \operatorname{tg} \beta = \frac{F_2 - F_1}{v_2 - v_1} = \frac{[(1102 - 2984) \text{ N}]}{(40,84 - 25,13) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = -119,8 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}} = -119,8 \frac{\text{kg}}{\text{s}},$$

amellyel az időállandó (mint előjel nélküli időtartam)

$$T \ddagger = \frac{m_{\text{red}}}{b} = \frac{600 \text{ kg} \ddagger}{119,8 \text{ kg/s}} = 5,01 \text{ s}.$$

Az új egyensúlyi állapot eléréséhez szükséges időtartam az időállandó háromszorosára becsülhető, vagyis

$$T_{\ddagger} = 3T = 15,03 \text{ s}.$$

6.1.4. A stabilis jellegű erőgép szakaszos terhelése

Már a 2.2.8. pontban a 2.56. ábra kapcsán vizsgáltuk az erőgép üzemét ütemesen változó terhelés esetére, és azt láttuk, hogy a gép munkasebessége is egyenlőtlen. Az egyenlőtlenség foka a lendítőtömeg nagyságától függ.

A vizsgálat folyamán hallgatólagosan feltételeztük, hogy az erőgép hajtóereje a munkasebességtől függetlenül állandó (erőtartó jellegű), mert csak ebben az esetben maradhat a hajtóerő ingadozó sebességnél is változatlan.

A stabilis jellegű erőgép hajtóereje azonban változó sebességnél nem maradhat állandó, hanem — a sebesség ingadozásától függően — egy legnagyobb és egy legkisebb érték között ütemesen ingadozik (és csak középvértéke lehet állandó).

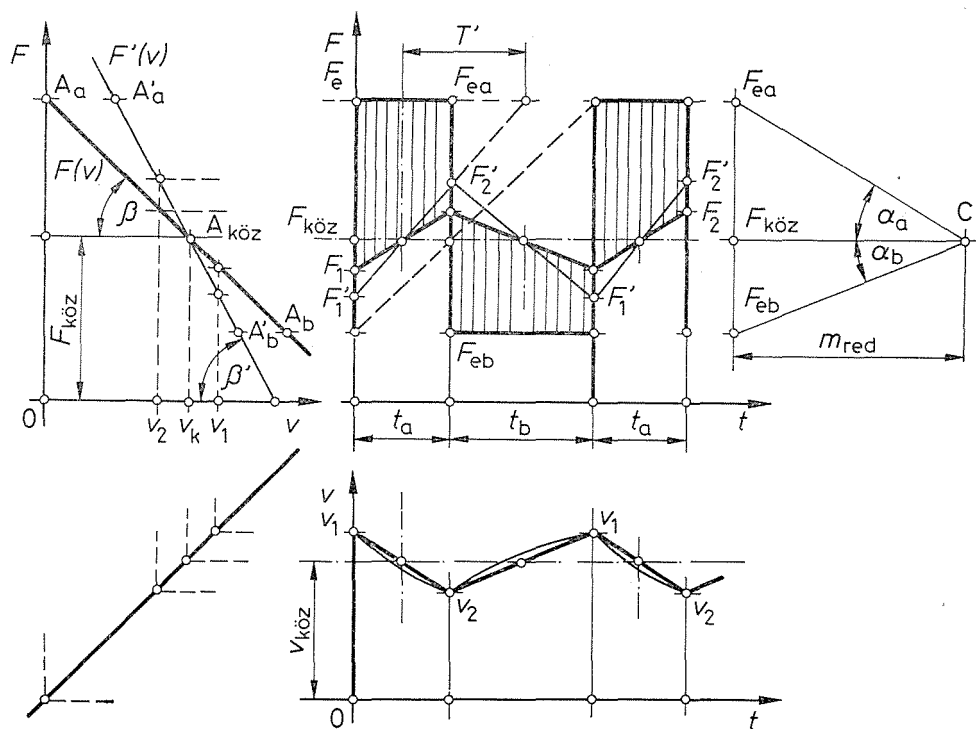
A 6.6. ábra szerint az erőgép ütemesen változó terhelését a t_a időtartamú F_{ea} (nagy) terhelést követő, t_b ideig tartó F_{eb} (kis) terhelés szakaszos ismétlődése jellemzi.

A hajtóerő $F_{köz}$ közepes értékét a terhelés középvértéke szabja meg, azaz

$$F_{köz} = \frac{F_{ea} t_a + F_{eb} t_b}{t_a + t_b}.$$

Ha az üzemszakaszok t_a és t_b időtartama a gép T üzemi időállandójánál kisebb (vagyis, ha a terhelés gyors ütemű változásáról van szó), akkor a gép tömegeinek gyorsulása közelítőleg a gyorsítóerő középvértékéből számítható ki.

A közepes terhelés magasságában kijelölt $A_{köz}$ munkapont a sebesség $v_{köz}$ középvértékét is meghatározza; a közepes gyorsító- (ill. lassító-) erőből kiszámított vagy megszerkesztett gyorsulás (ill. lassulás) pedig a sebesség felső és alsó határértékeit is kijelöli.



6.6. ábra. A stabilis jellegű erőgép üzemi jellemzői szakaszosan változó terhelésnél

A 6.6. ábra jelöléseivel a t_a időszakban a lassulás

$$\alpha_a = \frac{F_{köz} - F_{ea}}{m_{red}}, \quad \text{és ezzel} \quad v_2 - v_1 = \alpha_a t_a.$$

A t_b időtartamban a sebesség az $F_{köz} - F_{eb}$ nagyságú gyorsítóerő hatására ismét felgyorsul a v_1 kezdeti értékre.

A hajtóerő legnagyobb és legkisebb értékét a munkasebesség szélső értékei a jelleggörbén egyértelműen kijelölik.

A 6.6. ábrán két – különböző stabilitású – erőgép jelleggörbéjét rajzoltuk fel. A vastagabb vonallal kihúzott görbén a $v_2 - v_1$ sebességingadozásnak a hajtóerőben kisebb $F_2 - F_1$ ingadozás felel meg, amely – a határpontok átvételével – az $F = F(t)$ függvény felrajzolásához is felhasználható. A vékonyan kihúzott (meredekebb) görbén a hajtóerőváltozás ($F_2' - F_1'$) jóval nagyobb.

Megemlítendő, hogy a $v = v(t)$ és az $F = F(t)$ függvények szakaszai a valóságban a 6.5. ábra szerint szerkeszthető görbe vonalak, amelyek azonban gyors ütemű szakaszos üzem esetében egy-egy húrral helyettesíthetők.

Hosszabb időtartamú üzemszakaszokra a függvényeket a 6.5. ábra szerint kell megszerkeszteni. Ilyenkor a lendítőkerék csak késleltetni képes az erőgép átállítását a legnagyobb terhelésre, szemben a 6.6. ábrán szemléltetett két változattal, amelyeknél a lendítőtömeg tehermentesítő hatása is érvényesül, hiszen a legnagyobb terhelés el sem jut az erőgépig.

Az erőgépet ugyanis $F_a = F_{ea}$ hajtóerő helyett az egyik változatnál csak jóval kisebb ($F_2 < F_{ea}$) hajtóerőre kell méretezni. A másik változatnál (vékony vonal) a mértékadó legnagyobb hajtóerő valamivel nagyobb ugyan, de még mindig nem közelíti meg a terhelés legnagyobb értékét ($F'_2 < F_{ea}$).

A lökésszerű terhelések elhárítása érdekében az erőgép stabilitása mesterséges beavatkozással is (pl. villamos motoroknál az ún. csúszásszabályozóval) akként módosítható, hogy a lendítőtömög tehermentesítő szerepe kellő mértékben érvényre juthasson.

6.2. példa. A 6.6. ábra egy szerszámgép ütemesen változó terhelését ábrázolja az idő függvényében. Az $r = 1$ m sugarú lendítőkerék kerületére vonatkoztatott terhelés

$$t_a = 40 \text{ s} \quad \text{időtartam alatt} \quad F_{ea} = 1300 \text{ N};$$

$$t_b = 60 \text{ s} \quad \text{időtartam alatt} \quad F_{eb} = 300 \text{ N}.$$

A hajtóerő közepes értéke

$$F_{köz} = \frac{F_{ea} t_a + F_{eb} t_b}{t_a + t_b} = \frac{1300 \text{ N} \cdot 40 \text{ s} + 300 \text{ N} \cdot 60 \text{ s}}{40 \text{ s} + 60 \text{ s}} = 700 \text{ N}.$$

Az erőgép (közepes) fordulatszáma ennél a terhelésnél $n_{köz} = 5 \text{ s}^{-1}$, amellyel a lendítőkerék közepes kerületi sebessége

$$v_{köz} = 2\pi r n_{köz} = 2\pi \cdot 1 \text{ m} \cdot 5 \text{ s}^{-1} = 31,4 \text{ m/s.}$$

Az erőgép közepes teljesítménye

$$P_{köz} = F_{köz} v_{köz} = 700 \text{ N} \cdot 31,4 \text{ m/s} = 21\,980 \text{ W} \approx 22 \text{ kW}.$$

A lendítőkerék nagyságát abból a feltételből számítjuk ki, hogy a fordulatszám ingadozása $\delta = 40\%$ -ot meg ne haladja, azaz

$$v_1 - v_2 = \delta v_{köz} = 0,4 \cdot 31,4 \text{ m/s} = 12,6 \text{ m/s}$$

legyen, és ezzel a közepes gyorsulás t_b időtartam alatt

$$a_b = \frac{v_1 - v_2}{t_b} = \frac{F_{köz} - F_{eb}}{m_{red}} \text{ m/s}^2,$$

amiből

$$m_{red} = \frac{F_{köz} - F_{eb}}{v_1 - v_2} t_b = \frac{700 \text{ N} - 300 \text{ N}}{12,6 \text{ m/s}} 60 \text{ s} = 1905 \text{ kg} = 1,905 \text{ Mg}.$$

A lendítőkerék-koszorú súlyereje tehát

$$G_k = m_{red} g = 1905 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 18\,688 \text{ N} \approx 18,7 \text{ kN}.$$

Ha az erőgép vastag vonallal kihúzott jelleggörbéje olyan, hogy a F_{ea} legnagyobb terhelésnél csak $n_a = 0$ fordulatszámmal jut egyensúlyba (azaz $v_a = 0$, ha $F_a = F_{ea}$), akkor a negatív iránytangens

$$b = \text{tg } \beta = \frac{F_{köz} - F_a}{v_{köz}} = \frac{700 \text{ N} - 1300 \text{ N}}{31,4 \text{ m/s}} = -19,1 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}} = -19,1 \text{ kg/s},$$

az időállandó pedig

$$T = \frac{m_{red}}{|b|} = \frac{1905 \text{ kg}}{19,1 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}} = 99,7 \text{ s} \approx 100 \text{ s}.$$

Mínt hogy a t_a és a t_b üzemszakasz időtartama kisebb az időállandónál, a közepes gyorsulásból számított sebesség-ingadozás jó közelítésnek minősíthető. A hajtóerő ingadozása (a jelleggörbe b iránytangenséből)

$$F_2 - F_1 = b(v_2 - v_1)_a = -19,1 \text{ N} \cdot \text{s/m} \cdot (-12,6 \text{ m/s}) = 241 \text{ N}.$$

A legnagyobb hajtóerő tehát

$$F_2 = F_{köz} + \frac{F_2 - F_1}{2} = 700 \text{ N} + \frac{241 \text{ N}}{2} = 820,5 \text{ N}.$$

Hasonló módon számíthatók ki a (vékony vonallal kihúzott) meredekebb jelleggörbéjű erőgép üzemi jelleggörbéi is. Ha a negatív iránytangens pl. kétszer akkora, azaz $b = -38,2 \text{ N}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$, akkor az időállandó $T' = 49,9 \text{ s}$, a legnagyobb hajtóerő pedig $F_2' = 941 \text{ N}$.

6.1.5. Jelleggörbe-módosítás szabályozással

A gép statikus üzemi tulajdonságaira a jelleggörbe alakjából következtethetünk. A 6.1.1. pontban az erő és a munkasebesség kapcsolatát arra az esetre vizsgáltuk, amikor a gép üzemi tulajdonságait külső beavatkozással nem módosítottuk. (Állandó periódusú hálózatra kapcsolt indukciós villamos motor, állandó töltéssel járó gőzgép, változatlan nyitással dolgozó vízerőgép stb.)

A gép üzemi tulajdonságai azonban nem mindig elégitik ki azokat az üzemi követelményeket, amelyek a gépi munka hibátlan, ill. gazdaságos elvégzéséhez szükségesek.

Különösen szembeűnő ez az eltérés, ha pl. egy gőzturbinával hajtott szinkron-generátor elszigetelt üzemmódban, adott fogyasztói körzet energiaigényét látja el. A gőzturbina ugyanis állandó gőznyelés mellett csaknem teljesen erőtartó. Ezzel szemben a fogyasztói rendszer villamos motorokkal hajtott munkagépei gazdaságosan állandó névleges fordulatszámokon üzemelnek. Ha viszont a munkagépek terhelése nő, vagy új munkagépet helyeznek üzembe, az *energiaegyensúly megbomlik*, aminek következtében a hálózati frekvencia és ezzel a *munkagépek és a turbina fordulatszáma is csökken*. Az eredeti névleges fordulatszám csak külső beavatkozással, a turbina gőznyelésének módosításával érhető el újra.

Egy másik – a gépcsoport épségét is veszélyeztető – jelenség a **gép megfutása**, vagyis a fordulatszám megengedett felső határértékének túllépése. Ez akkor következik be, ha az erőtartó vagy teljesítménytartó gép terhelése hirtelen csökken vagy egészen megszűnik. Kis terhelésnél ugyanis a gép (pl. a *Pelton-turbina*) szögsebessége olyan mértékben megnövekedhet, hogy a forgó tömegben ébredő tömegerők valamelyik gépelemet (pl. futókereket, lendítőkereket) szét is vethetik.

Az **indítás** időszakában a gépnek viszont *erőtartónak* kell lennie, hogy állandó gyorsulással indíthassuk.

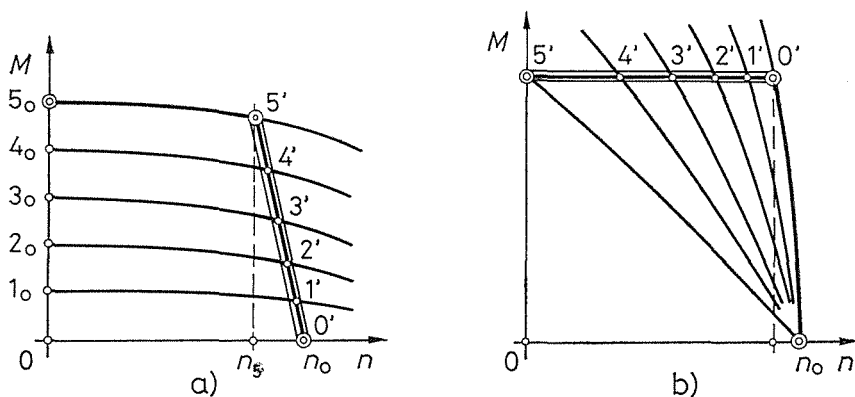
A változatos üzemi követelmények maradéktalan kielégítése csak akkor sikerülhet, ha a gép jellegzetes tulajdonságait mesterséges beavatkozással *módosítjuk*, más szóval ha a gépet *szabályozzuk*. Az **erőgép szabályozása** abból áll, hogy az ún. vezérlőmű elállításával teremtjük meg az összhangot a hajtóerő és a terhelés között, tehát a hajtóerőt a mindenkorai terheléshez igazítjuk.

A *belső égésű motor* vezérlőműve a hengerbe vezetett tüzelőanyagnak vagy a **menyiségét** vagy a **minőségét** módosítja, és ezáltal a gépet kisebb vagy nagyobb teljesítmény szolgáltatására állítja be. A teljesítményt **szabályozott jellemzőnek**, a tüzelőanyag-áramot (tömegáramban kifejezve) **módosított jellemzőnek**, és a módosítást közvetlenül végrehajtó szerkezetet (pl. szelepet) **beavatkozó szervnek** nevezzük.

A gőzgép tolattyús vagy szelepes vezérlőműve a bevezetett frissgőz töltését változtatja, a vízerőgép víznyelése (módosított jellemző) pedig a vezetősatorna keresztmetszetének fokozatos zárásával módosítható.

A villamos gépek szabályozásának sokféle változatával e helyen nem foglalkozhatunk, csupán annyit jegyünk meg, hogy az áramkörök jellemzőinek megváltoztatására sok esetben a fokozatosan kiiktatható, ún. szabályozó-ellenállások alkalmazásai, amelyek közül az indítás folyamán használt berendezést *indító-ellenállásnak* szokás nevezni.

A szabályozás befolyása a gép üzemére a 6.7. ábra alapján, a szabályozással módosított jelleggörbe alakváltozásából egyszerűen megérthető. A 6.7a ábra egy (erőtartó) gőzgép jelleggörbéinek sorát ábrázolja a legnagyobb töltéstől az üresjáráig. Minden töltéshez más-más jelleggörbe tartozik, amelyek közül az ábrán ötöt emeltünk ki.



6.7. ábra. Szabályozással módosított jelleggörbék

a) erőtartó gőzgép sebességtartó szabályozóval; b) sebességtartó villamos motor erőtartó (indító) szabályozóval

Amíg a gép állandó töltéssel dolgozik, a fordulatszám már akkor is tág határok között ingadozik, ha a terhelés csak kismértékben változik. Kis terhelésnél az egyensúlyi állapot a megengedett fordulatszám-tartományban be sem állítható (a gép megfutása el nem kerülhető), ha a töltést nem csökkentjük. Mihelyt azonban a fordulatszám növekedését azzal korlátozzuk, hogy minden terheléshez olyan töltést állítunk be, amely az előírt fordulatszámnál egyenletes üzemet biztosít, ezzel nemcsak a megfutás veszélyét zárjuk ki, hanem egyben a gép sebességtartóvá tesszük.

A 6.7a ábra vastagon kihúzott vonala olyan jelleggörbét ábrázol, amely a teljes terhelés és az üresjárás között mindössze néhány százalékos sebesség-ingadozást mutat. (Az üzem stabilitása érdekében a fordulatszám növekvő terheléssel csökken; vö. a 6.1.2. és 6.1.3. ponttal.)

A szabályozással módosított jelleggörbe a legnagyobb és a legkisebb töltés közé eső görbesor minden görbéjének egyetlen pontjára illeszkedik. Ez a metszéspont egyértelműen meghatározza azt a fordulatszámot is, amelynél a görbéhez tartozó töltést kell beállítani. Ezzel a szabályozással a gép fordulatszámja (a 6.7. ábra jelölésével) a kijelölt n_0 üresjárás érték fölé nem nőhet, mert e fordulatszám elérésekor a gép töltést már nem kap. A terhelés megnövekedése következtében a gép lassulni kezd, és töltése mindaddig nő, amíg a megnövekedett hajtóerő a terheléssel egyensúlyba nem jut. Ha a terhelés akkora, hogy az egyensúlyi állapot még a legnagyobb töltéshez tartozó n_5 fordulatszámnál sem áll be, a gép üzemi jellemzői szabályozással már nem módosíthatók. Az n_5 fordulatszámotól a megállásig a gép változatlanul teljes töltéssel dolgozik, a jelleggörbe tehát az $5' - 5_0$ vonallal folytatódik.

Egészen hasonló elven módosítható a mellékáramkörű motor sebességtartó jellege erőtartóvá, az ún. indító-ellenállás fokozatos beiktatásával. Itt is minden ellenállás-fokozathoz más-más jelleggörbe tartozik. (Ezek közös pontja a 6.7b ábra szerint az n_0 üresjárás fordulat szám.)

Az álló motort a teljes indító-ellenálláson keresztül kapcsoljuk be. Az álló motornak $5'$ ponttal kijelölt indítónyomatéka a fordulatszám növekedésével csökken, de szabályozással (az ellenállás fokozatos kiiktatásával) állandó értéken tartható, amint az ábra vastagon kihúzott $5' - 0'$ jelleggörbéje szemlélteti. Az indító-ellenállás teljes kiiktatása után ($0'$ pont) a szabályozhatóság határához érkeztünk. E ponttól kezdve a motor eredeti sebességtartó jellege jut érvényre, vagyis a szabályozással módosított (vízszintes) jelleggörbe a $0'$ ponttól az állandó belső ellenállású motornak csaknem függőleges ($0' - n_0$) jelleggörbéjével folytatódik.

A szabályozás művelete elyben kétféle módon hajtható végre. Lassú lefolyású terhelésváltozás esetén a vezérlőmű kézi erővel állítható el, vagyis a dinamikai egyensúlyt **kézi szabályozással** állítjuk helyre.

Kézi szabályozással szokás ellátni pl. a kis teljesítményű vízerőgépeket, és sokszor kézi indítóval zárjuk rövidre a villamos motor ellenállásait az indítás időtartama alatt.

Gyors lefolyású és szabálytalan terhelésingadozások szabatos és kellő gyorsaságú kielégítésére a kézi szabályozás már nem alkalmas. Ilyenkor csak **önműködő szabályozás** vezethet célhoz, különösen akkor, ha a gép járásának egyenletessége tekintetében is szigorúbb követelményeket kell kielégíteni.

Kézi szabályozás esetén olyan készülékre vagy műszerre van szükség, amely *jelzi* a szabályozott jellemző megváltozását (a szabályozási eltérést), vagyis útmutatást ad arra, hogy a vezérlőművet (beavatkozó szervet) mikor, milyen értelemben (irányban) és milyen mértékben kell elállítani. Önműködő szabályozás esetén a beavatkozáshoz szükséges elállítást egy e célra szerkesztett önműködő berendezés — az ún. **szabályozó** (regulátor) végzi el (emberi közreműködés nélkül), és pedig vagy közvetlenül, vagy külső erőforrás (segédenergia) igénybevételével (közvetlen és közvetett szabályozás).

A **közvetlen szabályozás** eszközei tehát az **érzékelő** (amely a szabályozott jellemző változásait érzékeli); a **különbségképző szerv**, amely a szabályozott jellemző pillanatnyi értékét — különbségképzéssel — összehasonlítja a tartani kívánt értékkel (alapértékkel); a **jelformáló szerv**, amely meghatározott algoritmus szerint előállítja a megfelelő irányú, mértékű és időbeli lefolyású (dinamikájú) végrehajtott jelet, amely végül a **beavatkozó szervet** (pl. szabályozószelepet) közvetlenül vezérli.

Közvetett szabályozás esetén a jelformáló szerv után még egy erősítő kerül beépítésre, amely külső (hidraulikus, pneumatikus vagy villamos) segédenergia igénybevételével és ennek megfelelően idegen erőforrásból táplált segédmotorral (szervo-motorral) működteti a beavatkozó szervet.

6.1.6. A sebesség szabályozó

Az erőgépek üzeme során leggyakrabban a *munkasebesség (fordulatszám)* szabályozására van szükség, amint erre a 6.7. ábra kapcsán is utaltunk. Ez esetben a sebesség (fordulatszám) állandó értéken tartása céljából e feladat ellátására alkalmas önműködő berendezést, ún. **sebesség- (fordulatszám-) szabályozót** kell beépítenünk, amelynek egyik legrégebbi és legegyszerűbb megoldása (l. még a 2.60. ábrát) a „centrifugális inga” (röpsúlyos szabályozó). A röpsúlyok kilendülésével — a 6.8.

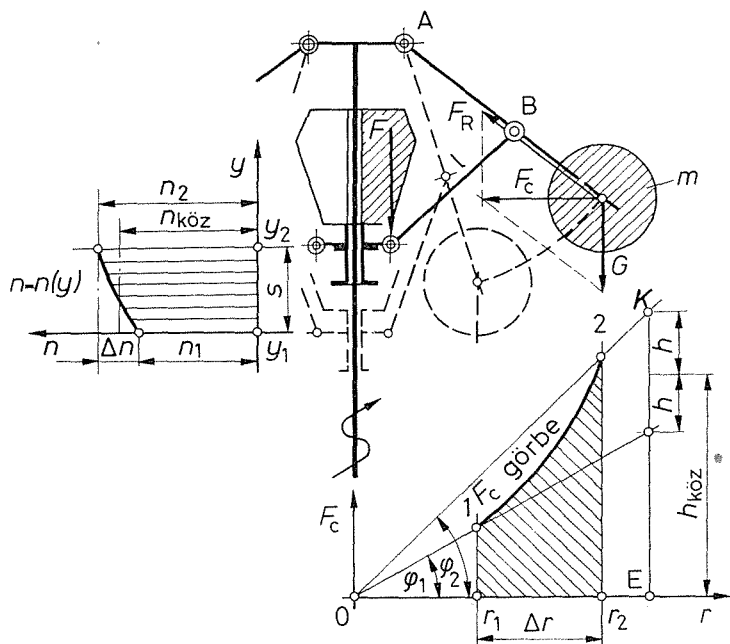
ábra szerint — a tengelyen elcsúsztatható hüvely emelkedik, amellyel a gép beavatkozó szerve vezérelhető.

A szabályozó hüvelyét az inga karjával az l hajtórúd úgy kapcsolja össze, hogy a fordulatszám növekedésével a hüvely emelkedjék (stabilis szabályozás), ill. hogy a hüvelyemelkedés a fordulatszám-változással közelítőleg arányos legyen.

Az alsó hüvelyálláshoz tartozó n_1 fordulatszámnak n_2 -re kell növekednie ahhoz, hogy a hüvely az s lökettel kijelölt utat befussa. A $\Delta n = n_2 - n_1$ szabályozási tartományon belül $\delta = \Delta n / n_{\text{köz}}$ egyenlőtlenségi fokkal (arányossággal) kell számolni (vö. a 2.2.8. ponttal).

A sebességtartással szemben támasztott követelményeket — a gyakorlati igények szerint — akkor elégíthetjük ki, ha az egyenlőtlenségi fokot $\delta = 3 \dots 6\%$ -os értékre korlátozzuk.

A szóban forgó szabályozótípus jellemzőit a gyakorlatban a centripetális erő — az ún. F_c görbe — felrajzolásával szokás megadni (6.8. ábra).



6.8. ábra. Súlyal terhelt sebességszabályozó

Az F_c görbe a szabályozó (súrlódásmentes) csuklós elemeit terhelő erők játékából szerkesztendő meg oly módon, hogy az inga súlypontját a pillanatnyi r sugárhoz tartozó körmozgás létesítéséhez szükséges vízszintes F_c erővel húzzuk befelé. Az F_c görbe alakja a hüvely súly- vagy rugóterhelésével, az inga felfüggesztőpontjának áthelyezésével módosítható, de a forgástengely helyétől független.

Az F_c görbe megszerkesztése után a tengely helyét a szabályozó üzemi követelményeihez igazodóan választjuk meg. A tengely helyének kijelölésével ugyanis az F_c görbe koordinátatengelyének kezdőpontját rögzítjük, az F_c erőt pedig negatív centripetális erőnek minősítjük. Az F_c görbe ezáltal a szabályozó (statikus) jelleggörbéjeként kezelhető, amely $F_c = F_c(r)$ alakjában az inga (vízszintes) r kilengése és az F_c centripetális erő között fejez ki egyértelmű kapcsolatot.

Mínt hogy a centripetális erőből a szögsebesség (fordulatszám) is számolható (az r kilengések és az y hüvelyállások között pedig az említett egyértelmű kapcsolat mutatható ki), a fordulatszámok

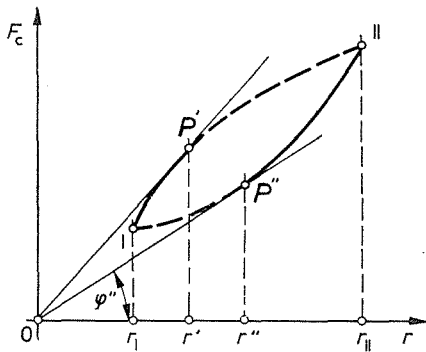
és a hüvelyállások összetartozó értékeiből az $y = y(n)$ vagy az $n = n(y)$ függvény is felrajzolható (6.8. ábra).

Az $F_C = F_C(r)$ jelleggörbéből a szabályozó itt következő üzemi jellemzői határozhatók meg:

a) A szabályozás stabilitása az F_C görbe emelkedésétől függ. A centripetális erő $F_C = m\omega^2 r$, a görbe (r, F_C) pontját a kezdőponttal összekötő sugár emelkedése pedig

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{F_C}{r} = m\omega^2.$$

A sugár iránytangense eszerint a szögsebesség négyzetével arányos, ami azt is jelenti, hogy a meredekebb sugár egyben nagyobb fordulatszámot jellemez. Ha tehát a 6.9. ábra szerint az F_C görbéhez a kezdőpontból érintőt tudunk húzni, ebből arra következtethetünk, hogy a görbének labilis ága is van (feltéve, hogy a sugár a görbét nem inflexiós pontban érinti). Az érintési pont környezetében $\omega = \text{konst.}$, tehát a görbe „asztatikus” (és az instabilitás határán levő). A 6.9. ábra jelöléseivel a szóban forgó P' , ill. P'' asztatikus pontok választják el a görbe szaggatott vonallal húzott labilis ágát a folytonos vonallal kihúzott stabilis ágától.



6.9. ábra. Az F_C görbe stabilis és labilis ága

A görbének az az ága stabilis, amelynek távolodó pontjai a kezdőponttól szemlélve is emelkednek, azaz r növekedésével a φ szög is nő.

A labilis jelleg szabályozásra alkalmatlan, ennél fogva az F_C görbét úgy kell kialakítani, hogy annak ne legyen labilis ága (az asztatikus pontokat is ki kell rekeszteni).

b) Az egyenlőtlenégi fok a 6.8. ábra szerint az F_C görbe végpontjaihoz tartozó φ_1 és φ_2 irány-
szögekéből a (2.56) egyenlet felhasználásával a következőképpen számítható:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = m\omega_1^2, \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = m\omega_2^2 \quad \text{és} \quad \operatorname{tg} \varphi_{köz} = m\omega_{köz}^2$$

értékekkel

$$\delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_{köz}} = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\omega_{köz}^2} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_1}{2 \operatorname{tg} \varphi_{köz}}.$$

A φ szögek tangensét – a 6.8. ábra jelöléseivel – az abszcisszatengely (tetszőleges méretarányban kijelölt) E egységpontjában emelt ordinátán olvashatjuk le:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_1 = 2h,$$

és

$$\operatorname{tg} \varphi_{köz} \approx (\operatorname{tg} \varphi)_{köz} = h_{köz}$$

ordinátametszéssel az egyenlőtlenégi fok közelítő értéke

$$\delta = \frac{h}{h_{köz}}.$$

E számítás nem egészen szabatos, mert a szögsebességek középértékének négyzetével arányos $\operatorname{tg} \varphi_{\text{köz}}$ helyett a szögsebességek négyzetének középértékével számoltunk. Az elkövetett hiba nagysága a következő számítással ellenőrizhető:

$$\omega_1 = \omega_{\text{köz}} - \frac{\delta \omega_{\text{köz}}}{2} \quad \text{és} \quad \omega_2 = \omega_{\text{köz}} + \frac{\delta \omega_{\text{köz}}}{2}$$

helyettesítéssel írható:

$$(\operatorname{tg} \varphi)_{\text{köz}} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1 + \operatorname{tg} \varphi_2}{2} = m \omega_{\text{köz}}^2 \frac{(1 - \delta/2)^2 + (1 + \delta/2)^2}{2}$$

Helyettesítés és rendezés után

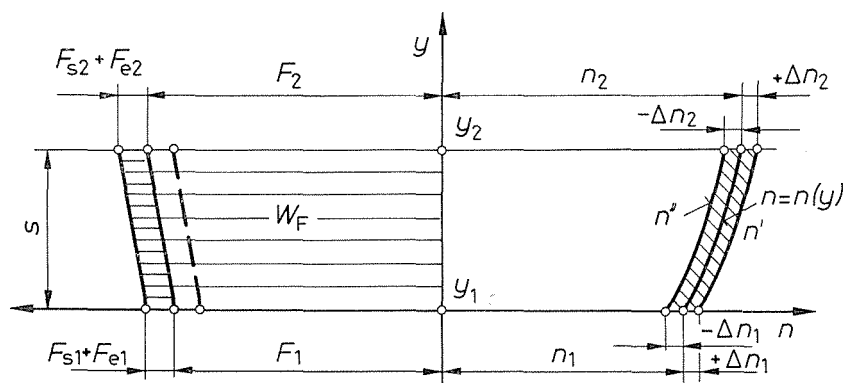
$$(\operatorname{tg} \varphi)_{\text{köz}} = \operatorname{tg} \varphi_{\text{köz}} \left(1 + \frac{\delta^2}{4} \right)$$

Például $\delta = 0,1$ értékkel $\delta^2/4 = 0,0025$, azaz mindössze egynegyed százalék, amely az egészhez képest elhanyagolható.

c) A szabályozó munkaképessége azzal a W_F munkával fejezhető ki, amellyel a szabályozó (s úton) alsó állásából felső állásába hozható. Minthogy ezt a munkát az F_C centripetális erő $\Delta r = r_2 - r_1$ úton végzi, a szabályozó munkaképessége az F_C görbe alatti területből is kiszámítható (a 6.8. ábrán ferdén vonalkázott munkaterület).

Közvetlen szabályozás esetén a szabályozó e munkaképessége révén képes a beavatkozó szervet működtetni.

d) A közepes hüvely nyomás a nyugalomban levő szabályozó hüvelyének elállításához szükséges F erő közepes értéke. Az F erő löket menti változása (6.10. ábra) a szabályozó csuklós elemeit terhelő erők játékából ugyanúgy határozható meg, mint az F_C görbe. Közepes értéke a szabályozó munkasebességéből számítható: $F_{\text{köz}} = W_F/s$.



6.10. ábra. A sebességszabályozó érzéketlensége

e) A szabályozó érzéketlenségi foka. A szabályozó eddigi vizsgálatánál figyelmen kívül hagytuk a csuklós elemekben ebredő súrlódási erőket, valamint a szabályozó hüvelyéhez kapcsolt rudazat ellenállását. Ezek az erők a hüvely elmozdulásával ellentétes $F_s + F_e$ (passzív) hüvelyterhelések alakjában vehetők számításba. (F_s a szabályozó belső csapsúrlódásának a hüvelyre redukált értéke, F_e pedig a vezérlőmű és kiegyensúlyozott rudazatának elállításához szükséges erő.)

E belső és külső súrlódási erők a szabályozást meghatározott fordulatszám-tartományban érzéketlenné teszik, e tartományban ugyanis a szabályozó hüvely a munkasebesség megváltozása ellenére is nyugalomban marad. Elmozdulást csak a centripetális erő megváltozása idézhet elő.

A 6.10. ábra jelöléseivel a szabályozó érzéketlenségi foka a következő megfontolással fejezhető ki:

A hüvely emelkedését az $F_s + F_e$ erővel megnövekedett hüvelynyomás akadályozza, az F erőt n fordulatszámánál kiegyensúlyozó F_C erőnek tehát $(F + F_s + F_e)/F$ arányban kell megnövekednie. Ez azt is jelenti, hogy a hüvely csak akkor mozdul meg, ha a fordulatszám is $n' = n + \Delta n$ értékre emelkedett.

A hüvely süllyedéséhez viszont az F_C erőnek $(F - F_s - F_e)/F$ arányban csökkennie kell, ami csak az $n'' = n - \Delta n$ fordulatszámánál következik be.

A szabályozó eszerint $(n' - n'') = 2\Delta n$ nagyságú érzéketlenségi sávval rendelkezik. Ennek viszonylagos értékét nevezzük érzéketlenségi foknak, azaz

$$\varepsilon = \frac{2\Delta n}{n}.$$

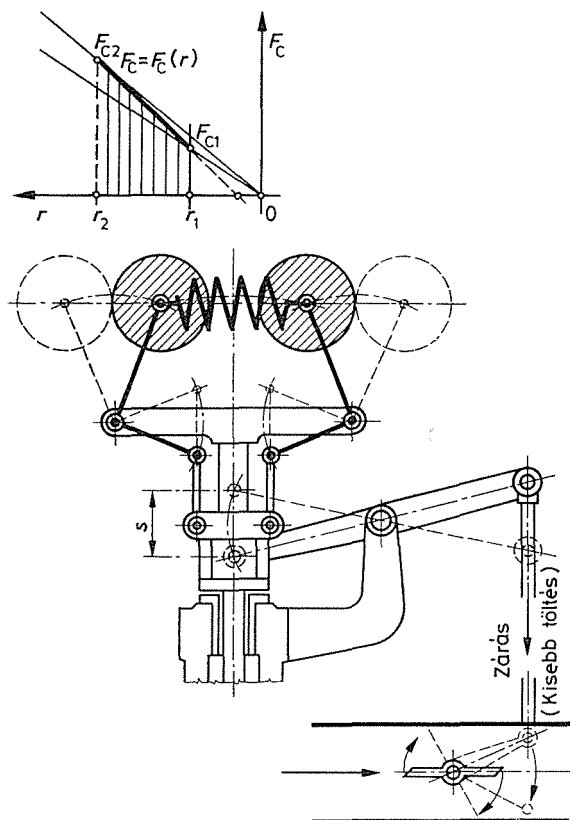
Az érzéketlenségi sáv szélessége a sűrűlási erők változásának megfelelően a hüvelymozdulás függvényében változhat.

A (2.56) egyenlettel igazolható, hogy ($r = \text{konst.}$ feltétellel) az érzéketlenségi fok az $F'_C = F_C(F + F_s + F_e)/F$ és $F''_C = F_C(F - F_s - F_e)/F$ centripetális erőkkel is kifejezhető, azaz írható:

$$\varepsilon = \frac{F'_C - F''_C}{2F_C} = \frac{F_s + F_e}{F}.$$

Az érzéketlenségi fok tehát annál nagyobb, minél nagyobb az $F_s + F_e$ sűrűlás a szabályozó hüvelynyomásához képest. A szabályozás érzékenységének fokozása érdekében tehát a szabályozó belső csapsűrűlódása és a vezérlőmű elállításához szükséges erő legyen minél kisebb, az F hüvelynyomás (és ezzel együtt a szabályozó munkaképessége) pedig legyen elegendően nagy.

Jó szabályozótól rendszerint megkívánjuk, hogy az érzéketlenségi fok $\varepsilon = 1\%$ -nál kisebb legyen.



6.11. ábra. Rugóval terhelt sebességszabályozó

A szabályozó érzéketlensége következtében az egyenlőtlenségi fok valóságos értéke (δ_v) a b) pontban kifejezett elméleti értékhez képest megnövekszik. Jó közelítéssel írható:

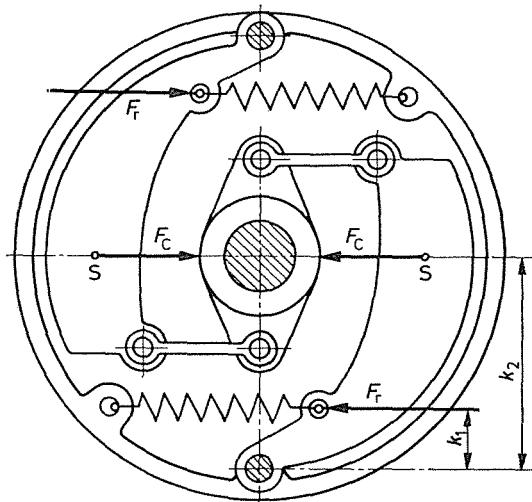
$$\delta_v \approx \delta + \varepsilon.$$

A sebességszabályozó változatos megoldásai közül a rugóterhelésű szabályozók terjedtek el (Tolle, Hartung, Proell).

A rugóterhelés egyik előnye, hogy a rugó feszítésével a gép fordulatszámja és a szabályozás egyenlőtlenségi foka is változtatható. A F_C görbe alakja is sokkal tágabb határok között módosítható. (Vö. a 6.11. ábrával. A szabályozó jelleggörbéje ferde egyenes, amelynek emelkedése változtatható.)

A rugóterhelés másik előnye a 6.11. ábra szerinti elrendezésnél az, hogy a centripetális erőt közvetlenül – emelőkarok közbeiktatása nélkül – létesíti. A csuklókat és a csapokat ilyenkor csak egészen kis erők terhelik, és ennél fogva a csapsúrlódás csökkenésével az érzéketlenségi fok is egészen kis értékre csökkenthető.

A rugóterhelésű sebességszabályozóknak egyik különleges változata a tengelyszabályozó (6.12. ábra).



6.12. ábra. Tengelyszabályozó

A hőerőgépek vízszintes vezérlőtengelyére zárt tokban felszerelt tengelyszabályozó hüvelye a vezérlőművet nem tengelyirányú eltolódás útján, hanem viszonylagos elfordulással állítja el. A lengő tömegek a centripetális erő hatására a tengellyel párhuzamos csapok körül a tengelyre merőleges síkban (sugárirányban) mozdulnak ki. A centripetális erőt rugóerő létesíti, a fordulatszámmal megnagyobbodó kilengéseket pedig hajtórúd viszi át a hüvelyre (6.12. ábra).

6.1.7. Közvetett szabályozás. A visszavezetés elve

A sebességszabályozó szabatos működésének feltételeit az előző pontban már megismertük.

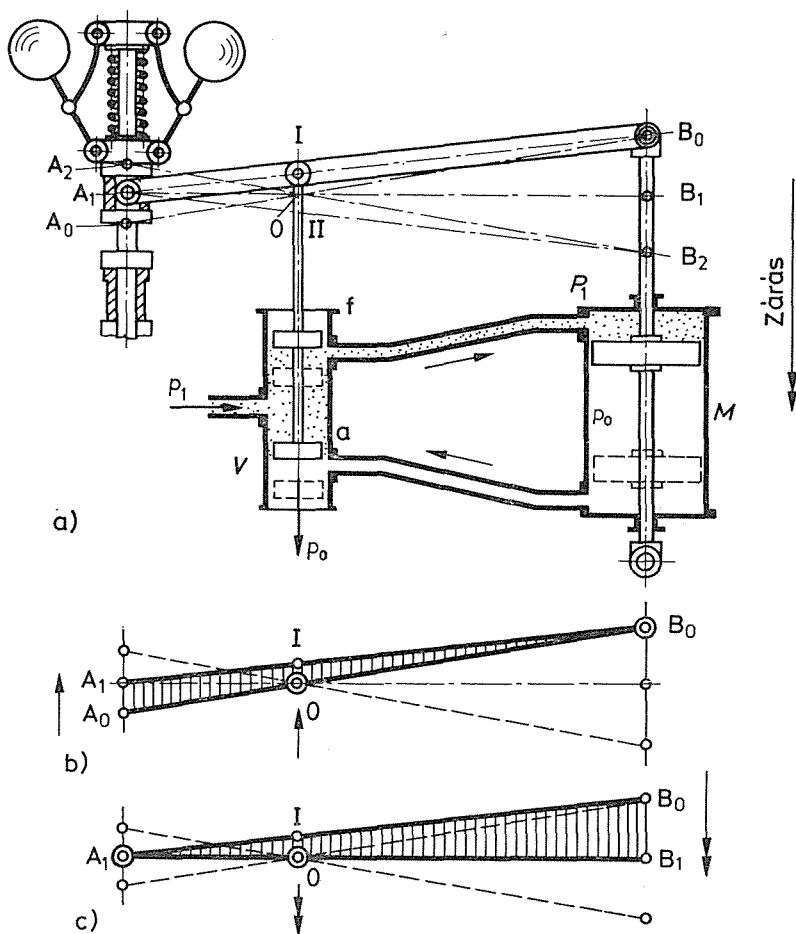
A megengedhető érzéketlenségi fok korlátjain belül a szabályozó munkaképességének csak igen kis hányada vonható el a beavatkozó szerv elállításához. Ha tehát a beavatkozó szerv elállításához szükséges erők nagyok, akkor ezt a munkát csak igen nagy méretű szabályozó tudná elvégezni. Ha pedig ezek az önmagukban is

nagy erők nemcsak ellenállás (súrlódás) alakjában jelentkeznek, hanem változó nagyságú mozgatóerőkkel is párosulnak, akkor a hüvelyre gyakorolt visszahatás a szabályozást bizonytalaná teszi. Ilyenkor *közvetett szabályozás* valósítható meg oly módon, hogy a szabályozó és a beavatkozó szerv közé **erősítőt** iktatunk, amelyet idegen erőforrásból táplálunk.

A 6.13. ábra egy vízerőgép (turbina) közvetett fordulatszám-szabályozóját ábrázolja, amelynek hüvelyre egy folyadéknyomással dolgozó ún. *hidraulikus M szervomotor V* vezérlőtollatját állítja el.

Ha a gép gyorsul, akkor a szabályozó hüvelyre a vezérlőtollatját középpálságból felfelé (az ábrán rajzolt helyzetbe) emeli, és ezzel megnyitja a szervomotor hengerének (felső) beömlőnyílását. A nagy nyomású folyadék a dugattyút lefelé mozgatja (a vezérlőtollatját egyúttal az alsó kiömlőnyílást is szabaddá tette).

A dugattyú rúdjaához kapcsolt beavatkozó szerv a vízerőgép töltését csökkenti, vagyis a turbina vezetősatornait fokozatosan zárja. A szervomotor dugattyúja mindaddig mozgásban van, amíg a



6.13. ábra. Közvetett szabályozás (visszavezetéssel)

a) a szabályozó, a vezérlő- és a munkahenger; b) a szabályozó, ill. c) a munkahenger hatása a vezérlőhengerre

vízmenyiség csökkenése következtében a gép annyira le nem lassult, hogy a szabályozó a vezérlőtollatút ismét középállásba nem hozta.

A fordulatszám eredeti értékét és a vezérlőtollatút középállását azonban adott sebességgel éri el, aminek következtében *túlszabályozás* áll be, vagyis a hajtóerő kisebb lesz a terhelésnél (a szabályozási eltérés előjelet vált). Így a leírt folyamat fordított irányban megy végbe, miközben a vezérlőtollatút a szervomotor dugattyújának alsó terébe engedi a nagynyomású folyadékot. A szervomotor dugattyúja emelkedik, aminek következtében a vízerőgép töltését fokozatosan növeli mindaddig, amíg a gép ismét gyorsulni kezd, és eléri eredeti fordulatszámát. Az ismételt túlszabályozás következtében ütemesen ismétlődő, lengéses folyamat áll be, amely lehet kedvezően csillapodó, de káros, meg nem engedhető lengésekre is vezethet.

A közvetett szabályozás e hibája megszüntethető ún. *visszavezetés* alkalmazásával, aminek lényege, hogy a vezérlőtollatút a szervomotor dugattyújával olyan kapcsolatba hozzuk, hogy az – az állandósult üzemállapot beállítása érdekében – a tollatút ismét középállásba helyezze. Tehát a szervomotor dugattyújának helyzete visszahat a vezérlőtollatút helyzetére.

A 6.13. ábrából könnyen megérthető a szabályozásnak ez a módja, ha a szabályozó rudazatának helyzetét a számozás sorrendjében megfigyeljük.

Az AB kétkarú emelőnek a vezérlőtollatúthoz kapcsolt (közbenső) O pontja középállásban marad, ha az A és B végpont ellentétes értelemben mozdul ki. Ha tehát a rúd a pillanatnyilag még nyugalomban levő B_0 pont körül (a szabályozóhévely A_0 -ból A_1 -be *emelkedése* következtében) elfordul, és a vezérlőtollatút nyitja, akkor a szervomotor dugattyúja *süllyedni* kezd. Eközben a rúd az A_1 pont körül fordul el, miközben másik végpontja B_0 -ból B_1 -be süllyed, és ezzel a vezérlőtollatút ismét *zárja*.

A vezérlőmű helyes beállítása esetében ezzel az állítással helyreáll az üzemi egyensúlyi állapot, vagyis a rúd a O ponton átmenő A_1B_1 helyzetét megtarthatja mindaddig, amíg a terhelés újból meg nem változik.

A rudazat nyugalmi helyzetei nyomon követve, a 6.13. ábrából megállapítható a hévelyállások (A_0 , A_1 és A_2), valamint a szervomotor dugattyúállásai (B_0 , B_1 és B_2) között levő kapcsolat is, amely a szabályozással módosított jelleggörbe alakját is meghatározza.

Meg kell jegyezni, hogy különlegesen kialakított közvetett szabályozással a gép pontosan sebességtartó (asztatikus) jellege is megvalósítható (izodróm szabályozás). E szabályozási módnak különösen a hőerőművek turbógenerátorainál van jelentősége, amelyeknek a terheléstől függetlenül állandó periódusú áramot kell adniuk.

6.1.8. Az erőgépek és a munkagépek együttműködése csoportshajtásnál. Különböző erőátviteli megoldások; jelleggörbék

A legutóbbi évtizedekben a gépesítés egyre szélesebb körű elterjedése az élet szinte valamennyi területén, továbbá az alkalmazandó teljesítménnyel szembeni igények növekedése, különösen az ún. **különhajtás** csoportjában (vö. az 1.2.6. ponttal) újabb műszaki feladatokat támasztott a gépek tervezőivel szemben. Az *alkalmazandó motorok* tekintetében a két legfontosabb változat: **villamos hajtás** esetében a legegyszerűbb szerkezeti felépítésű és legegyszerűbb kezelést igénylő *háromfázisú, rövidre zárt forgórészű motor* (l. az 5.3.2. pontot); a **belső égésű motorok** esetén pedig a *benzin-* és még inkább a *Diesel-motor* (vö. a 4.3.3. és a 4.3.4. ponttal).

E motortípusok általában egyszerű felépítésűk, aránylag igénytelen és gazdaságos üzemük folytán terjedtek el egyre jobban. Alkalmazásuk sok esetben csak azután válhatott általánossá, miután a felmerült műszaki problémákat sikeresen megoldani.

Az említett műszaki feladatok a következők voltak:

1. A **motor indítása terhelés alatt** álló gépcsoport esetén, pl. *kaparóláncok, kőtörők, szállítószalagok, centrifugák, kompresszorok* stb. hajtása.
2. Az **álló géptengely összekapcsolása a forgó motortengellyel**, pl. a *közúti gépjárművek, a motoros sínvontatás gépjárművei, a különböző útépítő és földmunkagépek* haladó mozgatóberendezései.

