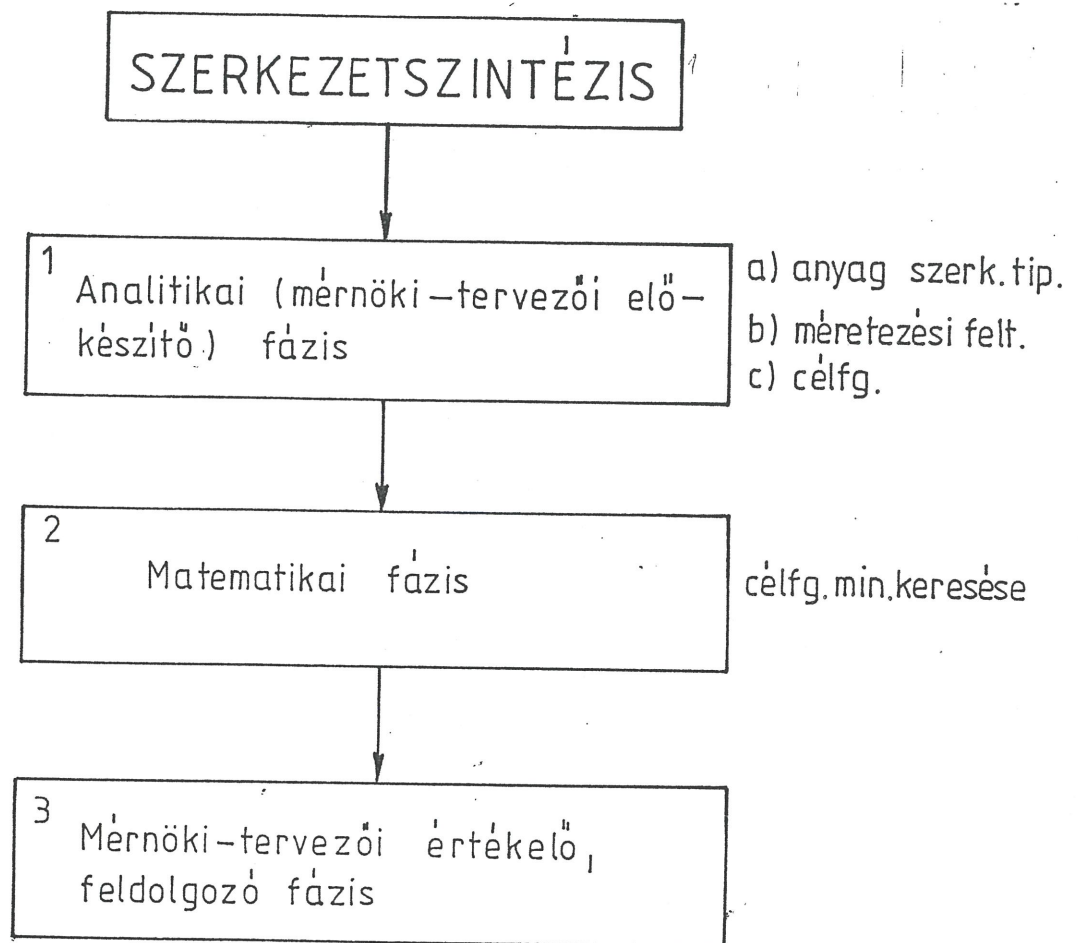


OPTIMÁLIS MÉRETEZÉS



A matematikai fázis leírása :

$$\min_x f(x) \quad x = (x_1, \dots, x_n)^T$$

$$g_j(x) \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m$$

$$h_j(x) = 0 \quad j = m+1, \dots, p$$

$f(x)$ — a célfüggvény

$g_j(x)$ — az egyenlőtlenségi feltételek

$h_j(x)$ — az egyenlőségi feltételek

x — a változók vektora

Nem lineáris program módszerek

1. *Egydimenziós módszerek*: felező eljárás, Fibonacci-módszer, aranymetszés, másod- vagy harmadfokú interpolálás stb.

2. *Többváltozós, korlátozás nélküli módszerek*

a) *Deriváltakat használó (gradiens) módszerek*:

a legmeredekebb esés módszere,
konjugált gradiensek módszere (Fletcher—Reeves),
Newton-módszer,
változó metrika módszere (Davidon—Fletcher—Powell);

b) *deriváltakat nem használó (közvetlen kereső) módszerek*:

szabálytalan keresés,
alakzatkeresés (Hooke—Jeeves, Powell),
Rosenbrock-módszer,
Nelder—Mead-módszer.

3. *Többváltozós, korlátozásos módszerek*

a) *Deriváltakat használó módszerek*:

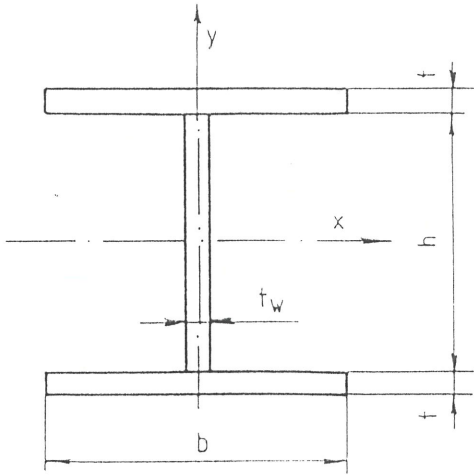
megengedett irányok módszere (Zoutendijk),
gradiensvetítés módszere (Rosen, csak lineáris korlátozásokra),
büntetőfüggvényes módszer (SUMT);

b) *deriváltakat nem használó módszerek*:

Box-féle komplex módszer,
Rosenbrock-módszer.

