

Képletgyűjtemény mechanikából I. (Statika-szilárdságtan)

a Műszaki mechanika tantárgy hallgatói számára

összeállította:

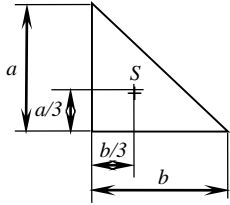
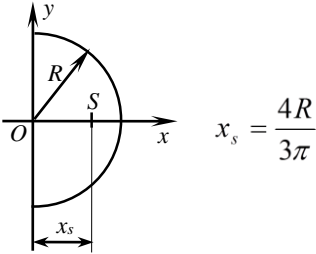
Dr. Kocsis László
főiskolai tanár



EDUTUS FŐISKOLA
A MODERN TUDOMÁNYOK
FŐISKOLÁJA

Műszaki Intézet
2013

Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Az erő tengelyre vett statikai nyomatéka	$M = F \cdot k$	F az erő k az erő karja	Pozitív, ha az órával ellentétesen forgat: \cup
Az erő pontra vett nyomatéka	$\underline{M} = \underline{r} \times \underline{F}$	\underline{F} az erő \underline{r} a pontból az \underline{F} hatásvonalához húzott helyvektor	
Az erő pontra vett nyomatékának nagysága	$ M = \underline{F} \underline{r} \sin\varphi = F \cdot k$	F az erő \underline{r} a pontból az \underline{F} hatásvonalához húzott helyvektor φ az \underline{F} és az \underline{r} által bezárt szög k az erő karja	
Erőpár nyomatéka	$M = F \cdot k$	F az erőpár alapja k az erőpár karja	Pozitív, ha az órával ellentétesen forgat: \cup
Síkbeli erőrendszer eredője	$[\underline{R}; \underline{M}_o]$	\underline{R} az eredő erő \underline{M}_o az eredő erőpár nyomatéka	$\underline{R} \perp \underline{M}_o \rightarrow$ $\underline{R} \cdot \underline{M}_o = 0$
Erőrendszer esetén az eredő erő	$\underline{R} = \sum_{i=1}^n \underline{F}_i$	Az erőrendszert alkotó (n db) erők vektorösszege	
Erőrendszer esetén az eredő erőpár nyomatéka	$\underline{M}_o = \sum_{j=1}^m \underline{M}_j + \sum_{i=1}^n \underline{r}_i \times \underline{F}_i$	$\sum_{i=1}^n \underline{r}_i \times \underline{F}_i$ az erők nyomatéka $\sum_{j=1}^m \underline{M}_j$ az erőpárok nyomatéka	
Egyensúlyi egyenletek síkbeli erőrendszer esetén	$\sum X_i = 0$ $\sum Y_i = 0$ $\sum_{(O)} M_j = 0$	$\sum X_i = \sum_{i=1}^n F_{ix} = R_x = 0$ $\sum Y_i = \sum_{i=1}^n F_{iy} = R_y = 0$ $\sum_{(O)} M_j = M_{oz} = 0$	

Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Síkidom súlypontjának a helyvektora	$x_s = \frac{\sum x_i A_i}{A}$ $y_s = \frac{\sum y_i A_i}{A}$	<p>A a síkidom területe</p> <p>A_i az egyes részsíkidomok területe</p> <p>x_i az egyes részsíkidomok súlypontjának x kordinátája</p> <p>y_i az egyes részsíkidomok súlypontjának y kordinátája</p>	
Derékszögű háromszög súlypontja			
Félkörlap súlypontja			
Az S súrlódóerő és az N normálerő közötti kapcsolat	Nyugvásbeli súrlódás esetén	$S \leq \mu_0 N$	μ_0 a nyugvásbeli súrlódás tényezője
	határesetben	$S = \mu_0 N$	μ_0 a nyugvásbeli súrlódás tényezője
	mozgásbeli súrlódás esetén	$S = \mu N$	μ a mozgásbeli súrlódás tényezője
Kötél két ágában ébredő erők közötti összefüggés az egyensúly határhelyzetében	$K = K_0 e^{\mu_0 \alpha}$	<p>$e=2.7128$</p> <p>μ_0 a súrlódási tényező a kötéll és a henger között</p> <p>α [rad] a felfekvő kötéلكerület középponti szöge</p>	

Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Zsuravszkij tételek	$V = V_o + \int_o^x p(x)dx$ $M = M_o - \int_o^x V(x)dx$	<p>V_o a nyíróerő kezdeti értéke</p> <p>M_o a hajlítónyomaték kezdeti értéke</p>	
Az egyszerű, rácsos szerkezetek rúdjaiknak és csuklóinak száma közötti összefüggés	$m = 2n - 3$	<p>m a rudak száma</p> <p>n a csuklók száma</p>	
A feszültségvektor komponensekkel	$\underline{\rho}_{-x} = \sigma_x \underline{i} + \tau_{xy} \underline{j} + \tau_{xz} \underline{k}$	<p>σ_x a normális feszültség (merőleges a felületre; indexe a felület normálisa)</p> <p>τ_{xy} és τ_{xz} a csúsztató feszültségek (felületbe eső komponensek; első index a felület normálisa, második a feszültség iránya)</p>	<p>$\sigma_x > 0$, ha a felületből kifelé mutat</p> <p>$\tau_{xy} > 0, \tau_{xz} > 0$, ha értelme azonos a tengelyével</p>
A feszültségi állapot mátrixa	$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yy} & \sigma_z \end{bmatrix}$	$\underline{\rho}_{-x} = \sigma_x \underline{i} + \tau_{xy} \underline{j} + \tau_{xz} \underline{k}$ $\underline{\rho}_{-y} = \tau_{yx} \underline{i} + \sigma_y \underline{j} + \tau_{yz} \underline{k}$ $\underline{\rho}_{-z} = \tau_{zx} \underline{i} + \tau_{zy} \underline{j} + \sigma_z \underline{k}$	
Az alakváltozási állapot mátrixa	$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2} \gamma_{yx} & \frac{1}{2} \gamma_{zx} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \varepsilon_y & \frac{1}{2} \gamma_{zy} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xz} & \frac{1}{2} \gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$	<p>$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ az x, y, z tengely irányú fajlagos nyúlások</p> <p>$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ az x, y, z irányokhoz tartozó fajlagos szögváltozások (indexek az eredetileg merőleges irányok)</p>	<p>$\varepsilon > 0$, ha az eredeti hossz nő</p> <p>$\gamma > 0$, ha az eredeti 90° csökken</p>
Fajlagos (hosszirányú) nyúlás	$\varepsilon_h = \frac{\Delta l}{l}$	<p>l a rúd tengelyirányú hossza</p> <p>Δl a megnyúlás mértéke</p>	
Összefüggés a rugalmassági modulusok között	$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$	<p>G a csúsztató rugalmassági modulus</p> <p>E a rugalmassági modulus</p> <p>ν a Poisson tényező</p>	<p>G anyagra jellemző állandó</p>

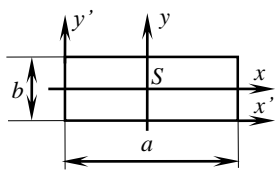
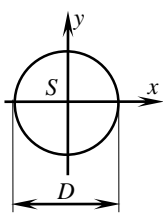
Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Egyszerű Hooke törvény	$\sigma_x = E \varepsilon_x$ $\tau_{xt} = G \gamma_{xt}$	σ_x a normális feszültség ε_x a fajlagos nyúlás E a rugalmassági modulus G a csúsztató rugalmassági modulus τ_{xt} a csúsztató feszültség γ_{xt} a fajlagos szögváltozás	E anyagra jellemző állandó G anyagra jellemző állandó
A megengedett feszültség	$\sigma_{meg} = \frac{\sigma_F}{n_1} = \frac{\sigma_B}{n_2}$	σ_F a folyáshatár σ_B a szakítószilárdság n_1 biztonsági tényező, $n_1 > 1$ n_2 biztonsági tényező, $n_2 > 1$	$\sigma_F, \sigma_B, \sigma_{meg}$ anyagra jellemző állandó
Poisson tényező	$\left \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_h} \right = \nu$	ε_k a keresztirányú fajlagos nyúlás ε_h a hosszirányú fajlagos nyúlás	Anyagra jellemző állandó
Poisson szám	$m = \frac{1}{\nu}$	ν a Poisson tényező	Anyagra jellemző állandó
Húzott rúd alakváltozása	$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu \varepsilon_x$	ε_x a rúdtengely (x) irányú fajlagos nyúlás ε_y a keresztmetszeti y tengely irányú fajlagos nyúlás ε_z a keresztmetszeti z tengely irányú fajlagos nyúlás ν a Poisson tényező	
Húzott rúd alakváltozási állapotának mátrixa	$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \varepsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \varepsilon_x \end{bmatrix}$	ε_x a rúdtengely (x) irányú fajlagos nyúlás ν a Poisson tényező	
Húzásból ébredő feszültség	$\sigma_x = \frac{F}{A}$	F a húzóerő A a keresztmetszet területe	

