

Az elemi szilárdságtan válogatott fejezetei

Összeállította: Orbán Ferenc

1. RUGÓK

A rugók a terhelés hatására történő alakváltozásuk közben a mechanikai munkát deformáció munka alakjában tárolják, majd újra mechanikai munkává alakítják. A rugók kiválóan alkalmasak nagy tömegek mozgatásánál a lökő hatások felvételére (pl. autórugók, vonatütközők, stb.). A korábban tanultak szerint az alakváltozás és az alakváltoztatást okozó erő közötti lineáris összefüggés a rugót erőmérésre is alkalmassá teszi.

A rugók rendeltetésük, alakjuk, viselkedésük szerint igen sokfélék lehetnek. Alakjuk lehetőleg egyenszilárdságú, anyaguk legtöbbször acél. Az anyag megválasztásánál és a méretezésnél figyelembe kell venni a rugó igénybevételét. Olyan rugóknál, ahol a terhelés ritkán fordul elő és nem ingadozik nagy határok között, az igénybevétel (a megengedhető szilárdsági határ) megközelítheti a folyási határt. Viszont olyan rugóknál, ahol a terhelés igen sűrűn váltakozik (pl. motor szeleprugó), a fáradt törés elkerülése miatt, a megengedhető feszültségnek felétlenül a kifáradási határ alatt kell maradnia.

A rugók méretezésénél minden alkalommal a rugókat jellemző összefüggésekből indulunk ki. Ezek:

1. Az erő hatására a rugó alakváltozást szenved, következésképp megvizsgálva az összefüggést az alakváltozás és a terhelő erő között

$$f = f(F)$$

2. A terhelés hatására a rugó keresztmetszeteiben feszültségek lépnek fel, ezért vizsgálat tárgyává tesszük és összefüggést keresünk a terhelő erő és feszültség között:

$$\sigma = \sigma(F)$$

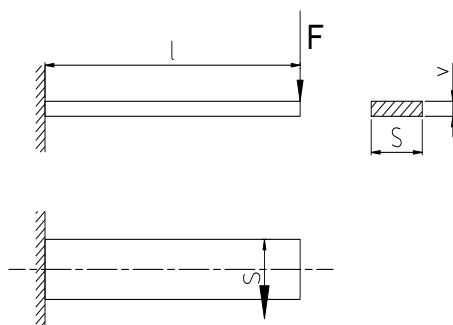
3. Hasonlóan értékes adatokat ad a méretezésre az alakváltozás és a feszültség közötti kapcsolat:

$$f = f(\sigma)$$

4. A felhalmozható deformáció munkának a meghatározása a rugó anyagának a kihasználási fokára ad felvilágosítást.

A rugókat igénybevételük szerint csoportosítva lehetnek:

1. húzott, vagy nyomott, (húzó- és nyomórugók)
2. csavart (forgató rugók) és
3. hajlított rugók.



1.1. ábra

Vizsgáljuk meg, hogy a már leírt összefüggések alapján hogyan méretezzünk egy egyenes lemezrugót.

Az ilyen rugó tulajdonképpen egy egyik végén befogott tartó, amelynek a keresztmetszete téglalap alakú $s \times v$ mérettel.

Az összefüggés az alakváltozás és az erő között.

$$1. f = \frac{Fl^3}{3IE}$$

$$\text{ahol: } I = \frac{sv^3}{12}$$

2. Összefüggés a rugó veszélyes keresztmetszetében ébredő feszültség és az erő között.

A rugó hajlítása van terhelve, a veszélyes keresztmetszet a befogás helyén van, itt

$$\sigma = \frac{M}{I} e$$

nagyságú feszültség ébred az $M = Fl$ maximális nyomaték hatására, így

$$\sigma = \frac{Fl}{I} \cdot \frac{y}{2}$$

3. Az alakváltozás és a feszültség közötti összefüggés az előbbi két alakból adódik:

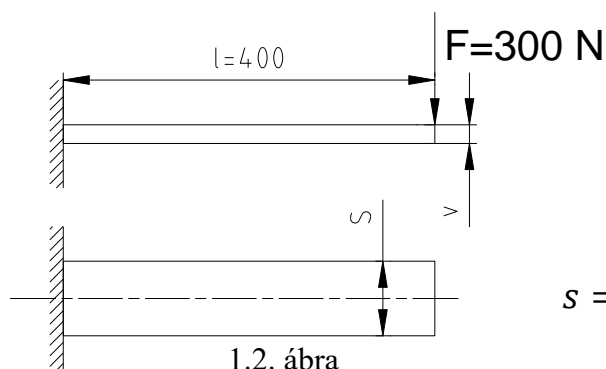
$$\text{az előző összefüggésből: } \frac{F}{I} = \frac{2 \cdot \sigma}{l \cdot v} - t$$

$$\text{helyettesítsük be: } f = \frac{2\sigma}{lv} \cdot \frac{l^3}{3E} = \frac{2}{3} \cdot \frac{l^2}{v} \cdot \frac{\sigma}{E}$$

Mind a három képlet számításra alkalmas.

1. Példa: Legyen a lemezrugó a 1.2. ábrán rajzolt méretű és

$E = 200 \text{ GPa}$; $f = 20 \text{ mm}$; $\sigma_{\text{meg}} = 250 \text{ MPa}$.



1.2. ábra

$$v = \frac{2 l^2 \sigma_{\text{meg}}}{3 f E} = 6,66 \text{ mm}$$

$$v = 6 \text{ mm}; \text{ így } \sigma = 225 \text{ N/mm}^2$$

$$s = \frac{6 \cdot F \cdot l}{\sigma \cdot v^2} = \frac{6 \cdot 300 \cdot 400}{225 \cdot 6^2} = 88,9 \text{ mm}$$

Az egyenes, körkeresztmetszetű rúd végét $M_t = F \cdot p$ csavaró nyomaték terheli (1.3. ábra) A d átmérőjű rúd poláris másodrendű nyomatéka