4. *Egyéb módszerek*

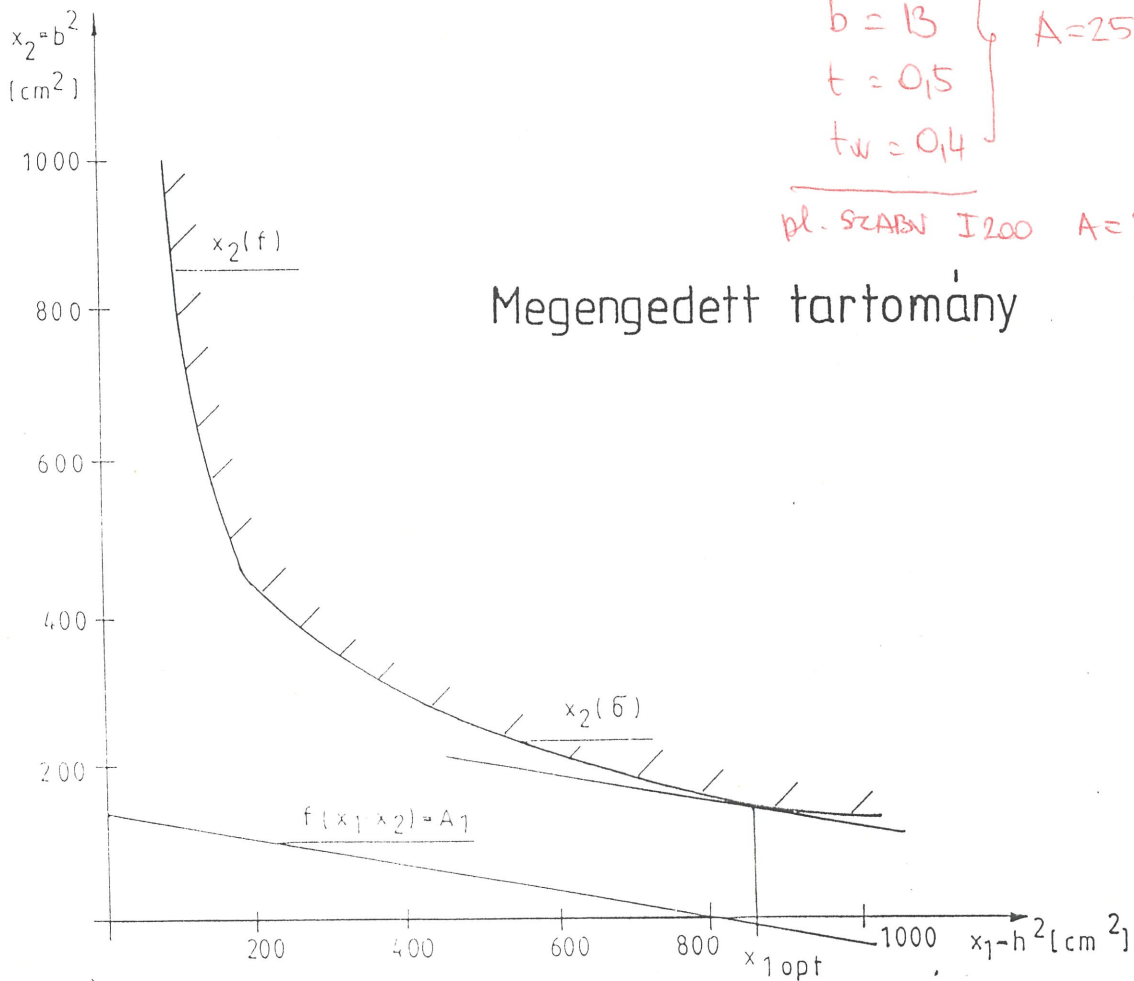
geometriai programozás,
dinamikus programozás,
sztochasztikus programozás,
játékelmélet alkalmazása,
irányításelmélet alkalmazása,
kombinatorikus módszerek: branch and bound, backtrack.



$$A = h \cdot t_w + 2 \cdot b \cdot t$$

$$W_x \geq W_0 = \frac{M}{R_{adm}}$$

$$I_x \geq I_0 = \frac{5 \cdot p \cdot l^3}{384 \cdot c \cdot E}$$

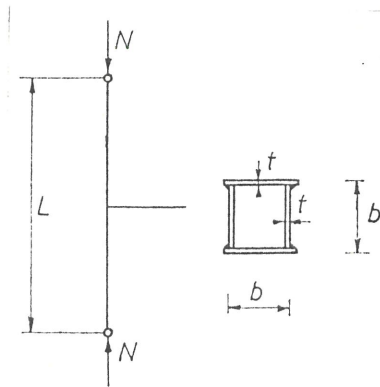


$h = 30$
 $b = 13$
 $t = 0,5$
 $t_w = 0,4$

$A = 25 \text{ cm}^2$

pl. SZABV I200 $A = 33,4 \text{ cm}^2$

Megengedett tartomány



Hegesztett négyzetes szekrényszelvényű nyomott rudak optimális méretei a 12.2 pont szerint, a 6.f. (6) képletével, backtrack módszerrel számolva