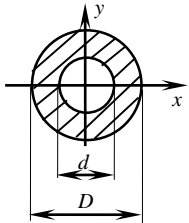
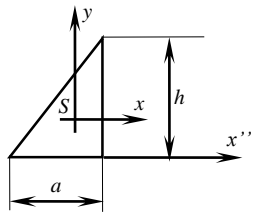
Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Húzott rúd feszültségi állapotának mátrixa	$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	σ_x az ébredő feszültség	
Húzott rúd hosszváltozása	$\Delta l = \frac{Fl}{AE}$	l a rúd(darab) hossza F a húzóerő az l hossz mentén A a keresztmetszet területe E a rugalmassági modulus	
Húzott rúd ellenőrzése	$\sigma_{\max} = \frac{F_{\max}}{A} \leq \sigma_{\text{meg}}$	σ_{\max} a maximális húzófeszültség σ_{meg} a megengedett feszültség F_{\max} a maximális húzóerő A a keresztmetszet területe	
Húzott rúd méretezése	$\sigma_{\max} = \frac{F_{\max}}{A} = \sigma_{\text{meg}}$ $A \geq \frac{F}{\sigma_{\text{meg}}} \rightarrow \text{keresztmetszeti méretek}$	σ_{\max} a maximális húzófeszültség σ_{meg} a megengedett feszültség F_{\max} a maximális húzóerő A a keresztmetszet területe	
Síkidom másodrendű nyomatéka	$I = \int_{(A)} (táv)(táv)dA$	A a terület $táv$ a távolság	
Tengelyre vett (ekvatoriális) másodrendű nyomaték	$I_x = \int y^2 dA$ $I_y = \int x^2 dA$	y a dA felületelem távolsága az x tengelytől x a dA felületelem távolsága az y tengelytől	> 0
Pontra vett (poláris) másodrendű nyomaték	$I_p = \int r^2 dA$	r a dA felületelem távolsága az origótól	> 0
Centrifugális (deviációs) másodrendű nyomaték	$I_{xy} = \int xy dA$	x a dA felületelem távolsága az y tengelytől y a dA felületelem távolsága az x tengelytől	$\begin{pmatrix} \geq \\ 0 \\ \leq \end{pmatrix}$

Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Steiner tétel két párhuzamos tengelyre vett másodrendű nyomatékra	$I_{y'} = I_y + a^2 A$	A a síkidom területe I_y a súlyponti y tengelyre vett másodrendű nyomaték $I_{y'}$ a súlyponti tengellyel párhuzamos y' tengelyre vett másodrendű nyomaték a a két párhuzamos tengely távolsága	
Steiner tétel centrifugális másodrendű nyomatékokra	$I_{x'y'} = I_{xy} + abA$	A a síkidom területe I_{xy} a súlyponton átmenő merőleges (x,y) tengelykeresztre vett centrifugális másodrendű nyomaték $I_{x'y'}$ az x és y tengelyekkel párhuzamos, azoktól a ill. b távolságra lévő x',y' merőleges tengelykeresztre vett centrifugális másodrendű nyomaték	
Síkidom másodrendű nyomatéki mátrixa	$I = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} \\ -I_{xy} & I_y \end{bmatrix}$	I_x a súlyponti x tengelyre vett másodrendű nyomaték I_y a súlyponti y tengelyre vett másodrendű nyomaték I_{xy} a súlyponton átmenő merőleges (x,y) tengelykeresztre vett centrifugális másodrendű nyomaték	
Síkidom főmásodrendű nyomatékai	$I_{1,2} = \frac{1}{2}(I_x + I_y) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}$	I_x a súlyponti x tengelyre vett másodrendű nyomaték I_y a súlyponti y tengelyre vett másodrendű nyomaték I_{xy} a súlyponton átmenő merőleges (x,y) tengelykeresztre vett centrifugális másodrendű nyomaték	
Síkidom másodrendű nyomatéki mátrixa főmásodrendű nyomatékokkal	$I = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix}$	I_1 és I_2 ($I_1 > I_2$) a főmásodrendű nyomatékok	

Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Síkidom egyik főtengelyének az iránya (egyik főirány)	$2\alpha = \arctg \frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}$	<p>α a súlyponton átmenő x tengellyel bezárt szög</p> <p>I_x a súlyponti x tengelyre vett másodrendű nyomaték</p> <p>I_y a súlyponti y tengelyre vett másodrendű nyomaték</p> <p>I_{xy} a súlyponton átmenő merőleges (x,y) tengelykeresztre vett centrifugális másodrendű nyomaték</p>	
Inerciasugár	$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$	<p>A a síkidom területe</p> <p>I_x az x tengelyre számított másodrendű nyomaték</p>	
A semleges szál görbülete	$g = \frac{1}{\rho} = \frac{M_h}{I_y E}$	<p>ρ a semleges szál (réteg) görbületi sugara</p> <p>M_h a hajlító erőpár nyomatéka</p> <p>I_y a keresztmetszet másodrendű nyomatéka a hajlítás tengelyére, y-ra</p> <p>E a rugalmassági modulus</p>	
Hajlítás esetén a rúd alakváltozása	$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu \varepsilon_x$	<p>ε_x a rúdtengely (x) irányú fajlagos nyúlás</p> <p>ε_y a keresztmetszeti y tengely irányú fajlagos nyúlás</p> <p>ε_z a keresztmetszeti z tengely irányú fajlagos nyúlás</p> <p>ν a Poisson tényező</p>	
Hajlított rúd alakváltozási állapotának mátrixa	$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \varepsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \varepsilon_x \end{bmatrix}$	<p>ε_x a rúdtengely (x) irányú fajlagos nyúlás</p> <p>ν a Poisson tényező</p>	