3. A munkagép **sebességének szabályozása kötött fordulatszámú hajtómotor** alkalmazása esetén, pl. különböző *villamos csörlők, ventilátorok, tápszivattyúk* hajtása.
4. **Több motorral történő közös munkagép hajtása**, pl. több pontján hajtott *szállítóberendezések, egycsavaros, többmotoros hajók* hajtása.
5. A beépített **motorteljesítmény kihasználása** valamennyi munkasebességtartományban, pl. *emelőberendezések, vontatóberendezések*, változó emelőmagasságra dolgozó *dugattyús szivattyúk* hajtása.
6. Egy-egy gépen belül **többféle mozgatás** megoldása **egyetlen motor beépítésével**, pl. *darugépkocsik, kombájnok, fejtőgépek, rakodógépek, szerszámgépek* többféle mozgást igénylő különböző berendezéseinek hajtása.
7. Nagyon széles határok között **ingadozó terhelésű** berendezések hajtása, pl. olajbányászat *mélykútszivattyúi, földmunka- és kotrógépek, szénnyaluk* hajtása stb.

A feladatok a gépcsoporton belüli *energiaszállítás és energiaátalakítás* körébe tartoznak (vö. az 1.2.3. ponttal). Megoldásuk többféle lehet: a legmegfelelőbb megoldást — mint általában minden műszaki feladat esetében — az összes műszaki, gazdasági és nem utolsósorban a kezelői adottságok és előfeltételek gondos mérlegelése alapján lehet kiválasztani. Ezenfelül az utóbbi években fokozott mértékben előtérbe kerültek az *üzembiztonsági és a környezetvédelmi szempontok* is.

Az idők folyamán kialakult megoldások

- a) *villamos* erőátvitel (pl. a *Diesel-villamos* vontatás);
- b) *pneumatikus* erőátvitel (pl. szerszámgépek szerkezetei);
- c) *hidrodinamikus* erőátvitel (pl. hidrodinamikus tengelykapcsolók, nyomaték-váltók);
- d) *hidrosztatikus* erőátvitel (pl. daruk, sajtolóberendezések stb.).

A villamos erőátvitel részleteivel az 5. fejezetben, a hidraulikus erőátvitel részleteivel a 3.4. alfejezetben foglalkoztunk.

A 2.2.5. pontban rámutattunk arra, hogy különösen az időszakos üzemű gépeknél a **hajtómotor típusának és nagyságának** kiválasztását az indítás feltételeinek figyelembevételével kell elvégezni.

Az a)–d) alatt említett erőátviteli módok alkalmazása nemcsak azt teszi lehetővé, hogy az egyes gépcsoportok hajtásához szükséges mechanikai teljesítményt a korábban említett legegyszerűbb felépítésű motor szolgáltatassa, hanem azt is, hogy az alkalmazásra kerülő motornagyság a berendezés átlagos teljesítményigényének megfelelő nagyságban kerüljön beépítésre, és így az egész berendezés üzeme gazdaságosabb legyen.

6.3. példa. Egy, a kőolajfúrásoknál használatos mélykútszivattyú hajtását $n_1 = 960 \text{ min}^{-1}$ fordulatszámú $P_1 = 20 \text{ kW}$ névleges teljesítményű, háromfázisú, rövidre zárt villamos motor végezte ékszíjhajtás-áttételen keresztül.

Az adott kútmélységnek, szivattyú-ellensúlybeállításának és termelt olajminőségnek megfelelően a gépcsoport vizsgálata során a következő teljesítményjellemzőket kaptuk:

Üzemi állapot

legnagyobb teljesítmény indításkor
 legnagyobb teljesítmény ellensúlyemeléskor
 legnagyobb teljesítmény rudazatemeléskor
 átlagos teljesítményfogyasztás
 átlagos meddőteljesítmény-felvétel

Hálózatból felvett teljesítmény

$P_{1 \text{ max}} = 16,00 \text{ kW};$
 $P_e \text{ max} = 4,80 \text{ kW};$
 $P_r \text{ max} = 8,40 \text{ kW};$
 $P_d = 2,72 \text{ kW};$
 $Q = 12,00 \text{ kvar}.$

Megállapítható, hogyha a $P_1 = 20$ kW névleges teljesítményű motor az előbbi átlagos teljesítményfelvétel mellett dolgozik, akkor $\eta = 40,5\%$ hatásfokának megfelelően

$$\begin{aligned} \text{átlagos tengelyteljesítménye } P_{t\bar{a}} &= \eta P_{\bar{a}} = 1,1 \text{ kW}; \\ \text{átlagos veszteségteljesítménye } P_v &= P_{\bar{a}} - P_{t\bar{a}} = 1,62 \text{ kW}. \end{aligned}$$

A berendezés gazdaságosságának növelése érdekében vizsgáljuk meg, hogyan változnak meg a viszonyok, ha a szivattyú hajtásához alkalmazandó motor nem közvetlenül hajtja az ékszj-hajtótárcsát, hanem pl. hidrodinamikus tengelykapcsolón keresztül.

Mint az a hidrodinamikus tengelykapcsoló jelleggörbéiből (vö. a 3.4.12. ponttal) következik, megfelelően összehangolt hidrodinamikus tengelykapcsoló és rövidre zárt villamos motor üzeménél

- a) a villamos motor időszakosan igénybe vehető egészen a billenőnyomatékáig;
- b) a gyorsulási viszonyok mások a motor- és mások a munkagéppoldalon.

Így tehát nem vesszük a felgyorsításból eredő 16 kW-os indításkori teljesítmény-csúcsértéket figyelembe, hanem csak az állandósult, de terhelésingadozással járó üzemet, és onnan is a kedvezőtlenebb $P_{r \max} = 8,4$ kW értéket, amely az adott esetben a rudazat emelésekor lépett fel. Ebben az állapotban a motor hatásfoka $\eta = 80\%$ -ra tehető, így

$$\begin{aligned} \text{a legnagyobb tengelyteljesítmény } P_{t \max} &= \eta P_{r \max} = 6,7 \text{ kW} \\ \text{és a legnagyobb teljesítményvesztés } P_{v \max} &= P_{r \max} - P_{t \max} = 1,7 \text{ kW}. \end{aligned}$$

A billenőnyomaték értékét 1,5-szeres üzemi nyomatékértékre felvéve

$P_1 = P_{t \max}/1,5 = 4,5$ kW névleges teljesítményű motor alkalmazása javasolható, ha az hidrodinamikus tengelykapcsolón keresztül hajtja a berendezést. Ebben az esetben a $P_{t\bar{a}} = 1,1$ kW átlagos tengelyteljesítményt $\eta = 69\%$ hatásfokkal fogja a motor szolgáltatni, a várható átlagos teljesítményfelvétel tehát a megelőző

$$P_{\bar{a}} = 2,72 \text{ kW-tal} \quad \text{szemben} \quad P'_{\bar{a}} = P_{t\bar{a}}/\eta = 1,6 \text{ kW-ra tehető.}$$

Mivel a motor átlagos vesztesége $P_v = 1,62$ kW-ról $P'_v = P'_{\bar{a}} - P_{t\bar{a}} = 0,5$ kW-ra csökken, így tehát az átlagos megtakarítás $P_m = P_v - P'_v = 1,12$ kW lesz.

A meddőteljesítmény felvétele $Q = 12$ kvar értékről $Q' = 3,6$ kvar-ra csökken, ami $Q_m = Q - Q' = 8,4$ kvar meddőteljesítmény-megtakarítást jelent.

Ha az évi megtakarítást nézzük, akkor $\tau = 8000$ h/év (üzemóra/év)-vel számolva

$$E_1 = \tau P_m = 8000 \text{ h/év} \cdot 1,12 \text{ kW} = 8960 \text{ kW} \cdot \text{h/év} = 8,96 \text{ MW} \cdot \text{h/év},$$

és

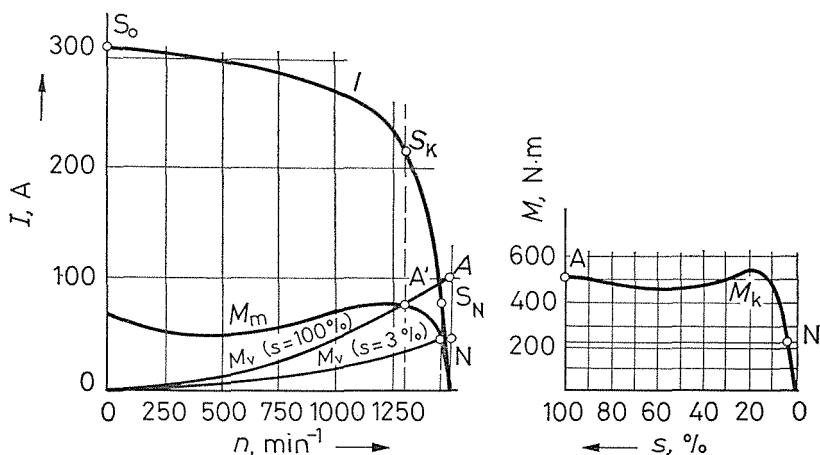
$$E_2 = \tau Q_m = 8000 \text{ h/év} \cdot 8,4 \text{ kvar} = 67200 \text{ kW} \cdot \text{h/év} = 67,2 \text{ MW} \cdot \text{h/év}$$

megtakarítást eredményez csupán egyetlen mélykútszivattyúnál.

A 6.3. példában ismertettük, hogy megfelelő erőátvitel alkalmazása lehetővé teszi kisebb névleges teljesítményű motor alkalmazását valamely műszaki feladat megoldására, azzal az esettel szemben, amikor a motor közvetlen mechanikai kapcsolatban van a hajtott géppel. Ezt az a körülmény magyarázza, hogy az alkalmazásra kerülő erőátviteli elem révén **lényegesen módosul a munkagépet hajtó géptengely jelleggörbéje** az eredeti erőgéptengely jelleggörbéihez képest.

A példa szerinti rövidre zárt motor és hidrodinamikus tengelykapcsoló együtt működésének vizsgálatánál jól használhatók a 6.14. ábra szerint szerkeszthető jelleggörbék.

Az ábra bal oldalán az M_m görbe a villamos motor nyomatékának változását ábrázolja a motor fordulatszámának függvényében. Az I görbe a motor áramfelvételt adja ugyancsak a motor fordulatszámának függvényében. A jól összehangolt hidrodinamikus tengelykapcsolót úgy kell méretezni, hogy vonszolónyomatékának M_v görbéje ($s = 100\%$) a billenőpontban mossa a motor nyomatékgörbéjét, míg az $s = 3\%$ -nak megfelelő görbe a motor névleges üzemi pontján menjen át. Az ábra jobb oldalán az $n_1 = 1500 \text{ min}^{-1}$ állandó motorfordulatszámra mértékadó M_K ten-



6.14. ábra. Rövidre zárt villamos motor és hidrodinamikus tengelykapcsoló együttműködése

gelykapcsoló nyomaték–csúszás jelleggörbéjét rajzoltuk fel. Az ábrából látható, hogy a gépcsoport legnagyobb terhelése esetén is a villamos motor az $s = 100\%$ paraméterű görbével való metszéspontig fel tud azonnal gyorsulni bekapcsolás után, és a továbbiakban a terheléstől függően az A' -től az n tengelyig tartó motorgörbezakaszon fog dolgozni.

A *Diesel*-motorral való együttműködést a 6.4. és a 6.5. példa kapcsán vizsgáljuk meg.

6.4. példa. A 6.15. ábra szerinti elrendezésben $P_1 = 456 \text{ kW}$ teljesítményű, $n_1 = 320 \text{ min}^{-1}$ fordulatszámú *Diesel*-motor nyomatékkorlátozású tengelykapcsolón keresztül hajtja a hajócsavart. A 6.16. ábrán az $M_m (100\%)$ görbe a motor 100%-os töltéshez tartozó nyomatékgörbéje ($n_1/100$)² függvényében; a jobb oldali segédábra az alkalmazott tengelykapcsoló $M = f(s)$ görbéje $n_1 = 320 \text{ min}^{-1}$ értéken. (A könnyebb kezelhetőség érdekében a fordulatszám négyzetének függvényében rajzoltuk fel a motor nyomatékgörbéjét, az állandó csúszáshoz tartozó görbék ugyanis ebben a léptékben egyenesen ábrázolhatók.) A tengelykapcsolót úgy méreteztük, hogy a motor 320 min^{-1} fordulatszám mellett a 3% csúszással forgó hajócsavar teljesen terhelje le a 100% töltésű motort.

Az ábra segítségével megállapítható

- ha a hajócsavar üzem közben megakad, jég szorul be, azaz $s = 100\%$ lesz, akkor a teljes töltéssel járó motort $n_1 = 192 \text{ min}^{-1}$ fordulatszámra fogja lenyomni;
- ha csak pl. 50% töltéssel járna a motor, akkor a hajócsavart $n_1 = 238 \text{ min}^{-1}$ motorfordulatszámnál tudná éppen hajtani (úi. a hajócsavar nyomatékfelvétele gyakorlatilag ugyancsak n^2 -tel arányosan változik);
- ha teljes motortöltéssel a terhelés hatására a motoroldali fordulatszám pl. 250 min^{-1} , akkor ezt a teljesítményt az adott tengelykapcsoló 14% csúszás mellett tudja átvinni.

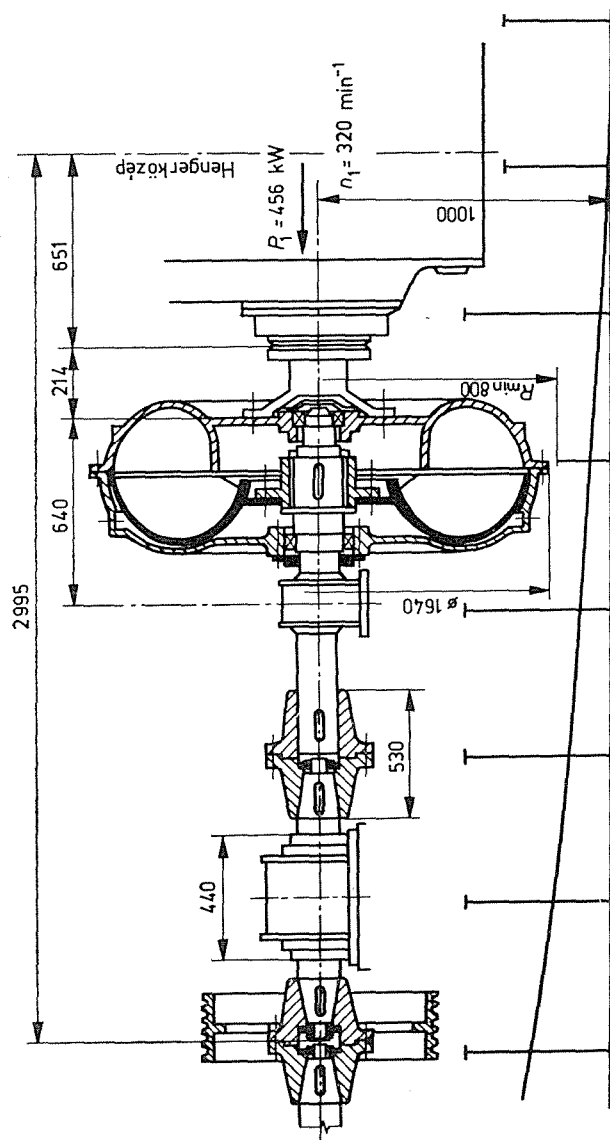
6.5. példa. A 6.4. példa szerinti $D_k = 1640 \text{ mm}$ külső átmérőjű hidrodinamikus tengelykapcsoló tömege $m \approx 900 \text{ kg}$ (alumíniumöntvény)+460 kg víztöltet. A gépház légerének hőmérséklete $\vartheta_0 = 40 \text{ }^\circ\text{C}$ ($T = 312 \text{ K}$). A teljes terheléssel, $s = 3\%$ csúszással járó tengelykapcsoló állandósult üzemben a külső felületen alkalmazott, egybeöntött hűtőbordák miatt $\alpha = 80 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ hőátadási együtthatóval jellemzett hőleadással dolgozik.

A tengelykapcsoló hőleadó felülete

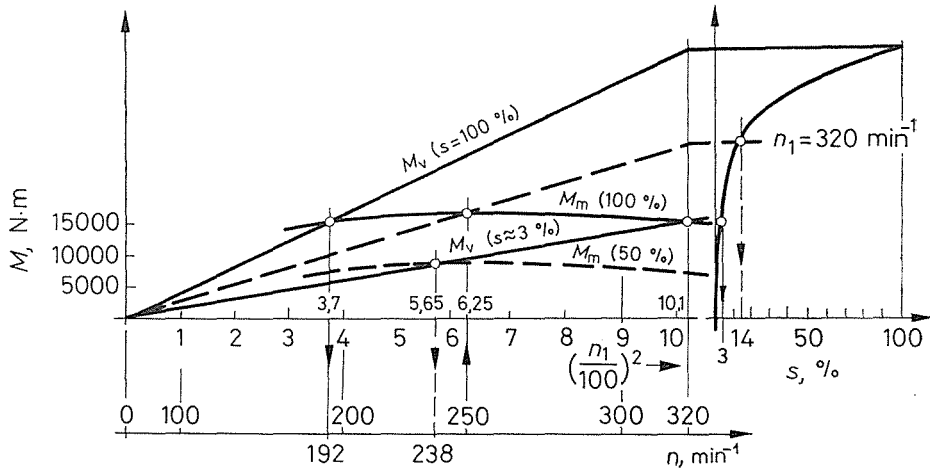
$$A = 2 \frac{\pi D_k^2}{4} + \pi D_k b = \left(2 \cdot \frac{\pi 1,64^2}{4} + \pi 1,64 \cdot 0,5 \right) \text{ m}^2 \approx 6,7 \text{ m}^2.$$

A környezetnek átadandó hőáram állandósult üzemben

$$\Phi = P_s = 456 \text{ kW} \cdot 0,03 = 13,68 \text{ kW}.$$



6.15. ábra. Jégtörő hajó főhajítása nyomatékkorlátozó hidrodinamikus tengelykapcsolón keresztül (mérték mm-ben)



6.16. ábra. Diesel-motor és hidrodinamikus tengelykapcsoló együttműködése

A tengelykapcsoló hőmérséklete $T_1 = T_0 + \Delta T_1$ lesz, ahol

$$\Delta T_1 = \frac{\Phi}{\alpha A} = \frac{13\,680 \text{ W}}{80 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \cdot 6,7 \text{ m}^2} = 26 \text{ K},$$

tehát $T_1 = T_0 + \Delta T_1 = (313 + 26) \text{ K} = 339 \text{ K}$, $\vartheta_1 = 66 \text{ }^\circ\text{C}$ lesz a tengelykapcsoló várható üzemi hőmérséklete.

Ha ebben az állapotban jég szorul a hajócsavar mellé, mennyi ideig járhat a motor teljes töltéssel anélkül, hogy a víz hőmérséklete $\vartheta_2 = 95 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_2 = 368 \text{ K}$ fölé emelkedjék?

A tengelykapcsoló anyagának hőfelvétele [$c_1 = 0,90 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ fajhővel]

$$Q_1 = \Delta T_2 m_1 c_1 = 29 \text{ K} \cdot 900 \text{ kg} \cdot 900 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 2,349 \cdot 10^7 \text{ J} = 23,49 \text{ MJ},$$

mivel

$$\Delta T_2 = T_2 - T_1 = (368 - 339) \text{ K} = 29 \text{ K}.$$

A töltőfolyadék hőfelvétele

$$Q_2 = \Delta T_2 m_v c_v = 29 \text{ K} \cdot 460 \text{ kg} \cdot 4186 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 5,584 \cdot 10^7 \text{ J} = 55,84 \text{ MJ}.$$

A tengelykapcsoló és a légkör közötti átlagos hőmérsékletkülönbség

$$\Delta T_3 = \frac{\Delta T_2}{2} + T_1 - T_0 = \frac{368 \text{ K} - 339 \text{ K}}{2} + 339 \text{ K} - 313 \text{ K} \approx 40 \text{ K},$$

amellyel a leadható hőáram

$$\Phi' = \alpha A \Delta T_3 = 80 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \cdot 6,7 \text{ m}^2 \cdot 40 \text{ K} = 21\,440 \text{ W} = 21,44 \text{ kW}.$$

A hajócsavar megakadásakor a tengelykapcsoló a motor fordulatszámát a 6.16. ábra szerint $n_1 = 192 \text{ min}^{-1} \approx 3,2 \text{ s}^{-1}$ fordulatszámra csökkenti, amikor is a motor teljes töltéssel az $M = 15,0 \text{ kN} \cdot \text{m}$ nyomatéknak megfelelően

$$P' = M\omega = M2\pi n = 15,0 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 2\pi \cdot 3,2 \text{ s}^{-1} = 302 \text{ kW}$$

teljesítménnyel dolgozik. E teljesítmény hővé alakul át. Ha t idő alatt éri el a hidrodinamikus tengelykapcsoló a $T_2 = 368 \text{ K}$ értéket, akkor a

$$P' t = W_1 + W_2 + \Phi t$$

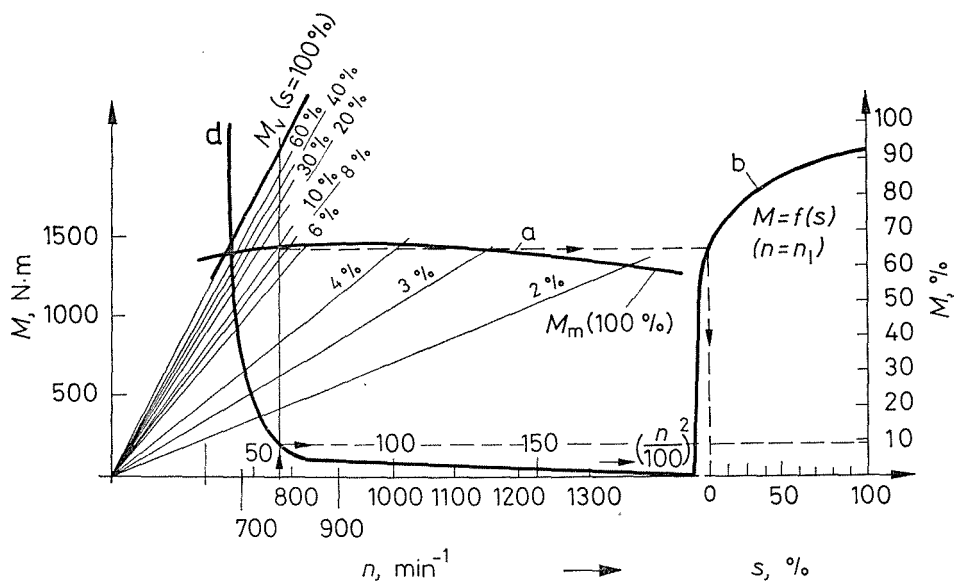
egyensúlyi egyenletből

$$t = \frac{Q_1 + Q_2}{P' - \Phi'} = \frac{(2,349 + 5,584)10^7 \text{ J}}{(3,02 + 0,214)10^8 \text{ J/s}} \approx 283 \text{ s,}$$

tehát kerekén $t = 283 \text{ s} \approx 5 \text{ min}$ -ig maradhat a motor megakadt hajócsavarral üzemben anélkül, hogy a tengelykapcsoló hőmérséklete $t_2 = 95 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_2 = 368 \text{ K}$ fölé növekedne.

Gyakorta felmerül – különösen a gépjárműipar területén – az a kérdés, hogy valamely motorfordulatszámokon a motor nyomatékát a hidrodinamikus tengelykapcsoló milyen hatásfokkal, ill. mekkora csúszással tudja átvenni. Erre a választ a 6.17. ábra d görbéje, az $s = f(n)$ görbe adja meg.

Az ábra megszerkesztésével kapcsolatban utalunk a 6.14. és a 6.16. ábrára.



6.17. ábra. Diesel-motor és hidrodinamikus tengelykapcsoló együttműködése

6.2. A GÉPEK, BERENDEZÉSEK ÁTMENETI ÜZEMÁLLAPOTAI

A 6.1.3. és 6.1.4. pontban egy stabilis jelleggörbéjű erőgép változó terhelésű üzemét vizsgáltuk két jellegzetes átmeneti üzemállapotban. Az egyik esetben feltételezésünk szerint a gép terhelése ugrásfüggvényszerűen csökkent, aminek következtében munkasebessége a v_1 állandósult értékről kiindulva exponenciális jelleggel v_2 értékre növekedett, tehát a gép egy jellegzetes **átmeneti folyamat** lezajlása után jutott új **állandósult** állapotába. A másik esetben a terhelés ütemes változása következtében a gép nem is juthatott állandósult állapotba. Az ilyen és ehhez hasonló **átmeneti állapotok** szükségszerűen együtt járnak a gépek és berendezések üzemével.

6.2.1. Az átmeneti üzemállapotok szerepe

Az **átmeneti üzemállapotok**, ill. -folyamatok a kiváltó okok szerint *két csoportba sorolhatók*. Ha a folyamatot szándékolt beavatkozás (pl. a turbina szabályozószelepek nyitása) váltja ki, akkor **beavatkozási átmeneti folyamatról**, ha valamilyen független külső hatás (zavarás) váltja ki (pl. a terhelés változása vagy gőzkazánok esetén a tüzelőanyag fűtőértékének megváltozása), akkor **zavarási átmeneti folyamatról** beszélünk.

A gépek és berendezések üzemvitelének és üzembiztonságának szempontjából igen fontos, hogy a szóban forgó folyamatok során hogyan, pontosabban milyen időfüggvény szerint változnak a gépek e szempontból fontos üzemi jellemzői (pl. a hőmérséklet, a nyomás, a fordulatszám, a sebesség stb.). Egyes jellemzők jelentős átmeneti megváltozása ugyanis többek között a **szerkezeti elemek** meg nem engedett **igénybevételét** okozhatja, vagy egyéb nem kívánatos következménnyel (pl. gőzkazánoknál cirkulációs zavarokkal) járhat. A hőmérséklet-változások következtében a szerkezeti anyagok **megengedett igénybevétele** változik, más esetekben esetleg jelentős **hőfeszültségek** ébredhetnek – különösen a vastagfalú szerkezeti elemekben. Így nyilvánvaló, hogy az átmeneti folyamatok beható ismeretének és elemzésének alapvető szerepe van a gépek helyes üzemviteli előírásainak és utasításainak kidolgozásakor.

Az átmeneti folyamatok során az üzemvitel szempontjából mértékadó jellemzők változása két tényező egyértelmű függvényeként adódik:

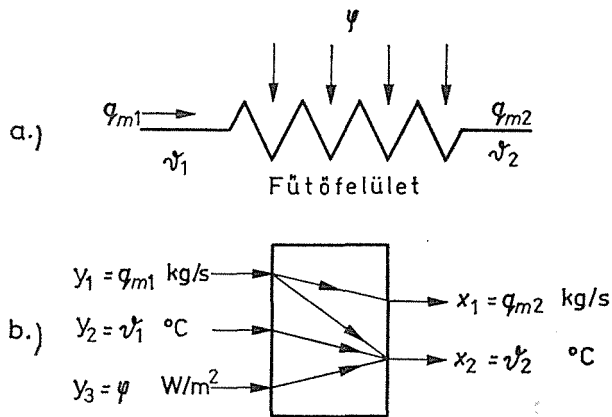
- a folyamatok alakulása egyrészt annak függvénye, hogy a folyamatot kiváltó ok (hatás), tehát az előzőekben említett **beavatkozás**, ill. **zavarás milyen nagyságú és időben milyen** lefolyású. E hatások számszerűen mindenkor valamilyen, a hatások jellemzésére alkalmas fizikai mennyiség megváltozásával jellemez-

hetők, ill. írhatók le. E mennyiségek a vizsgálatok során ún. $y(t)$ **bemenőjelekként** kezelhetők. A beavatkozó hatás leírása ennek megfelelően az y_b **beavatkozójel** (pl. a gőzturbina szabályozószelepének nyitása, mm-egységekben mérve), ill. annak $y_b(t)$ időfüggvénye; a zavaró hatás leírására pedig a **zavarójel** (pl. gőzkazánoknál a tüzelőanyag fűtőértéke), ill. annak $z(t)$ időfüggvénye szolgál;

- a folyamatokat más oldalról a gép, ill. a berendezés ún. *dinamikai tulajdonságai* határozzák meg, amelyek viszont a gép belső szerkezeti felépítésétől, konstrukciós, hőtechnikai, áramlástechnikai stb. jellemzőitől függenek. Amint a 6.1. példánál láttuk, a motor időállandója – mint a dinamikai tulajdonságok jellemzője – az m_{red} forgó tömeg függvénye.

Az átmeneti folyamatok során a vizsgálat céljától függően bennünket mindenkor csak meghatározott jellemzők változása érdekel. E kitüntetett jellemzőket, ill. azok időbeli változását a vizsgálat szempontjából $x(t)$ **kimenőjelekként** kezeljük.

Egy gőzkazán túlhevítőjének be- és kimenőjeleit példaképpen a 6.18. ábra szemlélteti. E konkrét esetben elsődlegesen a túlhevítőből kilépő gőz ϑ_2 hőmérsékletének és q_{m2} mennyiségének a változása érdekel bennünket, ezért ezeket kezeljük kimenőjelként, és – amint látható – **bemenőjelekként azokat a mennyiségeket, amelyeknek a megváltozása szükségszerűen a kimenőjelek megváltozását vonja maga után.** Röviden tehát azt mondhatjuk, hogy a bemenőjelek **hatnak** a kimenőjelekre.



6.18. ábra. A gőztúlhevítő be- és kimenőjelei

a) az üzemi jellemzők jelöléseivel;
b) általános jelölésekkel (q_m a gőz tömegárama; ϑ a gőz hőmérséklete; φ a felületi hőáram sűrűsége)

Az elméleti vizsgálatoknál a be- és kimenőjeleknek ezt a kapcsolatát absztrakcióval egyszerűbben is ábrázolhatjuk, amint a szóban forgó túlhevítőre a 6.18b ábrarész szemlélteti. Itt a be- és kimenőjelek közötti **hatáskapcsolatokat** az ún. *hatásvonalak* ábrázolják, a rajtuk levő *nyilak* pedig a **hatásirányt** jelzik.

Az elmondottak ismeretében általánosan most már úgy is fogalmazhatunk, hogy a gépek és berendezések, sőt bonyolult technológiai rendszerek átmeneti üzemiállapotaival kapcsolatban mindenkor a ki- és bemenőjelek között lezajló folyamatokat, ill. a folyamatokat meghatározó *dinamikai* – más szóval „jelátviteli” – tulajdonságokat vizsgáljuk, ill. matematikai leírásukra törekszünk.

Mivel a **szabályozási folyamatok** – a szabályozó által kiváltott beavatkozások következtében – mindenkor átmeneti folyamatok, kézenfekvő, hogy a dinamikai tulajdonságok leírásával és az átmeneti folyamatok vizsgálatával kapcsolatos tudó-

mányos módszereket elsősorban a **szabályozásmélet** keretében dolgozták ki [6.4], a nagy, bonyolult dinamikus rendszerek leírását és vizsgálatát pedig újabban a **rendszertechnika** átfogóbb módszerei teszik lehetővé [6.5, 6.6].

6.2.2. Rendszertechnikai alapfogalmak

A *rendszertechnika* a különböző típusú rendszerek általános törvényszerűségeinek feltárásával és megfogalmazásával, a dinamikai rendszerek leírásával és ezzel kapcsolatban a matematikai modellalkotás módszereivel (rendszeridentifikáció), a különböző célú rendszervizsgálatok (pl. stabilitásvizsgálat, átmeneti folyamatok vizsgálata stb.) módszereivel (rendszeranalízis) és meghatározott feladatok ellátására alkalmas rendszerek (pl. irányítórendszerek) létrehozásával (rendszerszintézis) foglalkozó, napjainkban is rohamosan fejlődő átfogó tudomány.

A „**rendszer**” fogalom – anélkül, hogy a számos definíciópróbálkozásból néhányat ismertetnénk – pontosan nem definiálható mélységű és szélességű *összetettséget és bonyolultságot* takar: minden rendszer *alrendszerekből*, ill. *részrendszerekből*, és azokat még tovább bontva, ún. *rendszerelemekből* épül fel, amelyek a rendszeren belül *többirányú dinamikus kapcsolatban* vannak egymással. A „**rendszertechnikai szemléletmódon**”, a feladatoknak „*rendszerszintű megközelítésén*” tulajdonképpen azt értjük, hogy olyan korszerű analízis- és szintézismódszereket alkalmazunk, amelyekkel a rendszerek említett összetettségükben és bonyolultságukban is vizsgálhatók. A szóban forgó rendszertechnikai módszerek alkalmazását a *korszerű digitális számítógépek* által nyújtott lehetőségek teszik reálissá, így érthető, hogy e módszerek az utóbbi évtizedekben a számítástechnika rohamos fejlődésével párhuzamosan alakultak ki.

A rendszerek vizsgálatával kapcsolatban helyes, ha mindenekelőtt *két alapvető kérdést* tisztázunk:

a) Valamennyi rendszertechnikai vizsgálat alapmozzanata, hogy *körülhatároljuk, azaz környezetétől elhatároljuk* azt a rendszert, amelyet vizsgálni kívánunk. Ez egyébként az előbb említett be- és kimenőjelek kijelölésével megtörténik, minthogy a jelek egyben a környezettel való mindkét irányú kapcsolatot is reprezentálják. Helyesen akkor járunk el, ha minden olyan környezeti kapcsolatot (hatást) figyelembe veszünk, amelyek a vizsgált folyamatok szempontjából lényegesek vagy nem hanyagolhatók el, ill. a rendszervizsgálatokba minden olyan részrendszert bevonunk, amelyekben végbemenő folyamatok képesek a rendszer kimenőjeleit befolyásolni. Így pl. amint a 6.18. ábrával kapcsolatban tárgyalt túlhevítő esetében láttuk, bemenőjelként a cső külső felületén értelmezett hőáramsűrűséget kezeltük. De ha a rendszervizsgálatokat a füstgázoldali folyamatokra is ki kívánnánk terjeszteni, akkor a hőáramsűrűség helyett újabb bemenőjelekként a túlhevítő zónába belépő füstgáz mennyiségét és hőmérsékletét is figyelembe kellene vennünk. Ezáltal a vizsgálatokat egy további részrendszerre is kiterjesztenénk.

b) A másik alapvetően fontos kérdés a *rendszer „leírásához”* kapcsolódik. Mit is értünk ezen? A valóságban nem a rendszert alkotó gépeket, technológiai berendezéseket stb., tehát magát az objektumot vizsgáljuk, ill. írjuk le, hanem – amint arra már utaltunk – az abban végbemenő (fizikai, kémiai, biológiai, társadalmi stb.) *folyamatokat*, attól függően, hogy milyen típusú rendszerről van szó (ezzel egyben utalva arra, hogy a rendszertechnikai módszerek alkalmazási területe messze túlmutat a műszaki alkalmazásokon). Általában nem is valamennyi lehetséges folyamatot vizsgálunk, csupán a feladat célkitűzéseinek megfelelően bizonyos kitüntetett folya-

matok leírására szorítkozunk, amelyek éppen a be- és kimenőjelek között játszódnak le. A be- és kimenőjelek viszont a feladat által meghatározottak (determináltak), amelyekről viszont megjegyzendő, hogy nem kötődnek szükségszerűen a körülhatárolt rendszer be-, ill. kilépő tömeg- vagy energiaáramaihoz, elvileg a rendszerek tetszőleges fizikai stb. mennyiségei, sőt az azokból képzett mennyiségek is lehetnek.

Az előzőkből viszont az is következik, hogy a *rendszerek leírásán a be- és kimenőjelek függvénykapcsolatait leíró matematikai modelleket értjük*. Nagyon fontos minden egyedi esetben annak pontos megjelölése, hogy valamely rendszerleírás vagy rendszermodell mely folyamatok leírására alkalmas, és milyen közelítő vagy egyéb feltételek teljesülése esetén érvényes.

6.2.3. A modellalkotás. Elméleti modellalkotás

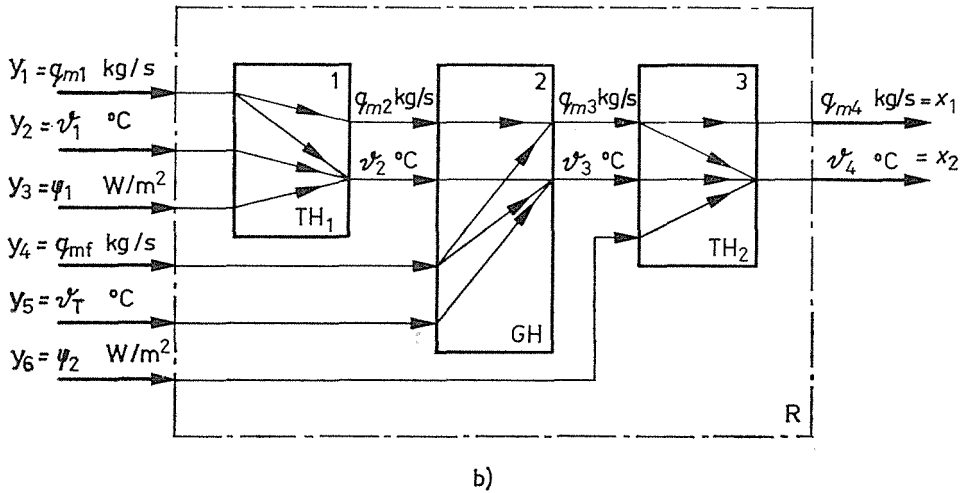
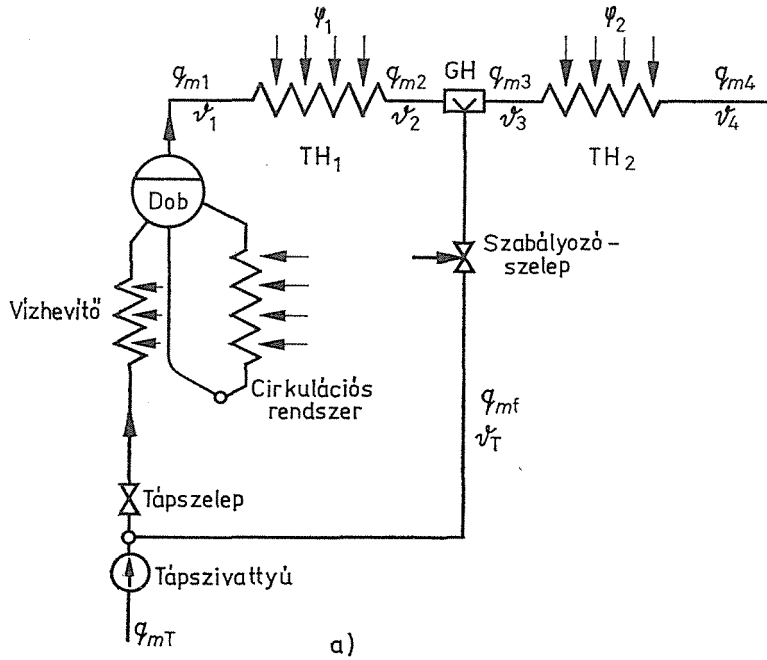
A **modellalkotás** mindenkor dinamikai vizsgálatokra támaszkodik, amelyek *elméleti* vagy *kísérleti* úton végezhetőek. Az *elméleti* vizsgálatok az ún. **axiomatikus** modellhez, míg a *kísérleti* vizsgálatok **empirikus** rendszermodellhez vezetnek.

Az **elméleti modellalkotás** során első részfeladatként a vizsgált *rendszerben végbemenő elemi fizikai stb. folyamatokat* és azok kapcsolódásának módját *kell felkutatni* és feltérképezni (szem előtt tartva, hogy mely be- és kimenőjelek közötti hatáskapcsolatok leírása képezi feladatunkat). E feladat csupán a berendezések, technológiai rendszerek felépítésének, működésének mélyreható és részletes ismeretének birtokában végezhető el. A vizsgálatok eredményei végül pl. az ún. **hatásvázlat** felrajzolásában ölthetnek formát, amely éppen az elemi folyamatok vagy részfolyamatok és hatáskapcsolataik rendezett és szemléletes ábrázolására alkalmas. Nagyobb rendszereknél a feladatot két lépésben célszerű megoldani. Az első lépésben csak az ún. **tömbvázlatot** rajzoljuk fel, amely célszerűen a technológiai felépítéshez igazodik, és a fontosabb technológiai, gépészeti egységeknek, mint részrendszereknek már e szinten is elkülöníthető folyamatsorozatjait ábrázolja, feltüntetve, hogy az egyes folyamatsorozatok (tömbök) között mely fizikai mennyiségek (jelek) megváltozása révén valósulnak meg a hatáskapcsolatok.

Az elmondottak szemléltetésére egy természetes keringtetésű gőzkazán túlhevítőjének *technológiai vázlatát* és *tömbvázlatát* mutatjuk be (6.19. ábra). Itt a tömbök által reprezentált főbb technológiai egységek a TH_1 előtűlhevítő, a GH befecskendezéses gőzhűtő és a TH_2 utótűlhevítő. (A gőzhűtőbe való tápvízbefecskendezés egyébként a kilépő gőz ϑ_4 hőmérsékletének szabályozására szolgál.)

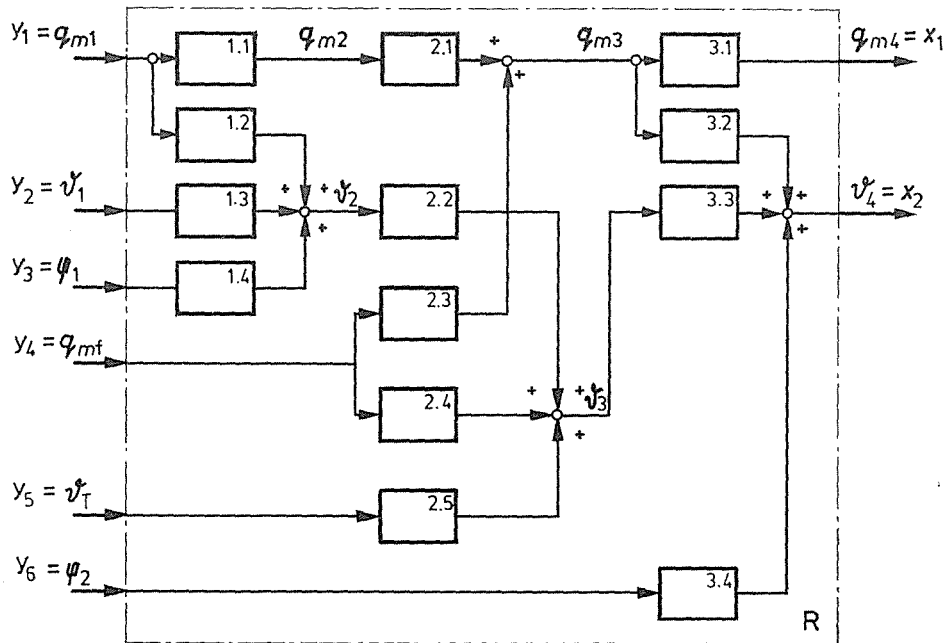
Mint hogy az egyes tömbökön belüli hatásvonalak csupán az eredő folyamatok szempontjából lényeges, és figyelembeveendő belső hatáskapcsolatok létezését ábrázolják, a második lépésben még az a feladatunk, hogy e belső hatásokat tovább elemezzük, az azokat létrehozó folyamatokat most már részletesen feltárjuk, és kapcsolataikat tisztázzuk. Így a bemenőjelektől elindulva lépésről lépésre haladva eljutunk a *hatásvázlatig*, amint a 6.19. ábrán látható tömbvázlathoz tartozóan a 6.20. ábra szemlélteti. Az ábra alapján valamely hatásvázlat a következő elemekből épül fel:

- A **tagok** (amelyeket *téglalapok* ábrázolnak) a rendszer tetszés szerint kiválasztott olyan részének dinamikai (jelformáló) tulajdonságát reprezentáló hatásvázlalelemek, amelyek egyetlen be-, ill. kimenőjellel rendelkeznek. A tag absztrakció útján, a jelformálást kifejező törvényszerűséggel egyértelműen mindennemű szerkezeti kivitelről függetlenül megadható. E törvényszerűség matematikai alakban (a be- és a kimenőjel függvénykapcsolatát kifejező összefüggés, pl. differenciálegyenlet segítségével) vagy grafikus úton



6.19. ábra. A gőzkazán túlhevítőjének technológiai és tömbvázlata

a) technológiai vázlat; b) tömbvázlat (q_m a gőz tömegárama; ϑ a gőz hőmérséklete; φ a hőáram sűrűsége; q_{mf} a befecskendezett víz tömegárama; ϑ_T a tápvíz hőmérséklete; R a körülhatárolt vizsgált rendszer; TH túlhevítő; GH gőzhűtő; q_{mT} a tápszivattyú tömegárama



6.20. ábra. A 6.19. ábrán látható túlhevítő részletes hatásvázlata

(pl. átmeneti függvénnyel) adható meg. A tagok a jeleket csak egy irányban engedik át, vagyis visszahatásmentesek. A tag bemenőjele a tagot működésre készítő, tőle független külső jel, kimenőjele pedig a működése folytán kialakuló jel.

- A **hatásvonalak** a hatásláncban érvényesülő hatásokat, jeleket ábrázolják folytonos, nyílal ellátott vonalak formájában. A nyilak a hatásirányt, azaz a jelek haladási irányát jelzik. A jel legfontosabb jellemvonása az információ-tartalom. Az irányított berendezésekhez kapcsolódó jeleket általában *jellemzőknek* szokásos nevezni (szabályozott jellemző, beavatkozó jellemző stb.).
- A **jel-elágazási pontok**, amelyek a jelek elágazását ábrázolják. A jelek az elágazás után minden ágban változatlan információ-tartalommal haladnak tovább.
- A **jelösszegezés jelképe** a kör, amelynek kimenőjele a körbe befutó jelek összegeként adódik (a jel negatív előjelű is lehet). Ebből szükségszerűen következik, hogy a jelösszegezõbe csak azonos jelhordozójú jelek futhatnak be (pl. csak hőmérsékletjelek vagy csak nyomásjelek stb.).

A vizsgált rendszer *axiomatikus modellje* akkor tekinthető ismertnek, ha hatásvázlata és valamennyi tagjának leírása (pl. differenciálegyenlete) ismert, hiszen a hatásvázlat csupán a rendszer belső struktúráját, a részfolyamatok hatáskapcsolatait (az ún. rendszertopográfiát) ábrázolja. Így a modellalkotás második részfeladatáént még minden tag dinamikai tulajdonságát leíró törvényszerűség fogalmazandó meg. Mínt hogy ehhez a be- és kimenőjelek függvénykapcsolatának felírásával jutunk, ismernünk kell a tagokhoz rendelhető gépi, ill. technológiai berendezések szerkezeti, hő- és áramlástechnikai stb. adatait és a bennük végbemenő folyamatokat [6.7].

Valamely vizsgált folyamat (folyamatcsoport) leírásakor célszerűen a következőképpen járunk el:

a) Ha a vizsgált folyamatcsoportban *tömeg*, *impulzusmennyiség* vagy *energia-tárolási* folyamatok mennek végbe, akkor felírjuk a szóban forgó tárolókra vonatkozó tömeg-, energia- és impulzusmegmaradási, ill. az e mennyiségekre vonatkozó *mérlegegyenleteket*. A **koncentrált paraméterű** rendszerekben (l. a 6.1. táblázatot) e tárolt mennyiségek, pontosabban a tárolók feltöltöttségi szintjére, állapotára jellemző ún. *állapotváltozók* (pl. kompresszibilis közeg tárolódása esetén a nyomás, hő tárolódása esetén a hőmérséklet, folyékony közeg tárolódása esetén a folyadékszint stb.) *pontban koncentrálnak* tekinthetők, amint pl. a redukált tömeget is kezeljük. Ezáltal az egyensúlyi egyenletek *közönséges differenciálegyenletek* alakját öltik, minthogy az állapotváltozók csak az idő függvényében változnak. Ezzel szemben az **elosztott paraméterű** rendszerekben az említett koncentráció csak elemi részekre (pl. elemi csőszakaszra) végezhető el, mivel az állapotváltozók nemcsak az idő, hanem a hely (koordináták) függvényében (pl. a cső hossza mentén) is változnak. Ilyen esetekben a mérlegegyenletek felírásakor a *helyfüggőséget* is figyelembe véve szükségszerűen *parciális differenciálegyenleteket* kapunk. Számos gyakorlati esetben azonban igen jó közelítésű, koncentrált paraméterű modelleket lehet kialakítani, amelyek a rendszervizsgálatokat nagymértékben megkönnyítik.

b) *Irreverzibilis kiegyenlítődései* (transzport) folyamatok esetén (pl. hővezetés) felírjuk a folyamathoz tartozó fenomenologikus (transzport) törvényeket (pl. hővezetés esetén a *Fourier-törvényt*, diffúziós tömegáramlás esetén a *Fick-törvényt* stb.).

c) Ha a folyamatokban részt vevő közegek *termodinamikai állapota* is megváltozik, akkor a változó állapotjelzők bevonásával felírjuk az aktuális termodinamikai állapotegyenleteket.

d) Ha a vizsgált folyamatcsoportban *egyidejűleg több irreverzibilis kiegyenlítődései* folyamat is végbemegy (pl. hővezetés és diffúzió), akkor az *Onsager-elv* alkalmazásával szükség szerint figyelembe vesszük az ún. keresztteffektusokat is (amelyektől általában eltekinthetünk).

Ezzel a rendszer típusától függően közönséges vagy parciális differenciálegyenletből és algebrai egyenletekből álló egyenletrendszerhez jutunk, amelyet úgy rendezünk, hogy a végső egyenletekben a rendszerjellemezőkön kívül csak a be-, ill. a kimenőjelek szerepeljenek. Ezáltal az eredő egyenlet(ek) a vizsgálat szempontjából ki-tüntetett jelek közötti függvénykapcsolatot fejezi(k) ki. A szóban forgó egyenlet, ill. egyenletrendszer képezi a vizsgált folyamatcsoport **matematikai modelljét**, amit még a konkrét esethez tartozó egyértelműségi feltételek, nevezetesen a kezdeti és peremfeltételek, valamint az egyenletekben szereplő változók értelmezési tartományainak megadásával kell kiegészítenünk.