N [kN]	L [m]	b [mm]	t [mm]	A [mm ²]	L [m]	b [mm]	t [mm]	A [mm ²]	L [m]	b [mm]	t [mm]	A [mm ²]
50	2,0	70	2	560	3,4	100	2	800	4,8	120	2	960
	2,2	70	2	560	3,6	100	2	800	5,0	120	2	960
	2,4	80	2	640	3,8	100	2	800	5,2	130	2	1040
	2,6	80	2	640	4,0	110	2	880	5,4	130	2	1040
	2,8	80	2	640	4,2	110	2	880	5,6	130	2	1040
	3,0	90	2	720	4,4	110	2	880	5,8	130	2	1040
	3,2	90	2	720	4,6	120	2	960	6,0	140	2	1120
75	2,0	80	2	640	3,4	100	2	800	4,8	120	2	960
	2,2	80	2	640	3,6	100	2	800	5,0	130	2	1040
	2,4	80	2	640	3,8	110	2	880	5,2	130	2	1040
	2,6	90	2	720	4,0	110	2	880	5,4	130	2	1040
	2,8	90	2	720	4,2	110	2	880	5,6	130	2	1040
	3,0	90	2	720	4,4	120	2	960	5,8	140	2	1120
	3,2	100	2	800	4,6	120	2	960	6,0	140	2	1120
100	2,0	70	3	840	3,4	100	3	1200	4,8	130	3	1560
	2,2	80	3	960	3,6	110	3	1320	5,0	140	3	1680
	2,4	80	3	960	3,8	110	3	1320	5,2	140	3	1680
	2,6	90	3	1080	4,0	120	3	1440	5,4	150	3	1800
	2,8	90	3	1080	4,2	120	3	1440	5,6	150	3	1800
	3,0	100	3	1200	4,4	130	3	1560	5,8	150	3	1800
	3,2	100	3	1200	4,6	130	3	1560	6,0	160	3	1920

Backtrack

4 x 4-es sakktábla

$$\binom{16}{4} = 1820 \text{ — ennyi variáció}$$

Helyezzünk el 4 db királynőt hogy ne üssék ki egymást.

1			

1			
•	•	2	
•	•	•	•

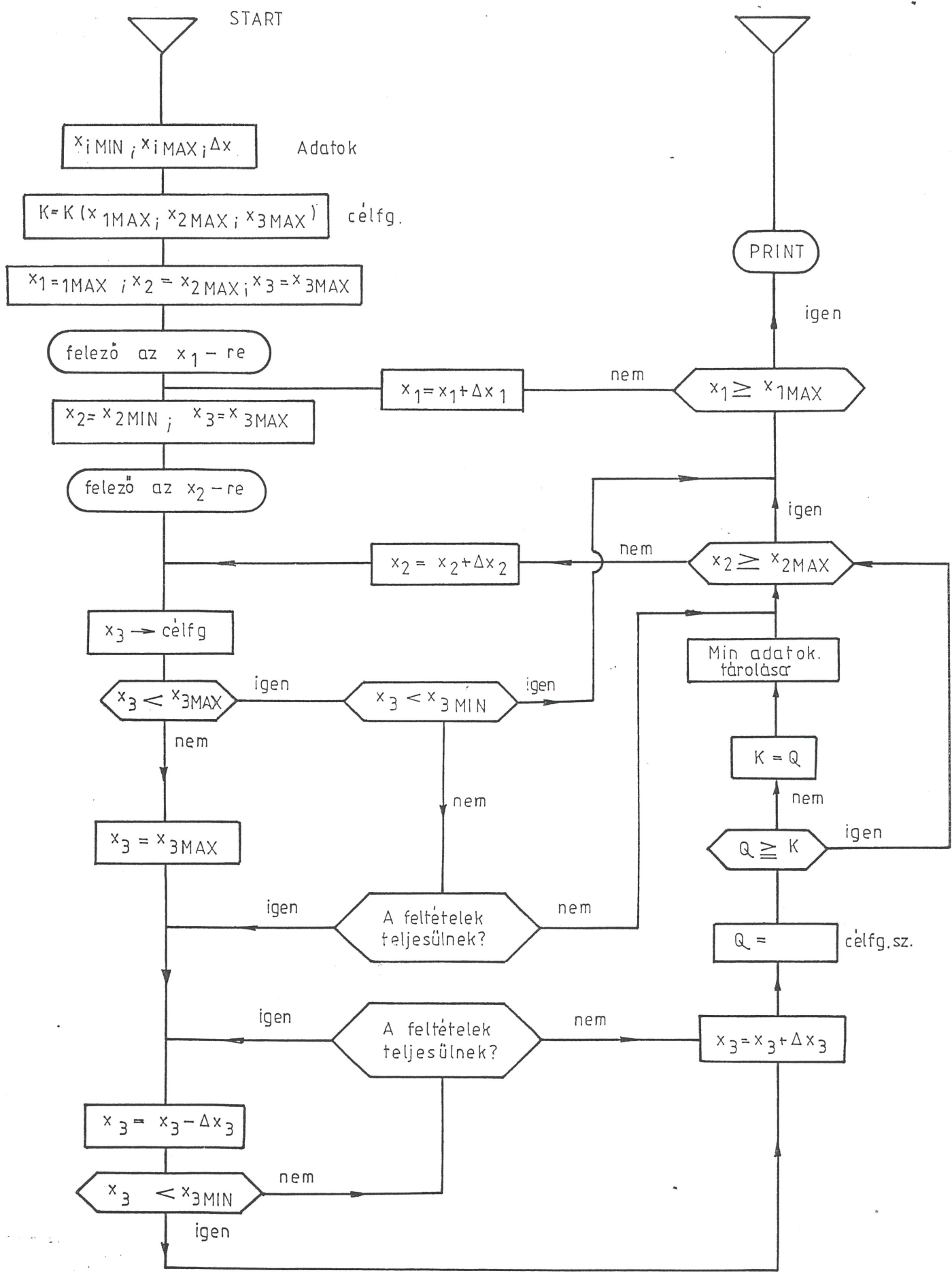
1			
			2
•	3		

1			
			2
	3		
•	•	•	•

	1		
•	•	•	2

	1		
			2
3			
•	•	4	

kb 24 lépésből megoldás a
 lehetséges 1820 - ből



A backtrack módszer folyamatdiagramja
4. ábra

semmilyen megkötést tennünk, mert optimális értékének keresése nem felező eljárással, hanem fokozatos csökkentéssel történik:

Példaként egy háromváltozós feladatot mutatunk be: hegesztett I-szelvény keresztmetszetterület-minimumra való méretezését hajlítás és nyomás esetén [2.12]. Az ismeretlenek a gerinclemez-magasság ($x_1=h$), gerinclemez-vastagság ($x_2=t_w$) és az övlemezterület ($x_3=A_f$). Célfüggvény: $A=ht_w+2A_f$. Méretezési feltételek: feszültségi feltétel (g_1):

$$\sigma_M + \sigma_N = M/W_x + N/A \leq R_u; W_x = h(A_f + ht_w/6);$$

gerinclemez-horpadási feltétel (g_2) (l. a 6.3.3.2 pontot):

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{h}{t_w} \leq 145 \sqrt[4]{\frac{(1 + \sigma_N/\sigma_M)^2}{1 + 173(\sigma_N/\sigma_M)^2}}$$

Szám adatok: hajlítónyomaték $M=320$ kNm; nyomóerő $N=128$ kN; határfeszültség $R_u=200$ MPa; értéksorozatok cm-ben: $h_{\min}=66$; $h_{\max}=74$ cm; $\Delta h=2$; $t_{w\min}=0,5$; $t_{w\max}=0,9$; $\Delta t_w=0,1$; $A_{f\min}=14$; $A_{f\max}=22$; $\Delta A_f=1$ cm². Az összes változatok száma tehát $5 \cdot 5 \cdot 9=225$. A számítás menetét a 2.2 táblázat mutatja. Az optimum meghatározásához a backtrack módszerrel csak 37 változatot kellett megvizsgálni. *Végeredmény:* $h=70$; $t_w=0,6$; $A_f=18$ cm². Az övlemez méretek a nyomott öv horpadási feltétele alapján számíthatók: $t_f = \sqrt{A_f/30} = 0,78$ cm, kerekítve $t_f=0,8$ cm; $b=18/0,8=22,5$ cm.

A backtrack módszer viszonylag nem túl nagy számú ismeretlen és értéksor esetén alkalmazható. Ezért hegesztett szerkezeteknél főként szuboptimált szelvények, egyszerűbb tartók optimalására használható előnyösen. Csökkenthető a számítási idő, ha előbb egy nagyobb lépcsővel meghatározott értéksort vizsgálunk, majd a durvább megoldás környezetében sűrített értéksor vizsgálatával tesszük pontosabbá a megoldást. A backtrack módszer Fortran-programja az F.23 függelékben található.

3. Hegesztési feszültségek és alakváltozások

A hegesztés során általában vonal mentén mozgó hőforrással nagy hőmérsékleteket hozunk létre, amelyek a szerkezeti részben bonyolult feszültségi és alakváltozási állapotokat idéznek elő. A jelenségek tanulmányozását megkönnyíti, ha előbb néhány egyszerű hőszilárdságtani esetet vizsgálunk. A fémszerkezetek tervezésénél egyébként a hőmérséklet-változás hatását is figyelembe kell venni.

Szám példa a backtrack módszerre. Jelölés: + megfelel; - nem felel meg

x_1	x_2	x_3	K	g_1	g_2	Megjegyzés
74	0,9	22	110,6	+	+	$K_0 = 110,6 \text{ cm}^2$
- 66	0,9	22	103,4	+	+	$x_{1\min}$ megfelel, nem kell felező eljárás x_1 -re, csak x_2 -re
- 66	0,5	22	77,0	+	-	
- 66	0,7	22	90,2	+	+	
66	0,6	22	83,6	+	+	
66	0,6	22	83,6	+	+	$x_3 = (110,6 - 66 \cdot 0,6)/2 = 35,5 > x_{3\max}$
66	0,6	21	81,6	+	+	$K_9 = 79,6$
66	0,6	20	79,6	+	+	K_0
66	0,6	19	77,6	-	+	backtrack x_2 -vel
66	0,7	16	78,2	-	+	$x_3 = (79,6 - 66 \cdot 0,7)/2 = 16,7$
66	0,8	13	—			$x_3 < x_{3\min}$, backtrack x_1 -gyel
68	0,9	22	105,2	+	+	felező eljárás x_2 -re
68	0,5	22	78,0	+	-	
68	0,7	22	84,8	+	+	
68	0,6	22	91,6	+	+	
68	0,6	19	78,8	+	+	$x_3 = (79,6 - 68 \cdot 0,6)/2 = 19,4$
68	0,6	18	76,8	-	+	$K_0 = 78,8$ backtrack x_2 -vel
68	0,7	15	77,6	-	+	$x_3 = (78,8 - 68 \cdot 0,7)/2 = 15,6$
68	0,8	12				$x_3 < x_{3\min}$, backtrack x_1 -gyel
70	0,9	22	107,0	+	+	felező eljárás x_2 -re
70	0,5	22	79,0	+	-	
70	0,7	22	93,0	+	+	
70	0,6	22	86,0	+	+	
70	0,6	18	78,0	+	+	$x_3 = (78,8 - 70 \cdot 0,6)/2 = 18,4$
70	0,6	17	76,0	-	+	$K_0 = 78,0$, backtrack x_2 -vel
70	0,7	14	77,0	-	+	$x_3 = (78,0 - 70 \cdot 0,7)/2 = 14,5$
70	0,8	11				$x_3 < x_{3\min}$, backtrack x_1 -gyel
72	0,9	22	108,8	+	+	felező eljárás x_2 -re
72	0,5	22	80,0	+	-	
72	0,7	22	94,4	+	+	
72	0,6	22	87,2	+	-	
72	0,7	13				$x_3 = (78,0 - 72 \cdot 0,7)/2 = 13,8 < x_{3\min}$ backtrack x_1 -gyel
74	0,9	22	110,6	+	+	felező eljárás x_2 -re
74	0,5	22	81,0	+	-	
74	0,7	22	95,8	+	+	
74	0,6	22	88,4	+	-	
74	0,7	13				$x_3 = (78,0 - 74 \cdot 0,7)/2 = 13,1 < x_{3\min}$ $x_1 = x_{1\max}$; eredmény $K_{0\min} = 78,0$; $x_1 = 70$; $x_2 = 0,6$; $x_3 = 18$.