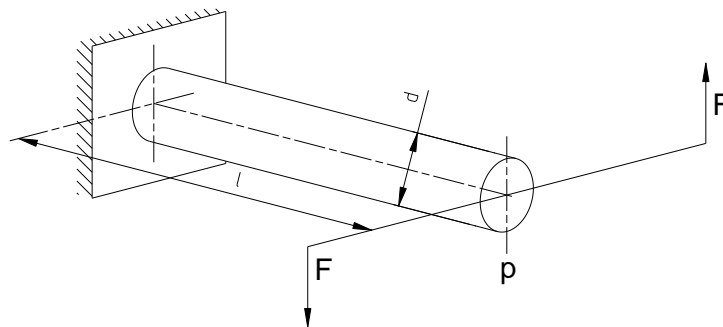
$$I_p = \frac{d^4 \pi}{32}$$

A rúd végső keresztmetszetének szögelfordulása a befogáshoz képest:

$$1. \varphi = \frac{M_t l}{I_p G}$$

ahonnan

$$M_t = \frac{\varphi I_p G}{l} = F \cdot p$$



1.3. ábra

A nyomaték hatására ébredő nyírófeszültség:

$$2. \tau = \frac{M_t}{I_p} \cdot \frac{d}{2}$$

Helyettesítsük ide M_t értékét, akkor:

$$\tau = \frac{\varphi I_p}{l I_p} \cdot \frac{d}{2} = \frac{\varphi \cdot G \cdot d}{2l}$$

Innen:

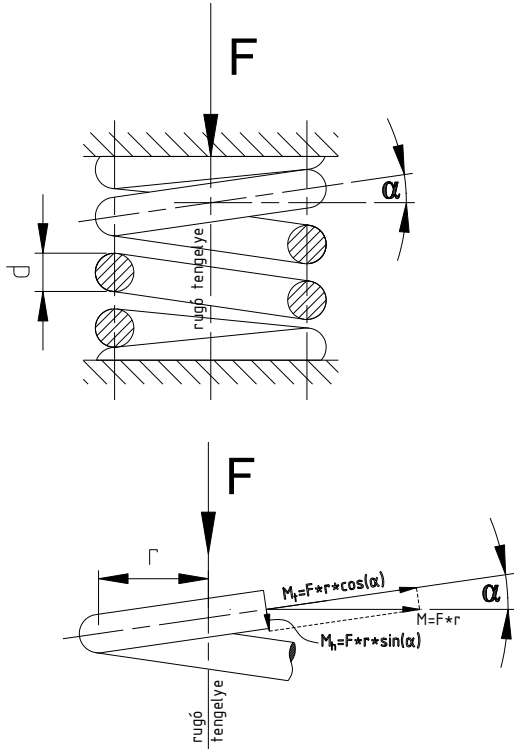
$$\varphi = 2 \frac{\tau}{G} \cdot \frac{l}{d}$$

És a rúdban felhalmozott munka:

$$L = \frac{1}{2} M_t \varphi = \frac{1}{4} \frac{\tau^2}{G} V$$

ahol $V = \frac{d^2 \pi}{4} l$ a rugó térfogata.

A hengeres csavarrugó talán a leggyakrabban alkalmazott rugótípus. A gyártásnál a rugó anyagát egy hengeres testre tekercselik és a végét úgy képezik ki, hogy sík felfekvést adjon. A rugót a henger tengelye irányában húzásra, vagy nyomásra terhelik. Húzott rugó esetében a menetek távolodnak (menetemelkedés nő), nyomott rugó esetében a menetek közelednek (a menetemelkedés csökken).



1.4. ábra

Akár nyomott, akár húzott a hengeres csavarrugó, valamennyi keresztmetszetét $M = Fr$ nyomaték (1.4. ábrán az áthúzással jelzett) terheli. A 7.4. ábrán az $M=Fr$ nyomatékvektort felbontottuk a keresztmetszet síkjára merőleges M_h és a keresztmetszet síkjára merőleges M_t komponensekre.

Ha az α emelkedési szög kicsi, akkor $\sin \alpha \approx 0$ $M_h = Fr \cdot \sin(\alpha) \approx 0$, tehát a hajlító igénybevételtől eltekinthetünk.

Az $M_t = Fr \cdot \cos(\alpha)$ komponens csavarja a rugó keresztmetszetét és mivel $\cos \alpha \approx 1$, azért a rugó minden keresztmetszetét igénybevéő csavaró nyomaték nagysága

$$M_t = Fr \cdot \cos(\alpha) \approx Fr$$

A rugóban felhalmozott deformációs munka

$$L = \frac{1}{2I_p G} \int_0^l M_t^2 ds$$

$$M_t = Fr, \quad M_t^2 = F^2 r^2$$

helyettesítve

$$L = \frac{1}{2I_p G} \int_0^l F^2 r^2 ds = \frac{1}{2I_p G} F^2 r^2 l$$

Hogy az F erő hatására az elmozdulás mekkora, azt Castigliano tételével L -nek F szerinti deriválásával kapjuk:

$$f = \frac{\partial L}{\partial F} = \frac{1}{2I_p G} 2 F r^2 l = \frac{F r^2 l}{I_p G}$$

A keresztmetszetben ébredő feszültség

$$\tau = \frac{M_t}{I_p} \cdot \frac{d}{2} = \frac{F r}{I_p} \cdot \frac{d}{2}$$

innen

$$F r = \frac{2 \tau I_p}{d}$$

helyettesítjük ezt az elmozdulásra kapott összefüggésbe

$$f = \frac{F r^2 l}{I_p G} = \frac{2 I_p r l}{d I_p G}$$

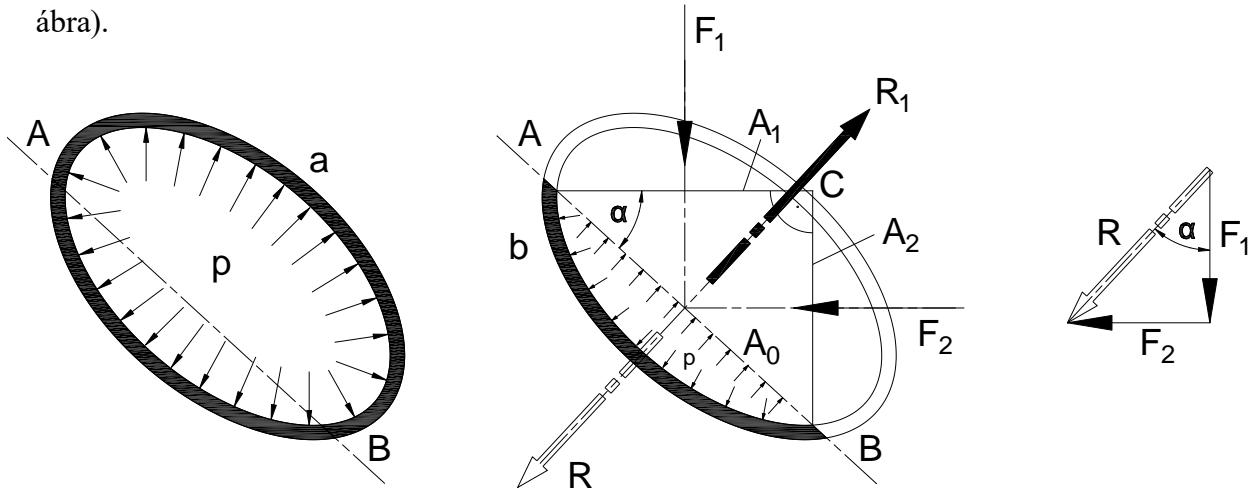
$$f = 2 \frac{\tau}{G} \cdot \frac{r}{d} l$$

A gyakorlatban az r/d viszonyt $3 \sim 5$ között szokás felvenni.