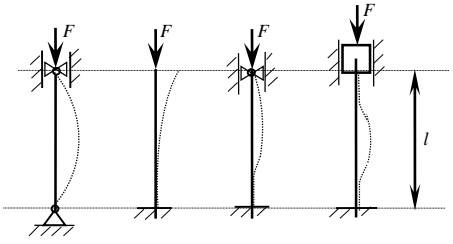
Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Hajlításból ébredő feszültség	$\sigma_x = \frac{M_h z}{I_y}$	M_h a keresztmetszet y tengelyébe eső hajlítónyomatéka (y a hajlítás tengelye) I_y a keresztmetszet másodrendű nyomatéka a hajlítás tengelyére, y -ra z a pont távolsága a hajlítás tengelyétől	
Hajlított rúd feszültségi állapotának mátrixa	$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	σ_x az ébredő feszültség	
Hajlított rúd ellenőrzése	$\sigma_{x \max} = \frac{M_{h \max}}{I_y} e = \frac{M_{h \max}}{K_y} \leq \sigma_{meg}$	$\sigma_{x \max}$ a maximális hajlítófeszültség σ_{meg} a megengedett feszültség $M_{h \max}$ a rúdban ébredő legnagyobb hajlítónyomaték $z=e$ a szélső szál távolsága a hajlítás tengelyétől (y -tól) I_y a keresztmetszet másodrendű nyomatéka a hajlítás tengelyére K_y a keresztmetszeti tényező a hajlítás tengelyére	
Hajlított rúd méretezése	$\sigma_{x \max} = \frac{M_{h \max}}{I_y} e = \frac{M_{h \max}}{K_y} = \sigma_{meg}$ $K_y = \frac{M_{h \max}}{\sigma_{meg}} \rightarrow \text{keresztmetszeti méretek}$	$M_{h \max}$ a rúdban ébredő legnagyobb hajlítónyomaték $z=e$ a szélső szál távolsága a hajlítás tengelyétől (y -tól) I_y a keresztmetszet másodrendű nyomatéka a hajlítás tengelyére K_y a keresztmetszeti tényező a hajlítás tengelyére	
Keresztmetszeti tényező a hajlítás tengelyére	$K_y = \frac{I_y}{e}$	$z=e$ a szélső szál (a legtávolabbi keresztmetszeti pont) távolsága a hajlítás tengelyétől (y -tól) I_y a keresztmetszet másodrendű nyomatéka a hajlítás tengelyére	

Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Poláris keresztmetszeti tényező	$K_p = \frac{I_p}{R}$	I_p a kör középpontjára számított poláris másodrendű nyomaték R a kör sugara	
Téglalap másodrendű nyomatékai	 $I_x = \frac{ab^3}{12} \quad I_y = \frac{a^3b}{12}$ $I_{x'} = \frac{ab^3}{3} \quad I_{y'} = \frac{a^3b}{3}$ $I_{p(S)} = \frac{ab^3}{12} + \frac{a^3b}{12}$ $I_{yz} = 0$		
Téglalap keresztmetszeti tényezői	$K_x = \frac{ab^2}{6} \quad K_y = \frac{a^2b}{6}$		
Kör másodrendű nyomatékai	 $I_x = I_y = I = \frac{D^4\pi}{64}$ $I_{p(S)} = \frac{D^4\pi}{32}$ $I_{yz} = 0$		

Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Kör keresztmetszeti tényezői	$K_x = K_y = K = \frac{D^3 \pi}{32}$ $K_p = \frac{D^3 \pi}{16}$		
Körgyűrű másodrendű nyomatékai	 $I_x = I_y = I = \frac{(D^4 - d^4) \pi}{64}$ $I_{p(s)} = \frac{(D^4 - d^4) \pi}{32}$ $I_{yz} = 0$		
Körgyűrű keresztmetszeti tényezői	$K_x = K_y = K = \frac{(D^4 - d^4) \pi}{32D}$ $K_p = \frac{(D^4 - d^4) \pi}{16D}$		
Derékszögű háromszög másodrendű nyomatékai	 $I_x = \frac{ah^3}{36} \quad I_y = \frac{ha^3}{36}$ $I_{x'} = \frac{ah^3}{12}$ $I_{p(s)} = \frac{ah^3}{36} + \frac{ha^3}{36}$		

Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Derékszögű háromszög keresztmetszeti tényezői	$K_x = \frac{ah^2}{24}$ $K_y = \frac{ha^2}{24}$		
Hajlítással párosult nyírásból ébredő csúsztató feszültség	$\tau_{xz} = \frac{VS_y}{I_y a}$	V a nyíróerő a keresztmetszetben I_y a keresztmetszet másodrendű nyomatéka a hajlítás tengelyére S_y a vizsgált ponton keresztül a hajlítás tengelyével párhuzamosan húzott vonal feletti keresztmetszetrész statikai nyomatéka a hajlítás tengelyére a a húsvastagság (a hajlítás tengelyével párhuzamosan húzott vonalszakasz hossza)	$S_y = T_{kmrész} \cdot s_z$ $T_{kmrész}$ a keresztmetszet rész területe s_z a keresztmetszet rész súlypontjának a távolsága a hajlítás tengelyétől
Hajlítással párosult nyírás esetén τ_{max} értéke kör keresztmetszetű rúdnál	$\tau_{max}^{kör} = \frac{4V}{3A}$	V a nyíróerő keresztmetszetben A a keresztmetszet területe	
Hajlítással párosult nyírás esetén τ_{max} értéke körgyűrű keresztmetszetű rúdnál	$\tau_{max}^{körgy} = 2 \frac{V}{A}$	V a nyíróerő keresztmetszetben A a keresztmetszet területe	
Hajlítással párosult nyírás esetén τ_{max} értéke téglalap keresztmetszetű rúdnál	$\tau_{max}^{téglalap} = \frac{3V}{2A}$	V a nyíróerő keresztmetszetben A a keresztmetszet területe	
Csavart rúd (kör/körgyűrű km-ű) alakváltozási állapotának mátrixa	$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2}\gamma_{xt} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma_{xt} & 0 & 0 \end{bmatrix}$	γ_{xt} a fajlagos szögváltozás	

Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Csavart rúd (kör/körgyűrű km-ű) esetén a fajlagos szögváltozás	$\gamma_{xt} = \frac{M_t}{I_p G} r$	M_t a csavarónyomaték I_p a keresztmetszet poláris másodrendű nyomatéka G a csúsztató rugalmassági modulus r a vizsgált pont távolsága a kör középpontjától	
Csavart rúd (kör/körgyűrű km-ű) két keresztmetszetének egymáshoz képesti szögelfordulása	$\varphi = \frac{M_t l}{I_p G}$	l a két keresztmetszet távolsága M_t a csavarónyomaték az l hossz mentén I_p a keresztmetszet poláris másodrendű nyomatéka G a csúsztató rugalmassági modulus	
Csavarásból ébredő feszültség (kör/körgyűrű km-ű rúd esetén)	$\tau_{xt} = \frac{M_t}{I_p} r$	M_t a csavarónyomaték I_p a keresztmetszet poláris másodrendű nyomatéka r a vizsgált pont távolsága a kör középpontjától	
Csavart rúd (kör/körgyűrű km-ű) feszültségi állapotának mátrixa	$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \tau_{tx} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tau_{xt} & 0 & 0 \end{bmatrix}$	γ_{xt} a fajlagos szögváltozás	
Csavart rúd (kör/körgyűrű km-ű) ellenőrzése	$\tau_{\max} = \frac{M_{t\max}}{I_p} R = \frac{M_{t\max}}{K_p} \leq \tau_{\text{meg}}$	τ_{\max} a maximális csavarófeszültség τ_{meg} a megengedett feszültség $M_{t\max}$ a rúdban ébredő legnagyobb csavarónyomaték I_p a keresztmetszet poláris másodrendű nyomatéka R a kör sugara K_p a poláris keresztmetszeti tényező	
A megengedett (csúsztató) feszültség	$\tau_{\text{meg}} = \frac{\tau_F}{n_1} = \frac{\tau_B}{n_2}$	τ_F a folyási határt τ_B a csavarószilárdság n_1 és n_2 biztonsági tényezők > 1	$\tau_{\text{meg}}, \tau_F, \tau_B$ anyagra jellemző állandó