KESZ

Aktív feltétel esetén $g_j=0$ így $y_j=0$, $\lambda_j \leq 0$. Ha a feltétel nem aktív, akkor $g_j < 0$, $y_j \neq 0$ és $\lambda_j = 0$.
Aktív feltétel esetén tehát a (4) és (5) helyett a

$$\lambda_j \geq 0 \text{ és } \lambda_j g_j = 0$$

feltételeket használjuk. A

$$\frac{\partial f(\underline{x})}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \frac{\partial g_j(\underline{x})}{\partial x_i} = 0, \quad i=1, \dots, n;$$

$$\lambda_j \geq 0; \quad \lambda_j g_j = 0$$

feltételek az ún. Kuhn-Tucker féle optimalitási kritériumok. Konvex megengedett tartomány esetén a Kuhn-Tucker feltételek a globális minimum szükséges és elégséges feltételeit adják.

A modern szerkezetoptimalás terén az első átfogó munka Schmit névéhez fűződik [6], aki a matematikai programozási módszert nemlineáris egyenlőtlenségi korlátozások esetén rugalmas szerkezetek méretezésére alkalmazta bonyolult terhelési feltételek mellett. Ki kell emelni még azt is, hogy ez a tárgyalásmód új tervezési filozófiát honosított meg a mérnöki gyakorlatban és hozzájárult ahhoz, hogy a végelemes analízis és a nemlineáris programozás meghonosodjon az automatizált optimális méretezésben. A nemlineáris optimalás erőteljes fejlődésnek indult amikor Caroll [7] tanulmánya alapján Fiacco és McCormick [8] kifejlesztette a szekvenciális feltétel nélküli minimálás módszerét (a SUMT-módszert). Lényege, hogy az (1) alatti feltételes szélsőérték feladatot egy $P(\underline{x}, r_k)$ függvény sorozatos feltétel nélküli szélsőérték feladataira alakítja át.

$$P(\underline{x}, r_k) = f(\underline{x}) - r_k \sum_{j=1}^m \ln g_j(\underline{x}) + r_k^{-1} \sum_{j=m+1}^p \{\min[0, h_j(\underline{x})]\}^2,$$

ahol az r_k paraméter kezdő értékétől (r_1 -től), illetve csökkenésének mértékétől függ a konvergencia sebessége. Az r_k értéke a számítás során monoton csökken

$$r_1 > r_2 > \dots > 0; \quad r_{k+1} = r_k / c; \quad c > 1,$$

ahol c állandó.

$$\lim_{r_k \rightarrow 0} [\min P(\underline{x}, r_k)] = \min f(x)$$

Kimutatható, hogy $r_k \rightarrow 0$ esetén a feltétel nélküli függvényminimumok sorozata az eredeti $f(\underline{x})$ függvény feltételes szélsőértékéhez tart:

A következőkben egy számpéldát mutatunk, ami segíti a módszer lényegének megértését.

Számpélda:

Keressük az

$$f(\underline{x}) = x_2 - x_1$$

célfüggvény minimumát

$$0 \leq g_1(x) = x_1$$

$$0 \leq g_2(x) = x_2 - 0,25 x_1^2$$

$$f(x) = -2 \quad ; \quad x_2 = -2 + x_1$$

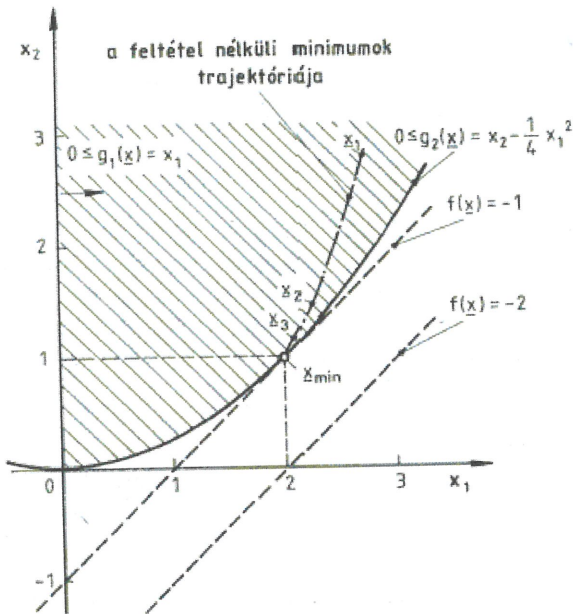
$$f(x) = -1 \quad ; \quad x_2 = -1 - x_1$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 - \frac{1}{4} x_1^2 \geq 0$$

feltételek esetén. Előállítjuk a korlátozások nélküli függvényt logaritmikus büntető tag alkalmazásával:

$$P(\underline{x}, r_k) = x_2 - x_1 - r_k \ln x_1 - r_k \ln(x_2 - 0,25x_1^2)$$



4. ábra. A feltétel nélküli optimumok elhelyezkedése

A függvényt a változók szerint differenciálva megkapjuk az optimum szükséges feltételét

$$\frac{\partial P(\underline{x}, r_k)}{\partial x_1} = 0 = -1 - \frac{r_k}{x_1} + \frac{0,5x_1 r_k}{x_2 - 0,25x_1^2}$$

$$\frac{\partial P(\underline{x}, r_k)}{\partial x_2} = 0 = 1 - \frac{r_k}{x_2 - 0,25x_1^2}$$

Az egyenletrendszer megoldása után az

$$x_1(r_k) = 1 + \sqrt{1 + 2r_k}, \text{ illetve}$$

$$x_2(r_k) = r_k + 0,25(1 + \sqrt{1 + 2r_k})^2$$

összefüggések adódnak.