2. CSÖVEK, EDÉNYEK

2.1. Tetszőleges alakú edény falára ható folyadéknomás számítása.

Tetszőleges alakú edényben nyugvó folyadék súlyát elhanyagoljuk; a folyadék p nyomása mindenütt merőleges az edény falára és nagysága állandó (2.1.a. ábra). Ha a rajz síkjára merőleges AB síkkal az edényt két részre osztjuk, akkor mindkét rész egyensúlyban van (2.1.b. ábra).



2.1. ábra

Az A_0 területű AB síklapra ható nyomás eredője merőleges AB-re, nagysága

$$R_1 = p \cdot A_0$$

Az AB görbefulíratra ható nyomás R eredője R_1 -el egyensúlyt tart: tehát a két erő egyenlő nagy, ellentétes értelmű és közös hatásvonalú (két erő egyensúlya)

$$R = R_1 = p \cdot A_0$$

Vegyük el az AB síklappal tetszőleges α szöget bezáró A_1 területű AC síkot és az erre merőleges A_2 területű BC síkot.

Az AC síklapra jutó folyadéknomás eredője

$$F_1 = p \cdot A_1$$

a BC síklapra jutó folyadéknomás eredője pedig

$$F_2 = p \cdot A_2$$

Mivel $A_1 = A_0 \cdot \cos \alpha$;

és $A_2 = A_0 \cdot \sin \alpha$

$$F_1 = p A_0 \cdot \cos \alpha = R \cdot \cos \alpha; \quad \text{és} \quad F_2 = p A_0 \cdot \sin \alpha = R \cdot \sin \alpha$$

Ugyanezt az eredményt kapjuk a felrajzolt vektorháromszögből is:

$$F_1 = R \cdot \cos \alpha; \quad \text{és} \quad F_2 = R \cdot \sin \alpha$$

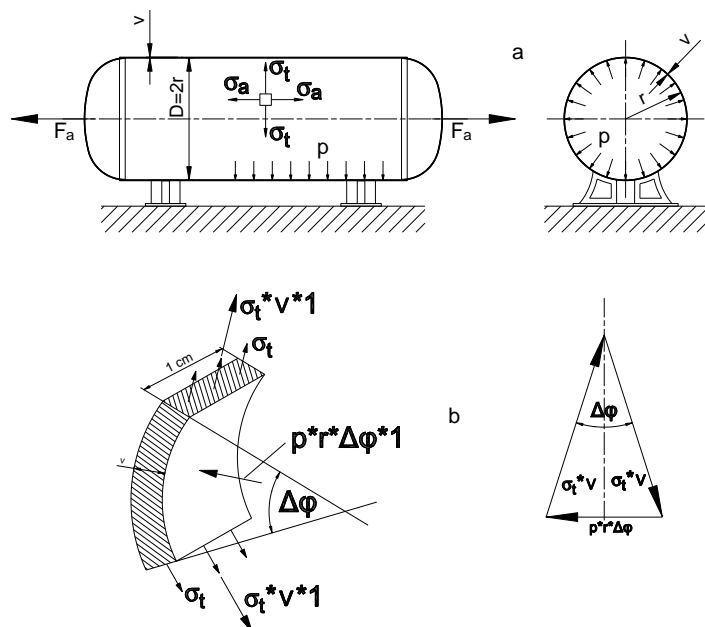
Tehát az AB görbefulíratra ható nyomások R eredőjének adott irányú vetülete akkora, mint a görbefulíratnak az adott irányra merőleges vetületére jutó folyadéknomás.

A tétel nemcsak folyadék, hanem gőz- vagy gáznyomásból eredő p belső nyomás esetén is érvényes.

2.2. Belső nyomásra terhelt vékonyfalú hengeres csövek, edények méretezése.

A végein lezárt, $D = 2r$ belső átmérőjű, v falvastagságú vékonyfalú hengeres edényt p belső nyomás terheli (2.2 ábra).

A p belső nyomás felületegységre eső erőt jelent, mértékegysége megegyezik a feszültség mértékegységével: N/mm^2 .



2.2. ábra

Az edényben elhelyezkedő folyadék vagy gáz saját súlyát – ami egyes esetekben igen jelentékeny lehet – a számításoknál nem vesszük figyelembe, egyedül a p belső nyomás hatását vizsgáljuk.

Ha a p belső nyomás nem túl nagy, és az edény v falvastagsága kicsi, így a v mentén ébredő feszültségek eloszlása egyenletesnek vehető. A belső nyomás hatására az edény falában érintőirányú σ_t tangenciális feszültség ébred. Ennek értékét úgy számíthatjuk, hogy az edény hossz tengelye irányában kivágott egységnyi hosszúságú (1 cm) gyűrűből egy $\Delta\varphi$ középponti szöghöz tartozó gyűrűelemet határolunk el és ennek vizsgáljuk az egyensúlyát (2.2.b. ábra).

A gyűrűelem 1.v. felületű lapjain ébredő σ_t feszültségek $\sigma_t \cdot v \cdot 1$ eredője és az $r \cdot \Delta\varphi \cdot 1$ felületű lapon működő p belső nyomás $p \cdot r \cdot \Delta\varphi \cdot 1$ eredője egyensúlyt tartanak. A három erőre rajzolt vektorháromszögből:

$$\frac{pr\Delta\varphi}{2} = \sigma_t \cdot v \cdot \sin \frac{\Delta\varphi}{2}$$

Mivel $\Delta\varphi$ kis szög,

$$\sin \frac{\Delta\varphi}{2} \approx \frac{\Delta\varphi}{2}, \text{ így}$$

$$\sigma_t = \frac{r \cdot p}{v} = \frac{Dp}{2v}$$

A p belső nyomással terhelt edény vagy cső falában érintőirányú σ_t feszültség ébred.

A σ_t -re nyert képletet kazánformulának nevezik.