Az elmondottak szerint a rendszermodellt szükség esetén a rendszernek több munkapontjára (pl. terhelési állapotára) határozzuk meg a szóban forgó munkapontbeli adatokból kiindulva, minthogy a dinamikai tulajdonságok a munkapont vándorlásával (pl. a terhelés függvényében) megváltozhatnak.

Az azonos alakú matematikai modellekkel leírható különböző folyamatokat (**hasonló**) **analóg folyamatoknak** szokás nevezni. Általános érvényű leírásukhoz matematikai modelljeik célszerűen dimenzió nélküli alakban (viszonyított változatokkal) is felírhatók, az egyértelműségi feltételekben szereplő változókból pedig dimenzió nélküli, ún. hasonlósági kritériumok definiálhatók. Így pl. a 6.1. táblázat azokról az *analóg fizikai mennyiségekről* ad áttekintést, amelyekre a különböző rendszertípusok-

Koncentrált paraméterű rendszerek fontosabb analóg fizikai mennyiségei

Mennyiségek, jellemzők	A rendszer típusa						hőtechnikai
	villamos	haladó mozgású	mechanikai, forgó mozgású	hidraulikus	pneumatikus	hőtechnikai	
Extenzív rendszer- jellemző	töltés Q	út x	elfordulás α	folyadékterfogat V	gáztömeg m	hőmennyiség Q	J
Intenzív jellemző „Hajtóerő”	feszültség U	erő F	nyomaték M	nyomáskülönbség Δp	nyomáskülönbség Δp	hőmérséklet- különbség $\Delta\phi$	K
Idő	idő t	idő t	idő t	idő t	idő t	idő t	s
„Áram”	áramerősség $I = \frac{dQ}{dt}$	sebesség $v = \frac{dx}{dt}$	szögsebesség $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$	terfogatáram $q_V = \frac{dV}{dt}$	tömegáram $q_m = \frac{dm}{dt}$	hőáram $\phi = \frac{dQ}{dt}$	$\frac{J}{s}$
„Ellenállás”	villamos ellenállás $R = \frac{U}{I}$	fékezőellenállás $d = \frac{F}{v}$	fékezőellenállás $d_t = \frac{M}{\omega}$	hidraulikus ellenállás $r_1 = \frac{\Delta p}{q_V}$	pneumatikus ellenállás $r = \frac{\Delta p}{q_m}$	hőellenállás $R_W = \frac{\Delta\phi}{\phi}$	$\frac{K}{W}$
„Kapacitás”	villamos kapacitás $C = \frac{Q}{U}$	rugóállandó $\frac{1}{c} = \frac{x}{F}$	rugóállandó $\frac{1}{c_t} = \frac{\alpha}{M}$	tárolókapacitás $k = \frac{V}{\Delta p}$	tárolókapacitás $k = \frac{m}{\Delta p}$	hőkapacitás $k = \frac{Q}{\Delta\phi}$	$\frac{J}{K}$
„Tehetetlenség”	önindukció $L = \frac{U}{dI/dt}$	tömeg $m = \frac{F}{d\omega/dt}$	tehetetlenségi nyomaték $\Theta = \frac{M}{d\omega/dt}$	---	---	---	---

Koncentrált paraméterű rendszerek fontosabb analóg fizikai mennyiségei

A rendszer elem-csoportja		A rendszer típusa						
		villamos	mechanikai haladó mozgású forgó mozgású		hidraulikus	pneumatikus	hőtechnikai	
—	Jelátvivőtag							
Ellendáselemek	Az elem neve, mennyiség- és rajzjele	ellenállás R	fék d	fék d_f	vezeték η	fojtóelem r	fal R_w	
	Fizikai törvény	$U = I \cdot R$	$F = d \cdot v$	$M = d_f \cdot \omega$	$\Delta p = \eta \cdot q_v$	$\Delta p = r \cdot q_m$	$\Delta \psi = R_w \cdot \Phi$	
Tárolóelemek	Átviteli függvény	$F(s) = R$	$F(s) = d$	$F(s) = d_f$	$F(s) = \eta$	$F(s) = r$	$F(s) = R_w$	
	Az elem neve, mennyiség- és rajzjele	kondenzátor C	rugó c	rugó c_f	tároló k	tároló k	tároló k	
Kinetikus	Fizikai törvény	$U = \frac{1}{C} \int i \cdot dt$	$F = c \cdot v \cdot dt$	$M = c_f \cdot \omega \cdot dt$	$p = \frac{1}{k} \int q_v \cdot dt$	$p = \frac{1}{k} \int q_m \cdot dt$	$\psi = \frac{1}{k} \int \Phi \cdot dt$	
	Átviteli függvény	$F(s) = \frac{1}{C \cdot s}$	$F(s) = \frac{c}{s}$	$F(s) = \frac{c_f}{s}$	$F(s) = \frac{1}{k \cdot s}$	$F(s) = \frac{1}{k \cdot s}$	$F(s) = \frac{1}{k \cdot s}$	
Tárolóelemek	Az elem neve, mennyiség- és rajzjele	tekercs L	tömeg m	forgó tömeg θ	—	—	—	
	Fizikai törvény	$U = L \frac{di}{dt}$	$F = m \frac{dv}{dt}$	$M = \theta \frac{d\omega}{dt}$	—	—	—	
Kinetikus	Átviteli függvény	$F(s) = L \cdot s$	$F(s) = m \cdot s$	$F(s) = \theta \cdot s$	—	—	—	

hoz tartozó, koncentrált paraméterű passzív rendszerlemek leírásakor szükségünk van. A *rendszerlemek leírásáról* pedig a 6.2. táblázat ad hasonlóan szemléletes áttekintést. Érdemes e helyen külön megemlíteni, ami a táblázatból is következik, hogy a *lineáris koncentrált paraméterű rendszermodellek* csupán *kétféle rendszerlem segítségével*, azaz *ellenálláslelemekből* és *tárolóelemekből* építhetők fel. A folyamatorientált rendszerlelemnek megfelelően az ellenálláslelem ellenálláson keresztüli transzportfolyamatokat, a tárolóelemek pedig energia-, ill. tömegtárolási folyamatokat reprezentálnak. Így e táblázat segítségével a fizikai rendszerből kiindulva a hatásvázlat felrajzolása után az egyes tagok leíró függvénye viszonylag könnyen meghatározható. A leíró függvény az ellenálláslelemnél algebrai egyenlet: a kimenőjel arányos a bemenőjellel. Ezért ez esetben arányos tagokról, ill. arányos jelátviteli tulajdonságokról beszélünk (az arányossági tényezőt pedig arányos átviteli tényezőnek nevezzük); a tárolóelemeknél (típusuktól függően) a kimenőjel a bemenőjel integráljával (integráló tag), ill. differenciálhányadosával (differenciáló tag) arányos. A táblázatban a rendszerlemek ún. átviteli függvényét, $F(s)$ -et is feltüntetettük, amely a dinamikai tulajdonságoknak nem időtartománybeli, hanem *transzformált tartománybeli leíró függvénye*: a kimenőjel $x(s)$ Laplace-transzformáltjának és a bemenőjel $y(s)$ Laplace-transzformáltjának hányadosa (ahol $s = \sigma + i\omega$ a transzformált tartománybeli új komplex változó az ún. Laplace-operátor). A transzformált tartománybeli leírást gyakran azért alkalmazzuk, mert e tartományban a rendszervizsgálatok könnyebben elvégezhetők. Ez a 6.2. táblázat alapján is könnyen belátható, hiszen a pl. az

$$U = \frac{1}{C} \int I dt$$

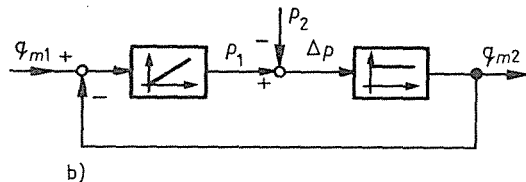
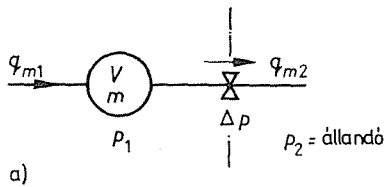
integrálegyenletnek $F(s) = \frac{1}{Cs}$ alakú, az

$$U = L \frac{dI}{dt}$$

differenciálegyenletnek pedig $F(s) = Ls$ alakú *algebrai* leíró függvények felelnek meg.

6.6. példa. Határozzuk meg a 6.20. ábrán látható túlhevítőmodell 1.1 tagjának leíró függvényét.

A szóban forgó túlhevítő tipikusan elosztott paraméterű rendszer, hiszen a dinamikai tulajdonságok a csőhossznak is függvényei. Esetünkben bemenőjeként a túlhevítőbe belépő, kimenőjeként a kilépő tömegáramot kezeljük, következésképpen a túlhevítőben végbemenő tömegtranszport- és tömegtárolási folyamatokat kell leírunk. Ehhez jó közelítéssel a túlhevítő teljes V térfogatát, ill. a Δp nyomásesést pontban koncentrálnak tekinthetjük a 6.21. ábrán látható helyettesítési vázlat szerint. Ezt figyelembe véve a *túlhevítő modellje* egy *tárolóelemből* és egy *ellenálláslemből* építhető fel.



6.21. ábra. A túlhevítő helyettesítő ábrája és hatásvázlata

Felhasználva a 6.2. táblázat „Pneumatikus” rendszerlemeinek leíró egyenleteit miután a gőz kompresszibilis közeg),

– a tárolóelem egyenlete

$$p_1 = \frac{1}{k} \int (q_{m1} - q_{m2}) dt \text{ Pa,} \quad (6.1)$$

ahol k a tároló „kapacitása”;

– az ellenálláselem egyenlete

$$\Delta p = p_1 - p_2 = r q_{m2} \text{ Pa,}$$

ahol r (Pa·s/kg) a túlhevítő „ellenállása”. A kimenőjelre rendezve

$$q_{m2} = \frac{1}{r} (p_1 - p_2) \text{ kg/s.} \quad (6.2)$$

Az eredményül kapott (6.1) és (6.2) egyenletből kiindulva a rendszerlemek kapcsolódásának módja már felrajzolható, amint a 6.21. ábrán látható hatásvázlat szemlélteti. Érdekes módon a soros kapcsolású tároló- és ellenálláselem ún. *negatív* visszacsatolású. (A tagokba rajzolt ún. átmeneti függvényalakok a rendszerlemek integráló, ill. arányos jelátviteli tulajdonságára utalnak.) Feladatunk tehát a visszacsatolású tagcsoport eredő leíró függvényének meghatározása. Mivel ehhez a be- és kimenőjel függvénykapcsolatát kell felírunk, egyszerűen ki kell ejtenünk a közbenső nyomásjeleket. Ehhez először differenciáljuk a (6.1) egyenletet, és térjünk át az állandósult értékektől mért megváltozásokra (hiszen a dinamikus folyamatok vizsgálata során bennünket gyakorlatilag csak a megváltozások érdekelnek):

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{1}{k} (q_{m1} - q_{m2}),$$

ill. megváltozásokkal

$$\frac{d\Delta p_1}{dt} = \frac{1}{k} (\Delta q_{m1} - \Delta q_{m2}), \quad (6.3)$$

és a (6.2) egyenlet

$$\Delta q_{m2} = \frac{1}{r} (\Delta p_1 - \Delta p_2) \text{ kg/s.}$$

Feltételezésünk szerint $p_2 = \text{konst.}$, azaz $\Delta p_2 = 0$, így

$$\Delta q_{m2} = \frac{1}{r} \Delta p_1 \text{ kg/s.}$$

Rendezve Δp_1 -re és a (6.3) egyenletbe helyettesítve

$$r \frac{d\Delta q_{m2}}{dt} + \frac{1}{k} \Delta q_{m2} = \frac{1}{k} \Delta q_{m1};$$

$$rk \frac{d\Delta q_{m2}}{dt} + \Delta q_{m2} = \Delta q_{m1}.$$

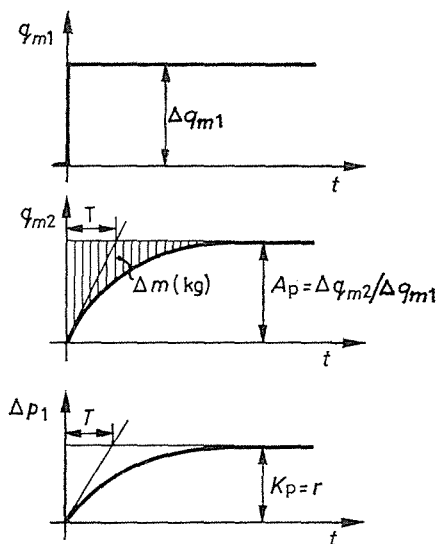
Tehát a vizsgált tag leíró függvénye elsőrendű közönséges differenciálegyenlet, amelyben a kimenőjel differenciálhányadosát tartalmazó tag együttthatója idő dimenziójú, és nem más, mint a tag *időállandója*: $T = rk$ (a tároló kapacitásának és az ellenállásnak a szorzata). Ha az eredményül kapott differenciálegyenletet $\Delta q_{m1}(t) = 1$ egységugrás alakú bemenőjelre (mint peremfeltételre) megoldjuk, akkor válaszfüggvényként a

$$\Delta q_{m2}(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T}} \text{ kg/s}$$

megoldást kapjuk eredményül, amint a 6.22. ábra szemlélteti. A kimenőjel tehát exponenciális jelleggel, azaz *késleltetve* követi a bemenőjel megváltozását, míg nem az új, állandósult állapot beáll. Állandósult állapotban a kimenőjel megváltozása arányos a bemenőjel megváltozásával:

$$\Delta q_{m2} = A_p \Delta q_{m1} = \Delta q_{m1}, \text{ kg/s,}$$

mivel esetünkben az A_p arányos átviteli tényező értéke 1. (Állandósult állapotban a be- és kilépő tömegáramoknak meg kell egyezniük.) Az ilyen típusú tagokat, minthogy arányosak és egyetlen tárolóval rendelkeznek, *egytárolós arányos tagoknak* nevezzük, amelyek az arányos átviteli tényezővel és az időállandóval egyértelműen jellemezhetők. Az időállandót a 6.22. ábra szerint az átmeneti függvény kezdőpontjába húzott érintő metszi ki.



6.22. ábra. A vizsgált egytárolós arányos tag átmeneti függvényei

Az előbbi példa tanulsága szerint az átmeneti folyamatok megértése szempontjából egy alapvetően fontos felismeréshez juthatunk. Az átmeneti állapot tulajdonképpen azzal jellemezhető, hogy a kimenőjel változása késlekedik a bemenőjelhez képest. Hogy hogyan késlekedik, az éppen a tag dinamikai tulajdonságainak függvénye. De mi történik a be- és kilépő tömegáram különbségével, amelyet az ábra függőlegesen vonalkázott metszékei szemléltetnek? Nyilvánvalóan a tárolóban tárolódó tömeget (m kg) növeli, és ezáltal a tároló nyomása is exponenciálisan nő (amint az ábrán látható). Tehát fizikailag egy (esetünkben tömeg) *tárolási folyamat megy végbe*, minthogy a belépő tömegáram egy része a tároló feltöltésére fordítódik. Ellenértés irányú változás esetén (ha q_{m1} csökken) a folyamat fordított, azaz a tároló kisül, aminek ismét az a következménye, hogy a kimenőjel változása késleltetve követi a bemenőjel változását. A tárolt tömeg megváltozása is felírható (az ábra vonalkázott területe):

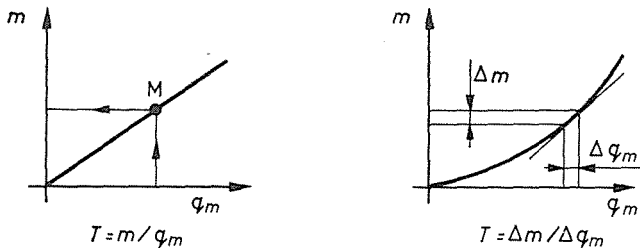
$$\Delta m = \Delta q_{m2} T \text{ kg,}$$

amelyből az időállandó teljesen általános megfogalmazása definiálható, ugyanis

$$T = \frac{\Delta m}{\Delta q_{m2}} \text{ s.}$$

Az időállandó a tárolt tömeg (vagy energia) megváltozásának és a tárolót feltöltő (ill. kisütő) tömeg-(vagy energia-) áram állandósult megváltozásának hányadosa. Ha a tároló tárolási jelleggörbéje lineáris (l. a 6.23. ábrát), akkor az időállandó az abszolút állandósult értékekből is számolható, azaz

$$T = \frac{m}{q_{m2}} \text{ s.}$$



6.23. ábra. Az időállandó meghatározása lineáris és nemlineáris tárolási jelleggörbe esetén

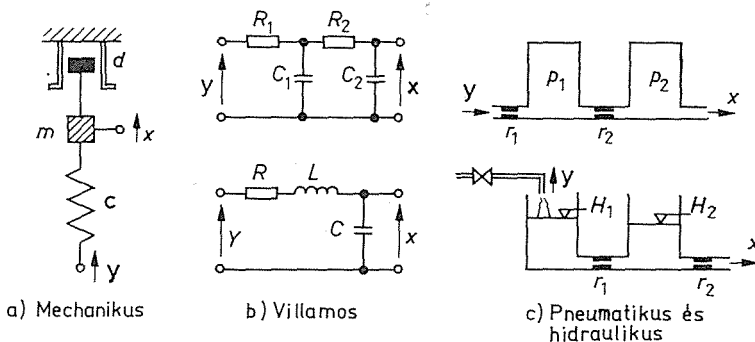
A 6.1.3. pontban vizsgált erőgép forgó m_{red} tömege koncentrált energiatárolóként kezelendő, így az itt elmondottak alapján nyilvánvaló, hogy az erőgép is egytárolós arányos tagként viselkedik, amennyiben bemenőjelként a terhelést és kimenőjelként a munkasebességet vesszük. Tehát átmeneti állapotban itt tipikus energiatárolási folyamat megy végbe.

A technológiai rendszerekben gyakran több tárolási folyamat játszódik le *sorosan*, így kéttárolós, háromtárolós, ill. többtárolós tagokról vagy tagcsoportokról beszélünk. A *két-* és *többtárolós* tagok, ill. tagcsoportok egyébként dinamikusan lengő tulajdonságúak, sőt *instabilak* is lehetnek. Tipikus kéttárolós tagokat szemléltet a 6.24. ábra. Írjuk fel pl. a mechanikus rendszer leíró egyenletét. A rugóban ébredő rugóerő

$$F_c = c(y-x),$$

amellyel szemben hat a fékezőhenger fékezőereje

$$F_d = dv = d \frac{dx}{dt}.$$



6.24. ábra. Jellegzetes kéttárolós rendszerek

A két erő eredője gyorsítja a tömeget, tehát

$$c(y-x) - d \frac{dx}{dt} = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2 x}{dt^2}.$$

Rendezve az egyenletet,

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + d \frac{dx}{dt} + cx = cy. \quad (6.4)$$

Tehát a szóban forgó kéttárolós tag leíró egyenlete egy másodrendű közönséges inhomogén differenciálegyenlet. A tag stabilitási tulajdonságait egyértelműen a homogén differenciálegyenlet határozza meg, tehát az egyenlet bal oldala. Ha megoldjuk a differenciálegyenlethez tartozó ún. karakterisztikus egyenletet, amely esetünkben másodfokú és a következő alakú:

$$m\lambda^2 + d\lambda + c = 0,$$

akkor a gyökök elhelyezkedéséből egyértelműen következtethetünk a tag dinamikai tulajdonságaira. Esetünkben a gyökök

$$\lambda_{1,2} = \frac{-d \pm \sqrt{d^2 - 4mc}}{2m}.$$

Tehát a gyökök (általánosan) különböző típusúak lehetnek:

a) eset, ha $d^2 > 4mc$, a gyökök negatív valósak, a tag **aperiodikus jellegű**.

Speciális esetek:

a) 1. eset, ha $m = 0$, a tag *egytárolós*,

a) 2. eset, ha $c = 0$, a tag *integráló*, azaz monoton *instabil*.

b) eset, ha $d^2 < 4mc$, a gyökök komplexek, a tag **lengő jellegű**.

Speciális esetek:

b) 1. eset, ha $d > 0$, a gyökök valós része negatív, a tag csillapodóan lengő, azaz *stabil*.

b) 2. eset, ha $d = 0$, a gyökök valós része nulla, a tag az *instabilitás határán van*. Állandó bemenőjel esetén a kimenőjel harmonikus lengést végez.

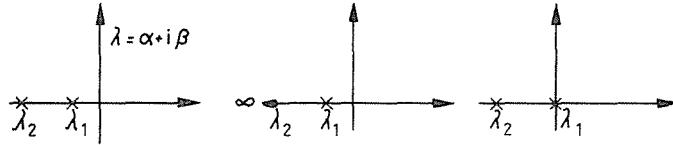
b) 3. eset, ha $d < 0$, a gyökök valós része pozitív, a tag *dinamikusan instabil*.

A tárgyalt speciális esetekhez tartozóan a gyökök elhelyezkedését és a hozzájuk tartozó átmeneti függvényeket a 6.25. ábra szemlélteti.

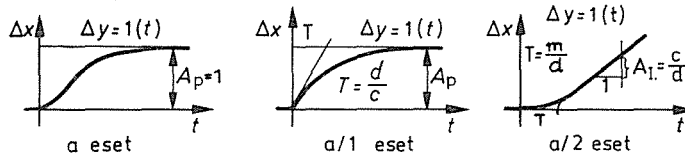
Gyakorlatilag ugyanezek az elvek érvényesek a többtárolós arányos tagokra is. A rendszer leíró egyenlete mindig annyi gyökkel rendelkezik, ahány független (tömeg- vagy energia-) tárolóval rendelkezik. A 6.25. ábrán ismertetett a)2. eseténél az egyik gyök az origóba esik. Ekkor a tag *integráló*. Ha ehhez sorosan további arányos tárolók kapcsolódnak, akkor a tárolók számától függően egytárolós, kéttárolós stb. integrálótagról beszélünk.

Még egy fontos dolog e témával kapcsolatban: ha több egytárolós arányos tag sorosan kapcsolódik, akkor az eredőként kezelt többtárolós hatáslánc mindenkor *aperiodikus* viselkedésű (hiszen minden egyes tárolóhoz egy-egy negatív valós gyök rendelhető). *Lengő tulajdonságúak* a többtárolós tagok csak akkor lehetnek, ha potenciális és kinetikai tárolók úgy kapcsolódnak egymáshoz, hogy közöttük energialen-

Gyökök
elhelyezkedése

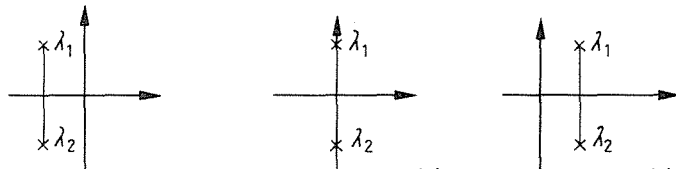


Átmeneti
függvényalak

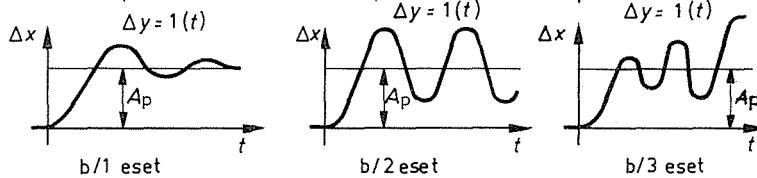


a) Aperiodikus jellegű

Gyökök
elhelyezkedése



Átmeneti
függvényalak



b) Lengő jellegű

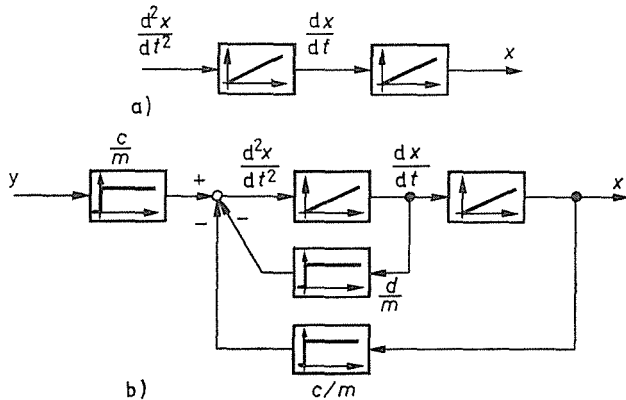
6.25. ábra. A kéttárolós tagok jellegzetes dinamikus viselkedései

gések alakulhatnak ki (amilyen pl. a 6.24. ábrán látható mechanikus és az alsó villamos tag), ill. ha a töbtárolós tagok visszavezetésekkel rendelkeznek, és ezáltal hurkok alakulnak ki. Ezt igen jól szemléltethetjük, ha pl. a (6.4) leíró egyenletből kiindulva felrajzoljuk a vizsgált kéttárolós tag hatásvázlatát. Ehhez rendezzünk a „legmagasabb rendű” differenciálhányadosra:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{c}{m} y - \frac{d}{m} \frac{dx}{dt} - \frac{c}{m} x. \quad (6.5)$$

Az itt szereplő differenciálhányadosok mint jelek között két soros integrálótag (integrátor) teremt függvénykapcsolatot a 6.26a ábra szerint. Ennek ismeretében a (6.5) egyenletből kiindulva „építsük fel” a d^2x/dt^2 jelet, azaz az első integrálótag bemenő-jelét. Ezzel automatikusan a keresett hatásvázlatot kapjuk eredményül (6.26b ábra), amely minden integrálótag kimenetéről egy-egy visszavezetéssel rendelkezik. Tehát az integrátorok és a hurkok száma megegyezik a tárolók számával.

A speciális dinamikai tulajdonságú tagok közül még az ún. *holtidős tagokat* kell megemlítenünk. Közös tulajdonságuk, hogy a bemenőjel megváltozását követően kimenőjelük csak meghatározott idő – a holtidő – eltelte után kezd változni. A holtidő mindenkor valamilyen szállítási időből adódik. A *tiszta holtidős* tagoknál

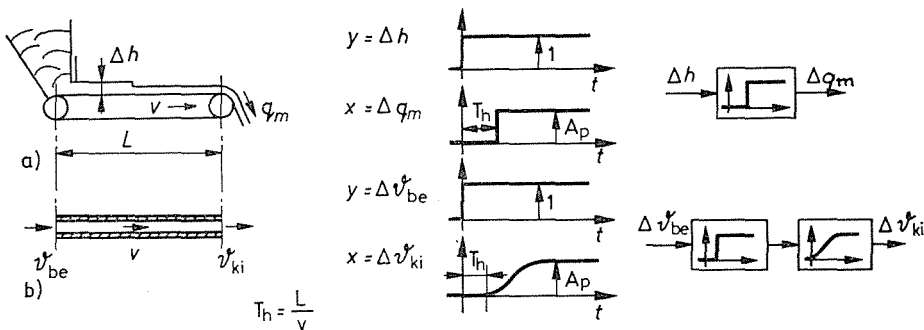


6.26. ábra. A kéttárolós arányos tag hatásvázlata

további késleltetés nem lép fel; a kimenőjel a holtidő eltelte után változatlanul követi (lemásolja) a bemenőjelet:

$$x(t) = A_P y(t - T_h),$$

amilyen pl. a 6.27a ábrán látható szállítószalag, ha bemenőjeként a rétegvastagságot változtatjuk. Ezzel szemben a 6.27b ábrán látható csővezeték esetében — ha a belépő hőmérséklet megváltozik — a kilépő hőmérséklet a holtidő eltelte után további



6.27. ábra. Tipikus holtidős tagok
a) tiszta holtidős tag; b) tárolós holtidős tag

időkésleltetéssel változik, ami a csőfalban (mint energiatárolóban) végbemenő hő-tárolási folyamattal magyarázható. Ilyen esetekben vizsgálataink során a holtidős szállítási folyamatot és a hő-tárolási folyamatot különválasztva soros folyamat-csoportként kezelhetjük (amint az ábra szemlélteti).

Az eddig tárgyalt alapismereteket az elméleti modellalkotáshoz kapcsolódva ismertettük, így röviden még a kísérleti modellalkotás módszereiről kell szót ejtenünk.

6.2.4. Kísérleti modellalkotás

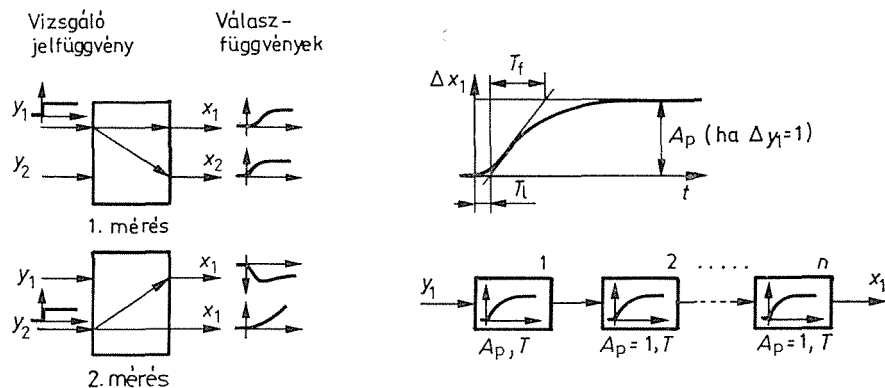
A kísérleti modellalkotás a rendszertechnikának napjainkban rohamosan fejlődő témaköre. Ugyanis meglévő működő berendezéseknél és technológiáknál kézenfekvő, hogy a dinamikus rendszermodelleket a berendezéseken végzett kísérleti

vizsgálatok eredményei alapján határozzuk meg. Ennek megfelelően a modellalkotás itt is két lépésben valósul meg: első lépésben **kísérleti dinamikai mérésekre** kerül sor, míg a második lépésben végzett feladat célja a **mérési eredmények értékelésével** a matematikai modell meghatározása [6.8, 6.9].

Ma már számos kísérleti dinamikai vizsgálati módszer és azokhoz igazodó modellalkotási módszer ismeretes. Valamennyi módszer közös sajátossága és lényege, hogy a rendszer vizsgálatába bevont bemenőjeleket (külön-külön) célszerűen megválasztott időfüggvény (vizsgáló jelfüggvény) szerint változtatjuk, és közben a kimenőjeleket párhuzamosan regisztráljuk. A legtöbb esetben mesterséges vizsgáló jelfüggvények kerülnek alkalmazásra, amelyek lehetnek determinisztikusak vagy sztochasztikusak, ritkábban a rendszerek természetes bemenőjelei. A **determinisztikus vizsgáló jelfüggvényekkel** végzett dinamikai méréseknél általában követelmény, hogy a mérést megelőzően a vizsgált technológiai rendszer a vizsgált munkaponton (a szabályozók kiiktatásával, azaz „kézi” üzemben) **állandósult állapotba** kerüljön. Eredményes mérésre csak akkor számíthatunk, ha a mérés teljes időtartamára biztosítható a **zavarmentesség**. Minthogy azonban a külső zavaró jellemzők befolyásolására a legtöbb esetben nincs vagy alig van lehetőségünk, a kísérleti dinamikai méréseket mindaddig ismételnünk kell, amíg valamennyi bemenőjelhez tartozóan néhány jól értékelhetőnek ítélt válaszfüggvényt nem kapunk. Már ebből is érzékelhető, hogy a kísérleti modellalkotás – különösen több be- és kimenőjellel rendelkező rendszereknél – jelentős időt és türelmet igénylő feladat. A legtöbb gyakorlati esetben az egyszerű vizsgáló jelfüggvényekkel (ugrásfüggvény, impulzusfüggvény) végzett kísérleti vizsgálatok és az ezekre épülő egyszerű értékelési módszerek is kielégítő eredményre vezetnek. Ennek alapján külön említést érdemelnek az ún. **grafoanalitikus módszerek**, amelyek általában e célra kidolgozott diagramok vagy nomogramok felhasználásával közvetlenül lehetővé teszik a közelítő matematikai modell meghatározását.

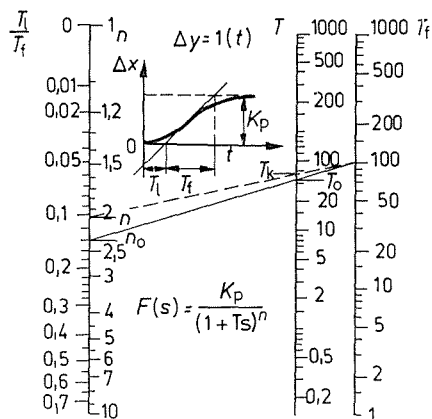
A gyakorlatban elsősorban az **átmeneti függvények** (egységugráshoz tartozó válaszfüggvények) értékelésére támaszkodó grafoanalitikus módszerek terjedtek el. Felvételük nem igényel jelentős előkészítő munkát és speciális jelgenerátorokat, minthogy az ugrás alakú vizsgáló jelfüggvények a beavatkozó szervek (pl. szelepek) hirtelen nyitásával, ill. zárásával közvetlenül létrehozhatók. Például [6.10] irodalom 23 átmeneti függvényalakhoz összesen 46-féle módszert ismert az alkalmazásokhoz szükséges útmutatások leírásával.

E módszerek közül illusztrálásképpen az említett irodalom $P-T_n/4a$ módszerét ismertetjük, amely többtárolós arányos jellegű átmeneti függvényalakok értékelésére alkalmas. A 6.28. ábra szerint tételezzük fel, hogy egy kétváltozós rendszer kísérleti dinamikai mérései során az y_1 bemenőjel



6.28. ábra. Kísérleti modellalkotás grafoanalitikus módszerrel

változtatása esetén az x_1 kimenőjel ilyen alakú átmeneti függvény szerint változik, amint azt kinyitva is ábrázoltuk. Feladatunk az y_1 és az x_1 jel közötti hatáskapcsolat leírása, ill. az e két jel között végbemenő folyamatok közelítő modelljének meghatározása. Az említett módszer az ilyen többtárolós arányos jellegű hatáskapcsolatokat azonos időállandójú, egytárolós tagok soros láncából felépített modellel közelíti, amint az ábrán is látható. Minthogy az A_p arányos átviteli tényező az átmeneti függvényből közvetlenül leolvasható, végeredményben csak a tárolók T időállandója és a tárolók n száma határozandó meg. Erre szolgál a 6.29. ábrán látható nomogram, amelynek felhasználásához az átmeneti függvény inflexiós pontjába húzott érintő által kimetszett T_i látszólagos holtidőt és T_k felfutási időt kell ismernünk, amelyeket a regisztrált átmeneti függvényekből olvasunk le. Amennyi-



6.29. ábra. Nomogram a többtárolós arányos jellegű tagok modellparamétereinek meghatározásához

ben a tárolók n_0 száma nem egészen adódik, akkor a nomogramon látható szaggatott vonal meghatározásával a legközelebbi egész n tárolószámra és az ahhoz tartozó korrigált T_k időállandóra térünk át. Ennek megfelelően a soros egytárolós tagok leírófüggvényei

$$T_k \frac{dx_i}{dt} + x_i = A_{pi} \cdot y_i; \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Az említett irodalom hasonlóan egyszerű módszereket ismertet a gyakorlatban leginkább előforduló további átmeneti függvényalakok értékeléséhez is.

6.2.5. Rendszervizsgálatok

A rendszermodellek ismeretében már elvégezhetők a különböző célú elméleti *rendszervizsgálatok*. Ezek között, mint említettük, kiemelkedő szerepe van az **átmeneti folyamatok vizsgálatának**, amelyek során általában arra vagyunk kíváncsiak, hogy a bemenőjelek adott megváltozása esetén hogyan változnak a kimenőjelek. Ehhez a matematikai modellt a bemenőjelek (mint peremfeltételek) figyelembevételével (esetleg adott kezdeti feltételekkel) kell megoldani. A megoldást *analitikusan* vagy *szimuláció* útján állíthatjuk elő. A szimulációs vizsgálatokat *analóg számítógépek* felhasználásával (analóg szimuláció) vagy numerikus eljárások alkalmazásával *digitális számítógépek* igénybevételével (digitális szimuláció) végezhetjük.

A **stabilitásvizsgálatok** célja annak eldöntése, hogy valamely rendszer — adott dinamikai paraméterek mellett — stabil-e vagy instabil.

A **paraméterérzékenység-vizsgálatok** feladata annak kimutatása, hogy a különböző dinamikai paraméterek függvényében milyen módon és mértékben (azaz milyen érzékenységgel) változnak a rendszer dinamikai tulajdonságai.

A vezérelhetőségi és megfigyelhetőségi vizsgálatok során pedig arra várunk választ, hogy valamely rendszer adott kiindulási állapotból átvezérelhető-e egy másik, előre meghatározott állapotába, ill. hogy a kimenőjelek megfigyelése alapján meghatározható-e a rendszer kezdeti állapota.

További rendszervizsgálatok végül arra irányulhatnak, hogy valamely konkrét (pl. szabályozási) feladat ellátására alkalmas és *optimálisan működő* (pl. szabályozási) rendszert hozzunk létre.

Az említett vizsgálatok — már kismértékben összetett rendszerek esetében is — csak számítógépek igénybevételével végezhetőek el, így a korszerű digitális számítógépeket a rendszertechnikai vizsgálatok nélkülözhetetlen, de egyben jelentős távlatokat ígérő eszközeként kell kezelniük, mint a műszaki élet egyéb területein is.

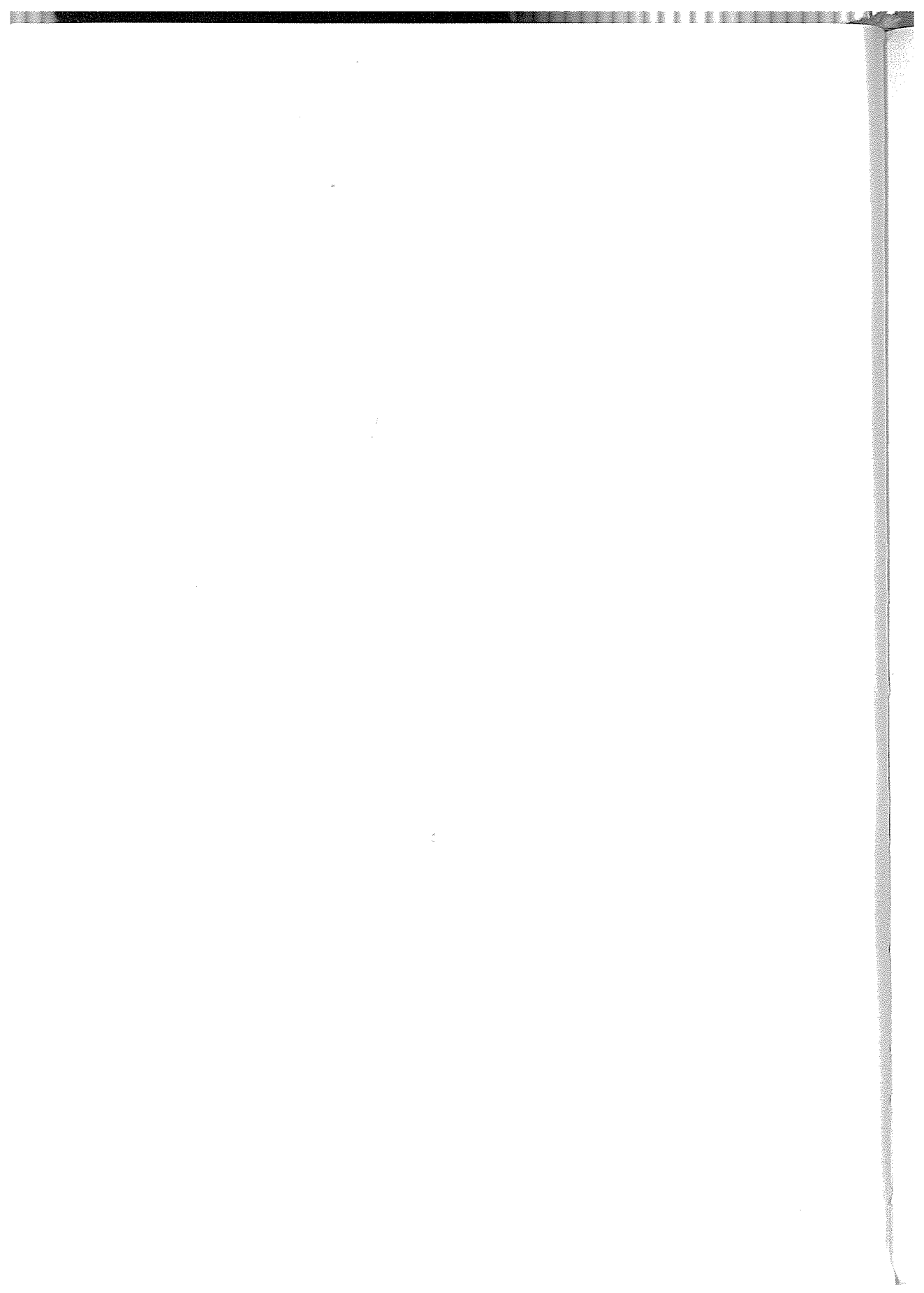
IRODALOM a 6. fejezethez

- [6.1] *Pattantyús Á. G.*: Munkagépek hajtásának üzemtani feltételei. Technika. 19., 1938.
- [6.2] *Pattantyús Á. G.*: A gépcsoport üzeméről. Technika. 22., 1941.
- [6.3] *Pattantyús*: Gépész- és villamosmérnökök kézikönyve 2. és 4. kötet. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1961.
- [6.4] *Oppelt W.*: Ipari szabályozási folyamatok kézikönyve. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1969.
- [6.5] *Schwarz H.*: Einführung in die moderne Systemtheorie. Braunschweig, Vieweg, 1968.
- [6.6] *Schwarz H.*: Mehrfachregelungen. Grundlagen einer Systemtheorie. I—II. Berlin, Springer-Verlag, 1967, 1971.
- [6.7] *Isermann, R.*: Theoretische Analyse der Dynamik Industrieller Prozesse. Mannheim, Bibliographisches Institut, 1971.
- [6.8] *Szabó I.*: Gépek és folyamatok rendszertana. (Egyetemi jegyzet) Budapest, Tankönyvkiadó, 1/248, 1972.
- [6.9] *Eykhoff, P.*: System Identifikation. New York, John Wiley, 1974.
- [6.10] *Isermann, R.*: Prozessidentifikation. Berlin, Springer-Verlag, 1974.
- [6.11] *Petrik O.*: Rendszertechnika. (Egyetemi jegyzet) Budapest, Tankönyvkiadó, J 4-742, 1977.
- [6.12] *Petz, E.*: Kényszeráramlású gőzkazánok dinamikai vizsgálata és korszerű irányítása — Irányítási feladatok rendszerszintű megoldása. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1978.
- [6.13] *Petz E.—Czinder J.*: Grafoanalitikus szakaszidentifikáció. Budapest, Budapesti Műszaki Egyetem Továbbképző Intézete, 1979.

7. Nagy magyar gépész- és villamosmérnök-egyéniségek

A következőkben csak a könyv anyagával szoros kapcsolatban álló nagy magyar feltalálók és mérnökök rövid életrajza található.

Ezért nem szerepelnek közöttük olyan kiválóságok, mint *Kármán Tódor* az aerodinamika korunkban élt legnagyobb tudósa, *Cserhádi Jenő* a gépelemek és a lokomotívok sokoldalú tanára, *Herrmann Miksa* a gépelemek ismert professzora, *Pattantyús Á. Imre* professzor, a nagynevű kohómérnök, *Pöschl Imre* és *Verebély László* professzorok, a magyar elektrotechnika kiválóságai, *Rejtő Sándor* a mechanikai technológia tudományának hazai megalapozója, *Schimanek Emil* és *Szabó Gusztáv* a kalorikus gépek és a vasúti géptan neves tanárai és még sokan mások.



BÁNKI DONÁT (1859—1922)

Bánki Donát 1859. június 6-án született Veszprém megyében, Bakonybánk községben. Édesapja köztisztviselőként álló körorvos volt, aki nyomban a szabadságharc kitörése után önként jelentkezett a honvédhadseregbe, és a világosi fegyverletételig szolgált honvédfőorvosi minőségben. A szabadságharc bukásán érzett keserűségét családjában mély nemzeti, hazafias szellemű gyermeknevelésben oldotta fel. A honvédpapa gyermekeit az elnyomás elleni érzelmeinek demonstrálására magyar ruhában járatta. Ez a szellem végigkísérte *Bánki* Donátot egész életén, és hazájához való következetes ragaszkodásban nyilvánult meg. Amikor neve már a műszaki világban általánosan ismert lett, *Stodola* zürichi professzor egy tanszék vezetésének lehetőségét vetette fel neki az akkoriban már a világ egyik leghíresebb műegyetemének számító zürichi „Eidgenössische Technische Hochschule”-n. *Bánki* válaszlevelében kifejtette: hazafias kötelességének tartja, hogy a budapesti műegyetemen maradjon, és itt dolgozzon hazája kulturális és gazdasági fejlődéséért.

Főreáliskolai végzettséggel a műegyetem gépészmérnöki karára került, és tanulmányait az 1880—81. tanévben fejezte be. Oklevelét azonban csak jóval később, 1893-ban szerezte meg.

Már egyetemi hallgató korában kitűnt azzal, hogy elnyerte a műegyetem százforintos pályadíját a gázmotorok tárgyköréből írt dolgozatával. Ennek hatására negyedéves hallgató létére *Horváth* Ignác professzor mellett tanársegédi állást kapott. 1881-ben, egyetemi tanulmányainak befejezése évében a „Civilingenieur”-ban német nyelvű értekezést publikált. Ugyanebben az évben az Államvasúti Gépgyárban kapott műszaki díjnoki állást, de rövidesen belépett a Ganz és Társa Vasöntő és Gépgyárba. Közben azonban a műegyetemen a Gépszerkezettani Tanszéken is dolgozott mint tanársegéd.

A Ganz-gyár ekkor már több mint 2500 munkást foglalkoztató, ígéretesen fejlődő üzem. *Bánki* 16 évre terjedő ottani tevékenysége szorosan összekapcsolódik ezzel a fejlődéssel. Működésének első éveiben rábízták az akkor épülőfélben levő elevátor felszerelésének befejezését, és az ott szükségessé váló gabonaszállítók és daruk szerkesztését. Feladatait olyan sikeresen oldotta meg, hogy a gyár vezérigazgatója *Mechwart* András találmányának, a világhírűvé vált *Mechwart*-féle forgóékeinek a megszerkesztésével bízta meg.

A motorok iránti érdeklődése hozta össze *Csonka* Jánossal, a műegyetem gépműhelyének vezetőjével. Egyesült erővel fogtak hozzá a motorok fejlesztéséhez, amelyeket aztán a Ganz-gyár kezdett gyártani. E közös munkából született meg a *Bánki*—*Csonka*-féle motor és a karburátor (porlasztó). Szabadalmi bejelentésük, a porlasztás elvének világos és félreérthetetlen megfogalmazásával bizonyító erő a né-

met *Maybach*-féle karburátorral szemben. A karburátor neve is tőlük eredt. Ily módon *Bánki* részese egy olyan találmánynak, amely az automobilizmus alapját vetette meg. Jellemző egyéniségére, hogy ő maga élete végéig gyalog járt fel rózsadombi házába.

Ganz-gyári működése 1898-ban műegyetemi tanári kinevezésével ért véget. Ekkor a Gép szerkezetani Tanszék vezetésével bízták meg, majd két évvel később a Hidraulika és Hidrogépek Tanszékét vette át. Szinte csodálatosnak minősíthető, hogy *Bánki* a hidraulika akkoriban sokkal kevésbé megalapozott tudományágának művelésére áttérve milyen gyorsan tudott eredményeket felmutatni, pedig itt az alapvető tételek felderítésével is foglalkoznia kellett.

Kora legnagyobb tudósaival szoros levelezőviszonyban állott. Tudományos vitáit olyan kiválóságokkal folytatta, mint *Zeuner*, *Prasil*, *Lorenz*, *Föttinger*, *Prandtl*, *Escher*, *Stodola*, *Kármán*. A Magyar Tudományos Akadémia nemzetközi feltűnést keltő tudományos munkássága alapján 1912-ben levelező tagjává választotta; akadémiai székfoglaló előadását „Folyadékok mozgása hajlított csatornában” címmel tartotta meg.

Sokoldalú munkássága mellett példamutatóan látta el oktatói feladatait. Előadásait igen nagy gonddal készítette elő, sokat foglalkozott a szakirodalommal, és mindig módot talált arra, hogy a legújabb eredményekről is tájékoztassa a hallgatóságot. Egyik kimagasló tanári érdeme, hogy a gépészmérnöki oktatásba bevezette a laboratóriumi gyakorlatokat. Az új műegyetemi épület általános terveinek kidolgozásakor sikerült egy kalorikus és hidraulikus laboratóriumot a programba felvétenie. Ez a laboratórium felépült, itt kezdte meg a hallgatók gyakorlati kiképzését kitűnően összeállított program szerint. Lelkes támogatója volt annak, hogy a hallgatók üzemi gyakorlatokon vegyenek részt. Nagy súlyt helyezett arra is, hogy az általa létesített laboratóriumban tudományos munka folyjék, és azokat a hallgatókat, akik tudományos munkára alkalmasnak bizonyultak, e munkára személyesen is előkészítette. Az 1915–16-os tanévben dékáni posztján különösen eredményesen tevékenykedhetett a gépészmérnökképzés ügyéért.

1908-tól kezdve nagyon foglalkoztatta a repülőtechnika, különösen a repülőgépek stabilitásának kérdése. Az első világháború folyamán magassághatároló automatát szerkesztett.