Csökkenő r_k paraméterek esetén a kapott eredményeket az 1. táblázat tartalmazza.

1. táblázat. A célfüggvény és a változók értékei az r_k paraméter függvényében

r_k	$x_1(r_k)$	$x_2(r_k)$	$P(\underline{x}, r_k)$	$f(\underline{x})$
1	2,732	2,866	-0,871	0,134
1/4	2,225	1,487	-0,591	-0,738
1/16	2,061	1,124	-0,802	-0,931
1/64	2,016	1,031	-0,930	-0,985
minimum	2,000	1,000	-1,000	-1,000

A táblázat adatainak megfelelően a 4. ábra a célfüggvényt, a korlátozási feltételeket, valamint a feltétel nélküli optimumokat mutatja. Látható, hogy a feltétel nélküli optimumok trajektóriája a feltételes szélsőérték-feladat megoldásához tart, miközben a korlátozás nélküli $P(\underline{x}, r_k)$ függvény és az $f(\underline{x})$ függvény értékei fokozatosan közelednek egymáshoz.

A nemlineáris optimálás terén napjainkban is számos publikáció jelenik meg és az optimum megkeresésére sok algoritmust dolgoztak ki.

Ha az (1) alatt megfogalmazott függvényekben polinomok szerepelnek, akkor ezt a szakirodalom *geometriai programozásnak* nevezi és a módszer a nemlineáris optimálási feladatok meghatározott körének megoldására alkalmas [9].

A *kvadratikus programozási* feladat legtöbbször jól kezelhető nemlineáris optimálási probléma, mivel a célfüggvény konvex és a korlátozási feltételek lineárisak. Az ilyen feladatokat a lineáris optimálás szimplex módszerének megfelelő módosításával lehet megoldani.

6.5 ROSENBROCK'S METHOD OF ROTATING COORDINATES

The method of rotating coordinates, given by Rosenbrock [6.3], can be considered as a further development of the Hooke and Jeeves method. In this method, the coordinate system is rotated in each stage of minimization in such a manner that the first axis is oriented towards the locally estimated direction of the valley and all the other axes are made mutually orthogonal and normal to the first one. Before considering the method in its most general form, we will present the method with the help of a two-dimensional problem.

Consider a two variable function with contours as shown in Fig. 6.12. The method of rotating coordinates proceeds to minimize this function as follows.

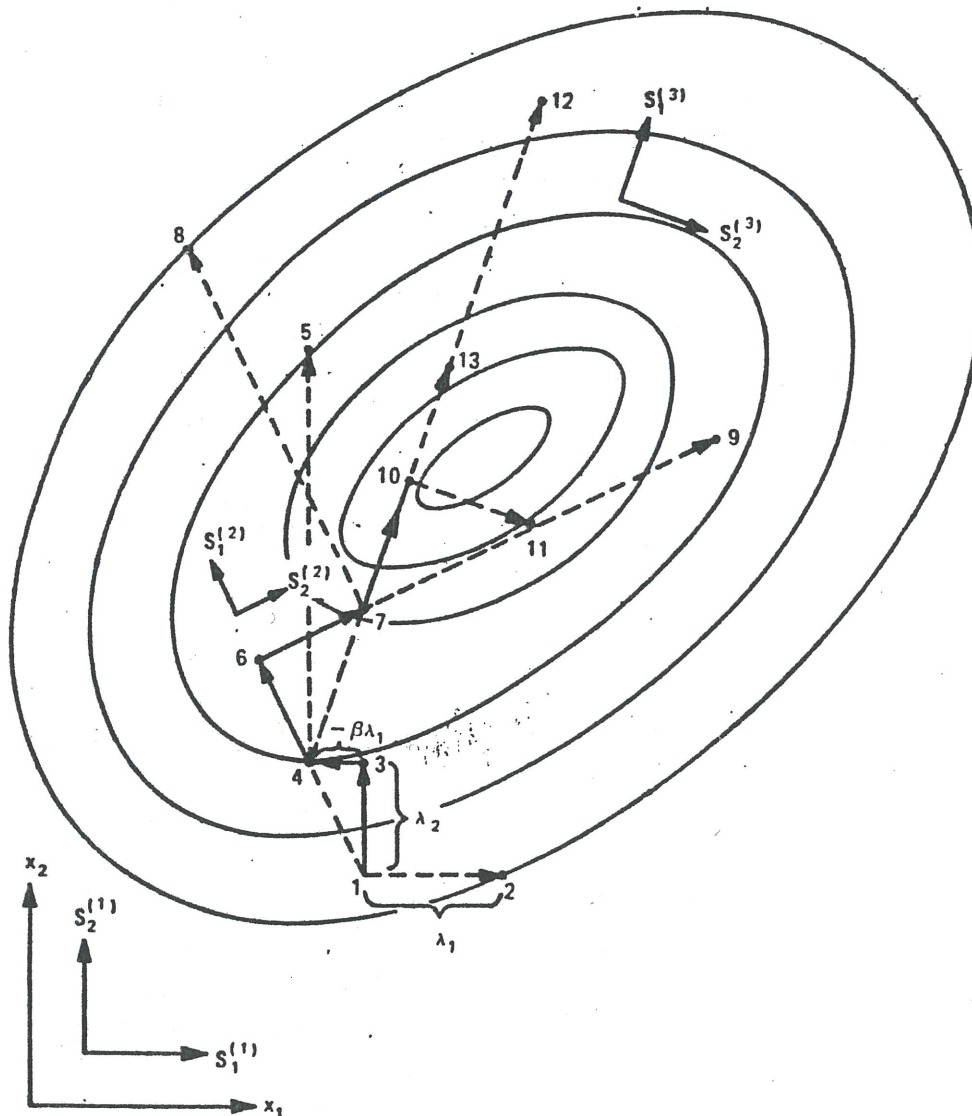


Figure 6.12 Progress of Rosenbrock's method.