Ha az edény végein zárt, úgy az edény falában nemcsak érintőirányú, hanem tengelyirányú (axiális) σ_a feszültségek is ébrednek. A hengeres edény két véglapjára ható belső nyomás eredője:

$$F_a = p \frac{D^2 \pi}{4}$$

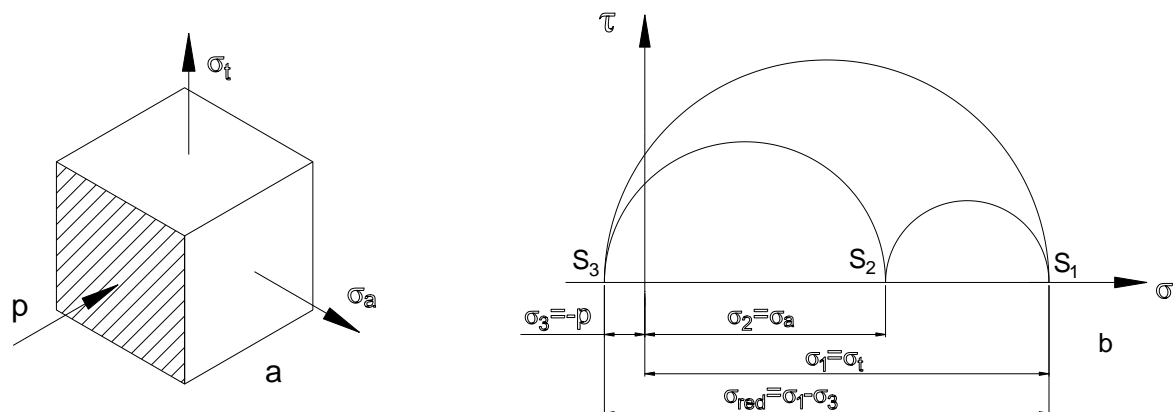
Ez az erő hossztengety irányú és az $A_a = D \cdot \pi \cdot v$ területű hengerpaláston egyenletesen eloszlónak vehető σ_a feszültségeket okoz:

$$\sigma_a = \frac{F_a}{A_a} = p \frac{D^2 \pi}{4 D \pi v} = \frac{D p}{4 v}$$

A tengelyirányú σ_a feszültség tehát az érintőirányú σ_t feszültségnek éppen a fele:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_t}{2}$$

Határoljunk el az edény belső felületén elemi kockát és rajzoljunk rá a kis kocka látható lapjaira az ébredő feszültségeket (2.3. a. ábra). A kis kocka élei tengely, sugár és érintőirányúak.



2.3 ábra

A kis kocka vonalkázott lapja az edény első felületével esik egybe, ezt a lapot a p belső nyomás terheli. A másik két lapon a σ_t és σ_a húzófeszültség ébred; τ feszültség egyik lapon sem ébred, a síkok tehát főfeszültségi síkok és a feszültségek főfeszültségek. A főfeszültségek sorrendje:

$$\sigma_1 = \sigma_t; \sigma_2 = \sigma_a \text{ és } \sigma_3 = -p$$

A kis kocka feszültségi állapota térbeli, ennek megfelelően rajzoltuk meg a 2.3. b. ábrán a feszültségi állapotot jellemző Mohr-köröket. Mohr elmélete alapján a redukált feszültség a főfeszültségekkel kifejezve:

$$\sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3$$

Mint a 2.3. b. ábrából is látható, a redukált feszültség a legnagyobb Mohr-kör átmérőjével egyenlő $\sigma_1 = \sigma_t$ és $\sigma_3 = -p$ értékét helyettesítve:

$$\sigma_{red} = \sigma_t - (-p) = \frac{Dp}{2v} + p$$

Mivel p értéke σ_t értékéhez viszonyítva jelentősen kisebb, az edények és csövek méretezését gyakorlatban a kazánformula alapján végezzük:

$$\sigma_t = \frac{Dp}{2v} \leq \sigma_{meg}$$

2. példa. A $D = 80$ cm átmérőjű hengeres csövet $p = 1,2$ N/mm² belső nyomás terheli. Határozzuk meg a cső v falvastagságát, ha a cső anyagára megengedett feszültség:

$$\sigma_{meg} = 60 \text{ MPa.}$$

A kazánformulával számolva:

$$\sigma_{max} = \sigma_t = \frac{Dp}{2v} = \sigma_{meg}$$

ebből

$$v = \frac{Dp}{2 \cdot \sigma_{meg}} = \frac{800 \cdot 1,2}{2,60} = 8 \text{ mm}$$

3. példa. A $v = 3$ cm vastagságú gyűrűt a $D = 60$ cm átmérőjű tengelyre melegen felhúzzuk. A gyűrű kihúlése után a gyűrű és a tengely között $p = 10,0$ N/mm² nagyságú nyomás ébred.

Mekkora feszültség ébred a gyűrűben?

A gyűrűben csak érintőirányú feszültség ébred, melyet a kazánformulával számíthatunk ki:

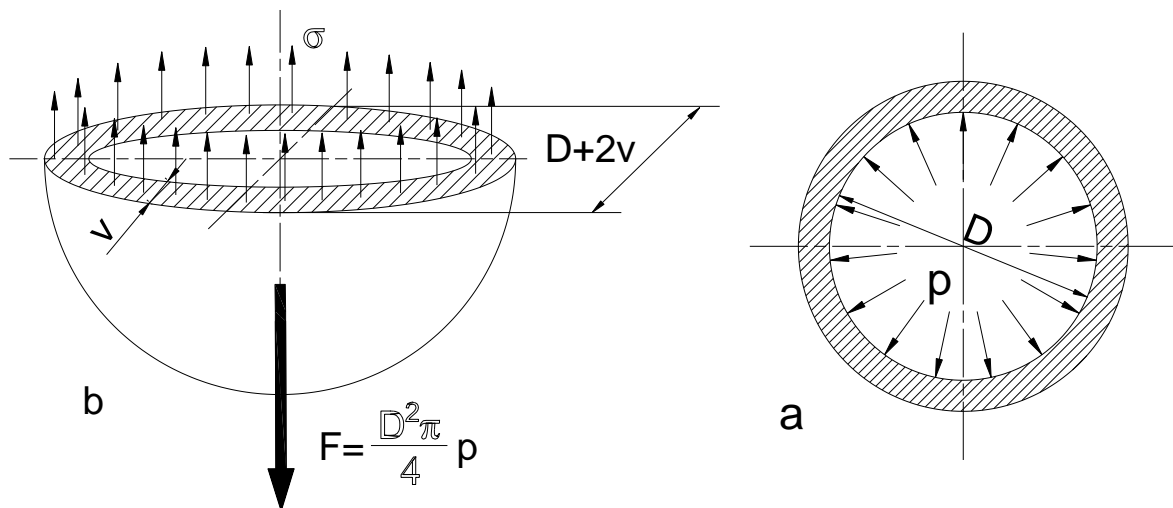
$$\sigma_t = \frac{dp}{2v} = \frac{600 \cdot 10}{2 \cdot 30} = 100 \text{ N/mm}^2$$

A gyűrű és a tengely között ébredő p nyomást az alakváltozások vizsgálatával lehet meghatározni.