Amikor 1909-ben az erdélyi gázforrások feltárásakor hasznosításuk problémája fölmerült, *Bánki* a tőle megszokott elmélyüléssel kezdett foglalkozni e kérdéssel. Javaslatot dolgozott ki a kissármási földgáznak a fővárosba való vezetéséről. Ez a korát megelőző remek koncepció nem valósulhatott meg, mert a feleslegesen kiterjedt sajtóvitával az ügy érdemi eldöntése annyira elhúzódott, hogy a kitört I. világháborúval le is kellett venni napirendről. Jellemző módon e hosszú vitában a kormány a kérdés előtanulmányaira több mint hétmillió aranykoronát költött és az egész hatalmas anyagnak egyetlen értékes eredménye *Bánki* tanulmánya volt, amelyért ő semminemű díjazást nem kapott.

Többéves kísérletezés után ebben az időben valósul meg *Bánki* egyik legérdekesebb alkotása, a *Bánki*-turbina; sajátos módon addigi gyakorlatával ellentétben erről a művéről csak egy, bár igen részletes német nyelvű tanulmányban számol be 1917-ben. Ez az írás nagy visszhangot keltett. Szabadalmi viták keletkeztek, amelyek eredményét talán leginkább abban szögezhetnénk le, hogy e kétszeres átömlésű turbinát a talpcsapágyáról világhíressé lett ausztrál mérnök, *A.G.M. Michel* szabadalmaztatta elsőnek 1903-ban, de *Bánki* professzor elméleti számításai, kísérleteivel, szabadalmaival és ezeket összefoglaló tanulmányainak széles körű, tudományos igényű ismer-

tetésével és sok üzembe helyezett berendezésével vált közkinccsé. Ez teszi teljesen jogossá a *Bánki*-turbina elnevezést.

Zseniális, átfogó, nagyszabású tervet dolgozott ki *Bánki* egy, a Vaskapunál létesítendő Duna vízi erőműre. Éleslátására jellemző, hogy elgondolása nemcsak a vízi erő kihasználására korlátozódott, hanem kiterjedt az al-dunai hajózás, az alföldi városok villamosításának és az Alföld öntözésének kérdéseire is. Tervezetét 1918. június 1-én adta elő a budapesti hidroelektromos mérnökbizottságban és a „Vaskapu vízi erőmű tervezetének műszaki leírása” címen jelentette meg. De a Vaskapu vízi energiájának hasznosítása nem magyar mérnökök munkájából valósult meg jó fél-század késéssel napjainkban.

Bánki emlékét műszaki alkotásain kívül őrzi a „*Bánki* Donát Gépipari Műszaki Főiskola”, Pesten emléktáblával ellátott utca, a Budapesti Műszaki Egyetem aulájában felállított mellszobra és a Gépipari Tudományos Egyesület évenként kiosztásra kerülő *Bánki* emlékérmé.

Bánki Donát 1922. augusztus 1-én halt meg Budapesten. Utóda pár év múlva *Pattantyús* Á. Géza professzor lett.

BLÁTHY OTTÓ TITUSZ (1860—1939)

A világhírű *Zipernowsky–Déri–Bláthy* triász legfiatalabb tagja Tatán született 1860. augusztus 11-én jómódú kereskedő családból. Már az elemi iskolában „csodagyereknek” tekintették rendkívül gyors gondolkodóképessége és számolótehetsége folytán. Gépészmérnöki diplomáját a bécsi műszaki egyetemen szerezte meg; a szíjhajtás elméletéről írt disszertációját *Radinger* professzor felvette a következő években tartott előadásainak anyagába.

Mérnöki munkáját a MÁV gépgyára műhelyében és szerkesztési osztályán kezdte. Figyelmét fölkelte *Zipernowsky* egyre ismertebbé váló eredményei, érdeklődött nála elhelyezkedési lehetőség tárgyában. *Zipernowskynak* kitűnő érzéke volt az emberek megítélésében; 1883. július 1-től 75 Ft-os havi fizetéssel *Bláthy* gépszerkesztői minőségben munkatársa lett. Miközben haladéktalanul bekapcsolódott a bécsi kiállítás rendezése körüli munkába, elmélyülten tanulmányozta az elektrotechnikát, különösen *Faraday* kísérletei és *Maxwell* elméleti munkái alapján, mivel erről saját szavai szerint „egy szót sem” tanult a bécsi műegyetemen. Hamarosan felismerte a „mágneses *Ohm-törvény*” gyakorlati alkalmazásának módját. Ezt *Maxwell* elméletileg már kifejezte ugyan, de a gyakorlati életbe nem vitte át senki. *Bláthy* kísérletileg megállapította a mágneses tér és az ezt létesítő gerjesztés (ampermenetek) közötti összefüggést; első volt, aki a mágnesezési görbék segítségével ki tudta számítani a mágneses köröket, és ily módon villamos gépeket gazdaságosabban tudott méretezni. *Kapp* és *Hopkinson*, akik után a mágneses *Ohm-törvényt* elnevezték, csak 1886-ban, ill. 1887-ben tették közzé erre vonatkozó tanulmányaikat.

1884-ben szabadalmaztatta nagy pontosságú teljesítménymérőit, ún. wattmérőit. 1883-ban alakította ki a *Gnom* nevű egyenáramú gépsorozatot, majd 1885-ben egy még gazdaságosabb „delta” jelű sorozatot, amelyből a nagy váltakozóáramú generátorok gerjesztőgépeit fejlesztették ki.

Bláthy szabadalmai szerint készültek az 1889 végén forgalomba hozott Ganzgyári első indukciós wattóraszámológok (váltakozóáramú fogyasztásmérők). 1889-ben alkotta meg a vízturbinákat önműködően szabályozó lebegődugattyús, szervomotoros fordulatszám-szabályozóját. 1890-ból kelteződik *Bláthy* egyfázisú, soros kapcsolású, kommutátoros motorja.

Hosszú időre jelentettek biztos piacot a Ganzgyárnak a *Bláthy*-féle forgórészsel gyártott turbógenerátorai. 1900-ban a párizsi világkiállításon egyéni Grand Prix-et nyert váltakozóáramú generátoron alkalmazott törthoronyszámú gombolyításával (40 pólus, 288 horony). 1912-ben szabadalmaztatta a számlálók hitelesítésére a stroboszkópos eljárását.

Áldozatos és nagyon fontos munkára vállalkozott *Bláthy*, amikor a *Kandó*

Kálmán 1931. január 13-án bekövetkezett hirtelen halálával leállással fenyegető nagyvasúti villamos mozdonyok fázisváltó szerkesztési munkáinak irányítását átvette. A fázisváltó szerkezeti tökéletesítésével nagy része lett a rendszer kiváló eredményeinek létrehozásában és ezzel a nagyvasúti villamos vontatás kifogástalan megvalósításában.

Rendkívül élénk szellemére jellemző, hogy 1914-ben egy angol nyelvű röpiratot készített az asszuáni gát építéséről és a Nílus vízeseinek kihasználásáról.

Milan *Vidmar* ljubljana-i professzor írja 1956-ban megjelent könyvének előszavában, hogy amikor megkérdezte tőle, tulajdonképpen hármuk közül ki is fedezte fel a transzformátort, *Bláthy* szemében pajkos fény villant, és azt felelte: „Természetesen *Faraday*”. Valóban, ha valaki elmereng *Gohér* [1] kitűnően összeállított, a transzformátor fejlődéstörténetét bemutató illusztrációján, elcsodálkozhat, hogy milyen egyszerűnek látszik az első és az utolsó közötti lépés, és mégis milyen hosszú volt a ténylegesen megtett út.

A nagy triászból egyedül *Bláthy* maradt végig hű a Ganz-gyárhoz. Több mint öt évtizedes úttörő munkával a magyar munkás számára beláthatatlan sorát szerezte a munkaalkalmaknak olyankor, amikor a gazdasági válságok egyedi tragédiákat okozhattak volna. Egyénisége imponálóan kiemeli korából, szemében *az ember kizárólagos fokmérője csak a hozzáértés és az értelem*, függetlenül a rangtól és „egyéb” körülményektől. Amikor fél évszázados gyári munkásságát ünnepeve nem fukarkodtak a dicsérettel, azt mondta, túlbecsülik érdemeit; amikor ő az elektrotechnikával kezdett foglalkozni, ez a terület olyan volt, mint egy őserdő. „Csak egy jó fejsze kellett, és amerre az ember sújtott vele, hatalmas szálfákat dönthetett le. Ma már napokat lehet menni anélkül, hogy egy bokrot is találhatna az ember.”

A Magyar Elektrotechnikai Egyesület 1958-ban emlékérem adományozásával járó *Bláthy*-díjat alapított. Fővárosunkban utcát, Miskolcon szakközépiskolát neveztek el róla.

Bláthy Ottó Titusz 1939. szeptember 26-án hunyt el Budapesten.

DÉRI MIKSA (1854—1938)

A híres triászban *Zipernowsky* idősebbik munkatársa a bácskai Bács községben 1854. október 26-án született. Műszaki tanulmányait a budapesti műegyetem mérnöki karán folytatta, és ott szerezte 1877-ben oklevelét. Mint vízépítő mérnök működött a budapesti és a szegedi folyammérnöki hivatalban, ahol a Duna és a Tisza szabályozási munkáiban vett aktívan részt.

A magyar mérnökképzésnek az univerzális műszaki ismeretek szélesítésére való alkalmasságának egyik legfeltűnőbb illusztrációja *Déri Miksa* további életrajza.

Fiatal vízépítő mérnökként is nagy érdeklődést tanúsított az elektrotechnika iránt. Rengeteget olvasott e tárgy körben, és hamarosan annyira köztudott lett e téren való előrehaladása, hogy 1880-ban a Párizsban rendezett elektrotechnikai kiállításra felettes hatósága, az akkori Közlekedési Minisztérium folyamszabályozási hivatala őt küldte ki. Magántanulmányai során ismerkedett meg *Zipernowskyval*, aki felismerve kollégája tehetségét, az 1882-es gyári üzleti év eredményessége folytán lehetővé vált bővítést arra használta fel, hogy *Dérit* munkatársul meghívja a Ganz-gyárba.

A közös munka első eredménye a Németországban is (már 1883-ban) szabadalmaztatott öngerjesztésű, váltakozóáramú generátor volt. Ugyanezen évben a bécsi nemzetközi elektrotechnikai kiállításon *Déri* képviselte a Ganz-gyárat, és ő ismertette a gyár újszerű váltakozóáramú berendezéseit. Ettől fogva foglalkoztatta őt a „vilamos fény osztásának” problémája váltakozóáramok alkalmazása esetében, mivel egyenáramra ezt *Edison* rövid idővel ezelőtt már megoldotta.

A bécsi tartózkodás nem lazította meg *Zipernowskyval* való kapcsolatát, gyakran utazott Budapestre, és ilyenkor hosszú és gyümölcsöző megbeszélésekre került sor kettejük között.

Déri visszaemlékezései szerint a transzformátor zárt vasmagja *Bláthy* ötlete volt, a *Gaulard* és *Gibbs* váltakozóáramú indukciós elosztórendszerről viszont nem a szemtanú *Bláthytól*, hanem *Zipernowsky* útján értesült. A soros kapcsolás helyett párhuzamos kapcsolás alkalmazását *Zipernowsky* vetette fel, az eredménnyel járó kísérleteket viszont *Déri* végezte el Bécsben. Ezek alapján fogott bele *Zipernowsky* a rendszer részletes kidolgozásába. Ekkor született meg a még nyitott, ún. „süндisz-nó”-transzformátor. Kísérleteivel *Déri* bemutatta, hogy az új rendszerben tetszőleges lámpamennyiség (ebben az időben a főfogyasztók az izzólámpák voltak még) be- és kikapcsolható egymástól függetlenül, a többi izzólámpa fényének befolyásolása nélkül, és így sikerült a *Gaulard*–*Gibbs*-rendszer hibáját szabályozókészülék közbeiktatása nélkül kiküszöbölni. 1885. december 18-án a bécsi Elektrotechnikai Egyesü-

letben tartott előadásában aztán már az új, zárt vasmagos transzformátorrendszert ismertette részletesen.

1903–1904-ben fejlesztette ki *Déri* kétkeferendszerű, egyfázisú repulziós motorját, amelyet a világirodalom *Déri*-motor néven ismer. Különösen bányászatokban alkalmazták elterjedten *Déri*–*Schmetzler* egy- és háromfázisra alkalmas kettős motorját (egy tengelyre épített két armatúrával). 1898 és 1902 között fejlesztette ki kompenzált egyenáramú gépét, amely a *Ryan* által alkalmazott kompenzáló tekercselést elosztott kompenzáló tekercseléssel tökéletesítette. Még 1888-ban *Zipernowskyval* együtt találták fel egy- és kétfázisú áramra használható, egyforgórészű áramátalakítójukat. *Bláthyval* közös eszmei termékük az 1891-ből származó váltakozóáramú motorok kommutátorain alkalmazott segédellenállásokra vonatkozó találmány.

1923-ig, nyugalomba vonulásának évéig, számos nagy társulat igazgatóságának tagjaként vett részt igen tevékenyen az elektrotechnika századeleji nagy fejlesztőmunkájában. 1938. március 3-án halt meg Merzano-ban. Szerény, visszafogottsággal megfogalmazott gyászjelentésének keltezése mellett a helymegjelölés mindennél beszédesebben mutatja tevékenységének világméretű területét: Merán, München, Budapest, Nizza, Bécs, San Francisco, New Haven.

A Magyar Elektrotechnikai Egyesület fennállásának 60. évfordulója alkalmából emlékére jubileumi díjat alapított pénzjutalom és *Déri*-érem adományozásával. Budapesten a VIII. kerületben utcát, Szegeden szakközépiskolát neveztek el róla.

JEDLIK ÁNYOS (1800—1895)

1800. január 11-én született a Komárom megyei Szémőn negyedtelkes jobbágy-családból. Apja a tehetséges gyereket Nagyszombatban, majd Pozsonyban iskoláztatta a bencések gimnáziumában. 1816-ban Pannonhalmán unokatestvérével, Czuczor Gergellyel együtt belépett a bencés rendbe. 1818-ban Győrött folytatta tanulmányait a bencések filozófiai tanfolyamán, amely az akkori akadémiák bölcsészeti fakultásának felelt meg. Mivel a fizika tantárgyként a második évben szerepelt, a másodéves hallgatókat fizikusoknak nevezték. 1822-ben megszerezte az artium liberalium et phylosophiae doctor címet, amely nevében is mutatja, hogy megszerzéséhez a filozófiai és történelmi ismereteken kívül matematikából és fizikából is vizsgázni kellett. A doktori cím elnyerése után már ő is taníthatott a tanfolyamon. Természettant, természetrajzot és mezőgazdaságtant adott elő.

A rendkívüli képességekkel megáldott fiatalember ezután már csak saját magára számíthatott. Autodidakta módon képezte hát tovább magát.

Alkalma nyílt német tudományos folyóiratok tanulmányozására. Itt hamarosan felkeltette figyelmét az a hatalmas fellendülés, amely különösen az elektromosságtan területén éppen ebben az időben jelentkezett. Ő is foglalkozni kezdett az ott ismertett problémákkal, és megpróbálkozott az olvasmányjaiban szereplő készülékek összeállításával. Mint fiatal győri tanár, 1828-ban elkészítette a világ első, tisztán elektromágneses forgókészülékét, és bár eredményét nem publikálta, feljegyzései igazolják, hogy ezen a téren mindenkit megelőzött.

Különös tehetségét és frissen csapongó érdeklődését bizonyítja, hogy ugyanabban az esztendőben fedezi fel a mesterséges szódavíz előállításának módját, és elkészíti a hozzá szükséges készüléket is. Ennek kapcsán lát napvilágot első tudományos cikke is. Latin nyelvű tanulmányát ugyanis elküldte a bécsi „Zeitschrift für Physik und Mathematik”-ba, és ott német fordításban 1829-ben meg is jelent.

1831-ben Pozsonyba helyezik át; az ottani akadémián folytatja tanári működését. 1840-ben megpályázza és el is nyeri a pesti tudományegyetem fizikai tanszékét. Mint pesti egyetemi tanár, a reformkor minden ígéretes próbálkozásából részt kér. Feljegyezték, hogy az 1814-ben alapított „Iparegyesület” Mechanikai Szakosztályának elnöki minőségében Jedlik nyolc esetben vett részt „gőzmozdonyok megpróbálásában”, máskor meg egy 10 kW-os (13,3 lóerős) „gabonaőrölő gőzgép” adatait számolta ki.

Egyetemi tanárságának első éveit egyébként az egyetem hihetetlenül elmaradt anyagi eszközeinek kiegészítéséért és pótlásáért vívott kemény küzdelem jellemzi. 64 Ft-os évi támogatással a javítások miatt három esztendő alatt mindössze 56 Ft-ot tudott új eszközök beszerzésére fordítani, míg pl. a bécsi egyetem egy év alatt 1100

Ft-ot kapott, nem beszélve az állandónak tekinthető rendkívüli segélyekről. Hogy mégis képes legyen eredményes munkát végezni, saját pénzéből áldozott a szertár fejlesztésére. Ez az összeg 1848-ig 1572 Ft-ra nőtt, ami évi 1000 Ft-os tanári fizetését tekintve jelentősnek mondható.

1850-ig az egyetem keretében működő Mérnöki Intézetben (Institutum Geometricum, azaz a mai Műegyetem jogelődjén) is tanított. Itt is az általánosan használt latin nyelven tartotta előadásait, és ezért volt ünnepi alkalom 1845. október 8-a, amikor az országgyűlés döntése alapján így kezdhette előadását: „*Legelőször is honi nyelven szólítom Önöket, hogy érezhessék azt az örömet, amelyet minden honát szerető magyarnak éreznie kell.*” Ám a magyar nyelvű előadások megtartásában nagy nehézségeket okozott az egységes magyar műszavak hiánya. A *Toldi* vezetésével készített német–magyar tudományos műszótárban ő írta a fizikai, kémiai és mechanikai részt. Néhány általa kezdeményezett szót ma is használunk: *dugattyú, haladvány, tehetetlenségi nyomaték, eredő erő, osztógép* stb.

Tanári működését megszakította a szabadságharc. 1848 novemberében az egyetemi előadások megszűnnek. Az egyetemen kórház, kaszárnya lesz. *Jedlik* maga is beáll a népfelkelők közé, sáncok ásásában vesz részt, az egyetemi szertárból és a gellérthegyi csillagvizsgálóból kimentett műszereket helyezi biztonságba.

A szabadságharc leverése után folytatta tudományos munkáját. Figyelme a fénytán felé fordult. Itt egyik eredménye egy optikai eszköz, az optikai rács elkészítésére szolgáló osztógép volt. 1854-ben a már kilenc éve megkezdett osztógépét egyenletes karcolatot adó kis motorral hajtott, önműködően dolgozó eszközzé tökéletesítette. Másik, sajnos csak magyarul publikált eredménye *Fresnel* tükrökísérletének módosítása volt, amelyet aztán később a szakirodalom *Michelson*nak tulajdonított.

Jedlik leghíresebb felfedezése a dinamóelv volt. Valószínű, hogy már 1856-ban megfogalmazta az önerősítés elvét, de ez nem bizonyítható. Leltári bejegyzése azonban igazolja, hogy 1861-ben már készen volt „*Egysarki villamindítója*” (unipolar induktora). A dinamóelvet 1866. szeptemberi kísérletére támaszkodva, általánosan elismert felfedezője, Werner *Siemens*, csak 1867. január 17-én ismertette a berlini tudományos akadémia előtt. Az angol *Wheatstone* még további négy héttel ő utána számolt be hasonló saját eredményéről.

Jedlik dinamójával kapcsolatban egy másik felfedezést is tett: motorként is járatta. *Gramme* erre 1870-ben tett célzást először, *Jedlik* után tíz esztendővel.

Nagy feltűnést keltettek a 90 cm-es szikrát adó „*csöves villámszedői*” (párhuzamos kapcsolással feltöltött és sorosan kísütött üvegcsövekből álló kondenzátorai), amelyek közel 1 MV feszültséget adtak.

1878-ban vált meg katedrájától, ahol utóda *Eötvös* Lóránd lett. Ő maga a győri rendházba visszavonulva is folytatta tudományos munkásságát, készségesen vállalkozott előadások tartására. 1895. december 12-én halt meg Győrött. Halála előtt néhány héttel még fizikai tételekről vitatkozott. Négy hét híján 96 évet élt.

Jedlik Ányosról Csepelen és Győrött szakközépiskolát neveztek el.

JENDRASSIK GYÖRGY (1898—1954)

Budapesten született 1898. május 13-án. Családja Árva megyéből, a lengyel határvidékről származott, és sok közéleti kiválóságot adott az országnak. Kisdíák korában élénk, sok érdeklődésű, de közepes előmenetelű tanuló volt, aki csak a matematikában és fizikában és az akkoriban igen elterjedt repülőgép-modellezésben tűnt ki társai közül.

Hivatásául választott gépészmérnöki pályára való indulását az I. világháború nehezítette; behívták katonának, és csak kiújult vesebántalmai miatt bekövetkezett leszerelése után iratkozhatott be végre a műegyetemre.

Az 1919—1920-as tanévben a charlottenburgi Műszaki Egyetemre nyert ösztöndíjat, ahol *Einstein*, *Nerst* és *Planck* előadásait hallgatta, és szemináriumaikon vehetett részt. Kitűnő minősítésű oklevelét 1922 júniusában szerezte meg Budapesten.

Első munkahelyéül a Ganz és Társa Danubius Gép-Waggon és Hajógyár Rt-ot választotta, és itt behatóan megismerkedett a Diesel-motorgyártás elméleti és gyakorlati problémáival. *Jendrassik* érdeklődését a kis és közepes teljesítményű, a benzinmotorral versenyképes motorok keltették fel. Rövidesen tisztázta a szükséges elméleti kérdéseket, és megteremtette a feltételeket a megfelelő szabadalmak elkészítéséhez. Itt összeütközésbe került a gyár ügyvezető igazgatójával, aki tökések érdekességénél fogva ellenezte, hogy a szabadalmak „*Ganz—Jendrassik*” néven kerüljenek bejegyzésre. Végül is az ekkor még a vezérigazgatói posztot betöltő *Kandó* Kálmán közvetítésével sikerült megegyezéssel rendezni a dolgot, és a *Ganz—Jendrassik*-motorok első típusai 1927-ben megszülettek. Először egy- és kéthengeres változatok készültek, ezeket követték a négy- és hathengeresek, amelyek vasúti járműbe és hajóba építésre is alkalmasak voltak. Az első ilyen sínautó futópróbái 1928 tavaszán történtek meg.

E motorok, elsősorban a sínautómotorok példátlan világsikere nemcsak a vasút megkezdett motorosításának fejlesztését, hanem a Duna-tengerhajózás elindítását is lehetővé tette, és ennek volt köszönhető, hogy a 30-as évek nagy gazdasági világválságát a Ganz-gyár nagyobb munkáslétszám foglalkoztatásával diadalmasan átvészelte. A motorok szabadalmát nyolc nagy külföldi gyár szerezte meg.

1927 nyarán külön osztályt szerveztek számára, amely „*Jendrassik Motorszerkesztési Osztály*” néven a Ganz-Mávag fúzióig, 1958 végéig működött. Osztályán kitűnő törzsgárdát gyűjtött maga köré, aminek légkörében mindenki képességeinek maximumát igyekezett kifejteni. Amilyen vonzóan szívélyes főnök és munkatárs volt, olyan keményen tudta védeni igazát a vezetőséggel szemben. Ezen összecsapások egyike után 1934-ben egy időre megvált a gyártól, és magánirodát rendezett be, ahol korábbi munkatársai munkaidő után dolgoztak neki. Az első magyar gázturbina

előkészítését is itt végezték el. Erre vonatkozó első két szabadalmát már 1929-ben benyújtotta. A Ganz-gyár nem szándékozott gázturbinagyártással foglalkozni, ezért 1936-ban egy „Találmányfejlesztő és Értékesítő KFT”-t alakított, amely igen szerény keretek között működve is páratlan sikereket ért el; 1938 végére megszületett a világ első önálló tüzelőterű kis gázturbinája, kb. 75 kW-os (100 lóerős) teljesítménnyel, és 21,2%-os gazdaságossági hatásfokkal.

A második világháború kitörésekor *Jendrassik*, hogy a német hadvezetés érdeklődését elkerülje, az akkor tervezett repülőgép-gázturbináját „Cs” típusjelöléssel csónakturbina fedőnévvel nevezte el.

Közben rendeződött a gyárral való viszonya is; 1939 végén helyettes vezérigazgató, 1942-ben pedig vezérigazgató lett. Tudományos munkásságáért 1943-ban a Magyar Tudományos Akadémia levelező tagjának választotta meg.

1945-ben a harcok elcsitultával nyomban hozzálátott a gyár újjáépítésének megszervezéséhez. A háború befejezése után többször utazott a nyugati államokba, hogy helyreállítsa a megszakadt üzleti kapcsolatokat. Szomorúan kellett megállapítania, hogy ott mennyit fejlődött a gázturbina a háború szolgálatában. Nagyon letörte számos jó munkatársának elvesztése is. A legutolsó gyártási licenc eladása miatt is sok baja volt. Egy 1946-ban történt londoni útja alkalmával a licencet a Sentinel angol cég vette meg, ezért itthon hol dicséretet kapott, mert kemény valutát szerzett az országnak, hol meg azzal vádolták, hogy értékes adatokat szolgáltatott ki Nyugatnak. Egyik május elsejei kivonuláson a Ganz Hajógyár dolgozóinak egy csoportja „nem kell *Jendrassik* úr” feliratú tábla alatt vonult fel. Mindezek nagyon elkeserítették, és azt a komor következtetést érlelték benne, hogy a több mint százéves gyár éppen az ő vezérigazgatósága alatt szétesik. Ezek döntötték el távozását is. 1947-ben még Argentínában elintézte a Ganz-gyár által a háború előtt is szállított motoros vasúti járművek újabb rendelését, utána azonban rangjáról lemondott és nem tért vissza. Mivel Argentína éghajlatát nem bírta megszokni, átköltözött Angliába, ahol előbb a Metropolitan Vickers (Ganz Patents) manchesteri cégnél vállalt igazgatói tisztelet, majd a Power Jets Research and Development Ltd. állami vállalat külső tanácsadója lett. Munkája itt a gázturbina további fejlesztéséből állt, eközben alkotta meg utolsó nagy jelentőségű találmányát, a nyomáscserélőt.

Mindig a jövőbe néző, alkotó fantáziájának érdekes bizonyítéka, hogy hagyatékában a napsugárzás energiájának hasznosításáról találtak igen figyelemre méltó számításokat és gondolatokat. Gyenge szervezete nem bírta a sok hányattatást, a túlhajtott munkát; 1954. február 8-án *Jendrassik* György Londonban meghalt.

KANDÓ KÁLMÁN (1869—1931)

Pesten született 1869. július 10-én. Gimnáziumi tanulmányait a fasori (evangélikus) gimnáziumban és a gyakorló főgimnáziumban végezte. Érettségi után a József Műegyetem gépészmérnöki szakosztályára iratkozott be. Itt hamarosan kitűnt páratlan műszaki érzékével, kivételes felkészültségével. Negyedéves hallgató korában egy elektrotechnikai dolgozatával már pályadíjat nyert. Szigorlati terve villamos hajtású futódaru volt; ezt a rektor az 1892/93-as tanév megnyitó ünnepélyén külön dicséretben részesítette.

Katonai szolgálatának letöltése után a párizsi Compagnie de Fives-Lille villamos gyárban kezdte meg mérnöki működését. A szerkesztési osztályra beosztott fiatal mérnök hamarosan új számítási eljárást dolgozott ki a háromfázisú motorok méretezésére, amellyel gazdaságos gyártásukat lehetővé tette.

Mechwart András a Ganz és Társa Gyár vezérigazgatója tudomást szerzett *Kandó* párizsi sikereiről, és már 1894 őszén felszólította őt, hogy lépjen be a gyár 1878-ban felállított, ún. „elektromos osztályába”, amely ekkora már „Ganz elektró”-ra izmosodott. *Kandó* készséggel eleget tett e megtisztelő meghívásnak. Itt is a szerkesztésbe osztották be, de már a következő évben annak vezetője lett. Igen rövid idő alatt kidolgozta az ún. „F”, ill. „FF” forgóáramú motorokat, amelyek kiváló élettartammal világhírnevet szereztek a gyárnak.

Munkája közben érlelődött meg benne a felismerés, hogy az indukciós motorok kitűnően alkalmazhatók vasúti vontatás céljára. A Ganz-gyár az ő javaslatára kísérleti pályát épített, és ezen megindultak a vontatási kísérletek. Ezeket egy, a Genfi tó partján megvalósított, kis vasútvonalon sikeresen bevált villamosítás követte 300 m hosszú, 20 m szintkülönbséget legyőző pályán 500 V feszültségű, háromfázisú indukciós motorral hajtott mozdonyal.

1897-ben az akkor már igazgatóhelyettesi rangot elért *Kandó* Kálmánt a Ganz-gyár kiküldte az Amerikai Egyesült Államokba, hogy ott megtekintse az 1895-ben üzembe helyezett első nagyvasúti villamos vonatot, amelynek mozdonya 600 V feszültségű egyenárammal hajtott motorral működött. *Kandó* nyomban felismerte, hogy ilyen feszültségszinten nem lehet gazdaságosan megoldani a kérdést, és már ekkor elhatározta, hogy háromfázisú rendszert tesz alkalmassá e célra.

A Val-Tellina vasútvonal villamosítása, amelyet a gyár *Kandó* sürgetésére elvállalt, a magyar ipar és egyben a 28 éves *Kandó* zsenijének nagy erőpróbája volt. A feladat megoldását 15 periódusú, forgóáramú rendszerben és az akkori viszonyok között még fantasztikusnak látszó 3 kV feszültség alkalmazásával vállalta. A rendszeres forgalom 1902 őszén már megindult, az olasz vasúttársaság 1903-ban, majd 1905-ben újabb és újabb gyors- és személyvonat-mozdonyokat rendelt. A siker teljes

volt. Ezt egyedül Verebély professzor Kandórol adott tömör jellemzése magyarázhatja: „Egy sajátságával egészen utolérhetetlenül kimagaslott kartársai közül, nevezetesen azzal, hogy tudása és alkotóereje egyenlő mértékben nyilvánult meg a gépészet és az elektrotechnika terén. Valóban nem lehet eldönteni, hogy inkább gépészmérnöknek vagy inkább villamosmérnöknek valljuk-e őt. Ez az istenadta kettős tehetség tette lehetővé, ami eddig másnak sehol sem sikerült, ti., hogy mozdonyait az áramszerződőtől kezdve az alvázig és a futóműig, a villamos berendezéstől a hajtóműig, minden részletében eredeti eszméi szerint maga tervezte meg.”

A Val-Tellina vonal villamosításának kiugró sikere alapján villamosította az olasz kormány a Giovi-vonalat. Ennek keretében létesítették a Vado Ligurei gyárat, ahol Kandó szabadalmi alapján készültek a Cinquanta és Trenta elnevezésű, háromfázisú villamos mozdonyok, amelyek 1,5 MW-os teljesítményükkel egyedülállóak voltak a világon. Kandó ezt a munkát 1907-től 1915-ig az olaszországi Vadoban letelepedve irányította, mert sajnálatos módon a Ganz-gyár pénzügyeiben döntő bankemberek a Val-Tellina vasút szállítása során felmerült ráfizeteses üzletkötések miatt — éppen a beérkezetség időpillanatában — leállították a nagyvasutak villamosításával kapcsolatos tevékenységüket. A Cinquanta és Trenta mozdonyok száza már az olasz iparnak hozták a hasznot.

Az első világháború kitörése után 1915-ben az addig szövetséges Olaszország váratlan hadbalépése miatt Kandó csak az utolsó pillanatban Svájcban át tudott Magyarországra visszatérni. 1916-ban katonai szolgálatra vonult be, de a következő évben a Ganz-gyár kérésére leszerelték. Ő lett a gyár vezérigazgatója. Rengeteg szervező-, irányítómunka mellett talált időt és módot arra, hogy az 50 Hz periódusszámú rendszerre alkalmas mozdony szerkesztésével foglalkozzék. Nagy tekintélyével végre elérhette, hogy a Ganz-gyár ismét vállalta a villamos mozdonyok tervezését és gyártását. Ezt követően lemondott a vezérigazgatóságról, hogy teljes energiáját a mérnöki munkának szentelhesse.

A vesztes háború sújtotta Magyarországon csak 1928-ban alakulhatott ki a villamosítás számára kedvezőbb pénzügyi helyzet. Ekkor határozták el a budapest — hegyeshalmi vasútvonal villamosítását a Kandó-féle 50 Hz periódusszámú rendszer alkalmazásával.

A döntés hatalmas lendületet adott a munkának, de az angol bankkölcson előírásai folytán a mozdonyok villamos berendezéseinek jelentős részét Angliában kellett elkészíteni. A munkát először az English Electric gyár kezdte el, de pénzügyi manipulációk miatt ezt később lemondták. Hosszas huzavona után a Metropolitan-Vickers Co Ltd. végre folytatta. Ezek a pénzügyi ihletésű manőverek súlyosan elkeserítették Kandót, lázas tevékenységbe hajszolta magát a gyárváltás miatti újratervezés időben történő elvégzésére. A túlerőltetett munka életébe került. 1931. január 13-án 61 éves korában Budapesten szívszélhúdásban meghalt. Élete főművét, a fázisváltós mozdonyokat nem láthatta üzemben a Budapest — Hegyeshalom közötti vasútvonalon.

Kandó Kálmánról Budapesten a Villamosipari Műszaki Főiskolát nevezték el.

MECHWART ANDRÁS (1834—1907)

Amikor a bajor Schweinfurtban 1834. december 6-án megszületett, aligha lehetett volna megjósolni, hogy a magyar villamos ipar megteremtője látta meg a napvilágot. Családja nagy szegénysége miatt elemi iskoláinak elvégzése után a helybeli lakatoshoz adták inasnak. Legényremekként készített Chubb-zára olyan jól sikerült, hogy szülővárosának előjárósága ösztöndíjat adott neki, és az augsburgi politechnikumba küldte továbbtanulásra. Nehéz, de becsülettel végigküzdött diákévek után 1855-ben itt kapta meg mérnöki oklevelét. Kezdő mérnökként egy nürnbergi gyárban alkalmazták, ahol hidakat, vasúti kocsikat és malomberendezéseket gyártottak.

1859-ben Przemysl-ben adódott egy igen kedvező anyagi feltételekkel kecsegtető állás az ottani vasúttársaságnál. Új munkahelye felé utaztában Budán régi augsburgi barátjával, *Eichleiter* Antallal találkozott, aki a Ganz-gyár üzemében dolgozott. *Eichleiter* bemutatta *Ganz* Ábrahámnak, akinek megtetszett a tehetséges fiatal mérnök, és nyomban felügyelői állást kínált neki gyárában. *Mechwart* elfogadta a meghívást, és életének következő 40 esztendeje egybeforrott a gyár történetével.

140 munkással foglalkozó üzembe lépett be; nyugdíjba menetelének időpontjára ez a létszám mintegy 50-szeresére nőtt.

Mechwartot 1865-ben az üzletvezetés egy részével bízták meg, majd *Ganz*nak 1867. december 15-én elkövetett öngyilkossága után a teljes üzemvezetés is rá hárult. 1869-ben műszaki igazgató, 1874-ben pedig a gyár vezérigazgatója lett.

Hosszan, kemény munkával sajátította el nyelvünket. Nyelvtanára minden reggel hét órakor kereste fel, a napi munka csak e „magyar óra” után vette kezdetét. A gyárban töretlenül vitte tovább a *Ganz* kezdeményezte patriarchális szellemet. A munkások segélyalapjukból kamatmentes kölcsönt vehettek fel, a gyárnak 22 munkásháza volt 445 lakással, amelyekben 100 Ft körül mozgott az évi lakbér; a gyáregységekben étkezőhelyiségek és fürdők voltak; orvosi szoba volt, ahol a járó betegek ingyenes gyógykezelésben részesültek, a beteg munkásoknak és családjaiknak a betegsegélyező pénztár az előírtnál többet fizetett, sőt a munkások özvegyeit és árváit is segélyezték; a gyári munkagépeket védőberendezésekkel szerelték fel, az „inasok” oktatására a gyár saját iskolát tartott fenn (1896!).

Ganz-gyárakról kell beszélni, mert az eredeti, a mai *Ganz* utcában levő *Ganz*-gyár *Mechwart* működése alatt „törzsgyár” minőségben már csak egy lett a Ratibor-i (porosz Szilézia), az elektrotechnikai, a vagon, a leobersdorfi (Ausztria) és a petrova-gorai (Horvátország) gyáregységek mellett. Mind létszám (mintegy 70%-ban), mind pedig termékgazdagság és fontosság szempontjából a hazai három egység volt a legjelentősebb, és ez nyomta rá bélyegét a *Ganz*-gyártmányok világhírnevére.

Mechwart gyárvezetői zsenialitását két dolog mutatta: az egyik, hogy válságos

időszakokban *mindig ki tudta választani a legmegfelelőbb gyártmányokat*, a másik pedig, hogy *csalhatatlanul meg tudta találni és minden akadályt legyőzve gyárában alkalmazni a legtehetségesebb munkatársakat*.

Amikor az 1874-ben kezdődött gazdasági válság a gyár létét fenyegette, megvásárolta *Wegmann* hengerszék-szabadalmát. *Wegmann* porcelánhengereit azonban kérges, rovátkolt hengerekkel, a gépet burkolattal látta el. 20 év alatt 22 000-nél több hengerszékot gyártottak.

1896-ig 900 000 vasútikocsi-kerék hagyta el a gyárat, ám ekkor a jubiláló hangulat közepette érkezett a hír, hogy az amerikai *Griffin* találmánya révén az amerikaiak a *Ganzénál* jobb vasúti kerekeket gyártanak. *Mechwart* nem habozott, nyomban megvette a szabadalmat a nyersanyagszállítási kötelezettséggel együtt. Közben azonban szakembereivel alapos vizsgálatnak vetette alá *Griffin* anyagát, és kiderítette, hogy abban titán is van. Előteremtettek európai titántartalmú nyersvasat, és 1897-ben ráfizetés nélkül megkezdődhetett az újfajta kerekek gyártása.

Munkatársainak megválogatásában megmutatkozott zsenialitását elég az elektrotechnikai gyár kapcsán illusztrálni. *Mechwart* az 1870-es évek derekán felfigyelt a villamosság jelentőségére. 1878 augusztusában a vízivárosi Kacska utcában villamos műhelyt hozott létre, és ennek vezetésével a fiatal *Zipernowskyt* bízta meg. A ráfizetésen induló kis műhelyt az igazgatósági ülések viharaiban csak a legnagyobb eréllyel és tekintéllyel egész súlyával tudta megmenteni, ill. fenntartani. A pillanatnyi profitba szerelmes igazgatósági tagok nem is sejtették, hogy ebből a kis műhelyből fejlődik ki rövid idő alatt a kontinens első villamossági gyára. A hamarosan biztató eredményeket felmutató elektromos osztályt tovább bővíti. 1881-ben (igaz csak egy évre) *Tesla*, 1882-ben *Déri*, 1883-ban *Bláthy* az új munkatársak. Követi a „nagyokat” a kevésbé hírneves, de értékes, kiváló mérnökök sora. 1894-ben Franciaországból hívja haza a 25 éves *Kandó* Kálmánt, és alig egyeztetve „kiismerés” után a szerkesztési osztály vezetőjévé teszi. A „Ganz elektró”-t valósággal elhalmozták villanytelepek megrendelésével. *Mechwart* még megéri a pozsonyi és a Budapest–Újpest–Rákospalota közötti villamos vasutakat is, de *Kandó* háromfázisú, nagyfeszültségű vasútvillamosítási rendszerének időpontja, 1902. már nyugdíjas korára esik.

Az iparba egyre nagyobb súllyal behatoló Magyar Általános Hitelbank fokozatosan korlátlan uralomra tesz szert a Ganz-gyárban is. *Mechwart* egész életében mindig *mindent elkövetett annak érdekében, hogy technikailag képzetlen kereskedők és szűk fantáziájú pénzügyi szakemberek a műszaki munkáját ne irányíthassák*. A Ganz-gyárnak hazánkban példa nélkül álló fejlődése bizonyítja koncepciójának teljes helyességét. Amikor az új gyárvezetők szellemtelen, perspektíva nélküli, de kockázatmentes, azonnali biztos profitot hozó gyártmányokat szorgalmaztak, *Mechwart* az egyre kilátástalanabb küzdelembe belefáradva nyugdíjba vonult. A gyártól nem tudott teljesen elszakadni, mint szakértő szolgálatban maradt, és közben forgókéjének tökéletesítésével is foglalkozott. 1907. június 14-én halt meg Budapesten.

A II. világháborúban megsérült szobrát sietve lebontották, és csak közel két évtized elmúta után, 1964 májusában állítottak fel egy szerény mellszobrot a róla elnevezett téren. Debrecenben szakközépiskola örökíti meg nevét.

A magyar *műszaki élet* ma is *intő és tanító*, egyik legnagyobb *alkotóját* tiszteljük benne.

SEGNER JÁNOS ANDRÁS (1704–1777)

A „vízturbina atyja” 1704. október 9-én született Pozsonyban. Három nemzet – a német, a szlovák és a magyar – tudománytörténete vallja magáénak. Bár csak 28 éves koráig élt Magyarországon, ő *magyarnak* vallotta magát. Későbbi, német egyetemi tanárkodásának éveiben is ott tanuló fiatal honfitársait megkülönböztetett figyelemmel támogatta és kísérte szereplésüket. Sokszor meghívta őket vendégségbe, és mindig magyarul beszélt velük.

Német eredetű családja a XV–XVI. század fordulóján a vallásüldözések elől menekülve telepedett le Pozsonyban. Itt magyar hazafiakká váltak, a török harcokban való vitézségükért nemességet nyertek. A nagy tekintélyt szerzett család építette a lutheránus templomot a városban, és ők alapították meg a pozsonyi líceumot is. *Segner* ebben a líceumban, majd Győrött és végül Debrecenben végezte iskoláit. Valószínűleg fiatal korában elszenvedett két súlyos betegsége (1712-ben pestisben, később tifuszon esett át) irányította érdeklődését az orvosi pálya felé. A jénai egyetemen orvostudományi előadások hallgatása mellett azonban azokkal egyidejűleg filozófiát, fizikát és matematikát is tanul. Orvostudori oklevelét 1730-ban szerezte meg, és ennek birtokában nyomban hazatért Magyarországra. Előbb Pozsonyban vállalt állást, majd Debrecen városának lett „városi fizikusa” (tiszti-orvosa). Egy esztendő múlva, valószínűleg menyasszonya hívásának eleget téve, elfogadta a weimari herceg meghívását és a kilátásba helyezett egyetemi katedrát Jénában. 1735-ig tanított ott matematikát, majd ettől kezdve a göttingai egyetemre ment át, és ott matematika, fizika, kémia, sőt orvostudományi előadásokat tartott. Rendkívüli *sokoladalúságát* mutatja, hogy szülészeti, anatómiai, belgyógyászati értekezései jelentek meg, és az ő munkásságához fűződik a göttingai egyetem csillagvizsgáló intézetének létrehozása is, amely később *Gauss* működésének színhelye. A csillagvizsgáló felépítése és vezetése mellett maga is rendszeresen végzett észleléseket, amelyek eredményeit folyamatosan publikálta.

Segner Göttingában annak a matematikai iskolának a megalapítója lett, amely később *Gauss*, *Dirichlet*, *Riemann*, *Clebsch* és *Klein* működése során a matematika történetének egyik kiemelkedő fejezetét képezi.

Segner göttingai tevékenysége során legmaradandóbb eredményeit a folyadékok és a merev testek dinamikájának kutatásában érte el. Ezzel a tevékenységével hívta fel magára *Euler* figyelmét és szerezte meg barátságát. *Segner* sok dolgozata közül a folyadékok mechanikája körében az az 1750-ben közzétett hat dolgozata a leglényegesebb, amelyekre *Euler* híres egyenleteit felállította. Elméleti fontosságukon túl *Segner* ezen értekezései elsőknek kísérlik meg a vízturbina őskének nevezett *Segner*-kerék

hatásfokának meghatározását. Göttinga mellett, Nörtenben megépített egy malmot, amelyet az ő turbinája hajtott.

1755-ben II. Frigyes porosz király a hallei egyetem matematika-fizika tanszékére nevezte ki professzornak. 22 éven át működött itt Halléban 1777. október 5-én bekövetkezett haláláig. Mindvégig aktívan dolgozott, utolsó tankönyvét halála után adták ki.

Élete *ritka módon harmonikusan* és elismerésben gazdagon folyt le. Az egyetem első professzora volt, a berlini, londoni, pétervári akadémiák, ill. tudós társaságok tagja, királyi tanácsos. Anyagi gondjai nem voltak, emberségéről tanúskodik, hogy „halála után is hasznára legyen embertársainak” végrendeleti utasításával egyetemi munkatársainak özvegyei számára alapítványt tett.

ZIPERNOWSKY KÁROLY (1853—1942)

Bécsben született 1853. április 4-én, de másfél éves korában szüleivel már Pestre költözött. Középiskoláit is itt végezte a pesti piarista gimnáziumban, amelyet követően három évig gyógyszerészeti pályán működött. Az elektrotechnika iránti érdeklődésének engedve, a huszonegy éves kecskeméti gyógyszerész beiratkozott a budapesti műegyetem gépészmérnöki karára. Korán megmutatkozott nagy tehetsége: másodéves hallgató korában írt tanulmánya: „Neue Construction der Perspektiv-Conturen für Oberflächen zweiter Ordnung” címmel bemutatásra került a bécsi Tudományos Akadémián, és nyomtatásban is megjelent. Negyedéves korában már többször tartott előadást a Mérnökegyletben, és míg kitűnő eredménnyel végezte tanulmányait, szabad idejében villamos készülékeket állított elő.

A mindenre figyelő *Mechwart* András kitűnő emberismerettel 1878 augusztusában a Ganz-gyár felállítandó erősáramú osztályának megszervezésével és vezetésével bízta meg a fiatal mérnököt, aki egy művezetővel és hat szakmunkással óriási energiával neki is látott a munkának abban a csöppnyi műhelyben, amelyből a kontinens első villamossági gyára fejlődött ki.

Néhány hónap alatt elkészítették a mai Ganz utcában levő törzsgyár öntőműhelyének villamos világítóberendezését saját szerkesztésű 56 V, 12 A jellemzőjű egyenáramú dinamóval és ívlámpákkal. A következő évben az ő villamos világításukkal folyik a szegedi árvízvédelem gátjavítási munkálata.

1879 szilveszterének estéjén gyulladtak ki először a világon a New York melletti Menlo Parkban *Edison* izzólámpái. Ugyanakkor *Zipernowskynak* és *Mechwartnak* a hatóságok és pénzemberek hihetetlen közönyösségével, érdektelenségével kellett megküzdeniük a pusztá fennmaradásért. Eltökélt munkájuk eredményességét illusztrálja, hogy 1882-ben a budapesti Nemzeti Színház a világon a harmadik színházként villamos világítással lephette meg nézőit: ezer darab, húsz gyertyafényerősségű izzó megvilágításában pompázott.

Közben, bár olyan világnagyságok, mint *Schuckert*, *Crompton*, sőt maga *Siemens* és *Edison* is — nem látván gyakorlati lehetőséget a nagyfeszültségű váltakozóáramú energia megfelelő elosztására — kilátástalannak tekintették a váltakozóárammal való foglalkozás jövőjét, *Zipernowsky* ebben az időben már elkezdett kísérletezni vele. Munkatársai között találjuk egy évre, 1881-ben *Teslát*, 1882-től *Dérit*, 1883-tól *Bláthyt*. *Zipernowsky* és *Déri* együttműködésének első eredménye az öngerjesztésű váltakozóáramú generátor lett 1883-ban. *Bláthyval* a transzformátoron kívül a villamos gépek armatúráin a légrés felé szűkülő „félzig zárt” hornyok alkalmazását dolgozta ki 1887-ben. Ismét *Dériver* 1889-ben a „többfázisú áramelosztó rendszert sza-

badalmaztatta két, három, ill. n fázisszámra". *Kandó* Kálmánnal közös szabadalma az indukciós motorok indítási viszonyainak javítása volt.

Több mint 40 találmánya eléggé pregnánsan bizonyítja alkotó fantáziáját. Figyelme szakterületének minden ágára kiterjedt: villamos melegítésre, fűtésre, egyvágányú villamos vasútra, vezetékszerelvényekre és tartozékokra. A Ganz-gyár bajonettzáras izzólámpa-foglalata vasúti kocsikon ma is használatos.

Frankfurt am Main-ban a nemzetközi elektrotechnikai kongresszuson tartott felolvasásán (1891-ben) a bécs–budapesti vasútvonalra 200...250 km/h sebességű, 600 kW teljesítményű motorkocsikat javasol 10 kV-os távvezetékekkel.

Szembetűnően bő az a termékválaszték, amellyel a *Zipernowsky* vezette vállalat a piacon jelentkezett. Kítűnik ebből, hogy megvolt minden technikai és személyi előfeltétele annak, ami vertikális nagyüzemmé fejlődéséhez szükséges. A Hitelbank pénzembereinek szűk látókörű, profitéhes gazdasági vezetése azonban fokozatosan korlátozta *Mechwart* és *Zipernowsky* működési területét, és kizárólag gyorsan és biztosan megtérülő befektetésekre, azonnal realizálható haszonra törekedett. A tüneményes fejlődés lehetősége ezzel végképpen bezárult.

Tizenöt éves kiemelkedő Ganz-gyári működés után hívta meg a budapesti műegyetem tanácsa a felállított önálló erőáramú elektrotechnika tanszék vezetésére. *Zipernowsky* elfogadta a meghívást, és otthagya a gyárigazgatói székét. Elhatározásában nem hiúsági, hanem nagyon is reális megfontolások vezették. A nagybankok spekulációinak játékszerévé vált Ganz-gyárban igazi tehetségét már úgysem bontakoztathatta ki, mint műegyetemi tanár viszont elindíthatta az elektrotechnika világ színvonalú oktatását. A rendelkezésére bocsátott szerény anyagi eszközökkel intézetét tökéletes kísérleti és mérőberendezésekkel látta el. Hallgatói laboratóriumai az ő próbatermi tapasztalatai alapján készültek. Bemutatott kísérleteit óriási méretű fali műszerek demonstrálták.