- (i) Before starting the minimization process, define a set of 'initial' step lengths λ_1 and λ_2 to be taken along the search directions S_1 and S_2 .

5

NOI

(ii)

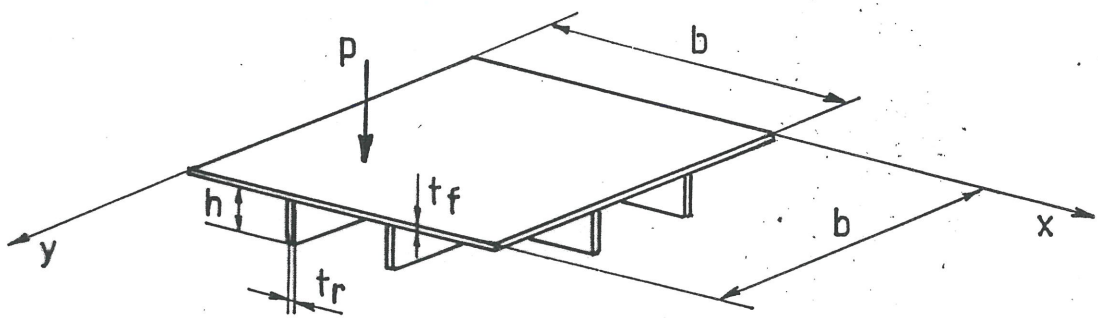
(iii)

dire
 $0 <$
 leng
 time
 Ros
 I
 $S_1^{(1)}$ i
 the d
 step
 point
 direc
 This
 lengt
 we ta
 the p
 we re
 Sc
 search
 is to l
 direct
 has b
 A nev
 stage.

(iv)

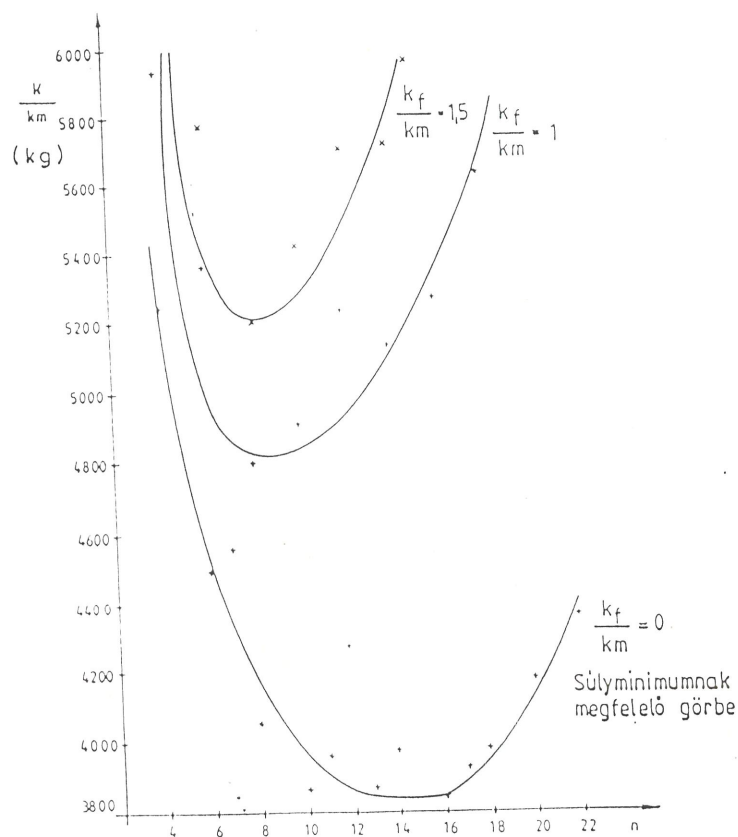
6.
 7.
 less tha
 8.
 step len
 not cau
 a succes

BORDÁZOTT LEMEZ



Az optimált értékek backtrack módszerrel

n	h	tr	tf	Költségek (kg)		
				$k_f/k_m = \emptyset$	$k_f/k_m = 1$	$k_f/k_m = 1,5$
4	36	1,0	0,8	5375	6183	6586
6	35	0,7	0,6	4553	5399	5822
8	36	0,5	0,5	4094	4866	5252
10	34	0,5	0,4	3931	4974	5495
12	33	0,5	0,3	3786	5127	5797
14	31	0,4	0,4	4034	5207	5792
16	31	0,4	0,3	3843	5266	5977
18	29	0,4	0,3	3984	5632	6456
20	28	0,4	0,3	4179	6077	7026