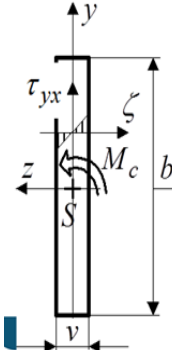
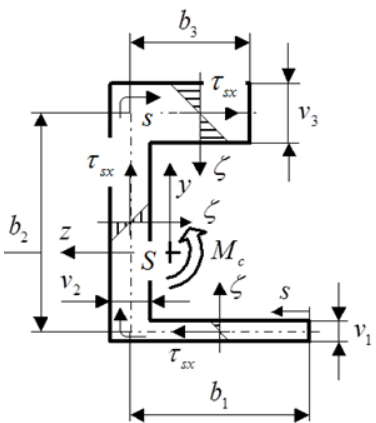
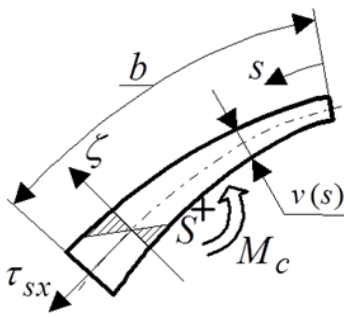
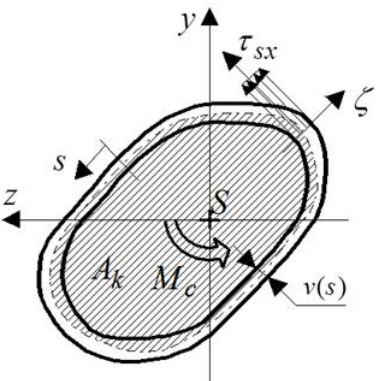
Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Csavart rúd (kör/körgyűrű km-ű) méretezése	$\tau_{\max} = \frac{M_{t\max}}{K_p} = \tau_{\text{meg}} \rightarrow R$	τ_{\max} a maximális csavarófeszültség τ_{meg} a megengedett feszültség $M_{t\max}$ a rúdban ébredő legnagyobb csavarónyomaték R a (külső) kör sugara K_p a poláris keresztmetszeti tényező	
Euler-féle kritikus erő	$F_{\text{krit}}^{\text{Euler}} = \frac{\pi^2 I_2 E}{l_o^2}$	I_2 a keresztmetszet legkisebb másodrendű nyomatéka E a rugalmassági modulus l_o a kihajlási hossz	
Euler-féle kritikus feszültség	$\sigma_{\text{krit}}^{\text{Euler}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$	E a rugalmassági modulus λ a karcsúsági tényező	
Tetmajer-féle kritikus feszültség	$\sigma_{\text{krit}} = a - b\lambda$	a és b anyagra jellemző állandók	
Tetmajer-féle kritikus erő	$F_{\text{krit}}^{\text{Tetmajer}} = \sigma_{\text{krit}}^{\text{Tetmajer}} \cdot A$	$\sigma_{\text{krit}}^{\text{Tetmajer}}$ a kritikus feszültség A a keresztmetszet területe	
Karcsúsági tényező	$\lambda = \frac{l_o}{i_2}$	l_o a kihajlási hossz i_2 a legkisebb inerciasugár	
Kihajlási hossz értékei a különböző rúdvég-rögzítésekénél	 $l_0=l \quad l_0=2l \quad l_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} l \quad l_0 = \frac{1}{2} l$		
Határ karcsúsági tényező	$\sigma_a = \frac{\pi^2 E}{\lambda_0^2} \rightarrow \lambda_0 = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_a}}$	σ_a arányossági határ E a rugalmassági modulus λ_0 a határ karcsúsági tényező	λ_0 anyagra jellemző állandó

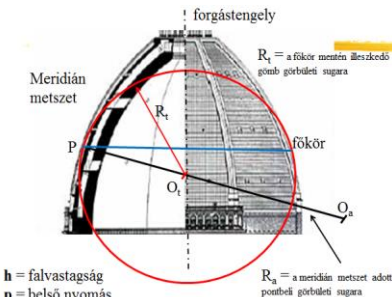
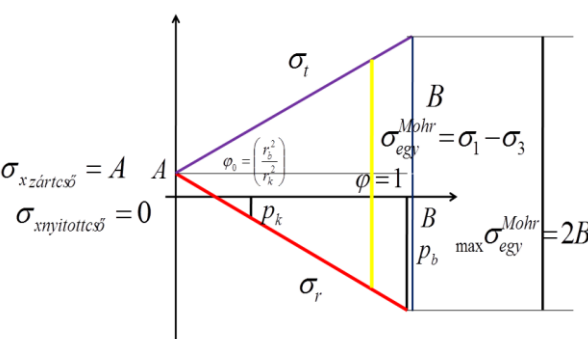
Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Kihajlásra megengedett feszültség	$\sigma_{kmeg} = \frac{\sigma_{krit}}{n}$	σ_{krit} a kritikus feszültség n a biztonsági tényező, $n > 1$	
Ellenőrzés kihajlásra	<p>A számítás menete:</p> <ol style="list-style-type: none"> l_o $I_2 \rightarrow i_2 = \sqrt{\frac{I_2}{A}}$ $\lambda = \frac{l_o}{i_2} \begin{cases} \lambda \geq \lambda_0 \rightarrow \sigma_{krit}^{Euler} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \\ \lambda < \lambda_0 \rightarrow \sigma_{krit}^{acél} = a - b\lambda \end{cases}$ $\frac{\sigma_{krit}}{n} = \sigma_{kmeg}$ $\sigma_x = \frac{F}{A} \leq \sigma_{kmeg} = \frac{\sigma_{krit}}{n}$ 	l_o a kihajlási hossz I_2 a keresztmetszet legkisebb másodrendű nyomatéka i_2 a legkisebb inerciasugár A a keresztmetszet területe λ a karcsúsági tényező λ_0 a határ karcsúsági tényező σ_{krit} a kritikus feszültség E a rugalmassági modulus σ_{kmeg} a kihajlásra megengedett feszültség σ_x a húzófeszültség F a nyomóerő n a biztonsági tényező	
Ferde hajlításból ébredő feszültség	$\sigma_x = \sigma_x^{(M_y)} + \sigma_x^{(M_z)} = \frac{M_y}{I_1} z - \frac{M_z}{I_2} y$	M_y a keresztmetszet y (1) súlyponti főtengelyébe eső nyomaték komponens M_z a keresztmetszet z (2) súlyponti főtengelyébe eső nyomaték komponens I_1 és I_2 ($I_1 > I_2$) a főmásodrendű nyomatékok z a pont távolsága az y tengelytől y a pont távolsága a z tengelytől	

Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Zérusvonal egyenlete ferde hajlítás esetén	$z = \frac{M_z I_1}{M_y I_2} y$	<p>M_y a keresztmetszet y (1) súlyponti főtengelyébe eső nyomaték komponens</p> <p>M_z a keresztmetszet z (2) súlyponti főtengelyébe eső nyomaték komponens</p> <p>I_1 és I_2 ($I_1 > I_2$) a főmásodrendű nyomatékok</p> <p>y és z a keresztmetszet súlyponti főtengelyeivel egybeeső koordinátatengelyek</p>	
Egytengelyű feszültségi állapot mátrixa	$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	σ_x normális feszültség	
Síkbeli vagy kéttengelyű feszültségi állapot mátrixa	$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & 0 \\ \tau_{xy} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	<p>σ_x és σ_y normális feszültségek</p> <p>$\tau_{xy} = \tau_{yx}$ csúsztatófeszültségek</p>	
Térbeli vagy háromtengelyű feszültségi állapot mátrixa	$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$	<p>$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ normális feszültségek</p> <p>$\tau_{xy} = \tau_{yx}$ $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ csúsztatófeszültségek</p>	
Térbeli vagy háromtengelyű feszültségi állapot mátrixa főfeszültségekkel	$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$		$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$
Főfeszültségek síkbeli feszültségi állapot esetén	$\sigma_{(2,3)} = \frac{\sigma_y + \sigma_z \pm \sqrt{(\sigma_y - \sigma_z)^2 + 4\tau_{yz}^2}}{2}$	<p>σ_y, σ_z normális feszültségek</p> <p>τ_{yz} csúsztatófeszültség</p>	
Egyik főirány síkbeli feszültségi állapot esetén	$\operatorname{tg}(2\alpha) = \frac{\tau_{xy}}{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}}$	<p>α az x tengellyel bezárt szög</p> <p>τ_{xy} csúsztatófeszültség</p> <p>σ_x, σ_y normális feszültségek</p>	A másik tengely erre merőleges

Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Általános Hooke törvény	$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$ $\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$ $\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$	<p>$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ az x, y, z tengely irányú fajlagos nyúlások</p> <p>$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ az x, y, z irányokhoz tartozó fajlagos szögváltozások</p> <p>$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ normális feszültségek</p> <p>$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}$ csúsztatófeszültségek</p> <p>E a rugalmassági modulus</p> <p>ν a Poisson tényező</p> <p>G a csúsztató rugalmassági modulus</p>	
Általános Hooke törvény főfeszültségekkel és főnyúlásokkal	$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] \quad \gamma_{12} = 0$ $\varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)] \quad \gamma_{13} = 0$ $\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \quad \gamma_{23} = 0$	<p>$\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$ a főnyúlások</p> <p>$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ a főfeszültségek</p> <p>$\gamma_{12} = \gamma_{13} = \gamma_{23} = 0$ a fajlagos szögváltozások</p> <p>E a rugalmassági modulus</p> <p>ν a Poisson tényező</p>	
Egyenértékű feszültség a Mohr elmélet szerint	$\sigma_{egy}^{Mohr} = \sigma_1 - \sigma_3$	<p>σ_1 a legnagyobb főfeszültség</p> <p>σ_3 a legkisebb főfeszültség</p>	
Egyenértékű feszültség a H-M-H elmélet szerint	$\sigma_{egy}^{HMH} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$	$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ a főfeszültségek	
Egyenértékű feszültség a H-M-H elmélet szerint általánosan	$\sigma_{egy}^{HMH} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)]}$		<p>$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ normális feszültségek</p> <p>$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ csúsztató feszültségek</p>
Egyenértékű feszültség a Mohr elmélet szerint egyidejű csavarás és húzás/hajlítás esetén	$\sigma_{egy}^{Mohr} = \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{xt}^2}$	<p>σ_x a húzásból/hajlításból ébredő feszültség</p> <p>τ_{xt} a csavarásból ébredő feszültség</p>	

Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Egyenértékű feszültség a H-M-H elmélet szerint egyidejű csavarás és húzás/hajlítás esetén	$\sigma_{egy}^{HMH} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xt}^2}$	σ_x a húzásból/hajlításból ébredő feszültség τ_{xt} a csavarásból ébredő feszültség	
Egyenértékű feszültség a Mohr elmélet szerint kör keresztmetszetű tengely egyidejű csavarása és hajlítása esetén	$\sigma_{egy} = \frac{M_{red}}{K_y}$	M_{red} a redukált nyomaték K_y a hajlítás tengelyére számított keresztmetszeti tényező	
Redukált nyomaték a Mohr elmélet szerint	$M_{red} = \sqrt{M_h^2 + M_t^2}$	M_h a hajlítónyomaték M_t a csavarónyomaték	
Redukált nyomaték a H-M-H elmélet szerint	$M_{red} = \sqrt{M_h^2 + \frac{3}{4}M_t^2}$	M_h a hajlítónyomaték M_t a csavarónyomaték	
Castigliano tétele (lehajlás számítása)	$f_i = \frac{\partial U}{\partial F_i}$	U alakváltozási energia f_i az adott F_i erő irányú elmozdulás	
Castigliano tétele (szögelfordulás számítása)	$\varphi_j = \frac{\partial U}{\partial M_j}$	U alakváltozási energia φ_j az adott M_j erőpár vektora körüli szögelfordulás	
Alakváltozási energia számítása_1	$U = \int_V u dV = \int_V \frac{1}{2} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{\varepsilon}} dV$	u a térfogategységre eső energiasűrűség $\underline{\underline{\sigma}}$ és $\underline{\underline{\varepsilon}}$ a feszültségi és az alakváltozási tenzorok .. kétszeres skalárszorzás	
Alakváltozási energia számítása_kifejtés után	$U = \frac{1}{2I_y E} \int M_h^2(x) dx + \frac{1}{2I_p G} \int M_t^2(x) dx + \frac{1}{2AE} \int N^2(x) dx$		$U = U^{Mh} + U^{Mt} + U^N$
Lehajlás számítása hajlítás esetén	$\frac{\partial U}{\partial F_i} = \frac{1}{I_y E} \int M_h \frac{\partial M_h}{\partial F_i} dx = \frac{1}{I_y E} \int M_h m dx$	itt: $\frac{\partial M_h}{\partial F_i} = m(x)$	
Szögelfordulás számítása hajlítás esetén	$\frac{\partial U}{\partial M_i} = \frac{1}{I_y E} \int M_h \frac{\partial M_h}{\partial M_i} dx = \frac{1}{I_y E} \int M_h m_o dx$	itt: $\frac{\partial M_h}{\partial M_i} = m_o$	

Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Vékonyfalú prizmatikus rudak szabad csavarása	$M_c = G \mathcal{I}_c$ $\mathcal{I}_c = \frac{bv^3}{3}$ $\tau_{yx} = \frac{M_c}{I_c} 2\zeta$ $\tau_{\max} = \frac{M_c}{I_c} v$	M_c a csavarónyomaték τ_{yx} a csavarásból ébredő feszültség	
Vékonyfalú prizmatikus rudak szabad csavarása összetett szelvény esetén	$\mathcal{I}_c = \sum_{i=1}^3 \frac{b_i v_i^3}{3}$ $\tau_{\max} = \frac{M_c}{I_c} v_{\max}$		
Változó keresztmetszetű vékonyfalú prizmatikus rudak szabad csavarása	$\mathcal{I}_c = \frac{1}{3} \int_b v^3(s) ds$		
Vékonyfalú, zártszelvényű prizmatikus rudak szabad csavarása	$M_c = G \mathcal{I}_c$ $\mathcal{I}_c = \frac{4A_k^2}{\oint \frac{1}{v} ds}$ $\tau_{sx}(s) = \frac{M_c}{2A_k v(s)}$ $\tau_{\max} = \frac{M_c}{2A_k v_{\min}}$		

Fogalom	Képlet	Betűk jelentése	Megjegyzés
Forgásfelület alakú edények (membránelmélet)	$\frac{\sigma_a}{R_a} + \frac{\sigma_t}{R_t} = \frac{p}{h}$ $\sigma_a = \frac{pR_t}{2h}$	 <p> R_t = a főkör mentén illeszkedő gömb görbületi sugara R_a = a meridián metszet adott pontjait görbületi sugara h = falvastagság p = belső nyomás </p>	
Hengeres edény esetén: Gömb alakú edény esetén:	$\frac{1}{R_a} = 0 \quad R_t = \frac{D}{2} \quad \sigma_a = \frac{pD}{4h} \quad \sigma_t = \frac{pD}{2h}$ $R_a = R_t = \frac{D}{2} \quad \sigma_a = \sigma_t = \frac{Dp}{4h}$		
Külső és belső nyomással terhelt vastagfalú cső Feszültségek változása: Egyensúlyi egyenlet: bevezetve: az új alakja: megoldása:	$\underline{\underline{\varepsilon}}_{(r,\alpha,x)} = \begin{bmatrix} \frac{du}{dr} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{u}{r} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_o \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{\sigma}}_{(r,\alpha,x)} = \begin{bmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_o \end{bmatrix}$ $\sigma_r = A - B\varphi, \text{ ahol } \varphi = \left(\frac{r_b}{r}\right)^2$ $\sigma_t = A + B\varphi$ $\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} = 0,$ $\frac{du}{dr} = u'$ $r^2 u'' + ru' - u = 0$ $u = C_1 r + C_2 \frac{1}{r}$	 <p> $\sigma_{x \text{ zártcső}} = A$ $\sigma_{x \text{ nyitottcső}} = 0$ $\sigma_{\text{Mohr}}^{\text{Mohr}} = \sigma_1 - \sigma_3$ $\max \sigma_{\text{Mohr}}^{\text{Mohr}} = 2B$ </p>	