A Magyar Tudományos Akadémia már 1893-ban levelező tagjává választotta. 1905-ben a Magyar Elektrotechnikai Egyesület elnökévé, majd 33 éves elnöksége után díszelnökévé választotta. Az 1911-ben alapított, évenként kiadásra kerülő jubileumi díjat órára nevezték el. 1942. november 29-én halt meg Budapesten.

A Budapesti Műszaki Egyetem aulájában mellszobrot állítottak emlékének. Pécssett szakközépiskola viseli a nevét.

Pattantyús Á. Géza ömellette kezdte meg tanáresegdként pályafutását, tőle kapta egyetemi doktori értekezésének témáját.

Zipernowsky nevét legáltalánosabban ismertté a *Dérivel* és *Bláthyval* közösen kialakított transzformátor tette.

1985 tavaszán lesz 100 éve, hogy a nagynevű triász megvalósította a mai értelemben vett transzformátorrendszert, amely ma is alapja a nagy távolságra való energiaátvitelnek és a nagyfeszültségű villamosenergia-elosztásnak.

A transzformátorelv fejlődésének *Gohér* [1] által készített szemléletes összeállítására itt csak utalni lehet: *Faraday* (1831), *Henry* (1832), *Page* (1836), *Callan* (1837), *Varley* (1856), *Grove* (1868), *Gaulard* és *Gibbs* (1882), *Zipernowsky*–*Déri*–*Bláthy* (1885). *Grove*-ig egyenáram megszakításával hoztak létre szikrákat: váltakozóáram még nem volt. *Grove* váltakozóáramú forrásra kapcsolta egy nyitott vasmagon elhelyezett, két tekercsből álló induktorának egyik tekercsét. *L. Gaulard* és *E. D. Gibbs* 1882. szeptember 13-án nyert angol szabadalmukban nyitott vasmagú, primer oldalon soros kapcsolású, 1:1 áttételű, általuk szekunder generátornak nevezett indukciós készülékkel táplált áramelosztó rendszert ismertettek. Ezzel a villamos energia nagy távolságra való gazdaságos vezetése bizonyos mértékben megoldódott, de a gazdasá-

gos és célszerű elosztás, továbbá a kielégítő szabályozás módja és az ehhez szükséges eszközök hiányoztak.

Gaulard és *Gibbs* új rendszeréről, amelyet a turini kiállításon mutattak be, *Bláthy* mint szemtanú számolt be *Zipernowskynak*. Ez 1884 nyarán történt. *Bláthy* behatóan áttanulmányozta *Faraday* 1831-ben végzett kísérleteinek leírását, ez adta meg az ihletet a zárt, pólus nélküli transzformátor kialakítására, amelyről az első följegyzések 1884. július 17-én, ill. augusztus 7-én kelteztek. Az 1. sorszámú transzformátor 1884. szeptember 16-án készült el.

Déri Miksa 1883-tól munkaidejének legnagyobb részét a Ganz-gyár bécsi villamos osztályának képviselőjeként Bécsben töltötte, de személyes együttműködése sohasem szakadt meg *Zipernowskyval*. A párhuzamos kapcsolásnál fellépő jelenségek tisztázására folytatandó kísérleteket *Déri* végezte. Ennek eredményeképpen *Zipernowsky* és *Déri* 1885. január 2-án nyújtották be a párhuzamos kapcsolású, 1:1-től eltérő, tetszőleges áttételű, váltakozóáramú induktorok alkalmazásán alapuló áramelosztó rendszerre vonatkozó osztrák szabadalmukat. *Déri* 1885. február 18-án Németországban szabadalmaztatta az új párhuzamos kapcsolású rendszert. Az itt alkalmazott transzformátorokat mindkét végükön széthajlított vashuzalokból készített vasmagjuk miatt sündisznó-transzformátoroknak nevezték.

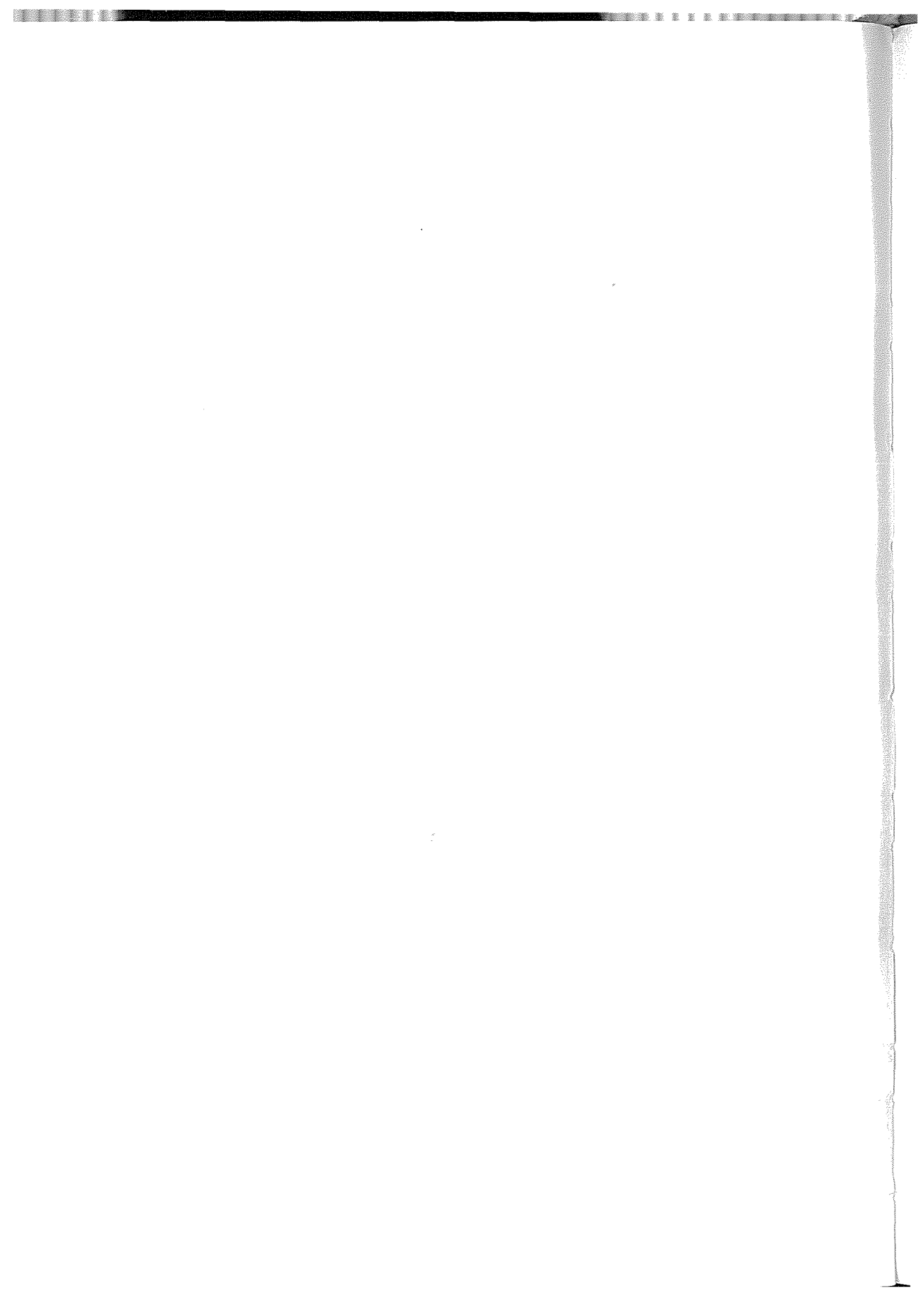
1885. március 3-án Ausztriában, március 6-án pedig Németországban nyújtották be most már hárman, közösen zárt vasmagú transzformátoruk szabadalmát, amely magában foglalja a zárt vasmagú transzformátor mindkét alapformáját: a magtranszformátor és a köpenytranszformátor szerkezetét, és kiterjed a szigetelt vashuzalból, valamint a szigetelt lemezekből felépített vasmag különböző változataira. Ebben a második szabadalmi leírásban használják először a transzformátor elnevezést.

A szabadalmak körüli nagy harcok kora ez. Nem kerülhette el a magyar triász transzformátora sem sorsát. Olyan nevek keveredtek bele ebbe a harcba, mint *Edison* meg *Westinghouse*, és bár a pénz szította szellemi bújócska és a szavak csűrésének csavarásának nem túl nobiles alkalmazása elhomályosította e nagyszerű magyar találmány egyértelmű elismerését, a technikatörténet lehiggadt ítéletét is szem előtt tartva mégis azt mondhatjuk, hogy a transzformátor egyike a legszerencsésebb sorsú találmányoknak, amelyet a magyar géniusz alkotott.

IRODALOM a 7. fejezethez

- [7.1] Műszaki Nagyjaink. Szerk. *Szőke Béla*. A Gépipari Tudományos Egyesület kiadása. I.—III. kötet, Budapest, 1967. IV.—V. kötet, Budapest, 1979.
- [7.2] *Terplán Zénó*: Kiegészítések Pattantyús Ábrahám Géza (1885—1956) életrajzi feldolgozásaihoz. Kézirat, 61 oldal. Lezárva: 1976. III. 1.
- [7.3] *Terplán Zénó*: Emlékezés Pattantyús Á. Géza (1885—1956) akadémikusra. Műszaki Tudomány. 51 (1976) 1—2. 1/13.

8. Fűggelék



3.1. AZ 1. FEJEZET FÜGGELÉKEI

- F.1.1. táblázat. **Angolszász hosszúságegységek átszámítása**
- F.1.2. táblázat. **Angolszász területegységek átszámítása**
- F.1.3. táblázat. **Angolszász térfogategységek átszámítása**
- F.1.4. táblázat. **Angolszász tömegegységek átszámítása**
- F.1.5. táblázat. **Angolszász erőegységek átszámítása**
- F.1.6. táblázat. **Angolszász sűrűségegységek átszámítása**
- F.1.7. táblázat. **Szabványos hosszméretek**
- F.1.8. táblázat. **Gépek szokásos élettartama**

Angolszász hosszúságegységek átszámítása

A hosszúságegység		
megnevezése	jele	törvényes egységgel kifejezett értéke
1 inch (coll, hüvelyk)	in	25,400 mm
1 foot (láb) = 12 inches	ft	0,3048 m
1 yard = 3 feet	yd	0,9144 m
1 nautical mile = 6080 feet		1,853 km
1 international nautical mile		1,852 km

Angolszász területégegységek átszámítása

A területégegység		
megnevezése	jele	törvényes egységgel kifejezett értéke
1 square inch (négyzethüvelyk)	in ² , sq in	645,159 mm ²
1 square foot (négyzetláb) = 144 sq inches	ft ² , sq ft	0,0929 m ²
1 square yard (négyzetyard) = 9 square feet = 1296 square inches	yd ² , sq yd	0,836 13 m ²
1 acre = 4840 square yards		4047 m ²
1 square statute mile = 640 acres		2,59 km ²

Angolszász térfogategységek átszámítása

A térfogategység		
megnevezése	jele	törvényes egységgel kifejezett értéke
1 barrel (UK) = 2 kilderkins = 4 firkins = 36 gallons		0,1636 m ³
1 last = 10 quarters = 80 bushels = 320 pecks = 640 gallons		2,91 m ³
1 imperiál gallon = 277 cubic inches		4,546 dm ³
1 cubic inch (köbhüvelyk)	in ³ , cu in	16,387 cm ³
1 cubic foot (köbláb) = 1728 cubic inches	ft ³ , cu ft	0,028 316 m ³
1 cubic yard (köbyard) = 27 cu feet = 46 656 cubic inches	yd ³ , cu yd	0,764 m ³
1 regiszter ton = 100 cubic feet		2,832 m ³

F.1.4. táblázat

Angolszász tömegeségek átszámítása

A tömegeség		
megnevezése	jele	törvényes egységgel kifejezett értéke
1 ounce (uncia)	oz	28,349 g
1 libra (=pound = font) = 16 ounces = 7000 grains	lb, lbm	0,453 59 kg
1 stone = 14 lbs		6,350 kg
1 short ton = 2000 lbs	sh tn	907,18 kg
1 quarter = 2 stones		12,700 kg
1 long hundredweight = 4 quarters	cwt	50,80 kg
1 long ton = 20 long hundred-weights = 80 quarters = 2240 lbs	ltn	1016 kg
1 troy pound = 12 troy ounces = 5760 troy grains	lbt	0,3732 kg
1 troy ounce = 480 troy grains	oz tr	31,1 g
1 troy grain	gr tr	0,0648 g

F.1.5. táblázat

Angolszász erőegységek átszámítása

Az erőegység		
megnevezése	jele	törvényes egységgel kifejezett értéke
1 grain-force (grain-weight)	grf	0,6355 mN
1 ounce-force (ounce-weight)	ozf	0,278 N
1 poundal	pdl	0,138 N
1 pound-force (pound-weight)	lbf, lb	4,448 N
1 ton-force (ton-weight)	tonf	9,964 kN

F.1.6. táblázat

Angolszász sűrűségesegek átszámítása

A sűrűségesegek		
megnevezése	jele	törvényes egységgel kifejezett értéke
1 grain per cubic foot	gr/ft ³	229 g/m ³
1 grain per gallon	gr/gal	14,25 g/m ³
1 ounce per cubic foot	oz/ft ³	1,001 kg/m ³
1 ounce per gallon	oz/gal	6,236 kg/m ³
1 pound per cubic foot	lb/ft ³	6,02 kg/m ³
1 pound per cubic inch	lb/in ³	27,68 Mg/m ³
1 pound per gallon	lb/gal	99,78 kg/m ³
1 slug per cubic foot	slug/ft ³	515,4 kg/m ³

Szabványos hosszmeretek

(Kivonat az MSZ KGST 514-77-ből)

Sorozatok							
Ra5	Ra10	Ra20	Ra40	Ra5	Ra10	Ra20	Ra40
0,010	0,010	0,010		0,100	0,100	0,100	0,100
		0,011				0,110	0,110
	0,012	0,012	0,012		0,120	0,120	0,120
		0,014	0,013			0,140	0,130
			0,014				0,140
			0,015				0,150
0,016	0,016	0,016	0,016	0,160	0,160	0,160	0,160
		0,018	0,017			0,180	0,170
			0,018				0,180
			0,019				0,190
	0,020	0,020	0,020		0,200	0,200	0,200
		0,022	0,021			0,220	0,210
			0,022				0,220
			0,024				0,240
0,025	0,025	0,025	0,025	0,250	0,250	0,250	0,250
		0,028	0,026			0,280	0,260
			0,028				0,280
			0,030				0,300
	0,032	0,032	0,032		0,320	0,320	0,320
		0,036	0,034			0,360	0,340
			0,036				0,360
			0,038				0,380
0,040	0,040	0,040	0,040	0,400	0,400	0,400	0,400
		0,045	0,042			0,450	0,420
			0,045				0,450
			0,048				0,480
	0,050	0,050	0,050		0,500	0,500	0,500
		0,056	0,053			0,560	0,530
			0,056				0,560
			0,060				0,600
0,063	0,063	0,063	0,063	0,630	0,630	0,630	0,630
		0,071	0,067			0,710	0,670
			0,071				0,710
			0,075				0,750
	0,080	0,080	0,080		0,800	0,800	0,800
		0,090	0,085			0,900	0,850
			0,090				0,900
			0,095				0,950

F.1.7. táblázat folytatása

Sorozatok				Kiegészítő méretek	Sorozatok				Kiegészítő méretek
Ra5	Ra10	Ra20	Ra40		Ra5	Ra10	Ra20	Ra40	
1,0	1,0	1,0	1,0		10	10	10	10	10,2 10,8 11,2 11,8
		1,1	1,1				11	11,5	
	1,2	1,2	1,2			12	12	12	12,5 13,5 14,5 15,5
		1,4	1,4				14	15	
1,6	1,6	1,6	1,6		16	16	16	16	16,5 17,5 18,5 19,5
		1,8	1,8				18	19	
	2,0	2,0	2,0			20	20	20	20,5 21,5 23
		2,2	2,2				22	24	
2,5	2,5	2,5	2,5		2,5	25	25	25	27 29 31 33
		2,8	2,8				28	30	
	3,2	3,2	3,2			32	32	32	35 37 39
		3,6	3,6				36	38	
4,0	4,0	4,0	4,0		40	40	40	40	41 44 46 49
		4,0	4,0				45	48	
	5,0	5,0	5,0			50	50	50	52 55 58 62
		5,6	5,6				56	60	
6,3	6,3	6,3	6,3		63	63	63	63	65 70 73 78
		7,1	7,1				71	75	
	8,0	8,0	8,0			80	80	80	82 88 92 98
		9,0	9,0				90	95	

F.1.7. táblázat 2. folytatása

Sorozatok				Kiegészítő méretek	Sorozatok				Kiegészítő méretek			
Ra5	Ra10	Ra20	Ra40		Ra5	Ra10	Ra20	Ra40				
100	100	100	100	102	1 000	1 000	1 000	1 030	1 030			
			105	108				1 060	1 090			
			110	110				1 120	1 120			
			115	118					1 150			
			120						1 220			
	125	125	125	125			135		1 250	1 250	1 250	1 280
				130			145			1 320	1 360	
				140			155	1 400	1 400	1 450		
				140					1 400	1 450		
				150					1 500	1 550		
160	160	160	160	165	1 600	1 600	1 600	1 600	1 650			
			170	175				1 700	1 750			
			180	185				1 800	1 800	1 850		
			180	195					1 900	1 950		
			190									
	200	200	200	200			205		2 000	2 000	2 000	2 060
				210			215			2 120	2 180	
				220			230			2 240	2 300	
				220						2 360	2 430	
				240								
250	250	250	250	270	2 500	2 500	2 500	2 500	2 580			
			260	290				2 650	2 720			
			280	310				2 800	2 800	2 900		
			280						3 000			
			300									
	320	320	320	320			315		3 150	3 150	3 150	3 070
				340			330			3 350	3 250	
				360			350	3 550	3 550	3 450		
				360			370		3 550	3 650		
				380								
400	400	400	400	390	4 000	4 000	4 000	4 000	3 870			
			420	410				4 250	4 120			
			450	440				4 500	4 370			
			450	460					4 750	4 620		
			480									
	500	500	500	500			490		5 000	5 000	5 000	4 870
				530			515			5 300	5 150	
				560			545	5 600	5 600	5 450		
				560					6 000			
				600								
630	630	630	630	580	6 300	6 300	6 300	6 300	5 800			
			670	615				6 700	6 150			
			710	650				7 100	7 100	6 500		
			690	730					7 500	6 900		
			750							7 300		
	800	800	800	800			775		8 000	8 000	8 000	7 750
				850			825			8 500	8 250	
				900			875	9 000	9 000	8 750		
				900			925		9 500	9 250		
				950			975			9 750		

F.1.7. táblázat 3. folytatása

Sorozatok				Kiegészítő méretek	Sorozatok				Kiegészítő méretek
Ra5	Ra10	Ra20	Ra40		Ra5	Ra10	Ra20	Ra40	
10 000	10 000	10 000	10 000	10 300 10 600 10 900 11 200 11 500	16 000	16 000	16 000	16 000	16 500 17 500 18 500 19 500
		11 200	11 800				18 000	18 000	
	12 500	12 500	12 500	12 200 12 800 13 600 14 500 15 500		20 000	20 000	20 000	
		14 000	14 000						

- Megjegyzés:* 1. A méret kiválasztásakor az Ra5 sorozatot az Ra10 sorozattal, az Ra10 sorozatot az Ra20 sorozattal, az Ra20 sorozatot pedig az Ra40 sorozattal szemben előnyben kell részesíteni. A táblázat szerinti kiegészítő méretekből csak indokolt esetben szabad választani, ha az Ra5, Ra10, Ra20, Ra40 sorozatokkal nem elégíthetők ki a termék követelményei.
2. A táblázat szerinti sorozatokon kívül képezhetők további sorozatok is a sorozatok minden második, harmadik, negyedik vagy n -edik tagjából.
3. Indokolt esetben a sorozatokból képezhetők olyan sorozatok is, amelyek tagjai különböző mérettartományokban nem azonos szorzóval jönnek létre és/vagy a táblázat kiegészítő méreteiből származó tagokat is tartalmaznak

A gépek szokásos élettartama

A gépek megnevezése	Napi üzemórák száma (évi átlag)	Használati idő, év	Élettartam (teljesített üzemórák)	Megjegyzés
Villamos háztartási eszközök	0,5	5...10	1 000... 2 000	
Mezőgazdasági gépek	2	5...10	3 000... 6 000	
Kis emelők, szállítók	4	4... 8	5 000...10 000	
A gyártás segédgépei	5...8	5...10	7 500...15 000	
Furatköszörű-orsók	8	0,3...0,5		A csapágycsuklóknak, por jut be
Kis hűtőhengerállványok	8...16	1... 2	5 000... 6 000	Helyszűke akadályozza a hosszabb élettartamú szerkezetek használatát
Többszörös hengerállványok	8...16	2... 4	8 000...10 000	
Fejtőgépek (bányákban)	16	1	4 000...10 000	Kis építési magasság, jó helykihasználás, kis tömeg
Faipari gépek	8...16	4... 8		
Műanyag-megmunkáló gépek	8...16	5... 8	10 000...20 000	
Fonóorsók	8...16	6... 8		Kis terhelés ellenére rövid az élettartamuk, mert elkopnak
Esztergák, marók	8...16	8...15		
Brikettprések	24	3... 5	20 000...30 000	
Kalapácsolómok	24	3... 5	20 000...30 000	
Bányaszellőztetők	24	8 és több		
Szállító kötélcsigák	16...24	8 és több		Bánya- és egyéb biztonsági előírások miatt túlméretezett
Papírgépek	24	10 és több		Csapágyhiba költséges gyártáskiesést okoz

8.2. A 2. FEJEZET FÜGGELÉKEI

- F.2.1. táblázat. **Fémek sűrűsége**
- F.2.2. táblázat. **Különféle fafajták sűrűségértékei**
- F.2.3. táblázat. **A víz sűrűségének változása a hőmérséklet függvényében**
- F.2.4. táblázat. **Néhány vegyi anyag sűrűsége**
- F.2.5. táblázat. **Néhány ömlesztett, darabos, szemcsés anyag jellemző tulajdonsága**
- F.2.6. táblázat. **Néhány súrlódási tényező tájékoztató értéke**
- F.2.7. táblázat. **Gördülésiellenállás-tényezők**
- F.2.8. táblázat. **A fékpofa és a féktárcsa közötti μ súrlódási tényező értékei**
- F.2.9. táblázat. **Súrlódási tényezők dörzshajtáshoz használt anyagokra**
- F.2.10. táblázat. **Néhány sebességérték**
- F.2.11. táblázat. **Tüzelőanyagok átalakítási és felhasználási határfokának tájékoztató értékei a felhasználók szerint**
- F.2.12. táblázat. **Átalakítási, elosztási és felhasználási határfokok tájékoztató értékei felhasználási célok szerint**
- F.2.13. táblázat. **A nehézségi gyorsulás értékei tengerszinten**
- F.2.14. táblázat. **A hang terjedési sebessége folyadékokban**
- F.2.15. táblázat. **A hang terjedési sebessége levegőben különféle hőmérsékleteken**
- F.2.16. táblázat. **A hang terjedési sebessége gázokban és gőzökben**
- F.2.17. táblázat. **A hang terjedési sebessége szilárd testekben longitudinális hullám esetén**

Fémek sűrűsége

Anyag	Sűrűség ρ , kg/m ³	Anyag	Sűrűség ρ , kg/m ³
Alumínium	2 700	Nátrium	970
Antimon	6 500...6 900	Nikkel	8 850
Arany	19 300	Nióbium	8 500
Arzén	5 720	Ólom	11 340
Berillium	1 850	Ón	7 280
Bizmut	9 780	Ozmium	22 500
Cink	7 130	Palládium	11 900
Cirkónium	6 530	Platina	21 500
Ezüst	10 500	Rénium	20 500
Foszfor	2 350	Ródium	12 400
Gallium	5 900	Ruténium	12 300
Germánium	15 350	Szelén	4 500
Higany	13 550	Tallium	11 850
Indium	7 300	Tantál	16 600
Iridium	22 400	Tellúr	6 240
Kadmium	8 640	Tórium	11 700
Kálium	860	Titán	4 300
Kobalt	8 800	Urán	18 700
Króm	6800...7100	Vanádium	6 000
Lítium	530	Vas	7 850
Magnézium	1 740	Réz	8850...8920
Mangán	7 300	Wolfram	19 300
Molibdén	10 200		

F.2.2. táblázat

Különféle fafajták sűrűségértékei

Fafajta	Abszolút nedves (áztatás után)	Nedves (kitermeléskor)	Szikkadt (erdőben tárolt)	Száraz (száraz periódus után)
	ρ , Mg/m ³			
<i>Fenyők</i>	1,12	0,71	0,58	0,52
Erdeifenyő	1,09	0,70	0,59	0,54
Lucfenyő	1,10	0,68	0,53	0,47
Vörösfenyő	1,17	0,74	0,64	0,61
<i>Lágyfák</i>	1,13	0,76	0,64	0,58
Éger	1,13	0,75	0,62	0,56
Fűz	1,11	0,72	0,60	0,53
Nyár	1,19	0,87	0,77	0,73
<i>Keményfák</i>	1,19	0,93	0,81	0,77
Akác	1,16	0,95	0,84	0,78
Bükk	1,19	0,91	0,80	0,75
Cser	1,23	1,02	0,93	0,84
Gyertyán	1,20	0,98	0,87	0,83
Juhar	1,18	0,87	0,74	0,70
Kőris	1,19	0,89	0,79	0,74
Szil	1,15	0,88	0,76	0,70
Tölgy	1,19	0,95	0,82	0,76

F.2.3. táblázat

A víz sűrűségének változása a hőmérséklet függvényében

t	°C	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
ρ	kg/m ³	1000	1000	998	996	992	988	983	978	972	965

F.2.4. táblázat

Néhány vegyi anyag sűrűsége
(15 °C hőmérsékleten)

Az anyag neve	ρ kg/m ³	Az anyag neve	ρ kg/m ³
Éter	730	Kátrányolaj	1 100
Alkohol	790	Sósav (HCl) 20 %-os	1 100
Denaturált szesz		Kőszénkátrány	1 200
90 térf. %-os	830	Glicerin	1 260
Terpentinolaj	860	Nátronlúg (NaOH) 22 %-os	1 250
Asványolajok		Nátronlúg (NaOH) 66 %-os	1 700
órsóolaj	900	Salétromsav (HNO ₃) 70 %-os	1 420
gépolaj	910	Kénsav (H ₂ SO ₄) 66 %-os	1 600
hengerolaj	930	Higany (0 °C-on)	13 600
Lenolaj	940	Benzin	700
		Víz (4 °C-on)	1 000
		Levegő (1 bar nyomáson)	1,209

Néhány ömlesztett, darabos, szemcsés anyag jellemző tulajdonságai

Anyag	Halom- sűrűség, ρ_n , kg/m ³	Rézsű- szög, α° ,	Koptató hatás	Egyéb tulajdonságok
Anyag (darabos, száraz)	1200...1600	40...45	C	Nedvesen tapad, összeáll
Föld (száraz)	1200...1600	35...45	K	Nedvesen tapad, összeáll
Homok (száraz)	1400...1700	35...45	IE	
Homok (nedves)	1600...2000	40...45	E	Összeáll, igen tapadó
Homok (formázó, ömlesztve)	1150...1300	50...60	E	Összeáll
Kavics	1700...2000	30...50	E	Nehéz lapátolni
Mészkeő (darabos)	1600...1800	40...50	E	
Mészkeő (tört)	1200...1500	35...45	E	Pora különösen koptató
Pirit (darabos)	2600...3000	45...55	E	
Terméskeő (darabos)	1600...2000	45...50	E	
Vasérc (barna)	2100...2400	40...50	E	
Szén (antracit)	800... 950	30...45	K	Törékeny
Szén (akna)	800...1300	40...45	K	
Szén (dió)	900...1000	30...45	K	
Barnaszén (száraz)	700... 850	30...45	K	P, törékeny
Barnaszén (nedves)	900...1000	40...50	K	Öngyulladásra hajlamos
Szénpor	500... 600	30...40	C	P
Lignit (száraz)	650... 850	30...45	K	
Tőzeg	400... 600	45...50	K	
Koksz	400... 550	40...55	IE	Törékeny, nehéz lapátolni
Hamu (kazánházi)	500... 650	30...45	IE	Ko
Pernye (kazánházi)	1600...2000	20...30	IE	Igen ömlékeny
Salak (kazánházi)	550... 800	35...50	IE	Ko
Cement	1000...1500	35...45	E	N, összeáll, erősen porzik
Cementklinker	1200...1400	30...45	IE	
Kohósalak	800...1400	35...50	IE	Ko
Szuperfoszfát műtrágya	1000...1400	35...45	K	N, Ko
Tímföld (alumínium-oxid)	950...1000	35...40	IE	Finom por
Árpa	600... 750	25...35	C	P
Búza	750... 850	30...35	C	P, Sz
Zab	400... 500	30...35	C	P
Gabonaliszt	500... 650	40...50	C	N, P, Sz
Hüvelyesek (fejtve)	700... 800	25...30	C	P, Sz
Kukorica (morzsoltt)	700... 750	25...35	C	P
Konyhasó (őrölt)	800...1300	35...45	K	N, Ko, Sz, összeáll
Cukor (szemcsés)	800... 900	35...40	K	Sz

* IE igen erős; E erős; K közepes; C csekély; N nedvzívó; P porra robbanékony; Ko nedvesen korrodáló hatású; Sz szennyezés rontja a minőséget.

Néhány súrlódási tényező tájékoztató értéke

Anyagpár	A nyugvásbeli súrlódás tényezője, μ_0		A mozgásbeli súrlódás tényezője μ	
	szárazon	kenve	szárazon	kenve
Acél (simítva) acélon (köszörülve)	0,16		0,13	
Acél (köszörülve) acélon (köszörülve)	0,14		0,11	
Acél (polírozva) acélon (köszörülve)	0,12		0,11	
Réz (köszörülve) acélon (köszörülve)	0,14		0,12	
Bronz (köszörülve) acélon (köszörülve)	0,11		0,10	
Alumíniumötvözet (köszörülve) acélon (köszörülve)	0,15		0,13	
Üveg acélon (köszörülve)	0,13		0,10	
Műanyagok (poliamid, polisztirol) acélon (köszörülve)	0,11...0,13		0,10...0,12	
Réz (köszörülve) rézen (köszörülve)	0,17		0,15	
Alumíniumötvözet alumínium- ötvözetten	0,17...0,16		0,15...0,14	
Fa fémen	0,6		0,35...0,5	0,1...0,2
Fa fán	0,4...0,6	0,1...0,2	0,2...0,5	0,5...0,2
Fa kövön			0,65...0,75	0,35...0,45
Fa jégen			0,035	
Acél jégen			0,014	
Acél havon			0,035	
Gumi aszfalton			0,7...0,8	0,4...0,5

F.2.7. táblázat

Gördülésiellenállás-tényezők

(A szokásos kerekek esetében)

Gumitömlős kerekek	μ_g	Egyéb kerekek	μ_g
Makadámúton	0,02...0,04	Vasalt kerék földúton	0,2
Aszfalt- és betonúton	0,015...0,025	Vasalt kerék betonúton	0,01
Földúton	0,05...0,15	Villamos	0,006
Homokban	0,15...0,3	Vasúti kocsi	0,002

A fékpofa és a féktárcsa közötti súrlódási tényező értékei

Anyagpár	μ	Anyagpár	μ
Öntöttvason ferrodó	0,30...0,50	Acél ferrodón	0,25...0,40
Öntöttvason fa	0,25...0,35	Acél fán	0,20...0,30
Öntöttvason öntöttvas	0,15...0,22	Acél acélon	0,10...0,15
Öntöttvason acél	0,10...0,18		

F.2.9. táblázat

Súrlódási tényezők dörzshajtáshoz használt anyagokra

Nagy kerék	Kis kerék	Súrlódási tényező, μ
súrlódó felülete		
Öntöttvas	Öntöttvas	0,10...0,15
	Bőr	0,15...0,30
	Papír	0,15...0,20
	Fa	0,20...0,30
	Gumi	0,40...0,50
	Fiber	0,15...0,26
	Azbeszt	0,30...0,50
Alumínium	Bőr	0,22...0,30
	Fiber	0,18...0,27
Betűfém	Bőr	0,25...0,35

F.2.10. táblázat

Néhány sebességérték

A mozgó test	Sebessége, m/s
Gyalogos ember	1,0...1,2
Siető ember	1,5...1,7
Ügető ló	4,5
Élénk szél	10...12
Postagalamb	18
Gyorsvonat	20...30
Szélvihar	40
Hang	330
A Föld egyenlítőjének pontja a fogásból adódóan	465
A Föld keringése a Nap körül	30 km/s
A fény	300 000 km/s

Tüzelőanyagok átalakítási és felhasználási hatásfokának tájékoztató értékei a felhasználók szerint

Felhasználók	Hatásfok, η , %									
	szén	nyers- olaj	föld- gáz	víz- energia	tűzi- fa	brikett	koksz	ipari gázok	benzin	fűtőolaj, gázolaj
Átalakítás	brikettgyártás	90	—	72	—	60	—	72	—	25
	kokszgyártás	90	—	72	—	—	60	72	—	60
	gázgyártás	70	60	—	—	—	60	72	—	90
	nyersolajlepárlás	65	90	75	—	—	—	75	—	75
	villamosenergia- fejlesztés	20	—	19	84	15	—	19	—	29
Felhasználás	kohászat, vas- és fémipar	33	—	39	—	—	33	39	—	40
	egyéb iparok	33	—	39	—	—	33	39	18	25
	vasúti közlekedés	4	—	—	—	—	—	—	20	26
	hajózás	5	—	—	—	—	—	—	12	16
	közúti és légi közlekedés	—	—	—	—	—	—	—	62	9
	traktorok	—	—	—	—	—	—	—	8	8
	háztartások	60	—	72	—	56	—	72	10	60

Átalakítási, elosztási és felhasználási hatásokok tájékoztató értékei felhasználási célok szerint

Felhasználási cél	Berendezés		Hatásfok, η , %			
	Gőzkazán	széntüzelés olajtüzelés	átalakítás, nemesítés	szállítás, elosztás	felhasználás	együtt
Gőzfejlesztés		széntüzelés olajtüzelés	95 90	90 99	80 80	68 72
	Gőzgép gőzkazánal	széntüzelés olajtüzelés	68 72	90 90	20 20	12 13
	Villamos hajtás	áram hőerőműből áram vízi erőműből áram hőszolgáltató erőműből	25 85 70	85 85 95	85 85 85	18 61 56
Ipari hőfejlesztés	Dieselmotor		90	99	30	27
	Benzinmotor		90	99	22	20
	Gáztüzelésű kemence		80	90	60	43
Vontatás	Villamos hevítőkemence	áram hőerőműből áram vízi erőműből	25 85	85 85	65 65	14 47
	Gőzmozdony		95	95	7	6
	Dieselmotoros villamos mozdonnyal		25	99	80	20
Vontatás	Villamos mozdonnyal	áram hőerőműből áram vízi erőműből	25 85	80 80	80 80	16 54

Fűtés	Kályhafűtés szénnel		95	90	50	40
	Gázfűtés		80	95	80	61
	Villamos fűtés		25	85	100	21
	áram hőerőműből áram vízi erőműből		85	85	100	72
	Központi fűtés		95	90	60	50
	széntüzelés olajtüzelés		90	99	75	68
	Távfűtés hőszolgáltató erőműből		79	85	92	62
	Széntűzhely		95	90	10	9
	Széntüzelésű fürdőkályha		95	90	20	17
	Gáz vízmelegítő		80	95	80	61
Vízmelegítés	Villamos vízmelegítő		25	85	90	19
	áram hőerőműből áram vízi erőműből		85	85	90	65
	Központi kazántelep		95	90	60	50
	széntüzelés olajtüzelés		90	99	75	68
	Széntűzhely		95	90	10	9
	Gáztűzhely		80	95	60	46
Főzés	Villanytűzhely		25	85	80	17
	áram hőerőműből áram vízi erőműből		85	85	80	58

A nehézségi gyorsulás értékei tengerszinten

Földrajzi szélesség, °	g , m/s ²	Földrajzi szélesség, °	g , m/s ²
0	9,780 30	50	9,810 66
5	9,780 69	55	9,815 03
10	9,781 86	60	9,819 14
15	9,783 76	65	9,822 85
20	9,786 34	70	9,826 06
25	9,789 52	75	9,828 66
30	9,793 21	80	9,830 58
35	9,797 30	85	9,831 76
40	9,801 66	90	9,832 16
45	9,806 16		

A magasság hatása		A magasság hatása	
Magasság, m	Δg , m/s ²	Magasság, m	Δg , m/s ²
0	-0,000 00	600	-0,001 85
100	-0,000 30	700	-0,002 16
200	-0,000 61	800	-0,002 46
300	-0,000 92	900	-0,002 77
400	-0,001 23	1000	-0,003 08
500	-0,001 54		

F.2.14. táblázat

A hang terjedési sebessége folyadékokban

Folyadék	Hőmérséklet, t , °C	Hangsebesség, c , m/s	Folyadék	Hőmérséklet, t , °C	Hangsebesség, c , m/s
Benzin	17	1166	Édesvíz	8	1435
Etil-alkohol	13	1241	Sósvíz	10	1481
Higany	20	1451	Nehésvíz	10	1381
Petróleum	7	1395	Oxigén	-183,6	911
Desztillált víz	4	1400	Nitrogén	-197	869
Desztillált víz	25	1497	Hélium	-269,1	179,8

F.2.15. táblázat

A hang terjedési sebessége levegőben különféle hőmérsékleten

Hőmérséklet, t , °C	Hangsebesség, c , m/s	Hőmérséklet, t , °C	Hangsebesség, c , m/s	Hőmérséklet, t , °C	Hangsebesség, c , m/s
-100	263	-5	328,7	+25	346,7
-60	293	0	331,8	+30	349,6
-40	306,5	+5	334,8	+35	352,5
-20	319,3	+10	337,8	+40	355,3
-15	322,5	+15	340,8	+60	366,5
-10	325,6	+20	343,8	+100	387,2

F.2.16. táblázat

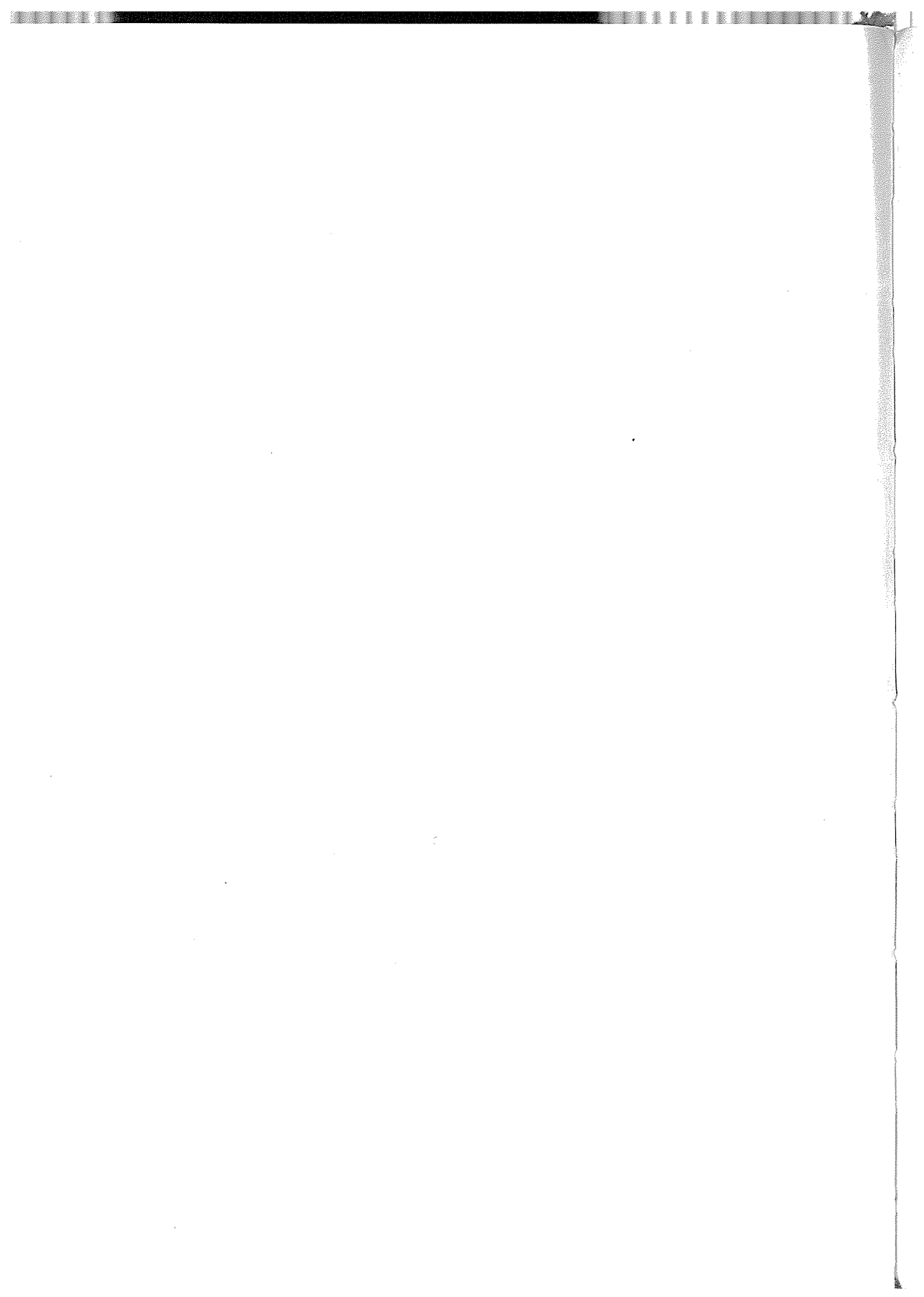
A hang terjedési sebessége gázokban és gőzökben (0 °C hőmérsékleten)

A gáz, gőz neve	Hangsebesség, v, m/s	A gáz, gőz neve	Hangsebesség, v, m/s
Etil-alkohol (80 °C-os)	271	Nitrogén (N ₂)	337
Hélium	970	Oxigén (O ₂)	317,2
Hidrogén (H ₂)	1269,5	Szén-dioxid (CO ₂)	258
Higanygőz (360 °C-os)	208	Szén-monoxid (CO)	337,1
Klór (Cl ₂)	205,3	Világítógáz	453
Metán (CH ₄)	432	Vízgőz	404,8

F.2.17. táblázat

A hang terjedési sebessége szilárd testekben longitudinális hullám esetén

A szilárd anyag neve	Hangsebesség, c, m/s	A szilárd anyag neve	Hangsebesség, c, m/s
Acél	5000	Parafa	430
Beton	3200	Ólom	1210
Ezüst	2700	Sárgaréz (30 % Zn)	3480
Bükkfa	3400	Téglafal	3600
Fenyőfa	5260	Polietilén	920
Jég	3980	Kvarcüveg	5570
Gumi	40	Pirexüveg	5170
Keménygumi	1570	Vas	5100



8.3. A 3. FEJEZET FÜGGELÉKEI

- F.3.1. táblázat. A telített vízgőz adatai 0...50 °C hőmérséklet-tartományban
- F.3.2. táblázat. Az Engler-fok viszkozitásértéknek megfelelő SI kinematikai viszkozitásértékek
- F.3.3. táblázat. A víz dinamikai és kinematikai viszkozitásának változása a hőmérséklet függvényében
- F.3.4. táblázat. A száraz levegő sűrűségének és kinematikai viszkozitásának változása a hőmérséklet függvényében 1 bar (0,1 MPa) környezeti nyomáson
- F.3.5. táblázat. Olajok kinematikai viszkozítása
- F.3.6. táblázat. Néhány anyag dinamikai viszkozítása
- F.3.7. táblázat. A száraz levegő összetétele
- F.3.8. táblázat. Megengedhető legnagyobb légsebességértékek kis sebességű csatornáknak
- F.3.9. táblázat. Megengedhető legnagyobb sebességértékek nagy sebességű légvezetékben
- F.3.10. táblázat. Csőben szállított közegek szokásos áramlási sebességértékei
- F.3.11. táblázat. Áramlási sebesség különféle gépek csővezetékeiben
- F.3.12. táblázat. Az érdességmagasság-értékek különféle csővezetékanyagokra
- F.3.13. táblázat. Szerelvények ellenállás-tényezői, ill. veszteségmagasságai
- F.3.14. táblázat. Elágazások ellenállás-tényezői
- F.3.15. táblázat. Szelepek és tolózárak ellenállás-tényezői
- F.3.16. táblázat. Néhány folyadék felületi feszültsége

A telített vízgőz adatai 0...50 °C hőmérséklet-tartományban

Hőmérséklet, °C	Nyomás, kPa	Fajlagos térfogat, m ³ /kg	Sűrűség g/m ³	Hőmérséklet, °C	Nyomás, Pa	Fajlagos térfogat, m ³ /kg	Sűrűség, g/m ³
0	0,611	206,3	4,847				
1	0,656	192,7	5,189	26	3,359	41,03	24,37
2	0,706	180,0	5,555	27	3,563	38,82	25,76
3	0,757	168,2	5,945	28	3,778	36,74	27,22
4	0,813	157,3	6,357	29	4,003	34,78	28,75
5	0,872	147,2	6,793	30	4,240	32,93	30,36
6	0,934	137,8	7,256	31	4,490	31,20	32,05
7	1,001	129,1	7,746	32	4,752	29,58	33,81
8	1,072	121,0	8,265	33	5,028	28,05	35,65
9	1,147	113,4	8,815	34	5,317	26,61	37,58
10	1,227	106,42	9,398	35	5,621	25,25	39,60
11	1,311	99,91	10,01	36	5,938	23,97	41,72
12	1,401	93,84	10,66	37	6,273	22,77	43,93
13	1,496	88,18	11,34	38	6,623	21,63	46,23
14	1,597	82,90	12,06	39	6,989	20,56	48,64
15	1,704	77,97	12,82	40	7,343	19,55	51,15
16	1,816	73,38	13,63	41	7,775	18,60	53,76
17	1,936	69,10	14,47	42	8,196	17,70	56,49
18	2,062	65,09	15,36	43	8,637	16,85	59,35
19	2,195	61,34	16,36	44	9,097	16,04	62,34
20	2,336	57,84	17,29	45	9,580	15,28	65,45
21	2,484	54,56	18,33	46	10,083	14,56	68,68
22	2,641	51,49	19,42	47	10,609	13,88	72,05
23	2,807	48,62	20,57	48	11,159	13,23	75,57
24	2,982	45,93	21,77	49	11,733	12,62	79,23
25	3,166	43,40	23,04	50	12,332	12,05	83,02

Az Engler-fok viszkozitásértékeknek megfelelő kinematikai viszkozitásértékek

°E	10 ⁻⁶ m ² /s	°E	10 ⁻⁶ m ² /s	°E	10 ⁻⁶ m ² /s	°E	10 ⁻⁶ m ² /s	°E	10 ⁻⁶ m ² /s
1,12	2,0	2,02	12,0	4,32	32,0	6,95	52,5	14,48	110,0
1,17	2,5	2,12	13,0	4,44	33,0	7,28	55,0	15,14	115,0
1,22	3,0	2,22	14,0	4,57	34,0	7,60	57,5	15,80	120,0
1,26	3,5	2,32	15,0	4,70	35,0	7,93	60,0	16,45	125,0
1,31	4,0	2,43	16,0	4,82	36,0	8,25	62,5	17,11	130,0
1,34	4,4	2,53	17,0	4,95	37,0	8,58	65,0	17,77	135,0
1,35	4,5	2,64	18,0	5,08	38,0	8,91	67,5	18,43	140,0
1,39	5,0	2,75	19,0	5,21	39,0	9,23	70,0	19,08	145,0
1,44	5,5	2,87	20,0	5,33	40,0	9,56	72,5	19,74	150,0
1,48	6,0	2,98	21,0	5,46	41,0	9,89	75,0	20,40	155,0
1,52	6,5	3,10	22,0	5,59	42,0	10,22	77,5	21,06	160,0
1,56	7,0	3,22	23,0	5,72	43,0	10,54	80,0	21,71	165,0
1,61	7,5	3,34	24,0	5,85	44,0	10,87	82,5	22,37	170,0
1,65	8,0	3,46	25,0	5,98	45,0	11,20	85,0	23,03	175,0
1,70	8,5	3,58	26,0	6,11	46,0	11,53	87,5	23,69	180,0
1,74	9,0	3,70	27,0	6,23	47,0	11,86	90,0	24,35	185,0
1,78	9,5	3,82	28,0	6,37	48,0	12,51	95,0	25,00	190,0
1,83	10,0	3,94	29,0	6,50	49,0	12,84	97,5	25,66	195,0
1,92	11,0	4,07	30,0	6,62	50,0	13,17	100,0	26,30	200,0
		4,19	31,0			13,83	105,0		

F.3.3. táblázat

A víz dinamikai és kinematikai viszkozitásának változása a hőmérséklet függvényében

t	°C	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
η	mPa·s	1,79	1,30	1,01	0,80	0,65	0,55	0,47	0,40	0,35	0,31
ν	10^{-6} m ² /s	1,79	1,30	1,01	0,80	0,65	0,55	0,48	0,41	0,36	0,32

Megjegyzés:

1. A dinamikai és kinematikai viszkozitás közötti kapcsolat $\eta = \nu \rho$, ahol ρ a sűrűség.
2. A régi viszkozitásegységek átszámítása:
 1 St (stokes) = 10^{-4} m²/s, azaz
 1 cSt = 10^{-6} m²/s,
 és
 1 P poise = 0,1 Pa·s, azaz
 1 cP = 1 mPa·s

F.3.4. táblázat

A száraz levegő sűrűségének és kinematikai viszkozitásának változása a hőmérséklet függvényében 1 bar (0,1 MPa) környezeti nyomáson

t	°C	-10	0	10	20	40	60	80
ρ	kg/m ³	1,324	1,276	1,231	1,189	1,113	1,046	0,987
ν	10^{-6} m ² /s	12,8	13,7	14,7	15,7	17,6	19,6	21,7

F.3.5. táblázat

Olajok kinematikai viszkozitása

Olajfajta	Hőmérséklet, t		
	20 °C	50 °C	100 °C
	Kinematikai viszkozitás, ν , m ² /s		
Gázolaj	$0,062 \cdot 10^{-4}$	$0,023 \cdot 10^{-4}$	—
Orsóolaj	0,53	0,14	—
Könnyű gépolaj	0,98	0,33	$0,062 \cdot 10^{-4}$
Közepes gépolaj	3,40	0,48	0,075
Nehéz gépolaj	$10,60 \cdot 10^{-4}$	$1,14 \cdot 10^{-4}$	$0,14 \cdot 10^{-4}$

F.3.6. táblázat

Néhány anyag dinamikai viszkozitása [20 °C hőmérsékleten és 1 bar (0,1 MPa) környezeti nyomáson]

Anyag	η , mPa·s	Anyag	η , mPa·s
Hidrogén	0,009	Vazelinolaj	30,3
Szén-dioxid	0,015	Orsóolaj	46,5
Levegő	0,019	Lenolaj	52,5
Benzol	0,66	Olívaolaj	81,2
Víz	1,01	Könnyű gépolaj	168
Benzin	1,51	Közepes gépolaj	315
Petróleum	2,12	Glicerin	458
Alkohol (50 %)	2,82	Ricinusolaj	930
Gázolaj	4,75	Melasz	1 635 000

F.3.7. táblázat

A száraz levegő összetétele

A gáz neve	Térfogat- arány, %	Tömeg- arány, %
Oxigén (O ₂)	20,99	23,20
Nitrogén (N ₂)	78,04	75,47
Szén-dioxid (CO ₂)	0,03	0,046
Argon (Ar)	0,93	1,28
Más nemesgázok és hidrogén	0,01	0,004

F.3.8. táblázat

Megengedhető legnagyobb légsebességtételek kis sebességű csatornában

Az elemek megnevezése	Legnagyobb légsebesség, m/s		
	lakóépületek	iskolák, színházak, közösségi épületek	ipari épületek
Frisslevegő-beszívó rácsok*	4,0	4,5	6,0
Szűrők	1,5	1,75	1,75
Fűtőhőcserélők*	2,5	3,0	3,5
Légűtők*	2,25	2,5	3,0
Légmosók*	2,5	2,5	2,5
Ventilátorkifúvó-csonk	8,5	7,5...11,0	8,5...14,0
Légcsatorna-fővezeték	4,0 ... 6,0	5,5... 8,0	6,5...11,0
Légcsatorna-ágvezeték	3,5 ... 5,0	4,0... 6,5	5,0...9,0
Légcsatorna függőleges ágvezetéke	3,25...4,0	4,0... 6,0	5,0...8,0

* A sebességek a teljes homlokkeresztmetszetre vonatkoznak.