2.3. Belső nyomásra terhelt vékonyfalú gömb

A vékonyfalú gömb minden elemét p belső nyomás terheli (2.5.a. ábra). Ha a gömböt egy átmérősík mentén – gondolatban – két részre vágjuk, akkor a metszetre ható húzóerő a p belső nyomásból (2.5.b. ábra)

$$F = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot p$$



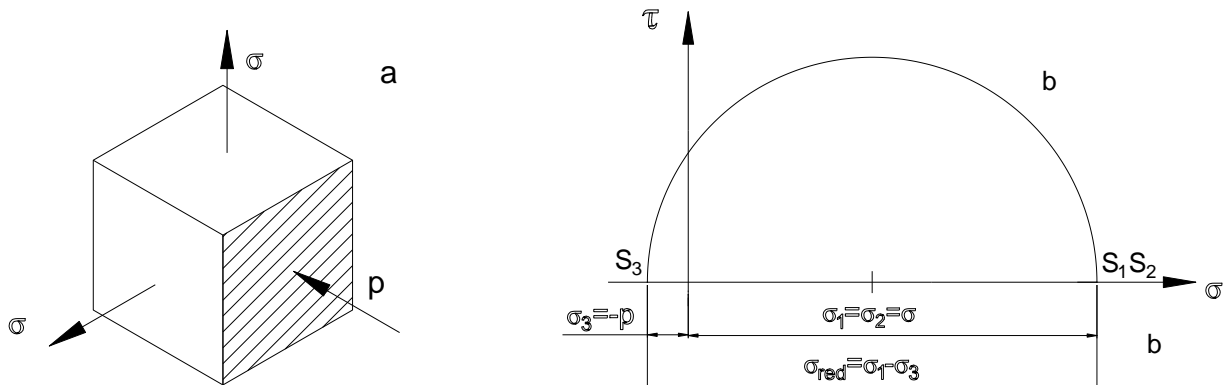
2.5. ábra

Az $A = D \pi v$ területű metszeten ébredő húzófeszültség

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{D^2 \pi p}{4 D \pi v} = \frac{D p}{4 v}$$

A gömb mindegyik átmérő metszetében ekkora húzófeszültség ébred.

A 2.6.a. ábrán a gömb belső részén elhatárolt kis kockát tüntettük fel a feszültségekkel. A lapokon csak σ feszültségek ébrednek, ezek tehát főfeszültségek.



2.6. ábra

A 2.6. b. ábra a kis kocka feszültségállapotát jellemző Mohr kört tünteti fel. A Mohr kör alapján a redukált feszültség

$$\sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{D p}{4 v} - (-p) = \frac{D p}{4 v} + p$$

Ha a p értékét elhanyagoljuk a $\frac{D p}{4 v}$ érték mellett, úgy a méretezést Mohr szerint a

$$\sigma_{red} = \sigma = \frac{D p}{4 v} = \sigma_{meg}$$

összefüggés alapján végezhetjük.

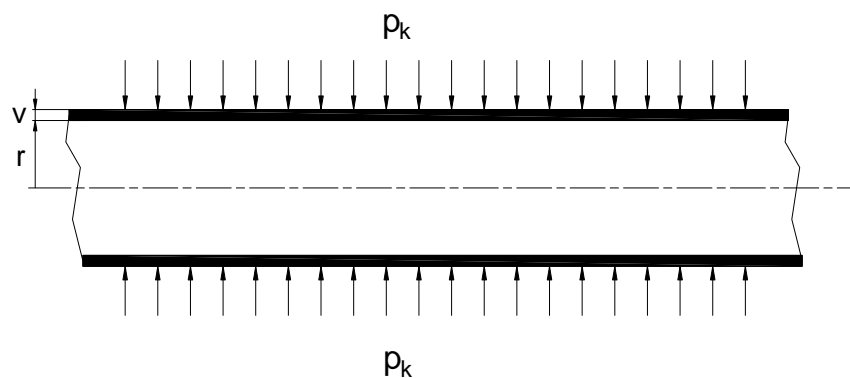
2.4. Külső nyomásra terhelt csövek

A csövek és edények a rájuk ható külső nyomás hatására másképp viselkednek, mint a belső nyomás hatására. Míg ugyanis a csövet vagy edényt terhelő belső nyomás igyekszik az egyenetlenségeket kiegyenlíteni (pl. ha cső keresztmetszetének alakja ellipszis, azt a belső nyomás kör alakúvá igyekszik alakítani), addig a külső nyomás hatására ezek az egyenetlenségek nemhogy csökkennének, hanem még fokozódnak és a cső vagy edény falát a kihajlás és a behorpadás veszélye fenyegeti. Külső nyomásra lehetőleg csak kör alakú csőkeresztmetszeteket terheljünk.

Végtelen hosszú csőnél a p_K kritikus külső nyomás értéke, melynél a cső már behorpad (2.7. ábra)

$$p_K = \frac{E}{4} \frac{v^3}{r^3}$$

E a cső anyagának rugalmassági tényezője,
v a falvastagsága,
r a belső sugara.



2.7. ábra

4. példa

Legyen $r = 50$ cm, $v = 2$ cm és $E = 200$ GPa

$$p_K = \frac{E}{4} \frac{v^3}{r^3} = \frac{2 \cdot 10^5}{4} \frac{2^3}{50^3} = 3,2 \text{ N/mm}^2$$

külső nyomás már behorpasztja.

Ha a cső anyagára $\sigma_{meg} = 80,0 \text{ MPa}$ feszültséget engedünk meg, a p belső nyomás a kazánformula alapján:

$$p = \frac{2v \cdot \sigma}{D} = \frac{v \cdot \sigma}{r} = \frac{2080}{500} = 3,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

A csövet tehát, mely 3,2 MPa belső nyomást még biztosan elbír, ugyanakkora külső nyomás már behorpasztja.