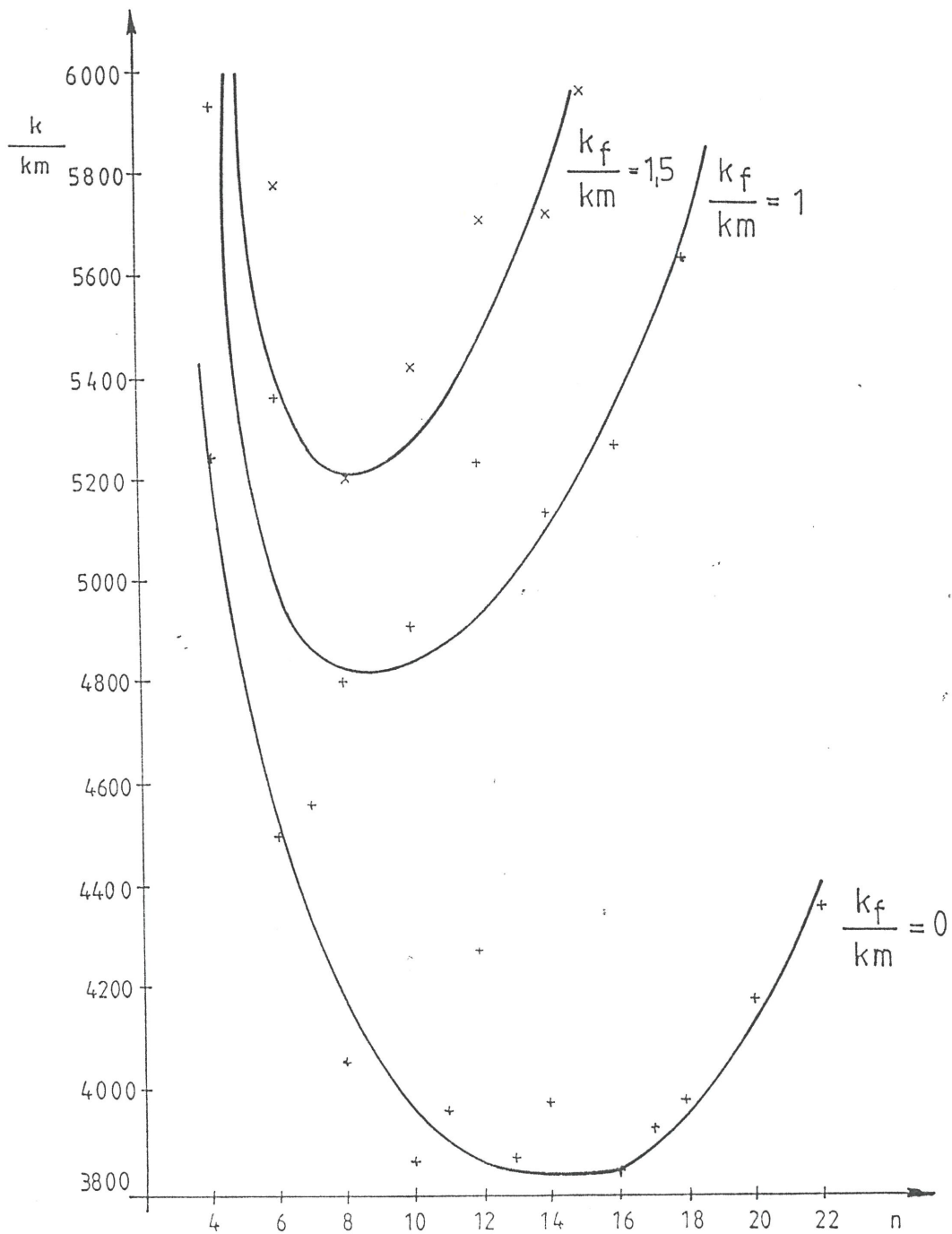
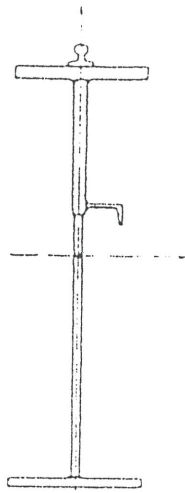
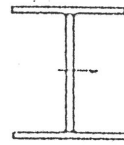
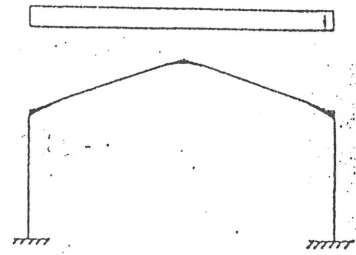


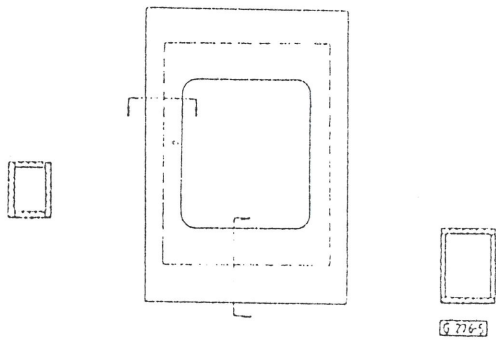
FIG 3.



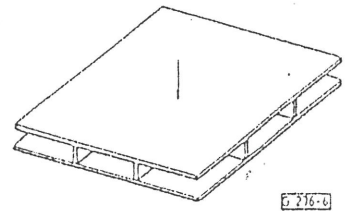
Hegesztett darupályatartó keresztmetszete



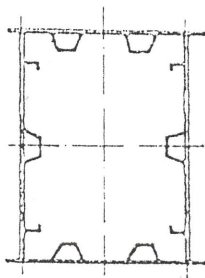
Hegesztett, I-szelvényű rudakból álló ipari csarnokkeret



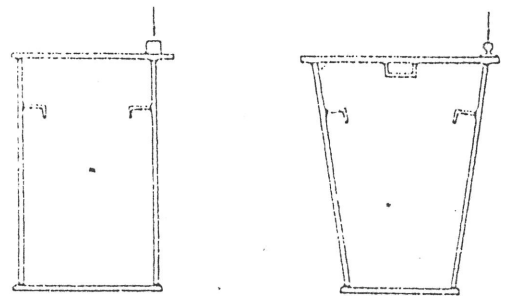
Hegesztett szekrényszelvényű, zárt sajtógépkeret



Hegesztett cellaszerkezetű lemez



Hosszmerevítéses szekrényszelvényű darugém keresztmetszete



Két-, illetve egyszekrényes kivitelű futódaruhidak keresztmetszete