F.3.9. táblázat

Megengedhető legnagyobb sebességértékek nagy sebességű légvezetékben

Szállított levegőmennyiség $q_v, \text{m}^3/\text{h}$	Legnagyobb áramlási sebesség, $v, \text{m/s}$
100 000...67 000	30,0
67 000...42 000	25,0
42 000...25 000	22,5
25 000...17 000	20,0
17 000...10 000	17,5
10 000... 5 000	15,0
5 000... 1 700	12,5

F.3.10. táblázat

Csőben szállított közegek szokásos áramlási sebességértékei

Szállított közeg	A csővezeték fajtája	Az áramló közeg sebessége, $v, \text{m/s}$
Hűtővíz	szívóvezeték nyomóvezeték	0,7...1,5 1...2
Tápvíz	szívóvezeték nyomóvezeték	0,5...1 1,5...2,5
Kondenzvíz	nyomóvezeték	1...2
Ivóvíz	fővezeték	1...2
Olaj	elosztóvezeték	0,6...0,7
	gázolaj	1...2
	nehézolaj	0,5...2
	távvezeték	1,5...2
Gáz	olajozóvezeték	0,5...1
	2 bar abszolút nyomásig	4...20
	5 bar abszolút nyomásig	11...35
	5 bar abszolút nyomás felett	15
	háztartási vezeték	1
	távvezeték	25...60

Áramlási sebesség különféle gépek csővezetékeiben (Tájékoztató értékek)

Gép	A csővezeték, ill. a szállított közeg fajtája		Az áramló közeg sebessége, m/s
Gőzturbina	túlhevített gőz	kisnyomású közepes nyomású nagynyomású	35 40...50 50...70
	telített gőz fáradtgőz		25 15...25
Dugattyús gőzgép	túlhevített gőz telített gőz		40...50 25...30
Gázgép	légvezeték gázvezeték kipufogóvezeték négyütemű géphez kipufogóvezeték kétütemű géphez		20 30 20...25 10...15
Diesel-motor	szívóvezeték nyomócső porlasztóhoz kompresszorvezeték üzemanyag-vezeték		20 50...60 25...30 20
Légkompresszor	szívóvezeték nyomóvezeték		16...20 25...30
Turbókompresszor	szívó- és nyomóvezeték		20...25
Centrifugálszivattyú vízre	szívóvezeték nyomóvezeték		1... 2 2,5... 3
Dugattyús szivattyú	szívóvezeték nyomóvezeték		0,8... 1 1 ... 2
Vízturbina			3
Hidraulikus sajtó	nyomóvezeték		15...30

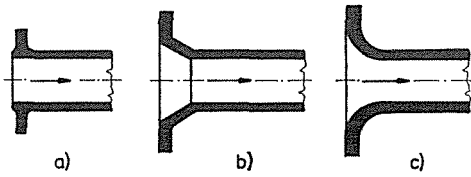
F.3.12. táblázat

Érdességmagasság-értékek különféle csővezetékanyagokra

Anyagfajta	Érdesség, <i>k</i> , mm
Acélcső (szegecselt)	0,9 ...9,0
Acélcső (húzott)	0,03 ...0,05
Acélcső (rozsdás)	0,1 ...1,0
Acél- vagy öntöttvas cső (bitumenezve)	0,006...0,06
Hengerelt lemez (durva)	0,08 ...0,15
Hengerelt lemez (rozsdás)	0,2 ...0,4
Hengerelt lemez (finom)	0,01
Öntöttvas (új)	0,5 ...1,0
Öntöttvas (rozsdás)	1,0 ...1,5
Öntöttvas (korrodeálódott)	1,0 ...3,0
Beton (simítva)	0,3 ...0,8
Beton (durván)	1,0 ...3,0

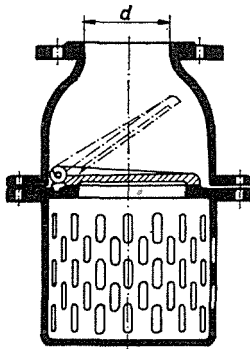
Szerelvények veszteségtényezői, ill. veszteségmagassága

Beömlőcsonk



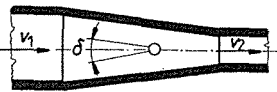
- a) $\zeta = 0,5$
- b) $\zeta = 0,27$
- c) $\zeta = 0,1...0,05$

Lábszelep szívókosárral



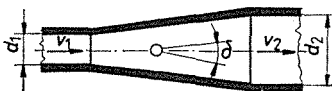
d, mm	75	100	150	200	300	500
ζ	8	7	6	5	3,7	2,5

Fokozatos keresztmetszet-szűkülés (konfuzor)



Ha $\delta < 20^\circ$, akkor a veszteségmagasság
 $h' = \zeta v_2^2 / 2g$,
 ahol $\zeta = 0,005...0,06$

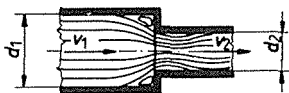
Fokozatos keresztmetszet-bővülés (diffúzor)



Ha $5^\circ < \delta < 60^\circ$, akkor a veszteségmagasság

$$h' = \sin \delta \left[1 - \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \right]^2 \frac{v_1^2}{2g}$$

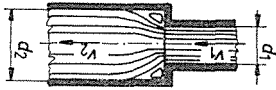
Hirtelen keresztmetszet-bővülés



A veszteségmagasság, az ún. Borda-féle veszteség

$$h' = 1,2 \left[1 - \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \right]^2 \frac{v_1^2}{2g}$$

Hirtelen keresztmetszet-szűkülés



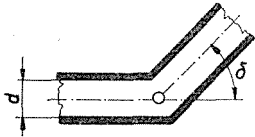
A veszteségmagasság

$$h' = \zeta \frac{v_1^2}{2g}$$

A ζ értéke $(d_2/d_1)^2 > 0,1$ esetén a $(d_2/d_1)^2$ függvénye

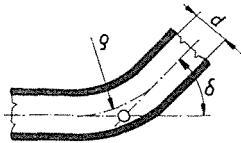
$(d_2/d_1)^2$	0,1	0,3	0,5	0,7	0,8
ζ	0,45	0,38	0,29	0,20	0,15

Hirtelen irányváltás (könyök)



δ	15°	30°	45°	60°	90°
ζ	0,06	0,17	0,32	0,68	1,27

Ívcső



Ha $\delta = 90^\circ$, akkor ζ a q/d függvénye

q/d	1	2	4	6	10
ζ	0,52	0,31	0,25	0,23	0,23

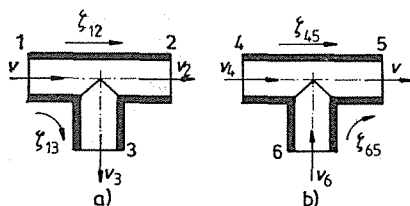
Ha δ 90°-tól eltér, akkor ζ a *Hinds*-képlettel számolható:

$$\zeta = \zeta_{90^\circ} \sqrt{\frac{\delta}{90^\circ}}$$

Elágazások veszteségtényezői

Derékszögű elágazás

Az elágazóidom mindhárom csoncja azonos belső átmérőjű.



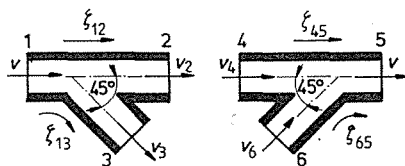
Az a) ábra az 1 csomkon belépő folyadék szétválasztását, a b) ábra a 4 és 6 csomkon belépő folyadék egyesítését mutatja. Az a) esetben $v = v_2 + v_3$, a b) esetben $v = v_4 + v_6$. Az ábrán értelmezett és a következő táblázatban megadott veszteségtényezők mindig a v sebességre vonatkoznak. Például a 4 és 5 csomk között a veszteségmagasság

$$h'_{45} = \zeta_{45} \frac{v^2}{2g}$$

Veszteségtényezők

v_3/v	ζ_{12}	ζ_{13}	v_6/v	ζ_{45}	ζ_{65}
0	0,04	—	0	0,04	—
0,5	0,01	0,9	0,5	0,4	0,3
1,0	—	1,3	1,0	—	0,9

Ferde elágazás

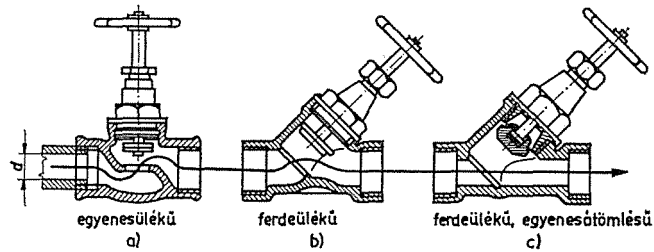


Veszteségtényezők

v_3/v	ζ_{12}	ζ_{13}	v_6/v	ζ_{45}	ζ_{65}
0	0,04	—	0	0,04	—
0,5	0,02	0,5	0,5	0,1	0,1
1,0	—	0,5	1,0	—	0,5

Értelmezésük a derékszögű elágazásnál mondottakkal azonos.

Szelepek és tolózárak veszteségtényezői



Szelepek ellenállás-tényezői

d , mm	25	50	100	150	200
Egyenes ülékű (a)	4,0	4,5	4,8	4,1	3,6
Ferde ülékű (b)	2,1	2,3	2,4	2,1	2,0
Egyenes átömlésű (c)	1,7	1,0	0,7	0,6	0,6
Sarokszelep	2,8	3,5	3,8	2,7	2,6

Visszacsapó szelepek veszteségtényezői

d , mm	25	50	100	150	200
Egyenes ülékű	4,5	6,0	7,6	6,0	4,5
Ferde ülékű	2,7	3,3	4,1	3,3	2,6
Egyenes átömlésű	—	2,0	1,6	2,0	2,5

Torlósappantyú veszteségtényezője

d , mm	25	50	100	150	200
ζ	1,9	1,4	1,2	0,9	0,8

A visszacsapódó tányérra ható súlyerő miatt a veszteségmagasság mindig nagyobb mint 0,2 m. Az előbbi ζ értékek csak az ennél nagyobb veszteséget okozó sebességekre érvényesek.

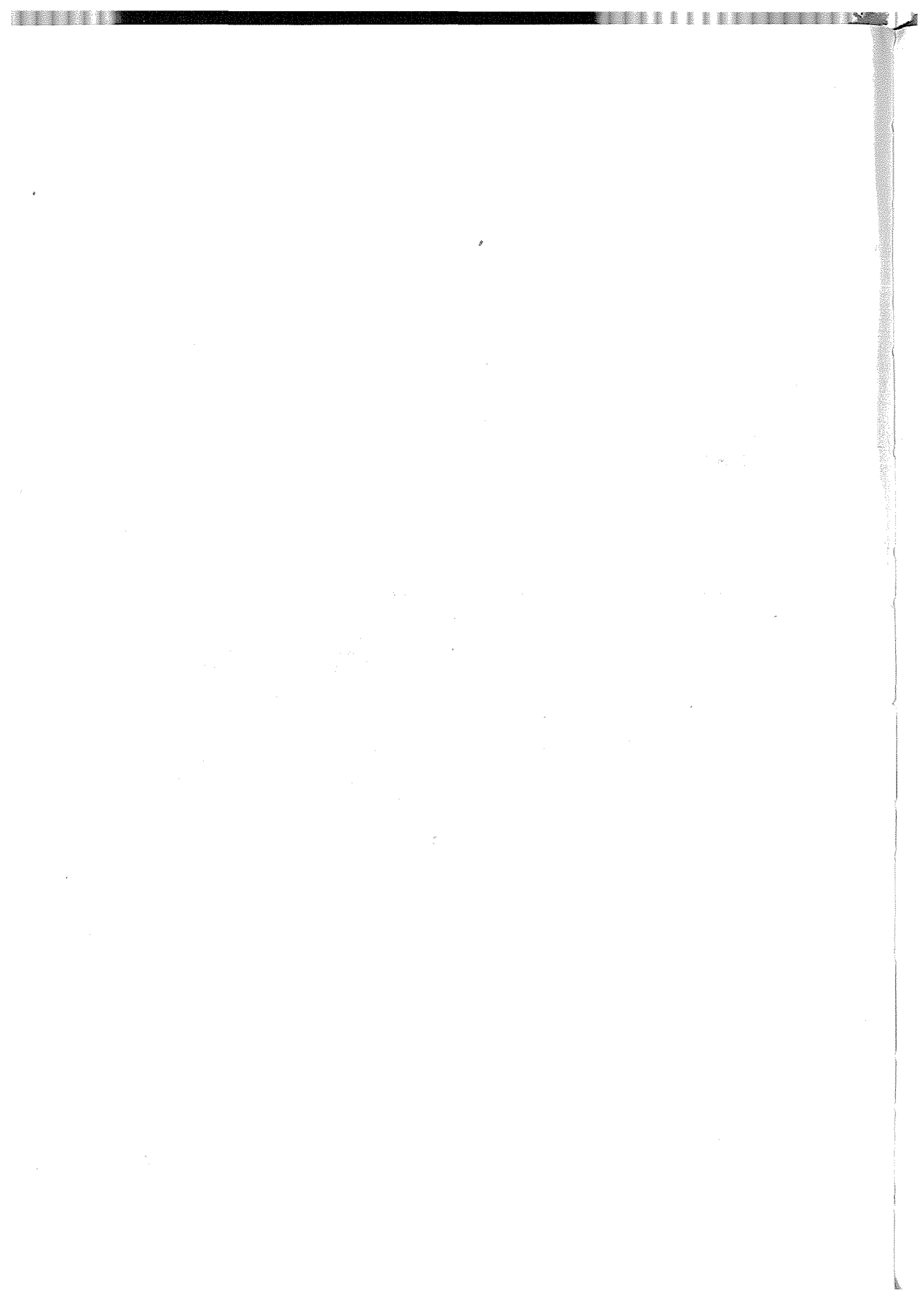
Tolózárak veszteségtényezői

d_N , mm	80	80	100	125	125
d_t , mm	65	80	80	80	100
ζ	0,4	0,14	0,45	2,45	0,45
d_N , mm	150	175	175	200	250
d_t , mm	100	100	150	150	150
ζ	1,8	4,8	0,4	0,8	3,8
d_N , mm	250	300	300	350	400
d_t , mm	200	200	250	250	300
ζ	0,5	1,8	0,33	1,22	0,8

d_N a csontátmérő, d_t a szabad nyílás átmérője, ζ a csontban uralkodó átlagsebességre vonatkozik.

Néhány közeg felületi feszültsége

A közeppár neve	σ , N/m	A közeppár neve	σ , N/m
Aceton – acetongőz	$2,33 \cdot 10^{-2}$	Étolaj – levegő	$3,3 \cdot 10^{-2}$
Benzol – levegő	$2,91 \cdot 10^{-2}$	Nitrobenzol – levegő	$4,29 \cdot 10^{-2}$
Bróm – levegő	$4,4 \cdot 10^{-2}$	Petróleum – levegő	$2,7 \cdot 10^{-2}$
Ecetsav – levegő	$2,8 \cdot 10^{-2}$	Ricinusolaj – levegő	$3,64 \cdot 10^{-2}$
Etil-alkohol – etil-alkoholgőz	$2,2 \cdot 10^{-2}$	Szénkéneg – szénkéneggőz	$3,38 \cdot 10^{-2}$
Etil-éter – etil-étergőz	$1,64 \cdot 10^{-2}$	Szén-tetraklorid – szén-tetra- kloridgőz	$2,59 \cdot 10^{-2}$
Glicerin – levegő	$6,25 \cdot 10^{-2}$	Terpentinolaj – levegő	$2,7 \cdot 10^{-2}$
Higany – levegő	$4,91 \cdot 10^{-2}$	Víz – levegő	$7,29 \cdot 10^{-2}$
Higany – víz	$4,12 \cdot 10^{-2}$	Nehézvíz – levegő	$6,78 \cdot 10^{-2}$
Higany – olaj	$2,95 \cdot 10^{-2}$	Víz – olaj	$2,06 \cdot 10^{-2}$
Metil-alkohol – levegő	$2,27 \cdot 10^{-2}$	Kloroform – kloroformgőz	$2,65 \cdot 10^{-2}$



8.4. A 4. FEJEZET FÜGGELÉKEI

- F.4.1. táblázat. A telített vízgőz nyomása, fajlagos térfogata és entalpiája
- F.4.2. táblázat. Víz és túlhevített vízgőz fajlagos térfogata
- F.4.3. táblázat. Az ammónia (NH_3) telített gőzének nyomása, fajlagos térfogata és entalpiája
- F.4.4. táblázat. A freon 12 (CF_2Cl_2) telített gőzének nyomása, fajlagos térfogata és entalpiája
- F.4.5. táblázat. Néhány gáz hőtani tulajdonságai
- F.4.6. táblázat. Néhány folyadék hőtani tulajdonságai
- F.4.7. táblázat. Néhány gépszerkezeti fémanyag hőtani tulajdonságai
- F.4.8. táblázat. Néhány nemfémes szilárd anyag hőtani tulajdonságai
- F.4.9. táblázat. Vízgőz hővezetési együtthatója
- F.4.10. táblázat. Szilárd testek fajlagos hosszváltozása és közepes lineáris hőtágulási együtthatója
- F.4.11. táblázat. Egyes anyagfelületek emissziós tényezője (feketeségi foka)

A telített vízgőz nyomása, fajlagos térfogata és entalpiája

Hőmér- séklet	Nyomás	Fajlagos térfogat		Fajlagos entalpia	
		folyadék	gőz	folyadék	gőz
t	p_s	v'	v''	i'	i''
°C	mbar	dm ³ /kg	m ³ /kg	kJ/kg	kJ/kg
0	6,108	1,000	206,3	0,00	2501
2	7,139	1,000	179,9	8,415	2505
4	8,129	1,000	157,3	16,83	2508
6	9,348	1,000	137,8	25,25	2512
8	10,72	1,000	121,0	33,66	2515
10	12,27	1,000	106,4	42,04	2519
12	14,02	1,001	93,84	50,41	2523
14	15,97	1,001	82,90	58,78	2527
16	18,17	1,001	73,39	67,16	2530
18	20,62	1,002	65,09	75,53	2533
20	23,37	1,002	57,84	83,90	2537
22	26,43	1,002	51,50	92,98	2541
24	29,82	1,003	45,90	100,60	2545
26	35,60	1,003	41,04	109,0	2548
28	37,79	1,004	36,73	117,6	2552
30	42,41	1,004	32,93	125,7	2556
32	48,47	1,005	29,57	134,1	2559
34	53,18	1,006	26,60	142,4	2563
36	59,40	1,006	23,97	150,8	2566
38	66,24	1,007	21,63	159,1	2570
40	73,75	1,008	19,55	167,5	2574
42	81,98	1,009	17,69	175,8	2577
44	91,00	1,010	16,04	184,2	2581
46	100,9	1,010	14,56	192,6	2584
48	111,6	1,011	13,23	200,9	2588
50	125,8	1,012	12,04	209,3	2592
52	136,1	1,013	10,98	217,7	2595
54	150,0	1,014	10,02	226,0	2599
56	165,1	1,015	9,158	234,4	2602
58	185,0	1,016	8,020	242,8	2606
60	199,2	1,017	7,678	251,1	2609
62	218,4	1,018	7,043	259,5	2613
64	239,1	1,019	6,468	267,9	2616
66	261,4	1,020	5,947	276,2	2619
68	285,6	1,022	5,475	284,6	2623
70	311,7	1,023	5,045	293,0	2626

Az F.4.1. táblázat 1. folytatása

Hőmér- séklet	Nyomás	Fajlagos térfogat		Fajlagos entalpia	
		Folyadék	gőz	Folyadék	gőz
		v'	v''	i'	i''
t	p_0				
°C	bar	dm ³ /kg	m ³ /kg	kJ/kg	kJ/kg
72	0,3396	1,024	4,655	301,4	2630
74	0,3696	1,025	4,299	309,8	2633
76	0,4019	1,026	3,975	318,2	2636
78	0,4365	1,028	3,679	326,6	2640
80	0,4736	1,029	3,408	335,0	2643
82	0,5132	1,030	3,161	343,4	2646
84	0,5557	1,032	2,934	351,7	2650
86	0,6010	1,033	2,727	360,2	2653
88	0,6495	1,035	2,536	368,6	2656
90	0,7011	1,036	2,361	377,0	2659
92	0,7561	1,037	2,200	385,4	2662
94	0,8146	1,039	2,052	393,8	2666
96	0,8769	1,040	1,915	402,2	2670
98	0,9430	1,042	1,789	410,7	2673
100	1,0130	1,044	1,673	419,1	2676
102	1,088	1,045	1,566	427,5	2679
104	1,167	1,047	1,466	436,0	2682
106	1,250	1,048	1,374	444,4	2685
108	1,339	1,050	1,289	452,9	2688
110	1,432	1,052	1,210	461,3	2691
112	1,532	1,053	1,137	469,8	2694
114	1,636	1,055	1,069	478,3	2697
116	1,746	1,057	1,005	486,8	2700
118	1,863	1,059	0,9465	495,3	2703
120	1,985	1,060	0,8817	503,7	2706
122	2,114	1,062	0,8407	512,0	2709
124	2,250	1,064	0,7930	520,8	2712
126	2,393	1,066	0,7486	529,2	2715
128	2,543	1,068	0,7074	537,6	2718
130	2,701	1,070	0,6683	546,4	2721
132	2,867	1,072	0,6321	554,8	2723
134	3,041	1,074	0,5981	563,5	2726
136	3,222	1,076	0,5664	571,9	2729
138	3,414	1,078	0,5366	580,7	2731
140	3,614	1,080	0,5087	589,1	2734
142	3,823	1,082	0,4824	597,9	2737
144	4,041	1,084	0,4579	606,2	2739
146	4,271	1,086	0,4347	615,0	2741
148	4,510	1,088	0,4130	623,4	2744
150	4,760	1,091	0,3926	632,2	2747

Hőmér- séklet	Nyomás	Fajlagos térfogat		Fajlagos entalpia	
		folyadék	gőz	folyadék	gőz
t	P_s	v'	v''	i'	i''
°C	bar	dm ³ /kg	m ³ /kg	kJ/kg	kJ/kg
152	5,020	1,093	0,3733	640,1	2750
154	5,293	1,095	0,3552	649,4	2752
156	5,576	1,097	0,3381	658,2	2754
158	5,872	1,010	0,3220	667,0	2755
160	6,180	1,102	0,3068	675,3	2756
162	6,502	1,104	0,2925	684,1	2760
164	6,835	1,107	0,2790	692,9	2762
166	7,183	1,109	0,2662	701,7	2765
168	7,544	1,112	0,2541	710,5	2767
170	7,920	1,114	0,2426	719,3	2769
172	8,311	1,117	0,2318	728,1	2771
174	8,716	1,120	0,2215	736,8	2773
176	9,137	1,122	0,2118	745,7	2775
178	9,574	1,125	0,2026	754,5	2777
180	10,03	1,128	0,1939	763,6	2778
182	10,49	1,130	0,1856	772,0	2780
184	10,98	1,133	0,1777	780,8	2781
186	11,49	1,136	0,1702	789,6	2783
188	12,01	1,138	0,1631	798,4	2784
190	12,55	1,142	0,1564	807,6	2786
192	13,11	1,145	0,1499	816,4	2788
194	13,69	1,147	0,1438	825,6	2789
196	14,23	1,150	0,1380	834,4	2791
198	14,91	1,153	0,1325	843,2	2792
200	15,55	1,157	0,1272	852,4	2793
202	16,21	1,158	0,1222	861,2	2794
204	16,89	1,163	0,1174	870,4	2795
206	17,60	1,166	0,1128	879,6	2796
208	18,33	1,169	0,1084	888,9	2797
210	19,08	1,173	0,1043	897,7	2798
212	19,85	1,176	0,1003	906,9	2799
214	20,65	1,180	0,09649	916,1	2800
216	21,48	1,183	0,09285	925,3	2800
218	22,33	1,186	0,08938	934,5	2801
220	23,20	1,190	0,08606	943,7	2801
222	24,10	1,194	0,08288	952,9	2802
224	25,03	1,197	0,07984	962,1	2802
226	25,98	1,201	0,07693	971,8	2803
228	26,97	1,204	0,07414	981,0	2803
230	27,98	1,209	0,07147	990,2	2803
232	29,02	1,213	0,06891	999,8	2804
234	30,09	1,217	0,06646	1009,0	2804
236	31,19	1,221	0,06410	1018,6	2804
238	32,32	1,225	0,06184	1028,3	2804
240	33,48	1,229	0,05967	1037,5	2804

Hőmér- séklet	Nyomás	Fajlagos térfogat		Fajlagos entalpia	
		folyadék	gőz	folyadék	gőz
t	p_s	v'	v''	i'	i''
°C	bar	dm ³ /kg	dm ³ /kg	kJ/kg	kJ/kg
242	34,67	1,233	57,59	1047,1	2803
244	35,90	1,238	55,59	1056,7	2802
246	37,16	1,242	53,67	1066,4	2802
248	38,45	1,247	51,83	1081,0	2801
250	39,77	1,251	50,06	1085,6	2801
252	41,14	1,256	48,35	1095,7	2800
254	42,53	1,261	46,71	1105,3	2799
256	43,96	1,266	45,13	1115,4	2798
258	45,43	1,271	43,61	1125,0	2797
260	46,94	1,276	42,15	1135,0	2796
262	48,48	1,281	40,74	1145,1	2796
264	50,06	1,286	39,38	1155,1	2795
266	51,69	1,291	38,07	1165,2	2793
268	53,35	1,297	36,81	1175,2	2791
270	55,05	1,302	35,60	1185,3	2790
272	56,79	1,308	34,43	1195,3	2788
274	58,58	1,314	33,30	1205,8	2786
276	60,40	1,320	32,20	1215,8	2784
278	62,28	1,326	31,15	1226,4	2782
280	64,19	1,332	30,13	1236,8	2780
282	66,16	1,338	29,15	1247,2	2778
284	68,16	1,345	28,20	1257,7	2775
286	70,21	1,352	27,28	1268,6	2772
288	72,30	1,359	26,40	1279,1	2769
290	74,45	1,366	25,54	1290,0	2766
292	76,64	1,373	24,71	1300,8	2763
294	78,88	1,380	23,90	1311,7	2760
296	81,18	1,388	23,12	1322,6	2757
298	83,52	1,996	22,37	1333,9	2753
300	85,92	1,404	21,64	1344,8	2749
302	88,37	1,412	20,94	1356,1	2745
304	90,87	1,420	20,25	1367,4	2741
306	93,42	1,429	19,26	1378,7	2736
308	96,03	1,438	18,94	1390,4	2732
310	98,69	1,447	18,32	1402,2	2727
312	101,4	1,457	17,77	1413,9	2722
314	104,2	1,467	17,12	1425,6	2717
316	107,0	1,477	16,55	1437,7	2711
318	109,9	1,488	15,99	1449,9	2706
320	112,9	1,499	15,45	1462,0	2700
322	115,9	1,511	14,93	1474,6	2694
324	119,0	1,523	14,42	1487,1	2688
326	122,2	1,535	13,92	1500,1	2680
328	125,4	1,548	13,44	1512,7	2672
330	128,6	1,562	12,97	1526,1	2666

Az F.4.1. táblázat 4. folytatásai

Hőmérséklet	Nyomás	Fajlagos térfogat		Fajlagos entalpia	
		folyadék	gőz	folyadék	gőz
t	p_s	v'	v''	i'	i''
°C	bar	dm ³ /kg	dm ³ /kg	kJ/kg	kJ/kg
332	132,0	1,577	12,51	1539,5	2658
334	135,4	1,591	12,06	1552,9	2650
336	138,9	1,607	11,62	1566,7	2641
338	142,5	1,623	11,20	1580,5	2631
340	146,1	1,639	10,78	1594,8	2622
342	149,8	1,658	10,37	1609,4	2612
344	153,6	1,676	9,969	1624,1	2601
346	157,4	1,696	9,574	1639,6	2590
348	161,3	1,718	9,186	1655,0	2578
350	165,4	1,741	8,803	1671,4	2564
352	169,5	1,764	8,425	1687,7	2550
354	173,6	1,792	8,053	1704,9	2535
356	177,9	1,823	7,684	1723,3	2518
358	182,3	1,857	7,314	1742,1	2500
360	186,7	1,894	6,943	1761,4	2481
362	191,3	1,943	6,56	1782,7	2460
364	195,9	1,99	6,18	1805,3	2435
366	200,7	2,05	5,80	1830,5	2406
368	205,5	2,12	5,38	1858,5	2372
370	210,5	2,22	4,93	1892,4	2330
372	215,6	2,38	4,40	1936,8	2273
374	220,87	2,80	3,47	2031,85	2147
374,15	225,65	3,18	3,18	2099,68	2099,68

Az ammónia (NH₃) telített gőzének nyomása, fajlagos térfogata és entalpiája

Hőmér- séklet	Nyomás	Fajlagos térfogat		Fajlagos entalpia	
		folyadék	gőz	folyadék	gőz
<i>t</i>	<i>p_s</i>	<i>v'</i>	<i>v''</i>	<i>i'</i>	<i>i''</i>
°C	bar	dm ³ /kg	m ³ /kg	kJ/kg	kJ/kg
-40	0,7177	1,449	1,550	237,8	1624,9
-38	0,7980	1,455	1,405	246,5	1628,1
-36	0,8853	1,460	1,275	255,4	1631,4
-34	0,9806	1,465	1,159	264,4	1634,6
-32	0,1084	1,470	1,056	273,3	1637,7
-30	1,195	1,476	0,9630	282,3	1640,8
-28	1,316	1,481	0,8801	291,2	1643,9
-26	1,446	1,487	0,8056	300,2	1646,9
-24	1,587	1,492	0,7386	309,2	1649,9
-22	1,740	1,498	1,6782	318,2	1652,8
-20	1,902	1,504	0,6236	327,3	1655,7
-18	2,076	1,510	0,5742	336,3	1658,5
-16	2,264	1,516	0,5295	345,4	1661,3
-14	2,465	1,522	0,4889	354,5	1664,0
-12	2,679	1,528	0,4520	363,6	1666,6
-10	2,900	1,534	0,4184	372,5	1669,2
- 8	3,154	1,540	0,3878	381,9	1671,7
- 6	3,414	1,546	0,3599	391,0	1674,1
- 4	3,688	1,553	0,3344	400,2	1676,5
- 2	3,982	1,559	0,3111	409,4	1678,8
0	4,294	1,566	0,2897	418,7	1681,1
2	4,625	1,573	0,2700	427,9	1683,3
4	4,975	1,580	0,2520	437,2	1685,4
6	5,345	1,587	0,2353	446,5	1687,5
8	5,736	1,594	0,2200	455,8	1689,4
10	6,150	1,601	0,2058	465,2	1691,3
12	6,585	1,608	0,1927	474,6	1693,1
14	7,044	1,616	0,1806	483,9	1694,8
16	7,529	1,623	0,1694	493,4	1696,5
18	8,038	1,631	0,1591	502,9	1698,0
20	8,572	1,639	0,1494	512,4	1699,5
22	9,134	1,647	0,1405	521,9	1701,0
24	9,723	1,655	0,1322	531,5	1702,3
26	10,34	1,663	0,1245	541,1	1703,6
28	10,98	1,671	0,1174	550,7	1704,7
30	11,67	1,680	0,1107	560,4	1705,8
32	12,37	1,689	0,1045	570,1	1706,8
34	13,12	1,698	0,0986	579,8	1707,7
36	13,89	1,707	0,0932	589,6	1708,5
38	14,70	1,716	0,0881	599,4	1709,2
40	15,54	1,726	0,0833	509,3	1709,8

Víz és túlleített vízgőz fajlagos térfogata, dm³/kg

Nyomás p, bar,	Hőmérséklet °C ill. K.																															
	60		80		100		120		140		160		180		200		250		300		350		400		450		500		550		600 °C	
	333	353	373	393	413	433	458	473	523	573	623	673	723	773	823	873 K	10070															
0,4	1,017	4043	4281	4515	4748	4981	5214	5446	6026	6606	7183	7763	8341	8917	9495	10070																
0,5	1,017	1,029	3418	3670	3796	3983	4170	4356	4821	5248	5747	6209	6671	7133	7595	8057																
0,7	1,017	1,029	2434	2570	2706	2841	2975	3108	3441	3772	4103	4434	4764	5095	5425	5755																
1,0	1,017	1,029	1696	1793	1889	1984	2078	2172	2406	2639	2871	3102	3334	3565	3797	4028																
1,2	1,017	1,029	1,044	1490	1571	1651	1730	1808	2004	2198	2391	2585	2778	2971	3163	3356																
1,5	1,017	1,029	1,044	1180	1253	1307	1381	1444	1601	1757	1912	2067	2222	2376	2530	2684																
2,0	1,017	1,029	1,044	1,061	934,9	984,0	1033	1080	1199	1316	1433	1549	1665	1781	1897	2013																
2,5	1,017	1,029	1,044	1,061	744,0	784,0	823,2	862,0	967,4	1052	1145	1239	1332	1424	1517	1610																
3,0	1,017	1,029	1,044	1,061	616,7	650,6	683,7	716,4	796,4	875,3	953,5	1031	1109	1186	1264	1341																
4,0	1,017	1,029	1,044	1,061	1,080	1,080	509,3	534,3	595,2	654,9	713,9	772,5	830,9	889,2	947,4	1005																
5	1,017	1,029	1,044	1,061	1,080	1,080	404,5	425,0	474,4	522,6	570,1	617,2	644,0	710,8	757,4	803,9																
7	1,017	1,029	1,043	1,060	1,080	1,102	284,6	299,9	336,4	371,4	405,7	439,6	473,3	506,9	540,3	573,7																
10	1,017	1,029	1,043	1,060	1,080	1,102	194,4	205,9	232,7	258,0	282,4	306,5	330,3	354,0	377,5	401,0																
12	1,017	1,029	1,043	1,060	1,080	1,102	1,127	169,2	192,4	213,9	234,5	254,7	274,7	294,5	314,2	333,8																
15	1,017	1,029	1,043	1,060	1,079	1,102	1,127	132,4	152,0	169,7	186,5	202,9	219,1	235,0	250,9	266,7																
20	1,016	1,028	1,043	1,060	1,079	1,101	1,127	1,156	111,4	125,5	138,6	151,1	163,4	175,6	187,6	199,5																
25	1,016	1,028	1,043	1,059	1,079	1,101	1,126	1,156	86,99	98,93	109,8	120,0	130,0	139,9	149,6	159,2																
30	1,016	1,028	1,042	1,059	1,078	1,101	1,126	1,155	70,55	81,16	90,53	99,31	107,8	116,1	124,3	132,3																
40	1,015	1,027	1,042	1,058	1,078	1,100	1,125	1,154	1,251	58,83	66,45	73,38	79,96	86,34	92,60	98,76																
50	1,015	1,027	1,041	1,058	1,077	1,099	1,124	1,153	1,249	45,30	51,94	57,79	63,25	68,49	73,60	78,62																
70	1,014	1,026	1,040	1,057	1,076	1,098	1,122	1,151	1,246	29,46	35,23	39,92	44,13	48,09	51,89	55,59																
100	1,013	1,025	1,040	1,056	1,074	1,095	1,120	1,148	1,241	1,398	22,42	26,41	29,74	32,76	36,60	38,32																
120	1,012	1,024	1,038	1,054	1,073	1,094	1,118	1,146	1,237	1,390	17,21	21,08	24,12	26,79	29,26	31,60																
150	1,011	1,022	1,036	1,052	1,071	1,092	1,116	1,143	1,232	1,378	11,46	15,66	18,45	20,80	22,91	24,88																

200	1,008	1,020	1,034	1,050	1,068	1,089	1,112	1,139	1,225	1,361	1,666	9,947	12,71	14,77	16,55	18,16
220	1,008	1,019	1,033	1,049	1,067	1,087	1,111	1,137	1,222	1,354	1,636	8,251	11,11	13,12	14,81	16,33
240	1,007	1,018	1,032	1,048	1,066	1,086	1,109	1,135	1,219	1,348	1,611	6,739	9,768	11,74	13,36	14,80
300	1,004	1,016	1,029	1,045	1,062	1,082	1,105	1,130	1,211	1,332	1,554	2,831	6,735	8,681	10,17	11,44

A kritikus állapot közelében, $p = 225$ bar nyomáson:

t	= 372	373	374	375	376	377	378	°C hőmérsékleten
v	= 2,084	2,156	2,666	3,509	3,943	4,607	4,977	dm ³ /kg.

Közbenő értékek $v = v_{\text{tab1}} \cdot \frac{p_{\text{tab1}}}{p} \cdot \frac{T}{T_{\text{tab1}}}$ összefüggésből számíthatók.

Például a fajlagos térfogat 10,5 bar nyomáson 310 °C (583 K) hőmérsékleten a következőképpen:
Táblázatban 10 bar nyomáson 300 °C (573 K) hőmérsékleten $v_{\text{tab1}} = 258,0$ dm³/kg;

$$10,5 \text{ bar nyomáson } 310 \text{ °C hőmérsékleten } v = 258,0 \cdot \frac{10}{10,5} \times \frac{583}{573} = 250,0 \text{ dm}^3/\text{kg}.$$

A freon 12 (CF₂Cl₂) telített gőzének nyomása, fajlagos térfogata és entalpiája

Hőmérséklet	Nyomás	Fajlagos térfogat		Fajlagos entalpia	
		folyadék	gőz	folyadék	gőz
t	p_s	v'	v''	i'	i''
°C	bar	dm ³ /kg	m ³ /kg	kJ/kg	kJ/kg
-40	0,6424	0,6592	0,2441	383,3	554,2
-38	0,7050	0,6618	0,2239	384,9	555,2
-36	0,7723	0,6645	0,2057	386,6	556,1
-34	0,8444	0,6671	0,1894	388,4	557,1
-32	0,9218	0,6698	0,1747	390,0	558,1
-30	1,005	0,6725	0,1363	391,8	559,1
-28	1,093	0,6752	0,1492	393,5	560,1
-26	1,187	0,6780	0,1382	395,2	561,1
-24	1,289	0,6807	0,1282	396,9	562,0
-22	1,395	0,6835	0,1190	398,7	563,0
-20	1,510	0,6868	0,1107	400,5	564,0
-18	1,631	0,6897	0,1030	402,3	565,0
-16	1,759	0,6925	0,09597	404,0	566,0
-14	1,895	0,6954	0,08952	405,8	566,9
-12	2,039	0,6988	0,08361	407,6	567,9
-10	2,191	0,7018	0,07813	409,5	568,9
- 8	2,352	0,7047	0,07313	411,3	569,8
- 6	2,521	0,7077	0,07077	413,1	570,7
- 4	2,700	0,7107	0,06427	414,9	571,7
- 2	2,887	0,7143	0,06028	416,8	572,6
0	3,086	0,7173	0,05667	418,7	573,6
2	3,293	0,7205	0,05330	420,6	574,5
4	3,511	0,7241	0,05012	422,5	575,4
6	3,740	0,7273	0,04721	424,3	576,3
8	3,980	0,7310	0,04450	426,2	577,2
10	4,230	0,7342	0,04204	428,1	578,1
12	4,494	0,7380	0,03970	430,1	579,0
14	4,768	0,7413	0,03751	432,0	579,8
16	5,055	0,7435	0,03751	434,0	580,7
18	5,355	0,7468	0,03354	435,9	581,6
20	5,779	0,7524	0,03175	437,9	582,5
22	5,993	0,7570	0,03005	439,9	583,3
24	6,334	0,7605	0,02848	441,9	584,1
26	6,686	0,7645	0,02700	443,9	584,9
28	7,054	0,7692	0,02560	445,9	585,7
30	7,434	0,7734	0,02433	447,9	586,5
32	7,835	0,7782	0,02309	449,9	587,2
34	8,246	0,7825	0,02192	451,9	588,0
36	8,676	0,7874	0,02083	454,0	588,7
38	9,119	0,7918	0,01980	456,0	589,4
40	9,582	0,7968	0,01882	458,1	590,1

Néhány folyadék hőtani tulajdonságai

A folyadék neve	Hőmérséklet	Sűrűség	Fajlagos-kapacitás (fajhő)	Hővezetési együttható	Térfogati hőtágulási együttható	Dinamikai viszkozitás
	ϑ	ρ	c	λ	β	η
	°C	kg/m ³	J/(kg·K)	W/(m·K)	10 ⁻⁶ K ⁻¹	μPa·s
Ammónia	-20	665	4560	0,585		2,55
	0	639	4610	0,540		2,40
	20	610	4730	0,494		2,2
Etil-alkohol	0	806	2303	0,185	1150	17,80
	20	789	2470	0,182		12,00
	50	763	2805	0,178		7,01
Etilén-glikol	20	1113	2380	0,255		19900
	60	1085	2560	0,263		49,50
	100	1056	2740	0,269		19,90
Freon 12	-20	1456	879			341,47
	0	1394	921			382,82
	20	1329	963			231,34
Glicerin	0		2260	0,263	500	12,1·10 ⁶
	20	1260	2430	0,285		1,48·10 ⁶
	50			0,287		0,18·10 ⁶
Higany	0	13595	140	10,47	182	16,85
	20	13546	139	9,30		15,54
	100	—	137	—		12,40
Kenőolaj	20	871	1850	0,14	740	13...800·10 ³
	40	858	1930	0,14		6,8...200·10 ³
	60	845	2020	0,14		4,2...70·10 ³
Metil-alkohol	0	810	2428	0,214	1190	817
	20	792	2470	0,212		584
	50	765	2554	0,200		396
Víz	20	998	4220	0,598	180	1005
	40	992	4178	0,627		653
	80	972	4199	0,669		356

Megjegyzés: Nem pontosan definiált folyadékok (pl. kenőolaj) tulajdonságai az összetétellel változnak. A hőmérsékletet e táblázatunkban könyvünk 4.7.1. pontja szellemében jelöltük ϑ -val.

Néhány gáz hőtani tulajdonságai (1 bar nyomáson)

A gáz neve, vegyjele, relatív molekulatömege, gázállandója	Hőmérséklet	Fajlagos hőkapacitás						Fajlagos entalpia	Dinamikai viszkozitás	Hővezetési együttható	
		álló nyomáson		állandó térfogaton		Fajlagos entalpia	Dinamikai viszkozitás				Hővezetési együttható
		adott értékre	közepes 0 °C-tól	adott értékre	közepes 0 °C-tól						
		c_p	$c_{p, köz}$	c_v	$c_{v, köz}$						
t	c_p	$c_{p, köz}$	c_v	$c_{v, köz}$	i	η	λ				
°C	kJ/(kg·K)	kJ/(kg·K)	kJ/(kg·K)	kJ/(kg·K)	kJ/kg	$\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$	W/(m·K)				
Levegő $M_r = 28,96$ $R = 287,0 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$	0	1,0036	—	0,7164	—	0	17,2	0,0237			
	100	1,0103	1,006	0,7231	0,719	100,6	21,2	0,0307			
	200	1,0245	1,012	0,7373	0,724	202,3	25,2	0,0370			
	300	1,0446	1,019	0,7578	0,732	305,7	28,9	0,0429			
	500	1,0923	1,039	0,8051	0,752	519,6	35,7	0,0540			
1000	1,1702	1,091	0,8976	0,804	1050,6	49,3	0,0762				
Oxigén (O ₂), $M_r = 32,00$ $R = 259,8 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$	0	0,9148	—	0,6548	—	0	19,2	0,0249			
	100	0,9337	0,923	0,6737	0,663	92,3	24,4	0,0318			
	200	0,9630	0,935	0,7030	0,675	187,1	29,0	0,0380			
	300	0,9940	0,950	0,7348	0,690	285,0	32,9	0,0473			
	500	1,0484	0,979	0,7674	0,719	489,4	40,2	0,0609			
1000	1,1229	1,035	0,8625	0,775	1035,0	—	0,0887				
Nitrogén (N ₂), $M_r = 28,02$ $R = 296,7 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$	0	1,039	—	0,7423	—	0	16,6	0,0239			
	100	1,042	1,040	0,7453	0,744	104,0	20,8	0,0306			
	200	1,051	1,043	0,7553	0,747	208,7	24,6	0,0356			
	300	1,069	1,049	0,7725	0,752	314,6	27,9	0,0398			
	500	1,115	1,066	0,8185	0,769	532,0	33,9	0,0469			
1000	1,215	1,118	0,9182	0,821	1117,9	—	0,0817				
Hidrogén (H ₂), $M_r = 2,016$ $R = 4121 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$	0	14,19	—	10,07	—	0	8,4	0,1754			
	100	14,45	14,35	10,32	10,23	1435	10,3	0,2291			
	200	14,50	14,42	10,38	10,30	2884	12,1	0,2756			
	300	14,53	14,45	10,41	10,32	4333	13,9	0,3094			
	500	14,66	14,51	10,54	10,38	7256	16,9	0,3838			
1000	15,52	14,77	11,39	10,65	14775	—	0,5931				

Szén-monoxid (CO), $M_r = 28,01$ $R = 296,9 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$	0	1,040	—	0,7427	—	0	16,6	0,0222
	100	1,045	1,042	0,7478	0,745	104,2	21,0	
	200	1,058	1,046	0,7616	0,749	209,3	24,7	
	300	1,080	1,054	0,7834	0,757	316,1	27,9	
	500	1,132	1,075	0,8353	0,777	537,6	—	
	1000	1,231	1,130	0,9337	0,834	1130,4	—	
Szén-dioxid (CO ₂), $M_r = 44,01$ $R = 188,8 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$	0	0,8148	—	0,6259	—	0	13,8	0,0142
	100	0,9136	0,866	0,7247	0,677	86,6	18,5	0,0209
	200	0,9927	0,910	0,8039	0,721	182,0	22,7	0,0285
	300	1,057	0,949	0,8679	0,760	284,6	26,8	0,0351
	500	1,155	1,013	0,9659	0,824	506,6	33,3	0,0495
	1000	1,290	1,122	1,1011	0,933	1122,5	47,7	0,0880
Vízgőz (H ₂ O), $M_r = 18,02$ $R = 461,5 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$	100	1,890	1,873	1,429	1,411	—	12,6	0,0242
	200	1,941	1,894	1,479	1,432	—	16,4	0,0328
	300	2,000	1,919	1,538	1,457	—	20,2	0,0427
	500	2,132	1,978	1,670	1,516	—	26,8	0,0753
Ammónia (NH ₃), $M_r = 17,031$ $R = 488,18 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$	-40					—	7,8	0,0175
	-20					—	8,6	0,0176
	0	2,056				—	9,3	0,0186
	20					—	10,0	0,0244
40						—	10,8	0,0256

Néhány gépszerkezeti fémanyag hőtani tulajdonságai

Szerkezeti anyag	Hőmérséklet	Sűrűség	Fajlagos hőkapacitás (fajhő)	Közepes fajlagos hőkapacitás	Hővezetési együttható	Lineáris hőtágulási tényező	Közepes lineáris hőtágulási együttható
	ϑ	ρ	c	$c_{köz}$	λ	α	$\alpha_{köz}$
	°C	kg/m ³	J/(kg·K)	J/(kg·K)	W/(m·K)	10 ⁻⁶ K ⁻¹	10 ⁻⁶ K ⁻¹
Ötvöztelen acél	0	7850	465	—	59,3	11,8	—
	20		477	473	58,0	11,8	11,8
	100		519	494	52,3	12,0	11,9
	300		599	540	46,5	14,1	13,7
	500		—	—	40,5	16,2	14,1
Öntöttvas	0	7280	452	—	—	9,2	—
	20		456	455	56...	9,3	9,3
	100		477	465	—	10,4	10,0
	300		553	502	...64	12,8	11,6
	500		687	544	—	15,4	12,9
18/8 CrNi acél	0	8100	—	—	14,3	16,0	—
	20		502	500	14,5		
	100		532	511	15,7		
	300		575	530	18,6		
	500		610	550	20,9		
Invar-acél 36Ni, 64Fe	0	8130	—	—	—	1,5	—
	20		507	—	11,05	1,5	1,5
	100		—	—	—	1,5	1,5
	300		—	—	—	8,5	5,3
	500		—	—	—	16,0	9,4
Réz	0	8930	379	—	386	16,0	—
	20		383	381	385	16,0	16,0
	100		396	388	379	16,5	16,3
	300		416	401	369	17,7	17,1
	500		439	408	358	19,7	18,1
Sárgaréz	0	8600	377	—	102	17,6	—
	20		381	379	105	17,8	17,7
	100		389	383	117	18,4	18,1
	300		445	404	149	21,8	20,1
	500		—	—	180	25,0	21,8
Alumínium	0	2700	879	—	209	22,0	—
	20		896	888	209	22,5	22,3
	100		938	909	207	23,8	23,2
	300		1009	955	222	27,5	25,5
	500		1089	992	—	31,0	27,4
Arany	0	19290	128	—	310	14,2	—
	20		129	129	310	14,2	14,2
	100		131	130	310	14,2	14,2
	300		135	132	305	15,2	14,8
	500		140	135	—	16,1	15,2
Ezüst	0	10500	233	—	411	18,6	—
	20		234	234	406	18,8	18,7
	100		238	235	392	19,5	19,2
	300		247	239	362	20,8	20,2
	500		264	246	363	22,0	20,8

Megjegyzés: A fémek anyagok hőtani tulajdonságai az összetételtől (az ötvözőktől) jelentősen függenek; a táblázat adatai csak egyes határozott összetételekre pontosak.