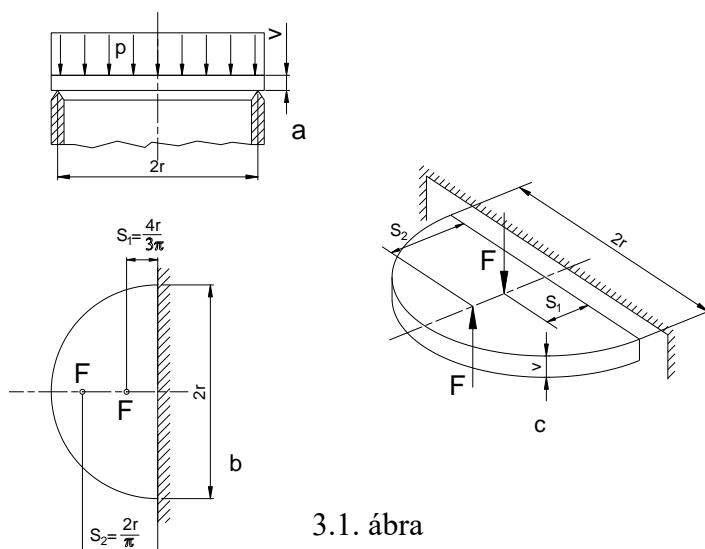
3. LEMEZEK

Lemezek szilárdságtani vizsgálatoknál azokat a testeket nevezzük, melyeknek mérete két irányban jelentősen nagyobb a harmadik irányú méretüknél. A lemezt a harmadik, legkisebb méret irányába eső, párhuzamos erőrendszer terheli.

A lemezek pontos vizsgálata nem végezhető el az elemi szilárdságtan módszereivel, így a következőkben ismertetett eredményeket közelítő eljárások segítségével nyerhetjük. Ezeket a pontos vizsgálat eredményeivel összevetve, a közelítés mértékét meghatározhatjuk és ezzel a közelítő eljárás pontosságáról és használhatóságáról is jó tájékoztatást nyerhetünk. A közelítő eljárást Bach dolgozta ki.

3.1. Kör alakú lemezek

A kör alakú lemez a körkerület mentén támaszkodik és a p megoszló terhelés a lemez felszínén egyenletesen oszlik el. (3.1. ábra). A szimmetria alapján a lemez törésének valószínű helye – ezt a kísérletek is igazolták – a körlemez átmérőjét tartalmazó valamelyik meridián metszet.



3.1. ábra

Ebben a szimmetria síkban nyíróerő nem ébred, tehát az átmérősíkba eső keresztmetszet igénybevétele tiszta hajlítás. Ha a lemezt a meridián metszet mentén – gondolatban – befogottnak vesszük (3.1. b. és c. ábra), akkor a felső lemez félre ható p megoszló terhelés

$F = \frac{pr^2}{2}$ eredője a félkör terület súlypontjába esik:

$$s_1 = \frac{4r}{3\pi}$$

Az alsó kör alakú támasztóvonal mentén ébred és ugyancsak F nagyságú reakció a támasztó félkörvonal súlypontján meg átv: $s_2 = \frac{2r}{\pi}$. A két erő $M = F(s_2 - s_1)$ nyomatékú erőpárt alkot, mely a befogott $2r$ szélességű és v vastagságú keresztmetszetben σ feszültségeket okoz. A σ feszültségek eredője egyensúlyt tart az M nyomatékkal, a feszültség változását a keresztmetszet mentén nem ismerjük.

A közepes feszültség értéke a

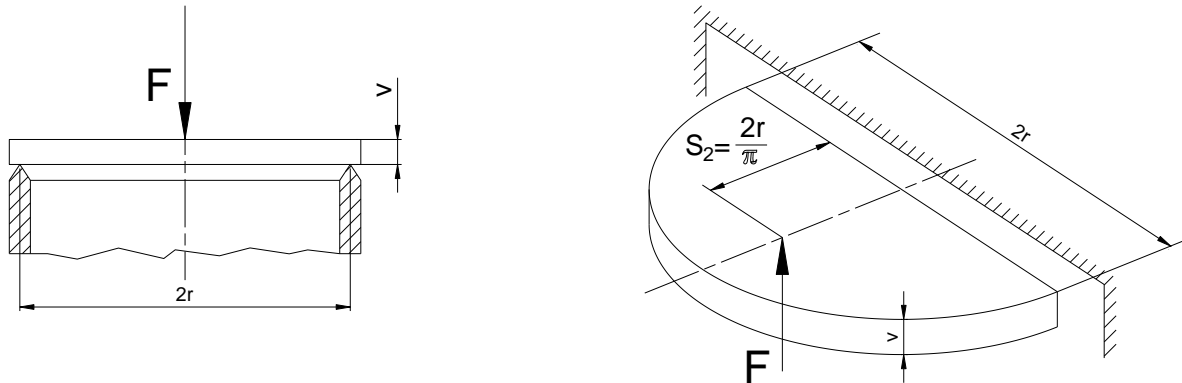
$$\sigma = \frac{M}{I} e = \frac{M}{K} \text{ képlet alapján}$$

$$M = F(s_2 - s_1) = \frac{r^2 \pi p}{2} \left(\frac{2r}{\pi} - \frac{4r}{3\pi} \right) = \frac{pr^3}{3}$$

és $K = \frac{2rv^2}{6}$ értékek helyettesítésével:

$$\sigma = \frac{pr^3}{3} \cdot \frac{6}{2rv^2} = p \frac{r^2}{v^2}$$

A kapott közepes érték a méretezés számára jó közelítést jelent.



3.2. ábra

Ha a kör alakú lemezt középen egyetlen koncentrált F erő terheli (3.2. ábra) – a lemezt az átmérő sík mentén befogottnak véve – a hajlító nyomaték:

$$M = \frac{F}{2} s = \frac{F}{2} \cdot \frac{2r}{\pi} = \frac{Fr}{\pi}$$

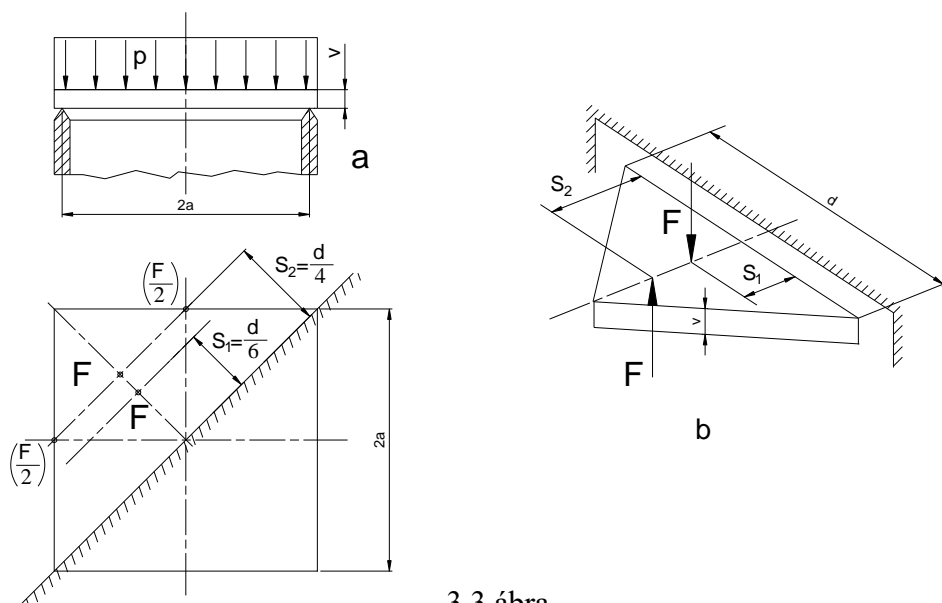
A lemez közepén ható F erő nyomatéka zérus, a körvonal mentén egyenletesen megoszló F/2 nagyságú reakció karja pedig $s = \frac{2r}{\pi}$.

Bach féle közelítő eljárással a közepes feszültség:

$$\sigma = \frac{M}{K} = \frac{Fr}{\pi} \cdot \frac{6}{2r^2} = \frac{3 \cdot F}{\pi \cdot v^2}$$

3.2. Négyzet alakú lemez

A kísérletek szerint az egyenletesen terhelt, szélein alátámasztott négyzet alakú lemez az átlósík mentén törik el: a lemezt az átlósík mentén vesszük befogottnak (3.3. ábra).



3.3 ábra

A felső lemezfelre ható p megoszló terhelés eredője $F = \frac{p(2a)^2}{2} = 2pa^2$ nagyságú és a háromszög terület súlypontjában működik: $S_1 = \frac{d}{6}$, ha d az átló hossza; Az alsó egyenes támasztóvonalak mentén ébredő két $F/2$ nagyságú reakció erő eredője a befogástól $S_2 = \frac{d}{4}$ távolságban működik.

A két erő

$$M = F \left(\frac{d}{4} - \frac{d}{6} \right) = 2pa^2 \cdot \frac{d}{12} = \frac{pa^2 d}{6}$$

nyomatékú erőpárt alkot, mely a befogott d szélességű és v vastagságú keresztmetszetben σ feszültséget okoz. A σ feszültség közepes értéke

$$\sigma = \frac{M}{I} e = \frac{M}{K} \text{ képlet alapján}$$

$$K = \frac{dv^2}{6} \text{ helyettesítéssel}$$

$$\sigma = \frac{pa^2 d}{6} \cdot \frac{6}{dv^2} = p \frac{a^2}{v^2}$$

Ha a lemezt középen egyetlen koncentrált F erő terheli $M = \frac{F}{2} \cdot \frac{d}{4}$ és így

$$\sigma = \frac{3}{4} \cdot \frac{F}{v^2}$$

4. VÁLTOZÓ KERESZTMETSZETŰ RUDAK

Az ismertetett összefüggéseket akkor is használhatjuk, ha a rúd keresztmetszete kismértékben változik. Ilyenkor a legnagyobb feszültség, amely a legkisebb keresztmetszetben ébred

$$\sigma_{max} = \pm \frac{F}{A_{min}}$$

A hosszváltozás számítására a

$$d\lambda = F/E \frac{dx}{A(x)}$$

differentiális összefüggést használjuk, ahol $A(x)$ az x helyhez tartozó keresztmetszet területe. Ha $A(x)$ -et az x függvényében kifejezhetjük, akkor a hosszváltozás

$$\lambda = \frac{F}{E} \int_0^l \frac{dx}{A(x)} \quad \text{illetve} \quad \lambda = \frac{1}{E} \int_0^l \frac{F(x)dx}{A(x)}$$

Tehát kismértékű keresztmetszet változásnál úgy számolunk, mintha a rúd állandó keresztmetszetű volna, és a feszültségeloszlást is egyenletesnek tekintjük.

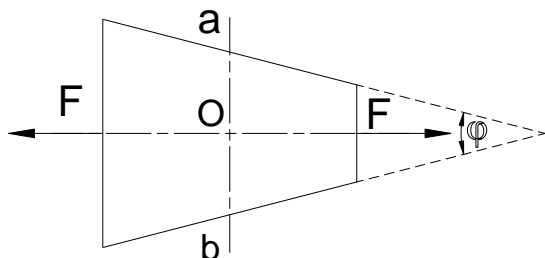
A pontosabb vizsgálatok szerint az egyenletesen változó keresztmetszetű rúdban (4.1. ábra) a kijelölt keresztmetszet 0 súlypontjában nagyobb a feszültség, mint az a és b széleken. Az egyenletes eloszláshoz viszonyított eltérés a φ szöggel nő:

$\varphi = 10^\circ$ esetén az eltérés csak 1,3 %, de

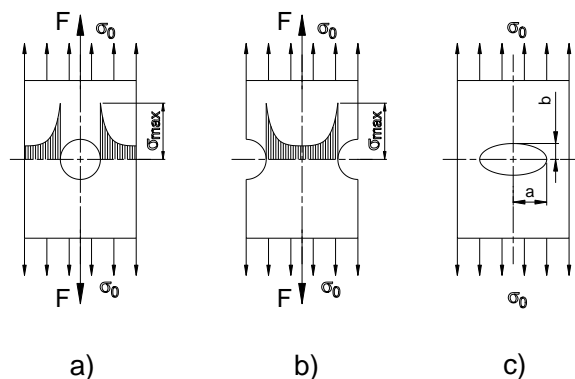
$\varphi = 30^\circ$ esetén az eltérés már 13 %.

Ez az összehasonlítás is azt mutatja, hogy a keresztmetszet kismértékű változása esetén a feszültség egyenletes megoszlásának feltételezése még jó közelítést jelent.

Nagymértékű hirtelen keresztmetszet változásoknál a feszültségek eloszlása lényegesen módosul (4.2. ábra). Ha egy lemezszerű húzott rúd közepébe kis lyukat fúrunk (a. ábra), akkor a lyuk közepén átmenő keresztmetszetben a legnagyobb feszültség közel háromszorosa a lyuk nélküli lemezben ébredő σ_0 feszültségnek. Hasonló jelenség akkor is, ha a rúd széléin készítünk pl. félkör alakú bemetszést (b. ábra).