A hőmérsékletet e táblázatunkban könyvünk 4.7.1. pontja értelmében jelöltük ϑ -val.

Néhány nem fémes szilárd anyag hőtani tulajdonságai

Az anyag neve		Sűrűség	Fajlagos hőkapacitás (fajhő)	Hővezetési együttható	Lineáris hőtágulási együttható
		ρ	c	λ	α
		kg/m ³	J/(kg·K)	W/(m·K)	10 ⁻⁶ K ⁻¹
Üveg	közönséges	2400...3200	770...900	0,6 ... 1,0	8 ... 9
	kvarc- -gyapot	2400...3200	730	0,6 ... 1,0	0,5 ... 0,6
			770...790	0,03...0,05	—
Porcelán	—	2200...2500	880	0,8 1,9	0,03
Meszes kazánkő	—	2700	880	0,7 ... 2,3	1,2 ... 1,9
Gipsz	—	800	1090	0,40	—
		1000		0,50	
		1200		0,67	
Tégla	—	800	840	0,28	0,15...0,5
		1400		0,44	
		2000		1,23	
Mészhabarcs	—	1600	1040	0,66	—
		1900		0,97	
		2200		1,40	
Samott	—	800	840...1100	0,2 ... 0,4	—
		1200		0,4 ... 0,6	
		2200		1,6 ... 2,2	
Beton	vasalás nélkül vasbeton	1000	880	0,36	—
		2000		0,90	
		1600...2200		0,9 ... 1,5	
Salak	szén-, kohó-, magnézium- -gyapot	700... 750	840...1200	0,33	—
		800... 1400		0,2 ... 0,5	
		270		0,07...0,08	
		200		0,01...0,06	
Azbeszt	-lemez -fonal -vatta	2000	800	0,7	—
		50... 600		0,06...0,2	
		140		0,05	
Jég	0 °C	917	2100	2,2	—
	-20 °C	920		2,4	
	-50 °C	928		2,8	
Hó	0 °C	150... 800	1800	0,12...1,28	—

Az anyag neve		Sűrűség	Fajlagos hőkapacitás (fajhő)	Hővezetési együttható	Lineáris hőtágulási együttható
		ρ	c	λ	α
		kg/m ³	J/(kg·K)	W/(m·K)	10 ⁻⁶ K ⁻¹
Gyümölcs, répák, hagymák, gumók	fagyás előtt	—	3600...3800	—	—
	fagyás után	—	1700...1900	—	—
Sovány húsok	fagyás előtt	—	3000...3300	—	—
	fagyás után	—	1700...1800	—	—
Kövér húsok	fagyás előtt	—	2100...2500	—	—
	fagyás után	—	1500...1600	—	—

Megjegyzés: A nemfémek fajlagos hőkapacitása az összetételtől, hővezetési tényezője pedig tömörségétől és így sűrűségétől nagymértékben függ. A táblázat egyes mérési eredményeket tartalmaz; a ténylegesen várható értékek a sűrűség figyelembevételével becsülhetők.

Vízgőz hővezetési együtthatója, mW/(m·K)

Hőmérséklet, °C	Nyomás, bar										
	telítés	1	20	40	60	80	100	150	200	250	300
100	24,8	24,8	—	—	—	—	—	—	—	—	—
150	29,5	29,2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
200	35,5	33,7	—	—	—	—	—	—	—	—	—
250	45,2	39,7	41,7	45,0	—	—	—	—	—	—	—
300	61,6	45,6	47,6	50,3	53,8	—	—	—	—	—	—
350	112,1	51,2	53,3	55,6	58,2	61,5	65,9	87,6	—	—	—
400	—	57,0	59,0	61,1	63,6	66,2	69,4	80,5	96,0	154,7	—
450	—	63,1	65,0	67,2	69,5	71,5	74,5	82,8	94,6	112,0	142,1
500	—	70,0	71,8	73,8	75,9	78,2	80,6	87,7	96,7	108,5	124,1
550	—	76,6	78,4	80,4	82,5	84,6	87,1	95,6	101,0	111,0	120,7
600	—	83,8	85,5	87,2	89,4	91,6	93,9	99,6	106,8	115,5	123,0

Szilárd testek fajlagos hosszváltozása és közepes lineáris hőtágulási együtthatója 0 és t °C között

A fémek anyag neve	Hőmérséklet t °C															
	- 190		+ 100		200		300		400		500		600		800	
	$10^3 \Delta l/l_0$	$10^6 \alpha$ K ⁻¹	$10^6 \Delta l/l_0$	$10^6 \alpha$ K ⁻¹	$10^3 \Delta l/l_0$	$10^6 \alpha$ K ⁻¹	$10^3 \Delta l/l_0$	$10^6 \alpha$ K ⁻¹	$10^3 \Delta l/l_0$	$10^6 \alpha$ K ⁻¹	$10^3 \Delta l/l_0$	$10^6 \alpha$ K ⁻¹	$10^3 \Delta l/l_0$	$10^6 \alpha$ K ⁻¹	$10^3 \Delta l/l_0$	$10^6 \alpha$ K ⁻¹
Acél	1,64		1,17	11,7	2,45	12,2	3,83	12,8	5,31	—	6,91	—	8,60	—	—	—
Alumi- nium	3,43		2,38	23,8	4,90	24,0	7,65	25,5	10,60	—	13,70	—	17,00	—	—	—
Arany	2,48		1,42	14,2	2,92	14,6	4,44	14,8	6,01	—	7,62	—	—	—	—	—
Ezüst	3,22		1,95	19,5	4,00	20,0	6,08	20,3	8,23	—	10,43	—	12,7	—	17,6	—
Invar	0,25		0,05	0,5	0,5	2,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Króm			0,70	7,0	1,55	7,75	2,5	8,35	3,55	—	4,50	—	—	—	—	—
Nikkel	1,89		1,30	13,0	2,75	13,7	4,30	13,4	5,95	—	7,60	—	9,27	—	12,89	—
Öntött- vas	1,59		1,04	10,4	2,21	11,1	3,49	11,6	4,9	—	6,44	—	8,09	—	11,76	—
Réz	2,65		1,65	16,5	3,38	16,9	5,15	17,2	7,07	—	9,04	—	11,09	—	—	—

Megjegyzés: $\Delta l = l - l_0$, ahol l a hossz t °C hőmérsékleten; l_0 a hossz 0 °C hőmérsékleten.

Egyes anyagfelületek emissziós tényezője (fekteségi foka)

Anyag	Felületi minőség	ϵ	Anyag	Felületi minőség	ϵ
Acél	megmunkált felület	0,52	Sárgaréz	fényezett	0,05
	nyers felület	0,80		oxidált	0,22
	oxidált, érdes	0,95	Tégla, vakolat		0,93
	olvadt, 1600...1800 °C	0,28		Azbeszt	0,93
Alumínium	megmunkált, fényezett	0,04	Samott, téglá		0,60
	hengerekt, nyers	0,07	Korom		0,95
	szokásos tetőanyag	0,22	Olajfesték		0,88
Arany	fényezett	0,02	Zománc		0,90
	matt	0,47			
Cink	fényezett	0,045	Lakkfesték	fényes	0,80
	vasbádagon cinkbevonat	0,23		matt	0,96
Króm	fényes felület	0,058	Víz	—	0,80
Nikkel	fényes felület	0,045	Jég	sima	0,96
Réz	fényezett	0,018		érdes	0,98
	megmunkált	0,64			
	oxidált	0,22			

Megjegyzés: A táblázat egyes mérési eredményeket tartalmaz; a tényleges értékek a felületi minőségtől függően interpolálással becsülhetők.

8.5. AZ 5. FEJEZET FÜGGELÉKEI

- F.5.1. táblázat. Fontosabb vezetőanyagok jellemzői (20 °C-on)
- F.5.2. táblázat. Villamos szigetelőanyagok relatív permittivitása
- F.5.3. táblázat. Villamos szigetelőanyagok átütési szilárdsága
- F.5.4. táblázat. Ferromágneses anyagok relatív permeabilitása (μ_r)
- F.5.5. táblázat. Háromfázisú transzformátorok tekercseinek kapcsolásai és jelölései (MSZ 9230 szerint)
- F.5.6. táblázat. 100 V-nál kisebb névleges feszültségek, V (MSZ 1–69 szerint)
- F.5.7. táblázat. 100...1000 V közötti névleges feszültségek, V (MSZ 1–69 szerint)
- F.5.8. táblázat. Villamos motorok főbb építési alakjai és üzemi helyzetei
- F.5.9. táblázat. Forgógépek ill. készülékek védettségének jelölése (MSZ 806 szerint)
- F.5.10. táblázat. Villamos motorok védettsége (P jelű előírások)
- F.5.11. táblázat. Villamos motorok védettsége különböző állapotú munkahelyeken (P jelű előírások alapján)
- F.5.12. táblázat. IEC védettségek (MSZ 806 alapján)
- F.5.13. táblázat. Villamos motorok hűtési módjai (IEC előírások szerint)
- F.5.14. táblázat. Villamos motorok hűtési módjai (MSZ 152 szerint)
- F.5.15. táblázat. Villamos motorok szigetelőanyagainak hőosztályai
- F.5.16. táblázat. Villamos motorok üzem típusainak osztályozása
- F.5.17. táblázat. Aszinkron motorok I_i indítási áramfelvétele és M_i indítónyomatéka az I_n , M_n névleges értékekhez viszonyítva
- F.5.18. táblázat. Különböző hajtásváltozatok tájékoztató költségösszehasonlítása
- F.5.19. táblázat. DIL típusú mágneskapcsoló sor tagjai
- F.5.20. táblázat. A DIL típusú mágneskapcsolókból és a túláramok elleni védelmet szolgáló hőkioldókból kialakított motorvédő kapcsoló-típusok
- F.5.21. táblázat. Olvadóbiztosítók névleges áramerősségei a motor névleges áramának függvényében
- F.5.22. táblázat. Váltakozó- és egyenáramú, kisméretű kapcsolókészülékek alkalmazási csoportjai és jellemző értékei (MSZ 4835 szerint)
- F.5.23. táblázat. A leggyakoribb váltakozóáramú mágneskapcsolók üzemi jellemzői
- F.5.24. táblázat. DIL típusú mágneskapcsolók kiválasztása háromfázisú motorok kapcsolására

- F.5.25. táblázat. **DIL** típusú mágneskapcsolók kiválasztása egyenáramú gépek részére
- F.5.26. táblázat. **DIL** típusú mágneskapcsolókkal kapcsolható áram és kikapcsolóképességük, A
- F.5.27. táblázat. **Hőkioldó (BH** típusú) sorozat tagjai és beállítási áramtartományai
- F.5.28. táblázat. **DIL** típusú mágneskapcsolókból és **BH** típusú hőkioldóból kialakított motorvédő-kapcsoló típusok
- F.5.29. táblázat. **Kis teljesítményű, D (Diazed)** rendszerű biztosítók nagysága és színelei
- F.5.30. táblázat. **Olvadóbiztosítók fontosabb kiolvadási adatai**
- F.5.31. táblázat. **Nagy teljesítményű késes olvadóbiztosítók, Nm** típusú biztosítóaljzatok jellemzői
- F.5.32. táblázat. **Nagy teljesítményű késes olvadóbiztosítók olvadóbetétjeinek adatai**
- F.5.33. táblázat. **Összetartozó Nm** típusú biztosítóaljzatok és olvadóbetétek
- F.5.34. táblázat. **Műanyag és gumiszigetelésű vezetékek alapterhelése, A (25 °C környezeti hőmérsékleten)**
- F.5.35. táblázat. **Műanyag és gumiszigetelésű vezetékek alapterhelésének módosító tényezői a környezeti hőmérséklettől függően**
- F.5.36. táblázat. **Műanyag és gumiszigetelésű vezetékek alapterheléseinek módosító tényezői a vezeték (ér) számától függően**
- F.5.37. táblázat. **Legkisebb megengedett vezetőkeresztmetszetek**
- F.5.38. táblázat. **Nullavezető keresztmetszete**
- F.5.39. táblázat. **Az indítóáramlökések megengedett időtartama**

A fontosabb vezetőanyagok jellemzői 20 °C-on

Megnevezés	Rezisztivitás (fajlagos ellenállás), ρ , $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	Hőmérsékleti együttható, α , 1/°C	
Elemek	Alumínium	0,0261	0,00437
	Arany	0,023	0,00435
	Ezüst	0,0165	0,0041
	Cink (horgany)	0,063	0,0037
	Grafit	13...100	0,0008
	Molibdén	0,075	0,0032
	Higany	0,958	0,0009
	Nikkel	0,08	0,006
	Ólom	0,208	0,004
	Ón	0,12	0,0044
	Platina	0,0989	0,003
	Réz (vörös)	0,01754	0,0039
	Vas	0,015	0,0061
	Wolfram	0,055	0,0046
	Ötvözetek	Acél	0,13...0,15
AlSi		0,039	0,004
AlMgSi		0,05	0,004
AlZn		0,055	0,004
Bronz (Bz5)		0,096	0,005
Alubronz (AlBz9)		0,063	0,0009
Ezüst-kadmium-oxid (10%)		0,02	0,0036
Króm-nikkel NiCr		1,09	0,00004
Konstantán NiCuMn		0,49...0,51	0,00005
Kanthal FeCrAlCo		1,1	0,000045
Nikkelin NiCu		0,4	0,00019
Manganin MnNiCu		0,43	0,00001
Réz-ezüst		0,0177	0,0039
Sárgaréz (Sr63) CuZn		0,07	0,0013
Szürkeöntvény		0,6...1,6	0,0019
Újzüst CuZnNi		0,33	0,0004

Villamos szigetelőanyagok relatív permittivitása

Szigetelőanyag	Relatív permittivitás, ϵ_r	Szigetelőanyag	Relatív permittivitás, ϵ_r
Aceton	21,5	Múgyanta	7...8
Aminoplaszt	5...7	Mikonit	4...6
Bakelit	4...6	Márvány	8,5
Borostyán	2,8	Méhviasz	4,75
Benzol	2,3	Metil-alkohol	33,7
Calan	6,6	Nitro-benzol	36,5
Calit	6,5	Olajos papír	3...5
Celluloid	4	Pala	6...8
Condensa	40...80	Polietilén	2,3
Csillám	4...6	Porcelán	5,4
Ebonit	7	Polisztírol	2,5
Etil-alkohol	26	Prespán	2
Etil-éter	4,4	Plexiüveg	3
Fa	2...8	Papír	1,8...2,5
Fenoplaszt	5...7	Paraffin	1,7...2,3
Flintüveg	11	Paraffinolaj	2,2
Glicerín	56	PVC	3,1...3,5
Jég	3,2	Ricinusolaj	2,3...4,7
Keménypapír	5,4	Sellak	2,7...3,7
Kaucsuk	2,2...3	Szteatit	6,4
Kvarc	4,7	Szénkéneg	2,6
Kvarcüveg	3,7...4,2	Szilikongyanta	3
Kén	3,6...4,3	Teflon	2,1
Kábel-kiöntőmassza	2,5	Terpentinolaj	2,2...4,9
Kopállakk	2,5...3,7	Transzformátorolaj	2,2...2,5
Kolofónium	2,6	Vulkanizált gumi	2,94
Klófén (triklór-difenil)	4...5	Vulkanizált fiber	2,5
Kloroform	5,1	Víz 18 °C-on	81,1
Lágygumi	2,5		
Levegő	1,00059 \approx 1		

F.5.3. táblázat

Villamos szigetelőanyagok átütési szilárdsága

Megnevezés	E_{q} átütési szilárdság, kV/cm	Megnevezés	E_{a} átütési szilárdság, kV/cm
Bakelit (textil)	60...250	Epoxiüveg	30
Bakelizált papír	100...200	Klofén	13...17
Celluloid	300	Levegő (száraz)	21,1
Csillám	250...700	Plexiüveg	40...50
Csillámpapír	200...250	Poliamid	10...50
Kábeltelítő-anyag	120	Poliétermassza	12...15
Keménypapír	200...300	Poliészterüveg	30
Keménygumi	200...400	Polikarbonát	20...35
Lágygumi	250	Polimetil-metakrilát	40
Lenolaj	80	Epoxi (töltőanyag nélkül)	15
Mikanit	200...250	Fenol-faliszt	10...20
Olajjal itatott papír	200...600	Fenol – krezol – üveg	15...20
Papír (száraz)	120	Fenol – textil	5...10
Polietilén	200...300	Melamin – azbeszt	4...10
Polisztirol	300...500	Melamin – faliszt	10...15
Porcelán	300...350	Epoxi – üveg	15...50
Prespán	80...120	PVC	10...50
Selyem	150...350	Sellak	10...15
Sellakos papír	200	Szteatit	20...45
Szilikongyanta	200	Szilikátüveg	20...50
Terpentin	60...100	Transzformátorolaj	25...35
Trolitul	500		
Üveg	100...400		
Varnisvászon	75...270		
Vulkánfibre	10...30		
Epoxigyanta	25...30		

F.5.4. táblázat

Ferromágneses anyagok μ_r relatív permeabilitása

Megnevezés	A mágneses indukció		
	kezdeti értéken	$B = 0,1$ T-nél	maximális értéken
Dinamólemez, normál	200	1 400	3 000
közepesen ötvözött	300	2 500	4 000
nagyon ötvözött	500	3 500	6 000
64 Fe, 36 Ni ötvözet	2 000...3 000		8 000...20 000
Permalloy 22 Fe, 78 Ni	10 000...12 000	25 000	50 000...100 000
Műfém			
75 Ni, 18Fe, 5 Cu, 2 Cr	20 000...30 000		50 000...100 000
„1 040” ötvözet			
72 Ni, 11 Fe, 14 Co, 3 Mo	99 000...100 000		170 000
Szupermalloy			
79 Ni, 16 Fe, 5Mo	100 000		800 000
Hűdegen hengerelt lemez	300...500		40 000...50 000
Mangán-cink-ferrit	1 000...2 500		1 500...5 000
Nikkel-cink-ferrit	2 000		5 000

Háromfázisú transzformátorok tekercseinek kapcsolási jelölései és vektorábrái
(MSZ 9230 szerint)

Fázisfordítás	0°	30°	60°	120°	150°	180°	210°	240°	300°	330°
A kapscs. jele	Dd0	Dy1	Dd2	Dd4	Dq5	Dd6	Dy7	Dd8	Dd10	Dy11
Vektorábra										
Kapcsolási rajz										
A kapscs. jele	Yy0	Yd1			Yd5	Yy6	Yd7			Yd11
Vektorábra										
Kapcsolási rajz										
A kapscs. jele	Dz0	Yz1	Dz2	Dz4	Yz5	Dz6	Yz7	Dz8	Dz10	Yz11
Vektorábra										
Kapcsolási rajz										

100 V-nál kisebb névleges feszültségek
(MSZ 1—69 szerint)

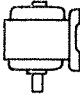
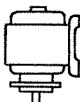
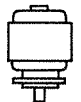



Egyenfeszültség, V	Egyfázisú feszültség, V	Háromfázisú (láncolt) feszültség, V
6	—	—
12	12	—
24	24	—
—	36	—
—	42	42
48	—	—

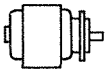
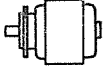

Megjegyzések: Lehetőleg a vastagon szedett feszültségértékeket kell alkalmazni.

A táblázatban foglaltakon kívül az RSZ 650 a következő értékeket is alkalmazza: 36 és 60 V egyenfeszültség; 6 V egyfázisú feszültség és 36 V háromfázisú feszültség.

Villamos motorok főbb építési alakjai és üzemi helyzetei

F.5.8. táblázat

Szerkezeti alak	Az általános jelrendszer IEC-Publ. 34-7	Jelzés (régli)	Csapágyazás	Moto.rház	Tengely	Általános	A felerősítés módja
	IM 1001	B3	két pajzscsapággal	talpas motorház	szabad tengelyvég	—	vízszintes alapon
	IM 2001	B3/B5	két pajzscsapággal	talpas motorház	szabad tengelyvég	peremes (B5) motor talppal	vízszintes alapon illesztőperemmel
	IM 3001	B5	két pajzscsapággal	talp nélküli motorház	szabad tengelyvég	peremes motor talp nélküli	peremes csatlakozás
	IM 1051	B6	két pajzscsapággal	talpas motorház	bal oldali szabad tengelyvég	B3-as motor, csapágypajzsai szükség szerint 90°-kal elforgatva	függőleges falon talpcsavarokkal
	IM 1061	B7	két pajzscsapággal	talpas motorház	jobb oldali szabad tengelyvég	B3-as motor, csapágypajzsai szükség szerint 90°-kal elforgatva	függőleges falon talpcsavarokkal
	IM 1071	B8	két pajzscsapággal	talpas motorház	szabad tengelyvég	B3-as motor, csapágypajzsai szükség szerint 180°-kal elforgatva	mennyezeten talpcsavarokkal

	IM 3011	V1	két pajzscsapággal	talp nélküli motorház	szabad tengelyvég alul	peremes motor függőleges helyzetben	peremes csatlakozás alsó peremmel
	IM 3031	V3	két pajzscsapággal	talp nélküli motorház	szabad tengelyvég felül	peremes motor függőleges helyzetben	peremes csatlakozás felső peremmel
	IM 1011	V5	két pajzscsapággal	talpas motorház	szabad tengelyvég alul	—	függőleges falon talpcsavarokkal
	IM 1031	V6	két pajzscsapággal	talpas motorház	szabad tengelyvég felül	—	függőleges falon talpcsavarokkal

Megjegyzés: A villamos motorok megjelölésénél és forgalmazásánál használatos és egyszerűsített jelrendszert a KGSZ 40.0151—73 tartalmazza. Ez figyelembe veszi az IEC ajánlásait és a DIN előírásait. A motorok jele az IM betűből (International Mounting) és kódszámból áll. A vízszintes tengelyű gépek jelzése (rég) a B betűből és a kódszámból, a függőleges tengelyűeké pedig a V betűből és a kódszámból áll.

100...1000 V közötti U_n névleges feszültségek
(MSZ I-69 szerint)

egyenfeszültsége	A hálózat, motor, berendezés		A transzformátor					A generátor		
	egyfázisú vagy háromfázisú (fázis) feszültsége	háromfázisú (láncolt) feszültsége	egyfázisú feszültsége		háromfázisú feszültsége		egyenfeszültsége	egyfázisú feszültsége	háromfázisú (láncolt) feszültsége	
			tápláló- oldali	fogyasztói oldali	tápláló- oldali	fogyasztói- oldali				
110	—	110 ^{1,4}	—	115 ²	—	—	115	—	—	
—	110 ⁴	190 ⁴	110	115	190	200	—	115	200	
220	—	—	—	—	—	—	230	—	—	
—	220	380	220	230	380	400	—	230	440	
440	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
—	—	550 ³	—	—	550 ³	575 ³	—	—	575 ³	

Megjegyzés: Lehetőleg a vastagon szedett feszültségértékeket kell alkalmazni. A táblázaton kívül az RSZ 650 a következő értékeket is tartalmazza: 127 V egyfázisú feszültség, valamint 220/127 és 660/380 V háromfázisú feszültség.

¹Kéziszerszám és hasonló táplálására földelt csillagponttal.

²Kéziszerszám és hasonló táplálására földelt középponttal.

³Az IEC ajánlása szerinti feszültség 500 V, a fejlődés a KGST-országokban 660/380 V felé tart.

⁴Az RSZ nem tartalmazza.

Forgógépek, ill. -készülékek védettségének jelölése

(MSZ 806/1—76 szerint)

Az IP két betű a védettség jele, az utána következő két szám jelentése a következőkből vehető:

Szám- jegy	<i>Első számjegy:</i> A személyzet védettsége. Védettség szilárd, idegen testek behatolásával szemben	<i>Második számjegy:</i> A gyártmány védettsége a víz behatolá- sával szemben
0	Nincs védettség	Nincs védettség
1	Nagyméretű testek behatolása elleni védettség (tenyér vagy 52,5 mm átmérőjű gömb nem hatolhat be)	Függőlegesen lecsöpögő vízcseppekkel szembeni védettség. (Régen csepegő víz ellen védett kivétel)
2	Közepes nagyságú testek behatolása elleni védettség (ujj vagy 12,5 mm átmérőjű golyó nem hatolhat be)	A függőlegestől bármely irányban 15°-kal eltérő, csepegő víz elleni védettség. (Régen csepegő víz ellen védett kivétel)
3	Kis méretű testek behatolása elleni védettség (2,5 mm-nél nagyobb átmérőjű szerszám, huzal nem hatolhat be)	A függőlegestől bármely irányban 60°-kal eltérő, esővel szembeni védettség. (Régen freccsenő víz ellen védett kivétel)
4	Igen kis méretű testek behatolása elleni védettség (1 mm-nél nagyobb átmérőjű test nem hatolhat be)	Bármely irányból freccsenő víz behatolása elleni védettség. (Régen teljesen zárt kivétel)
5	Káros porlerakódás elleni védettség (finom por behatolhat, de nem okozhat üzemzavart)	Bármely irányból sugárcsővel kilövellt víz nem okoz káros hatást. (Régen teljesen zárt kivétel)
6	Teljes védettség por behatolásával szemben	Viharos tengerből felcsapódó víz nem hatolhat be
7	—	Rövid ideig vízbe merített gyártmány belsejébe nem hatolhat víz
8	—	Tartós vízbemerítéssel szembeni védettség

Megjegyzés: Az ipari felhasználásra készült gyártmányok védettségi fokozatai az F.5.12. táblázatban találhatóak.

Villamos motorok védettsége
(P jelű előírások)

Mivel az alkalmazott villamos motorok legnagyobb része még a régi szabvány előírásainak figyelembevételével került minősítésre, ezért szükséges a korábbi jelölések és elnevezések összefoglalása is. A védettséget ekkor a P betű (Protection) és az utána következő két szám jelöli a következők szerint.

Jelzőszám	Szilárd idegen anyagok behatolása elleni védettség (1. szám)	Víz behatolása elleni védettség (2. szám)
0	Érintés és szilárd idegen anyagok behatolása elleni védelem nélkül	Víz elleni védelem nélkül
1	Véletlen érintés és nagy, szilárd idegen anyagok elleni védelem	Csepegő víz elleni védelem. A függőlegestől 15°-nyira eltérő irányú vízcsepp vagy nyomás nélküli vízszugár behatolása elleni védelem
2	Szándékos érintés és kis szilárd idegen anyagok elleni védelem	Freccsenő víz és eső elleni védelem. (Zárt vagy szellőztetve zárt gépek)
3	Szándékos érintés és durva por elleni védelem	Nyomás nélküli vízszugár elleni védelem. (Zárt vagy szellőztetve zárt gépek)
—	—	Vízmentesen zárt kivétel. (A bűvármotorok jelölése „bu”, a fedélzeti motoroké pedig „fe”)

A különleges kivételek jelölése:

Sb sújtólégbiztos; Rb robbanásbiztos; f fokozott biztonság; n nyomásállóan zárt; t túlnyomásos szellőztetés; cs csőcsatlakozás; l lemezes védőszerkezet; O olaj elleni védelem.

A leggyakrabban előforduló védelmi fokozatok:

P 11 és P 21	csepegő víz ellen védett;
P 12 és P 22	freccsenő víz ellen védett;
P 33	teljesen zárt, természetes hűtéssel;
P 33 h	teljesen zárt, felületi hűtéssel (saját vagy idegen szellőztetéssel);
P 33 zkh	teljesen zárt, körléghűtésű (hőcserélős, saját vagy idegen szellőztetéssel);
P 33 csl	szellőztetve zárt, saját szellőztetéssel, a beszívó- és a kifúvóoldalon csőcsatlakozással;
P 12 cs2	freccsenő víz ellen védett, saját szellőztetéssel, csak a beszívóoldalon csőcsatlakozással;
P 33 cs3	szellőztetve zárt, idegen szellőztetéssel, a beszívó- és a kifúvóoldalon csőcsatlakozással;
P 12 cs4	freccsenő víz ellen védett, idegen szellőztetéssel, csak a beszívóoldalon csőcsatlakozással;
P 33 Sb-f	teljesen zárt, sújtólégbiztos, fokozott biztonságú;
P 33 Rb-n	teljesen zárt, robbanásbiztos, nyomásálló;
P 34 bu	teljesen zárt bűvármotor;
P 34 fe	teljesen zárt fedélzeti motor.

Villamos motorok védettsége különböző állapotú munkahelyeken
(P jelű előírások alapján)

A motorok felállítási helye és környezete	Védettségi mód	Jelölés
Száraz kezelőhelyiség, villamos laboratórium	Nyitott, védelem nélkül	P 00
Száraz munkahely, gépterem	Nyitott, érintésbiztos	P 10 P 11
Nyirkos, időszakosan párás hely	Csepegő víz ellen védett	P 11 P 12
Nedves, párás, gőzös helyiség, víz-, gőzvezeték közelében	Freccsenő víz ellen védett	P 12 P 22
Poros és szennyes hely, tűzveszélyes hely, szabad tér	Teljesen zárt, szellőztetve zárt csőcsatlakozásokkal. Zárt, ráépített kör-légűtővel	P 33 P 33 cs P 33 zkh
Marógázos és marógzős hely	Szellőztetve zárt, de nyomóventillátorral	P 33 cs 3
Sujtólégvészélyes környezetben	Sujtólégbiztos kivitel	P 33 Sb
Robbanásveszélyes környezetben	Robbanásbiztos kivitel	P 33 Rb
Nyomás alatti vízszugár hatásának kitett hely, pl. hajófedélzet	Fedélzeti motor	P 33 fe
Folyadék alatti üzem	Búvármotor	P 33 bu

IEC védettség
(MSZ 806. alapján)

Első számjegy	Az első számjegy jelentése	A második számjegy jelentése								
		0	1	2	3	4	5	6	7	8
		víz ellen nincs védve	függőleges kondenz vízcseppek	legfeljebb 15° esési szögű vízcseppek	legfeljebb 60° esési szögű esővíz	bármely irányú fröcskölés	bármely irányú víz- sugár	tengeri hártya fedé- zeti beha- tások	rövid idejű vízbe merítés káros hatásai	tartós vízbe merítés káros hatásai
0	Szabaddon érinthető	IP 00	IP 01	–	–	–	–	–	–	–
1	Tenyérrel már nem érinthető	IP 10	IP 11	IP 12	IP 13	–	–	–	–	–
2	Ujjal már nem érinthető	IP 20	IP 21	IP 22	IP 23	–	–	–	–	–
3	2,5 mm-nél nagyobb átmérőjű huzallal, számmal már nem érinthető	IP 30	IP 31	IP 32	IP 33	IP 34	–	–	–	–
4	1 mm-nél nagyobb átmérőjű huzallal, számmal már nem érinthető	IP 40	IP 41	IP 42	IP 43	IP 44	–	–	–	–
5	Káros porlerakódással szembeni védettség	IP 50	–	–	–	IP 54	IP 55	IP 56	–	–
6	Por behatolásával szembeni teljes védettség	IP 60	–	–	–	–	IP 65	IP 66	IP 67	IP 68

elleni védettség

Villamos motorok hűtési módjai
(IEC előírások szerint)

Jelző- szám	A hűtőközeg áramlásának és a keletkezett hőmennyiség eltávolításának módja (1. szám)	A hűtőközeg áramoltatásához szükséges energia betáplálási módja (2. szám)
0	Szabad áramlás a környezetből a gépbe, ill. a hőcserélőbe és vissza	Szabad áramlás. A hűtőközeg mozgását a hőmérséklet-különbség idézi elő
1	Csőcsatlakozás vagy légcsatorna a beszívó- oldalon, kiáramlás a környezetbe	Saját szellőztetés. A hűtőközeg mozga- tását a forgórész szerelvényei vagy a forgórészre szerelt ventilátor végzi
2	Csőcsatlakozás vagy légcsatorna a kifúvó- oldalon, beszívás a környezetből	Külön ventilátor által történő szellőztes- tés, amelyet a forgórész áttételén keresz- tül hajt (pl. ékszíjjal hajtott külső ventilátor)
3	Csőcsatlakozás vagy légcsatorna a beszívó- és a kifúvóoldalon	A gépre szerelt külön ventilátor, amelyet a főgéppel azonos kapcsolókról táplált (a főgéppel azonos ideig működtetett) villamos motor hajt
4	Felületi hűtés. A gépben a hűtőközeg zárt körben áramlik, és hőjét a sima vagy bordás felületben adja le a környezeti hűtőközeg- nek	Bővítésre fenntartva, a műszaki fejlő- déstől függően
5	Beépített hőcserélő a környezeti hűtőközeget alkalmazva	Beépített külön ventilátor, amelyet nem a főgép kapcsairól táplált villamos motor hajt (a szellőztetés a főgép üzemétől független lehet)
6	A gépre szerelt hőcserélő a környezeti hűtő- közeget alkalmazva	A gépre szerelt külön ventilátor, amelyet nem a főgép kapcsairól táplált villamos motor hajt. (A szellőztetés a főgép üzemétől független lehet)
7	Beépített hőcserélő nem a környezeti hűtő- közeget alkalmazva	A hűtőközeg mozgását a géptől teljesen független ventilátor vagy szivattyú végzi (pl. sűrített levegő vagy vízve- zeték)
8	A gépre szerelt hőcserélő nem a környezeti hűtőközeget alkalmazva	Viszonylagos elmozdulás. A hűtőközeg- ben való viszonylagos mozgás követ- keztében jön létre a hűtőhatás (pl. von- tatómotoroknál)
9	A géphez csatlakoztatott, de külön szerelt hőcserélő	Bármilyen különleges hűtőközeg-mozga- tás

Megjegyzés: A hűtési módokat az IC betű (International Cooling) és az azokat követő egy betűből és a táblázat szerinti két számból álló jelcsoport jelöli minden hűtési körre. A jelölésben levő betű a hűtőközeg fajtáját jelenti: A levegő; H hidrogén; N nitrogén; C szén-dioxid; W víz; U olaj.

Villamos motorok hűtési módjai
(MSZ 152. szerint)

Jelzőszám	A hűtőközeg áramlása szempontjából (1. szám)	A hűtőközeg és a hűtendő géprészek érintkezése szempontjából (2. szám)
1	<i>Természetes szellőztetésű</i> az olyan gép, amelynek nincs szellőzője (ventillátora), és a hűtőlevegő áramlása csak a forgás és a hőmérsékletkülönbség hatására jön létre	<i>Nyitott hűtőrendszerű</i> az olyan gép, amely a benne keletkezett hőt közvetlenül adja át a külső környezetből folyamatosan pótlódó hűtőlevegőnek
2	<i>Saját szellőztetésű</i> az olyan gép, amelynél a hűtőlevegő áramlása a forgórészen elhelyezett vagy az általa hajtott szellőző hatására jön létre	<i>Zárt hűtőrendszerű</i> az olyan gép, amelynél a hűtőlevegő közvetlenül csak a gép külső felületével érintkezhet, ill. amelynél a hűtőközeg (levegő vagy gáz) zárt rendszerben áramlik keresztül a gépen (belső felülettel közvetlenül érintkezve), és levegővel vagy vízzel hűtött hőcserélőn halad át, amelyben a felmelegedett hűtőközeg lehűl
3	<i>Idegen szellőztetésű</i> az olyan gép, amelynek hűtőlevegőjét a géptől különálló berendezés szállítja	<i>Közvetlen folyadékűtésű</i> az olyan gép, amelynél a keletkezett hőt az áramló folyadék a hőleadó felületekkel érintkezve vezeti el. A felmelegedett hűtőfolyadék rendszerint levegővel vagy vízzel hűtött hőcserélőn halad át, ahol lehűl; így az áramlás zárt rendszerű

Megjegyzés: A hűtési módokat a C betűvel (Cooling) és a táblázat szerinti két számmal jelölik hűtőrendszerenként. Két áramlási kör esetén először a külső (primer), utána pedig a belső (szekunder) hűtőrendszer jelzőszámát kell megadni.

Villamos motorok szigetelőanyagainak hőosztályai

Az osztály jele	Határhőmérséklet a legmelegebb ponton	Az osztályba tartozó szigetelőanyagok főcsoportjai
Y	90 °C	Nem itatott pamut, selyem és papír vagy ezek kombinációi
A	105 °C	Pamut, selyem és papír vagy ezek kombinációi impregnálva vagy olajba helyezve
E	120 °C	Pamut és papír szintetikus gyantákkal kezelve, triacetát vagy tereftalát-fóliával bevonva. Poliuretán- és tereftalát-bázisú huzalománc
B	130 °C	Mika, üvegrost, azbeszt stb., valamint ezek kombinációival készült szigetelőanyagok általában szintetikus kötőanyagokkal
F	155 °C	Mika, üvegrost, azbeszt stb., valamint ezek kombinációival készült szigetelőanyagok megfelelő szintetikus kötőanyagokkal vagy kötőanyag nélkül
H	180 °C	Szilikon elasztomerek és mika, üvegrost, azbeszt kombinációi szilikongyantákkal és -lakkokkal kezelve
C	180 °C-nál nagyobb, esetenként meghatározva	Mika, porcelán, üveg, kvarc és ezek kombinációi szervesetlen kötőanyaggal vagy anélkül

Megjegyzés: A motorok névleges teljesítménye – ha ettől eltérő adatra külön hivatkozás nincs – mindig 40 °C maximális környezeti hőmérséklet mellett értendő.

Villamos motorok üzemelésének osztályozása

Az üzemelés fajtája		
jele	megnevezése	ismertetése
S 1	<i>Állandó</i>	Az üzemidő olyan hosszú, hogy a motort névleges teljesítményével terhelve, az eléri állandósult hőmérsékletét. Az üzemidő elvileg korlátlan lehet. A motoros hajtások nagy része ebbe a csoportba tartozik. Korábbi jelölése: A_{ii}
S 2	<i>Rövid ideig tartó</i>	A motort állandó terheléssel, megszabott időtartamon járátjuk. A terhelési időtartam alatt a motor elérheti a megengedett hőmérsékletet, de nem éri el az állandósult értéket, tehát hőegyensúly nem jön létre. A t_{ii} üzemidőt olyan hosszú nyugalmi és feszültségmentes t_k időszak követi, ami elegendő nagy ahhoz, hogy a motor környezeti hőmérsékletre lehűljön. A <i>szabványosított terhelési időtartamok</i> : $t_{ii} = 10 \text{ min}, 30 \text{ min}, 60 \text{ min}$ és 90 min . Korábbi jelölése: R_{ii}
S 3	<i>Szakaszos</i>	Azonos ciklusok ismétlődnek hosszú, meg nem határozott időtartamon át. Minden ciklus t_b állandó terhelésű időszakból, valamint t_k ún. bekapcsolási nyugalmi és feszültségmentes időszakból áll. A bekapcsolási idő magában foglalja az indítási és esetleges fékezési időt is, de itt még feltételezzük, hogy azok nem okoznak jelentős melegedést. A <i>ciklusidőt</i> a gyakorlatban t_j játékidőnek is nevezik ($t_j = t_b + t_k$). A c_3 <i>ciklustartam-tényező</i> , a t_b tényleges bekapcsolási idő és a t_j játékidő hányadosa. A játékidő szabványos értéke $t_j = 10 \text{ min}$, de alkalmazható még az 5 min és a 15 min is. A c_3 ciklustartam-tényező szabványos értékei: 15% , 25% , 40% és 60% . Korábban a ciklustartam-tényezőt b_i <i>viszonylagos bekapcsolási időnek</i> nevezték, és a szakaszos üzemet Sz_{ii} -vel jelölték. A szakaszos üzemnél merül fel a <i>Z indítási gyakoriság</i> fogalma. Ez a motoroknak az adott időtartamon belül megengedhető, üzemszerű indításai számára (közvetlenül egymás utáni indítások gyakoriságára) utaló adat. Gyakori egysége az <i>óránkénti kapcsolások</i> száma: k_i, h^{-1}
S 4	<i>Szakaszos, periodikus</i>	Mint S 3-nál: azonos ciklusok ismétlődnek hosszú, meg nem határozott időtartamon át, de minden t_j ciklus jelentős t_i indítási időből, egy t_n állandó terhelésű működési időből, valamint t_k nyugalmi és feszültségmentes időszakból áll. A fékezési folyamat időszaka nincs előírva. A c_4 ciklustartam-tényező a $(t_i + t_n)$ és a t_j hányadosa
S 5	<i>Szakaszos, periodikus, indítással és fékezéssel</i>	Mint S 3-nál: azonos ciklusok ismétlődnek hosszú, meg nem határozott időtartamon át, de minden t_j ciklus jelentős t_i indítási és t_f fékezési időből, egy állandó terhelésű t_n működési időből, valamint t_k nyugalmi és feszültségmentes időszakból áll. A c_5 ciklustartam-tényező a $(t_i + t_n + t_f)$ és a t_j hányadosa
S 6	<i>Állandó, periodikus</i>	Azonos ciklusok ismétlődnek hosszú, meg nem határozott időtartamon át, de nyugalmi, feszültségmentes állapot nincs. Minden t_j ciklus egy állandó terhelésű t_n működési időből és egy t_0 üresjárási időből áll. A c_6 ciklustartam-tényező a t_n és a t_j hányadosa. Korábbi jelölés: A_{szii} (állandó üzem szakaszos terheléssel)
S 7	<i>Állandó, periodikus, indítással és fékezéssel</i>	Mint S 6-nál: azonos ciklusok ismétlődnek meg nem határozott időtartamon át. Minden t_j ciklus jelentős t_i indítási és t_f fékezési időből, egy állandó terhelésű t_n működési időből, valamint egy t_0 üresjárási időből áll. A c_7 ciklustartam-tényező a $(t_i + t_n + t_f)$ és a t_j hányadosa

Az üzemeles fajtája		
jele	megnevezése	ismertetése
S 8	<i>Állandó, periodikus, a terhelés és a szögsebesség változtatásával</i>	Azonos ciklusok ismétlődnek meg nem határozott időtartamon át. Minden ciklus két vagy több állandó terhelésű és szögsebességű működési időből ($t_{n1}, t_{n2} \dots t_{nx}$) és a közöttük levő átmenetet biztosító ($t_{a1}, t_{a2} \dots t_{ax}$) gyorsító és ($t_{f1}, t_{f2} \dots t_{fx}$) fékezési időkből áll. Nyugalmi és feszültségmentes idő nincs.

Megjegyzés: A gyári katalógusok általában az S 1-es üzemelesi fajtára adják meg a jellemző adatokat. Egyes nagyobb cégek azonban 100 kW alatti teljesítménytartományban esetleg külön-külön közlik az S 2, S 3 és S 6-ra érvényes adatokat is. Ez utóbbi motorok mind villamos, mind mechanikai szempontból különbözhetnek az S 1 motoroktól, ezért az S 1 üzemelemódra készült motorokat nem célszerű rövid ideig tartó vagy szakaszos üzemben használni.

F.5.17. táblázat

Aszinkron motorok I_i indítási áramfelvétele és M_i indítónyomatéka a névleges értékekhez viszonyítva

Az aszinkron motor		I_i/I_n	M_i/M_n
megnevezése	indítási módja		
Háromfázisú, kalickás (rövidre zárt) forgórészű motor (normál horonnyal)	közvetlen kapcsolással	4,5...7	1 ...1,6
	csillag – háromszög indítással	1,5...2	0,3...0,5
Háromfázisú, kalickás (rövidre zárt) forgórészű motor (mély- vagy kétkalickás horonykiképzéssel)	közvetlen kapcsolással	3,5...5	1,5...2,5
	csillag – háromszög indítással	1,2...1,7	0,5...0,8
Háromfázisú csúszógyűrűs motor	rövidre zárt forgórészrel indítva	5 ...8	0,3...0,5
	indító-ellenállással (billenőnyomatékkal) indítva	2 ...2,5	2 ...2,5
Egyfázisú, rövidre zárt forgórészű motor a segéd-fázisban	ohmos ellenállással	6 ...8	0,3...0,4
	kondenzátorral	3,5...4,5	1 ...1,5

Különböző hajtásvaltozatok tájékoztató költség-összehasonlítása

Hajtási mód (a motor és kapcsoló berendezése)	Költségindex
Rövidre zárt forgórészű aszinkron motor közvetlen indítással	0,85...0,95
Rövidre zárt forgórészű aszinkron motor csillag – háromszög indítással	1
Rövidre zárt forgórészű aszinkron motor <i>Dahlander</i> -kapcsolással	1,3...1,7
Rövidre zárt forgórészű aszinkron motor pólusváltós, kététkerceselésű kivitel	1,8...2,3
Csúszógyűrűs forgórészű aszinkron motor	2,3...3,0
Csúszógyűrűs forgórészű aszinkron motor 30 %-os szinkron fordulatszám alatti áramirányítós kaszkáddal, fordulatszám-szabályozással	5,0...7,0
Rövidre zárt forgórészű motor, négynegyedes üzem, frekvenciaátalakítóval való fordulatszám-szabályozás	15...20
Egyenáramú mellékáramkörű motor indítóval és a gerjesztés változtatásával	1,8...4,0
Egyenáramú mellékáramkörű motor 1:10 fordulatszám-szabályozással	2,5...5,0
Egyenáramú mellékáramkörű motor, <i>Leonard</i> -átalakítóval	4,0...8,0
Egyenáramú mellékáramkörű motor, áramirányítóval, fékezéshez és irányváltoztatáshoz az armatúra mechanikus átkapcsolóval	4,5...10
Egyenáramú mellékáramkörű motor áramirányítóval, irányváltoztatással	10...15

Megjegyzés: A költség-összehasonlítás kb. 1...1000 kW teljesítményhatárok között érvényes.
A nagyobb relatív költségek a kisebb teljesítményekre vonatkoznak.

F.5.19. táblázat

DIL típusú mágneskapcsoló sor tagjai

Alaptípusok	Alaptípusok és érintkezők jelölése
DIL 00	(DIL 00 – 52)
DIL 0	(DIL 0 – 52)
DIL 2	(DIL 2v – 22 és DIL 2 – 22)
DIL 3	(DIL 3 – 22)
DIL 4	(DIL 4 – 22)
DIL 6	(DIL 6 – 22)

Megjegyzés:

A DIL betű után álló első szám a mágneskapcsoló nagyságát jelenti. A DIL 00 és helyette DIL 0 nagyságnál a kötőjel utáni szám első tagja a záróérintkezők, a második tagja a nyitóérintkezők számát adja. A nagyobb típusoknál (DIL 2...6) a kétjegyű szám a nyitó és a záró segédérintkezők számát mutatja.

A DIL típusú mágneskapcsolókból és a túláramvédelmet szolgáló hőkioldókból kialakított motorvédő-kapcsoló típusai

Megnevezés	Típusok
<i>Nyitott kivétel:</i> Motorvédő-kapcsolók	DT 00, DT 0, DT 2v, DT 2, DT 3, DT 4, DT 6
Irányváltó motorvédő-kapcsolók	DTI 00, DTI 0, DTI 2v, DTI 2, DTI 3, DTI 4, DTI 6
Csillag-háromszög kapcsolók	DTC 2v, DTC 2, DTC 3, DTC 4, DTC 6
<i>Lemeztokozott kivétel:</i> Mágneskapcsolók	DL 00, DL 0, DL 2v, DL 2, DL 3, DL 4
Motorvédő-kapcsolók	DTL 00, DTL 0, DTL 2v, DTL 2, DTL 3, DTL 4
Irányváltó motorvédő-kapcsolók	DTIL 00, DTIL 0, DTIL 2v, DTIL 2, DTIL 3, DTIL 4
Csillag-háromszög kapcsolók	DTCL 2v, DTCL 2, DTCL 3, DTCL 4

Megjegyzés: A típusjelzésben szereplő betűk értelmezése a következő. D a motorvédő-kapcsolóba DIL típusú mágneskapcsoló van beépítve; L lemeztokozott kivétel; T túláramok ellen termikus (bimetálos) hőkioldóval; I irányváltó-kapcsoló; C csillag-háromszög kapcsoló.

Olvadóbiztosítók névleges áramerősségei a motor névleges áramának függvényében

A motor névleges árama, I_n A	Az olvadóbetétek névleges árama, I_n A		A motor névleges árama, I_n A	Az olvadóbetétek névleges árama, I_n A	
	A			A	
	lomha	gyors		lomha	gyors
2	4	6	50	63	100
3	4	6	60	80	
5	6	10	80	100	
7,5	10	16	100	125	
10	16	25	120	160	
			150	200	
15	20	35			
20	25	50	200	250	
25	35	50	250	315	
30	35	63	300	400	
40	50	80	400	500	
			500	630	

Megjegyzés: A nagy teljesítményű (Nm típusú) késev biztosítót akkor alkalmazzák, ha nagy zárlati áramokat kell lekapcsolni. Ezek újabb típusai kis méretűek és így ipari berendezésekben 35...50 A felett teljesen kiszorítják a kis teljesítményű D biztosítókat.

Váltakozó- és egyenáramú, kitesztelésű kapcsolókészülékek alkalmazási csoportjai és jellemző értékei
(MSZ 4835 szerint)

A régi csoport jelölése	Áramnem	Alkalmazási csoport	A jellemző alkalmazása	A terhelőkör adatai a villamos élettartam vizsgálatánál					
				bekapcsolás			kikapcsolás		
				I/I_n	U/U_n	$\cos \varphi$, ill. L/R , ms	I/I_n	U/U_n	$\cos \varphi$, ill. L/R , ms
Könnyű-üzem		AC ₁	Ohmos vagy kismértékben induktív terhelés, ellenállásos kemencék	1	1	0,95	1	1	0,95
—		AC ₁₁	Működőtörményszek áramkörei	10	1	0,7	1	1	0,4
Könnyű-üzem		AC ₂	Csúszógyűrűs motorok indítása, kikapcsolása és ellenáramú fékezése	2,5	1	0,65	2,5	1	0,65
Normál-üzem		AC ₃	Kalicák motorok indítása, fordulaton levő motorok kikapcsolása $I_n \cong 17 A$ $17 A < I_n \cong 100 A$ $I_n > 100 A$	6	1	$\frac{0,65}{0,35}$	1	0,17	$\frac{0,65}{0,35}$
Nehéz-üzem		AC ₄	Kalicák motorok indítása, fordulaton levő motorok kikapcsolása $I_n \cong 17 A$ $17 A < I_n \cong 100 A$ $I_n > 100 A$	6	1	$\frac{0,65}{0,35}$	6	1	$\frac{0,65}{0,35}$
Könnyű-üzem		DC ₁	Ohmos vagy csekély mértékben induktív terhelés, ellenállásos kemencék	1	1	1	1	1	1

Váltakozóáram

—	DC ₁₁	Működtetőmágnesek áramkörei	1	1	15...200	1	1	15...200	
Normál-üzem	DC ₂	Söntmotor indítása, fordulaton levő motor lekapcsolása	2,5	1	2	1	0,1	7,5	
Nehéz-üzem	DC ₃	Söntmotor indítása, léptetése, irányváltása, ellenáramú fékezése	2,5	1	2	2,5	1	2	
Normál-üzem	DC ₄	Soros motor indítása, fordulaton levő motor lekapcsolása	2,5	1	7,5	1	0,3	10	
Nehéz-üzem	DC ₅	Soros motor indítása, léptetése, irányváltása, ellenáramú fékezése	2,5	1	7,5	2,5	0,3	7,5	

Megjegyzés: A VDE 0660 előírása az AC₂ csoportot két részre bontja, AC₂ csúszógyűrűs motorok indítása és kikapcsolása ellenáramú fékezés nélkül, AC₂ csúszógyűrűs motorok indítása és kikapcsolása ellenáramú fékezéssel.

Leggyakoribb váltakozóáramú mágneskapcsolók üzemi jellemzői

Üzemi jellemzők	Típus			
	Mo	K 917 931	VMK	DIL
Névleges feszültség, V	550	550	500	660
Névleges áram, A	16...400	15...100	6...250	4...204
Alkalmazási csoport	AC ₃	AC ₃	AC ₃	AC ₃
Mechanikai élettartam, 10 ⁶ (Terhelés nélküli kapcsolási szám)	0,1	10	10	10
Villamos élettartam, 10 ⁶ (Előírt terhelés melletti kapcsolási szám)	0,05	0,1	1	0,3...10
Legnagyobb óránkénti kapcsolási szám (játék); kapcsolási gyakoriság k_j^* , h ⁻¹	10	600	1 200	10 000 5 000 3 000

Megjegyzés: Az összehasonlításnál a villamos motoroknál leggyakrabban előforduló AC₃ alkalmazási csoportot választottuk. Ettől eltérő viszonyokra a gyártmányismertetőik tartalmaznak részletes adatokat. A DIL típusú mágneskapcsoló villamos élettartamát az üzemi viszonyok nehézségi foka befolyásolja. A kisebb szám a legnehezebb, a nagyobb szám pedig a legkönnyebb üzemi feltételű alkalmazási csoportnál vehető figyelembe.

* A k_j^* , h⁻¹ értékek DIL típusú mágneskapcsolóknál a következők szerint értendők: DIL 00 típusnál 10 000; DIL 0 típusnál 5 000; egyéb típusoknál 3 000.

DIL típusú mágneskapcsolók kiválasztása háromfázisú motorok kapcsolására

Alkalmazási csoport	Élettartam (kapcsolások száma), k_1	Névleges feszültség, U_n , V	Névleges motorteljesítmény, P_n , kW						
AC ₂ , AC ₃ és ezen belül 0,1%	1·10 ⁶	220	3,7	4	15	22	32	55	65
		380	4	7,5	22	30	45	75	110
		500	4	7,5	30	37	55	90	132
		600	4	7,5	15	15	55	90	132
AC ₄	3·10 ⁶	220	1,3	3,7	9	11	16	30	35
		380	1,5	5,5	12,5	18,5	22	37	55
		500	1,5	5,5	18,5	22	30	50	75
		600	1,5	5,5	9	11	30	50	75
800k ₁ , h ⁻¹ kapcsolási gyakoriság	10·10 ⁶	220	0,4	1,5	4	5,5	7,5	11	18,5
		380	0,55	2,2	6,5	7,5	11	18,5	30
		500	0,55	2,2	9	11	15	22	37
		600	0,55	2,2	6,5	11	15	22	37
AC ₂ , AC ₄	0,03·10 ⁶	220	1,1	3	9	11	15	22	37
		380	2,2	5,5	17	22	30	45	75
		500	2,2	5,5	22	30	37	55	90
		600	2,2	2,5	9	11	37	55	90
250k ₁ , h ⁻¹ kapcsolási gyakoriság	0,3·10 ⁶	220	0,55	1,5	4,5	5,5	7,5	11	15
		380	1,1	3	9	11	15	22	30
		500	1,1	3	12,5	15	18,5	30	37
		600	1,1	3	6,5	7,5	18,5	30	37
Választható kapcsoló típusa			DIL 00-52	DIL 0-52	DIL 2v-22	DIL 2-22	DIL 3-22	DIL 4-22	DIL 6-22

Megjegyzés: Amennyiben a kapcsolási gyakoriság meghaladná az alkalmazási csoportra megadott értéket, akkor a katalógusokban megadott diagramok alapján korrekciós tényezőket kell alkalmazni. A gyakorlatban a motort legtöbbször nem ugyanazon üzemmódban működtetik, hanem két vagy több alkalmazási csoport kombinációjában. A kapcsológyártó vállalatok ilyen kombinált, a gyakorlatban sűrűn előforduló esetekre is adnak kiválasztási irányelveket.

DIL típusú mágneskapcsolók kiválasztása egyenáramú gépek részére

Típus	Névleges üzemi áram, I_n		Névleges motorteljesítmény U_n névleges feszültségen			
	Ohmos vagy csekély mértékben induktív terhelés		Söntmotorok		Soros motorok	
	DC ₁ 110 V, 220 V, 440 V A A	DC ₂ 110 V, 220 V, 440 V kW kW	Normálüzem	Extrémüzem	Normálüzem	Extrémüzem
DIL 00-52	20 10	3,5	0,5 0,5 0,3	— — —	0,15 0,15 0,1	— — —
DIL 0-52	30 16	5,5	0,8 0,8 0,4	0,5 0,5 —	0,2 0,2 0,2	0,12 0,12 —
DIL 2v-22/DC	60 60	20	3 3 2	2 2 —	3 3 1	2 2 —
DIL 2-22/DC	85 85	35	8 11 6	6 8 —	6 8 1,5	3 3 —
DIL 3-22/DC	140 140	140	13 25 35	13 15 —	13 23 6,5	13 13 —
DIL 4-22/DC	260 260	260	24 45 90	24 40 —	24 40 12,5	24 35 —
DIL 6-22/DC	300 300	300	30 60 120	30 45 —	30 55 16	30 40 —
Élettartam, k_f (kapcsolások száma)	1 · 10 ⁶		0,5 · 10 ⁶	0,5 · 10 ⁶	0,3 · 10 ⁶	0,3 · 10 ⁶

F.5.26. táblázat

DIL típusú mágneskapcsolókkal kapcsolható áram- és kikapcsolóképeségük

A kapcsoló típusa	Alkalmazási csoport			Névleges kikapcsolóképeség $\cos \varphi = 0,35$ $U = 380 \text{ V}$ $f = 50 \text{ Hz}$ (Megszakítóképeség)
	AC ₁	AC ₂ , AC ₃	AC ₂ AC ₄	
DIL 00-52	20	8,5	5	120
DIL 0-52	35	16	11,5	160
DIL 2v-22	80	36	30	720
DIL 2-22	90	57	43	970
DIL 3-22	140	85	57	1300
DIL 4-22	260	142	85	2500
DIL 6-22	315	204	142	2500

F.5.27. táblázat

Hőkioldó (BH típusú) sorozat tagjai és beállítási áramtartományai

Típusok	Motorvédő- és irányváltókapcsolókhoz, A	Csillag-háromszög kapcsolókhoz, A
BH 0	0,34...0,6 0,6...1 1...1,7 1,7...3 2,6...4,6 4,5...8 7,4...13 9...16 14,5...21 16...25	1,7...2,9 2,9...5,2 4,5...8 7,8...14 13...22,5 15,5...27,5 25...36,5 28...43
BH 2v	22,8...40	39,5...69
BH 2	36...63	62...109
BH 3	58...100	100...173
BH 4	92...160	159...277
BH 6	144...250	248...430
BH 8	172...300	300...525

Megjegyzés: A hőkioldót a motor névleges áramerősségére kell beállítani.

DIL típusú mágneskapcsolóból és BH típusú hőkioldóból kialakított motorvédő-kapcsoló típusok

A hőkioldó beállítási áramhata, A	DT és DTL motorvédő-kapcsoló						DTI és DTIL irányváltó motorvédő-kapcsoló						DTC és DTCL csillag-delta motorvédő-kapcsoló						A hőkioldó beállítási áramhata, A Y/Δ					
	00	0	2v	2	3	4	00	0	2v	2	3	4	00	0	2v	2	3	4		6				
	csak DT						csak DTI						csak DTC											
0,34... 0,6	×	×					×	×					×	×										
0,6 ... 1	×	×					×	×					×	×										
1 ... 1,7	×	×					×	×					×	×										1,7... 2
1,7 ... 3	×	×					×	×					×	×										2,9... 5,2
2,6 ... 4,6	×	×					×	×					×	×										4,5... 8
4,5 ... 8	×	×		×			×	×		×			×	×		×						×		7,8... 14
7,4 ... 13		×		×				×		×				×		×						×		13 ... 22,5
9 ... 16		×		×				×		×				×		×						×		15,5... 27,5
14,5 ... 21		×		×				×		×				×		×						×		25 ... 36,5
16 ... 25		×		×				×		×				×		×						×		28 ... 43
22,8 ... 40		×		×				×		×				×		×						×		39,5... 69
36 ... 63		×		×				×		×				×		×						×		62 ... 109
58 ... 100		×		×				×		×				×		×						×		100 ... 173
92 ... 160		×		×				×		×				×		×						×		159 ... 277
115 ... 200		×		×				×		×				×		×						×		200 ... 350
																								248 ... 430

Megjegyzés: A ×-tel jelölt területen található a kialakított típusok. A hőkioldót a motor névleges áramerősségének értékére kell beállítani. Ikerfémrelé alkalmazása esetén a relét biztosítóval kell sorba kapcsolni, hogy a relét megvédjék a zárlati áram veszélyes hatásaitól.

F.5.29. táblázat

Kis teljesítményű, D (Diazed) rendszerű biztosítók nagysága és színjelei

A biztosítóaljzat		A biztosítóbetét*	
névleges áramerőssége, A	menet-mérete	névleges áramerőssége A	színjele
25	E 16 vagy E 27	2	rózsaszín
		4	barna
		6	zöld
		10	vörös
		16	szürke
63	E 33	20	kék
		25	sárga
		35	fekete
100	C 1 1/4"	50	fehér
		63	réz
		80	ezüst
200	C 2"	100	vörös
		125	sárga
		160	réz
		200	kék

* A biztosítóbetétek felosztása kioldási idő szerint:

- gyors kioldadású (Do);
- késleltetett (lomha) kioldadású (Dol).

F.5.30. táblázat

Olvadóbiztosítók fontosabb kioldási adatai

A kioldás oka	Kioldási idő, s	I_{max}/I_n	
		gyors	késleltetett (lomha)
Zárlat	0,1	6	15
Túlterhelés (pl. indítás)	1	5	7
Érintésvédelem	5	3	4
Fokozott érintésvédelem	2	4	5

F.5.31. táblázat

Nagy teljesítményű késes olvadóbiztosítók. Nm típusú biztosítóaljzatok jellemzői

Jellemzői	Az aljzat nagysága				
	Nm 00*	Nm 0*	Nm 1	Nm 2	Nm 3
Névleges feszültség, V	500	500	500	500	500
Névleges áramerősség, A	125	160	250	400	630
Csatlakozócsavar mérete, mm	M 8	M 8	M 10	M 12	M 16

* A két méretnagyságban Nm 00–III és Nm 0–III típusjellel háromfázisú biztosítóaljzatot is gyártanak a háromfázisú hálózatok részére.

Nagy teljesítményű késes olvadóbiztosítók olvadóbetétjeinek adatai

Olvadóbetét	Névleges áramerősség, A	Megszakító képesség, I_{ctt} , kA (500 V feszültségnél)
SNOL 00	6, 10, 16, 20, 25, 35, 50, 63	50
SNOL 0	6, 10, 16, 20, 25, 35, 50, 63, 80, 100	50
SNOL 1	10, 25, 35	100
SNOL 2	50, 63, 80, 100, 125, 160, 200	100
SNOL 3	250, 315, 400	100
SNOL 3	500	80
SNOL 3	630	50
NOLG 00	10, 16, 20, 25, 40, 50, 63, 80, 100, 125	50
NOLG 0	10, 16, 20, 25, 40, 50, 63, 80, 100, 125, 160	100
NOLG 1	25, 40, 50, 63, 80, 100, 125, 160, 200, 250	100
NOLG 2	40, 50, 63, 80, 100, 125, 160, 200, 250, 315, 400	100
NOLG 3	315, 400, 500, 630	100
VNOLG 00	10, 16, 20, 25, 40, 50, 63, 80, 100, 125	50
VNOLG 0	10, 16, 20, 25, 40, 50, 63, 80, 100, 125, 160	50
NOSi 1	50, 100	100
NOSi 2	150, 200, 250	100
NOSi 3	300, 350, 400	100

F.5.33. táblázat

Összetartozó Nm típusú biztosítóaljzatok és olvadóbetétek

típusa	Az aljzat	
	névleges áramerőssége, A	Beszerezhető olvadóbetét típusjele*
Nm 00	125	SNOL 00, NOLG 00, VNOLG 00
Nm 0	160	SNOL 0, NOLG 0, VNOLG 0
Nm 1	250	SNOL 1, NOLG 1,
Nm 2	400	SNOL 2, NOLG 2,
Nm 3	630	SNOL 3, NOLG 3
Nm 00–III	3×125	SNOL 00, NOLG 00, VNOLG 00
Nm 0–III	3×160	SNOL 0, NOLG 0, VNOLG 0

* Az olvadóbetétek *késleltetett (lomha)* (SNOL), *kombinált* (NOLG, VNOLG) és *igen gyors* (NOSi) kivételben készülnek. A különböző nagyságú biztosítóaljzatokhoz jelenleg gyártott betétek típusjelét e táblázat adja. Az egyes betétek névleges áramerősségeit és megszakítóképeségeit külön katalógusok tartalmazzák. A kombinált olvadóbetétek a névleges áramértékek néhányszorosáig [$I_{\bar{n}} \leq (4 \dots 7) I_n$] késleltetett (lomha) és ennél nagyobb [$I_{\bar{n}} > (4 \dots 7) I_n$] áramerősség esetén gyors jelleggörbékűek.

Műanyag és gumiszigetelésű vezetékek alapterhelése, A (amper) (25 °C környezeti hőmérsékleten)

Vezetőkereszt- metszet, mm ²	A csoport		B csoport		C csoport	
	Réz	Alu	Réz	Alu	Réz	Alu
0,5	7	—	10	—	13	—
0,75	10	—	13	—	16	—
1,0	12	—	16	—	20	—
1,5	16	13	20	17	25	22
2,5	20	16	27	21	34	27
4	27	21	36	29	45	35
6	35	27	47	37	57	45
10	48	36	65	51	78	61
16	63	51	87	68	104	82
25	83	69	115	90	137	107
35	110	86	143	112	168	132
50	140	110	178	140	210	165
70	175	140	220	173	260	205
95	215	175	265	210	310	245
120	255	205	310	245	365	285
150	295	235	355	280	415	330
185	340	270	405	320	475	375
240	400	300	480	380	560	440
300	470	375	555	435	645	510
400	570	450	690	540	770	605
500	660	530	820	640	880	690

A csoport: Szerelt vezetékek rossz hűlési viszonyok közepette (egyszerű főáramkörű vezeték vakolat alá helyezett védőcsőbe szerelve, vezetékszámától függetlenül; ötnél több egyerű, főáramkörű vezeték szabadon elhelyezett védőcsőbe vagy vezetékcsatornába szerelve; kilencnél több egyerű, főáramkörű vezeték, kötegelt szereléssel; ötnél több erű, közös köpenyű főáramkörű vezeték);

B csoport: szerelt vezetékek közepes hűlési viszonyok közepette (vakolatba helyezett vagy falra ragasztott vezeték; legfeljebb öterű, közös köpenyű, főáramkörű vezeték; egyszerű főáramkörű vezeték rögzítetten szerelve; legfeljebb öt egyszerű, főáramkörű vezeték szabadon elhelyezett védőcsőbe vagy csatornába szerelve; egyszerű, főáramkörű vezeték terített szereléssel, ha több síkban történik a szerelés, és a vezetéksorok között legalább a legnagyobb vezetékátmérőnek megfelelő távolság van; közös köpenyű segédáramkörű vezeték; egyszerű segédáramkörű vezeték védőcsőben, vezetékcsatornában vagy kötegelt szereléssel);

C csoport: szerelt vezetékek jó hűlési viszonyok közepette (egyszerű, főáramkörű vezeték szabadon szerelve; egyszerű segédáramkörű vezeték rögzített, szabad, vagy terített szereléssel).

F.5.35. táblázat

Műanyag és gumiszigetelésű vezetékek alapterhelésének módosító tényezői a környezeti hőmérsélettől függően

Környezeti hőmérséklet, °C	Szorzótényezők	
	M vezeték	G vezeték
10	1,18	1,15
15	1,12	1,10
20	1,06	1,05
25	1,00	1,00
30	0,94	0,93
35	0,88	0,85
40	0,82	0,75
45	0,75	0,65
50	0,67	0,53
55	0,58	—

Megjegyzés: M műanyag szigetelésű, G gumiszigetelésű vezeték.

F.5.36. táblázat

Műanyag és gumiszigetelésű vezetékek alapterheléseinek módosító tényezői a vezeték (ér) számától függően

Vezetékszám	Szorzótényező
4*	0,92
5*	0,84
6	0,75
9	0,61
12	0,58
15	0,55
20	0,51
25	0,46
30	0,42
35	0,40
40	0,38
45	0,36

* Háromfázisú, négy- vagy ötvezetékes rendszer esetén nem kell módosító tényezőt használni.

Legkisebb megengedett vezető-keresztmetszetek

A vezetők alkalmazási területe	Legkisebb megengedett keresztmetszet, mm ²	
	réz	alumínium
Lámpatestekbe húzott vagy ezeken rögzítetten szerelt vezetékek	0,5	1,5
Függőzsinórok, könnyű szerkezetű gumitömlő-vezetékek, továbbá hordozható fogyasztókészülékek, mindkét végén oldhatóan csatlakozó vezetékek	0,75	1,5*
Csőbe szerelt szigetelt vezetékek és kábelszerű szigetelt vezetékek	1,0	1,5
Szigetelőkre szerelt vezetékek, ha a felerősítőhelyek távolsága 1 m-nél nem nagyobb,	1,0	1,5
ha a felerősítőhelyek távolsága 1 m-nél nagyobb, de 3 m-nél kisebb,	2,5	4,0
ha a felerősítőhelyek távolsága 3 m-nél nagyobb, de 6 m-nél kisebb,	4,0	6,0
ha a felerősítőhelyek távolsága 6 m-nél nagyobb, de 15 m-nél kisebb	4,0	10,0
Csúsz vezeték 20 m feszítőközéig	4,0	10,0
Fővezeték mérőig	4,0	6,0
Biztosító- és elosztótáblában	0,5	2,5
Védőcső nélkül, falban és falra ragasztva	1,0	1,5

* Vagy a vonatkozó termékszabvány szerint.

F.5.38. táblázat

Nullavezető keresztmetszete

Fázisvezető, mm ²	Nulla- (középső) vezető és nullázóvezető, mm ²
16	16*
25	16
35	25
50	25
70	35
95	50
120	70

* A fővezeték nullavezetőjének keresztmetszete 16 mm²-ig egyezik a fázisvezetőével, ezen felül a táblázat szerint kisebb is lehet. Az ötödik (védő) vezető keresztmetszete egyezik a nullavezetőével.

F.5.39. táblázat

Az indító-áramlökések megengedett időtartama

Vezető keresztmetszete, mm ²	Felfutási idő, s
6-ig	4
10... 25	8
35... 50	15
70... 150	30
185...-től	60



Név- és tárgymutató

A, Á

abszolút áramvonal 274
— fekete test 526
— nyomás 219
abszorpciós hűtőgépek 515
adiabatikus folyamat 378
— irreverzibilis állapotváltozás 394
— munka 378
— rendszer 365
— reverzibilis állapotváltozás 391
admittancia 606
affinitás törvénye 286
akciós fokozat (gőzturbina) 430
akciós turbinák (gőz) 442
alapidimenziók 23
alapegység 23
alapmennyiség 23, 25
állandó veszteségek 128
állandósult áramlás 229
állapotjelzők 365
állapotváltozások 389
állócsiga 74
általános *Ohm*-törvény 596
alulcsapott vízikerek 257
Ampère 565
ampere 566
AMR 7
analóg folyamatok 790
aneroid 227
angström 31
áramerősség 547
áramlás (folyadék) 209
áramlási veszteség 238
áramlástechnikai gépek 207, 252
áramvektor 586

áramvonal 235
armatúra 697
— visszahatás 703
Áron-kapcsolás 626
aszinkron motorok 651
átfolyás 244
átívelés 561
átlagos hatásfok 132
átmeneti üzemállapot 784
atmoszféra 216
áttétel 87, 102
átütő feszültség 561
Atzler 63
Avogadro tétel 475
axiáldugattyús energiaátalakító 343
axiális járókerék 282

B

Babcock—Wilcox (BW) kazán 503
Bánki 5, 6, 7, 480, 805
— -turbina 318
bar 216
barométer 224
belső égésű motorok 455
— ellenállás 548
— energia 365
— hatásfok 409, 433
— hőésés 409
— szállítómagasság 270
— teljesítmény 409
— vezérlőmű 413
bemenőjel 785
Bernoulli-egyenlet 234
beruházási költségek 139

bevezetett teljesítmény 111
billenőnyomaték 669
biztonsági szelep 231
Bláthy 629, 808, 819, 823, 824
Borda-féle veszteség 255
Bourdon-féle nyomásmérő 226
búvárdugattyú 217
bütykös tárcsa 413
by-pass 301

C

Carnot-körfolyamat 400
centrifugális inga 172, 770
centripetális erő 170
– gyorsulás 170
CGS mértékegység-rendszer 26
Coriolis-gyorsulás 183
Cornwall-kazán 501
Curtis-fokozat 432
Coulomb-törvény 557
– turbina 434

Cs

csap 231
csavarányomaték 94
Cserháti 803
csigahajtás 99
csigaházaz szivattyú 265
csigasor 89
csillag-háromszög indítás 618
csillagkapcsolás 618
Csonka János 805
csoporthajtás 777
csőelágazás 229
csőív 253
csősúrlódás tényezője 249
csővezeték jelleggörbéje 251, 272
csőzáró szerkezetek 231
csúcserőmű 490
csúszás 358
csúszógyűrűs motorok 679
csúszólapátos energiaátalakító 342

D

Dahlander-féle tekercselés 690
Dalton-törvény 454
darabáru 122
depresszió 219
Déri 629, 808, 810, 819, 822, 824
diamágneses anyagok 570
dielektromos állandó 557, 558
Diesel-motorok 455, 464
differenciál nyomásmérő 225
diffúzor 239
digitális szimuláció 801
dimenzió 25
– nélküli mennyiség 280
dinamikus fékezés 712
– terhelés 153
diszponibilis esés 316
drop 640
dugattyú 217
dugattyúgyűrű 217
dugattyús gőzgép 407, 410
– kompresszor 332
– szivattyú 306
dugóhúzó szabály 563

E, É

Edison 822, 924
effektív hatásfok (gőzgépé) 409
effektív középérték 590
effektív teljesítmény (gőzerő-gépek) 409
egyenáram 547
egyenáramú fékezés 687
– gépek 697
– körök 547
– szaggatók kapcsolás 729
egyenértékű csőhossz 252
egyenletes áramlás 229
– körmozgás 169
– mozgás 69
– üzem 150
egyenlőtlenlégi fok (gépjárás) 167, (tér-
fogat) 314
egyfázisú aszinkron motorok 694
– soros gerjesztésű, kommutátoros 734
– transzformátorok 629
– váltakozóáram 583
egyfokozatú gőzturbina 434
– szivattyú 265

egyszeres működés 306
Einstein 814
elcsavarodás 92
elektrolitikus középérték 592
elektromágneses forgatónyomaték 668
– indukció 573
elektromos áram 547
– – hőhatása 556
– áramkör 547
– eltolás 557
– erőter 556
– teljesítmény 555
– térerősség 557
elektromotoros erő 548
ellenállás (mechanikai munka) 69
– elektromos 547
ellenáramú fékezés 686, 720
ellennyomású gőzgép 417
– gőzturbina 447
ellenőrző felület 254
ellensúly 119
elméleti folyadékáram 276
– szállítómagasság 270
elosztók 736
élőmotor 63
előregörbített lapát 276
előtétellenállás 683
elvételes gőzturbina 447
emelőgépek 114
emissziós állandó 526
energiaáram ábrája 105
energiaegyenlet 370
energiamérleg 111
energiaszalag 105
entalpia 234, 368
entalpiafüggvény 375
entrópia 383
entrópiafüggvény 384
Eötvös L. 813
érintésvédelem 748
erőgép 61
– jelleggörbéi 759
– szabályozása 768
erőjáték 70
erőtartó jelleg 760
Escher 806
Euler 588
évi határfok 132
excenter 177, 413
expanziós folyamat 364

F

fajhó 375
fajlagos ellenállás 549
– entalpia 368
– fogyasztás 134, 474
– gőzfejlesztés 410
– hőellenállás 522
– hővezető képesség 522
– hőkapacitás 375
– hűtőteltjesítmény 510
– jellemzők 210
– szelepterhelés 232
– térfogat 211
– vezetés 549
fajsúly 211
Fahrenheit 516
farad 558
Faraday 809, 823
fázisfeszültség 618
fázisforgatás 644
fázisjavítás 742
fázisjavító kondenzátor 744
fáziskülönbség 586
fázistényező-javítás 741
feketeségi fok 527
fékezés 141, 685
fékezőerő 82
féküzem 686
félaxiális járókerék 267, 282
feltöltés (motor) 465
felvonó 118
fém nyomásmérő 226
ferde pályán vontatás 80
ferdetárcsás energiaátalakító 342
feszültség 548, 558
Fick-törvény 790
Fink-féle gyűrű 322
fizikai atmoszféra 216
– mennyiségek 23
fluktuáló mező 695
fluxus 563
fogaskerékes energiaátalakítók 343
fogaskerékajtás 98
fojtás 398
fojtási görbe 283
fojtásos körfolyam 353
– szabályozás 298
fojtószelep 351
fojtótekerics 578

fokozat (gőzturbina) 428
 fokozatcsoport 435
 folyadék entalpiája 234
 — nyomása 215
 folyadékok 209
 folyadékszállítás egyenlőtlensége 309
 folyadéktest 228
 folytonos üzem 122
 fordulatszám 90
 fordulatszám-változtatás (háromfázisú
 aszinkron motor) 687
 fordulatszám-változtatásos szabályozás
 (szivattyú) 299
 forgásirányváltás 685
 forgatónyomaték 91
 forgattyúcsap 177
 forgattyús hajtómű 175, 192
 forgó fluxus 657
 — mágneses mező 654
 — mozgás 90, 96
 — síkvektor 585
 forgódugattyús motorok 471
 formatényező 527
Fourier-törvény 790
 fűvő 328
 fűtőérték 497
 fűtőfelület 494

G

galvánelemek 548
Ganz 818
Gauss 26, 820
 gauss 564
 gázállandó 372
 gazdaságos terhelés 126
 — töltés (gőzgép) 414
 gazdaságosság 137
 gázgenerátor 480
 gázturbinák 481
 gázturbinás sugárhajtómű 492
 generátoros fékezés 711
 generátorüzem 659, 686
 geodetikus szívómagasság 305
 gép 56, 107
 gépcsoport 61, 107
 — üzeme 457
 gépek statikus üzeme 759
 gépelemek 60

gépészmérnök munkaköre 64
 gerjesztési törvény 565
 gerjesztőtekercsek kapcsolása 705
Giorgi 29
Góhér 809, 823
 golyós szelep 231
 gördülési ellenállás 77
 gőzáram befolyásolása 444
 —, lapátrácsé 424
 gőzkazánok 494, 501
 gőzmotorok 419
 gőzsugár-légszivattyú 453
 gőzturbina 408, 419, 481
 gőzturbina-fajták 446
 — fokozat 428
 — k fokozatszám 448
 grafoanalitikus módszerek 800
Greschik 6
Gruber 7
Guillett 58

Gy

gyorsító lapátrács 420
 gyorsítóerő 142
 gyorsulás 141
 gyorsuló vízoszlop 233
 gyújtás 459
 gyújtófej 479

H

hajlítónyomaték 92
 hajtóerő 69
 hajtórúd 177
 haladó mozgás 72
 hangtompító dobok 332
 háromfázisú aszinkron motorok felépítése
 658
 — indukciós szabályozó 693
 — rendszerek 614
 — tekercselés 652
 — transzformátor 642
 — váltakozóáramok 614
 háromhengeres dugattyús szivattyú 310
 háromszögkapcsolás 620
 hasznos teljesítmény 111, 271
 hasznosítható esés 316
 haszonfékezés 685

határszög 82
 határturbina 318
 hatásfok 111, 127
 hatásvonalak 785
 hatfázisú rendszer 626
 hátragörbített lapát 276
Heller—*Forgó*-féle kondenzációs rendszer 453
 helyettesítő áramkörü elemek 552
 — kapcsolási vázlat 634, 661
 hengeres kazán 501
 — tolattyú 413
Herrmann 5, 6, 803
 hideg gőzök 511
 hidraulikai feltétel 291
 — hatásfok 272
 hidraulikailag síma 249
 hidraulikus hengerek 343
 hidrodinamikus átvitel 354
 — hajtóművek 354
 — nyomatékváltó 355
 — tengelykapcsoló 357
 hidromotor 342
 hidrosztatikus hajtóművek 339
 — körfolyamat 348
 — teljesítményátvitel 339
 hiszterézisgörbe 570
 hiszterézisveszteség 637
 holtpont 177
Hooke-féle törvény 188
 hőátadás 524
 hőátbocsátás 529
 hőcserélési tényező 487
 hőelvonás 378
 hőerőgép 361
 hőésés 408
 hőésésviszony 431
 hőfeszültség 533, 539
 hőközlés 378
 hőmennyiség 366
 hőmérséklet-vezetési együttható 533
 hőszivattyú 517
 hőtágulási együttható 539
 hőterjeszkedés 539, 541
 hővezetés 521
 hőviszanyerés 68
 hurkos tekercselés 700
 húzómágnes 581
 hűtőgépek 509
 hűtőléggép 513

I

ideális folyadék, 209
 — gáz állapotegyenlete 372
 — gázállapot 376
 — gép 110
 idealizált jelleggörbe 278
 idomdarabok 250
 időálló 764
 időfüggvények 585
 időszakos üzem 153
 időtartam-szilárdság 520
 ikergőzgép 417
 ikerszivattyú 310
Ignier—*Leonard*-rendszer 155
 impedancia 596
 impulzus 252
 indikált középnyomás 414, 461, 465
 indikátor 187
 indikátordiagram 187, 308, 411, 458, 465
 indítás időszaka 141
 indítási áram 661
 indító-ellenállás 679
 indítónyomaték 357, 669
 indítótranszformátor 682
 indítóvezeték 292
 indukciós motorok 651
 — szabályozó 693
 indukciótörvény 574
 induktív reaktancia 593
 induktivitás 593
 inerciányomaték 157
 invariáns 280
 ipszilonkapcsolás 618
 irányváltó kapcsoló 685
 irreverzibilis folyamat 381
 izentropikus állapotváltozás 333, 394
 — folyamat 384, 394
 — hőésés 408, 421
 — teljesítmény 408
 izobár 379
 — állapotváltozás 390
 izochor állapotváltozás 389
 izotermikus állapotváltozás 333, 390
 izzófejes motor 479
 izzógyertya 479

J

járókerék 264
járomfluxus 643
Jedlik 812
jéggyártás 517
jelleggörbe 478
jellemző fordulatszám 281
Jendrassik 814
joule 71, 92, 107
Joule hő 555
— törvény 556

K

kagylódiagram 287
kagylós tolattyú 413
kalickás motorok 681, 684
kalória 34
kalorikus gépek 361
Kandó 808, 814, 816
kapacitás 558, 594
Kaplan-turbina 325
kapocsfeszültség 548
karát 31
karburátor 480
Kármán 803
kavitációs szám 305
kazán határfoka 497
kényszerített löketű gépek 197
kerékcirkuláció 275
keresztfej 177
kerületi erő 90, 428
— erők ábrája 193, 469
— gyorsulás 164
— határfok 429, 433
— munka 429
— sebesség 90
kétfázisú aszinkron motor 696
kétfokozatú kompresszor 337
kéthengeres dugattyús szivattyú 310
kétirányú folyadékszállítás a csövezetékben
273
kétkalickás motorok 683
két tengelyű gázturbina 491
kettős beömlésű járókerék 267
kettős működés 307, 411
kétütemű motorok 455, 466
keveredő áramlás 249

kézi hajtás 115
kézi szabályozás 770
kézifecskendő 228
kiegyenlítőmedence 214
kifolyási sebesség 243
— tényező 245
kihasználási tényező 452
kilépési veszteség, víz 252
— — gőz 434
kimenőjel 785
kinetikai energia 148, 157, 161
kipufogólöket 460
kipufogós gőzgép 416
Kirchhoff-törvény 55
— (általánosítása) 598
kisfeszültségű villamos hálózatok 736
kommutátor 697
kompaund gőzgép 417
— gerjesztés 706
kompenzálás 743
kompenzáló tekercs 703
komplex vektor 588
kompresszibilitás 373
kompresszióviszony 458, 486
kompresszor 328
— nélküli Diesel-motorok 465
kompresszoros hűtőgépek 510
kondenzációs berendezések 450
— gőzgép 417
— gőzturbina 447
kondenzátorok 558
kondenzátszivattyú 450
konduktancia 549
konduktivitás 549
konfúzor 239
kontinuitás törvénye 228
kontrakciótényező 244
konvektív hőközlés 524
kopogás 459
Kovács—Desmur 7
kölcsonös indukció 577
König 5
könyökös tengely 177
köpenytranszformátor 641
kördiagram 603, 672
körfolyamatok 398, 401, 406, 455, 481, 509
körfrekvencia 584
körhagyótárcsa 177
körmozgás 90
kötéldob 89

közlőmű 61
központi parabola 286
közvetett szabályozás 775
közvetlen szabályozás 770
kritikus nyomásviszony 425
– *Reynolds*-szám 249
kulisszás hajtómű 175
kúpkerékpár 99
kúszás 519
különhajtás 761
külső gerjesztés 705, 715
Kürschák 5

L

labilis ágú szivattyú 289
lábszelep 231
lamináris áramlás 249
lánchajtás 100
láncszemtranszformátor 641
lapátátvételi szám 277
lapátcirkuláció 275
lapátosztás 276
lapátrács (gőzturbina) 420
lapátszög 276
lapáttípusok 276
Laplace-transzformáció 793
lassítás 141
látszólagos teljesítmény 608
Laval-cső 427
– -turbina 434
légcsovar 491
légköri nyomás 218
légnymásmérő 224
légrésteljesítmény 677
légrítítás 227
légszivattyú (gőzturbinához) 453
légűr 219
légüst 307, 312
lendítőkerék 167, 195
lendítőnyomaték 160
lengő rendszer 191
lengőlap 200
Lenz-törvény 576
lépcsős szabályozás 302
leválási veszteségek 242
lineáris középérték 591
lőerő 34
löket 175
lüktető mágneses mező 655

M

mágneses anyagok 570
– indukció 563
– körök 571
– *Ohm*-törvény 568
– permeabilitás 566
– tér 563
– térerősség 566
magtranszformátor 641
manometrikus szállítómagasság 270
matematikai modell 790
Maxwell 25, 808
mechanikai hatások 271, 409
– munka 69
– teljesítmény 84, 93
Mechwart 805, 812, 816, 818, 823
meddő teljesítmény 608, 741
megcsapolásos gőzturbina 447
– szabályozás 300
megcsúszás 96, 103
megfutas 768
megkerülővezetékes szabályozó 301
melegedési sebesség 532
mélyhornyú motorok 249
membrán 217
menetábra 141
menyiségi egyenletek 41
– szám 280
merev áttétel 99
– kapcsolat 96
mérlegdinamó 95
mérnöki gondolat 52
mérőtranszformátor 611
mértékegység 23, 26
mezőgyengítés 714, 721
Michel 806
Michelson 813
MKSA rendszer 26
modellalkotás 787, 799
módosítás 87, 96, 357
moláris gázállandó 372
motor-tüzelőanyagok 474
motorüzem 659
mozgási energia 148, 157, 161
mozgatóerő 69
MSVA rendszer 26
munkagép 61
munkalöket 460
munkapont 289

munkasebesség 107
munkaterület 74, 108
műszaki gondolatmenet 52
műszaki mértékegység-rendszer 26

N

napi hatások 132
négyütemű *Diesel*-motor 464
— motor 456
— gázmotor 456
— *Otto*-motor 457
négyvezetékes rendszer 622
négyzetes középérték 590
nehézségi gyorsulás 143
nem-newtoni folyadék 210
Nerst 814
névleges teljesítmény 110
newtoni folyadék 210
normál lapát 276
— pont 284, 288
NPSH 305
nullapont 618
nullavezető 623
nullázás 752
Nusselt-szám 524

Ny

nyitott rendszer 2
nyomás 215
— -egyenlőtlenség 219
— -esés 225
— -határoló 352
— -ingadozás 311
— -lefolvás 437, 446
— -magasság 236
— -mérők 222
— -szám 280
— -viszony-függvény 424
nyomatékkáttétel 356
nyomatéktényező 347
nyomatékvonal 677
nyugalmi indukció 575

O

oersted 566
Ohm törvénye 548, 596
ohmos ellenállás 592

Onsager-elv 790
Otto-motorok 455, 457, 467

Ö

ömlesztett szemcsés anyagok 122
önfelszívó 291
önindukció 576
önköltség 137
önműködő szabályozás 770
— szelep 231
örökmozgó 110
örvényáram 580
örvényelven működő gépek 263
örvényszivattyú 264
— indítása 290
— jelleggörbéi 283
— párhuzamos kapcsolása 296
— soros kapcsolása 295
— szabályozása 298, 303
összehúzóási tényező 244
összetett áramkör 550
összjelzés 271

P

paramágneses anyagok 570
párhuzamos gerjesztésű motor 707
— kapcsolás (impedanciák) 605
— mágneses kör 569
Parsons-szám 431
pascal 216
Pattantyús-Ábrahám Géza 5, 807, 823
Pattantyús-Ábrahám Imre 5, 803
Pelton-turbina 261, 315
perdülettapadási tényező 278
perdületmentes belépés 277
periódusszám 584
permanencia 569
permanens mágnes 563
permeabilitás 566
permittivitás 557, 558
perpetuum mobile 110
planiméter 74
pneumatikus szállítóberendezés 125
poise 34
politrop állapotváltozás 334
póluspárok számának változása 690
porlasztó 480, 501
porszéntüzelés 499

potenciál 558
Pöschl 4, 803
Prandtl-szám 525
Prasil 806
prefixum 24
primer tekercs 629
Proell 775
Prony-fék 95
propellerturbina 325

R

radiális járókerék 264, 276
Rados 5
rázócsatorna 201
reakciófok (gőzturbina) 429
reakciós fokozat (gőzturbina) 430
— turbinák (víz) 321, (gőz) 442
reaktancia 593
reálgázfaktor 373
redukált szivattyú-jelleggörbe 294
— tömeg 33, 40
redukció 635
regulátor 11
Rejtő S. 5, 803
rektifikátor 515
relatív áramlás 274
— permittivitás 557
reluktancia 568
rendszer 363, 801
rendszer technika (szemléletmód) 786
rendszer vizsgálatok 801
réstúlnyomásos turbina 321
résvesztesség 38
resziver 17
réteges áramlás 249
reverzálás 685
reverzibilis expanzió 39
Reynolds-szám 248, 525
rezisztencia 548
rezisztivitás 549
rezonanciajelenségek 13, 84
résvesztesség 637
római mérleg 93
Roots-fúvó 329
rostély 499
rövidre zárt forgórészű motorok 681
rövidzárási mérés 665
rugóálló 188

rugóerő munkája 188
rugóterhelésű szabályozók 774

S

Sályi 7, 8
sebességábra (gőzturbinára) 431
sebességfok (gőzt.) 432
sebességháromszög 274
sebességmagasság 236
sebesség szabályozás 770
sebességtartó jelleg 760
segédfázis 695
segédpólus 703
Segner 820
serleges elevátor 122
SI-egységek 29
Siemens 813, 822
siemens 549, 606
siklópálya 120
sorba kapcsolt ellenállás 596
soros gerjesztésű motor 716
— mágneses kör 571
söntgerjesztés 705
specifikus gázállandó 373
stacionárius áramlás 229
statikus szállítómagasság 271
Stefan—*Boltzmann*-törvény 526
Steinmüller-kazán 503
Stodola 805, 806
— összefüggés 437
stacionárius üzem 150
statikus szállítómagasság 271
stokes 34
sugárzás (hőátadás) 526
súlyerő 143
súrlódás mint hajtóerő 200
súrlódási erő 75
— hő 95
— szög 82
— tényező 76
— veszteségek 217
súrlódó kerékpár 97
sűrűség 211

Sz

szabad kifolyás 244
— kifutás 155
— löketű gépek 197

szabad sugár 242
— turbina 315
szabályozófokozat 442
szakaszos terhelés 765
szállítási fok 331
szállítóberendezések 124
szállítógépek 122
szállítószalag 122
szállítómagasság 268, 277
számértékegyenletek 23, 45
származtatott mennyiség 23
szekunder tekerccs 629
szelep 231
szélerőgépek 327
szemcsés anyagok 209
széntüzelés 499
szigetelőanyagok 562
szíjhajtás 100
szilárd tüzelőanyagok 498
szilárdsági méretezés 73
szimulációs vizsgálatok 801
szintmagasság 236
szivattyú (örvény) indítás 290
— -járókerek 282
— nélküli hűtőgépek 526
— összhatófoka 272
—, örvény párhuzamos üzeme 296
—, — soros üzeme 295
—, — szabályozása 298
szívócső 321
szívógázmotorok 480
szívóképesség 303
szlíp 96, 358, 660, 675, 688
szlípiskála szerkesztése 675
szöggyorsulás 163
szögsebesség 90
szögsebesség-állandó 347
szűkítési tényező 276

T

takarékkapcsolású transzformátorok 649
tandem gőzgép 417
tápszivattyú 496
tárcsás dugattyú 217
tárcsasúrlódás 269
tárolómedence 214
technikai atmoszféra 216
— munka 369
teheremelés 73

teherülllesztés 75
tehervontatás 80
tehetetlenségi nyomatok 157
tekerccselési tényező 654
— vázlat 652
tekerccsvesztés 637
telített gőznyomás 303
— gőzös turbinák 449
teljes nyomás 219
— terhelés 110
teljesítmény 92, 624
— -szám 281
— -tartó jelleg 760
— -tényező 609
tengelyteljesítmény 666
térfogatáram 211
térfogatkiszorítás elvén működő gépek 263
terhelőáramok 613
termikus állapotegyenlet 372
— energia 365
termodinamika első főtétele 371
— második főtétele 380
területi középérték 591
területmérő 74
Tesla 819, 822
Thales-tétel 602
tirisztor 689
tirisztoros feszültség szabályozó 691
tolattyú 413
Tolle 775
tolózár 231
torr 31
torziós dinamométer 95
többfázisú váltakozóáramok 614, 626
többfokozatú gőzturbina 442
többhengeres gépjárműmotorok 469
többlépcsős szivattyú 266
tökéletes gép 110
tömegáram 212
tömítőszelence 217
transzformátor 629
— áttétele 631
— hatásfoka 646
— párhuzamos üzeme 649
— szerkezete, egyfázisú 641
— — háromfázisú 645
transzmissziós tengely 418
triplex gép 310
trochoid 472
T-s diagram 387

túlhevítő 494
túlnyomás 218, 227
túlterhelhetőség 154
turbótöltő 466
turbulens áramlás 249
tüzelőanyagok 474, 478, 497
tüzelőberendezések 497

U

U-csöves nyomásmérő 223
újrahevítéses gőzturbinák 449
univerzális gázállandó 372
— motor 735

Ü

üresjárás 126 (trafó) 636
üresjárási mérés 664
— veszteségek 128
üzem gazdaságossága 137
— stabilitása 761
üzemterv 108, 132

V

vákuum 219
változó veszteségek 128
váltakozó áram teljesítménye 606
váltakozó feszültség 583
vasveszteség 731
védőföldelés 751
véges lapátszám 279
végforgattyú 177
végtelen hajtórúd 177
— sűrű lapátozás 277
vegyes gerjesztésű motorok 706, 721
ventillátor 328
Venturi-mérő 239
Verebely 6, 803, 817
veszteség 111, 126
veszteségmagasság 238, 251
veszteségtényező 112, 238, 248
— lapátrácsé 423
vezérelt egyenirányító 689

vezérlőmű 413 (gőzgépé)
vezetékveszteség 742
vezetőkerék 267
villamos gépek 545
— hálózatok 736
— szilárdság 561
— tengely 694
viszkozitás 210
visszacsapószelep 231
visszatápláló fékezés 711
visszavezetés elve 775
vízcsöves kazánok 503
vízgépek 262
vízgőz 404, 406, 506
— *i-s* diagramja 404
— *i-t* diagramja 403
— körfolyamata 377
— telítési görbéje 451
vízikerék 257
vízoszlop gyorsulása 233
vízsugár-légszivattyú 453
vízszállítás görbéje 213
vízszolgáltatás 212
víztest 228
víztorony 250
volumetrikus hatásfok 272
— működés 407
vonali feszültség 618
vontatás munkája 77

W

Ward—Leonard-hajtás 706, 724
Watt 418
watt 84, 107
Weber 564
Westinghouse 824
Wheatstone 813
Wien-törvény 526
Worthington-szivattyú 197

Z

zárlati áram 661
zárt rendszer 363
zegzug-kapcsolás 644
Zipernowsky 5, 6, 29, 808, 810, 819, 822

JEGYZET

JEGYZET

JEGYZET

A vállalatok, kutató- és tervezőintézetek, költségvetési szervezetek szolgálatában a

MŰSZAKI KÖNYVKIADÓ

vállalja

GYÁRTMÁNYISMERTETŐK, KATALÓGUSOK, ÉVKÖNYVEK,
TANULMÁNYOK, SZAKOKTATÁSI ANYAGOK,
PROPAGANDA KIADVÁNYOK

SZERKESZTÉSÉT,
NYOMDAI KIVITELEZÉSÉT
a kívánt minőségben.

*

*Legyenek ügyfeleink!
Ismertessék termékeiket
szakkönyveinkben
hirdetés formájában!*

*

Részletes felvilágosítás, tájékoztatás:

1014 Budapest, I., Szentháromság tér 1.
Levélcím: 1536 Budapest 114. Pf. 385.
Telefon: 160-860
Telex: 22-6490



Kiadja a Műszaki Könyvkiadó
Felelős kiadó: Fischer Herbert igazgató



82/1315 Franklin Nyomda, Budapest
Felelős vezető: Mátyás Miklós igazgató

Műszaki vezető: Kőrízs Károly
Műszaki szerkesztő: Márkus Bálint
A borítót és a kötést tervezte: Székely Edith
A könyv ábráit rajzolta: Csábi Józsefné, Koziel Miklósné, Hammer Judit
A könyv formátuma: B/5
Ívterjedelme: 83 (A5)
Ábrák száma: 624
Példányszám: 6050
Papír minősége: 75 g NDK famentes
Betűcsalád és -méret: Times, gm/gm és pt/pt
Azonossági szám: 41 897

MŰ: 3404-k-8385

Kézirat lezárva: 1982. június hó
Készült az MSZ 5601 és 5602 szerint