4.1. ábra. A változó keresztmetszetű húzott rúdban a feszültségeloszlás még jó közelítéssel



4.2. ábra. A hirtelen keresztmetszet-változás helyén a húzott rúdban jelentős feszültségcsúcsok vannak.

A 4.2.c. ábrán egy kis elliptikus lyuk látható. Ennek szélein a számítások szerint

$$\sigma_{max} = \sigma_0 \left(1 - 2 \cdot \frac{a}{b} \right)$$

feszültség ébred.

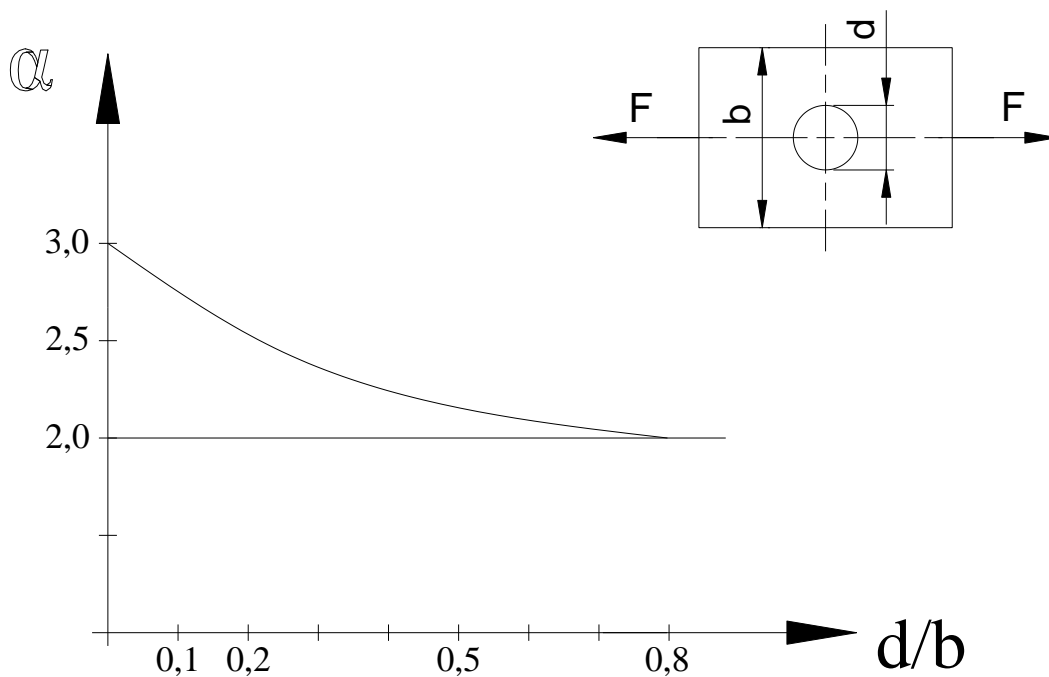
A keresztmetszet-változás hatására keletkező maximális feszültséget egy α alaktényezővel számoljuk.

$$\sigma_{max} = \alpha \cdot \sigma_n$$

ahol:

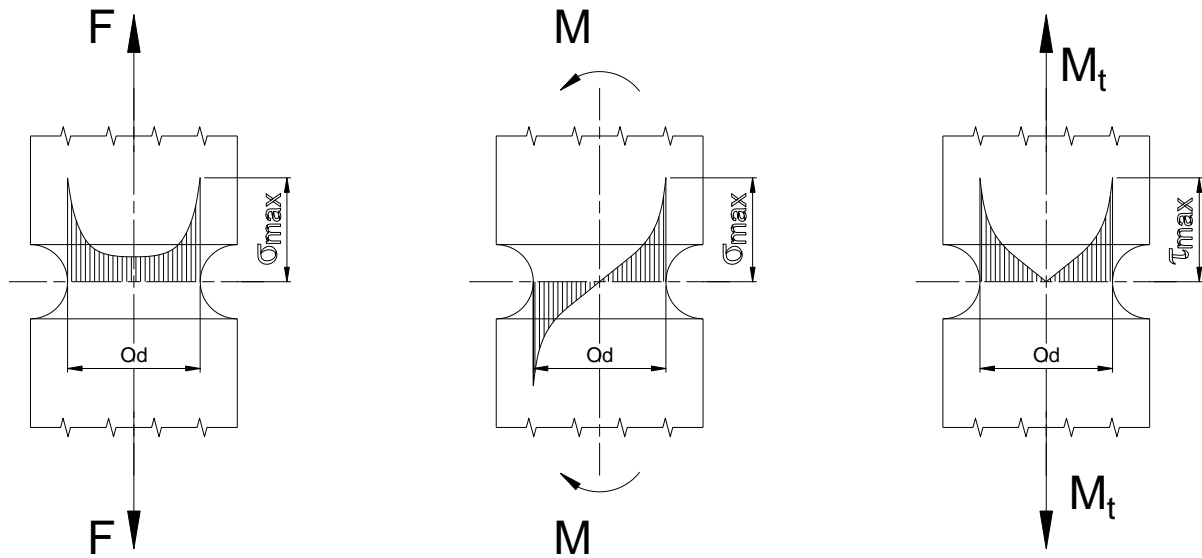
$$\sigma_n = \frac{F}{(b - d) \cdot V}$$

A α tényezőt diagramból (4.3. ábra) határozzuk meg.



4.3. ábra

Hasonlóképpen számolhatjuk a feszültség maximumot hajlítás és csavarás esetén is. Ilyen diagramok találhatók pl.: Pattantyús: Gépész és villamosmérnök kézikönyve 3. kötetében.



4.4. ábra

A σ_n névleges feszültség a legkisebb átmérővel számítható.

Így húzásnál:

$$\sigma_n = \frac{F \cdot 4}{d^2 \cdot \pi}$$

hajlításnál:

$$\sigma_n = \frac{M \cdot 32}{\pi \cdot d^3}$$

csavarásnál:

$$\tau_n = \frac{M_T \cdot 16}{\pi \cdot d^3}$$

Ha az alakváltozás nem tisztán rugalmas, akkor valójában kisebb feszültség maximumok keletkeznek.

Az α helyett β ún. gátlási tényezővel számolunk.

$$\beta = 1 + \eta(\alpha - 1)$$

η – anyagtól függő állandó értéke 0 – 1 között változik, pl. 37-es acélra $\eta = 0,4$